

Problem 5.1. Prove the inequality

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \dots - \frac{1}{99} + \frac{1}{100} > \frac{1}{5}.$$

Problem 5.2. Product of two positive integers is equal 120. Find the minimal possible value of their sum.

Problem 5.3. Let $a^2 + b^2 > a + b$ with $a > 0$ and $b > 0$. Prove that

$$a^3 + b^3 > a^2 + b^2.$$

Problem 5.4. How many integer solutions has the following inequality

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^3 \cdot \dots \cdot \left(x - \frac{2017}{2}\right)^{2017} < 0.$$

Problem 5.5. Find the maximum value of expression $\sqrt{x^2 + y^2}$ if it's known that

$$\{-4 \leq y - 2x \leq 2, \quad 1 \leq y - x \leq 2\}.$$

Problem 5.6. Prove that for any numbers $a, b, c > 0$ the following inequality holds

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \geq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} - \frac{2}{c}.$$

Problem 5.7. -

لدينا $\triangle ABC$ مثلث متطابق الضلعين فيه $AB = AC$. النقطة P تقع على الضلع AC . مماس الدائرة المحيطة للمثلث $\triangle APB$ عند النقطة P يقطع الدائرة المحيطة للمثلث $\triangle BCP$ عند نقطة وتسمى D . أثبت أن $CD \parallel AB$.

Problem 5.8. -

لدينا $\triangle ABC$ فيه النقطتان E, F تقعان على AC, AB بحيث $BE \perp AC, CF \perp AB$. النقطة M منتصف الضلع BC . أثبت أن ME, MF مماسان للدائرة المحيطة للمثلث $\triangle AEF$.

Solution submission deadline October 16, 2022