

السؤال الاول:

أوجد كل الأعداد الصحيحة الموجبة a, b, c والعدد الأولي p التي تحقق:

$$37p^2 + 6 = 9a^2 + 17b^2 + 17c^2$$

السؤال الثاني

يوجد ست نقاط على الدائرة O وهي A, B, C, D, E, F بهذا الترتيب مع عكس دوران عقارب الساعة. $BD \perp CF$ و CF, BE, AD تتقاطع في نقطة واحدة. M مسقط B على AC و N مسقط D على CE . برهن أن $AE \parallel MN$.

السؤال الثالث:

اعتبر المتتابة a_1, a_2, a_3, \dots معرفة كالتالي: $a_1 = 9$ و $a_{n+1} = \frac{(n+5)a_n + 22}{n+3}$ لكل $n \geq 1$. أوجد كل الأعداد الصحيحة الموجبة n التي تجعل a_n مربعاً كاملاً.

السؤال الرابع:

لتكن F هي مجموعة كل المتتابعات $(a_1, a_2, \dots, a_{2020})$ حيث $a_i \in \{1, -1\}$ لكل $i = 1, 2, \dots, 2020$. أثبت أنه يوجد مجموعة S بحيث $S \subset F$ و $|S| = 2020$ و لأي $(a_1, a_2, \dots, a_{2020}) \in F$ يوجد $(b_1, b_2, \dots, b_{2020}) \in S$ بحيث $\sum_{i=1}^{2020} a_i b_i = 0$.

زمن الاختبار أربع ساعات ونصف

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد