This file was provided by: Saudi International Olympiad Teams Math T

Saudi International Olympiad Tean Math Team TST JBMO 2019, May 19

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع King Abdulariz & his Companions Foundation for Gittedness & Creativity



السؤال الأول

النقطة E تقع داخل متوازي الأضلاع ABCD بحيث $ABCD = \angle BAE = \angle BCE$. أثبت أن مراكز الدوائر المحيطة بالمثلثات ABE, BCE, CDE, DAE تقع على دائرة واحدة.

السؤال الثاني

أ-أثنت المتباينة التالية لكل الأعداد الحقيقية الموجبة a, b, c:

$$\frac{a^3}{a^2 + bc} + \frac{b^3}{b^2 + ca} + \frac{c^3}{c^2 + ab} \ge \frac{(a^2 + b^2 + c^2)(ab + bc + ca)}{a^3 + b^3 + c^3 + 3abc}$$

ب-متى تتحقق حالة المساواة في المتباينة أعلاه؟

ر السؤال الثالث

أوجد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من أربع خانات \overline{abcd} التي تحقق العلاقة التالية:

$$.\overline{abcd} = a^{a+b+c+d} - a^{-a+b-c+d} + a$$

السؤال الرابع

جميع خلايا اللوح ذي القياس 8×8 بيضاء. يلعب عمر وأسعد اللعبة التالية: في البداية يُلَوّن عمر n خلية باللون الأحر، ثم يقوم أسعد باختيار 4 صفوف و4 أعمدة ويلوّن جميع خلاياها باللون الأسود. يفوز عمر إذا تبقّت خليّة حمراء على الأقل. أوجد أصغر قيمة ممكنة لـ n بحيث يمكن لعمر الفوز بغض النظر عن حركة أسعد.

الزمن 4 ساعات ونصف كل سؤال 10 نقاط مع أطيب التمنيات بالتوفيق