



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026
电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

SA24225465 赵东君

374. 大 Schröder 数的生成函数为

$$h(x) = \frac{1-x-\sqrt{x^2-6x+1}}{2x}$$

泰勒展开 $\sqrt{x^2-6x+1}$ 为 $1-3x-4x^2-12x^3-44x^4-180x^5+O(x^6)$

$$h(x) = \frac{1-x-1+3x+4x^2+12x^3+44x^4+180x^5}{2x}$$

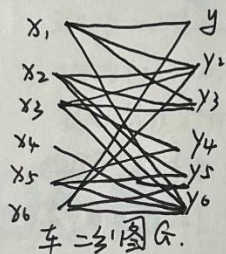
$$= 1 \cdot x^0 + 2 \cdot x^1 + 6 \cdot x^2 + 22 \cdot x^3 + 90 \cdot x^4$$

可得大 Schröder 数前五项为 1, 2, 6, 22, 90.

375. 共有 11 种落子方法.

棋盘 B

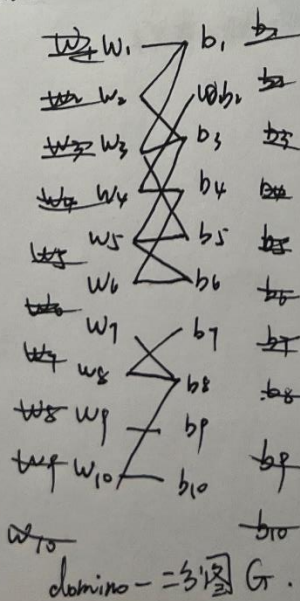
0			X	X
X	0		X	
X		0		X
X	X	X	X	0
X	X	X	0	
		X	X	0



所有落子方法及 G 中对应匹配画见下一页.

379. 将棋盘 B 用黑白标记

w ₁	b ₁	w ₂	X	X	b ₂
X	w ₃	b ₃	X	b ₄	w ₄
X	b ₅	w ₅	b ₆	w ₆	X
X	X	X	X	X	w ₇
X	X	X	b ₇	w ₈	b ₈
b ₉	w ₉	X	X	b ₁₀	w ₁₀



令 A_i 为和 w_i 邻接的所有黑色方块.

$$A_1 = \{b_1\} \quad A_2 = \{b_1, b_3\} \quad A_3 = \{b_1, b_3, b_5\} \\ A_4 = \{b_2, b_4\} \quad A_5 = \{b_2, b_5, b_6\} \quad A_6 = \{b_4, b_6\} \\ A_7 = \{b_8\} \quad A_8 = \{b_7, b_8\} \quad A_9 = \{b_9\} \quad A_{10} = \{b_{10}\}$$

族 $\mathcal{A} = (A_1 \dots A_{10})$ 中含有 SDR.

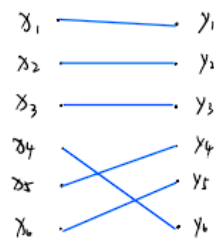
因为 SDR 是 $\{b_1, b_3, b_5, b_2, b_6, b_4, b_8, b_7, b_9, b_{10}\}$

因此存在完美覆盖. 覆盖方法为

$$w_1 - b_1 \quad w_6 - b_4 \\ w_2 - b_3 \quad w_7 - b_8 \\ w_3 - b_5 \quad w_8 - b_7 \\ w_4 - b_2 \quad w_9 - b_9 \\ w_5 - b_6 \quad w_{10} - b_{10}$$

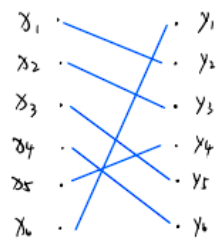
i)

0			X	X	
X	0		X		
X		0			X
X	X	X	X	X	0
X	X	X	0		
		X	X	0	



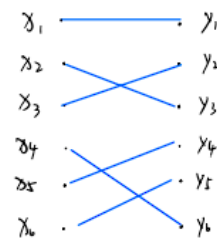
vii)

	0		X	X	
X		0	X		
X				0	X
X	X	X	X	X	0
X	X	X	0		
0		X	X		



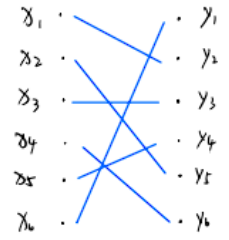
ii)

0			X	X	
X		0	X		
X	0				X
X	X	X	X	X	0
X	X	X	0		
		X	X	0	



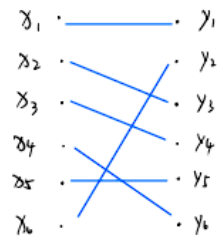
viii)

	0		X	X	
X			X	0	
X		0			X
X	X	X	X	X	0
X	X	X	0		
0		X	X		



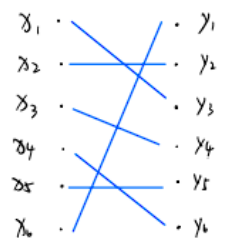
iii)

0			X	X	
X		0	X		
X			0		X
X	X	X	X	X	0
X	X	X		0	
	0	X	X		



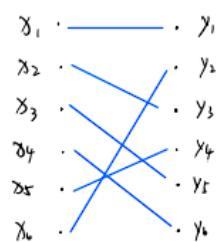
ix)

		0	X	X	
X	0		X		
X			0		X
X	X	X	X	X	0
X	X	X		0	
0		X	X		



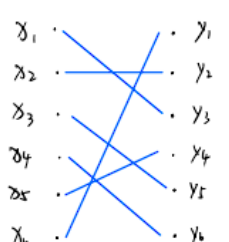
iv)

0			X	X	
X		0	X		
X				0	X
X	X	X	X	X	0
X	X	X	0		
	0	X	X		



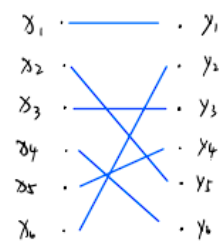
x)

		0	X	X	
X	0		X		
X				0	X
X	X	X	X	X	0
X	X	X	0		
0		X	X		



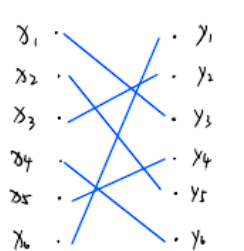
v)

0			X	X	
X			X	0	
X		0			X
X	X	X	X	X	0
X	X	X	0		
	0	X	X		



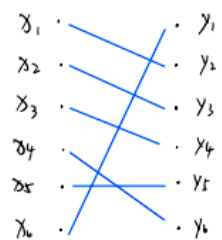
xi)

		0	X	X	
X			X	0	
X	0				X
X	X	X	X	X	0
X	X	X	0		
0		X	X		



vi)

	0		X	X	
X		0	X		
X			0		X
X	X	X	X	X	0
X	X	X		0	
0		X	X		





中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026

电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

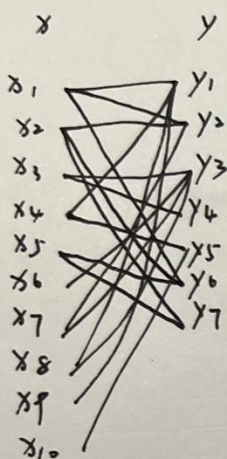
SA242546 赵松君

388. 最大数目是7, 即全部填补.

390.

314

作二分图.



可匹配:

~~x1 -> x7~~

$x_3 \rightarrow y_4$

$x_{10} \rightarrow y_5$

$x_5 \rightarrow y_7$

$x_9 \rightarrow y_1$

$x_2 \rightarrow y_6$

$x_1 \rightarrow y_2$

$x_8 \rightarrow y_3$

$A = (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)$

$A_1 = \{1, 2\}$ $A_2 = \{2, 3\}$ $A_3 = \{3, 4\}$

$A_4 = \{4, 5\}$ $A_5 = \{5, 6\}$ $A_6 = \{6, 1\}$

设 $\{e_1, \dots, e_6\}$ 为 SDR

从 e_1 开始, $e_1 = 1$ 或 2 .

若 $e_1 = 1$, 则 e_6 只能为 6 , e_5 只能为 5 ...

于是此类推 SDR 为 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

若 e_1 为 2 , 则 e_2 只能为 3 , 于是类推.

SDR 为 $\{2, 3, 4, 5, 6, 1\}$.

因此 A 有 2 种 SDR.

推广至 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$.

其中 $A_1 = \{1, 2\}$... $A_k = \{k, k+1\}$; $A_n = \{n, 1\}$.

若 $A_1 = 1$, 则 A 只能 A_1 为 1

A_n 只能为 n , A_{n-1} 只能为 $n-1$... A_k 只能为 k .

若 $A_1 = 2$, 则 A_2 只能为 3 ... A_k 只能为 $k+1$; A_n 只能为 1

因此, 推广至 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$.

A 只有 2 种 SDR: $\{1, 2, 3, \dots, n\}$

和 $\{2, 3, 4, \dots, n, 1\}$



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

地址: 中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编: 230026

电话: 0551-63602184 传真: 0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

SA24225465

赵乐君

99.

i) 女士最优: 1) A选择a B选择a C选择b D选择d a拒绝B 4/4

2) B选择d d拒绝D

3) D选择b b拒绝C

4) C选择a a拒绝A

5) A选择b b拒绝A

6) A选择c

结果: $A \leftrightarrow c$ $B \leftrightarrow d$

$C \leftrightarrow a$ $D \leftrightarrow b$

ii) 男士最优:

1) a选择D b选择B c选择D d选择a C拒绝a

2) a选择C C拒绝d

3) d选择B B拒绝b

4) b选择D D拒绝c

5) c选择A

结果: $a \leftrightarrow C$ $b \leftrightarrow D$

$c \leftrightarrow A$ $d \leftrightarrow B$

同时优先

因此可推断对于给定的优先秩序矩阵只存在一个稳定的完备婚姻。