

1. افترض أن اللاعبين A و B لديهم مخزون كافٍ من العملات المعدنية التي قطرها 1 وسوف يضعونها في طاولة مربعة ضلعها أكبر من 1، يبدأ A، ويخسر من لا يستطيع وضع قطعة جديدة. من لديه استراتيجية في الفوز؟
2. العدد N هو حاصل ضرب k عدد أولي (k أكبر من 2) يلعب A و B بحيث يكتبون أعداد مؤلفة في السبورة تقسم N. لا يمكن كتابة عددين أوليين نسبياً ولا يمكن كتابة عدد يقسم أو يقبل القسمة على عدد مكتوب سلفاً في السبورة. من لديه استراتيجية فوز؟
3. (USAMO 2004) أحمد وبراء يلعبون لعبة في شبكة  $6 \times 6$ . كل لاعب في دوره يختار عدد نسبي غير مكتوب في الشبكة ويكتبه في مربع فارغ. أحمد يبدأ وتتوالى الأدوار. عندما تمتلئ المربعات يتم تلوين أكبر عدد في كل صف باللون الأسود. أحمد يفوز إذا استطاع رسم طريق متصل من المربعات السوداء وبراء يفوز إذا استطاع منعه (طريق أي أن كل مربعين متتاليين يتشاركان في رأس). من لديه استراتيجية فوز؟
4. (IMO shortlist 1994) A, B يلعبون تتالياً في شبكة  $5 \times 5$ . A يكتب 1 في مربع خالي و B يكتب 0 في مربع خالي. عندما تكتمل الشبكة، يكتب حساب المجاميع الموجودة في مربعات  $3 \times 3$  ونتيجة A هي أكبر مجموع في هذه المجاميع. ما هي أكبر نتيجة ممكنة ل A
5. (IMO2018) نعرّف الموقع بأنه نقطة  $(x, y)$  في المستوى بحيث أنهم أعداد صحيحة موجبة أقل من أو تساوي 20. بداية، جميع المواقع الـ 400 خالية. أحلام وبدر يتبادلان الأدوار في حيث البداية لأحلام. عندما يأتي الدور على أحلام فإنها تقوم بوضع حجر جديد لونه أحمر على موقع خال بحيث أن المسافة بين أي موقعين يحويان حجراً أحمر لا تساوي جذر(5) عندما يأتي الدور على بدر فإنه يضع حجراً جديداً لونه أزرق في أي موضع خال (بدون قيود) اللعبة تنتهي عندما لا يستطيع أحد اللاعبين أن يضيف حجراً جديداً. أوجد أكبر قيمة للعدد k بحيث تضمن أحلام أن تضع على الأقل k من الأحجار.
6. (EGMO2021) وفقاً لما قالته أنا فإن العدد 2021 رائع. ولأي عدد صحيح موجب m إذا كانت أحد الأعداد  $m, 2m+1, 3m$  رائع فإن البقية اعداد رائعة. هل العدد  $2021^{2021}$  رائع؟
7. المربع ABCD وإحداثيات رؤوسه هي  $(-1, 1), (-1, -1), (1, -1), (1, 1)$  ولدينا 4 أنواع للتحريك:  
الحركة أ: تدوير الشكل 90 درجة عكس عقارب الساعة حول المركز  
الحركة ب: تدوير الشكل 90 درجة مع عقارب الساعة حول المركز  
الحركة ج: عكس الشكل حول محور x  
الحركة د: عكس الشكل حول محور y  
بكم طريقة يمكن اختيار 20 حركة بحيث تعود جميع رؤوس المربع الى أماكنها الأصلية؟
8. افترض أن  $1 \leq r \leq n$  ونسمي كل مجموعة جزئية مكونة من r عدد من المجموعة  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  مجموعات جميلة. كل مجموعة لديها قيمة صغرى. أثبت أن متوسط القيم الصغرى يساوي  $(1+r)/(1+n)$
9. كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة التي عدد خاناتها لا يزيد عن 10 بحيث أن المتتابعة 1212 لا تظهر في العدد؟

10. بكم طريقة يمكن تعبئة الشكل  $2 \times n$  بمستطيلات  $1 \times 2$  و  $2 \times 2$ ؟
11. IMO 2019) يصدر البنك في مدينة باث قطعا من النقود عليها الحرف H على أحد الوجهين والحرف T على الوجه الآخر. يمتلك هاني n من هذه القطع مرتبة على شكل خط مستقيم من اليسار الى اليمين. يقوم هاني بتكرار العملية التالية:  
إذا كان لدينا بالضبط k من النقود على وجهها الحرف H فإنه يقوم بقلب القطعة التي ترتيبها k من اليسار وتتوقف العملية عندما تكون كل النقود T
- (أ) أثبت أنه لكل تشكيلة ممكنة سيتمكن هاني من التوقف بعد عدد منتهى من العمليات  
(ب) لكل تشكيلة ممكنة C ترمز  $L(C)$  لعدد العمليات التي سيجريها هاني. احسب متوسط قيم  $L(C)$
12. لدينا 14 عدد صحيح موجب مختلف. أثبت أننا يمكننا إيجاد مجموعتين جزئيتين مختلفتين بحيث أن  $A = \{a_1, \dots, a_k\}, B = \{b_1, \dots, b_k\}$  من ال 14 اعداد (جميع الاعداد في المجموعتين A, B مختلفة) بحيث أن

$$\left| \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} \right) - \left( \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_k} \right) \right| \leq 0.001$$

13. في الشبكة  $8 \times 8$  يوجد 9 قطع نقدية. مبدأيا، في كل مربع من ال  $3 \times 3$  الموجود بأسفل اليسار توجد قطعة؟ القطعة A تستطيع القفز فوق قطعة B وتنقل الى المربع الذي يكون صورة انعكاس القطعة A حول مربع القطعة B. (أ) هل يمكن نقل جميع المربعات الى ال  $3 \times 3$  الموجود في اعلى اليسار؟ (ب) هل يمكن نقل جميع المربعات الى ال  $3 \times 3$  الموجود في اعلى اليسار؟
14. تم تقسيم الربع الأول (في شبكة احداثيات) الى مربعات وحدة متطابقة (كل مربع مساحته 1، وعدد المربعات غير منتهى). تم وضع قطعة نقدية في كل مربع مظلل. تستطيع عمل حركة إذا كان هنالك مربع به قطعة نقدية وأعلاه ويمينه مربعين خاليين. هل من الممكن إخراج جميع القطع النقدية من المنطقة المظللة؟ ماذا لو تواجدت قطعة نقدية واحدة فقط في المربع الموجود في أسفل اليسار وكانت بقية المربعات فارغة؟

