

Chapter 1

Αξιολόγηση μηδενικής προσαρμογής

1.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο διερευνάμε την απόδοση της πιο απλής εκδοχής του μοντέλου, δηλαδή του προεκπαιδευμένου μοντέλου TinyTimeMixer (TTM), όταν αυτό εφαρμόζεται σε σενάριο πρόβλεψης μηδενικής προσαρμογής (zeroshot). Διεξάγουμε πειράματα σε όλες τις χρονοσειρές και ερμηνεύουμε τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας πλήθος μετρικών και διαγραμμάτων.

1.2 Περιγραφη πειράματος

Η πρόβλεψη μηδενικής προσαρμογής είναι η χρήση του μοντέλου στην προεκπαιδευμένη του μορφή, χωρίς καμία επιπλέον εκπαίδευση σε εξωγενές σύνολο δεδομένων. Έτσι, αξιολογείται η γενικευσμότητα της αρχιτεκτονικής αυτής καθ' αυτής. Το βασικό ερώτημα που τίθεται είναι κατά πόσο το TTM μπορεί να παραγάγει ουσιαστικές βραχυχρόνιες προβλέψεις σε χρηματοοικονομικές χρονοσειρές χωρίς να έχει προηγηθεί εξειδικευμένη εκπαίδευση. Σε όλα τα πειράματα που θα ακολουθήσουν, τα μοντέλα καλούνται να προβλέψουν την τιμή *close* της επόμενης ημέρας. Ο χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης είναι 1 ημέρα, με ιστορικό μήκους 512 ημερών. Ακολουθεί μία λίστα με τα στοιχεία του πειράματος.

- **Μοντέλο:** `ibm-granite/granite-timeseries-ttm-r2`.
- **Αριθμός παραμέτρων:** 700 εκ.
- **Μεταβλητή πρόβλεψης:** `close`(σε αμερικάνικα δολλάρια).

- **Μήκος ιστορικού:** 512 χρονικά βήματα.
- **Ορίζοντας πρόβλεψης:** 1 ημέρα.
- **Κανονικοποίηση:** μηδενικός μέσος, μοναδιαία διακύμανση.
- **Μέγεθος παρτίδας:** 64.
- **Συνολικός χρόνος αξιολόγησης:** 108 δευτερόλεπτα
- **Μέσος χρόνος αξιολόγησης ανά σύνολο δεδομένων:** 16 δευτερόλεπτα.
- **Χρονοσειρές:** AAPL, TSLA, XOM, SPY, JNJ, AMD, PG.

Οι επτά χρονοσειρές χωρίζονται σε 2 υποσύνολα, το σύνολο αξιολόγησης(test set) και το σύνολο περίπτωσης μεταβλητότητας, το οποίο περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Σε αυτά τα δύο σύνολα γίνονται όλες οι προβλέψεις. Για την αξιολόγηση της απόδοσης, χρησιμοποιούμε ένα σύνολο τυπικών μετρικών σφάλματος και κατεύθυνσης, που αποτυπώνουν διαφορετικές πτυχές της ποιότητας πρόβλεψης. Παρακάτω ορίζονται αυστηρά και ερμηνεύονται στο πλαίσιο της πρόβλεψης τιμών μετοχών.

1.2.1 Μετρικές Αξιολόγησης

Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (MAE)

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\hat{y}_t - y_t|$$

Το MAE μετρά τον μέσο όρο της απόλυτης απόκλισης μεταξύ της προβλεπόμενης και της πραγματικής τιμής κλεισίματος. Παρέχει μια άμεση εκτίμηση της ακρίβειας σε επίπεδο δολαρίου και αντικατοπτρίζει το τυπικό σφάλμα ανά πρόβλεψη.

Ρίζα Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (RMSE)

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}$$

Το RMSE δίνει μεγαλύτερη βαρύτητα σε μεγάλα σφάλματα. Ενώ σχετίζεται με το MAE, αναδεικνύει τις καταστροφικές αστοχίες του μοντέλου σε περιόδους έντονης μεταβλητότητας ή αλλαγών τάσης.

Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (MAPE)

$$\text{MAPE} = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t} \right|$$

Το MAPE εκφράζει το σφάλμα ως ποσοστό επί της πραγματικής τιμής, διευκολύνοντας τη σύγκριση μεταξύ μετοχών διαφορετικής κλίμακας τιμών. Ένα σφάλμα 2% είναι αναλογικά ισοδύναμο, ανεξαρτήτως απόλυτης τιμής της μετοχής.

Κατευθυντική Ακρίβεια (Hit Rate)

$$\text{Hit Rate} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \{ \text{sign}(\hat{y}_t - y_{t-1}) = \text{sign}(y_t - y_{t-1}) \}$$

Η κατευθυντική ακρίβεια μετρά εάν το μοντέλο προβλέπει σωστά την κατεύθυνση της μεταβολής τιμής (άνοδος ή πτώση). Πρόκειται για σημαντική μετρική σε χρηματοοικονομικές εφαρμογές, όπου η ορθότητα της κατεύθυνσης είναι συχνά σημαντικότερη από το ακριβές μέγεθος.

Precision, Recall και F1 Score Ορίζουμε ως θετική κλάση την ανοδική μεταβολή της τιμής (δηλαδή όταν $y_t > y_{t-1}$). Τότε:

$$\text{Precision} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}}, \quad \text{Recall} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}}, \quad \text{F1} = 2 \cdot \frac{\text{Precision} \cdot \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}}$$

Οι μετρικές αυτές περιγράφουν την ικανότητα του μοντέλου να ανιχνεύει ανοδικές τάσεις:

- Υψηλό **Precision** υποδηλώνει ότι το μοντέλο αποφεύγει ψευδή σήματα αγοράς.
- Υψηλό **Recall** σημαίνει ότι το μοντέλο εντοπίζει τις περισσότερες πραγματικές ανοδικές κινήσεις.
- Υψηλό **F1** αποτυπώνει ισορροπία μεταξύ ακρίβειας και πληρότητας.

Αυτές οι μετρικές τάσης είναι κρίσιμες για τη συμπλήρωση των μετρικών σφάλματος, καθώς εστιάζουν στην κατευθυντική χρησιμότητα του μοντέλου — στοιχείο καθοριστικής σημασίας για στρατηγικές συναλλαγών. Συλλογικά, το σύνολο των μετρικών επιτρέπει μια σφαιρική ερμηνεία της συμπεριφοράς του μοντέλου σε κάθε εκδοχή του, τόσο σε ομαλά όσο και σε ταραχώδη περιβάλλοντα.

1.3 Διεξαγωγή πρώτου πειράματος και ερμηνεία αποτελεσμάτων

1.3.1 Γραφήματα προβλέψεων και ανάλυση σφαλμάτων

Ξεκινάμε την αξιολόγηση αναλύοντας την απόδοση πρόβλεψης μηδενικής προσαρμογής του προεκπαιδευμένου μοντέλου TTM στην περίπτωση της AAPL. Κατά τις σταθερά ανοδικές φάσεις, οι προβλέψεις ακολουθούν στενά την πραγματική διαδρομή της τιμής(2019-2020), με χαμηλή απόκλιση και χαμηλό σφάλμα. Ωστόσο, όταν υπάρχει άνοδος αλλά με μεταβλητότητα, το μοντέλο υπερεκτιμά την τιμή της μετοχής. Στο παράνθρο «Κατάρρευση & Ανάκαμψη», το μοντέλο αποτυπώνει τη γενική κατεύθυνση της πτώσης και της ανάκαμψης, αλλά αποτυγχάνει να αποδώσει το πλάτος των κινήσεων. Το προεκπαιδευμένο μοντέλο έχει εσωτερικεύσει αποτελεσματικά χρονικές εξαρτήσεις που χαρακτηρίζουν τις μετοχές με σταθερή τάση, αλλά δεν έχει εκτεθεί σε σπάνιες μετατοπίσεις υψηλού μεγέθους κατά την προεκπαίδευση.

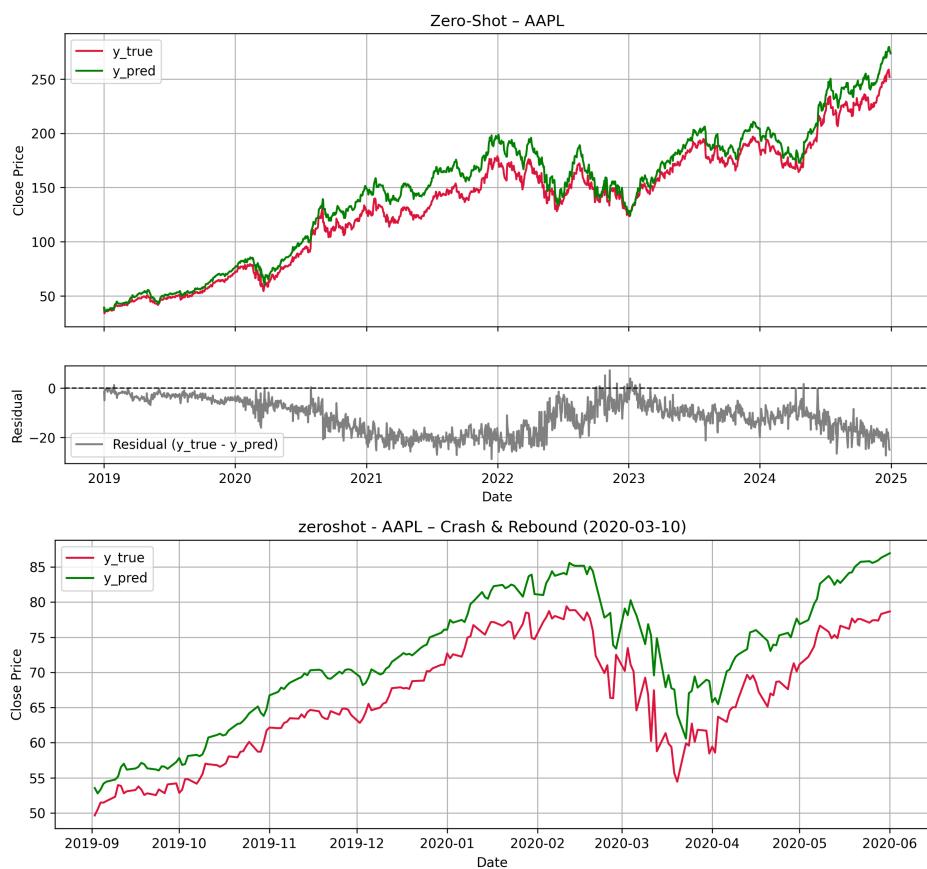


Figure 1.1: Πρόβλεψη μηδενικής ρύθμισης - AAPL

Η TSLA παρουσιάζει έντονη μη γραμμικότητα και υψηλή μεταβλητότητα κατά το σύνολο του υποσυνόλου αξιολόγησης, με περιόδους εκθετικής ανόδου, απότομες πτώσεις και κερδοσκοπικές φούσκες. Το μοντέλο δείχνει ευθυγράμμιση με τις ευρύτερες τάσεις, αυτό όμως είναι εικονικό επειδή προηγείται κατά πολλές μέρες των πραγματικών τιμών, πράγμα που σημαίνει πως απλώς αντιγράφει την τάση της χρονοσειράς με καθυστέρηση. Το γράφημα σφαλμάτων αποκαλύπτει επίμονες αρνητικές αποκλίσεις στο πλάτος μετά το 2020. Στο παράνθρο «Υψηλό Beta», το μοντέλο υπολείπεται σημαντικά, αποτυγχάνοντας να προβλέψει τη φάση επιβράδυνσης και διόρθωσης. Η προβλεπόμενη τροχιά παραμένει υπερβολικά αισιόδοξη.

