

## ТРИДЦАТЬ ТРЕТИЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, сложный вариант, 18 марта 2012 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты)

---

баллы    задачи

- 4      1. В ряд лежит четное число групп. Массы любых двух соседних групп отличаются не более, чем на 1 г. Докажите, что можно все группы разложить по две в одинаковые пакеты и выложить пакеты в ряд так, чтобы массы любых двух соседних пакетов тоже отличались не более, чем на 1 г.

*А. В. Шаповалов*

- 4      2. На плоскости отмечены 100 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Саша разбивает точки на пары и соединяет точки в каждой паре отрезком. Всегда ли он может сделать это так, чтобы каждые два отрезка пересекались?

*А. В. Шаповалов*

- 6      3. В бригаде сторожей у каждого есть разряд (натуральное число). Сторож  $N$ -го разряда  $N$  суток дежурит, потом  $N$  суток спит, снова  $N$  суток дежурит,  $N$  — спит, и так далее. Известно, что разряды любых двух сторожей различаются хотя бы в три раза. Может ли такая бригада осуществлять ежедневное дежурство? (Приступить к дежурству сторожа могут не обязательно одновременно, в один день могут дежурить несколько сторожей.)

*А. С. Бердников*

- 6      4. В клетках таблицы  $n \times n$  стоят знаки «+» и «-». За ход разрешается в любой строке или в любом столбце изменить все знаки на противоположные. Известно, что из начальной расстановки можно за сколько-то ходов сделать все знаки в таблице плюсами. Докажите, что этого можно добиться, сделав не более  $n$  ходов.

*А. Я. Канель-Белов*

- 8      5. Пусть  $p$  — простое число. Набор из  $p + 2$  натуральных чисел (не обязательно различных) назовем «интересным», если сумма любых  $p$  из них делится на каждое из двух оставшихся чисел. Найдите все «интересные» наборы.

*А. А. Полянский*

- 8      6. Банк обслуживает миллион клиентов, список которых известен Остапу Бендеру. У каждого клиента есть свой PIN-код из шести цифр, у разных клиентов коды разные. Остап Бендер за один ход может выбрать любого клиента, которого он еще не выбирал, и подсмотреть у него цифры кода на любых  $N$  позициях (у разных клиентов он может выбирать разные позиции). Остап хочет узнать код миллионера Корейко. При каком наименьшем  $N$  он гарантированно сможет это сделать?

*Г. К. Жуков*

- 8      7. В равностороннем треугольнике  $ABC$  провели высоту  $АН$ . В треугольнике  $ABH$  отметили точку пересечения биссектрис  $I$ . В каждом из треугольников  $ABI$ ,  $BCI$  и  $CAI$  отметили по точке пересечения биссектрис —  $L$ ,  $K$  и  $J$  соответственно. Найдите величину угла  $KJL$ .

*К. Голубев*