

السؤال الأول:

Let C be a fixed positive integer. The sequence $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$ of prime numbers starts from an arbitrary prime number p_1 and for each $k \geq 1$ the number p_{k+1} is some prime divisor of $p_k + C$ which doesn't belong to the set $\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$. Prove that this sequence is finite.

ليكن C عدد صحيح موجب ثابت. المتتابة $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$ من الأعداد الأولية تبدأ من عدد أولي اختياري p_1 بحيث لكل $k \geq 1$ يكون العدد p_{k+1} قاسم أولي للعدد $p_k + C$ الذي لا ينتمي للمجموعة $\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$. أثبت أن المتتابة منتهية.

السؤال الثاني

Show that a graph with n vertices and k edges has at least $k(4k - n^2) / 3n$ triangles.

اثبت أن الرسم الذي به n من الرؤوس و k من الحواف به على الأقل $k(4k - n^2) / 3n$ من المثلثات.

السؤال الثالث:

لتكن P نقطة داخل المثلث ABC و L, M, N منتصفات PA, PB, PC توالياً. إذا كانت G_a, G_b, G_c هي نقاط تقاطع المتوسطات للمثلثات PBC, PCA, PAB توالياً. أثبت أن LG_a, MG_b, NG_c تتقاطع في نقطة واحدة.

السؤال الرابع:

Let a_n be a sequence of natural numbers such that every positive integer appears in this sequence and

لتكن متتابة من الأعداد الطبيعية بحيث لكل عدد صحيح موجب يظهر فيها

$$\frac{1}{1000} < \frac{|a_n - a_m|}{|n - m|} < 1000$$

for all $n \in \mathbb{N}$ and $m \in \mathbb{N}, n \neq m$. Prove that $|a_n - n| \leq 500000$ for all $n \in \mathbb{N}$.

لكل $n \in \mathbb{N}$ و $m \in \mathbb{N}$ حيث $n \neq m$. اثبت أن $|a_n - n| \leq 500000$ لكل $n \in \mathbb{N}$.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد