



## السؤال العاشر

يوجد (a) 2022 ، (b) 2023 طبق موضوع على طاولة مستديرة وعلى كل منها عملة واحدة. تلعب أليس وبوب لعبة تستمر في جولات إلى أجل غير مسمى على النحو التالي: في كل جولة، تختار أليس أولاً طبقاً يوجد عليه عملة واحدة على الأقل. ثم ينقل بوب عملة واحدة من هذا الطبق إلى إحدى الطبقين المجاورين، للطبق المختار. حدد ما إذا كان من الممكن أن يختار بوب حركته بحيث لا يوجد أكثر من عملتين على أي طبق، بغض النظر عن كيفية اختيار أليس لحركاتها.

## السؤال الحادي عشر

أوجد كل الأعداد الصحيحة الموجبة  $n$  التي لها الخاصية التالية: الـ  $k$  قاسم الصحيح الموجب للعدد  $n$  لها تبديله  $(d_1, d_2, \dots, d_k)$  بحيث لكل  $i = 1, 2, \dots, k$  يكون العدد  $d_1 + d_2 + \dots + d_i$  مربعاً كاملاً.

## السؤال الثاني عشر

لتكن  $A, B, C, D$  نقاط على المستقيم  $l$  بهذا الترتيب، بحيث  $AB = CD$ . لتكن  $(P)$  دائرة ما تمر بالنقطتين  $A, B$ ، وليكن المماسين لها عند  $A, B$  هما  $a, b$  توالياً. لتكن  $(Q)$  دائرة ما تمر بالنقطتين  $C, D$ ، وليكن المماسين لها عند  $C, D$  هما  $c, d$  توالياً. افترض أن  $a$  يقطع  $c, d$  في  $K, L$  توالياً، وأن  $b$  يقطع  $c, d$  في  $M, N$  توالياً. أثبت أن النقاط الأربع  $K, L, M, N$  تقع على نفس الدائرة  $(\omega)$ ، وأن المماسين المشتركين الخارجيين للدائرتين  $(P), (Q)$  يتقاطعان في نقطة تقع على  $(\omega)$ .

زمن الاختبار 4 ساعات ونصف

7 درجات لكل سؤال

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد