

# Résumé de LELEC1370

compilation du 5 mars 2023

Thomas Debelle

Juin 2023

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Cours 1</b>	<b>3</b>
1.1	Les bases . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Cours 2</b>	<b>6</b>
2.1	Suite des bases . . . . .	6
2.1.1	L'amplificateur opérationnelle . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Signaux sinusoïdales et phaseurs</b>	<b>8</b>
3.1	Circuits en régime sinusoïdal . . . . .	8
3.1.1	Circuit RC : rappel . . . . .	8
3.1.2	Circuit LC . . . . .	8
3.1.3	Régime sinusoïdal . . . . .	9
3.1.4	Les Phaseurs . . . . .	9
3.1.5	Analyse de circuits . . . . .	10
3.1.6	Admittance équivalente à une impédance . . . . .	11
3.1.7	Addition Impédance . . . . .	12
3.1.8	Thévenin et Norton . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Comportement des circuits en domaine fréquentielle</b>	<b>13</b>
4.1	Diagramme de Bode . . . . .	13

## Préface

Bonjour à toi !

Cette synthèse recueille toutes les informations importantes données au cours, pendant les séances de tp et est améliorée grâce au note du Syllabus. Elle ne remplace pas le cours donc écoutez bien les conseils et potentielles astuces que les professeurs peuvent vous donner. Notre synthèse est plus une aide qui, on l'espère, vous sera à toutes et tous utile.

Elle a été réalisée par toutes les personnes que tu vois mentionnées. Si jamais cette synthèse a une faute, manque de précision, typo ou n'est pas à jour par rapport à la matière actuelle ou bien que tu veux simplement contribuer en y apportant tes connaissances ? Rien de plus simple ! Améliore la en te rendant [ici](#) où tu trouveras toutes les infos pour mettre ce document à jour. (*en plus tu auras ton nom en gros ici et sur la page du github*)

Nous espérons que cette synthèse te sera utile d'une quelconque manière ! Bonne lecture et bonne étude.

# Chapitre 1

## Cours 1

### 1.1 Les bases

Tout d'abord, il existe 2 types de courant appelé **Direct Current** ou *DC* et **Alternating Current** ou *AC*. Le courant direct est continu tandis que le courant *AC* varie dans le temps comme montré ci-contre.

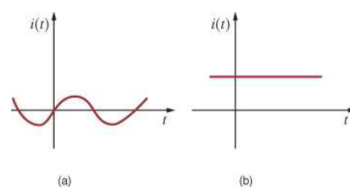


FIGURE 1.1 – Gauche : courant AC Droite : courant DC

La tension vaut la variation d'énergie selon la charge ou autrement dit :

$$v = \frac{dw}{dq} \quad (1.1)$$

La puissance vaut la tension par le courant ou :

$$p = vi = \frac{dw}{dt} \frac{dq}{dt} \quad (1.2)$$

Finalement, l'énergie est une différence de puissance en fonction du temps :

$$\Delta w = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} v i dt \quad (1.3)$$

Quelques conventions :

- Source de tension nulle = court circuit
- Source de courant nulle = circuit ouvert
- Le sens du courant "rentre" dans la borne + d'un générateur de tension.

#### Puissance dissipée

Pour connaître la puissance dissipée dans une résistance, on utilise d'abord la formule fondamentale d'une résistance :

$$v(t) = Ri(t) \quad (1.4)$$

Ainsi, en utilisant 1.2 on trouve :

$$p(t) = vi(t) = \frac{v^2(t)}{R} = Ri^2(t) \quad (1.5)$$

### Loi des noeuds de Kirchoff

La somme des courants de tous les noeuds a pour résultat 0. Autrement dit, tout courant qui apparait disparaît quelque part.

### Loi des mailles de Kirchoff

Dans un circuit électrique, on peut dessiner des *mailles* ou des sortes de carrés. En tournant dans un sens, on fait la somme des tensions (*faire attention au sens des tensions*) on obtient une somme nulle.

### Sources multiples - Diviseur de tension

On peut simplifier un circuit et sommer des sources de tension en additionnant leur tension. On utilise également la règle des diviseurs de tension pour les résistances :

$$\begin{cases} \parallel \rightarrow R_{new} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \\ \text{série} \rightarrow R_{new} = R_1 + R_2 \end{cases} \quad (1.6)$$

### Mise en parallèle et sources multiples

Les sources de courant en parallèle peuvent être sommées pour les simplifier et n'en avoir qu'une seule source de courant.

### Équivalent Thévenin Norton

On peut simplifier une alimentation d'un circuit via les circuits de Thévenin et Norton. Thévenin est composé d'une source de tension et d'une résistance en série tandis que Norton a une source de courant et une résistance en parallèle.

Les choses importantes à noter sont :

$$\begin{cases} R_{Th} = R_{No} \\ I_{sc} = \frac{V_R}{R_{Th}} \\ v_{oc} = R_{Th} i_{sc} \end{cases} \quad (1.7)$$



FIGURE 1.2 – Illustration du passage de Thévenin à Norton

Pour trouver la résistance  $R_{Th}$  on met en *court-circuit* les générateurs de tensions et en *circuit ouvert* les générateurs de courant. Ensuite, on enlève la résistance et on regarde à ses bornes les *résistances* et on trouve donc *l'équivalent des résistances*. On peut faire cela uniquement avec des générateurs **non commandés**.

Pour trouver le *courant de Norton* et la *tension de Thévenin* (on est **obligé** de passer par cette étape en premier avec des *sources commandées*). Pour *Thévenin* on met notre résistance en *circuit ouvert* et on trouve le voltage à ses bornes.

Pour *Norton* on met notre résistance en *court-circuit* et on trouve le courant circulant dans ce fil.

### Conseil Norton Thévenin

Lorsqu'on travaille avec des courants, on utilise la loi des *noeuds* et une fois qu'on a toutes les équations, on utilise la loi des *mailles* qui permet d'utiliser nos courants et tout simplifier.

### Dualité étoiles-triangle

Dans un circuit électrique, on peut faire face à des arrangements de résistances en *triangle* qui sont compliqués à transformer en *résistance équivalente*.

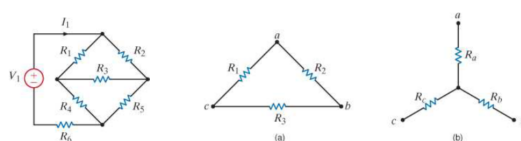


FIGURE 1.3 – Passage d'une forme de triangle à une forme d'étoiles

Les équations sont :

$$R_1 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_b} \quad (1.8)$$

$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (1.9)$$

# Chapitre 2

## Cours 2

### 2.1 Suite des bases

#### Thévenin avec sources dépendantes

Pour trouver  $R_{Th}$  on va rajouter à la borne connectant l'autre circuit une source de tension. Puis on détermine les tensions à borne ouverte et le courant en *court-circuit*.

#### Transfert maximal de puissance

Pour trouver la puissance maximale dans une résistance, on peut faire varier le courant et donc le voltage. Ici, on a réalisé un diviseur résistif très simple pour démontrer la formule de puissance de résistance donné par 1.5, on obtient donc ceci dans notre circuit :

$$\frac{\partial}{\partial R_2} \left( \frac{V^2 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \right) = 0 \quad (2.1)$$

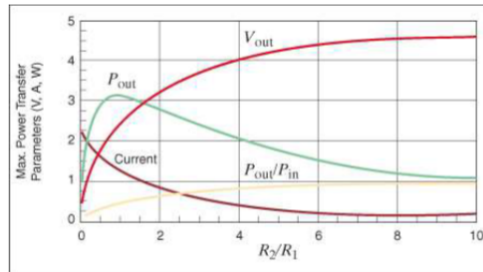


FIGURE 2.1 – Graphique montrant l'évolution de la puissance dans une résistance

#### Le quadripole à 2 accès

Le quadripole à 2 accès se reposent sur 2 principes, il faut qu'il n'y ait aucune source indépendante interne → donc passif. Il faut également n'avoir que 2 accès, c'est à dire que la somme des entrées est nulle. Pour simplifier, il faut qu'on ait une entrée et sortie comprenant le même courant (voir schéma ci-contre). Le but de cette représentation est une simplification de circuit. De plus, même si ce circuit n'est pas linéaire, on fait des petites variations autour d'une va-

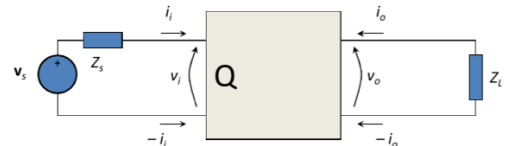


FIGURE 2.2 – Schéma classique d'un quadripole à 2 accès

leur rendant approximativement le circuit linéaire.

Ce type de quadripole peut être réalisé de 4 manières différentes détaillées ci-dessus.

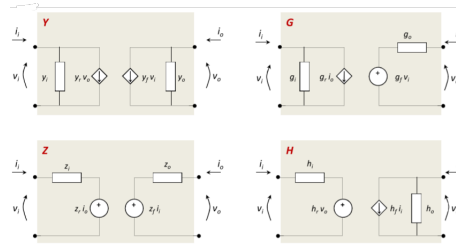


FIGURE 2.3 – Les 4 types de quadripoles

On peut facilement représenter ces différents systèmes via des matrices détaillant le système

### 2.1.1 L'amplificateur opérationnelle

L'amplificateur opérationnelle ou *ampli op* est un composant qu'on retrouve abondamment en électronique.

#### Montage inverseur

$$\frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (2.2)$$



## Chapitre 3

# Signaux sinusoïdales et phaseurs

### 3.1 Circuits en régime sinusoïdal

#### 3.1.1 Circuit RC : rappel

Dans cette partie, on s'intéressera surtout au circuit **RC**, il est donc bon de rappeler différentes formules :

$$I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt} \quad (3.1)$$

$$V_R(t) = RI(t) \quad (3.2)$$

$$RC \frac{dV_C(t)}{dt} = -(V_C(t) - V_S(t)) \quad (3.3)$$

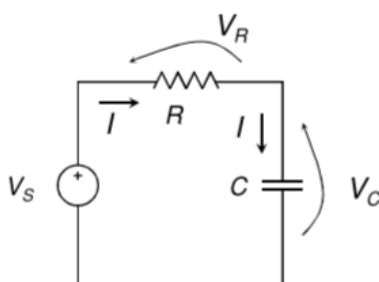


FIGURE 3.1 – Circuit RC en régime sinusoïdal

Il est à noter que l'équation 3.3 est une équation propre au circuit de la figure 3.1.1. Il est bon de remarquer que *maintenant*, les courants et tension sont *dépendantes du temps*. La *constante de temps* est  $\tau = RC$  et apparait dans la résolution de *l'équation différentielle*.

#### 3.1.2 Circuit LC

Voici les formules pour les circuits LC. (*note* : on dirait que notre source de courant est une source de courant *commandé* mais c'est bien une source de courant **non-commandé**)

$$V_L(t) = L \frac{dI_L(t)}{dt} \quad (3.4)$$

$$V_L(t) = GI_G(t) \quad (3.5)$$

$$GL \frac{dI_L(t)}{dt} = -(I_L(t) - I_S(t)) \quad (3.6)$$



FIGURE 3.2 – Circuit LC en régime sinusoïdal

Il est à noter que l'équation 3.6 est une équation propre au circuit de la figure 3.1.2. La *constante de temps* est  $\tau = GL$

### 3.1.3 Régime sinusoïdal

Quelques notions à bien comprendre :

- La phase est établi par l'observateur car c'est lui qui définit "*le début de la sinusoïdale*"
- Un cosinus est un sinus *déphasé* de  $\frac{\pi}{2}$

#### Analyse circuit RC

Si on a une source de courant sinusoïdale :

$$V_s(t) = V_p \cos(\omega t) \quad (3.7)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \quad (3.8)$$

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t) = V_p \cos(\omega t) \quad (3.9)$$

L'équation 3.9 correspond à l'équation différentielle et à pour solution :

$$\begin{cases} V_C(0) = 0 \\ V_C(t) = \frac{V_p}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \left[ -\cos(\varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} + \cos(\omega t + \varphi) \right] \end{cases} \quad (3.10)$$

L'équation 3.10 nous indique plusieurs choses :

1. La partie en **bleu** nous montre une atténuation du signal.
2. La partie en **brun** nous montre une partie *transitoire* dû à la capacité qui se charge doucement avant d'arriver à un état stable.
3. La partie en **vert** est le *déphasage* du signal qui est créé par le caractère "*dérivateur*" d'une capacité

### 3.1.4 Les Phaseurs

On utilise des **phaseurs** pour des circuits :

- *linéaires*
- ne possédant *qu'une source indépendante*
- on a une source de fréquence  $\omega/2\pi$
- le circuit est *en régime*

Donc tous les autres *courants dépendants* ont

- une *forme* ressemblant à la source
- la *même fréquence*
- une *amplitude différente*
- une *phase différente*

Seulement si cela est respecté, alors on peut utiliser les **phaseurs** :

$$\mathbf{V} = V_M e^{j\psi_V} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{I} = I_M e^{j\psi_I} \quad (3.12)$$

En électricité, on représente le nombre complexe par  $j$ .  $\psi$  représente les phases.

L'utilisation des *phaseurs* vient de l'idée de la *formule d'Euler* où quand on ajoute une partie imaginaire, cela n'affecte pas la partie *réelle*. Donc on peut faire ceci :

$$\begin{cases} A \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow A \cos(\omega t + \varphi) + j A \sin(\omega t + \varphi) & -\frac{\pi}{2} \geq \varphi \geq \frac{\pi}{2} \\ A \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow [A e^{j\varphi}] e^{j\omega t} \end{cases} \quad (3.13)$$

Ici, la deuxième équation utilise des *phaseurs* (mis entre parenthèses, l'utilisation de phaseurs va simplifier notre notation surtout en dérivée et intégrale :

$$\frac{d}{dt} [A e^{j\varphi}] e^{j\omega t} = [j\omega A e^{j\varphi}] e^{j\omega t} \quad (3.14)$$

$$\int [A e^{j\varphi}] e^{j\omega t} = \left[ \frac{1}{j\omega} A e^{j\varphi} \right] e^{j\omega t} \quad (3.15)$$

Il est important de se rappeler que lorsqu'on travaille en *complexe*, multiplier par  $j$  revient à faire une rotation *anti-horlogé* de  $\frac{\pi}{2}$ .

### 3.1.5 Analyse de circuits

Passer en phaseur est une opération **linéaire** donc toutes les lois de *Kirchoff* et théorèmes de la *théorie des circuits* restent **valables**.

Élément	Résistance	Inductance	Capacité
Paramètre	$\mathbf{Z} = R$	$\mathbf{Z} = j\omega L$	$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C}$
$\mathbf{Z} = \frac{1}{\mathbf{Y}}$	$\mathbf{Y} = \frac{1}{R}$	$\mathbf{Y} = \frac{1}{j\omega L}$	$j\omega C$
Équation constitutive	$V = \mathbf{Z}I$ $I = \mathbf{Y}V$	$V = \mathbf{Z}I$ $I = \mathbf{Y}V$	$V = \mathbf{Z}I$ $I = \mathbf{Y}V$

Pour des **dipôles** :

Impédance d'un dipôle	Admittance d'un dipôle
$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I}$	$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{V}$
$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{ \mathbf{V} }{ \mathbf{I} } e^{j(arg(\mathbf{V}) - arg(\mathbf{I}))} = \frac{V}{I} e^{j(\psi_V - \psi_I)}$	$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}} =  \mathbf{Y}  e^{j(arg(\mathbf{Y}))} = Y e^{j(\varphi)}$

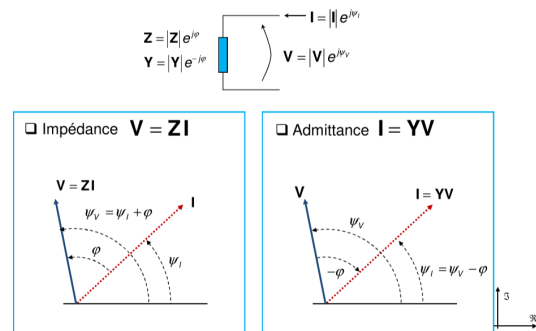
On a différentes notations pour  $\mathbf{Z}$  :

$$\mathbf{Z} = |\mathbf{Z}| e^{jarg(\mathbf{Z})} = Z e^{j\varphi} \quad \text{représentation polaire} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{Z} = R + jX \quad \text{représentation cartésienne} \quad (3.17)$$

$R$  est la *résistance* et  $X$  la *réactance*. Si cette dernière est **négative**, on a affaire à une *capacité*. Si elle est **positive**, il s'agit d'une *inductance*.

Donc on voit clairement que notre vecteur  $\mathbf{Z}$  a une composante *complexe* et *réelle*. Et cela vaut de même pour le vecteur  $\mathbf{Y}$ .



### Impédance de résistance pure

- $\mathbf{V} = R\mathbf{I}$  et donc  $\mathbf{Z} = R$
- Tension en phase :  $\varphi = 0 \rightarrow \mathbf{V} = RI_M e^{j\psi_I}$
- Admittance :  $\mathbf{Y} = G = \frac{1}{R}$

### Impédance d'inductance pure

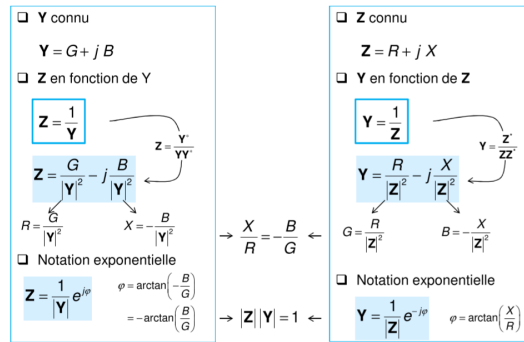
- $\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$  et donc  $\mathbf{Z} = j\omega L$
- Tension en **avance** sur le courant :  $\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \mathbf{V} = \omega LI_M e^{j(\psi_I + \frac{\pi}{2})}$
- Admittance :  $\mathbf{Y} = jB = \frac{1}{j\omega L}$

### Impédance de capacité pure

- $\mathbf{I} = j\omega C\mathbf{V}$  et donc  $\mathbf{Y} = j\omega C$
- Tension en retard sur le courant :  $\varphi = \frac{-\pi}{2} \rightarrow \mathbf{I} = \omega CV_M e^{j\psi_V + \frac{\pi}{2}}$
- Impédance :  $\mathbf{Z} = jX = \frac{1}{j\omega C}$

Attention à bien remarquer l'utilisation d'une impédance au lieu d'une admittance comme précédemment.

### Même dipôle



### 3.1.6 Admittance équivalente à une impédance

A une **fréquence précise**, tout dipôle en série peut être remplacé par un dipôle en parallèle.

En effet, il suffit de recréer le même vecteur. Dans le cas en **série**, on impose le courant donc :

$$V_R = |\mathbf{Z}| \cos(\varphi) \mathbf{I} \rightarrow \mathbf{Z} = R \quad (3.18)$$

$$V_L = |\mathbf{Z}| \sin(\varphi) \mathbf{I} \rightarrow \mathbf{Z} = \omega L \quad (3.19)$$

$$(3.20)$$

Et dans le second cas, on impose la tension au borne :

$$\mathbf{I} = \mathbf{V}\mathbf{Y} \quad (3.21)$$

$$I_R = \frac{1}{|\mathbf{Z}|} \cos(\varphi) \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} \quad (3.22)$$

$$I_L = \frac{|\mathbf{Z}|}{\sin(\varphi)} \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{Y} = \frac{1}{\omega L} \quad (3.23)$$

Il faut bien se rendre compte que cet équivalent est uniquement valable pour une **même fréquence**. Car le  $|\mathbf{Z}|$  varie ainsi que le déphasage  $\varphi$ .

Pour faire la différence quand on a des graphes comme ci-dessous, on peut voir que à basse fréquence (donc quasi DC) aucun courant ne passe dans la capacité pour un circuit en parallèle. Cela implique qu'on a pas de déphasage car tout le courant passe dans la résistance. De plus, l'impédance est quasi constante. (on peut prouver un équivalent la même chose pour le circuit en série)

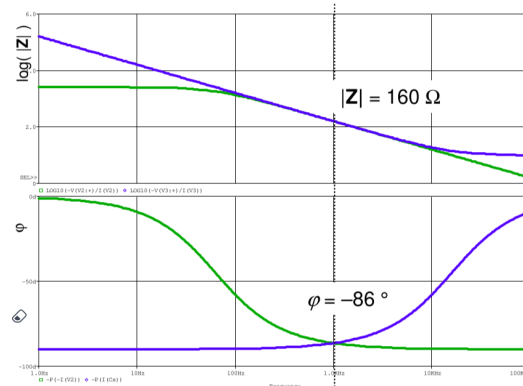


FIGURE 3.3 – En bleu le circuit en série, en vert le circuit en parallèle

### 3.1.7 Addition Impédance

Comme dit au début du chapitre, on conserve toutes les lois classiques des circuits en courant continu. Cela implique que :

- Pour les impédances :
  - On additionne simplement les impédances en série.
  - On réalise la formule  $\frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$  pour des impédances en parallèle.
- Pour les admittances :
  - On réalise la formule  $\frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$  pour des admittances en série.
  - On additionne simplement les admittances en parallèle.

Cette *dualité* impédances admittances est très utile et simplifie de nombreux calculs pour les circuits AC.

### 3.1.8 Thévenin et Norton

On fait les mêmes démarches qu'en DC, il faut faire attention aux impédances complexes et les sources de courants et tension qui sont des *phaseurs*.

## Chapitre 4

# Comportement des circuits en domaine fréquentielle

Nous avons déjà vu que la *fréquence* influence notre *impédance* et *phase*.

### 4.1 Diagramme de Bode

Le Diagramme de Bode est une façon conventionnelle de représenter un circuit selon une évolution de la fréquence. Ce type de graphe utilise des axes logarithmiques avec en axe **X** la fréquence et en axe **Y** notre valeur d'intérêt (ici, un courant)

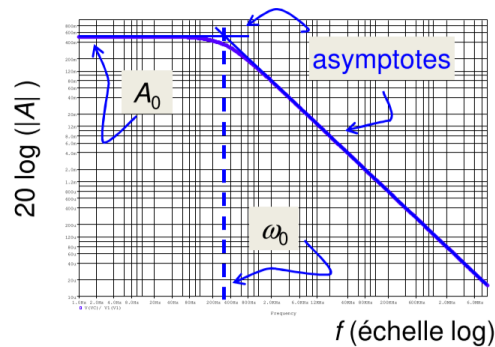


FIGURE 4.1 – Exemple pour  $A = A_0 \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$