

2019--2020 学年第1学期试卷

一

1. 给出 $K_5 - e$ 与 $K_{3,3} - e$ 的一种平面嵌入, 其中 e 为 K_5 或 $K_{3,3}$ 的任意一条边
2. 证明: K_5 不是平面图

二

某公司有4个员工 x_1, x_2, x_3, x_4 , 四份工作 y_1, y_2, y_3, y_4 , 每个人适合做的工作分别为:

$x_1 : y_1, y_2, y_3$

$x_2 : y_1, y_2$

$x_3 : y_3, y_4$

$x_4 : y_3$

1. 请将该问题抽象为二分图;
2. 以 $M = x_1 y_1$ 为初始匹配求出最佳工作分配方案, 给出计算过程

三

证明: 任意图 G 的顶点着色的色数 $\leq \Delta(G) + 1$, 其中 $\Delta(G)$ 为 G 的最大度数

四

我们将图 G 中所有顶点的度数按照从大到小的顺序排列, 称为图 G 的度数序列。证明:

1. $6, 6, 5, 4, 3, 3, 2$ 和 $6, 6, 5, 4, 3, 3, 1$ 都不是简单图的度数序列
2. 若 d_1, d_2, \dots, d_n 是简单图的度数序列, 则 $d_1 + d_2 + \dots + d_n$ 是偶数

五

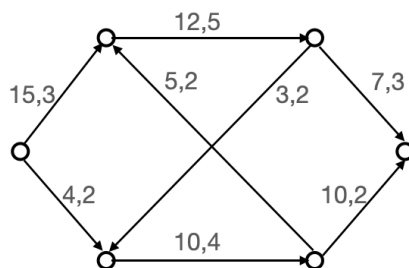
假设 $P = v_1 v_2 \dots v_k$ 是简单图 G 中的最长轨道，且 $\deg(v_1) + \deg(v_k) \geq k$ 。证明：存在 $2 \leq i \leq k$ ，使得 $v_1 v_i$ 与 $v_{i-1} v_k$ 简单图 G 的边

六

1. 下图给出了一个网络以及该网络上的一个流函数，请求出一条可增载轨道 P ，求出可增载的流量 $l(p)$ ，并且更新流函数
2. 任给网络 N 的流函数 f ， P 为关于 f 的可增载轨道，定义 N 上新的边权函数 f^* 为：

$$f^*(e) = \begin{cases} f(e) & e \text{ 不是 } P \text{ 上的边} \\ f(e) + l(p), & e \text{ 是 } P \text{ 上的正向边} \\ f(e) - l(p), & e \text{ 是 } P \text{ 上的反向边} \end{cases}$$

证明： f^* 为 N 上的流函数



七

1. 请将下图随意定向成有向图
2. 给出你所定向的有向图的关联矩阵
3. 用有向图的关联矩阵求出下图的生成图个数

