EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **Arabic**

Day: **2**

Contestant: **SAU1**

الإثنين الموافق 12 إبريل 2021

المسألة 4. ليكن ABC مثلثا ومركزه الداخلي I ، لتكن D نقطة اختيارية على الضلع BC. ليكن المستقيم المار بنقطة D عمود يا على BI يقطع CI في E. ليكن المستقيم المار بنقطة D عمود يا على CI يقطع BI في F. أثبت أن انعكاس A حول المستقيم EF يقع على المستقيم BC .

المسألة 5. هناك مستوى يوجد فيه نقطة معينة O تسمى نقطة أصله. لتكن P مجموعة تحتوي على 2021 نقطة في المستوى، بحيث يتحقق الشرطين التاليين معا:

(i) لا يوجد ثلاث نقاط في P على استقامة واحدة،

(ii) لا توجد نقطتان في P تقع على مستقيم يمر بنقطة الأصل.

يقال للمثلث الذي رؤوسه في P أنه سمين إذا كانت O تقع بالفعل داخل المثلث. أوجد القيمة العظمى لعدد المثلثات السمينة.

المسألة 6. هل يوجد عدد صحيح غير سالب a الذي يجعل المعادلة

$$\left\lfloor\frac{m}{1}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{m}{2}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{m}{3}\right\rfloor+\cdots+\left\lfloor\frac{m}{m}\right\rfloor=n^2+a$$

لها أكثر من مليون حل مختلف (m,n) حيث m,n عددان صحيحان موجبان؟

الرمز $\lfloor x\rfloor$ يشير إلى الجزء الصحيح (أو أرضية) العدد الحقيقي x .

وهكذا $\lfloor 0\rfloor=0$, $\lfloor 42\rfloor=42$,$\lfloor\sqrt{2}\rfloor=1, \lfloor\pi\rfloor=\lfloor 22/7\rfloor=3$.

اللغة العربية

الزمن: 4 ساعات و30 دقيقة

الدرجة الكاملة لكل سؤال هي 7 نقاط.

لجعل هذه المسابقة عادلة وممتعة للجميع، يرجى عدم ذكر أو الرجوع إلى المشاكل على الإنترنت أو على وسائل التواصل الاجتماعي حتى يوم الثلاثاء 13 أبريل، في تمام الساعة 15:00.

EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **English**

Day: **2**

Contestant: **SAU1**

Monday, April 12, 2021

Problem 4. Let ABC be a triangle with incentre I and let D be an arbitrary point on the side BC. Let the line through D perpendicular to BI intersect CI at E. Let the line through D perpendicular to CI intersect BI at F. Prove that the reflection of A in the line EF lies on the line BC.

Problem 5. A plane has a special point O called the origin. Let P be a set of 2021 points in the plane such that

(i) no three points in P lie on a line and

(ii) no two points in P lie on a line through the origin.

A triangle with vertices in P is *fat* if O is strictly inside the triangle. Find the maximum number of fat triangles.

Problem 6. Does there exist a nonnegative integer a for which the equation

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

has more than one million different solutions (m, n) where m and n are positive integers?

The expression $\lfloor x \rfloor$ *denotes the integer part (or floor) of the real number* x. *Thus* $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ *and* $\lfloor 0 \rfloor = 0$.

Language: English

Time: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 points

To make this a fair and enjoyable contest for everyone, please do not mention or refer to the problems on the internet or on social media until Tuesday 13 April, 12:00 UTC (05:00 Pacific Daylight Time, 13:00 British Summer Time, 22:00 Australian Eastern Standard Time).