2020--2021学年第1学期期末考试试卷

一

六个城市c_1,c_2,c_3,c_4,c_5,c_6之间距离由下侧矩阵给出，其中矩阵的(i,j)号元素为c_i到c_j之间的距离。请用 Dijkstra算法求c_1到其余城市的最短路径

$$\begin{pmatrix} 0 & 50 & \infty & 40 & 25 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 20 & \infty & 25 \\ \infty & 15 & 0 & 10 & 20 & \infty \\ 40 & 20 & 10 & 0 & 10 & 25 \\ 25 & \infty & 20 & 10 & 0 & 55 \\ 10 & 25 & \infty & 25 & 55 & 0 \end{pmatrix}$$

二

1. 给定$0.05,0.05,0.1,0.1,0.15,0.15,0.2,0.2$，请求出 Huffman 树
2. 举例说明，存在权值分布，使得 Huffman 树不唯一

三

1. 证明：若G是k边连通图， E'是G中k条边集合，则有$\omega(G-E')\leq 2$
2. 给出一个k连通图， 及G 中k个定点集合V'，使得$\omega(g-V')>2$

四

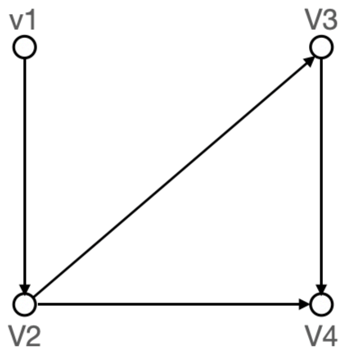
1. 偶圈可以$2-$边正常着色
2. 对于不是奇圈的欧拉图，存在$2-$边着色方案，使得两种颜色，在所有顶点出都出现

五

若G 是连通平面图，没有奇圈，且顶点数大于等于3，证明：$\epsilon\leq 2v-4$（提示：$sum_{f\in F}deg(f)=2\epsilon$ 和$v-\epsilon+\varphi=2$）

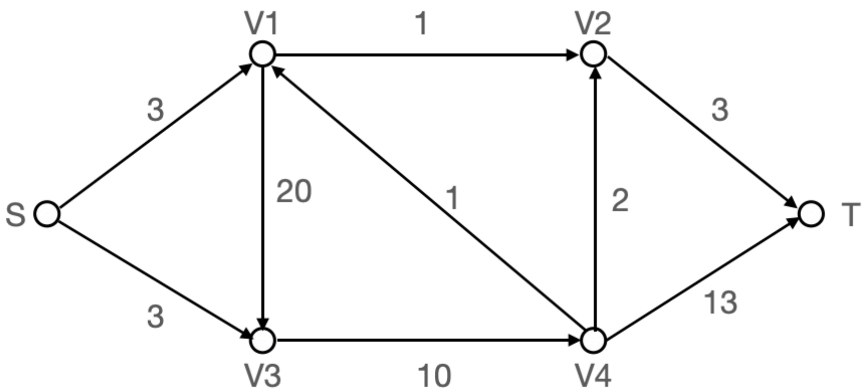
六

1. 求下网络的最大流；
2. 假定每条有向变的容量都大于0，证明：网络中存在从源s到汇t的有向轨道，等价于最大流量大于0



七

1. 给出下图的邻接矩阵，并通过邻接矩阵求出可达矩阵，由此给出该图的强连通片
2. 假设有向图D是单向连通图。证明：任给$S \subseteq V(D)$， $S \neq \emptyset$，都存在顶点$v \in S$，使得v可达S中的任意一个顶点



八

若M与 M'都是图G的完备匹配，则边导出子图 $G[M \oplus M']$的每个连通片都是M与 M'交替出现的偶圈