التدريب المكثف 2021– هندسة 2

(1) في المثلث ΔABC لدينا $\angle BAC=60^\circ$. النقطتان D,E هما مسقطي النقطة A على المنصفين الخارجيين للزاويتين $\angle ABC,\angle ACB$ على الترتيب. النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة للمثلث ΔABC . أثبت أن الدائرتين المحيطيتين للمثلثين $\Delta ADE,\Delta BOC$ متماستان.

(2) في شبه المنحرف $ABCD$ لدينا $AB \parallel CD, AB>CD$. الدائرة الداخلية للمثلث ΔABC تمس الضلعين AB,AC في M,N على الترتيب. أثبت أن مركز الدائرة الداخلية لشبه المنحرف $ABCD$ يقع على المستقيم MN .

(3) في المثلث الحاد الزوايا ΔABC لدينا النقطة O هي مركز دائرته المحيطة، والنقطة H هي نقطة تقاطع ارتفاعاته. لتكن النقطة X تقع على الدائرة المحيطة للمثلث ΔABC وهي أيضا مركز الدائرة المحيطة للمثلث ΔBHC . النقطة O' هي صورة النقطة O حول X. النقطة K هي نقطة تقاطع $XH,O'A$. إذا كانت النقاط L,M,N هي منتصفات القطع المستقيمة XB,XC,BC على الترتيب. أثبت أن K,M,N,L تقع على دائرة واحدة.

(4) في المثلث الحاد الزوايا ΔABC أنشأنا خارجه المثلثين القائمين $\Delta AEC,\Delta ADB$. حيث $\angle D=\angle E=90^\circ$ وكذلك $\angle BAD=\angle CAE$. النقاط A_1,B_1,C_1 هي على الترتيب مساقط الرؤوس A,B,C على الأضلاع BC,AC,AB . النقطتين K,L منتصفي CB_1,BC_1 على الترتيب. اثبت أن مراكز الدوائر المحيطة للمثلثات $\Delta AKL,\Delta A_1B_1C_1,\Delta DEA_1$ تقع على استقامة واحدة.

(5) في المثلث الحاد الزوايا ΔABC . الضلع AB هو أقصر الأضلاع. النقطة D هي منتصف الضلع AB . النقطة P تقع داخل المثلث ΔABC بحيث:

$$\angle CAP=\angle CBP=\angle ACB.$$

النقطتان N,M مسقطي النقطة P على كل من AC,BC على الترتيب. رسم المستقيم p يمر بالنقطة M ويوازي AC ، ورسم المستقيم q يمر بالنقطة N ويوازي BC . النقطة K هي نقطة تقاطع كل من المستقيمين p,q. فأثبت أن النقطة D هي مركز الدائرة المحيطة للمثلث ΔMNK .

(6) في المثلث الحاد الزوايا ΔABC ..رسم المستقيمان $\ell_1\ell_2$ عمودان على الضلع AB عند الرأسين A,B على الترتيب. النقطة M هي منتصف الضلع AB. العمودان المرسومان من M إلى الضلعين AC,BC يقطعان المستقيمين $\ell_1\ell_2$ على الترتيب في النقطتين E,F . إذا كانت النقطة D هي نقطة تقاطع EF,MC فأثبت أن $\angle ADB=\angle EMF$.

(7) النقطة P تقع خارج الدائرة Ω . رسم المماسان PA, PB فمسا الدائرة Ω في A, B. كما رسم AM متوسطا في المثلث ΔABC حيث M تقع على BC. إذا كان AM يقطع الدائرة Ω في C والمستقيم PC كذلك يقطع الدائرة في D. أثبت أن $AD \parallel BP$.

(8) لدينا الدائرة ω مركزها ونصف قطرها (O, R). النقطتان A, B يقعان على الدائرة ω ولا ينتميان لقطرها. المنصف الداخلي للزاوية $\angle ABO$ يقطع الدائرة ω عند C . الدائرة ω_1 هي الدائرة المحيطة للمثلث ΔAOB تقطع AC في K . الدائرة ω_2 هي الدائرة المحيطة للمثلث ΔAOC تقطع AC في L.
أثبت أن K هي مركز الدائرة المحيطة للمثلث ΔAOC وأن النقطة L هي مركز الدائرة الداخلية للمثلث ΔAOB.

(9) في المثلث الحاد الزوايا ΔABC لدينا الارتفاع الخارج من الرأس B والذي هو AH حيث النقطة H تقع على الضلع AC. النقطتان D, E منتصفي الضلعين AB, AC على الترتيب. النقطة F هي صورة النقطة H بالانعكاس حول المستقيم DE. اثبت أن مركز الدائرة المحيطة للمثلث $\triangle ABC$ يقع على المستقيم BF.

(10) في المثلث الحاد الزوايا ΔABC لدينا النقاط M, N, K هي منتصفات أضلاعه BC, AC, AB عل الترتيب. رسمت نصفي الدائرتين ω_B, ω_C قطريهما AB, AC على الترتيب. المستقيم MK يقطع ω_B في X، المستقيم MN يقطع ω_A في Y. إذا كانت النقطة Z هي نقطة تقاطع المماس المرسوم من Y مع المماس المرسوم من X. اثبت أن المستقيم ZA عمودي على BC.

(11) لدينا الدائرتين ω_1, ω_2 مركزيهما O_1, O_2 على الترتيب ويتقاطعان في A, B. النقطة X تقع على الدائرة ω_2. النقطة Y تقع على الدائرة ω_1 بحيث $\angle XBY = 90°$. المستقيم O_1X يقطع ω_2 للمرة الثانية في E. إذا قطع المستقيم YE الدائرة ω_2 في K. اثبت أن X منتصف القوس AK.

(12) في المثلث الحاد الزوايا ΔABC لدينا $AB = AC$. النقاط X, Y, Z تقع على أضلاعه BC, AB, AC على الترتيب بحيث $\angle YXB = \angle ZXC$. المستقيم الموازي للمستقيم YZ والمار بنقطة B ويقطع XZ في T. أثبت أن النقطة T تقع على منصف زاوية $\angle BAC$.

(13) في الدائرة ω لدينا AB قطر. النقطتين C, D تقع على ω وفي جهتين مختلفتين عن القطر AB. المستقيم الموازي للمستقيم AC ويمر بالنقطة D يقطع AB في E، والمستقيم الموازي للمستقيم AD ويمر بالنقطة C يقطع AB في F. النقطتان X, Y تقعان على الترتيب على BD, BC بحيث $\angle XEA = \angle YFA = 90°$. أثبت أن محيط المثلث ΔAXY يساوي ضعف طول القطعة المستقيمة CD.