

مجموعة 12

1 . ورقة تحتوي 20 نقطة، وخلال كل نقطتين رسم مستقيم. ما أقل وأكبر عدد من المستقيمات يمكن أن نحصل عليها؟



2 . حزمة من الورق المرقمة بأرقام متتالية وقعت من ملف. أول صفحة من الحزمة رقمها 463. والأخيرة لها نفس الأرقام بترتيب مختلف. كم ورقة سقطت؟ (كل ورقة بها صفحتان أرقامهما متتالية).



3 . قطع سعد ورقة صحيفة إلى 8 قطع. ثم قطع أحد القطع الناتجة إلى 8 قطع، وهكذا. هل يمكنه تقطيع الورقة إلى 2016 قطعة بهذه الطريقة؟

4 . حجر وضع في الركن الأيسر السفلي للوحة 9×9 . لاعبان يتبادلان اللعب بنقل الحجر، ولنقل أحدهما الحجر في دوره له أن يختار الاتجاه يمين أو لأعلى وعدد المربعات ليحرك الحجر. الفائز هو من يستطيع أن يأتي بآخر نقلة. أي اللاعبين له سيفوز الأول أم الثاني؟ وما هي إستراتيجيته للفوز؟

5. أثبت أن المثلث المتطابق الأضلاع يمكن قطعه إلى 6 أو أي عدد أكبر من المثلثات المتطابقة الأضلاع والتي ليست بالضرورة متطابقة.

6 . زياد وأسعد يسكنان في نفس العمارة. ويذهبان للمدرسة في نفس الوقت. كل خطوة لزياد أطول ب 10% من خطوة أسعد. ولكن زياد يأخذ 10% خطوات أقل في الدقيقة من أسعد. أيهما يصل للمدرسة أولاً؟

7 . (a) مرأتان يكونان مع بعضهما زاوية 30° . شعاع ضوء دخل هذه الزاوية موازي لأحد ضلعيها وينعكس من كل ضلع تبعاً للقانون المعتاد زاوية السقوط تساوي زاوية الانعكاس. أثبت أن الشعاع في النهاية سيغادر الزاوية. كم مرة سينعكس من المرأتين قبل المغادرة ؟

(b) ماذا كانت الزاوية بين المرأتين 20° ؟

(c) ماذا لو كانت 50° ؟

8 . أثبت أن أي عدد طبيعي يمكن كتابته كمجموع لبعض قوى 2. بلغة أخرى أي عدد طبيعي يمكن كتابته كمجموع أعداد من المجموعة $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ بحيث كل قوى 2 تستخدم مرة واحدة على الأكثر. على سبيل المثال:
 $100 = 64 + 32 + 4$

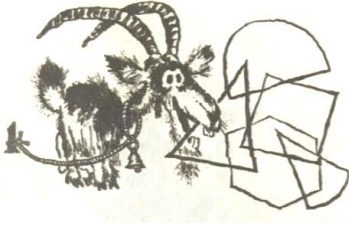
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

9 . الأعداد من 1 إلى 16 كتبت كما الجدول الموضح. علامة زائد أو ناقص كتبت أمام كل عدد بحيث يكون يوجد علامتان زائد وعلامتان ناقص في كل صف وعمود. أثبت أن مجموع الأعداد الناتجة يساوي 0 .

10 . خمسون نقطة رسمت على ورقة. هل ممكن دائماً رسم مستقيم يقسم النقاط إلى مجموعتين في كل منها 25 نقطة؟

11 . هل من الممكن إيجاد عشرة أعداد طبيعية مختلفة بحيث حاصل ضرب أي اثنين منها يقبل القسمة على مجموع تلك الأعداد العشرة؟


مجموعة 13



مجموعة المسائل التالية تتعامل مع عنزة ، جائعة جداً ، وستبذل أي شيء يمكن أن تصل إليه . وبسبب ذلك عادة ما يربطوها بحبل .

1 . ارسم المنطقة من العشب الذي يمكن أن تأكله العنزة، إذا كانت العنزة مربوطة في وتد واحد داخل العشب.