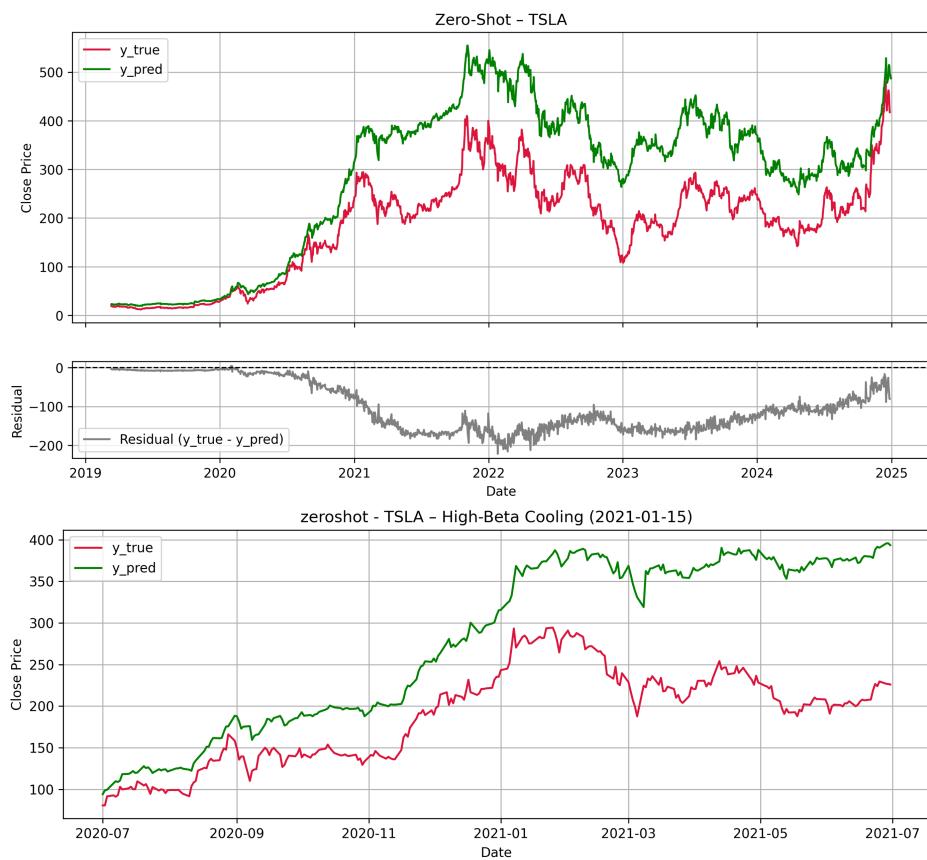


Figure 1.2: Πρόβλεψη μηδενικής ρύθμισης - TSLA

Το μοντέλο επιδεικνύει μεγαλύτερη σταθερότητα κατά την πρόβλεψη της XOM. Στο πλήρες υποσύνολο αξιολόγησης, η προβλεπόμενη σειρά ακολουθεί την πραγματική τιμή κλεισίματος με ικανοποιητική ακρίβεια. Το σφάλμα αυξάνεται κατά την ενεργειακή κατάρρευση του 2020 και την επακόλουθη ανάκαμψη, αλλά η πρόβλεψη παραμένει γενικά ευθυγραμμισμένη ως προς την κατεύθυνση και το πλάτος. Οι τιμές των σφαλμάτων αυξάνονται σε ασταθείς περιόδους, υποδεικνύοντας υποεκτίμηση των φάσεων ανάκαμψης.

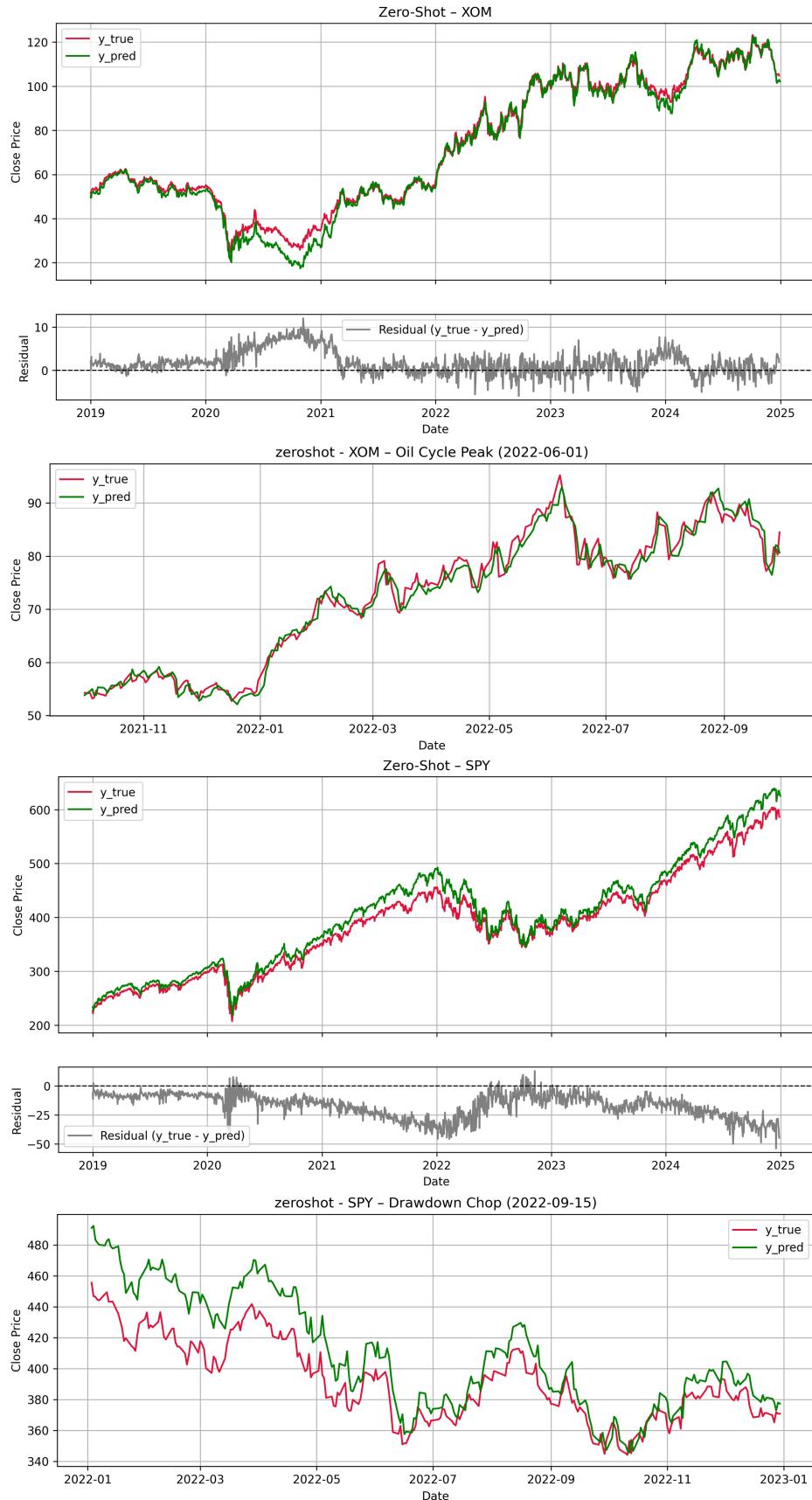


Figure 1.3: Πρόβλεψη μηδενικής ρύθμισης - XOM και SPY

Εστιάζοντας στην «Κορυφή Πετρελαϊκού Κύκλου» της 2022-06-01, παρατηρούμε ότι το μοντέλο έχει ακρετά καλά αποτελέσματα και προηγείται λίγο του πραγματικού σήματος. Η πρόβλεψη παραμένει σχετικά συνεκτική, γεγονός που υποδηλώνει ότι το προεκπαιδευμένο μοντέλο έχει εσωτερικεύσει σε κάποιο βαθμό κυκλικές συμπεριφορές, πιθανότατα λόγω της ύπαρξης παρόμοια δομημένων χρονοσειρών στο σύνολο θεμελιώδους εκπαίδευσης.

Στο ETF του δείκτη S&P 500 (SPY) παρουσιάζονται αρκετές διακυμάνσεις στα σφάλματα κατά την πρόβλεψη του συνόλου αξιολόγησης. Η αύξηση της διακύμανσης στα σφάλματα υποδηλώνει ότι το προεκπαιδευμένο μοντέλο υποεκτιμά μεγάλες μακροοικονομικές μεταβολές, ακόμη και σε δείκτες χαμηλού θορύβου όπως το SPY. Τα σφάλματα έχουν μονίμο αρνητικό πρόσιμο, πράγμα που σημαίνει πως το μοντέλο συνεχώς υπερεκτιμά την απόδοση του δείκτη. Κατά την περίοδο της «Πτώσης λόγω μακροοικονομικών παραγόντων», το μοντέλο αποτυπώνει την ευρύτερη καθοδική κλίση, αλλά αποτυγχάνει να ευθυγραμμιστεί με την δομή της αγοράς. Η απόδοση του TTM στον SPY υπογραμμίζει τη δυσκολία πρόβλεψης σε συνθήκες εναλλαγής καθεστώτων: όταν η αγορά μεταβαίνει διαρκώς από πτώσεις σε ανακάμψεις, το μοντέλο εμφανίζει δυναμική που δεν λαμβάνει επαρκώς υπόψη τη μεταβλητότητα.

Σε αντίθεση με τα προαναφερθέντα περιουσιακά στοιχεία, η JNJ προσφέρει ένα σημαντικά πιο ευνοϊκό αποτέλεσμα για το προεκπαιδευμένο μοντέλο σε μηδενική εκπαίδευση. Η χρονοσειρά αξιολόγησης δείχνει στενή ευθυγράμμιση μεταξύ πρόβλεψης και πραγματικής τιμής. Τα σφάλματα παραμένουν κυρίως εντός του εύρους $[-5, 5]$, χωρίς παρατεταμένες περιόδους απόκλισης τάσης. Το χρονικό παράθυρο «Ανθεκτικότητα» έχει εξίσου καλά αποτελέσματα. Αυτή η συμπεριφορά υποδηλώνει ότι τα βάρη του προεκπαιδευμένου μοντέλου είναι καλά ευθυγραμμισμένα με καθεστώτα χαμηλής μεταβλητότητας όπως αυτά που χαρακτηρίζουν την JNJ.

Η AMD εμφανίζει έντονα χαρακτηριστικά εκθετικής ανάπτυξης μετά το 2020, συνοδευόμενα από απότομες καθοδικές φάσεις. Το μοντέλο αντιμετωπίζει πολύ μεγάλες δυσκολίες στην πρόβλεψη της. Υποεκτιμά συστηματικά τα επίπεδα τιμών κατά τη διάρκεια των ανοδικών φάσεων και καθυστερεί να ανακάμψει μετά από διορθώσεις. Η δομή των σφαλμάτων προσομοιάζει αυτή της TSLA. Το παράθυρο αναδεικνύει πώς το μοντέλο υπεραντιδρά σε απότομα σήματα αντιστροφής τάσης. Αυτό αποκαλύπτει αδυναμία γενίκευσης σε μηγραμμικά σενάρια με υψηλή ορμή. Τα προεπιλεγμένα βάρη καθιστούν το μοντέλο ακατάληλο για ακριβή αποτύπωση ραγδαίων μεταβολών σε μετοχές του τεχνολογικού κλάδου.

