

中国科学技术大学

2024 秋考试试卷

考试科目: 组合数学 考试形式: 笔试 / 闭卷

- 注意事项**
- 本试卷共 6 题, 满分 100. 除选择题外, 作答时应写出必要的文字说明, 方程式和主要演算步骤.
 - 请在测试限制的时间内提交, 逾期会被标记并可能影响成绩.
 - 以一个 PDF 格式的文件形式提交.
 - 提交时请确认 (每个单独) 附件内容中含有自己的姓名和学号信息.

1. **选择题** 每小题 5 分. 在以下每小题中选择 1 个你认为正确的答案, 不选, 错选或多选均不得分.

30分

1.1 A 和 B 询问 C 的生日, C 告诉他们 10 个可能的日期:

6 月: 6 日, 8 日,

7 月: 4 日, 5 日, 8 日.

8 月: 4 日, 7 日.

9 月: 5 日, 7 日, 9 日.

然后 C 告诉了 A 月份, 告诉了 B 日子. A

说: 我不知道 C 的生日, 但我知道 B 也不知道. B 说: 一开始我不知道, 但我现在知道了. A 说: 现在我也知道了. C 的生日是

- a. 6 月 8 日
- b. 7 月 5 日
- c. 8 月 7 日
- d. 9 月 7 日

1.2 对应于逆序数列为 $6, 6, 5, 1, 2, 1, 0, 0$, 构造 $\{1, 2, \dots, 8\}$ 的排列, 结果为

- a. 35168274
- b. 73658412
- c. 74658312
- d. 83476215

1.3 以字典序生成 $\{1, 2, \dots, 9\}$ 的 6 组合, 紧跟在组合 $\{1, 2, 4, 5, 8, 9\}$ 之后的组合是

- a. $\{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
- b. $\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$
- c. $\{1, 2, 4, 6, 7, 9\}$
- d. $\{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$

1.4 在生成组合的反射Gray码算法中, 紧接在110001011之后的是

- a. 010001011
- b. 110001001

c. 110001010

d. 110001111

1.5 把 15 个相同的足球分给 4 个人, 使得每人至少分得 3 个足球, 不同分法的种数共有

- a. 10
- b. 20
- c. 28
- d. 36

1.6 一个人希望访问 3 个城市, 每一个城市正好访问 2 次, 且从不连续访问同一城市 2 次. 实现这一方案的方法数有

- a. 30
- b. 36
- c. 72
- d. 90

2. 单词 PNEUMONULTRAMICROSCOPICSILICOVOLCANOCONIOSIS (矽肺病) (可能是英语中最长的单词) 中的字母有多少个排列?

10分

3. 求 3×4 棋盘的多米诺骨牌完美覆盖的方式数.

15分

4. 设 $X = \{a, b, c, d, e, f\}$, 在 X 上的偏序关系 R 定义为 $aRb, bRc, cRd, aRe, eRf, fRd$. 验证 R 是偏序集上的覆盖关系, 并确定这个偏序集的所有线性扩展. 15分
5. 来自 A, B, C 三所学校的 90 个学生参加面试, 其中来自 A, B 和 C 校的学生人数分别是 20, 30 和 40. 面试程序为一次面试一位学生, 每次从尚未面试的学生中随机抽取一位, 完毕后再抽取下一位进行. A 校学生先于其他两校学生完成面试的概率是多大? 15分
6. 已知正整数 x_1, x_2 和 x_3 满足方程 $x_1 + x_2 + x_3 = 2023$, 且 $x_1 x_2 x_3$ 能被 2023 整除. 求不同解集 $\{x_1, x_2, x_3\}$ 的个数. 15分