مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity

السؤال الأول:

لتكن (a_n) هي متتابعة أعداد صحيحة، معرفة كالتالي: $a_1 = 1$ و

$$a_{n+1} = a_n^2 + n \cdot a_n$$

لكل $n \geq 1$. لتكن S مجموعة كل الأعداد الأولية p التي تحقق أنه يوجد ترقيم i بحيث $p \mid a_i$. أثبت أن المجموعة S مجموعة غير منتهية ولكنها ليست مجموعة كل الأعداد الأولية.

السؤال الثاني

ليكن $ABCD$ رباعيًا دائريًا، ودائرته المحيطة Ω. ليكن المماس ل Ω عند D يقطع الشعاعين BA, BC في E, F تواليًا. تم اختيار النقطة T داخل المثلث ABC بحيث $TE \parallel CD, TF \parallel AD$. لتكن $K \neq D$ نقطة على القطعة المستقيمة DF بحيث $TD = TK$. أثبت أن المستقيمات AC, DT, BK تتقاطع في نقطة واحدة.

السؤال الثالث:

أوجد كل الدوال الغير ثابتة $f : Q^+ \to Q^+$ التي تحقق المعادلة

$$f(ab+bc+ca) = f(a)f(b) + f(b)f(c) + f(c)f(a)$$

لكل $a, b, c \in Q^+$

زمن الاختبار 4 ساعات ونصف

7 درجات لكل سؤال

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد