341. 根据n位数中1、3个数的奇偶进行分类.

	1个数量	3个数量	
令	奇	奇	为 a_n
令	奇	偶	为 b_n
令	偶	奇	为 c_n
令	偶	偶	为 h_n.

对于 a_n，考虑最后一位数字.

若为1：其数量等于 c_{n-1}

若为3：其数量等于 b_{n-1}

若为5.7.9：$3a_{n-1}$

$a_n = c_{n-1} + b_{n-1} + 3a_{n-1}$ ①

同理：$b_n = h_{n-1} + a_{n-1} + 3b_{n-1}$ ②

$c_n = a_{n-1} + h_{n-1} + 3c_{n-1}$ ③

$h_n = b_{n-1} + c_{n-1} + 3h_{n-1}$ ④

且 $a_n + b_n + c_n + h_n = 5^n$ ⑤

初始条件：$a_0 = b_0 = c_0 = 0$　　$h_0 = 1$

由对称性知：$b_n = c_n$.

故：$a_n + 2b_n + h_n = 5^n$　　$h_n - 3h_{n-1} = 2b_{n-1}$ ⑥

$\Rightarrow a_n + h_{n+1} - 2h_n = 5^n$ ⑦

$\Rightarrow a_{n-1} + h_n - 2h_{n-1} = 5^{n-1}$ ⑧.

结合 ①.⑥

⑦ − 3⑧ $\Rightarrow h_{n+1} - 4h_n + 3h_{n-1} = 2\cdot 5^{n-1}$

$h_n - 4h_{n-1} + 3h_{n-2} = 2\cdot 5^{n-2}$

齐次递推式为 $h_n - 4h_{n-1} + 3h_{n-2} = 0$.

$x^2 - 4x + 3 = 0$.　$\Rightarrow x_1 = 3$　$x_2 = 1$

$h_n = c_1 3^n + c_2 1^n$　　$h_0 = 1$　$h_1 = 3$.

特解 $h_n^* = \frac{1}{4}\cdot 5^n$

$\Rightarrow h_n = c_1\cdot 3^n + c_2 + \frac{1}{4}\cdot 5^n$

代入初值：$h_n = \frac{1}{2}\cdot 3^n + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cdot 5^n$

$= \frac{5^n + 3^n \times 2 + 1}{4}$

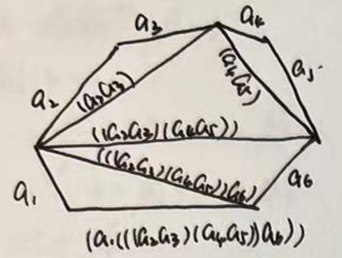
☆ 341. 补上一次作业.

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China
地址：中国 安徽 合肥市金寨路96号 邮编：230026
电话：0551-63602184 传真：0551-63631760 Http://www.ustc.edu.cn

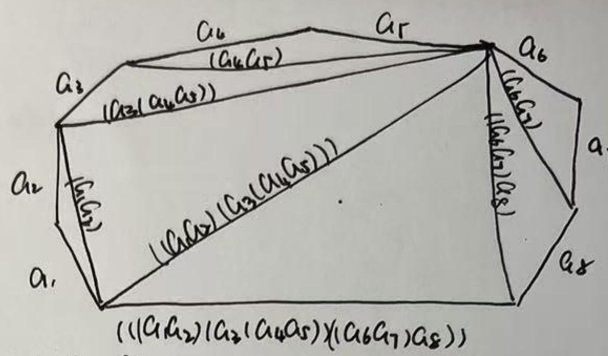
赵乐磊 SA24225465

346.

i)



ii)



348. i) $12=5+4+2+1$

Ferrers图：

· · · · ·
· · · ·
· ·
·

共轭图：

· · · ·
· · ·
· ·
· ·
·

由此，共轭分拆为 $12=4+3+2+2+1$

ii) $15=6+4+3+1+1$

Ferrers图：

· · · · · ·
· · · ·
· · ·
·
·

共轭图：

· · · · ·
· · ·
· · ·
· ·
·
·

共轭分拆为：$15=5+3+3+2+1+1$

iii) $20=6+6+4+4$.

Ferrers图：

· · · · · ·
· · · · · ·
· · · ·
· · · ·

共轭图：

· · · ·
· · · ·
· · · ·
· · · ·
· ·
· ·

共轭分拆为：$20=4+4+4+4+2+2$

iv) $21=6+5+4+3+2+1$

Ferrers图：

· · · · · ·
· · · · ·
· · · ·
· · ·
· ·
·

该分拆为自共轭分拆，共轭分拆与本身相同.
$21=6+5+4+3+2+1$.

v) $29=8+6+6+4+3+2$

Ferrers图：

· · · · · · · ·
· · · · · ·
· · · · · ·
· · · ·
· · ·
· ·

共轭图：

· · · · · ·
· · · · · ·
· · · · ·
· · · ·
· · ·
· · ·
·
·

共轭分拆为：$29=6+6+5+4+3+3+1+1$

3.10. 当λ被μ优超时，有

$$\lambda_1+\cdots+\lambda_i \le \mu_1+\cdots+\mu_i \qquad 1\le i\le k.$$

假设 $\mu^* \ne \lambda^*$，即存在 k，使

$$\mu_1^*+\cdots+\mu_i^* \le \lambda_1^*+\cdots+\lambda_i^* \qquad 1\le i\le k.$$

$$\mu_1^*+\cdots+\mu_k^* > \lambda_1^*+\cdots+\lambda_k^*$$

即有 $\mu_k^* > \lambda_k^*$，记 $u=\mu_k^*$ $v=\lambda_k^*$，由于 μ、λ 都是同一个数的分拆.

$$\mu_{k+1}^*+\mu_{k+2}^*+\cdots \le \lambda_{k+1}^*+\lambda_{k+2}^*+\cdots$$

$$\mu_{k+1}^*+\mu_{k+2}^* = \sum_{i=1}^{u}(\mu_i-k) \qquad \lambda_{k+1}^*+\lambda_{k+2}^*+\cdots = \sum_{i=1}^{v}(\lambda_i-k)$$

放缩：$\sum_{i=1}^{v}(\mu_i-k) < \sum_{i=1}^{u}(\mu_i-k) \le \sum_{i=1}^{v}(\lambda_i-k)$

可得 $\mu_1+\cdots+\mu_v < \lambda_1+\cdots+\lambda_v$

与题目条件"λ被μ优超"矛盾.

因此假设不成立. 证毕.