

الدائرة الداخلية

1. ليكن المثلث ABC فيه النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية. ولتكن D, E, F هي نقاط تماس الدائرة الداخلية مع الأضلاع BC, CA, AB على الترتيب. أثبت أن AD, BE, CF يتقاطعون في نقطة واحدة
2. أثبت أن المنصف الداخلي للزاوية A يتقاطع مع المنصف العمودي للضلع BC على الدائرة المحيطة بالمثلث ABC
3. ليكن المثلث ABC فيه النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية. D هي منتصف القوس BC الذي لا يحوي A أثبت أن $DI = DB$
4. لتكن النقاط I_a, I_b, I_c هي مراكز الدوائر الخارجية المقابلة للأضلاع A, B, C في المثلث ABC على الترتيب. أثبت أن مركز الدوائر المحيطة للمثلثين $\Delta I_a I_b I_c, \Delta ABC$ ومركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC على استقامة واحدة.
5. ليكن المثلث ABC فيه النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية. ولتكن D, E, F هي نقاط تماس الدائرة الداخلية مع الأضلاع BC, CA, AB على الترتيب. لتكن النقطة N هي تقاطع CI مع EF أثبت أن $\angle BNC = 90^\circ$
6. النقاط B, C, D ثابتة على دائرة ثابتة بحيث أن $DB = DC$. لتكن النقطة A نقطة متحركة على الدائرة وليكن تقاطع AI مع BC هو X . أثبت أن القيمة $DX \cdot DA$ ثابتة
7. ليكن المثلث ABC فيه النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية. مساحات المثلثات $\Delta CAI, \Delta BCI, \Delta ABI$ هي $2, 3, 4$. أوجد مساحة الدائرة الداخلية للمثلث
8. ليكن المثلث ABC فيه النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية. AI, BI, CI يقطعون الدائرة المحيطة للمثلث في النقاط P, Q, R على الترتيب. أثبت أن

$$\frac{AI \cdot AP}{AB \cdot AC} + \frac{BI \cdot BQ}{BC \cdot BA} + \frac{CI \cdot CR}{CA \cdot CB} = 2$$
9. ليكن المثلث ABC فيه النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية. AI, BI يقطعون الدائرة المحيطة للمثلث في النقاط D, E على الترتيب. النقطتان X, Y هي تقاطع الخط الذي يوازي AB ويمر بالنقطة I مع الضلعين CA, CB . أثبت أن النقاط D, E, Y, X تقع على دائرة واحدة.
10. ليكن المثلث ABC فيه النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية. N هي منتصف القوس BC والذي يحوي على A و M هي منتصف BC . أثبت أن $\angle IMB = \angle INA$ (افترض أن $AC > AB$)
11. ليكن المثلث ABC فيه النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية. النقطة E على الشعاع BI . الدائرة المحيطة للمثلث AIE تقطع CI في النقطة P . أثبت أن نقطة تقاطع الارتفاعات للمثلث PIE تقع على الخط BC
12. ليكن المثلث ABC مثلث ثابت. لتكن النقطتان P, Q على الضلعين AB, AC بحيث أن $PB = CQ$. أثبت أن الدائرة المحيطة للمثلث APQ تمر بنقطة ثابتة.
13. ليكن في المثلث ABC ($AB > AC$) الدائرة ω التي مركزها A وتمر بالنقطة C . l هو المماس من A للدائرة المحيطة بالمثلث. النقاط D, E, F تقع على ω و D على الضلع AB و E, F على l . أثبت أن الخطين DE, DF يمر أحدهما بمركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC والآخر يمر بمركز الدائرة الخارجية المقابلة للرأس A
14. النقطتان B, C ثابتتان والعدد الموجب $1 \neq k$ ثابت. أوجد المحل الهندسي للنقاط A التي تحقق أن $\frac{AB}{AC} = k$
15. النقطتان M, N هي منتصفات الأقواس BC في الدائرة المحيطة بالمثلث ABC بحيث أن N, A في نفس الجهة. I هي مركز الدائرة الداخلية للمثلث. NI يقطع الضلع BC في K ويقطع الدائرة المحيطة بالمثلث ABC في L . النقطة S هي تقاطع AL مع الخط الموازي ل AI والذي يمر ب K . أثبت أن $\angle BSK = \angle KSC$