2 . أخذ رياضي تمشية في حقل ماسكاً بعنزة بحبل طوله 1 متر . مسار الرياضي كان مستطيلاً بعده 3, 5 متراً . ارسم المنطقة في الحقل التي يمكن للعنزة أن تأكل ما فيها حتى نهاية التمشية.

3 . كيف يمكن أن نربط عنزة باستخدام حبال وأوتاد ليكون حدود رعيها حقل على شكل عين؟ 

4 . لدينا حبل مشدود مربوط بين وتدين في حقل . ربطنا العنزة في هذا الحبل بحبل آخر ينزلق بحرية على الحبل الثابت . ما شكل الجزء من الحقل الذي تستطيع العنزة أن تأكل فيه؟

5 . كيف يمكن أن نقيّد عنزة بحيث تكون قادرة فقط على التحرك في:

(a) نصف دائرة؛

(b) مربع؛

(c) مستطيل ؟

6 . كيف يمكن أن نقيّد عنزة بحيث تكون قادرة فقط على التحرك في:

(a) مثلث؛

(b) سداسي منتظم.

7 . الكلاب يمكن أن تستخدم لتقود قطيعاً ، وذلك لأن العنزة لن تحتل مكاناً يمكن أن يصل إليه الكلب . على أية حال لا يمكننا أن نترك الكلب يجري بحرية لأنه سيظل يطارد العنزة، ولن يجعلها تقف أو تأكل .

(a) كيف يمكن لـكلب أن يجبر عنزة على الحركة داخل حلقة دائرية؟

(b) ماذا عن نصف دائرة؟

(c) باستخدام الكلاب كيف تجبر عنزة غير مربوطة على الحركة داخل مثلث؟

8. (a) السياج المحيط بالماعز في مزرعة جدي مثلثي الشكل. ربطت عنزتان للسياج بجبلين، كل منهما عند منتصف ضلع مختلف. طول حبل كل عنزة مساوي لنصف طول الضلع الذي ربطت فيه. هل يمكن للعنزتين أن يأكلا كل العشب الذي داخل السياج؟

(b) ماذا لو كان السياج رباعي الشكل، وهناك 4 عنزات مربوطة بجبال، كل واحدة عند منتصف ضلع مختلف، وطول حبل كل عنزة مساوي لنصف الضلع المربوطة فيه؟



9. " فارس كان 10 قبل يوم أمس. العام القادم سيكون 13. " هل هذا ممكن؟

10. كل الأشجار في غابة ارتفاعاتها أكبر من 5 متر وأقل من 30 متر، والمسافة بين أي شجرتين لا تزيد عن الفرق بين إرتفاعيهما. أثبت أنه من الممكن البداية من أي شجرة والمشي مروراً بباقي الأشجار والعودة للشجرة الأصلية دون أن تقطع أكثر من 50 متر.

11. في مكان ما في الأزمنة الغابرة، كان يوجد قبيلة تقدر فرس النهر. زعيم القبيلة اعتنى بفرس نهر أليف صغير وكان



يطعمه ويدلله باستمرار. في كل عام، يحمل زعيم القبيلة حيوانه المقدس وجامع القرايين في قارب، ويتوجهوا لكوخ عبر النهر حيث يتعين على الناس تقديم هداياهم وقرايينهم السنوية. الكوخ كان يحتوي ميزان ذا ذراعين. يوضع فرس النهر في أحد الكفتين، وسبائك الذهب المقدمة من رجال القبيلة توضع في الكفة الأخرى حتى تتزن الكفتان. في أحد الأعوام كبر فرس النهر وأصبح سميناً للغاية إلى الحد أنه عندما وضع على أحد كفتي الميزان كسّر ذراع الميزان. غضب الزعيم بشدة وطلب من جامع

القرايين إكتشاف طريقة لجعل قرايين تلك السنة مساوية لوزن فرس النهر، وعندما تلكاً جامع القرايين في الإجابة، صاح الزعيم بحدة " أمامك حتى طلوع الفجر فإن لم تعطني الطريقة فسأقطع رأسك. " ظل جامع القرايين يفكر ويفكر، وفي نهاية اليوم وصل لحل أنقذ رأسه. هل تستطيع أن تكتشف ذلك الحل؟