ТРИДЦАТЬ ЧЕТВЁРТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 7 октября 2012 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

4 — 1. Таблица $m \times n$ заполняется по правилам игры «Сапёр»: в некоторые клетки ставят по мине, а в каждую из остальных клеток записывают количество мин в клетках, соседних с данной клеткой (по стороне или вершине). Может ли увеличиться сумма всех чисел в таблице, если все «старые» мины убрать, во все ранее свободные от мин клетки поставить мины, после чего заново записать числа по правилам?

А. Ю. Эвнин

2. Даны выпуклый многогранник и сфера, которая пересекает каждое ребро многогранника в двух точках. Точки пересечения со сферой делят каждое ребро на три равных отрезка. Обязательно ли тогда все грани многогранника:

2 — а) равные многоугольники;

3 — б) правильные многоугольники?

Г. А. Гальперин

5 — 3. В классе 20 школьников. Было устроено несколько экскурсий, в каждой из которых участвовало хотя бы четверо школьников этого класса. Докажите, что найдётся такая экскурсия, что каждый из участвовавших в ней школьников этого класса принял участие по меньшей мере в $1/17$ всех экскурсий.

Н. К. Верещагин

4. Пусть $C(n)$ — количество различных простых делителей числа n.

2 — а) Конечно или бесконечно число таких пар натуральных чисел (a, b), что $a \neq b$ и

$$C(a+b) = C(a) + C(b)?$$

3 — б) А если при этом дополнительно требуется, чтобы $C(a+b) > 1000$?

Г. К. Жуков

5 — 5. Из 239 неотличимых на вид монет две — одинаковые фальшивые, а остальные — одинаковые настоящие, отличающиеся от фальшивых по весу. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь выяснить, какая монета тяжелее — фальшивая или настоящая? Сами фальшивые монеты находить не нужно.

К. А. Кноп