



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026
电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

SJ24225465

赵乐君

1/3

172. i) 确定 010100110 后继.

$$\sigma(010100110) = 4, \text{ 为偶数.}$$

只需改变 a_0 . 故 010100110 后继为 010100111

ii) 确定 110001100 后继.

$$\sigma(110001100) = 4, \text{ 为偶数.}$$

只需改变 a_0 . 110001100 后继为 110001101

iii) 确定 111111111 后继.

$$\sigma(111111111) = 1, \text{ 为奇数.}$$

最右边为 1 是 a_0 , 需改变 a_1 , 后继为 111111101

152. 关系 R 包含以下有序对.

$$R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (a, e), (e, f), (f, d)\}$$

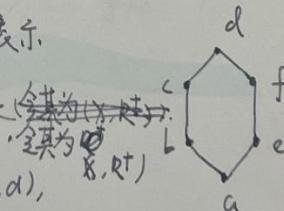
给定的关系均是覆盖的, 即每个关系都不会被其他任一元素分割.

由关系 R 和集合 X 构成的 (X, R) 可由右图表示.

该关系不成环, 可还原为带有传递性的偏序集 (其基为 X , 关系为 R^+)

$$\text{其中, } R^+ = \{(a, b), (a, c), (b, c), (c, d), (a, d), (b, d),$$

$$(a, e), (a, f), (e, f), (f, d), (a, d)\}$$



能够得证 关系 R 是偏序集 (X, R^+) 唯一对应的覆盖关系.

通过求线性扩展的算法可以得列其所有的线性扩展:

$$a, b, c, e, f, d$$

$$a, e, b, c, f, d$$

$$a, e, f, b, c, d$$

$$a, e, b, f, c, d$$

$$a, b, e, c, f, d$$

$$a, b, e, f, c, d$$



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026
电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

SA 24225465

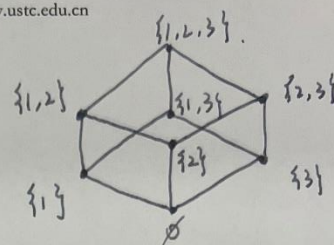
赵乐君

2/3

199. X 的子集组成的偏序集可以用立方图表示.

线性扩展集:

~~$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$~~



先填入 $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ 中的 2 种, 再填入同时覆盖它们的子集, 再填入 $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ 中剩下的那种, 再排列 2 种二元子集, 这种填法共 $P(3, 2) \cdot P(2, 2) = 12$ 种

先将 $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ 都填入, 再填入二元子集, 共 $P(3, 3) \cdot P(3, 3) = 36$ 种

综上, 线性扩展集共有 $12 + 36 = 48$ 种.

200. 由 $k \binom{k}{n} = n \binom{k}{n-1}$ $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$ 可知.

能够将式子化为

$$n \binom{n-1}{0} - n \binom{n-1}{1} + n \binom{n-1}{2} - \dots + (-1)^{n-1} n \binom{n-1}{n-1}$$
$$= n \left[\binom{n-1}{0} - \binom{n-1}{1} + \binom{n-1}{2} - \dots + (-1)^{n-1} \binom{n-1}{n-1} \right]$$

又由 $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \dots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$ 可知.

$$\text{上式} = n \cdot 0 = 0.$$

得证.



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026

电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

SA24225465 赵乐君 3/3

235.

$\sum_{r,s,t \geq 0, r+s+t=n} \binom{m_1}{r} \binom{m_2}{s} \binom{m_3}{t}$ 式可以直观理解为: 从一堆有 m_1 个物体的堆中选 r 个
从一堆有 m_2 个物体的堆中选 s 个
从一堆有 m_3 个物体的堆中选 t 个.
共选了 n 个该物体.

这一问题共有 $\binom{m_1+m_2+m_3}{n}$ 种选法.

$$\text{因此 } \sum_{\substack{r,s,t \geq 0 \\ r+s+t=n}} \binom{m_1}{r} \binom{m_2}{s} \binom{m_3}{t} = \binom{m_1+m_2+m_3}{n}$$

254.

i) 最大大小的链可以是 $\{1, 2, 4, 8\}$ 或 $\{1, 2, 6, 12\}$ 或 $\{1, 2, 4, 12\}$ 或 $\{1, 3, 6, 12\}$, 大小为 4.
根据 Dilworth 定理, 反链最少有 4 个划分.
如: $\{1\}$, $\{2, 3, 5, 7, 11\}$, $\{4, 6, 9\}$, $\{10, 12\}$.

ii) 最大大小的反链是 $\{2, 3, 5, 7, 11\}$, 大小为 5.

根据 Dilworth 定理的对偶定理, 链最少有 ~~5~~ 5 个划分, 本例最少有 6 个划分

如: $\{1, 2, 4, 8\}$, $\{3, 6, 12\}$, $\{5, 10\}$, $\{7\}$, $\{11\}$, $\{9\}$.