第四次作业反馈

22

分别将42，420，4200分解质因数，代入公式计算即可。$42 = 2 * 3 * 7$,$420 = 2^2 * 3 * 5 * 7$, $4200 = 2^3 * 3 * 5^2 * 7$，所以

$\varphi(42) = \varphi(2) * \varphi(3) * \varphi(7) = 1 * 2 * 6 = 12$

$\varphi(420) = \varphi(2^2) * \varphi(3) * \varphi(5) * \varphi(7) = (2 * 1) * 2 * 4 * 6 = 96$

$\varphi(4200) = \varphi(2^3) * \varphi(3) * \varphi(5^2) * \varphi(7) = (2^2 * 1) * 2 * (5 * 4) * 6 = 960$

24

设$m = p_1^{\alpha_1} * p_2^{\alpha_2} * ... * p_n^{\alpha_n}$

$n = p_1^{\beta_1} * p_2^{\beta_2} * ... * p_n^{\beta_n}$,其中$p_i$为素数，$\alpha_i, \beta_i \geq 0$

$(m, n) = p = p_1^{min(\alpha_1, \beta_1)} * p_2^{min(\alpha_2, \beta_2)} * ... * p_n^{min(\alpha_n, \beta_n)}$

设$i = l$时，$min(\alpha_l, \beta_l) = 1$，其他时刻$min(\alpha_i, \beta_i) = 0$

设$\alpha_l = 1$

$\varphi(mn) = mn(1 - \frac{1}{p_1})...(1 - \frac{1}{p_n})$

$\varphi(m)\varphi(n) = mn(1 - \frac{1}{p_1})(1 - \frac{1}{p_2})...(1 - \frac{1}{p_l})^2...(1 - \frac{1}{p_n})$

即可得$\varphi(mn) = \frac{p}{p-1}\varphi(m) * \varphi(n)$

27

方法一：

$314 \equiv -1(mod 7)$

$314^{159} \equiv (-1)^{159} \equiv -1 \equiv 6(mod 7)$

方法二：

即解$314^{159} \equiv x(mod 7)$

由Euler定理，$314^6 \equiv 1(mod 7)$

$314^{6*26+3} \equiv x(mod 7)$

$314^3 \equiv x(mod 7)$

$(44 * 3 + 6)^3 \equiv x(mod 7)$

$6^3 \equiv x(mod 7)$

$x \equiv 6(mod7)$

余数为6

32

$60 = 2*2*3*5 = (l_1+1)(l_2+1)(l_3+1)(l_4+1)$

得$l_1=1, l_2=1, l_3=2, l_4=4$

$n_{min} = 2^4*3^2*5*7 = 5040$

37

由欧拉定理知,$\varphi(15)=8$，故这些数mod15的阶应为8的因子。

由于8的因子是{1,2,4,8}，都是2的次幂，并且这里显然没有1阶元，所以可以从2阶算起，逐个验证即可。

结果是4,2,4,4,2,4,2。

提醒：使用推论2.7

本次作业错误较多：注意欧拉函数的积性必须要求m、n互素。