

التناسب الطردي

إذا كانت الزيادة (أو النقصان) في أحد كميتين (متغيرين) x, y يتبعها زيادة (أو نقصان) في الكمية الأخرى بنفس النسبة ، يقال أن x, y متناسبتان طردياً . والشكل الرياضي لذلك هو :

$$\frac{x}{y} = k \quad or \quad x = ky \quad or \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \quad or \quad x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$$

مثال 1 : إشتري خالد 8 دفاتر بـ 56 ريالاً ، فكم ريالاً سيدفع إذا اشترى 20 دفتر من نفس النوع ؟

مثال 2 : يقرأ سعد 12 صفحة من كتاب الجبر في 20 دقيقة ، كم صفحة يمكنه أن يقرأ بهذه السرعة في ساعة ؟

مثال 3 : إذا كان 25% من ثمن كتاب هو 30 ريالاً ، فكم 5% من ثمن الكتاب ؟

مثال 4 : في الصف الثالث الثانوي عدد الناجحين 60 طالباً ، ونسبة النجاح 75% . فكم عدد طلاب الصف الثالث؟

مثال 5 : سبيكة معدنية تتكون من الحديد والنحاس بنسبة 4 : 3 وزناً ، فإذا كان وزن السبيكة 280 جراماً ، فكم وزن النحاس فيها بالجرامات ؟

توحيد النسب

إذا كان النسبة بين عمري أحمد وخالد $k : m$ ، والنسبة بين عمري خالد وسعد هي $n : p$ ، ولإيجاد النسبة بين عمر أحمد وعمر خالد وعمر سعد لابد من جعل حد النسبة الذي يمثل خالد في النسبتين هو نفسه . لذا يمكننا أن نعيد كتابة النسبة الأولى $kn : mn$ والثانية $mn : mp$ فتصبح النسبة بين عمر أحمد وعمر خالد وعمر سعد هي $kn : mn : mp$.

مثال 6 : ثلاث آبار للبتترول تنتج 13200 برميل يومياً ، فإذا كان ما تنتجه البئر الأولى $\frac{3}{4}$ ما تنتجه البئر الثانية ، و ما تنتجه

البئر الثالثة $\frac{5}{3}$ ما تنتجه البئر الأولى . فكم إنتاج البئر الثانية ؟

التناسب العكسي

إذا كان حاصل ضرب كميتين (متغيرين) x, y يساوي مقدار ثابت يقال أن x, y متناسبتان عكسياً .

والشكل الرياضي لذلك هو : $xy = k$ or $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ or $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$

(لاحظ أن زيادة x إلى الضعف يقتضي نقصان y إلى النصف في هذه الحالة وهكذا عموماً كلما تزايد x لابد أن تنقص y)

مثال 1 : يحتاج 10 عمال 12 يوماً لحفر بئر لجمع الماء . ما عدد الأيام التي يحتاجها 24 عاملاً لحفر البئر نفسه (وذلك بافتراض أن قدرة جميع العمال متساوية) ؟

مثال 2 : إذا كانت كمية العلف في مزرعة للدواجن تكفي 2000 دجاجة لمدة شهرين . فإذا زاد عدد الدجاج في المزرعة حتى أصبح 3000 بعدكم يوم تنفذ كمية العلف الموجودة في المزرعة ؟

التناسب المركب

إذا كانت x تتناسب طردياً مع y (عند ثبوت z) ، x تتناسب عكسياً مع z (عند ثبوت y) نسمي هذا النوع تناسب مركب بين x, y, z ويكون:

$$\frac{x_1 \cdot z_1}{y_1} = \frac{x_2 \cdot z_2}{y_2} \text{ والتي تكافئ } x_1 \cdot y_2 \cdot z_1 = x_2 \cdot y_1 \cdot z_2$$

وللتسهيل نصيغ العلاقة كما في الشكل التالي لنحصل على ما يمكن تسميته بالضرب التبادلي :

$$\begin{array}{ccc} x_1 & y_1 & z_1 \\ & \swarrow \searrow & \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{array}$$

مثال : إذا كانت ثلاث قطط تستغرق ثلاث دقائق في قتل ثلاثة فئران ، فكم دقيقة تستغرق مئة قطة في قتل مئة فأر ؟

- (1) متوسط ثلاث أعداد A, B, C هو a ، متوسط A, B هو b . أوجد قيمة C .
- (2) إذا كان سعر قميص وقبعة وزوج من الأحذية هو a ريالاً ، وسعر القميص يزيد بمقدار b ريال عن زوج الأحذية ،
سعر القميص يزيد بمقدار c ريال عن القبعة . أوجد سعر زوج الأحذية.
- (3) يوجد كومتين من أوراق الطباعة على طاولة . الكومة الأولى تزيد بمقدار a كجم عن الثانية . إذا علمت أنه قد
استخدم b كجم من كل كومة وأصبحت الكومة الأولى m ضعف الكومة الثانية . أوجد وزن كل كومة .
- (4) يوجد كومتين من أوراق الطباعة على طاولة . الكومة الأولى تزيد بمقدار a كجم عن الثانية . إذا علمت أنه قد
استخدم b كجم من كل كومة وأصبحت الكومة الأولى m ضعف الكومة الثانية . أوجد وزن كل كومة .
- (5) يوجد عدد a من الدجاج والأرانب، فإذا كان عدد أرجلهم b . فأوجد عدد الأرانب.
- (6) يوجد سلتان للتفاح ، إذا أخذنا a تفاحة من الأولى ووضعناها في الثانية أصبح عدد التفاح متساوي في السلتين ،
بينما إذا أخذنا b تفاحة من الثانية ووضعناها في الأولى أصبح عدد التفاح في الأولى ضعف الثانية . أوجد عدد
التفاح في كل من السلتين .
- (7) بعد اختبار ما وجدنا أن متوسط درجات الطلاب العشر الأوائل هو a درجة ، ومتوسط درجات الطلاب الثمانية
الأوائل هو b درجة . فإذا كان الطالب التاسع درجته تزيد بمقدار c درجة عن الطالب العاشر . فأوجد درجة الطالب
العاشر.
- (8) لإتمام مهمة العامل A منفرداً يستغرق وقتاً مقداره a يوم ، بينما العامل B منفرداً يستغرق وقتاً مقداره b يوم ،
أوجد عدد الأيام التي يستغرقها لإتمام المهمة معاً ؟
- (9) لإتمام مهمة العامل A منفرداً يستغرق وقتاً مقداره a يوم ، بينما العامل B منفرداً يستغرق وقتاً مقداره b يوم ،
الآن قد أتم العامل A منفرداً c يوماً (حيث $c < a$) . فإذا طلب من العامل B أن يكمل المهمة منفرداً ، فكم
يوم يحتاج لعمل ذلك ؟
- (10) لإتمام مهمة العامل A منفرداً يستغرق وقتاً مقداره a يوم ، بينما العامل B منفرداً يستغرق وقتاً مقداره b يوم ،
عمل A منفرداً عدداً قليلاً من الأيام ثم توقف ليكمل B المهمة ، وبذلك يكون إتمام المهمة بهذه الطريقة قد إستغرق
 c يوماً (حيث $b < c < a$) . فأوجد عدد الأيام التي عملها A في هذه المهمة ؟
- (11) سيارة سريعة تقطع المسافة من البلدة X إلى البلدة Y في زمن قدره a ساعة ، بينما الشاحنة البطيئة تقطع المسافة
من البلدة Y إلى البلدة X في زمن قدره b ساعة على نفس الخط ، فإذا غادرت السيارة السريعة البلدة X متجهة
إلى البلدة Y في نفس الوقت الذي تحركت فيه الشاحنة البطيئة من البلدة Y متجهة إلى البلدة X . فبعد كم ساعة
يلتقيان ؟.
- (12) تقابل حصان وحمار في الطريق . فقال الحمار للحصان : " إذا أعطيتني شنطة من حمولتك ، صارت حمولتي ضعف
حمولتك. " رد الحصان: " بل لو أعطيتني شنطة من حمولتك لتساوت حمولتي . " أوجد عدد الشنط على الحمار .

13) لدى A, B, C, D جميعهم 45 كتاب . إذا نقصت كتب A كتابين ، وزادت كتب B كتابين ، وضعفت كتب C ، ونصفت كتب D . لأصبح عدد الكتب لديهم متساوي . كم عدد الكتب لدى A ؟

14) مجموعة من الطلاب ينظفون منطقتين في مدرستهم ، مساحة المنطقة A مرة ونصف مساحة المنطقة B ، في الصباح (نصف اليوم) كان عدد الطلاب الذين ينظفون المنطقة A ثلاثة أمثال عدد الطلاب الذين ينظفون المنطقة B ، وبعد الظهر (النصف الآخر من اليوم) كان $\frac{7}{12}$ من الطلاب ينظفون المنطقة A والباقيين ينظفون المنطقة B . في نهاية اليوم انتهى العمل في المنطقة A ، بينما المنطقة B تحتاج إلى 4 طلاب يعملوا يوماً إضافياً حتى ينتهي العمل فيها . السؤال كم عدد الطلاب في تلك المجموعة ؟

15) يحتوي الإبريق A على 11 لترًا من العسل النقي ، بينما يحتوي الإبريق B على 15 لترًا من الماء النقي . تم صب بعض العسل من إبريق A إلى إبريق B ، وقد تم خلطهما جيداً ، بعد ذلك تم صب خليط من بعض إبريق B إلى إبريق A ، وفي النهاية كان الإبريق A يحتوي على 62.5% من العسل من محتواه النهائي ، الإبريق B يحتوي 25% من العسل من محتواه النهائي . إذا بقي إجمالي حجم العسل والماء في النهاية هو نفسه في البداية ، كم لترًا من الخليط تم سكبه في إبريق A ؟

16) هناك نوعان من المستودعات ، عدد أجهزة التلفاز في الأول ثلاثة أمثال الثاني ، وإذا نقل 30 جهاز تلفاز من الأول إلى الثاني أصبح عدد أجهزة التلفاز في الثاني $\frac{4}{9}$ الأول . أوجد عدد أجهزة التلفاز في الثاني .

17) هناك 140 من قطع الشوكولاتة السوداء والشوكولاتة البيضاء على الرف . بعد أن بيعت ربع الشوكولاتة السوداء وأضاف أمين مخزن 50 قطعة شوكولاتة بيضاء أخرى على الرف . فإن عدد قطع الشوكولاتة البيضاء يكون ضعف عدد تلك السوداء . أوجد عدد قطع الشوكولاتة السوداء في البداية .

18) يرحل السيد A والسيد B من نفس المكان إلى بلدة X ، انطلق السيد A ماشياً بسرعة 5 كم / ساعة . وانطلق السيد B بدراجته ولكن بعد أن تحرك السيد A بساعة ونصف ، وبعد 50 دقيقة من تحرك السيد B وصلا في نفس الوقت إلى البلدة X . أوجد سرعة السيد B .

19) غادر A, B معاً لبلدة Y ، على دراجته ، B سيراً على قدميه ، بحيث سرعة A تزيد $1 \text{ km} / \text{h}$ عن ثلاثة أمثال سرعة B . وعند وصول A إلى بلدة Y أخذ راحة لمدة ساعة قبل أن يعود . وفي رحلة عودته تقابل مع B الذي سار للتو ساعتين ونصف . إذا كان بلدة Y تبعد $14\frac{3}{4}$ كلم من نقطة الانطلاق ، أوجد سرعة كل منهما والمسافة التي قطعها كل منهما قبل أن يلتقيا مرة أخرى ؟.

20) غادر سائق سيارة في الساعة 9 صباحاً من مدينة A إلى مدينة B . وخطط للوصول الساعة 12 ظهراً. بعد ساعة، ادرك أنه سيصل متأخراً 20 دقيقة بسرعته الحالية فزاد سرعته بمقدار 35 كم / ساعة وبذلك وصل في تمام الساعة 12 ظهراً. أوجد السرعة الأصلية للسائق والمسافة بين المدينتين .

21) النسبة بين أعداد تلاميذ في مجموعتين هي 1 : 4 . إذا نقل 15 تلميذاً من المجموعة الأولى إلى المجموعة الثانية سيصبح هناك نفس العدد من التلاميذ في كل مجموعة . كم عدد التلاميذ الذين يجب تحويلهم من المجموعة الأولى إلى المجموعة الثانية بحيث تصبح النسبة 3 : 7 ؟.

22) هناك نوعان من الشموع، واحدة سمكية والأخرى رقيقة، ولكنهما متساويتان في الطول . السمكية يمكن أن تستمر 5 ساعات، الرقيقة يمكن أن تستمر 4 ساعات . إذا أضيئت الشمعتين معاً ، كم من الوقت المستغرق لتصبح السمكية 4 أمثال الرقيقة في الطول ؟.

23) تغادر سيارة من بلدة X متجهة إلى بلدة Y . إذا زادت سرعة السيارة بنسبة 20% فإنها تصل إلى بلدة Y قبل ساعة من الوقت المقرر لها . بينما لو سارت 120 كم بسرعتها الأصلية ، ثم تزيد من سرعتها بنسبة 25% لبقية الرحلة فسوف تصل قبل 40 دقيقة من الوقت المقرر . أوجد المسافة بين بلدة X وبلدة Y .

24) يمكن للعامل A أن ينجز مهمة منفرداً في 9 أيام، بينما ينجزها العامل B وحده في 6 أيام . الآن العامل A قد عمل وحده لمدة 3 أيام لإنجاز المهمة ، كم يوماً يستغرق B لإتمام هذه المهمة دون A ؟

25) لدينا مشروع ، يمكن للفريق A إنجاز المشروع في 10 أيام ، بينما فريق B يمكنه إنجاز المشروع في غضون 30 يوماً . الآن يعمل الفريقان في هذا المشروع . ولكن الفريق A لديه يومين راحة، والفريق B لديه 8 أيام راحة . أوجد عدد الأيام التي سوف يعملها سوياً لاستكمال المشروع .

26) هناك نوعان من أنابيب تعبئة المياه A, B وأنبوب تصريف واحدة C ، وكلها متصلة بحمام سباحة . عندما يكون الحمام ممتلئاً وتفتح الأنابيب الثلاثة معاً فإن تفريغ الحمام بالكامل يستغرق 3 ساعات ، بينما يستغرق ذلك ساعة واحدة عند فتح الأنبوبين A, C فقط ، كما يستغرق 45 دقيقة عند فتح الأنبوبين B, C فقط . إذا كان معدل الملء للأنبوب A يزيد بمقدار $1m^3 / \text{min}$ عن أنبوب B ، أوجد معدل التعبئة (أوالتصريف) لكل أنبوب .

27) يحتوي إبريق على سائل (مخلوط من الماء والكحول). بعد أن تم إضافة كوب من الماء أصبح تركيز الكحول في إبريق 25% ، ثم أضيف كوب آخر من الكحول النقي في الإبريق فأصبح تركيز الكحول 40% . كم عدد أكواب السائل التي كانت في الإبريق في البداية؟ (تركيز الكحول يساوي حجم كمية الكحول مقسوماً على حجم كمية السائل)

28) يعمل فريقان على نسخ كتاب . كتب فريق A ثلث الكتاب في 4 أيام . ثم انضم إليه الفريق B فأُنجز المتبقي من الكتاب في 3 أيام . إذا علمت أن الفريق كتب 75 صفحة من الكتاب، فأوجد عدد صفحات هذا الكتاب .

29) لدينا مشروع سيستغرق السيد A والسيد B معاً 12 يوماً لإكماله . الآن كل منهم عمل لمدة 4 أيام ، والجزء المتبقي يمكن أن يتمه السيد A في 10 أيام ، أوجد عدد أيام لكل منهم لاستكمال هذا المشروع منفرداً .

(30) في مشروع ما، إذا عمل السيد A لمدة 2 يوماً ، والسيد B عمل لمدة 5 أيام سيتم الانتهاء من $\frac{4}{15}$ من المشروع .ولكن إذا

عمل السيد A لمدة 5 يوماً ، والسيد B عمل لمدة 2 يوماً سيتم الانتهاء من $\frac{19}{60}$ من المشروع. أوجد عدد الأيام اللازمة

لكل منهم لإكمال هذا المشروع وحده.

(31) يتم تعبئة الخزان فارغاً كامل بواسطة صنبور A في 12 دقيق ، بينما لا يستغرق أنبوب B إلا 5 دقائق لتفريغه تماماً . في حين الصنبور C يأخذ 6 دقائق لملء هذا الخزان كاملاً. إذا فتح الصنبور A لملء الخزان فارغاً في الدقائق القليلة الأولى قبل فتح الأنبوب B والصنبور C ، وسوف يستغرق ذلك 18 دقيقة لملء هذا الخزان .ما الوقت الذي فتح فيه الصنبور A قبل فتح الأنبوب B والصنبور C ؟

(32) مقدار العمل الذي يقوم به السيد B في يوم واحد يقوم به السيد A في ثلث يوم ، مقدار العمل الذي يقوم به السيد

C في يوم يستغرق السيد B $\frac{3}{4}$ يوم للقيام به .الآن يعمل كل يوم اثنان منهم في مشروع .فإذا علمت أن ذلك يستلزم أن يعمل السيد A لمدة 4 أيام، السيد B لمدة 3 أيام والسيد C لمدة 3 أيام لاستكمال هذا المشروع .أوجد عدد أيام السيد A التي تكفيه وحده لإتمام هذا المشروع.

(33) يشارك السيد A والسيد B والسيد C في سباق للدرجات ، السيد A ينهيه قبل السيد B ب 12 دقيقة ، والسيد B قبل

السيد C ب 3 دقائق . إذا كان السيد A أسرع من السيد B بمقدار $5km/h$ ، والسيد B أسرع من السيد C بمقدار $1km/h$. أوجد مسافة هذا السباق .

(34) يتكلف قلم الحبر الأحمر 19 هللة ، ويتكلف قلم الحبر الأزرق 11 هللة ، الآن أَدفع ما مجموعه 2.80 ريالاً لشراء 16 قلم حبر . كم منها زرقاء ؟

(35) موظف A يأخذ 6 ساعات لكتابة التقرير وموظف B يستغرق 10 ساعات لكتابة نفس التقرير. إذا بدأ الموظف A كتابة التقرير لبضع ساعات ثم سلم بقية الكتابة إلى الموظف B ، فاستغرق كتابة التقرير 7 ساعات إجمالاً. أوجد عدد ساعات كل موظف في كتابة هذا التقرير.

(36) نوعان من الحديد الخام ، الأول يحتوي على 68% من الحديد والثاني يحتوي على 63% من الحديد .الآن مطلوب 100 طن من الحديد الخام فيه 65% حديد، كم نستخدم من كل نوع ؟

(37) أمر تسليم يستغرق أسطول من الشاحنات على مدى عدة أيام لتنفيذه .إذا خفضنا 6 شاحنات فإنه سيمتد 3 أيام لاستكمال التسليم . بينما إذا أضفنا 4 شاحنات فسيقلل ذلك مدة يوم واحد لإكمال التسليم . فأوجد عدد الأيام وعدد الشاحنات في هذا الأسطول.

(38) كان مطلوباً عمل 360 هدية توزع في اليوم الوطني وأن يتم تجميعها قبل ذلك اليوم .تحمس فريق A وأنتج 112% من الحصة المطلوبة منه ، كما أنتج فريق B 110% من حصته ، ونتيجة لذلك كان هناك 400 هدية جاهزة إجمالاً قبل حلول اليوم الوطني. أوجد عدد الهدايا التي أنتجها كل فريق زيادة على حصته المطلوبة.

(39) المحلول الأول تركيزه 80% خلط مع المحلول الثاني (نفس النوع) والذي تركيزه 90% لإنتاج محلول تركيزه 84% . فإذا أردنا الحصول على 500 لتر من هذا المحلول المختلط ، أوجد الكمية المستخدمة من المحلولين الأول والثاني .

(40) يتم خلط كحول تركيزه 72% مع كحول تركيزه 58% للحصول على خليط تركيزه 62%. إذا تم إضافة 15 لترا كحول إلى هذا الخليط يصبح تركيزه 63.25%. أوجد كمية الكحول المستخدمة من كل كحول في الخليط الأول.