

# 黄瑞轩

黄瑞轩

1.

E-mail:

## 第一部分 电力与电场

## 第二部分 静电场中的物质与电场能量

## 第三部分 电流与电路

## 第四部分 磁力与磁场

### 1 习题 4.1

取一个电流元  $d\vec{l}$ ，以导线中点为原点  $O$ ， $OP$  方向为  $x$  轴正方向建立坐标系。由 BSL 定律（由于电流元到  $P$  点的距离  $r$  与题设中的  $r$  容易混淆，这里我们暂且将题设中的  $r$  改称  $a$ 。）

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (1)$$

方向是垂直纸面向里的，大小

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Iadx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (2)$$

因此

$$B = \int dB = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Iadx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4a^2}} \quad (3)$$

这里用到了积分公式

$$\int \frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2 + a^2)^{1/2}} \quad (4)$$

当  $l \gg a$  时，(3) 式第二项近似为 1，即近似为无限长导线时的情况，即

$$B \approx \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad (5)$$

### 2 习题 4.4

(1)

先来研究一个半径为  $r$  的圆环中心处的磁场，设电流方向为顺时针，则磁场方向应该垂直纸面向里，大小

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi r} \frac{Idl}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad (6)$$

这里要进行单位化，则单位长度内包含的线圈匝数为

$$n = \frac{N}{b-a} \quad (7)$$

则  $r \sim r + dr$  内的线圈产生的磁感应强度

$$B'dr = nBdr = \frac{\mu_0 IN}{2r(b-a)} dr \quad (8)$$

总的磁感应强度

$$B_O = \int_a^b B'dr = \frac{\mu_0 IN}{2r(b-a)} \ln \frac{b}{a} \quad (9)$$

(2)

仍然先来研究一个半径为  $r$  的圆环中心处的磁场, 将  $\vec{r}$  分解为  $\vec{r}_{\text{平行}} + \vec{r}_{\text{垂直}}$ , 由对称性, 垂直方向分量引起的磁感应强度将被抵消, 因此只需要考虑平行分量, 则 (由于电流元到  $O$  点的距离  $r$  与题设中的  $r$  容易混淆, 这里我们暂且将题设中的  $r$  改称  $s$ 。)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I r dl}{(r^2 + s^2)^{3/2}} \quad (10)$$

因此

$$B = \int_0^{2\pi r} dB = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + s^2)^{3/2}} \quad (11)$$

则  $r \sim r + dr$  内的线圈产生的磁感应强度

$$B' dr = n B dr = \frac{\mu_0 I N r^2}{2(b-a)(r^2 + s^2)^{3/2}} dr \quad (12)$$

总的磁感应强度

$$B_S = \int_a^b B' dr = \frac{\mu_0 I N}{2(b-a)} \left[ \sinh^{-1}\left(\frac{b}{s}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{a}{s}\right) - \frac{b}{\sqrt{b^2 + s^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2 + s^2}} \right] \quad (13)$$

这里用到了积分公式

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \sinh^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \quad (14)$$

### 3 习题 4.8

电流为

$$I = \frac{e}{\frac{2\pi r}{v}} = 1.056 \times 10^{-3} \text{ A} \quad (15)$$

由上题 (1) 的结果, 磁感应强度应为

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{2r} = 12.5 \text{ T} \quad (16)$$