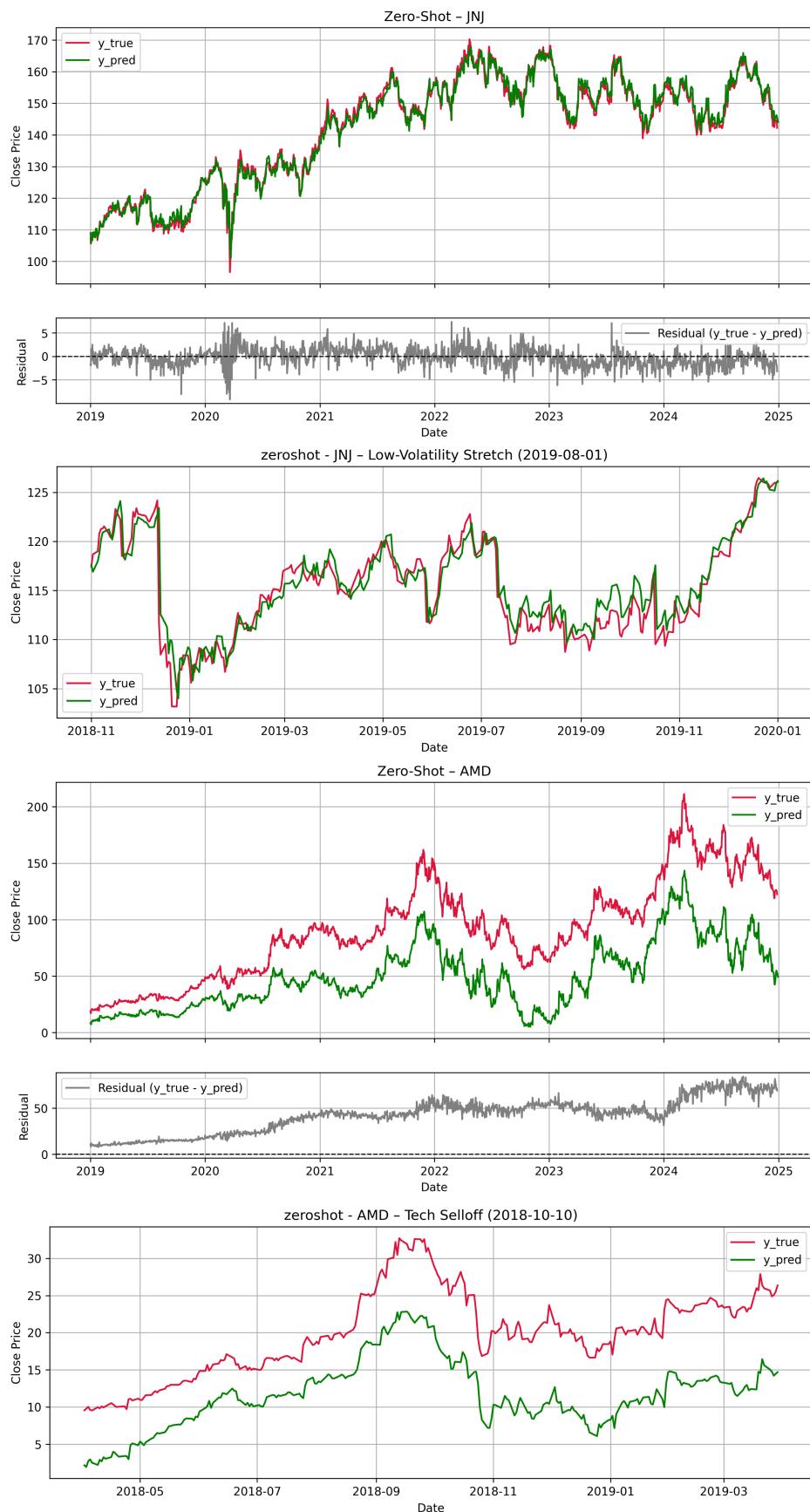


Figure 1.4: Πρόβλεψη μηδενικής ρύθμισης - JNJ και AMD

Η PG αποτελεί ακόμη ένα παράδειγμα επιτυχημένης γενίκευσης μηδενικής-ρύθμισης σε ήρεμα καθεστώτα με χαμηλή μεταβλητότητα. Αν και τα σφάλματα έχουν μία ήπια απόκλιση, η πρόβλεψη παραμένει στενά ευθυγραμμισμένη με την πραγματική τιμή κλεισίματος.

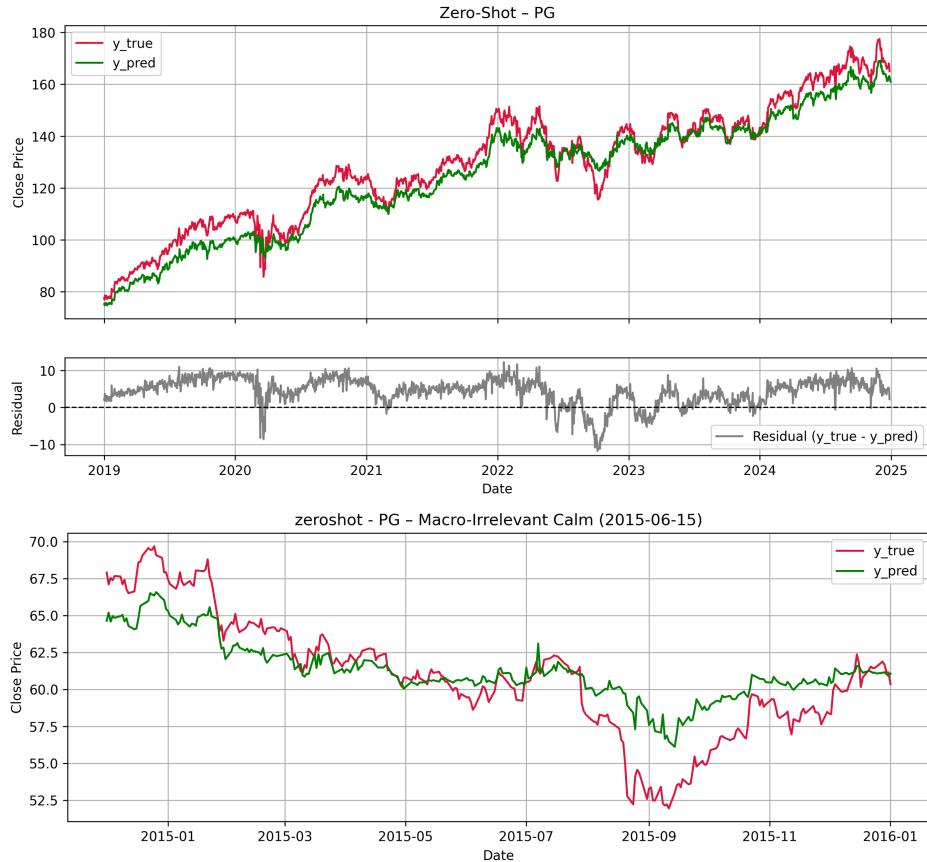


Figure 1.5: Πρόβλεψη μηδενικής ρύθμισης - PG

1.3.2 Μετρικές αξιολόγησης

Προκειμένου να αποκτήσουμε καλύτερη εικόνα των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούμε τις μετρικές αξιολόγησης. Συνολικά, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι, παρόλο που το μοντέλο διατηρεί ικανοποιητική ικανότητα πρόβλεψης στα περισσότερα καθεστώτα μεταβλητότητας, η απόδοσή του υποβαθμίζεται αισθητά κατά τη διάρκεια περιόδων αυξημένης μεταβλητότητας ή διαρθρωτικών μεταβολών.

Στο σύνολο αξιολόγησης, το μοντέλο πετυχαίνει τις χαμηλότερες τιμές μέσου απόλυτου σφάλματος (MAE) σε μετοχές όπως η JNJ (4.42), η XOM (6.96) και η PG (7.24), επιβεβαιώνοντας τις παρατηρήσεις που κάναμε παραπάνω. Η απόδοση υποβαθμίζεται σημαντικά σε μετοχές όπως η TSLA (119.10) και η AMD (34.58), κάτι που συνάδει με τη μεγαλύτερη απροσδιοριστία και μη γραμμικότητα που εμφανίζουν. Η ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλ-

Ticker	MAE	RMSE	MAPE	Hit Rate	Precision	Recall	F1
AAPL	19.34	21.23	14.69	0.466	0.505	0.546	0.524
TSLA	119.10	139.26	60.99	0.485	0.511	0.512	0.511
XOM	6.96	7.81	10.86	0.483	0.490	0.505	0.497
SPY	34.58	39.03	2.61	0.484	0.528	0.555	0.541
JNJ	4.42	4.90	3.10	0.501	0.518	0.517	0.517
AMD	14.31	16.74	16.42	0.479	0.478	0.511	0.493
PG	7.24	8.01	5.77	0.473	0.508	0.527	0.518

Table 1.1: Performance of the model on the test set (per ticker).

Ticker	MAE	RMSE	MAPE	Hit Rate	Precision	Recall	F1
AAPL	8.45	9.08	12.73	0.436	0.487	0.557	0.520
TSLA	137.13	148.67	70.23	0.431	0.461	0.437	0.449
XOM	7.83	8.25	10.76	0.497	0.543	0.570	0.557
SPY	36.71	41.47	9.12	0.478	0.407	0.444	0.424
JNJ	3.42	3.66	2.92	0.475	0.519	0.509	0.514
AMD	8.26	8.50	13.39	0.488	0.536	0.576	0.555
PG	8.09	8.67	6.68	0.492	0.529	0.537	0.533

Table 1.2: Performance of the model during special market events (per ticker).

ματος (RMSE) ακολουθεί παρόμοια πρότυπα, με τιμές από 4.90 (JNJ) έως 139.26 (TSLA), αντανακλώντας τόσο την κλίμακα όσο και την ευαισθησία σε ακραίες τιμές.

Η κατεύθυντική ακρίβεια εμφανίζει μικρές διακυμάνσεις μεταξύ των μετοχών, με τιμές μεταξύ 0.466 και 0.509. Αξιοσημείωτο είναι ότι η JNJ και η AMD ξεπερνούν το όριο του 0.5 (0.5096 και 0.4792 αντίστοιχα), υποδεικνύοντας καλύτερη από τυχαία ικανότητα πρόβλεψης της κατεύθυνσης. Οι ταξινομητικές μετρικές ακρίβεια και πληρότητα παραμένουν σχετικά ισορροπημένες, ενώ τα F1-scores κυμαίνονται από 0.493 (AMD) έως 0.541 (SPY), υποδηλώνοντας μέτρια διακριτική ικανότητα ως προς την κατεύθυνση, ιδιαίτερα στο SPY και στην PG.

Ωστόσο, η απόδοση στο σύνολο γεγονότων αποκαλύπτει σαφή υποβάθμιση στις περισσότερες μετρικές. Η τιμή του MAE για την TSLA αυξάνεται ακόμη περισσότερο στα 137.13,

ενώ ο S_{PY} εμφανίζει δραματική αύξηση στα 36.71. Η μέση πτώση στην κατευθυντική ακρίβεια, σε συνδυασμό με χαμηλότερα F1-scores (S_{PY}: 0.424, TSLA: 0.448), επιβεβαιώνει ότι το μοντέλο δυσκολεύεται να διατηρήσει συνεκτική προβλεπτική απόδοση σε αγορές που διέπονται από καθεστώτα υψηλής μεταβλητότητας.

Εξαίρεση σε αυτή την εικόνα αποτελούν η XOM και η PG, οι οποίες διατηρούν σχετικά σταθερή απόδοση και στα δύο σύνολα δεδομένων. Η XOM, για παράδειγμα, εμφανίζει βελτιώση τόσο στο RMSE όσο και στο F1-score κατά τη διάρκεια των γεγονότων, υποδηλώνοντας ότι η προεκπαίδευση του μοντέλου έχει εσωτερικεύσει χρήσιμες δυναμικές για την απόκριση του ενεργειακού τομέα. Αντίστοιχα, η PG εμφανίζει ανθεκτικότητα στις μετρικές κατεύθυνσης, με το F1-score να αυξάνεται από 0.518 σε 0.533.

1.3.3 Απόδοση ανά καθεστώς μεταβλητότητας

Regime Type	MAE	RMSE	MAPE	Hit Rate	Precision	Recall	F1
High-Volatility	67.11	78.00	38.71	0.482	0.494	0.511	0.503
Low-Volatility	5.83	6.45	4.43	0.487	0.513	0.522	0.518
Post-Trend Reversal	13.15	14.52	12.77	0.474	0.497	0.526	0.511
Short-term instability	34.58	39.03	8.61	0.484	0.528	0.555	0.541

Table 1.3: Πίνακας αποτελεσμάτων σε ομαδοποιημένα καθεστώτα μεταβλητότητας.

Ο παραπάνω πίνακας παρουσιάζει μία συγκεντρωτική σύνοψη απόδοσης ανά καθεστώς αγοράς, η οποία προκύπτει από την ομαδοποίηση των μετοχών βάσει της κατηγοριοποίησής τους σε τεσσερεις κατηγορίες: 1) Υψηλή μεταβλητότητα (TSLA και AMD), 2) Χαμηλή μεταβλητότητα (PG και JNJ), 3) Βραχυπρόθεσμη αστάθεια (S_{PY}) 4) Αντιστροφή τάσης (AAPL, XOM). Τα αποτέλεσματα αποκαλύπτουν σημαντική μεταβλητότητα στην απόδοση του μοντέλου ανάλογα με το καθεστώς. Οι συνθήκες χαμηλής μεταβλητότητας, έχουν το χαμηλότερο μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE = 5.83), το χαμηλότερο RMSE (6.45) και την υψηλότερη ακρίβεια πρόβλεψης τάσης. Η απόδοση επιδεινώνεται σημαντικά σε περιβάλλοντα υψηλής μεταβλητότητας. Το καθεστώς αυτό χαρακτηρίζεται από τις υψηλότερες παρατηρούμενες τιμές MAE (67.11), RMSE (78.00) και MAPE (38.71). Η κατευθυντική ακρίβεια είναι επίσης μειωμένη (Hit rate = 0.4822, F1 = 0.5026). Η συμπεριφορά του μοντέλου σε καθεστώτα που παρουσιάζουν αντιστροφές τάσης είναι ενδιάμεση. Αν και τα σφάλματα (MAE = 13.15, RMSE

= 14.52) είναι σαφώς χαμηλότερα από εκείνα του καθεστώτος υψηλής μεταβλητότητας, παραμένουν αυξημένα σε σχέση με την χαμηλή μεταβλητότητα. υποδηλώνει ότι το μοντέλο μπορεί να προσαρμοστεί εν μέρει σε μεταβατικές φάσεις, αλλά εξακολουθεί να υστερεί στην έγκαιρη αναγνώριση σημείων καμπής. Το καθεστώς βραχυπρόθεσμης αστάθειας, που χαρακτηρίζεται από συσσώρευση και μη κατεύθυντική πορεία, παρουσιάζει μέτρια έως χαμηλή απόδοση. Παρά το ότι έχει το δεύτερο υψηλότερο RMSE (39.03), το μοντέλο επιτυγχάνει καλύτερο F1-score (0.5410), το οποίο ενισχύεται από τη μέγιστη τιμή Precision (0.5278) και Recall (0.5549) μεταξύ όλων των καθεστώτων. Αυτό ενδέχεται να υποδηλώνει ότι, παρόλο που το μοντέλο δυσκολεύεται να προβλέψει με ακρίβεια τα απόλυτα επίπεδα τιμών σε θορυβώδεις συνθήκες, έχει καλύτερη συνέπεια στην πρόβλεψη της κατεύθυνσης μεταβολής.

1.3.4 Ανάλυση Συσχέτισης Μεταβλητότητας-Σφάλματος

Η παρούσα ανάλυση εξετάζει τη στατιστική σχέση μεταξύ της κυλιόμενης μεταβλητότητας της αγοράς και του απόλυτου σφάλματος πρόβλεψης ανά μετοχή. Η διερεύνηση αυτή γίνεται μέσω διαγραμμάτων διασποράς όπου στον άξονα x απεικονίζεται η 5-ημερη κυλιόμενη μεταβλητότητα (ως τυπική απόκλιση των λογαριθμικών αποδόσεων) και στον άξονα y η απόλυτη τιμή του σφάλματος πρόβλεψης. Επιπλέον, υπολογίζεται ο συντελεστής συσχέτισης Pearson ως ποσοτική μέτρηση της γραμμικής σχέσης μεταξύ των δύο μεταβλητών. Η μεταβλητότητα υπολογίζεται ως:

$$\sigma_t^{(5)} = \text{std} \left(\log \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \right)_{t=4}^t$$

Το σφάλμα υπολογίζεται ως η απόλυτη απόκλιση μεταξύ της προβλεπόμενης τιμής κλεισίματος του μοντέλου και της πραγματικής τιμής.

$$\epsilon = |\hat{y}_t - y_t|$$

Για την ποσοτικοποίηση της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ μεταβλητότητας και σφάλματος, υπολογίζουμε τον συντελεστή συσχέτισης Pearson για κάθε μετοχή:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

όπου X είναι η κυλιόμενη μεταβλητότητα και Y το απόλυτο σφάλμα.

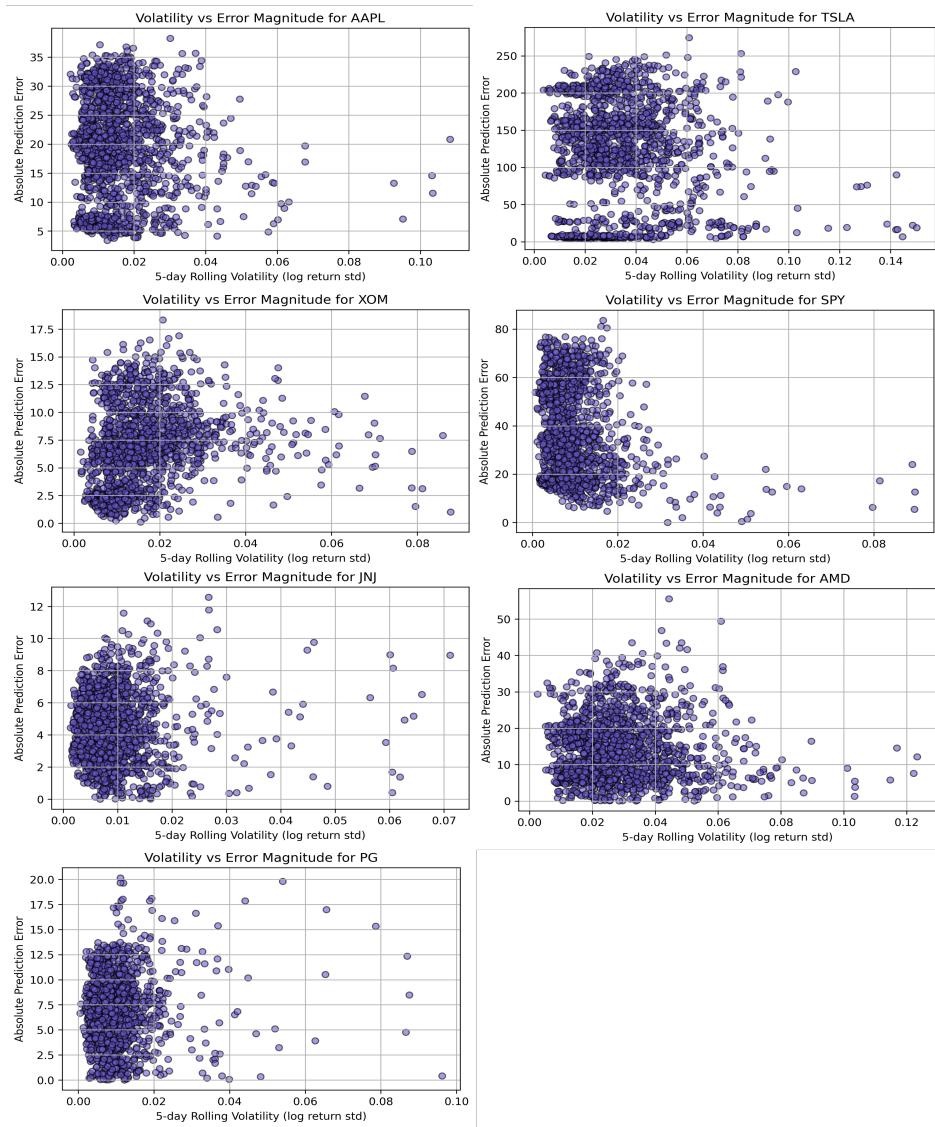


Figure 1.6: Διαγράμματα σχέσης κυλιόμενης μεταβλητότητας-σφάλματος

Ticker	Pearson Correlation
AAPL	-0.0426
TSLA	-0.0641
XOM	0.1831
SPY	-0.1817
JNJ	0.0425
AMD	-0.0463
PG	0.0166

Table 1.4: Πίνακας Pearson

Το διάγραμμα διασποράς για την AAPL εμφανίζει συμπαγή συγκέντρωση σημείων σε χαμηλά επίπεδα μεταβλητότητας (κάτω από 0.03), με τις τιμές του σφάλματος να κυμαίνονται κυρίως μεταξύ 5 και 30. Αν και υπάρχουν ακραίες τιμές, η κατανομή παραμένει σχετικά συνεκτική σε όλο το φάσμα μεταβλητότητας. Αξιοσημείωτο είναι ότι, ακόμη και όταν η μεταβλητότητα αυξάνεται, η διασπορά των σφαλμάτων δεν διευρύνεται σημαντικά, γεγονός που υποδηλώνει ότι το μοντέλο διατηρεί σταθερά επίπεδα σφάλματος. Η τιμή του συντελεστή Pearson είναι -0.043 , γεγονός που επιβεβαιώνει την απουσία γραμμικής σχέσης μεταξύ μεταβλητότητας και σφάλματος.

Για την TSLA, το διάγραμμα παρουσιάζει ευρεία διασπορά τόσο στη μεταβλητότητα όσο και στο σφάλμα. Εμφανίζει μερικές από τις υψηλότερες τιμές μεταβλητότητας, ενώ τα σφάλματα φτάνουν ακόμη και πάνω από τις 250 μονάδες. Ωστόσο, η διασπορά δεν παρουσιάζει σαφή αυξητική ή μειωτική τάση. Ο συντελεστής Pearson είναι -0.064 , γεγονός που υποδηλώνει ασθενή αρνητική συσχέτιση χωρίς πρακτική ή στατιστική σημασία.

Για την XOM, παρατηρείται μικρή αύξηση της διασποράς των σφαλμάτων σε υψηλότερα επίπεδα μεταβλητότητας. Σε χαμηλή μεταβλητότητα (κάτω από 0.02), τα σφάλματα είναι πιο συγκεντρωμένα, ενώ σε υψηλότερη (άνω των 0.03), παρουσιάζουν μεγαλύτερη διασπορά και τιμές. Η συσχέτιση Pearson είναι 0.183 , η υψηλότερη στο σύνολο των assets, γεγονός που υποδηλώνει μέτρια θετική γραμμική σχέση μεταξύ μεταβλητότητας και σφάλματος πρόβλεψης.

Το διάγραμμα διασποράς της SPY εμφανίζει μεγαλύτερη διασπορά σφαλμάτων σε χαμηλή μεταβλητότητα και ελαφρώς στενότερη κατανομή σε μέση μεταβλητότητα. Δεν υπάρχει εμφανής γραμμική τάση αύξησης ή μείωσης των σφαλμάτων με βάση τη μεταβλητότητα. Η τιμή Pearson $\rho = -0.182$ υποδηλώνει μέτρια αρνητική συσχέτιση.

Για την JNJ, η διασπορά είναι πολύ συμπαγής. Η μεταβλητότητα παραμένει χαμηλή καθ' όλη τη διάρκεια, ενώ τα σφάλματα κινούνται κυρίως στο εύρος 2–8. Δεν διαπιστώνεται αύξηση των σφαλμάτων με την αύξηση της μεταβλητότητας. Ο συντελεστής Pearson είναι 0.043 , επιβεβαιώνοντας την απουσία ουσιαστικής γραμμικής σχέσης.

Στην AMD αν και υπάρχει κάποια τάση αύξησης της διασποράς σε υψηλή μεταβλητότητα, δεν διαφαίνεται σταθερό πρότυπο. Η τιμή $\rho = -0.047$ υποδηλώνει αμελητέα θετική συσχέτιση, χωρίς ουσιαστικό γραμμικό συσχετισμό.

Το γράφημα της PG χαρακτηρίζεται από χαμηλή μεταβλητότητα και σχετικά χαμηλά σφάλματα πρόβλεψης. Τα περισσότερα σημεία συγκεντρώνονται στο κάτω-αριστερό τεταρ-

τημόριο και η διασπορά παραμένει περιορισμένη ακόμη και σε ελαφρώς αυξημένη μεταβλητότητα. Η τιμή $\rho = 0.016$ είναι πρακτικά μηδενική, επιβεβαιώνοντας ότι το μοντέλο είναι ανεξάρτητο από τη βραχυχρόνια μεταβλητότητα για την PG.