

MS-A0402 Diskreetin matematiikan perusteet

Tentti 4.9.2015

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !**Laskimia tai taulukoita ei saa käyttää tässä kokeessa!*

1. Osoita induktiolla (etkä jollain muulla tavalla), että  $n! \geq 2^n$  kaikilla  $n \geq 4$ .

2.

(a) Kurssilla on 40 opiskelijaa koulutusohjelmasta  $A$  ja 30 opiskelijaa koulutusohjelmasta  $B$ . Monellako tavalla voidaan kurssin opiskelijoista muodostaa harjoitusryhmä, johon kuuluu 10 opiskelijaa koulutusohjelmasta  $A$  ja 5 opiskelijaa koulutusohjelmasta  $B$ ?

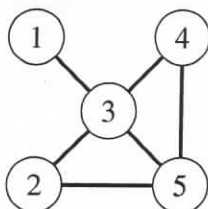
(b) Kirjasto jakaa vanhojen kirjojen varastostaan 10 (eri) kirjaa 6:lle opiskelijalle. Monellako tavalla tämä on mahdollista tehdä.

Vastauksissasi saa numeroiden lisäksi olla potensseja,  $\cdot$ ,  $+$ ,  $!$ ,  $(, )$  ja  $/$  mutta ei esimerkiksi binomikertoimia.

3. Osoita, että  $[10^j]_3 = [1]_3$  kun  $j \geq 0$  käyttämällä kaavaa  $[m^j]_n = [m]_n^j$  kaksi kertaa. Osoita, että jos luku  $m$  kymmenjärjestelmässä kirjoitettuna on  $x_k x_{k-1} \dots x_0$  eli  $m = x_k \cdot 10^k + x_{k-1} \cdot 10^{k-1} + \dots + x_1 \cdot 10 + x_0$  niin  $[m]_3 = [x_k + x_{k-1} + \dots + x_1 + x_0]_3$ .

Päättele tämän tuloksen avulla onko luku 243 564 763 kolmella jaollinen.

4. Tarkastellaan alla olevaa verkkoa:



Määritä kaikki solmujen permutaatiot  $\psi$ , jotka ovat verkkoisomorfismeja eli jos  $a$  ja  $b$  ovat verkon solmuja, jotka ovat naapureita, niin silloin myös  $\psi(a)$  ja  $\psi(b)$  ovat naapureita.

Nämä permutaatiot muodostavat ryhmän (mutta tätä sinun ei tarvitse osoittaa) ja laske tämä ryhmän sykli-indeksi sen toiminnassa solmujen joukolla.

**KÄÄNNÄ!**

5.

- (a) Eulerin sykli verkossa on polku, joka kulkee verkon jokaisen kaaren kautta täsmälleen kerran ja palaa polun lähtösolmuun. Onko alla olevassa verkossa Eulerin sykliä? Esitä sellainen jos niitä löytyy tai selitä mistä nähdään ettei sellaista ole jos näin on asian laita.
- (b) Mikä on Hamiltonin polun määritelmä? Onko alla olevassa verkossa Hamiltonin polkua? Esitä sellainen jos niitä löytyy tai selitä mistä nähdään ettei sellaista ole jos näin on asian laita.

