

السؤال الأول:

عين كل القيم الصحيحة الموجبة للأعداد k, m, n حيث $m > 2$ ، والتي تحقق العلاقة:

$$3^k + 5^k = n^m$$

السؤال الثاني

لتكن O هي المركز المحيط للمثلث الحاد الزوايا ABC الذي فيه $\angle B < \angle C$ ، المستقيم AO يقطع الضلع BC في D . لتكن E, F هما المركزين المحيطين للمثلثين ABD, ACD تواليًا. إذا أخذنا النقطتين G, H على امتداد الضلعين BA, CA تواليًا (في الحالتين خلف A) بحيث تحققان أن $AG = AC, AH = AB$. أثبت أن الشكل الرباعي $EFGH$ مستطيل إذا وفقط إذا كان $\angle ACB - \angle ABC = 60^\circ$.

السؤال الثالث:

لتكن a, b, c, d أعداد حقيقية، بحيث القيمة المطلقة لكل منها أكبر من 1، كما تحقق أن :

$$ab(c + d) + dc(a + b) + a + b + c + d = 0$$

فأثبت أن:

$$\frac{1}{a-1} + \frac{1}{b-1} + \frac{1}{c-1} + \frac{1}{d-1} > 0$$

السؤال الرابع:

ليكن n عددًا صحيحًا موجبًا. لدينا $2n + 1$ كرة موضوعة في صف، كل منها سوداء أو بيضاء. يقال لإحدى هذه الكرات أنها **متوازنة** إذا كان عدد الكرات البيضاء على يسارها مضافًا إليه عدد الكرات السوداء على يمينها يساوي n . عين ما إذا كان عدد الكرات **المتوازنة** زوجيًا أم فرديًا.

زمن الاختبار أربع ساعات ونصف
مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد