

算法基础第一次作业

习题 4.5-1

(a) $a = 2, b = 4, f(n) = 1 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}, f(n) = n^{\log_4 2 - \varepsilon}, \varepsilon = \frac{1}{2}$, 对应主定理 Case 1, 所以 $T(n) = \Theta(\sqrt{n})$ 。

(b) $a = 2, b = 4, f(n) = \sqrt{n} \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}, f(n) = n^{\log_4 2} \lg^0 n$, 对应主定理 Case 2, 所以 $T(n) = \Theta(\sqrt{n} \lg n)$ 。

(c) $a = 2, b = 4, f(n) = n \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}, f(n) = n^{\log_4 2 + \varepsilon}, \varepsilon = \frac{1}{2}$, 且存在 $c = \frac{1}{2} < 1$ 满足对充分大的 $n, af(n/b) \leq cf(n)$, 对应主定理 Case 3, 所以 $T(n) = \Theta(n)$ 。

(d) $a = 2, b = 4, f(n) = n^2 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}, f(n) = n^{\log_4 2 + \varepsilon}, \varepsilon = \frac{3}{2}$, 且存在 $c = \frac{1}{8} < 1$ 满足对充分大的 $n, af(n/b) \leq cf(n)$, 对应主定理 Case 3, 所以 $T(n) = \Theta(n^2)$ 。

习题 4.5-4

可以, 因为这里的 $a = 4, b = 2, f(n) = n^2 \lg n = n^{\log_b a} \lg n$, 对应主定理 Case 2 ($k = 1$), 所以 $T(n) = \Theta(n^2 \lg^2 n)$ 。