



السؤال الأول:

نرمز لحاصل ضرب جميع عناصر المجموعة الغير خالية  $T$  بالرمز  $p(T)$ . هل يوجد مجموعة  $T$  ذات 2021 عنصر بحيث يكون  $p(T) - a$  عددًا صحيحًا فرديًا لكل  $a \in T$  في الحالتين التاليتين:  
(a) كل عناصر  $T$  أعداد غير نسبية.  
(b) أحد عناصر  $T$  على الأقل عدد نسبي.

السؤال الثاني

أوجد كل الأعداد الصحيحة الموجبة  $n$  بحيث  $n$  عدد تام و  $\varphi(n)$  له من قوى العدد 2.  
ملاحظة 1: يُقال أن العدد الصحيح الموجب  $n$  تام إذا كان مجموع جميع قواسمه يساوي  $2n$ .  
ملاحظة 2:  $\varphi(n)$  ترمز لعدد قواسم العدد  $n$ .

السؤال الثالث:

لتكن  $I, I_A$  هما المركز الداخلي والمركز الخارجي المقابل للرأس  $A$  في المثلث  $ABC$  الحاد الزوايا والذي فيه  $AB < AC$ . لتكن الدائرة الداخلية تمس  $BC$  في  $D$ ، والمستقيم  $AD$  يقطع  $BI_A, CI_A$  في  $E, F$  تواليًا. أثبت أن الدائرتين المحيطيتين بالمثلثين  $AID, I_AEF$  تمس كل منهما الأخرى.

زمن الاختبار 4 ساعات ونصف

7 درجات لكل سؤال

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد