



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026

电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

赵乐君

SA24225465

1/3

256. 设A是10000以内能被4整除的集合.

B是10000以内能被5整除的数的集合

C是10000以内能被6整除的数的集合.

$$|A| = \lfloor \frac{10000}{4} \rfloor = 2500 \quad |B| = \lfloor \frac{10000}{5} \rfloor = 2000 \quad |C| = \lfloor \frac{10000}{6} \rfloor = 1666$$

$$|A \cap B| = \lfloor \frac{10000}{4 \times 5} \rfloor = 500 \quad |A \cap C| = \lfloor \frac{10000}{4 \times 6} \rfloor = 416 \quad |B \cap C| = \lfloor \frac{10000}{5 \times 6} \rfloor = 333$$

$$|A \cap B \cap C| = \lfloor \frac{10000}{4 \times 5 \times 6} \rfloor = 83$$

$$|A \cup B \cup C| = 2500 + 2000 + 1666 - 500 - 416 - 333 + 83 = 5000$$

$|A \cup B \cup C|$ 是能被4或5或6整除的数的个数

用10000减去 $|A \cup B \cup C|$ 即为所求, 共 $10000 - 5000 = 5000$ 个.

258. 设A为10000以内完全平方数的集合

B为10000以内完全立方数的集合.

$$|A| = \lfloor \sqrt{10000} \rfloor = 100$$

$$|B| = \lfloor \sqrt[3]{10000} \rfloor = 21$$

$$|A \cap B| = \lfloor \sqrt[6]{10000} \rfloor = 4$$

$$|A \cup B| = 100 + 21 - 4 = 117$$

$|A \cup B|$ 是完全平方或完全立方数的个数.

用10000减去 $|A \cup B|$ 即为所求, 共 $10000 - 117 = 9883$ 个



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026
电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

赵乐君

SA>4225465

213

262. 该方程共有 $\binom{17}{3} = 680$ 种非负整数解

有 $\binom{8}{3} \cdot \binom{4}{1} = 56 \cdot 4 = 224$ 种有一个数大于8的解.

有 $680 - 224 = 456$ 种没有数超过8的非负整数解.

270. i) $D_7 = 7! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} - \frac{1}{7!}\right)$

$= 2520 - 840 + 210 - 42 + 7 - 1$

$= 1854$ 共1854种

ii) $P(7, 7) = 5040$

$5040 - 1854 = 3186$ 共3186种.

iii) 有一人拿到了自己的帽子且可能性有

$P(7, 1) \cdot P_6 = 7 \cdot 265 = 1855$ 种.

则有至少两人拿到自己的帽子的可能性共 $3186 - 1855 = 1331$ 种.

272. 排列数共 $\frac{P!}{3!4!2!} = 1260$ 种.

$|A \cap B \cap C| = P(3, 3) = 6$

设A为a同时出现的性质

B为b同时出现的性质

C为c同时出现的性质

$|A \cup B \cup C| = 105 + 60 + 270 - \frac{6}{2} - \frac{20}{2} - \frac{20}{2} + 6$

$= 385$

$|A| = \frac{6!}{3!4!} = 105$

$1260 - 385 = 875$ 种

$|B| = \frac{5!}{3!2!} = 60$

共875种

$|C| = \frac{7!}{3!4!} = 270$

$|A \cap B| = \frac{P(2, 2)}{2!} = 1$

$|A \cap C| = \frac{P(2, 2)}{2!} = 1$

$|B \cap C| = \frac{P(2, 2)}{2!} = 1$



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026

电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

赵乐君

SA24225465

3/3

279. a) $r_1 = 6$ $r_2 = \binom{3}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 12$ $r_3 = \binom{2}{1}^3 = 8$

共有 $6! - 5! \cdot r_1 + 4! \cdot r_2 - 3! \cdot r_3 = 240$ 种排列.

b) $r_1 = 12$ $r_2 = \binom{3}{1} \cdot 2 + \binom{3}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 54$

$r_3 = \binom{3}{1} \cdot 2 \cdot \binom{2}{1} \cdot 4 + \binom{4}{1}^3 = 112$

$r_4 = \binom{3}{2} \cdot 2^2 + \binom{3}{1} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 = 108$

$r_5 = \binom{3}{1} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 = 48$ $r_6 = \binom{2}{1}^3 = 8$

共有 $6! - 5! \cdot r_1 + 4! \cdot r_2 - 3! \cdot r_3 + 2! \cdot r_4 - r_5 + r_6$

$= 80$ 种排列.

c) $r_1 = 8$ $r_2 = 6 + 1 + 3 \times 5 = 22$ $r_3 = 1 + 6 \times 3 + 5 = 24$ $r_4 = 6 + 3 = 9$ $r_5 = 1$

共有 $6! - 5! \cdot r_1 + 4! \cdot r_2 - 3! \cdot r_3 + 2! \cdot r_4 - r_5$

$= 161$ 种.