السؤال الرابع

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع بحيث $AC = BC$. تم اختيار النقطة P على امتداد القطعة المستقيمة AB خلف B. الدائرة المحيطة بالمثلث ACD تقطع القطعة المستقيمة PD مرة أخرى في Q، والدائرة المحيطة بالمثلث APQ تقطع القطعة المستقيمة PC مرة أخرى في R. أثبت أن المستقيمات CD, AQ, BR تتقاطع في نقطة واحدة.

السؤال الخامس

معطى n عدد صحيح موجب، أوجد أصغر قيمة للمقدار

$$\left\lfloor \frac{a_1}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{a_2}{2} \right\rfloor + \ldots + \left\lfloor \frac{a_n}{n} \right\rfloor$$

على كل تبديلات $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ على $(1, 2, \ldots, n)$.

السؤال السادس

تتكون مملكة "أنيسوتروبي" من n مدينة. لكل مدينتين يوجد طريق واحد مباشر باتجاه واحد بينهما. يقال إن المسار من X إلى Y هو سلسلة من الطرق إذا كان يمكن للمرء الانتقال من X إلى Y على طول هذا التسلسل دون العودة إلى مدينة تمت زيارتها بالفعل. يقال لمجموعة مسارات أنها "متنوعة" إذا لم يكن هناك طريق ينتمي إلى مسارين أو أكثر في المجموعة.

بفرض أن A و B مدينتان مختلفتان في تلك المملكة. ليكن N_{AB} يشير إلى العدد الأقصى من المسارات في مجموعة متنوعة من المسارات من A إلى B. وبالمثل، ليكن N_{BA} تشير إلى العدد الأقصى من المسارات في مجموعة متنوعة من المسارات من B إلى A. أثبت أن المساواة $N_{AB} = N_{BA}$ تتحقق إذا وفقط إذا كان عدد الطرق الخارجة من A هو نفس عدد الطرق الخارجة من B.

زمن الاختبار 4 ساعات ونصف

7 درجات لكل سؤال

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد