

NSGA-II中一种改进的分布性保持策略

文诗华, 郑金华

WEN Shi-hua, ZHENG Jin-hua

湘潭大学 信息工程学院, 湖南 湘潭 411105

Institute of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan, Hunan 411105, China

E-mail: shwen_2008@yahoo.com.cn

WEN Shi-hua, ZHENG Jin-hua. Improved diversity maintenance strategy in NSGA-II. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(33): 49-53.

Abstract: NSGA-II is widely used in multi-objective evolutionary optimization for its high convergence and time efficiency. However, the population maintenance based on crowding distance in NSGA-II has not worked well in maintaining the diversity of solution sets. This paper proposes an improved strategy to dynamically maintain diversity by setting a self-adaptive threshold value, and the better diversity individuals have more chances to survive. Comparing new algorithm to NSGA-II and ε -MOEA in five test problems, the results show that improved algorithm efficiently promotes the diversity and achieves efficient convergence at the same time.

Key words: multi-objective evolutionary algorithm; population maintenance; diversity; crowding distance

摘要: NSGA-II 以其良好的收敛性和时间效率广泛应用于多目标优化中, 然而其基于聚集距离的种群维护策略并不能很好地保持解集的分布性。提出一种改进的分布性保持策略, 设置随种群密集程度自适应变化的阈值, 动态地维护种群, 使得分布性优秀的个体有更大的生存机会。与 NSGA-II 和 ε -MOEA 在 5 个测试函数上进行比较实验, 结果表明改进算法在有效提高分布性的同时, 拥有良好的收敛性。

关键词: 多目标进化算法; 种群维护; 分布性; 聚集距离

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2010.33.014 文章编号: 1002-8331(2010)33-0049-05 文献标识码: A 中图分类号: TP301

1 引言

现实生活中的许多实际问题, 都是对多个目标的同时优化, 同时这些问题通常又是高度复杂的、非线性的。多目标进化算法 (Multi-Objective Evolutionary Algorithms, MOEAs) 非常适合于求解这类问题, 已成为多目标优化问题的主流解决方法之一^[1]。

近些年来, 进化计算界相继提出了大量多目标进化算法。最有代表性的主要有: Zitzler 和 Thiele 提出的 SPEA^[2] (Strength Pareto Evolutionary Algorithm) 和 Kim 等人在其基础上提出的 SPEA2^[3], Srinivas 和 Deb 提出的非劣分类遗传算法 NSGA^[4] (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm), 以及 Deb 等在其基础上提出了 NSGA-II^[5], Corne 等提出的 PESA^[6] (Pareto Envelope-based Selection Algorithm) 和 PESA-II^[7]。这些算法大多有一些共同的特征^[1,8]: 根据个体间的 Pareto 支配

关系和密度信息确定个体适应值; 构造外部种群保留算法的非支配个体, 当外部种群的规模超过规定值时, 用适当的方法进行修剪。

多目标进化算法的研究目标主要是使算法种群快速收敛, 并且广泛而均匀分布于问题的非劣最优域^[9]。分布性保持在实际中有着重要的意义, 一个好的分布性能够给决策者提供更多合理有效的选择。在 MOEAs 的设计中, 通常利用修剪操作 (truncation operator) 按照一定的分布性保持策略来进行。本文提出了一种改进的 NSGA-II 分布性保持策略, 算法在进化过程中, 动态调节距离阈值, 根据每一层中相邻个体的距离进行种群维护 (population maintenance), 使分布性更好的个体有更大的生存机会。该算法与目前的经典算法 NSGA-II 和 ε -MOEA 进行比较, 实验结果表明, 算法拥有良好的分布性, 同时, 在收敛性方面比 NSGA-II 和 ε -MOEA 也要好。

基金项目: 国家自然科学基金 (the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60773047); 湖南省自然科学基金 (the Natural Science Foundation of Hunan Province of China under Grant No.05JJ30125); 湖南省教育厅重点科研项目 (the Key Research Project of Department of Education of Hunan Province, China under Grant No.06A074)。

作者简介: 文诗华 (1981-), 男, 助教, 主要研究方向为多目标进化计算; 郑金华 (1963-), 男, 教授, 博士生导师, CCF 高级会员, 主要研究方向为进化计算、智能科学等。

收稿日期: 2009-04-16 **修回日期:** 2009-06-19

2 相关概念

多目标优化问题一般描述为(以最小化多目标问题为研究对象):

给定决策向量 $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 它满足下列约束:

$$g_i(X) \geq 0 \quad i=1, 2, \dots, k \quad (1)$$

$$h_i(X)=0 \quad i=1, 2, \dots, k \quad (2)$$

设有 r 个优化目标, 且这 r 个优化目标是相互冲突的, 优化目标可表示为:

$$f(X)=(f_1(X), f_2(X), \dots, f_r(X))$$

寻求 $X^*=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, 使 $f(X^*)$ 在满足约束(1)和(2)的同时达到最小。MOEA 经常用到如下几个基本概念:

定义 1 个体的 Pareto 支配关系。设 p 和 q 是进化群体 Pop 中的任意两个不同的个体, 称 p 支配 (dominated) q , 则必须满足下列两个条件:

(1) 对所有的子目标, p 不比 q 差, 即 $f_k(p) \leq f_k(q) (k=1, 2, \dots, r)$;

(2) 至少存在一个子目标, 使 p 比 q 好, 即 $\exists l \in \{1, 2, \dots, r\}$, 使 $f_l(p) < f_l(q)$ 。

其中 r 为子目标的数量。此时称 p 为非支配的 (non-dominated), q 为被支配的 (dominated)。表示为 $p \phi q$, 其中“ ϕ ”是支配关系 (dominated relation)。

定义 2 Pareto 最优解。给定一个多目标优化问题 $\min f(X)$, 称 $X^* \in \Omega$ 是最优解, 若 $\forall X \in \Omega$ 满足下列条件:

或者 $\bigwedge_{i \in I} (f_i(X) = f_i(X^*))$;

或者至少存在一个 $j \in I, I = \{1, 2, \dots, r\}$, 使: $f_j(X) > f_j(X^*)$ 。

其中 Ω 是满足式(1)和式(2)的可行解集, 即: $\Omega = \{X \in R^n | g_i(X) \geq 0, h_i(X) = 0; (i=1, 2, \dots, k; j=1, 2, \dots, l)\}$ 。

定义 3 Pareto 最优面 (边界)。给定一个多目标优化问题 $\min f(X)$ 和它的最优解集 $\{X^*\}$, 它的 Pareto 最优面定义为:

$$PF^* = \{f(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_r(X)) | X \in \{X^*\}\}$$

3 拥挤度计算方法的分析与改进

3.1 NSGA-II 中拥挤度的计算方法

NSGA-II 通过计算进化群体中每个个体的聚集距离, 然后依据个体所处的层次及其聚集距离, 定义一个偏序集 (Partial Order Set), 构造新群体时依次在偏序集中选择个体。

个体的聚集距离是通过计算与其相邻的两个个体在每个子目标上的距离差之和来求取。如图 1 所示, 设有两个子目标 f_1 和 f_2 , 个体 i 的聚集距离是图中虚线四边形的长与宽之和。设 $P[i]_{distance}$ 为个体 i 的聚集距离, $P[i].m$ 为个体 i 在子目标 m 上的函数值, 则图 1 中个体 i 的聚集距离为:

$$P[i]_{distance} = (P[i+1].f_1 - P[i-1].f_1) + (P[i+1].f_2 - P[i-1].f_2) \quad (3)$$

一般情况下, 当有 r 个子目标时个体 i 的聚集距离为:

$$P[i]_{distance} = \sum_{k=1}^r (P[i+1].f_k - P[i-1].f_k) \quad (4)$$

计算个体聚集距离的方法如算法 1 所示。

算法 1 计算个体之间的聚集距离

crowding-distance-assignment (P)

{ $N=|P|$; N 为群体大小

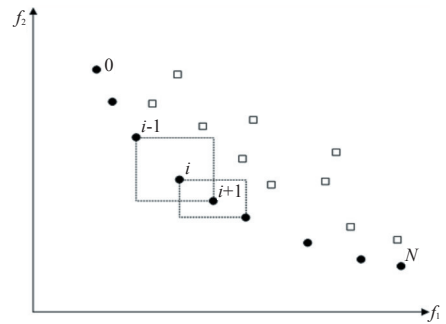


图1 个体之间的聚集距离

```

for each  $i, P[i]_{distance}=0$ ;
//初始化每个个体的聚集距离
for each objective  $m$ 
//针对每个子目标进行如下操作
{  $P=sort(P, m)$ ;
//对子目标  $m$  的函数值进行排序
for  $i=2$  to  $(N-1)$  //针对边界点之外的解
 $P[i]_{distance}=P[i]_{distance}+(P[i+1].m-P[i-1].m)$ 
} end for objective  $m$ 
 $P[0]_{distance}=P[N]_{distance}=\infty$ ;
//给边界点一个最大值确保每次它们均能入选下一代
}

```

但是此方法有些缺陷, 分布度很好的一些个体也可能淘汰, 而分布度不好的一些个体却可能留下来, 如图 2。

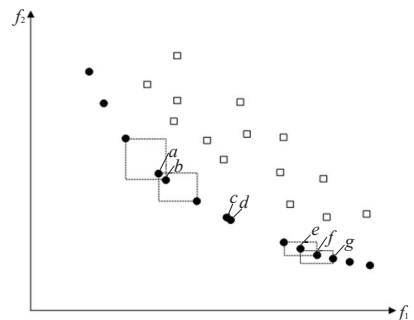


图2 NAGA-II 种群维护方法存在问题示例

如图 2 所示, 个体 a, b 很紧密, 它们离其他的个体比较远, 按 NSGA-II 方法计算聚集距离, 个体 a, b 的聚集距离比较接近且都比较大, 那么 a, b 很可能同时淘汰或者同时保留下来, 而理想的情况是保留 a, b 中的一个个体, 个体 c, d 也有同样的结论; 个体 e, f, g 分布较为均匀, 按照 NSGA-II 方法得到的聚集距离会较小, 在选择过程中很可能都会被淘汰。这样就影响了种群的分布情况。

3.2 改进的计算方法

在本文的方法中, 首先计算外部种群相邻两个个体间的距离, 如果距离小于阈值时, 再根据一定的策略进行选择。这里需要解决两个基本问题: (1) 相邻点距离的临界值的确定; (2) 相邻点的距离小于临界值时个体的选择。

相邻点距离的临界值的确定: 先找出当前一层精英集合中两个极值端点, 求得它们的距离 $dist$, 然后按下列公式求得距离临界值 δ :

$$\delta = \frac{dist}{2 \times popsize} \quad (5)$$

式中 δ 是随着进化过程和同层个体密集程度动态调整的, 进化早期较大, 进化后期较小, $rank$ 值越小 δ 越小。如图 1 所示, 临界距离值为两边界个体 0 和 n 间的距离与种群大小的比值,

即 $\delta = \text{dist}_{0,n}/(2 \times \text{popsize})$ 。

临近个体的选择:当前层中的任意两个个体 a 和 b ,若两个个体间的欧氏距离小于或等于临界距离 δ ,找出临近个体 c 和 d ,其中 c 与 a 相邻, d 与 b 相邻,求得个体 c 、 d 的中心位置 e ,选择 a 和 b 中距离中心位置较近的个体,淘汰 a 和 b 中距离中心位置较远的个体。如图3所示, a 个体和 b 个体之间的距离小于临界值,个体 b 被选择,个体 a 被淘汰。

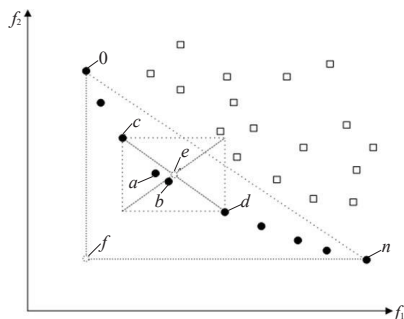


图3 临近个体的选择方法

临近个体的修剪策略如算法2所示。

算法2 临近个体的修剪策略

步骤1 设档案集中已有 m 个个体,在当前的外部种群中找到了 l 个非劣解, $\text{rank}=r$, $1 \leq i \leq l$, $1 \leq j \leq l$ 。

步骤2 对 l 个非劣解按照任一子目标进行排序,删除重复个体,按公式(5)计算出当前层个体的临界距离 δ 。

步骤3 循环比较相邻点的距离,修剪当前层的非劣解。

$i=1, j=2$ //个体 i 和个体 j 为相邻的个体

```
while(j!=NULL){
    disti,j=dist(i,j); //计算临近两个个体的距离
    while(disti,j≤δ) //相邻个体的距离小于临界值
    {
        if(disti,j≤δ && i==1)
            del(j); l--; j++; disti,j=dist(i,j);
            //淘汰与边界点距离小于临界值的个体
        else if(disti,j≤δ && j==l)
            del(i); l--; i--; disti,j=dist(i,j);
            //淘汰与另一边边界点距离小于临界值的个体
        else
            o=compute(i-1,j+1); //计算中心点的位置
            compare(disti,o,distj,o); //比较临近个体与中心点的距离,淘汰离中心点较近的个体
            if del(i) l--; disti,j=dist(i-1,j);
            if del(j) l--; disti,j=dist(i,j+1);
    }
    i++; j=j+1;
}
```

步骤4 外部种群中挑选的这 l 个个体进入下一代。

步骤5 如果 $l+m < \text{popsize}$, $r++$,即找出外部种群的下一层非支配个体,转步骤1。

步骤6 如果 $l+m < \text{popsize}$,则用算法1选择个体进入下一代。

从算法流程可以看出:在种群维护过程中,删除了同层中的重复个体,临近个体根据临界距离 δ 进行筛选,其中临界距离 δ 是随着进化过程以及同层个体的状态而动态调整的,分布性较好的个体有更大的生存机会,而算法1仅仅是在当非支配个体的数量大于种群时才会考虑分布性的,并且只考虑了

一层非支配个体。

4 实验与讨论

4.1 测试函数及实验环境

选择了5个不同的测试函数来验证算法,程序运行在1.6 GHz CPU、768 MB 内存 Windows XP+sp2 环境下。测试函数的描述如表1所示,这些多目标测试函数有连续的、非连续的、凸的、凹的等。参数的设置:在 Improved-NSGA-II 和 NSGA-II 中,种群规模 $\text{popsize}=100$,运行代数 $\text{ngen}=200$;在 ϵ -MOEA^[10]中,归档集的大小是变化的,为了得到上述种群规模大小的归档集,需调节 ϵ 的值,在这里, ϵ 的取值尽量与文献[10]相同。此外,三种算法均采用实数编码,交叉概率为 $p_m=0.9$,变异概率为 $p_c=0.1$ 。

表1 测试函数

测试问题	目标函数	约束条件及特征
ZDT1	$f_1(x_1)=x_1$	$m=30; 0 \leq x_i \leq 1$ 真实 Pareto 凸
	$f_2(x)=g(1-\sqrt{f_1/g})$	
	$g(x)=1+9\sum_{i=2}^m x_i/(m-1)$	
ZDT2	$f_1(x_1)=x_1$	$m=30; 0 \leq x_i \leq 1$ 真实 Pareto 凹
	$f_2(x)=g(1-(f_1/g)^2)$	
	$g(x)=1+9\sum_{i=2}^m x_i/(m-1)$	
ZDT3	$f_1(x_1)=x_1$	$m=30; 0 \leq x_i \leq 1$ 真实 Pareto 凸且非连续
	$f_2(x)=g(1-\sqrt{f_1/g}-(f_1/g)\sin(10\pi f_1))$	
	$g(x)=1+9\sum_{i=2}^m x_i/(m-1)$	
ZDT6	$f_1(x_1)=1-\exp(-4x_1)\sin^6(6\pi x_1)$	$m=10, 0 \leq x_i \leq 1$ 真实 Pareto 凹
	$f_2(x)=g(1-(f_1/g)^2)$	
	$g(x)=1+9((\sum_{i=2}^m x_i/(m-1))^{0.25})$	
SCH	$f_1(x)=x^2$	$m=30, -10^5 \leq x \leq 10^5$ 真实 Pareto 凹
	$f_2(x)=(x-2)^2$	

4.2 性能评价

多目标优化的两个基本目标为收敛性和分布性。在多目标优化中解集的评价方法也是一个重要而复杂的问题^[11],研究者们提出了很多有效的方法^[12-14]。这里采用 Generational Distance(GD)^[15]法来估计算法的最终边界与全局非劣最优区域的趋近程度,计算如下:

$$GD = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2} \quad (6)$$

其中, n 是解集中个体的数目, d_i 是每个个体到全局非劣最优解的最小欧几里得距离。 GD 的值越小就说明解集越靠近全局非劣最优区域,如果 $GD=0$ 说明算法的解都在全局非劣最优区域上,这是最理想的情况。分布性评价采用 Schott 提出的方法^[16],其函数定义如下:

$$SP = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2} \quad (7)$$

其中, $d_i = \min_j (|f_1^i(x) - f_1^j(x)| + |f_2^i(x) - f_2^j(x)|)$ ($i, j=1, 2, \dots, n$), \bar{d} 是所有 d_i 的平均值。当算法获得的非劣解完全均匀地分布在目标空间时, $SP=0$ 。

4.3 实验与数据分析

使用改进的 NSGA-II (Improved-NSGA-II)、NSGA-II、 ϵ -MOEA 在前述的环境下对表1的测试函数进行优化,得到的 Pareto 前沿如图4~图8所示。

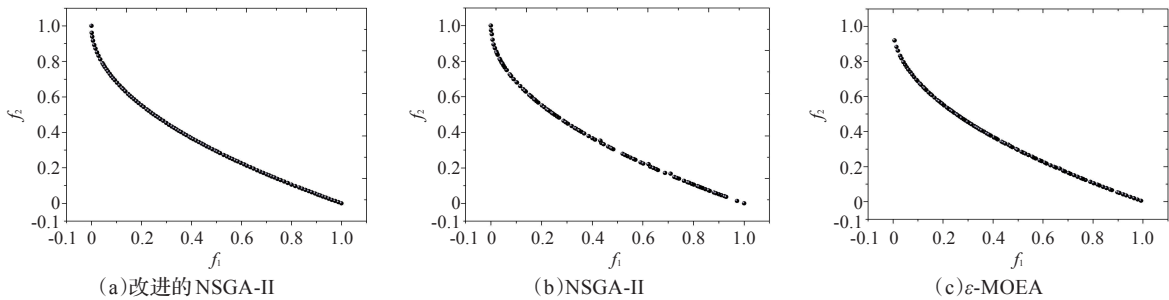


图4 三种算法在ZDT1上的最终曲线

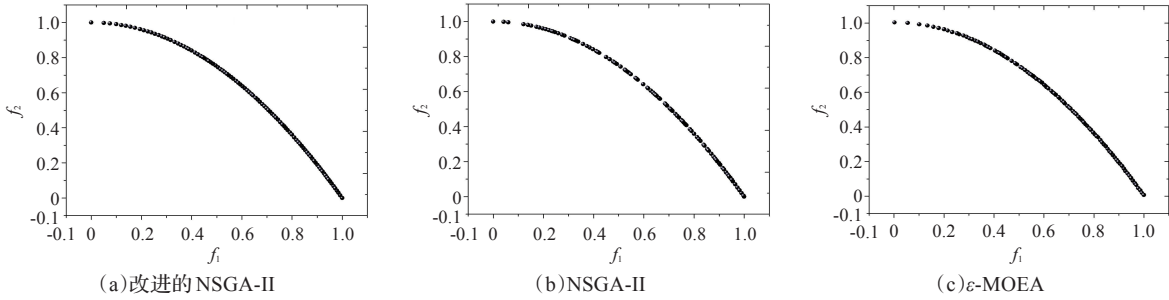


图5 三种算法在ZDT2上的最终曲线

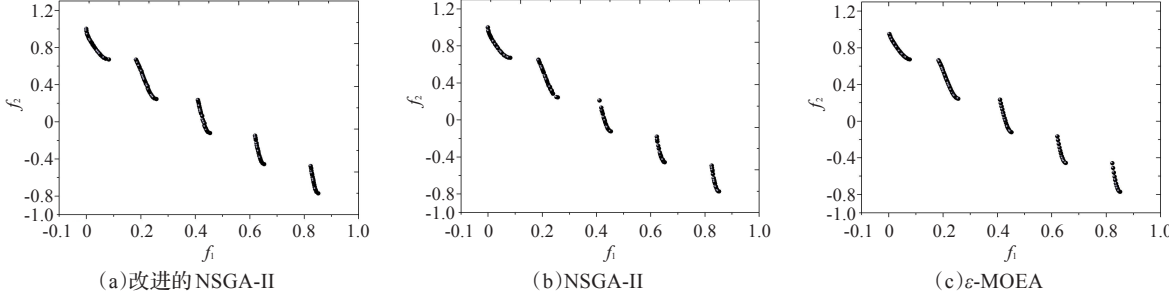


图6 三种算法在ZDT3上的最终曲线

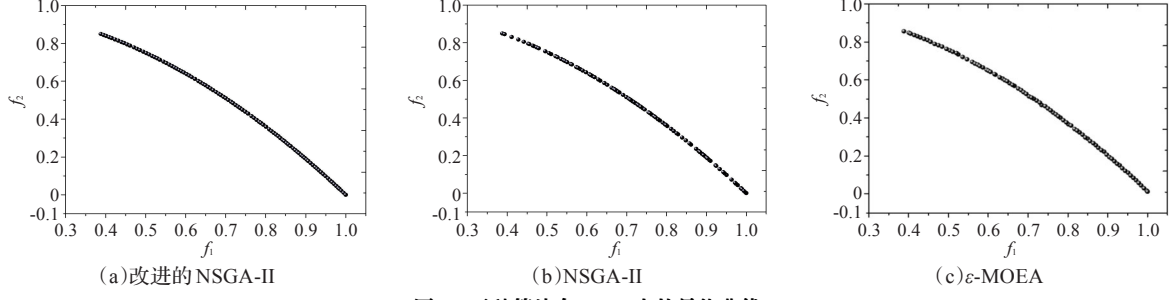


图7 三种算法在ZDT6上的最终曲线

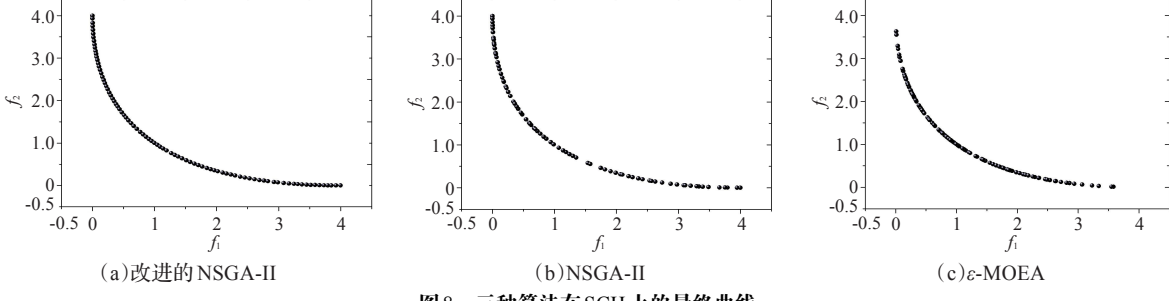


图8 三种算法在SCH上的最终曲线

从图4~图8可以看出,三种算法无论是在分布的广度还是在均匀性方面 Improved-NSGA-II 都比 NSGA-II 和 ϵ -MOEA 要好。主要表现在: NSGA-II 和 ϵ -MOEA 的个体分布很不均匀,有些地方没有个体或者个体稀疏,有些地方则有很多的重叠或相似个体堆积的现象,特别是在测试各维聚集距离差异的 MOPs 这种现象更加明显,如 ZDT2、ZDT3。另外,

表2 算法的分布性平均SP及其方差σ的比较

	Improved-NSGA-II		NSGA-II		ε-MOEA	
	SP(Avg)	SP(σ)	SP(Avg)	SP(σ)	SP(Avg)	SP(σ)
ZDT1	0.003 958 73	0.000 702 332	0.006 878 39	0.000 658 220	0.005 904 63	0.000 280 124
ZDT2	0.004 984 69	0.000 771 501	0.007 396 37	0.000 804 645	0.008 615 32	0.000 881 631
ZDT3	0.004 549 34	0.000 527 765	0.007 101 34	0.000 687 717	0.011 164 41	0.000 516 436
ZDT6	0.002 127 99	0.000 219 824	0.005 090 28	0.000 567 807	0.003 638 46	0.000 420 732
SCH	0.026 953 32	0.004 703 076	0.037 911 22	0.004 029 071	0.038 069 80	0.003 464 291

表3 算法的收敛度平均GD值及其方差σ的比较

	Improved-NSGA-II		NSGA-II		ε-MOEA	
	GD(Avg)	GD(σ)	GD(Avg)	GD(σ)	GD(Avg)	GD(σ)
ZDT1	0.000 150 12	4.857 42E-005	0.000 222 06	1.488 59E-005	0.004 635 01	1.524 13E-004
ZDT2	0.000 104 83	4.961 87E-006	0.000 119 34	4.712 38E-005	0.006 120 93	3.328 73E-004
ZDT3	0.000 581 85	3.535 24E-005	0.000 559 85	2.825 79E-005	0.000 752 10	3.332 15E-004
ZDT6	0.000 574 63	1.013 84E-005	0.000 577 98	4.620 57E-005	0.000 876 53	4.602 92E-005
SCH	0.000 388 18	1.449 04E-005	0.000 413 29	2.247 14E-005	0.054 191 24	7.772 12E-004

