



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **Arabic**

Day: **1**

Contestant: **SAU1**

الأحد الموافق 11 إبريل 2021

المسألة 1. وفقاً لما قالته آنا، فإن العدد 2021 رائع. ثم صرحت أنه لأي عدد صحيح موجب m ، إذا كان أي عنصر من عناصر المجموعة $\{m, 2m + 1, 3m\}$ رائعاً. فإن كل العناصر رائعة. هل العدد 2021^{2021} رائع؟

المسألة 2. أوجدني كل الدوال $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ بحيث المعادلة:

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

تتحقق لكل عددين نسبيين x, y .
هنا \mathbb{Q} ترمز لمجموعة الأعداد النسبية.

المسألة 3. ليكن ABC مثلث فيه زاوية A منفرجة. لتكن E, F هما نقطتي تقاطع المنصف الخارجي لزاوية A مع ارتفاعي المثلث ABC من B, C تواليًا. لتكن M, N نقطتين على القطعتين EC, FB تواليًا بحيث $\angle EMA = \angle BCA$ و $\angle ANF = \angle ABC$. أثبت أن النقاط E, F, N, M تقع على دائرة واحدة.

اللغة العربية

الزمن: 4 ساعات و 30 دقيقة

الدرجة الكاملة لكل سؤال هي 7 نقاط.

لجعل هذه المسابقة عادلة وممتعة للجميع، يرجى عدم ذكر أو الرجوع إلى المشاكل على الإنترنت أو على وسائل التواصل الاجتماعي حتى يوم الثلاثاء 13 أبريل، في تمام الساعة 15:00.



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **English**

Day: **1**

Contestant: **SAU1**

Sunday, April 11, 2021

Problem 1. The number 2021 is *fantabulous*. For any positive integer m , if any element of the set $\{m, 2m+1, 3m\}$ is fantabulous, then all the elements are fantabulous. Does it follow that the number 2021^{2021} is fantabulous?

Problem 2. Find all functions $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ such that the equation

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

holds for all rational numbers x and y .

Here, \mathbb{Q} denotes the set of rational numbers.

Problem 3. Let ABC be a triangle with an obtuse angle at A . Let E and F be the intersections of the external bisector of angle A with the altitudes of ABC through B and C respectively. Let M and N be the points on the segments EC and FB respectively such that $\angle EMA = \angle BCA$ and $\angle ANF = \angle ABC$. Prove that the points E, F, N, M lie on a circle.

Language: English

Time: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 points

To make this a fair and enjoyable contest for everyone, please do not mention or refer to the problems on the internet or on social media until Tuesday 13 April, 12:00 UTC (05:00 Pacific Daylight Time, 13:00 British Summer Time, 22:00 Australian Eastern Standard Time).