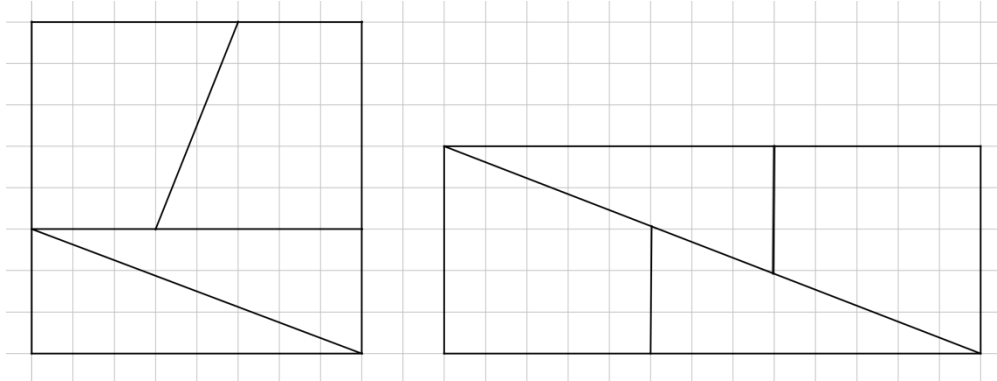


المجموعة 15

- 1 . إذا كان العدد a أكبر من العدد b ، رتب الأعداد $a, b, (a + b) / 2$ تنازلياً.
- 2 . (a) يوجد ثلاث تفاحات على طاولة. الأولى تزن 200 جرام ، والثانية 300 جرام، والثالثة 400 جرام. سالم وغانم كل منهما يأخذ تفاحة ويبدأان في الأكل ومعدل الأكل لكل منهما متساوي. من ينتهي من تفاحته أولاً يأخذ الأخيرة. إذا كان كل منهما يريد أكل أكبر كمية ممكنة، أي حبة يجب أن يأخذ سالم أولاً؟
(b) ماذا لو هناك حبة رابعة وزنها 450 جم على الطاولة؟
- 3 . هل من الممكن تلوين ثمان نقاط على مستقيم باللون الأزرق بحيث أي نقطة زرقاء تكون منتصف قطعة مستقيمة طرفها نقطتان زرقاوان؟
- 4 . (a) تم كتابة ثلاث أعداد عند رؤوس مثلث بحيث كل عدد يساوي المتوسط الحسابي للعددين الآخرين. أثبت أن الأعداد الثلاثة متساوية.
(b) حل المسألة مع العشاري.
- 5 . في الشكل نرى مربعاً قطع إلى 4 أجزاء، مستطيلاً جُمع من هذه الأجزاء. كنتيجة نحصل على $5 \times 13 = 65$ مربعاً من قطع وإعادة ترتيب $8 \times 8 = 64$ مربعاً. ما الخطأ؟



6 . بوضع قطع أوزان في أحد كفتي ميزان ذي ذراعين ووضع قمح في كفة الذراع الثاني حتى يتزنا . نحن مهتمين بمقارنة مجموعات الأوزان وكميات القمح التي يمكن أن نقيسها في وزنة واحدة .

- (a) ربما يستخدم أحدهم خمس قطع وزن كل منها 1 كلغم، بوزنة واحدة يمكنه أن يقيس الكميات الآتية من القمح 1, 2, 3, 4, 5 كلغم. هذا مثال على خمس قطع وزن يمكننا باستخدامها قياس بالضبط خمس كميات من القمح مختلفة في الوزن. اختر خمس قطع أوزان تقيس عدد أكبر من خمس كميات مختلفة من القمح في الوزن. وعين عدد الأوزان التي تعينها.
- (b) ما أقل عدد من قطع الوزن نحتاج لقياس في وزنة واحدة أي عدد من الكيلو جرامات من 1 إلى 7 ؟
- (c) نفس السؤال في (b) ولكن هذه المرة من 1 إلى 77 ؟

سؤال إضافي : لديك ميزان ذو ذراعين وقطع الأوزان 1, 10, 100, 1000, 10000 كلغم ، يمكننا إستخدام الميزان بوضع قطع أوزان في أحد كفتي ميزان ذي ذراعين ووضع قمح في كفة الذراع الثاني حتى يتزنا ومسموح بوضع قطع أوزان في كفة القمح. نحن الآن مهتمين بمقارنة مجموعات الأوزان وكميات القمح التي يمكن أن نقيسها في وزنة واحدة. كم أكبر عدد ممكن من كميات القمح المختلفة التي يمكن قياسها؟

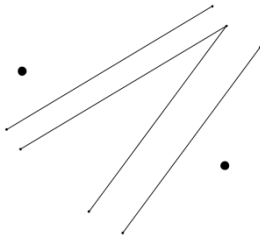
7 . تم وضع وزراء على لوحة شطرنج بحيث كل واحد يسيطر بالضبط على k من الآخرين.

(a) أوجد أمثلة في الحالات $k = 1, 2, 3$.

(b) هل يوجد مثال لحالة $k = 4$ ؟

(c) هل ممكن أن تكون k أكبر من 4 ؟ (الوزير يتحرك أفقي أو رأسي أو قطري).

8 . مدينتان يفصل بينهما نهران كما بالشكل. شاطئ كل نهر خطين متوازيين.