ε-MOEA很难找到边界点,造成边界的Pareto前沿个体丢失,如ZDT1、SCH。总之,从实验结果图上可以看出,Improved-NSGA-II得到的Pareto前沿要明显优于NSGA-II和ε-MOEA。为了定量的分析,表2和表3给出了三种算法在不同测试函数上分布性(SP)和收敛性(GD)结果,其中的数据为算法运行10次统计得到的SP和GD平均值(Avg)和方差(σ),表中加粗的数据为最好值。从表2可以看出,Improved-NSGA-II得到的SP平均值都要明显好于NSGA-II和ε-MOEA,这说明Improved-NSGA-II能较好改进分布性,而从GD值的统计结果可以看出,Improved-NSGA-II在ZDT1、ZDT2、ZDT6、SCH都要好于NSGA-II和ε-MOEA,ZDT3略差于NSGA-II。这说明,新算法在改进分布性的同时也改善了算法的收敛性。

5 结论

通过对NSGA-II中拥挤度计算方法的分析,提出了一种改进的分布性保持策略。新算法中临界距离融入到进化过程中,并且通过每一层非支配个体的状态进行动态调节,对每一层个体分布密集的区域进行修剪,具有一定的自适应性,分布性好的个体有更大的生存机会。将算法与NSGA-II、ε-MOEA在5个测试函数上进行比较实验,结果表明改进的算法具有良好的分布性能和收敛性能。

参考文献:

[1] 郑金华.多目标进化算法及其应用[M].北京:科学出版社,2007.
[2] Zitzler E,Thiele L.Multi-objective evolutionary algorithms:A comparative case study and the strength pareto approach[J].IEEE Transactions on Evolutionary Computation,1999,3(4):257-271.
[3] Zitzler E,Laumanns M,Thiele L.SPEA2:Improving the strength Pareto evolutionary algorithm,TIK2Report 103[R].2001.
[4] Srinivas N,Deb K.Multi-objective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms[J].Evolutionary Computation,1994,2(3):221-248.
[5] Deb K,Agrawal S,Pratab A,et al.A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGAII, KanGAL Report 200001[R].Indian Institute of Technology, Kan-

pur,India,2000.
[6] Corne D W,Knowles J D,Oates M J.The Pareto envelope-based selection algorithm for multiobjective optimization[C]//Schoenauer M,Deb K,Rudolph G,et al.Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference.New York: Springer,2000: 839-848.
[7] Corne D W,Jerram N R,Knowles J D,et al.PESA-II:Region-based selection in evolutionary multiobjective optimization[C]//Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2001).[S.l.]:Morgan Kaufmann Publishers,2001:283-290.
[8] 崔逊学.多目标进化算法及其应用[M].北京:国防工业出版社,2006.
[9] Deb K.Multi-objective optimization using evolutionary algorithms[M].Chichester,UK:John Wiley & Sons,2001.
[10] Deb K,Mohan M,Mishra S.A fast multi-objective evolutionary algorithm for finding well-spread Pareto-optimal solutions,KanGAL Report No 2003002[R].2003.
[11] Li Mi-qing,Zheng Jin-hua.Spread assessment for evolutionary multi-objective optimization[C]//5th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization(EMO 2009),Nantes,France,2009:216-230.
[12] 李密青,郑金华,谢炯亮,等.一种MOEA分布度的逐步评价方法[J].电子学报,2008,36(10):1986-1991.
[13] Ali F M,Azarm S.An information-theoretic metric for assessing multi-objective optimization solution set quality[J].Journal of Mechanical Design,2003,125(4).
[14] Li Mi-qing,Zheng Jin-hua,Xiao Gui-xia.Uniformity assessment for evolutionary multi-objective optimization[C]//Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation(CEC'2008),Hongkong,2008:625-632.
[15] Van Veldhuizen D A,Lamont G B.Evolutionary computation and convergence to a pareto front[C]//Koza J R.Late Breaking Papers at the Genetic Programming 1998 Conference,Stanford University,California,1998:221-228.
[16] Schott J R.Fault tolerant design using single and multicriteria genetic algorithm optimization[D].Department of Aeronautics and Astronautics,Massachusetts Institute of Technology,Cambridge,Massachusetts,1995.