

# 数理逻辑作业 (Week 1&2)

黄瑞轩 PB20111686

## Week 1

### P13 T7

$(\neg p \wedge q)$	$\rightarrow$	$(\neg q \wedge r)$
1 0 0 0	1	1 0 0 0
1 0 0 0	1	1 0 1 1
1 0 1 1	0	0 1 0 0
1 0 1 1	0	0 1 0 1
0 1 0 0	1	1 0 0 0
0 1 0 0	1	1 0 1 1
0 1 0 1	1	0 1 0 0
0 1 0 1	1	0 1 0 1

### P13 T8

$(p \rightarrow q)$	$\rightarrow$	$(p \rightarrow r)$
0 1 0	1	0 1 0
0 1 0	1	0 1 1
0 1 1	1	0 1 0
0 1 1	1	0 1 1
1 0 0	1	1 0 0
1 0 0	1	1 1 1
1 1 1	0	1 0 0
1 1 1	1	1 1 1

### P13 T9

$\neg(p \vee (q \wedge r))$	$\leftrightarrow$	$((p \vee q) \wedge (p \vee r))$
1 0 0 0 0 0	0	0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 1	0	0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0	0	0 1 1 0 0 0
0 0 1 1 1 1	0	0 1 1 1 0 1
0 1 1 0 0 0	0	1 1 0 1 1 0
0 1 1 0 0 1	0	1 1 0 1 1 1
0 1 1 1 0 0	0	1 1 1 1 1 0
0 1 1 1 1 1	0	1 1 1 1 1 1

## P15 T2

$$L_0 = X_2 = \{x_1, x_2\}$$

$$L_1 = \{\neg x_1, \neg x_2, x_1 \rightarrow x_1, x_1 \rightarrow x_2, x_2 \rightarrow x_1, x_2 \rightarrow x_2\}$$

$$L_2 = \{\neg(\neg x_1), \neg(\neg x_2), \neg(x_1 \rightarrow x_1), \neg(x_1 \rightarrow x_2), \neg(x_2 \rightarrow x_1), \neg(x_2 \rightarrow x_2), \\ x_1 \rightarrow (\neg x_1), x_1 \rightarrow (\neg x_2), x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_1), x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2), x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1), x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_2), \\ x_2 \rightarrow (\neg x_1), x_2 \rightarrow (\neg x_2), x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_1), x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2), x_2 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1), x_2 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_2), \\ (\neg x_1) \rightarrow x_1, (\neg x_2) \rightarrow x_1, (x_1 \rightarrow x_1) \rightarrow x_1, (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1, (x_2 \rightarrow x_1) \rightarrow x_1, (x_2 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1, \\ (\neg x_1) \rightarrow x_2, (\neg x_2) \rightarrow x_2, (x_1 \rightarrow x_1) \rightarrow x_2, (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_2, (x_2 \rightarrow x_1) \rightarrow x_2, (x_2 \rightarrow x_2) \rightarrow x_2\}$$

## Week 2

---

注：以下某条语句用到MP/HS未注明的，默认是由其上的两条语句得到。

### P22 T2 1°

$$(1) (\neg x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1) (L3)$$

$$(2) ((\neg x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow ((\neg x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1))) (L1)$$

$$(3) (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow ((\neg x_1 \rightarrow \neg x_2) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1)) (MP)$$

### P22 T2 2°

$$(1) (x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)) (L2)$$

$$(2) ((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3))) \\ \rightarrow ((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)) (L2)$$

$$(3) ((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2)) \rightarrow ((x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)) (MP)$$

### P22 T3 2°

$$(1) \neg\neg p \rightarrow (\neg\neg\neg\neg p \rightarrow \neg\neg p) (L1)$$

$$(2) \neg\neg p \text{ (Assumption)}$$

$$(3) \neg\neg\neg\neg p \rightarrow \neg\neg p (MP)$$

$$(4) (\neg\neg\neg\neg p \rightarrow \neg\neg p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg\neg\neg p) (L3)$$

$$(5) \neg p \rightarrow \neg\neg\neg p (MP)$$

$$(6) (\neg p \rightarrow \neg\neg\neg p) \rightarrow (\neg\neg p \rightarrow p) (L3)$$

$$(7) \neg\neg p \rightarrow p (MP)$$

$$(8) p(1, 7, MP)$$

## P22 T3 3°

- (1)  $(\neg(q \rightarrow r) \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))(L3)$
- (2)  $\neg(q \rightarrow r) \rightarrow \neg p$  (Assumption)
- (3)  $p \rightarrow (q \rightarrow r)(MP)$
- (4)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))(L2)$
- (5)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)(MP)$
- (6)  $p \rightarrow q$  (Assumption)
- (7)  $p \rightarrow r(MP)$

## P22 T3 4°

- (1)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))(L2)$
- (2)  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$  (Assumption)
- (3)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)(MP)$
- (4)  $((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))(L1)$
- (5)  $q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))(MP)$
- (6)  $(q \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))) \rightarrow ((q \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r)))(L2)$
- (7)  $(q \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))(MP)$
- (8)  $q \rightarrow (p \rightarrow q)(L1)$
- (9)  $q \rightarrow (p \rightarrow r)(MP)$

## P25 T2 2°

由P22 T3 2°, 知 $\{\neg\neg p\} \vdash p$ , 即 $\neg\neg p \rightarrow p$ , 则 $\neg\neg\neg p \rightarrow \neg p$ 。

由演绎定理知,  $\vdash (q \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q) \Leftrightarrow \{q \rightarrow p\} \vdash \neg p \rightarrow \neg q$ 。

- (1)  $(\neg\neg\neg p \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg\neg p)(L3)$
- (2)  $\neg\neg\neg p \rightarrow \neg p$  (已证明)
- (3)  $p \rightarrow \neg\neg p(MP)$
- (4)  $\neg\neg q \rightarrow q$  (已证明)
- (5)  $q \rightarrow p$  (Assumption)
- (6)  $\neg\neg q \rightarrow p(HS)$
- (7)  $\neg\neg q \rightarrow \neg\neg p(3, 6, HS)$
- (8)  $(\neg\neg q \rightarrow \neg\neg p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)(L3)$
- (9)  $\neg p \rightarrow \neg q(MP)$

## P25 T2 3°

由演绎定理知,  $\vdash ((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p \Leftrightarrow \{(p \rightarrow q) \rightarrow p\} \vdash p$ 。

- (1)  $(p \rightarrow q) \rightarrow p$  (Assumption)
- (2)  $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$  (否定前件律)
- (3)  $\neg p \rightarrow p$  (HS)
- (4)  $(\neg p \rightarrow p) \rightarrow p$  (否定肯定律)
- (5)  $p$  (MP)

## P28 T1 2°

由演绎定理知,  $\vdash (\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow p) \Leftrightarrow \{\neg p \rightarrow q\} \vdash \neg q \rightarrow p$ 。

- (1)  $\neg p \rightarrow q$  (Assumption)
- (2)  $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg\neg p)$  (P25 T2 2°)
- (3)  $\neg q \rightarrow \neg\neg p$  (MP)
- (4)  $\neg\neg p \rightarrow p$  (双重否定律)
- (5)  $\neg q \rightarrow p$  (HS)

## P28 T1 3°

由演绎定理知,  $\vdash \neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q \Leftrightarrow \{\neg(p \rightarrow q)\} \vdash \neg q$ 。

按归谬律, 把 $q$ 作为新假定。

- (1)  $\neg(p \rightarrow q)$  (Assumption)
- (2)  $q \rightarrow (p \rightarrow q)$  (L1)
- (3)  $q$  (Assumption)
- (4)  $p \rightarrow q$  (MP)

由(1, 4)用归谬律即得 $\{\neg(p \rightarrow q)\} \vdash \neg q$ 。