تمارين 2

(1) لدينا المربعان المتطابقان $ABCD, EFGH$ رسمهما بحيث الرأس C منتصف الضلع EF . وكذلك النقاط B, F, G على استقامة واحدة. المستقيم BC يقطع EH في K . المستقيم AC يقطع GH في M . النقطة L منتصف GH ، ورسمنا من K مستقيم يوازي GH ويقطع FG في N .

(a) أثبت أن: $CK = CL = CN$.

(b) أثبت أن: $LM = 2HK$.

الأولمبياد الوطني – G7– رومانيا 2020.

(2) النقاط P, Q, R, S هي أربعة نقاط مختلفة تقع على الدائرة التي مركزها O وقطرها PS ، $QR \parallel PS$ ، $A = PR \cap QS$. إذا كانت B نقطة تقع في نفس المستوى بحيث يكون الشكل الرباعي $POAB$ متوازي أضلاع. اثبت أن $BQ = BP$.

(3) المثلث المتطابق الأضلاع ABC مرسوم داخل دائرة، النقطة P تقع على القوس الأصغر BC . إذا كان $D = AP \cap BC$ ، $PC = 28, PB = 21$. أوجد طول PD .

(4) في المثلث الحاد الزوايا ABC النقطتان D, E مسقطي A, B على كل من BC, AC على الترتيب. إذا كانت P هي نقطة تقاطع $\overleftrightarrow{AD}$ مع نصف الدائرة المنشأة على BC من الخارج، Q هي نقطة تقاطع $\overleftrightarrow{BE}$ مع نصف الدائرة المنشأة على AC من الخارج. فاثبت أن $CP = CQ$.

(5) النقطة P تقع على القطر BD في المستطيل $ABCD$. النقطة F هي مسقط P على الضلع BC . إذا كانت H تقع على BC بحيث $BF = FH$. إذا كانت PC تقطع AH في Q . أثبت أن

$$[\triangle CHQ] = [\triangle APQ].$$

Dutch Mathematics Olympiad, 1994 (Second Round).

(6) المثلث الحاد الزوايا ABC المرسوم داخل الدائرة التي مركزها O فيه. D هي نقطة تقاطع المنصف الداخلي للزاوية A مع الضلع BC . إذا كان الشعاع الخارج من الرأس A يمر بالمركز O يعامد الشعاع الخارج من D عند نقطة ولتكن I ثم يقطع AC عند P . أثبت أن $AB = AP$.

XI Italian Mathematics Olympiad, 1995.

(7) في الشكل الرباعي $ABCD$. رسمت دائرة تمس أضلاعه AD, DC, CB من الداخل على الترتيب في النقاط K, L, M. إذا عرفنا نقطة ولتكن N تقع على $\overline{MK}$ بحيث $LN \parallel AD$، $\overline{KC} \cap \overline{LN} = \{P\}$. أثبت أن:

$$PL = PN.$$

Fourth National Mathematics Olympiad of Turkey, 1997.

(8) ثلاثة نقاط A, B, C تقع على استقامة واحدة بحيث B تقع بين A, C. القطع المستقيمة AB, BC, CA هي أقطار أنصاف دوائر مرسومة في اتجاه واحد. إذا كان العمود المقام من B يقطع نصف الدائرة الكبرى في D. أثبت أن المماس المشترك للدائرتين الأصغر (غير BD) يوازي مماس الدائرة الكبري عند D.

38th IMO Croatian Team Selection Test 1997.

(9) في المثلث ABC. النقطة M هي نقطة تقاطع CD ، BK حيث CD هو ارتفاع المثلث ABC، BK هو منصف الزاوية $\angle ABC$ ($D \in \overline{AB}, K \in \overline{AC}$). رسم KL عمود على $\overline{BC}$ يقطع CD في N، ($L \in \overline{BC}$). الدائرة المحيطة للمثلث BKN تقطع AB في النقطة $P \neq B$. أثبت أن المثلث KPM مثلث متطابق الضلعين.

Ukrainian Mathematics Olympiad 1998 (11th Grade).

(10) النقطة P تقع خارج الدائرة Ω. رسم من P مماسان للدائرة عند A, B. النقطة M تقع على PB بحيث AM متوسط في المثالث ABP. النقطة C هي نقطة تقاطع الدائرة Ω مع AM. الشعاع PC يقطع الدائرة Ω مرة أخرى في D. أثبت أن $AD \parallel BP$.

19st Junior Balkan Mathematical Olympiad (Short List) 2015.

(11) في المثلث ABC لدينا $\angle B < \angle C, \angle A = 90^\circ$. مماس الدائرة المحيطة له عند الرأس A يقطع BC في النقطة D. النقطة E هي صورة A حول BC. النقطة X هي مسقط A على BE. النقطة Y منتصف AX. إذا قطع BY الدائرة في Z. اثبت أن BD مماس للدائرة المحيطة للمثلث ADZ.

Mongolian Team Selection Test for 40thIMO 1999.

(12) لدينا دائرة مركزها O وقطرها BD. رسم من النقطة A مماسان للدائرة فمسا الدائرة في B, C. رسم من C عمود على BD فقطعه في E. أثبت أن $CE \cdot AB = BO \cdot BE$