

الاختبار الثاني عشر Level 2 Test 12

3 ذو القعدة 1441هـ، 24 June 2020

يمنع استخدام الانترنت أو الآلة الحاسبة

القسم الأول: الأسئلة القصيرة (إجابة كل سؤال هي عدد صحيح بين 000 و 999، اكتب الناتج النهائي فقط).

السؤال الأول

أوجد عدد الأعداد الصحيحة الموجبة الأقل من أو تساوي 2020 ولا تبعد بأكثر من 10 عن مربع كامل.

السؤال الثاني

ليكن a و b عددين حقيقيين، ولتكن $f(x) = ax + b$ و $g(x) = x^2 - x$. افترض أن $g(f(2)) = 2$ ، $g(f(3)) = 0$ و $g(f(4)) = 6$. أوجد $g(f(5))$.

السؤال الثالث

يخطط ماجد وحزمة لقراءة كتاب من 400 صفحة. يقرأ ماجد الصفحة في 50 ثانية، بينما يقرأ حمزة الصفحة في دقيقة. إذا شرع حمزة في القراءة قبل ماجد بنصف ساعة، فأوجد رقم الصفحة التي سيدأ فيها ماجد وحزمة سوياً.

السؤال الرابع

أوجد أكبر عدد صحيح موجب n يحقق أن 5^n يقسم $1442! - 1441! - 1440!$.

السؤال الخامس

انطلق خالد من البيت وهو يقود سيارته بسرعة ثابتة متجهاً للمتجر. عندما مر بجانب مدرسته، لاحظ أنه خلال 20 دقيقة سيكون قد قطع ربع المسافة إلى المتجر، وخلال 45 دقيقة سيكون قد قطع ثلث المسافة إلى المتجر. أوجد عدد الدقائق التي يحتاجها خالد ليقطع المسافة من مدرسته إلى المتجر.

السؤال السادس

ليكن $0 < k$ ، يتقاطع المستقيمان $ky = 8x + 544$ و $50x + ky = 1240$ بزاوية قائمة عند (m, n) . أوجد قيمة $m + n$.

السؤال السابع

القطعة المستقيمة \overline{CD} هي العمود المُنصف على \overline{AB} ، بحيث تكون C منتصف القطعة \overline{AB} . معطى أن $AB = 64$ ، $CD = 60$. لتكن R مجموعة النقاط P التي تمثل منتصفات القطع المستقيمة \overline{XY} ، حيث تقع X على القطعة \overline{AB} و Y على القطعة \overline{CD} . أوجد مساحة المنطقة R .

السؤال الثامن

المستطيل $ABCD$ فيه $AB = 6$ ، $BC = 8$. إذا اختيرت نقطة عشوائياً داخل المستطيل فإن احتمال أن تكون أقرب للقطر \overline{AC} منها لأي ضلع من أضلاع المستطيل يساوي $\frac{m}{n}$ ، حيث m, n عدنان صحيحان موجبان أوليان فيما بينهما. أوجد قيمة $m + n$.

السؤال التاسع

أوجد عدد المعاملات التي تقبل القسمة على 3 في كثيرة الحدود

$$P(x) = x(x+1)(x+2) \cdots (x+239)$$

السؤال العاشر

لدينا 4 ألوان مختلفة وقبعتان من كل لون. بكم طريقة يمكن وضع هذه القبعات على 8 أشخاص جالسين على طاولة مستديرة بحيث لا يضع أي شخصين متجاورين قبعتين بنفس اللون (القبعات ذات اللون نفسه متماثلة)؟

نهاية القسم الأول

كل سؤال بدرجتين

القسم الثاني: الأسئلة المطولة (اكتب الحل كاملاً مع توضيح جميع الخطوات، لن تعطى درجات للناتج النهائي فقط)

السؤال الحادي عشر

أوجد جميع الأعداد الصحيحة n التي تجعل المقدار $3^n - n$ يقبل القسمة على 17.

السؤال الثاني عشر

لتكن a, b, c أطوال أضلاع مثلث. أثبت المتباينة أدناه

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{3} \geq abc + 2|(a-b)(b-c)(c-a)|$$

السؤال الثالث عشر

الأعداد 0,3,4,5 مكتوبة على سبورة. في كل خطوة نقوم بمسح عددين a, b ونكتب العددين $\frac{a+b}{\sqrt{2}}, \frac{|a-b|}{\sqrt{2}}$. بعد عدد منتهٍ من الخطوات، هل يمكن الوصول إلى حالة تكون فيها الأعداد المكتوبة على السبورة هي

(أ) 1,2,3,6 ؟

(ب) $1, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 5$ ؟

نهاية القسم الثاني

كل سؤال بـ 10 درجات

المدة: 4 ساعات ونصف (9:00 - 13:30)

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق