



السؤال الأول

النقطة E تقع داخل متوازي الأضلاع $ABCD$ بحيث $\angle BAE = \angle BCE$. أثبت أن مراكز الدوائر المحيطة بالمثلثات ABE, BCE, CDE, DAE تقع على دائرة واحدة.

السؤال الثاني

أثبت المتباينة التالية لكل الأعداد الحقيقية الموجبة a, b, c :

$$\frac{a^3}{a^2 + bc} + \frac{b^3}{b^2 + ca} + \frac{c^3}{c^2 + ab} \geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2)(ab + bc + ca)}{a^3 + b^3 + c^3 + 3abc}$$

ب-متى تتحقق حالة المساواة في المتباينة أعلاه؟

السؤال الثالث

أوجد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من أربع خانات \overline{abcd} التي تحقق العلاقة التالية:

$$\overline{abcd} = a^{a+b+c+d} - a^{-a+b-c+d} + a$$

السؤال الرابع

جميع خلايا اللوح ذي القياس 8×8 بيضاء. يلعب عمر وأسعد اللعبة التالية: في البداية يُكوّن عمر n خلية باللون الأحمر، ثم يقوم أسعد باختيار 4 صفوف و 4 أعمدة ويلون جميع خلاياها باللون الأسود. يفوز عمر إذا تبقت خلية حمراء على الأقل. أوجد أصغر قيمة ممكنة لـ n بحيث يمكن لعمر الفوز بغض النظر عن حركة أسعد.

الزمن 4 ساعات ونصف

كل سؤال 10 نقاط

مع أطيب التمنيات بالتوفيق