

فريق الرياضيات - المستوى 1

التدريب المكثف 2022 // الاختبار 2 - السبت 12 مارس

(1) من بين رؤوس مضلع منتظم ذو 100 تم اختيار 51 نقطة. أثبت أنه من بين النقاط المختارة توجد ثلاثة منها تكون رؤوساً لمثلث متطابق الضلعين وقائم الزاوية.

From vertices of a regular 100-gon 51 points are chosen. Prove that among chosen points there exist three which are vertices of an isosceles right triangle.

(2) ليكن كل من $p, p+2$ عددين أوليين. أثبت أن

$$p \cdot 2^p + 1 \equiv 0[p+2].$$

(3) النقطتان X, Y تقعان خارج المثلث $\triangle ABC$ بحيث النقاط X, Y, A تقع في جهة واحدة من الضلع BC . رسم BX, CY ممسان الدائرة المحيطة للمثلث $\triangle ABC$ عند B, C بحيث $AB = BX, AC = CY$. إذا كانت النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية للمثلث $\triangle ABC$. اثبت أن $\angle BAC + \angle XIY = 180^\circ$.

(4) لتكن الأعداد x_1, x_2, \dots, x_n وكل منها يساوي $+1$ أو -1 . اثبت أنه إذا كان

$$x_1x_2 + x_2x_3 + \dots + x_nx_1 = 0$$

فإن n تقبل السمة على 4