

# 概率论与数理统计作业(第一周)

黄瑞轩 PB20111686

## 注

如不加说明, 均记  $\Omega$  为本次试验的样本空间。

### Prob. 4

设一个试验的样本空间为  $[0, 2]$ , 记事件  $A = \{1/2 < x \leq 1\}$ ,  $B = \{1/4 < x \leq 3/2\}$ , 写出下列各事件: (1)  $A\bar{B}$ , (2)  $\bar{A} \cup B$ , (3)  $\overline{AB}$ , (4)  $\overline{A\bar{B}}$ 。

解答:

$$(1) A\bar{B} = \emptyset;$$

$$(2) \bar{A} \cup B = [0, 2];$$

$$(3) \overline{AB} = \left[0, \frac{1}{2}\right] \cup (1, 2];$$

$$(4) \overline{A\bar{B}} = A \cup B = \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right].$$

### Prob. 9

从0到9中不放回的任取三个数排好, 求恰好排成一个3位数偶数的概率。

解答:

$A$  事件表示: 取出的三位数不含零, 且排成了一个三位数偶数;

$B$  事件表示: 取出的三位数含零, 且排成了一个三位数偶数。

$$\begin{aligned}|A| &= C_4^1 A_8^2 \\|B| &= C_4^1 A_8^1 + A_9^2 \\|\Omega| &= A_{10}^3\end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned}P(A + B) &= P(A) + P(B) \\&= \frac{|A|}{|\Omega|} + \frac{|B|}{|\Omega|} \\&= \frac{41}{90}\end{aligned}$$

### Prob. 12

设 100 件产品, 其中有3件是次品, 现从中**不放回**的随机取2件, 求

(1) 抽到的两件都是次品的概率是多少?

(2) 抽到的两件都是合格品的概率是多少?

解答:

(1)  $A$ : 抽到两件都是次品。

$$|A| = C_3^2, |\Omega| = C_{100}^2$$

则

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{1650}$$

(2)  $B$  : 抽到两件都是合格品。

$$|B| = C_{97}^2$$

则

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{776}{825}$$

## Prob. 13

设在某考卷上某一同学有4道选择题不会做，每道题有4个可供选择的答案，只许选择一个，于是瞎猜随机选一个，试问能猜对  $m$  道题的概率是多少， $m = 0, 1, 2, 3, 4$  .

**解答：**

记  $A_i$  表示能猜对  $i$  道题。

直接用二项分布的解法：

$$\begin{aligned} P(A_0) &= (3/4)^4 = 81/256 \\ P(A_1) &= C_4^1 (1/4)(3/4)^3 = 27/64 \\ P(A_2) &= C_4^2 (1/4)^2 (3/4)^2 = 27/128 \\ P(A_3) &= C_4^3 (1/4)^3 (3/4) = 3/64 \\ P(A_4) &= (1/4)^4 = 1/256 \end{aligned}$$

套用古典概型的解法：

$$|A_i| = C_4^{4-i} 3^{4-i}$$

$3^{4-i}$  表示有  $4 - i$  道题是从错误的三个答案中选的。

$$|\Omega| = 4^4$$

则

$$P(A_i) = \frac{|A_i|}{|\Omega|} = \frac{C_4^{4-i} 3^{4-i}}{4^4}$$

结果与第一种方法相同。