

(1) تظهر الصورة عشاري فيه كل ضلعين متجاورين يتقابلان على التعامد، وبعض أطوال أضلاعه بالسهم موضحة على الصورة. كم محيط العشاري بالسهم؟



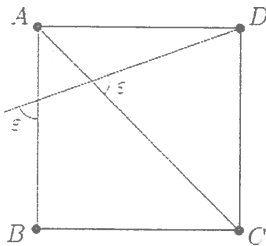
(2) عقرب الدقائق في الساعة الموضحة مفقود. كم عدد الدقائق التي مرت منذ تمام الساعة الرابعة حتى يصل عقرب الساعات للوضع الموضح بالصورة؟

(3) دخل اختبار الطلاب الأربعة: كريم ولؤي وشاري ونايف. إذا علم أن درجاتهم بترتيب ما كانت 2 و 12 و 86 و 6. إذا علمت أيضاً أن:

- درجة كريم كانت بمم درجة شاري.
 - درجة شاري كانت بمم درجة لؤي.
 - درجة نايف كانت بمم درجة لؤي.
 - درجة كريم كانت بمم درجة نايف.
- حيث كلمة بمم تعني إما أكبر أو أصغر (أحدهما فقط في العبارات الأربعة).
ما مجموع درجتي شاري ونايف؟

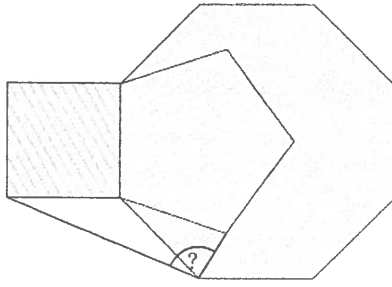
(4) يقف جمال وجابر في ميدان وقررا أن يعدا المنازل حولهما. بدأ كل منهما العد في اتجاه دوران عقارب الساعة ولكن من منزل مختلف. المنزل رقم 4 لجمال كان رقم 16 بالنسبة لجابر، والمنزل رقم 12 لجمال كان رقم 7 بالنسبة لجابر. كم عدد المنازل في هذا الميدان؟

(5) تحتاج دينا أن تنظف ماكينة القهوة بسائل معين. تبعاً لدليل التعليمات هذا السائل ينتج من خلط أربعة أجزاء من الماء وجزء واحد من مركز الخل الذي نسبته 10%. لسوء الحظ لم تتمكن إلا من العثور على زجاجة من الخل المركز في خزانة لها ولكن نسبة تركيزه 40%. كم من أجزاء الماء يجب خلطها مع جزء واحد من الخل المركز بنسبة 40% من أجل الحصول على سائل تنظيف آلة القهوة؟



ملاحظة: يتكون مركز الخل بنسبة $n\%$ من n جزء من الخل و $100-n$ جزء من الماء.

(6) إذا كان ABCD مربعاً. كم قياس الزاوية ε بالدرجات؟



(14) إذا كان الثنائي الرمادي والسادسي المخطط منتظمين، والرابعي المخطط مربع. عين الزاوية المشار لها بعلامة الاستفهام.

(15) الوزير لديه سائق شخصي يترك الوزارة في وقت محدد في الصباح لالتقاط الوزير في مكانه واصطحابه إلى الوزارة. يستيقظ الوزير في نفس الوقت كل يوم وعلى السيارة يأتي بالضبط عندما يكون مستعداً للذهاب. استيقظ الوزير اليوم مبكراً وكان مستعداً للمغادرة قبل ساعة من المعتاد، لذلك قرر السير نحو السيارة (التي غادرت الوزارة كالمعتاد). قابل السيارة وركبها ووصل إلى الوزارة قبل عشرين دقيقة عن المعتاد. كم دقيقة قضى في المشي؟ افترض أن تتحرك السيارة دائماً بنفس السرعة ولا يستغرق الوزير وقتاً لركوب السيارة.

(16) ما هو أصغر عدد صحيح موجب يتكون من رقمين على الأقل وعندما يتم مسح الرقم القائد (أي أقصى اليسار) تصبح النسبة بين العدد الجديد والعدد الأصلي كنسبة 1 إلى 29؟

(17) كم مرة خلال 24 ساعة يتعامد عقرب الساعات وعقرب الدقائق؟

(18) عرفنا العدد المتناظر بأنه العدد الذي يظل ثابت لو عكسنا وضع أرقامه. مثلاً العدد 2018102 متناظر، والصفر لا يمكن أن يكون أحاد للعدد. السؤال كم عدد متناظر مكون من أربع خانات يمكن كتابته كمجموع عددين متناظرين في كل منها ثلاث خانات؟

1	2	3	4
a	b	c	d

(19) أوجد كل الرباعيات المرتبة (a, b, c, d) من الأعداد الصحيحة الموجبة بحيث عندما نستبدل الحروف الموجودة في الجدول أدناه بقيم محددة فإن قيم a, b, c, d ستكون على الترتيب هي عدد الواحدات والاثنيّات والثلاثاء والأربعاء موجودة في الجدول.

(حتى يتضح السؤال انظر الجدول الموضح ستجد أن الرباعي لا يحقق لأن الاثنيّات في الجدول عددها 2 بينما كُتب تحتها 1، عليك إيجاد الرباعيات المرتبة التي تحقق المطلوب)

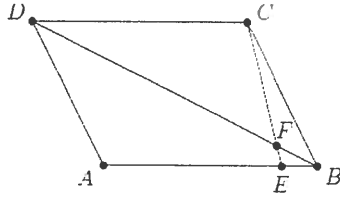
1	2	3	4
3	1	2	1

	9	
14	10	17
	12	

(1) ينقسم المستطيل إلى تسعة مستطيلات أصغر كما هو موضح في الصورة.
الرقم المكتوب داخل أي مستطيل صغير يدل على محيطه.
أوجد محيط المستطيل الكبير .

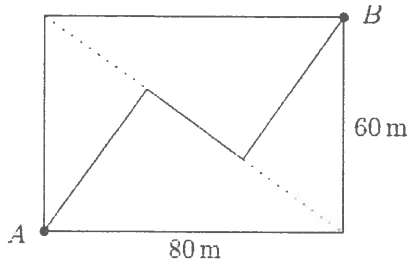
(2) أوجد رقم الآحاد لمجموع المربعات $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2017^2$.

(3) أوجد ناتج : $\frac{0.2}{0.24}$ في صورة $\frac{a}{b}$ حيث a, b عددان صحيحان أوليان نسبياً.
لاحظ $0.2 = 0.22222\dots$ ، وكذلك المقام عدد دوري).



(4) في متوازي الأضلاع $ABCD$: المستقيم المار بنقطة C يقطع AB في E بحيث $EB = \frac{1}{5} AE$. القطعة المستقيمة CE قطعت القطر BD في F . أوجد $BF : BD$.

(5) منزل كبير يتكون من 100 شقة مرقمة، في كل شقة يعيش شخص واحد أو شخصان أو ثلاثة. إجمالي عدد الأشخاص الذين يعيشون في الشقق المرقمة من 1 إلى 52 هو 56 وعدد إجمالي الأشخاص الذين يعيشون في الشقق المرقمة من 51 إلى 100 هو 150. كم عدد الأشخاص الذين يعيشون في هذا المنزل ؟

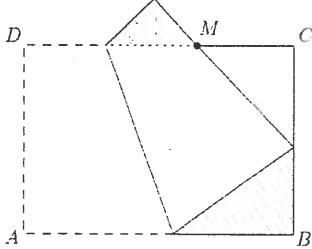


(6) أوجد طول المسار الموضح داخل المستطيل الذي يبدأ من نقطة A يخرج منها قطعة مستقيمة عمودية على قطر المستطيل ثم قطعة على قطر المستطيل ثم قطعة مستقيمة عمودية على قطر المستطيل تنتهي عند B .

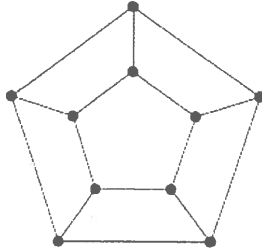
(7) نسي باسل كلمة المرور الخاصة به، يتذكر فقط أن كلمة المرور تتكون من تسعة أحرف إنجليزية صغيرة وتحتوي الكلمتين "math" و "drama". كم عدد كلمات المرور التي تحقق ذلك؟
ملاحظة: لاحظ على سبيل المثال كلمة "martha" لا تحتوي على "math"، كما أن هناك 26 حرفاً في الإنجليزية.



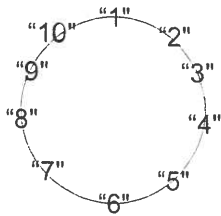
(17) في المثلث المتطابق الأضلاع ABC : سقط شعاع ضوء من B على AC فضربه في D التي تحقق أن $DC : AC = 1 : 2018$ ، ثم ينعكس بحيث زاوية السقوط تساوي زاوية الانعكاس. ثم ينعكس كلما يضرب ضلع في المثلث. كم مرة ينعكس (مشملاً الانكاس الأول) قبل أن يصل لرأس من المثلث؟



(18) ورقة مستطيلة $ABCD$ طُويت بحيث أصبحت النقطة A (بعد الطي) على الضلع BC ، كما تقابل DA (بعد الطي) مع CD في M حيث $CD = 3CM$. إذا كان مساحة المنطقة الرمادية تساوي 1 . كم مساحة المنطقة المخططة؟



(19) هناك عشر مدن في بلد الأحلام ، كل واحدة متصلة بواسطة ثلاثة خطوط السكك الحديدية إلى ثلاث مدن أخرى وفقاً للرسم الموضح. تشترط قوانين مكافحة الاحتكار في البلاد عدم تشغيل خطين مع توقف مشترك من قبل شركة السكك الحديدية نفسها. ما عدد الطرق التي يمكن بها تعيين الخطوط لثلاث شركات سكة حديد بطريقة قانونية؟



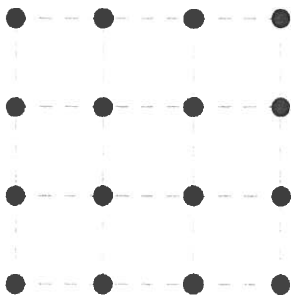
(20) عشرة أشخاص في دائرة. كل شخص سحب رقماً وأخبر به الشخصين المجاورين له (في الإتجاهين). ثم يحسب كل شخص ويعلن المتوسط الحسابي لرقميه. والشكل المجاور يبين المتوسط الحسابي المعلن من كل شخص (وليس الأرقام الأصلية التي سحبها الأشخاص). ما هو الرقم الذي سحبه الشخص الذي أعلن إن متوسط رقميه "6" ؟

انتهت الأسئلة

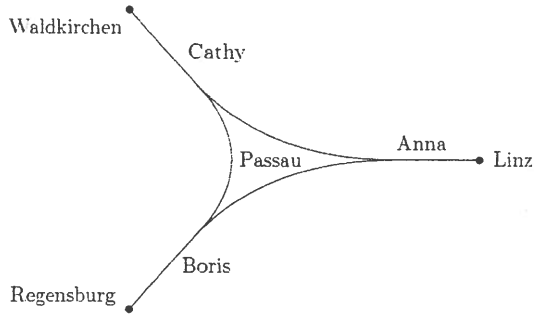
الزمن ثلاث ساعات

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

(1) حذف هيثم رقماً واحداً من أرقام عدد أولي مكون من أربعة خانات وحصل على 630. ما هو العدد الأولي؟



(2) تحتوي الشبكة المربعة المكونة من 16 نقطة (كما هو موضح في الصورة) على تسعة مربعات 1×1 ، وأربعة مربعات 2×2 ، ومربع واحد 3×3 ، ليصبح المجموع 14 مربعاً أضلاعها موازية لأضلاع الشبكة. ما هو أصغر عدد ممكن من النقاط التي يمكنك إزالتها بحيث بعد إزالة تلك النقاط يكون كل مربع من المربعات الـ 14 قد فقد رأس واحدة على الأقل؟



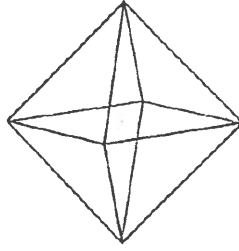
(3) يوجد في باساو محطة سكة حديد على شكل مثلث. تراقب أنا وبوريس وكاثي حركة السكك الحديدية في لينز وريغنسبورغ ووالدكيرشن على التوالي، على القضبان القادمة من باساو. رصدت أنا قطارات عددها 190، وبوريس 208 وكاثي 72 قطاراً واردة وصادرة في المجموع. كم عدد القطارات التي ذهبت من لينز إلى ريغنسبورغ أو العكس إذا لم يبدأ أي قطار أو انتهى أو عكس اتجاهه في باساو؟

(4) أوجد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة $x < 10000$ بحيث تكون x قوة رابعة لعدد صحيح زوجي، وعند تبديل ما لوضع أرقام خاناته نحصل على قوة رابعة لعدد صحيح فردي رقمه القائد ليس صفراً.

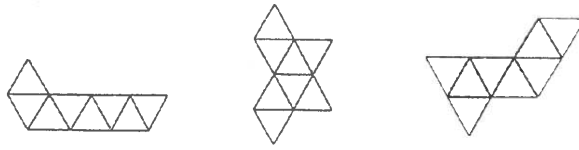
(5) عدد متناظر يحتوي على ثمانية أرقام على الصورة $abcddeba$ حيث a و b و c و d ليست بالضرورة أرقام مختلفة. كم عدد الأعداد المتناظرة على هذه الصورة ولها خاصية أنه يمكن حذف بعض من أرقامها بحيث يكون العدد الناتج هو 2019؟

(6) بالنسبة إلى عدد صحيح موجب n سنرمز لمجموع أرقامه بالرمز $S(n)$ ، وحاصل ضرب أرقامه بـ $P(n)$. كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة n التي لها خاصية $n = S(n) + P(n)$.

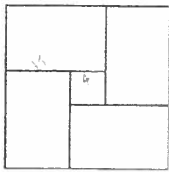
8. الشكل التالي يظهر مجسم ثنائي منتظم ، والذي يتكون من ثمان مثلثات متطابقة الأضلاع.



أي من الأشكال التالية يمكن أن تطوى لتكون مجسما ثنائيا منتظما ؟



9. مجموع عددين أوليين يساوي 2013 . أوجد حاصل ضربهما .



10. الشكل التالي يظهر مربعاً كبيراً مقسماً إلى أربع مستطيلات متطابقة ومربع صغير . مساحة المربع الصغير

تساوي 16 cm^2 ، ومساحة كل من المستطيلات المتطابقة تساوي 140 cm^2 . أوجد عرض

كل مستطيل بوحدة cm .

$$x = 4 = y \quad y = 160$$

$$x - y = 4$$

$$x^2 = 2xy + y^2 \Rightarrow x^2 - 2xy - y^2 = 0$$

$$x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + y^2}}{2} = \frac{2y \pm y\sqrt{5}}{2}$$

$$y = 14$$

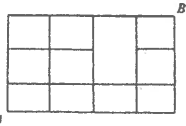
11. عدد من 5 خانات على الشكل $24abc$ وقبيل القسمة على 3 و 4 و 5 . أوجد أكبر قيمة ممكنة للعدد abc .

$$c = 0, b = 0, a = 9$$

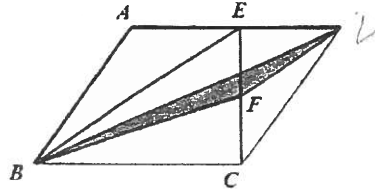
12. في الشكل التالي ، غلة تتحرك من A إلى B . النمّة مسموح لها فقط أن تتحرك إلى

اليمين أو الأعلى على خطوط الشبكة . كم طريقاً مختلفاً من A إلى B يمكن للنمّة أن

تسلكه .



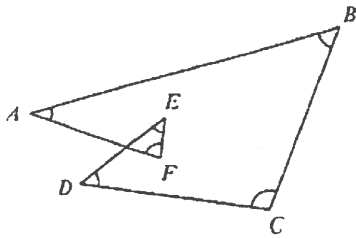
13. ABCD متوازي أضلاع. النقطة E هو نقطة منتصف AD ، و F هي نقطة منتصف EC. مساحة المثلث BFD هي 9 cm². أوجد مساحة متوازي الأضلاع ABCD.



14. إذا كتبنا العدد $\frac{2013}{1990}$ على الصورة

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$$

حيث a, b, c, d, e أعداد صحيحة موجبة. ما قيمة $a+b+c+d+e$ ؟



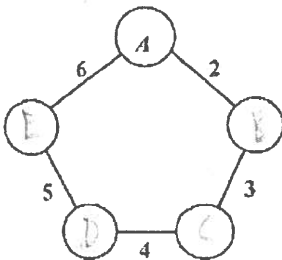
15. في الشكل المجاور أوجد قيمة (بالدرجات)

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$$

16. بكم طريقة مختلفة يمكن لـ 4 أطفال أن يتشاركوا 8 قطع شوكولا متماثلة بشرط أن كلا منهم يأخذ على الأقل قطعة واحدة .

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4!} = 495$$

17. في الشكل المجاور كل دائرة تحتوي عددا طبيعيا . هذا الشكل يحقق التالي :



- العدد المكتوب عند كل ضلع يمثل الفرق بين العددين اللذين يصل الضلع دائرتيهم .
- مجموع جميع الأعداد في الدوائر الخمس يساوي 1979.

أوجد العدد الذي تحتويه الدائرة A .

$$|A - B| = 2$$

$$|B - C| = 3$$

$$|C - D| = 4$$

$$|D - E| = 5$$

$$|E - A| = 6$$

$$A + B + C + D + E = 1979$$



(19) أكتب العدد 333 كمجموع مربعات أعداد صحيحة موجبة فردية مختلفة.

(20) أخذت جنى الأعداد الحقيقية الثلاثة a, b, c وعرفت عليها العملية \odot كالتالي: $x \odot y = ax + by + cxy$. وجدت أن $1 \odot 2 = 3, 2 \odot 3 = 4$. بعد التحقق وجدت أنه يوجد عدد حقيقي غير صفري u يحقق أن $z \odot u = z$ لكل عدد حقيقي z . ما قيمة u ؟

انتهت الأسئلة

الزمن ثلاث ساعات

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

(1) إذا كان

$$\frac{p}{q} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1333} - \frac{1}{1334} + \frac{1}{1335}$$

بحيث أن p و q أوليان نسبياً. أثبت أن p مضاعف للعدد 2003 .

(2) إذا كانت

$$x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \quad , \quad y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

فأوجد قيمة $x^4 + y^4 + (x + y)^4$

(3) احسب

$$M = \sqrt{2 + \sqrt{-2 + 2\sqrt{5}}} - \sqrt{2 - \sqrt{-2 + 2\sqrt{5}}}$$

(4) احسب

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\dots}}} - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}\dots}}}$$

(5) أوجد أقرب عدد صحيح للقيمة

$$\frac{1}{\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}}$$

(6) احسب

$$y = (\log_2 3)(\log_3 4)(\log_4 5)\dots(\log_{31} 32)$$

(7) إذا كانت $b > 1$ و $x > 0$ و $(2x)^{\log_b 2} = (3x)^{\log_b 3}$ فأوجد قيمة x

انتهت الأسئلة ... مع دعواتي لكم بالتوفيق والنجاح

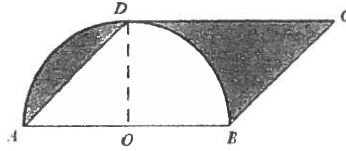


1. أوجد أول خمس خانات في المجموع من اليمين: $127354+27354+7354+354+54+4$.

$$604934034 + 401023010 + 712102000 + 010200000 + 001020000 + 000102000 = 648604034$$

2. أوجد مجموع كل الأعداد ذات خانتين التي كل من خانتها أحادها وعشراتها زوجيتان.

3. الشكل التالي يظهر نصف دائرة مركزها O متداخلة مع متوازي الأضلاع ABCD. قطر نصف الدائرة هو AB وطوله يساوي 12cm. أوجد المساحة الكلية للجزء المظلل بوحدة cm^2 .

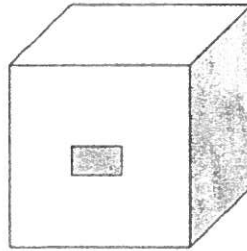


4. عماد ، إبراهيم ، وأسعد شاركوا في مسابقة SMOPS 2012 ، والتي تتألف من 30 سؤالاً. أجابوا على 26 ، 23 ، 18 سؤالاً إجابة صحيحة بالترتيب. ما هو أقل عدد ممكن لعدد الأسئلة التي أجابها جميع الطلاب الثلاث إجابة صحيحة.

5. أوجد قيمة

$$555 \times 554555 - 554 \times 555554$$

6. الشكل التالي يظهر مكعباً أطوال أضلاعه 5 cm. نفق مستطيل ثقب وسط المكعب أبعاده 2 cm و 3 cm. أوجد مقدار الزيادة في المساحة السطحية الكلية للمجسم الناتج بوحدة cm^3 .



7. متوسط الأعداد الكلية الأربع $\overline{a}, \overline{b5}, \overline{c17}, \overline{d432}$ هو 1735. أوجد $a + b + c + d$.

1

$$\begin{array}{r} 1735 \\ \times 4 \\ \hline 6940 \\ 6980 \\ \hline 6980 \end{array}$$

$$a + 10b + 5 + 100c + 17 + 1000d + 432 = 6940$$

$$a + 10b + 100c + 1000d = 6486$$

$$\Rightarrow a=6, b=8, c=4, d=6 \Rightarrow a+b+c+d=24$$

25. سيارة و دراجة نارية كل منهما انطلق تجاه الآخر عند نفس الثانية من المدينتين A و B بالترتيب . بعد 72 دقيقة ، تقابلا على

الطريق ، وأكمل كل منهما باتجاهه الذي كان عليه . سرعة السيارة $1\frac{1}{3}$ مرة سرعة الدراجة . بعد كم دقيقة من وصول السيارة

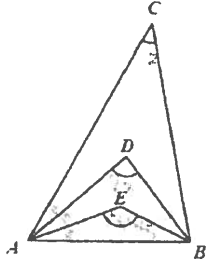
إلى المدينة A ستصل الدراجة النارية إلى B .

26. a,b,c,d أعداد أولية . حاصل ضربهم $a \times b \times c \times d$ عبارة عن حاصل جمع 55 عددا صحيحا موجبا متتاليا . أوجد أصغر قيمة

ممكنة ل $a+b+c+d$. $\frac{55 \times 56}{2} = \frac{(1+55) \times 56}{2}$

27. نوعية من الإطارات تصمد بالضبط 300 km إذا ركبت على العجلة الأمامية أو 450 km إذا ركبت على العجلة الخلفية .

بتبديل الإطارات الأمامية والخلفية ، ما أكبر مسافة يمكن قطعها (ب ال km) باستخدام مجموعة من أربع من هذه الإطارات .



28. في المثلث ABC ، AD و AE يثلثان الزاوية CAB ، BD و BE يثلثان الزاوية CBA . إذا

كانت نسبة قياس الزاوية C إلى قياس الزاوية D هي 1:2 ، أوجد قيمة الزاوية E بالدرجات .

29. مجموع عشرة أعداد صحيحة موجبة (ليست بالضرورة مختلفة) هو 1001 . إذا كان d هو القاسم المشترك الأكبر لهذه الأعداد

العشرة . أوجد القيمة العظمى ل d .

30. كم عدد الطرق المختلفة لاختيار عددين صحيحين مختلفين من $\{2000, 2001, 2002, \dots, 2014, 2015\}$

بحيث أن ضربهما يقبل القسمة على 6؟

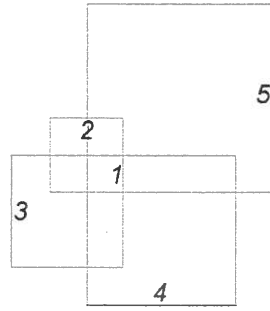
انتهت الأسئلة.

الزمن 3 ساعات

(1) أوجد عدد الأعداد الصحيحة الموجبة ذات الـ 3 خانات، بحيث خاناته الثلاث أعداد أولية مختلفة. مثلاً نعد 235 ولا نعد 553. 29

(2) لدى شادن $4\frac{2}{5}$ كوب من الدقيق. لإعداد قطعة واحدة من الكعك نحتاج لـ $1\frac{1}{2}$ كوب من الدقيق. قررت شادن صنع $2\frac{1}{2}$ قطعة من الكعك. عندما انتهت شادن من صنع الكعك وجدت أن المتبقي لديها من الدقيق يساوي $\frac{m}{n}$ كوب، حيث m, n عدداً صحيحان موجبان أوليان فيما بينهما. أوجد $m + n$. 33

(3) في الشكل أدناه، مربع من نوع 1×1 ، ومربع من نوع 2×2 ، ومربع من نوع 3×3 ، ومربع من نوع 4×4 ، ومربع من نوع 5×5 . كل المربعات الكبيرة تشترك مع المربع الصغير 1×1 في إحدى زواياه. أوجد مساحة المنطقة التي تغطيها المربعات الخمسة مجتمعة. 44



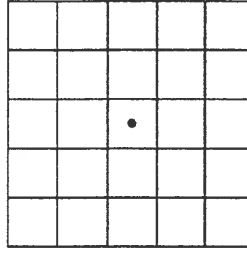
(4) أوجد قيمة x والتي تحقق أن $2^{x+3} - 2^{x-3} = 2016$. 8

(5) تركت بقرة خارج حضيرة مربعة الشكل وتم ربطها بطرف حبل وربط طرفه الآخر في أحد أضلاع سور الحضيرة. طول الحبل 14 متر، وطول ضلع الحضيرة 10 متر. تم ربط الحبل في أحد أضلاع السور في نقطة تبعد عن أحد زوايا الحضيرة بـ 2 متر. إذا علمت أن كل المساحة خارج الحضيرة زرعت عشب، وكانت مساحة العشب التي تتمكن البقرة من الوصول إليه يساوي $n\pi$ متر مربع، حيث n عدد صحيح موجب. أوجد قيمة n . 144

(6) في أحد الليالي، باع أحد المسارح 300 تذكرة لأحد العروض المسرحية. قيمة التذكرة الواحدة 40 ريال. إذا علمت أن كل تذكرة دفعت ببعض العملات الورقية من فئة 5 ريال ومن فئة 10 ريال ومن فئة 20 ريال. في نهاية الليلة وجد المحاسب أن عدد عملات فئة 20 ريال ضعف عدد عملات فئة 10 ريال وعدد عملات فئة 5 ريال يزيد بـ 20 قطعة عن عدد عملات فئة 10 ريال. كم عدد العملات الورقية التي دخلت صندوق المسرح في تلك الليلة؟ 1210

(7) أوجد عدد المربعات في الشكل أدناه والتي أضلاعها من خطوط الشبكة وتحوي النقطة في داخلها.

19



(8) في أحد الأيام وعلى الطريق السريع، لاحظ ميثم أن عدد السيارات التي تعبر الطريق وفيها سائق فقط ضعف عدد السيارات التي فيها سائق وراكب فقط، ولاحظ أيضا أن عدد السيارات التي فيها سائق وراكب فقط ضعف عدد السيارات التي فيها سائق وراكبين فقط، وأن 10% من السيارات التي تعبر الطريق السريع فيها سائق وثلاث ركاب فقط، ولا يوجد على الطريق أي سيارة فيها أكثر من أربعة أشخاص. أنظمت الطرق تقرر أن السيارة التي تحمل ثلاث أشخاص على الأقل يمكن أن تسلك المسار السريع جداً (هو أحد مسارات الطريق السريع). وجد ميثم أن نسبة السيارات المسموح لها أن تسلك الخط السريع جداً بالنسبة لعدد السيارات التي عبرت الطريق يساوي

حيث m, n عدنان صحيحان موجبان أوليان فيما بينهما. أوجد $m + n$. $\frac{m}{n}$

(9) كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة n والتي تحقق أن المضلع المنتظم ذو n ضلع يكون قياس زواياه الداخلية

أعداداً صحيحة موجبة؟ 16

(10) إذا كانت الأعداد الحقيقية x, y, z تحقق نظام المعادلات

$$x^2 + 27 = -8y + 10z$$

$$y^2 + 196 = 18z + 13x$$

$$z^2 + 119 = -3x + 30y$$

أوجد قيمة $x + 3y + 5z$.

ملحوظة : الأسئلة الثلاثة الأولى : كل سؤال 10 درجات ، وبقية الأسئلة 14 درجة.

س1 / إذا كان $a, b, c, d, e, f, g, h, k$ كل منها إما 1 أو -1 فاحسب أقل قيمة للمقدار

$$. aek - afh + bfg - bdk + cdh - ceg$$

س2 / على كل وجه من أوجه المكعب الستة كتبت رعد عدد صحيح موجب ، ثم حددت كل رأس من رؤوسه كحاصل ضرب

الأعداد الثلاثة على الوجوه التي تقاطع عند ذلك الرأس . إذا كان مجموع الأعداد على كل الرؤوس 1001 فاحسب مجموع

الأعداد على وجوه المكعب. } 1

س3 / إذا كان $x^5 + 4 - 5x = 0$ بحيث $x \neq 1$ فأوجد قيمة المقدار $x^3 + 2x^2 + 3x + 4$.

س4 / إذا كانت a, b, c ثلاثة أعداد حقيقية متميزة غير صفرية بحيث $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$ فأوجد قيمة $|abc|$.

س5 / حلل المقدار $2000x^6 + 100x^5 + 10x^3 + x - 2$.

س6 / أوجد باقي قسمة $x^{100} - 2x^{51} + 1$ على $x^2 - 1$.

س7 / ليكن ABC مثلثاً ، BE منصف $\angle ABC$ ، CF منصف $\angle ACB$ ، $AP \perp CF, AQ \perp BE$ ،

اثبت أن $PQ \parallel BC$.



س8 / ليكن $ABCD$ مربعاً ، E نقطة تقاطع قطريه ، CF منصف $\angle ACD$ (F على BD). العمود من B على

CF يقطع EC في P و DC في Q . اثبت أن $DQ = 2EP$.



انتهت الأسئلة

الزمن ثلاث ساعات

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

1. لاحظ أن $2 - (2 - (3 - 4)) = 1$, $1 - (2 - (3 - 4)) = 2$, $2 - (2 - (3 - 4)) = 1$, $1 - (2 - (3 - 4)) = 2$, ... ما قيمة:

$$1 - (2 - (3 - (4 - \dots - (100)))) \dots$$

$$= 1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 100 = \frac{100(1-100)}{2} = \frac{9900}{2} = 4950$$

2. معطى عدد صحيح موجب مكون من رقمين. إذا عكست وضع رقميه تحصل على عدد يزيد عن العدد الأصلي بمقدار 20%. فما هو العدد الأصلي؟

$$\frac{120}{100} \times 100 = 120$$

$$100 + 20\% = 120 \Rightarrow 100 + 20 = 120 \Rightarrow 100 = 120 - 20 = 100$$

3. كتبت الأعداد من 1 إلى 100 في دائرة، في البداية أزلنا أول عدد ثم تخطينا الثاني وأزلنا الثالث ثم تخطينا الرابع

وأزلنا الخامس وهكذا. ثم استمرينا نكرر هذه العملية على الدائرة في نفس الاتجاه نزول عدد ونبقى الذي يليه.

حتى تبقى رقم واحد؟ ما هو هذا العدد؟

4. رُتبت الأعداد في صفوف A, B, C في الجدول التالي، أي صف سيحتوي العدد 1000؟

A 1, 6, 7, 12, 13, 18, 19, 6k, 4k, 5k

B 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 3k

C 3, 4, 9, 10, 15, 16, 21, 10k, 5k, 4k

$$LCM(5, 8) = 40$$

5. كم عدد مكون من خمس خانات مضاعف ل 5, 8؟

$$\left\lfloor \frac{10000}{40} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{40} \right\rfloor = 2500 - 250 = 2250$$

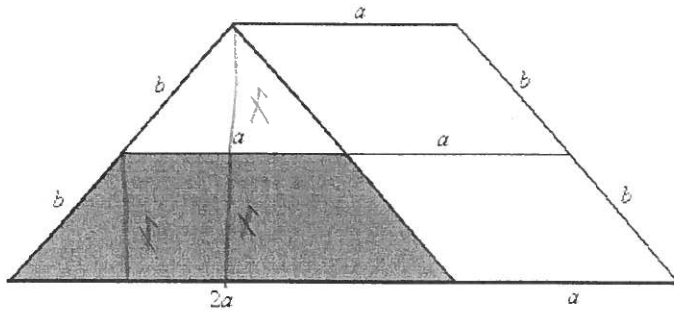
6. بدأ بدر من نقطة A. فإذا مشى 10 متر للأمام ثم دار بزاوية 36° يمينا. ثم مشى 10 متر للأمام ثم دار

بزاوية 36° يمينا. استمر بهذا الأسلوب حتى عاد لنقطة البداية A. كم عدد الأمتار التي مشيها؟

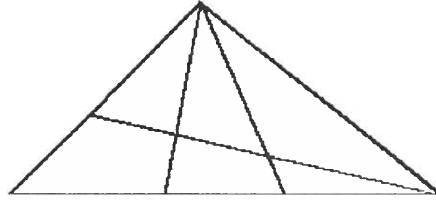
7. أوجد النسبة بين مساحة

الجزء المظلل ومساحة

الشكل بالكامل.



$$\frac{\frac{3 \times 3}{2}}{\frac{4 \times 4}{2}} = \frac{9}{8}$$



8. كم عدد المثلثات في الشكل ؟

1:4
2:6
3:2
4:2
5:0
6:1
15

9. بين تمام الساعة 12 ظهراً إلى تمام الساعة الواحدة بعد الظهر. ما الوقت الذي عنده يصنع عقرب الدقائق مع

عقرب الساعات زاوية مقدارها 110° ؟

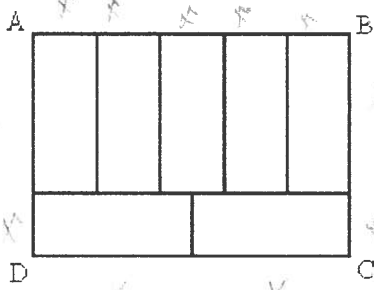
$$5.5x = 110$$

$$11x = 220 \Rightarrow x = 20$$

10. المستطيل ABCD محيطه 68 cm ، ويمكن تقسيمه

لسبع مستطيلات متطابقة كما بالشكل. أوجد مساحة

المستطيل ABCD.



$$7x + 4y = 34$$

$$17x = 34 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow [ABCD] = 70$$

11. أوجد أصغر عدد صحيح موجب يحقق أن :

باقي قسمته على 3 هو 2 ، باقي قسمته على 5 هو 3 ، باقي قسمته على 7 هو 5 .

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 5 \pmod{7}$$

12. مجموع عددين هو 168 . مجموع $\frac{1}{8}$ الصغير و $\frac{3}{4}$ الكبير يساوي 76 . أوجد الفرق بين العددين.

$$\Rightarrow x \equiv -2 \pmod{35}$$

$$\equiv 68 \pmod{105}$$

13. مجموع المشاركين في موهبة 325 . إذا زاد عدد الأولاد 25 ونقص عدد البنات 5% أصبح المجموع 341 .

$$x + y = 325$$

$$x + 25 + \frac{19}{20}y = 341 \Rightarrow x = \frac{19}{20}y + 316$$

كم عدد الأولاد في البداية ؟

$$y = 180 \Rightarrow x = 145$$

14. قاد سلمان سيارته من المدينة A إلى المدينة B بسرعة منتظمة 40 كم/س . ثم عاد من المدينة B إلى

المدينة A بسرعة منتظمة 70 كم/س . فإذا كان الزمن الكلي للرحلة 5.5 ساعة . أوجد المسافة بين

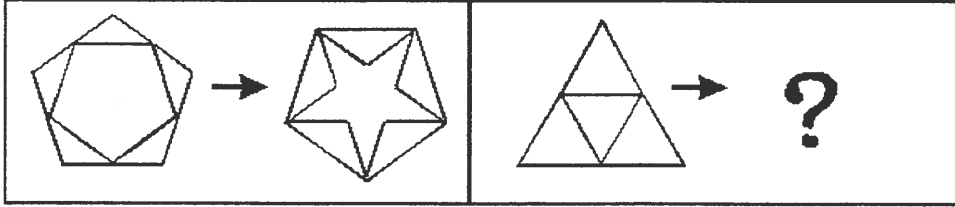
المدينتين .

$$\frac{1}{40} + \frac{1}{70} = 5.5$$

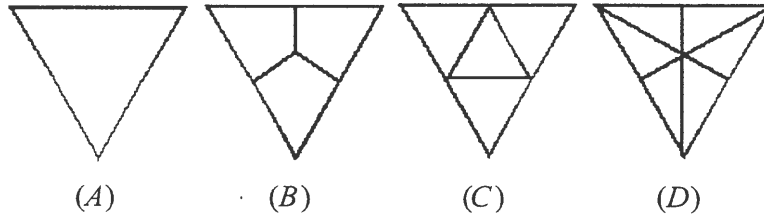
$$11d = 1540$$

$$d = 140$$

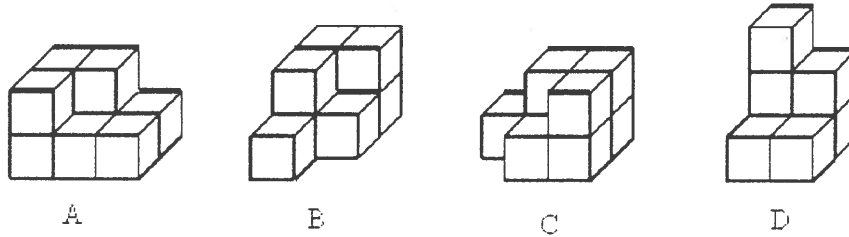
15.



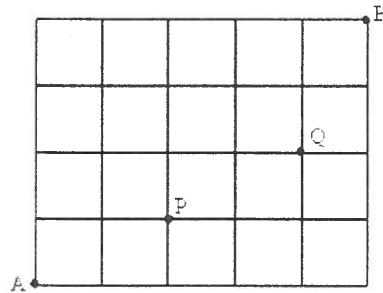
أي من التالي الشكل الناقص B



16. أي مجسمين من المجسمات التالية يمكن تركيبهما لتكوين شبه مكعب (هو متوازي مستطيلات ينتج من تركيب مكعبين متطابقين بحيث ينطبق وجه لإحدهما مع وجه للآخر).



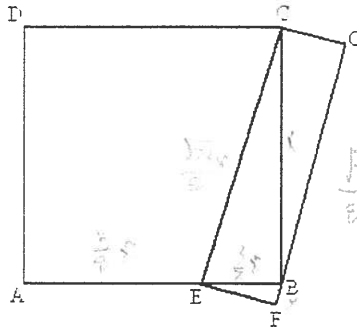
17. بكم طريقة يمكنك الذهاب من A إلى B دون أن تمر بأي من النقطتين P, Q إذا كان مسموحاً لك أن تتحرك يمينا أو لأعلى فقط؟



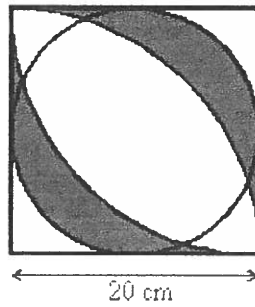
$$\begin{aligned} & \binom{9}{4} - \left(3 \cdot \binom{6}{3} + \binom{6}{2} \cdot 3 - 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) \\ &= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - \left(3 - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot 3 \right) \\ &= 126 - (60 + 45 - 27) \\ &= 126 - 78 \\ &= 48 \end{aligned}$$

18. في الشكل التالي $ABCD$ مربع و $EFGC$ مستطيل. مساحة المستطيل 24cm^2 . ومعطى أن

$$AE = \frac{5}{8}AB \text{ . أوجد طول ضلع المربع.}$$

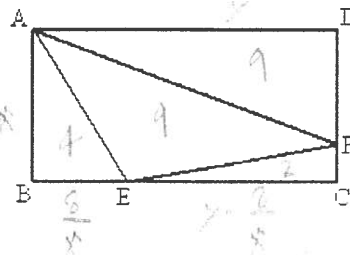


19. الشكل التالي يبين دائرة ورعي دائرتين داخل مربع. أوجد مساحة الجزء المظلل (اعتبر $p = 3.14$).

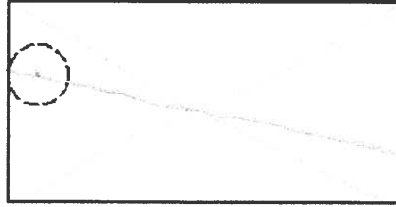


20. في الشكل التالي مساحة $ABCD$ تساوي 24cm^2 ، مساحتا المثلثين ABE, ADF هما

$4\text{cm}^2, 9\text{cm}^2$. أوجد مساحة المثلث AEF .



21. ورقة مستطيلة بها ثقب دائري كما موضح بالشكل التالي. ارسم مستقيم يقسم الورقة لجزئين متساويين في المساحة.



22. ما الحد رقم 2001 في المتتابعة التالية :

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{3}$$

$$2001 = 1 + 2 + 3 + \dots + 44 + 1$$

23. يوجد 25 صف من المقاعد في قاعة، وفي كل صف 30 مقعد. فإذا كان هناك 680 شخص يجلسون في القاعة. ما أقل عدد ممكن من الصفوف يكون به عدد متساوي من الأشخاص؟

24. في الأعمدة التالية A, B, C, X أعداد كلية. أوجد قيمة X .

A	A	A	A	A
B	A	A	B	B
B	B	A	C	C
B	B	B	C	C
C	C	C	C	C
38	36	34	28	X

25. يوجد 9 كروت مرقمة من 1 إلى 9. يوجد 4 أشخاص كل منهم سحب كرتين مختلفتين بالضبط.

قال الأول: "مجموع العددين لدي 6".

قال الثاني: "الفرق بين العددين لدي 5".

قال الثالث: "حاصل ضرب العددين لدي 18".

قال الرابع: "أحد العددين لدي ضعف الآخر".

ما هو رقم الكارت المتبقي بعد سحبهم؟

26. سكب خالد $\frac{1}{2}$ الماء في الوعاء .

في السكبة الثانية، سكب $\frac{1}{3}$ الماء المتبقي في الوعاء؛

في السكبة الثالثة، سكب $\frac{1}{4}$ الماء المتبقي في الوعاء؛

في السكبة الرابعة ، سكب $\frac{1}{5}$ الماء المتبقي في الوعاء؛

وهكذا، بعد كم مرة من السكب سيكون الماء المتبقي $\frac{1}{10}$ من الكمية الأصلية؟

27. باص محدد له أن يسافر من المدينة A إلى المدينة B بسرعة منتظمة v كم/ساعة. إذا زادت سرعة الباص

بمقدار 20% سيصل المدينة B قبل الموعد المحدد بساعة. بينما إذا مشى أول 120 كم بسرعة v كم/ساعة

ثم زاد سرعته بمقدار 25% سيصل المدينة B قبل الموعد المحدد ب $\frac{4}{5}$ ساعة. أوجد المسافة بين المدينتين.

28. الشكل التالي يوضح ثلاث دوائر A, B, C .

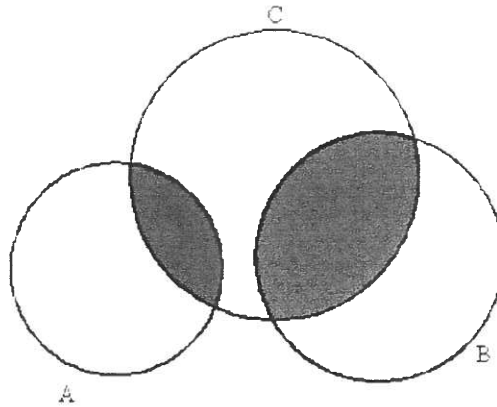
$\frac{1}{3}$ الدائرة A مظلّل.

$\frac{1}{2}$ الدائرة B مظلّل.

$\frac{1}{4}$ الدائرة C مظلّل.

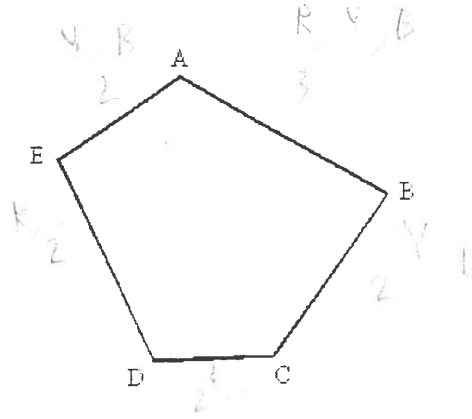
مجموع مساحتي الدائرتين A, B يساوي $\frac{2}{3}$ مساحة الدائرة C . أوجد النسبة بين مساحتي الدائرتين

A, B .



29. معطى $m = \frac{999-9}{2001}$, $n = \frac{888-8}{2001}$, $m = \frac{992-48}{2001 \text{ digits}}$, $n = \frac{882-48}{2001 \text{ digits}}$
أوجد مجموع أرقام العدد $m \cdot n$.

30. كل ضلع في الخماسي $ABCDE$ لون بأحد ألوان ثلاثة : أحمر وأصفر وأزرق. بكم طريقة يمكننا تلوين أضلاع الخماسي (كل ضلع بلون) بحيث أي ضلعين متجاورين يكونان مختلفين في اللون؟



انتهت الأسئلة

exams number theory level 1

(1) لتكن $n_a! = n(n-a)(n-2a)\dots(n-ka)$ حيث n, a عددين صحيحين موجبين ، $n > ka$

$$\frac{72_{8!}}{18_{2!}} \text{ فأوجد قيمة}$$

(2) العدد N عند كتابته للأساس q يساوي 1441 ، وعند قسمته على 11 يكون الباقي ل N هو 1 ،
أوجد قيمة N علمًا بأن $2 \leq q \leq 9$

(3) إذا علمت أن : $\frac{7}{51} = 0.2323\dots_k$ ، فأوجد قيمة k

(4) لتكن $abc_9 = cba_6$ ، أوجد قيمة $a+b+c$

(5) عملية الجمع $742586 + 829430 = 1212016$ غير صحيحة ، لكن يمكنك جعل العملية صحيحة باستبدال رقم واحد (a) فقط أينما وُجد إلى رقم آخر (b) ، فأوجد قيمة $a+b$

(6) كم عدد الأزواج المرتبة (a,b,c) حيث a,b,c أعداد صحيحة موجبة ، والتي تحقق : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{4}$

(7) لتكن a,b,c أعداد صحيحة موجبة ، بحيث $a \geq b \geq c$

$$a^2 - b^2 - c^2 + ab = 2011$$

وتحقق أن :

$$a^2 + 3b^2 + 3c^2 - 3ab - 2ac - 2bc = -1997$$

فأوجد قيمة a .

(8) ما هو الحد الأدنى لعدد الأرقام على يمين الفاصلة العشرية اللازمة للتعبير عن الكسر : $\frac{987654321}{2^{26} 5^4}$

(9) أوجد أصغر عدد صحيح n بحيث تزيد جميع عوامله الأولية عن 18 وتحقق أن : $n = a^3 + b^3$ حيث a,b أعداد صحيحة موجبة

(10) إذا علمت أن $\overline{PNM}, \overline{MNP}$ هما عددان للأساس 9, 7 على التوالي للعدد للأساس العشري ، فأوجد $P + N + M$

1. Expand $(a + b)^2$.
2. Expand $(a - b)^2$.
3. Expand $(a + b)^3$.
4. Expand $(a - b)^3$.
5. Expand $(a + b + c)^2$.
6. Expand $(a + b - c)^2$.
7. Expand $(a - b + c)^2$.
8. Expand $(a - b - c)^2$.
9. Factor $a^2 - b^2$.
10. Factor $a^3 - b^3$.
11. Factor $a^3 + b^3$.
12. Factor $a^4 - b^4$.
13. Factor $a^5 - b^5$.
14. Factor $a^5 + b^5$.
15. Factor $a^n - b^n$.

16. Factor $a^n + b^n$, with n odd.

17. Try to factor $a^2 + b^2$.

Examples

18. Compute $100003^2 - 99997^2$.

19. Factor $x^4 + y^4 + x^2y^2$.

20. Factor $(a^2 + 9b^2 - 1)^2 - 36a^2b^2$.

21. Factor $x^3 + 2x^2y + y^3 + 2xy^2$.

22. Factor $a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2b^2c^2 - 2c^2a^2$.

23. Factor $(ax - by)^3 + (by - cz)^3 + (cz - ax)^3$.

24. Factor $x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$.

30. Factor $(x + y)(x - y) + 4(y - 1)$. $= x^2 - y^2 + 4y - 4 = (x - y)^2 (x - y + 4)$

31. Factor $x^3(x - 2y) + y^3(2x - y)$. $= (x - y)^3 (x + y)$

32. Factor $x^2y - y^2z + z^2x - x^2z + y^2x + z^2y - 2xyz$. $= (x - y)(y - z)(x - z)$

33. Factor $(c^2 + d^2 - b^2 - a^2)^2 - 4(ab - cd)^2$. $= (a + b + c + d)(-a - b + c + d)(a - b + c - d)(a - b - c + d)$

34. Simplify the expression

$$\frac{bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2) + ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2)}{bx + ay} = (ax + by)^2$$

38. Factor $(ax + by)^2 + (ay - bx)^2 + c^2x^2 + c^2y^2$. $= (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2)$

39. Factor $1 + a + b + c + ab + bc + ca + abc$. $= (a + 1)(b + 1)(c + 1)$

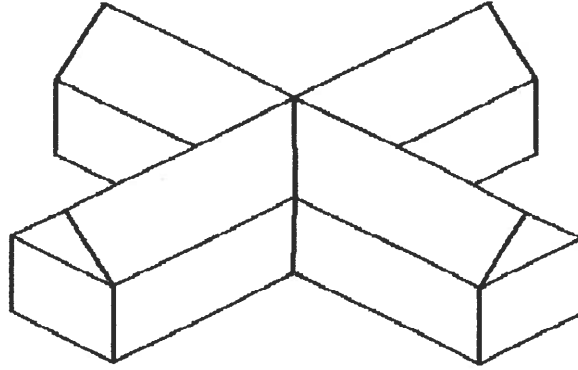
40. (HMMT 2003) Compute

$$2\sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{2}} - \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right) = \frac{1}{2} - 2\sqrt{2}$$

41. (ARML 2003) Find the largest divisor of 1001001001 that does not exceed 10000. 9911

42. (HMMT 2005) The number 27000001 has exactly four prime factors. Find their sum. 652

(11) في الشكل، إسطبل يتكون من منشورين خماسيين متقاطعين في مركزيهما بزاوية قائمة. نهاية المنشور تتكون من مستطيل و مثلث متطابق الضلعين. بعدي المستطيل 12 متر و 7 متر وأطوال أضلاع المثلث 10 متر و 10 متر و 12 متر. طول المنشور يساوي 30 متر. أوجد حجم الإسطبل بالتر المكعب؟



(12) رمى فيصل عملة معدنية متجانسة 6 مرات. احتمال أن يحصل فيصل بالضبط على ثلاثة صور في رميات متتالية وليس أربع صور في رميات متتالية يساوي $\frac{m}{n}$ ، حيث m, n عدداً صحيحان موجبان أوليان فيما بينهما. أوجد $m + n$.

(13) أوجد أصغر عدد صحيح موجب N ، والذي قيمته تساوي 50 مرة عدد قواسمه الموجبة.

(14) أوجد العدد الصحيح الموجب n والذي يحقق أن المضاعف المشترك الأصغر للعددين n و $n - 30$ يساوي 1320.

(15) الـ 24 مربع غير المظلة في الشبكة 5×5 يمكن تبليطها بـ 12 بلاطة من نوع 1×2 . أوجد عدد الطرق الممكنة لذلك. (في الشكل أحد التبليطات الممكنة)

