

实 验 报 告

评分:

2020 级 11 系 3 班 姓名 黄瑞轩 日期 2021 年 4 月 5 日 No PB20111686

实验题目：自由落体法测重力加速度

实验目的：利用自由落体法测量合肥当地重力加速度

实验原理：真空中的自由落体运动遵从公式

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

其中 h 是下落高度， t 是所经历的时间。由于剩磁等的影响，从释放点处开始计时将不准确。因此本实验使用卷尺测量长度，用双光电门测量时间。采用如下方法进行重力加速度的测量：

保持光电门 1 的位置不变，即可保持小球通过光电门 1 时的速度 v_0 不变。

改变光电门 2 的位置，分别测出在光电门 2 第 i 次调整位置时，光电门 1、2 之间的距离 h_i 、时间差 t_i 。获得一系列数据满足关系：

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2}gt_i^2 \quad (2)$$

定义 $\bar{v}_i = \frac{h_i}{t_i}$ 为小球经历所研究的这一过程的平均速度，于是得到可用于数据分析的式子

$$\bar{v}_i = v_0 + \frac{1}{2}gt_i \quad (3)$$

测量多组数据，并用最小二乘法进行回归计算得出回归曲线，设回归曲线的斜率为 k ，则重力加速度的测量值为 $g = 2k$ 。

实验仪器：本实验的测量装置如下图。数字毫秒计连接两个光电门，可以显示小球经过光电门 1、2 时所用的时间和经过这两个光电门所用的时间差。按下数字毫秒计上的“ON”按钮，电磁铁将通电，能够吸附小球；按下“OFF”按钮，电磁铁磁性消失，小球下落，之后毫秒计将显示所需时间。按“RESET”重置。

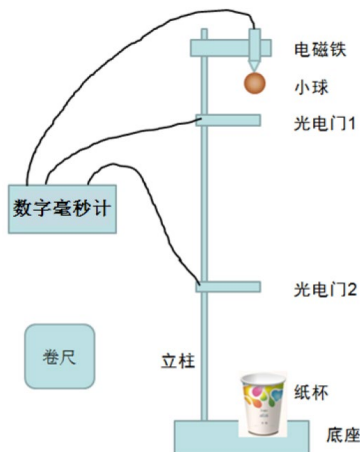


图 1 实验装置

测量记录：（原始数据附后）

为了减少偶然性，本次实验使用了大球、小球、圆柱三种物体。

	<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
大球	<i>h_i/cm</i>	74.52	61.88	65.01	69.70	51.70	57.98
	<i>t_i/ms</i>	256.1	223.8	231.2	243.4	196.3	212.9
小球	<i>h_i/cm</i>	57.98	54.35	65.60	61.15	53.10	58.67
	<i>t_i/ms</i>	211.6	202.1	232.3	220.6	198.6	214.1
圆柱体	<i>h_i/cm</i>	61.15	53.10	58.67	63.50	46.58	57.80
	<i>t_i/ms</i>	219.5	198.8	212.7	225.9	179.9	210.8

表 1 原始实验数据表格

分析讨论：

(1) 实验数据处理

利用 $\bar{v}_i = \frac{h_i}{t_i}$ ，用 Excel 计算上面三组实验的 \bar{v}_i 值如下表所示。

	<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
大球	<i>t_i/s</i>	0.2561	0.2238	0.2312	0.2434	0.1963	0.2129
	$\bar{v}_i/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	2.909	2.764	2.811	2.863	2.633	2.723
小球	<i>t_i/s</i>	0.2116	0.2021	0.2323	0.2206	0.1986	0.2141
	$\bar{v}_i/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	2.740	2.689	2.823	2.771	2.673	2.740
圆柱体	<i>t_i/s</i>	0.2195	0.1988	0.2127	0.2259	0.1799	0.2108
	$\bar{v}_i/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	2.785	2.671	2.758	2.810	2.589	2.741

表 2 用于回归计算所需要的数据

以 *t* 为自变量， \bar{v} 为因变量，用 Origin 作散点图，并生成回归直线如下

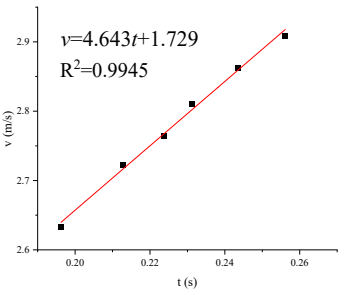


图 2 大球回归直线

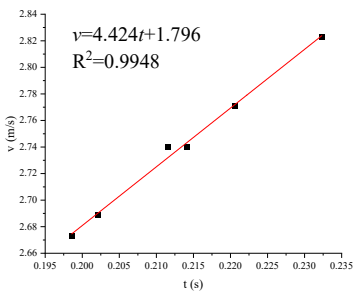


图 3 小球回归直线

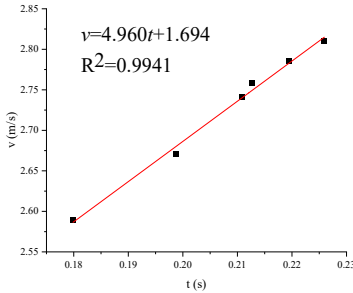


图 4 圆柱体回归直线

因此本实验得到的重力加速度平均值为 $g = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 g_i = 9.35 \text{m/s}^2$ 。平均值的标准差

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum (g_i - \bar{g})^2}{6 \cdot 5}} = 0.14$$
，因此最终得出 *g* 的测量值为

$$g = (9.35 \pm 0.14) \text{m/s}^2$$

(2) 误差分析

合肥地区重力加速度公认值 $g_0 = 9.79 \text{ m/s}^2$ ，因此本实验的相对误差为

$$\delta = \frac{|g - g_0|}{g_0} = 4.5\% \quad (4)$$

(3) 实验讨论

根据回归分析的公式，最终 $g = 2 \cdot \frac{\Sigma \bar{v}t - 6\bar{v}\bar{t}}{\Sigma t^2 - 6\bar{t}^2} = 2 \cdot \frac{\Sigma h - \frac{1}{6} \left(\Sigma \frac{h}{t} \right) (\Sigma t)}{\Sigma t^2 - 6\bar{t}^2}$ ，总的不确定度

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial \ln g}{\partial h_i} \Delta h_i \right)^2 + \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial \ln g}{\partial t_i} \Delta t_i \right)^2} \quad (5)$$

由于每次测量 h_i 和每次测量 t_i 的仪器都相同，因此 $\Delta h_i = 0.01 \text{ cm}$ ， $\Delta t_i = 0.01 \text{ ms}$ 。又因为三次实验的器材相同，仅物体不同，因此在不考虑物体影响下的不确定度也应该相同，选取第一次实验的数据计算不确定度为

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{4.77 \times 10^{-6}} = 0.002 < 1\%$$

因此不确定度满足要求，但是相对误差偏大，尤其是第二组利用小球进行实验时，重力加速度的测量值仅为 8.85 m/s^2 。由于三组回归曲线的 R^2 值都非常接近 1，因此认为做实验时的仪器没有出现偶然的问题（如果有， R^2 值将与 1 有显著偏离）。所以猜想空气阻力导致了数据偏小的产生。

由空气阻力的公式

$$F = \frac{1}{2} C \rho S v^2 \quad (6)$$

对于半径约为 0.7 cm 的大球，估算空气阻力 $F = 5 \times 10^{-4} \text{ N}$ ，相比于大球的质量，这显然可以忽略不计，因此空气阻力不大可能造成相对误差偏大的问题。有可能是实验者素质有待提高，产生了比较恒定的测量误差。也有可能是仪器出现了恒定的测量偏离。

思考题：

1、在实际工作中，为什么利用 $h = \frac{1}{2} g t^2$ 很难精确测量重力加速度 g ？

首先，从起点开始下落距离不易测准，因为小球下落的起始和终止位置不明确；其次，从起点开始下落时间不易测准，这是由于电磁铁有剩磁。

2、为了提高测量精度，光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取？

光电门 1 应当固定在离起点稍远的地方，最大可能减少剩磁影响，并且使得 v_0 固定。光电门 2 应当多选取几个位置，获得足够多的数据，而且离光电门 1 的距离应适当远。

3、利用本实验的装置，如何测量小球下落到某个位置的瞬时速度？

由于本实验的光电门只支持测量从开始计时到遮光时的时间间隔，因此只能使用公式 $v = gt$ 计算某个位置的瞬时速度。

4、利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度 g 的实验方案吗？

利用 3 的结论，测量两个位置的瞬时速度 $v_{1,2}$ 和相对位置 h ，利用公式 $v_2^2 - v_1^2 = 2gh$ 计算重力加速度 g 。