



السؤال الأول:

- لدينا مضلع منتظم عدد أضلاعه 100 ضلع، تم تلوين 41 من رؤوسه بالأسود وباقي ال 59 رأسًا بالأبيض. أثبت أنه يوجد 24 رباعيًا محددًا Q_1, Q_2, \dots, Q_{24} رؤوس الرباعيات جميعها رؤوس في المضلع المنتظم ذي 100 ضلع بحيث:
- الرباعيات Q_1, Q_2, \dots, Q_{24} منفصلة متنى.
 - كل رباعي Q_i له ثلاثة رؤوس لها أحد اللونين، والرأس الرابع له اللون الآخر.

السؤال الثاني

ليكن ABC مثلثًا غير متطابق الضلعين، I مركزه الداخلي، ونصف قطره المحيط R . ليكن AL هو المنصف الخارجي لزاوية $\angle BAC$ ، حيث $L \in BC$. لتكن K على العمود المنصف لـ BC بحيث $IL \perp IK$. أثبت أن $OK = 3R$.

السؤال الثالث:

عين كل الدوال $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ بحيث:

$$f^{(a^2+b^2)}(a+b) = af(a) + bf(b)$$

لكل $a, b \in \mathbb{Z}$. هنا f^n ترمز للتكرار رقم n للدالة f . بمعنى $f^{(0)}(x) = x$ و $f^{(n+1)}(x) = f(f^{(n)}(x))$ لكل $n \geq 0$.

زمن الاختبار 4 ساعات ونصف

7 درجات لكل سؤال

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد