



السؤال الأول

لكل الأعداد الحقيقية الغير سالبة x, y, z و $x \geq y$ اثبت المتباينة:

$$\frac{x^3 - y^3 + z^3 + 1}{6} \geq (x - y)\sqrt{xyz}$$

السؤال الثاني

ليكن ABC مثلثاً مختلف الأضلاع وحاد الزوايا، مركزه المحيط O . لتكن ω هي الدائرة التي مركزها A وتمس BC عند D . افترض أن النقطتين F, G على ω بحيث $FG \perp AO$ و $\angle BFD = \angle DGC$ وزوجي النقط (B, F) و (C, G) في نصفي مستويين مختلفين بالنسبة للمستقيم AD . برهن أن المماسين لـ ω عند F, G يتقاطعان على الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

السؤال الثالث

تم تلوين خلايا الجدول 11×11 باستخدام n لون (تم تلوين كل خلية بلون واحد فقط). لكل لون: عدد خلايا ذلك اللون لا تقل عن 7 ولا تزيد عن 13. اثبت أنه يوجد على الأقل صف أو عمود يحتوي خلايا أربعة ألوان مختلفة.

السؤال الرابع

ليكن $a_1 \in \mathbb{Z}$, $a_2 = a_1^2 - a_1 - 1, \dots, a_{n+1} = a_n^2 - a_n - 1$. اثبت أن a_{n+1} و $2n + 1$ أوليان نسبياً.

الزمن 4 ساعات ونصف

كل سؤال 10 نقاط

مع أطيب التمنيات بالتوفيق