أين يجب أن ننشئ جسرين عبر النهرين ويكون كل منهما عمودي على شاطئ

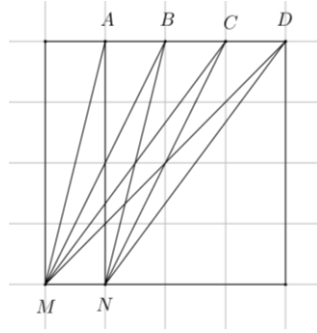
النهر بحيث تكون المسافة بين المدينتين أقل ما يمكن؟

9 . لدينا 7 أعداد طبيعية بحيث مجموع كل ستة أعداد منها يقبل القسمة على 5 . هل كل عدد منها بالضرورة يقبل

القسمة على 5 ؟ وضح إجابتك.

10 . يمكن لمواطني دولة لغاتستان أن يتحدثوا ب 2000 لغة. كل لغة يتحدث بها أكثر من نصف عدد المواطنين. أثبت أنه من الممكن اختيار 10 مواطنين على الإجمال يعرفون كل ال 2000 لغة. بمعنى لو كل شخص من ال 10 كتب قائمة باللغات التي يعرفها لكانت القوائم ال 10 تتضمن كل ال 2000 لغة.

11 . أوجد مجموع الزوايا $MAN + MBN + MCN + MDN$ في الشكل:



المجموعة 16



1. بائع ماهر يعد أطرف لمشتري. كل حزمة تحتوي 100 ظرف. البائع يستطيع عد 10 أطرف في 10 ثواني. كم ثانية يحتاج ليعد 60 ظرف؟

2. (a) أثبت أن العدد يقبل القسمة على 4 إذا كان العدد المكون من آحاده وعشرات يقبل القسمة على 4.

(b) استنتج قاعدة مشابهة لقابلية القسمة على 8.

3. وليد يكتب عدداً من بين الأعداد $1, 2, 3, \dots, 32$ في ورقة ويحتفظ بها. وزياد يمكن أن يسأله أي سؤال بشرط أن تكون إجابته نعم أو لا.

(a) كيف يمكن لزياد أن يكتشف العدد الذي كتبه وليد بخمس أسئلة على الأكثر؟

(b) هل يمكن لزياد دائماً أن يكتشف العدد الذي كتبه وليد بسؤاله أربع أسئلة على الأكثر؟

1	7	3	15	13	11	5	9
2	15	11	6	10	14	7	3
4	5	15	6	12	7	13	14
8	12	10	14	9	13	15	11

4. خذ أي عدد من بين الأعداد من 1 إلى 15 وأوجد

كل مرات ظهوره في الجدول الموضح. أخبر المدرس

بالصفوف التي تواجد بها ذلك العدد، والمدرس على الفور

سيخبرك بالعدد دون أن ينظر إلى الجدول. هل يمكنك أن

تقوم بدور المدرس دون أن تحفظ الجدول عن ظهر قلب؟

5. قفز كل من حسين وسعيد من عوامتهما في نفس الوقت في نهر وسبحا في إتجاهين متعاكسين، سبح حسين ضد التيار

بمعدل ما وسبح سعيد مع التيار بمعدل مختلف. بعد 5 دقائق عكس كل منهما إتجاه سباحته وإتجه نحو العوامة. فإذا حافظ

كل منهما طوال الوقت على سرعته المنتظمة في السباحة من سيصل للعوامة أولاً؟

6. (a) أوجد الباقي عندما نقسم $10, 100, 1000, \dots$ على 9.

(b) ليكن a رقم. أثبت أن الباقي عند قسمة العدد $a00\dots0$ على 9 يساوي a إذا كان $a \neq 9$ ، 0 عندما

$a = 9$.

(c) أثبت أن العدد الصحيح يقبل القسمة على 9 إذا وفقط إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9.

7 . افرض أن الزاوية A في المثلث ABC أكبر من زاوية B . أثبت أن $BC > AC$.

8 . افترض أنه يوجد بالضبط 9 مدن في دولة ، كل المسافات بين المدن مختلفة. من كل مدينة خرج شخص متجهاً نحو المدينة الأقرب.

(a) يوجد مدينتان A, B بحيث هناك شخص تحرك من A إلى B ، وآخر تحرك من B إلى A ؟
(b) يوجد مدينة لم يتحرك نحوها أحد.

9 . كتبنا العدد $A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100$ بالنظام العشري (أي كرقم آحاد وبجانبه عشرات وهكذا) . ثم جمعنا أرقام العدد A وليكن الناتج العدد B . ثم جمعنا أرقام العدد B وليكن الناتج العدد C . وهكذا كررنا هذه العملية حتى وصلنا لعدد من رقم واحد. ما هو هذا العدد؟

10 . في دولة معينة يوجد العديد من المطارات. المسافات بينها جميعها مختلفة. أقلعت طائرة من مطار واتجهت لأقرب مطار. أثبت أن على الأكثر 5 طائرات ستتهبط في كل مطار.

11 . غسان يفكر في عدد من بين الأعداد من 1 إلى 16 . أحمد يمكن أن يسأله أي سؤال إجابته فقط بنعم أم لا . مسموح لغسان أن يكذب في إجابة سؤال واحد على الأكثر، ولكن أحمد لا يعرف أي سؤال سيختاره غسان ليفعل ذلك. إذا كان مسموح لأحمد بسبعة أسئلة. كيف يمكنه أن يكتشف عدد غسان علماً بأن كلاً منهما على دراية واسعة بفروع الرياضيات؟