

المجموعة 23



- (1) ذهبت أحد الأسر إلى مزرعة، جمع كل من سارة ومروان وهاجر وإياد النباتات. فإذا جمعت سارة أكثر من أي شخص آخر، وهاجر لم تكن أقل من جمع نباتات. هل صحيح أن البنات جمعن نباتات أكثر من الأولاد؟
- (2) بفرض أن n عدد طبيعي. هل العدد $n(n + 1)$ مربع كامل؟
- (3) تم تلوين المستوى بلونين، وكلا اللونين قد تم استخدامه. أثبت أنه يوجد نقطتان المسافة بينهما 1 سم: (a) لهما نفس اللون. (b) مختلفين في اللون.
- (4) هل من الممكن أن ترتب أعداد في جدول بحيث مجموع أي أربعة أعداد في مربع 2×2 سالب، بينما مجموع كل الأعداد في كل الجدول موجب إذا كان الجدول (a) 6×6 ؛ (b) 5×5 ؟
- (5) أوجد كل الأعداد الطبيعية m, n بحيث $m^2 = 57 + n^2$.
- (6) يتم استبدال الإطارين الأماميين لسيارة بعد 25000 كم، بينما يتم استبدال الإطارين الخلفيين بعد 15000 كم. متى يجب تبديل وضعي زوجي الإطارات الأماميين والخلفيين (كل زوج محل الآخر) بحيث يُستهلكا ويحتاجا للتغيير في نفس الوقت؟ كم ستسافر السيارة إجمالاً؟ افترض أن الإطار يُستهلك بمعدل ثابت.
- (7) ضرب عددين موجبين أكبر من مجموعهما. أثبت أن مجموعهما أكبر من 4.
- (8) وضعنا 15 حذاء أيسر، 15 حذاء أيمن في صف. أثبت أنه من الممكن اختيار 10 أحذية متتالية بحيث عدد الأحذية اليمنى واليسرى فيها متساوي.
- (9) (a) خمس أوراق مثلثية متطابقة وضعت على طاولة. كل منها يمكن نقله في أي اتجاه ولا يمكن دورانه أو قلبه. هل من الممكن دائماً تغطية واحد من هذه المثلثات بالأربعة الباقية؟ (b) أجب على نفس السؤال ولكن افترض أن المثلثات متطابقة الأضلاع بالإضافة لكونها متطابقة. (c) بالشرط في الفقرة (b)، هل من الممكن دائماً تغطية أي مثلث بثلاثة فقط من المثلثات الباقية؟
- (10) لو أن دائرة بلونين، اثبت أن سيكون عليها ثلاث نقاط من نفس اللون تمثل رؤوس مثلث متطابق الضلعين.
- (11) بفرض الأعداد a, b, c, d موجبة. أثبت أن

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{d} + \frac{d^2}{a} \geq a + b + c + d$$

12) إذا ظمئ الجمل فإن نسبة الماء في جسده 84%، وعندما يشرب فيصبح وزنه 800 كجم. ويصبح نسبة الماء في وزنه 85%. فما وزنه وهو ظمآن؟

المجموعة 24

(1) اختر عددين كل منهما مكون من رقمين. اضرب الأول في 4؛ وأضف 7 للناتج؛ اضرب الناتج في 25؛ أضف الناتج للعدد الثاني، وأخيراً أضف 125. أخبر معلمك الناتج النهائي وسيخبرك بالعددين الأصليين. كيف يمكن أن يعرفهما؟

(2) هل من الممكن تقطيع مثلث لمثلثين حادَيّ الزوايا بمستقيم قاطع؟

(3) ضرب أسعد عددين طبيعيين يختلفان بمقدار 1، بينما زياد ضرب عددين طبيعيين يختلفان بمقدار 2، هل يمكن أن يحصلوا على نفس الناتج؟

(4) افترض أن x عدد طبيعي، وبفرض أن اثنتين من العبارات الخمسة التالية خطأ وثلاثة منها صحيحة:
 $x > 5$; $x \geq 10$; $3x > 25$; $x < 100$; $2x > 70$. أوجد x .



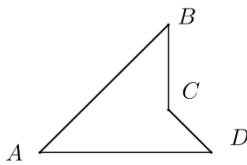
(5) أوجد نقطة على الوتر AB في المثلث القائم ABC بحيث مجموع مربعات أبعادها عن AC, BC أصغر ما يمكن.

(6) تم سكب بعض الحبر الأزرق على مستوى أبيض. (a) أثبت أن يمكنك دائماً إيجاد مثلث متطابق للأضلاع رؤوسه من نفس اللون. (b) هل من الممكن إيجاد مثل هذا المثلث وطول ضلعه 1 سم؟

(7) أوجد كل الأعداد الطبيعية x, y التي تحقق $1/x + 1/y = 1/2$.

(8) غادرت كابوريا الشاطئ في تمام التاسعة صباحاً وبدأ يتسلق منحدر صخري. ووصل لقمته في تمام الثامنة مساءً. في تمام التاسعة صباحاً من اليوم التالي بدأت الكابوريا في النزول مستخدمة نفس المسار. وصلت الشاطئ في تمام الثامنة مساءً. أثبت أن هناك نقطة على المنحدر صخري مرت بها الكابوريا في نفس الساعة في الصعود والهبوط. لا تفترض ثبات سرعة الكابوريا أثناء سيرها.

(9) أوجد كل الأعداد الطبيعية a, b, c بحيث $a! + b! = c!$.



(10) شراع له شكل الرباعي $ABCD$ (كما موضح بالرسم). قياس كل من الزوايا A, B, D يساوي 45° . إذا كان $AC = 4$ أمتار. أوجد مساحة الشراع.