



السؤال الأول

معطى عدد صحيح موجب k . أثبت أنه يوجد عدد أولي p بحيث يمكننا اختيار أعداد صحيحة مختلفة $a_1, a_2, \dots, a_{k+3} \in \{1, 2, \dots, p-1\}$ بحيث p تقسم $a_i a_{i+1} a_{i+2} a_{i+3} - i$ لكل $i = 1, 2, 3, \dots, k$.

السؤال الثاني

افترض أن a, b, c, d أعداد حقيقية موجبة تحقق أن $(a+c)(b+d) = ac + bd$. أوجد أصغر قيمة ممكنة للمقدار:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}$$

السؤال الثالث

ليكن p عدد أولي فردي، وليكن $N = \frac{1}{4}(p^3 - p) - 1$. تم تلوين الأعداد $1, 2, \dots, N$ عشوائيًا بلونين؛ أحمر وأزرق. لأي عدد صحيح موجب $n \leq N$ نرمز للنسبة بين عدد الأعداد الصحيحة الحمراء من $\{1, 2, \dots, n\}$ إلى n بالرمز $r(n)$. أثبت أن يوجد عدد صحيح موجب $a \in \{1, 2, \dots, p-1\}$ بحيث $a \nmid r(n)$ لكل $n = 1, 2, \dots, N$.

زمن الاختبار 4 ساعات ونصف

7 درجات لكل سؤال

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد