مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity
موهبة

السؤال الأول:

أوجد كل الأعداد الصحيحة الموجبة x, y التي تجعل العدد $2^x + 5^y + 2$ مربعًا كاملًا.

السؤال الثاني:

ليكن ABC مثلثًا و ω دائرته المحيطة. المنصف الخارجي لزاوية $\angle BAC$ يقطع ω في النقطة D. لتكن X موقع من C على AD، ولتكن F هي تقاطع المنصف الداخلي لزاوية $\angle BAC$ مع BC. برهن أن BX ينصف القطعة المستقيمة AF.

السؤال الثالث:

اللاعبان A, B يختار كل منهما عددًا من المجموعة $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ في دوره حتى تنتهي الأعداد. بعد ذلك يجمع كل منهما الأعداد التي اختارها. نقول أن أحد اللاعبين قد فاز عندما يكون مجموع أعداده عددًا أوليًا بينما مجموع أعداد منافسه عددًا مؤلفًا. غير ذلك تنتهي المباراة بالتعادل. بدأ اللاعب A أولًا. هل توجد إستراتيجية فوز لأحد اللاعبين؟

السؤال الرابع:

ليكن a_0 عددًا صحيحًا موجبًا ثابتًا. عرّفنا متتابعة غير منتهية من الأعداد الصحيحة الموجبة $\{a_n\}_{n\geq 1}$ بطريقة استقرائية كالتالي: إذا أُعطينا الحدود $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ فإن a_n هو أصغر عدد صحيح موجب بحيث $\sqrt[n]{a_0 \cdot a_1 \cdot \ldots \cdot a_n}$ يكون عددًا صحيحًا موجبًا. برهن أن المتتابعة $\{a_n\}_{n\geq 1}$ ثابتة بعد حد معين.

الزمن: 4 ساعات ونصف

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والسداد