

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

19 декабря 2024 года

Вариант МА2410209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

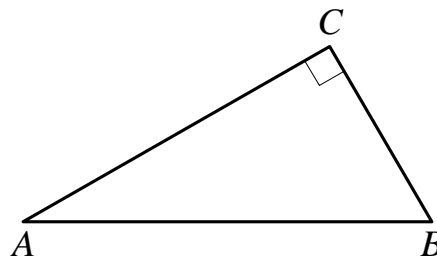
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

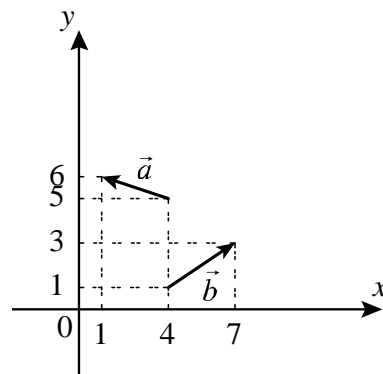
**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  
 $AB = 4$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{19}}{10}$ . Найдите длину  
 стороны  $AC$ .



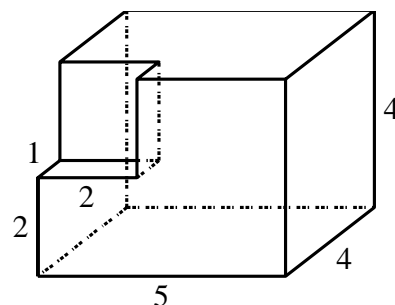
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Найдите квадрат длины вектора  $\vec{a} + \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 20 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 4 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Игральную кость бросили два раза. Известно, что пять очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 10».

Ответ: \_\_\_\_\_.

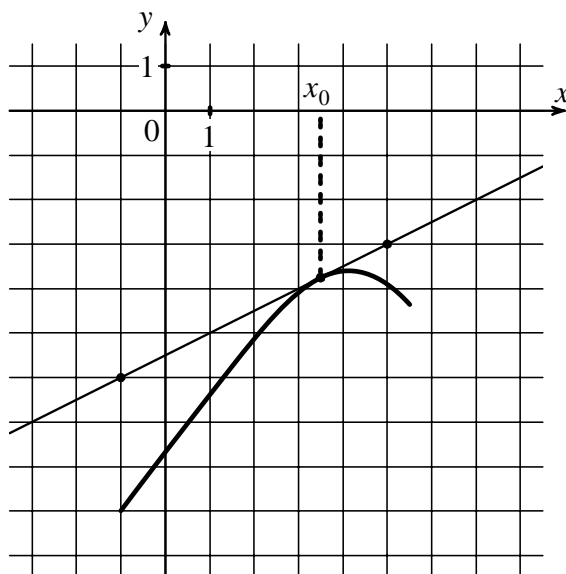
- 6 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{7x-11} = \frac{1}{9x-8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{2^{1,1} \cdot 7^{5,1}}{14^{3,1}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}$ ,

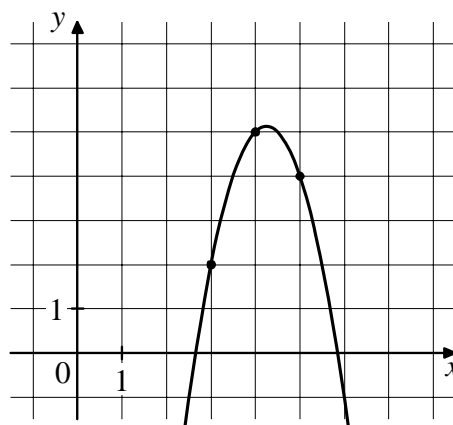
где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,26.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Две трубы наполняют бассейн за 5 часов 50 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 14 часов. За сколько часов наполняет этот бассейн одна вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите значение  $f(-1)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = 62 \cos x - 65x + 45$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13**

а) Решите уравнение  $3\cos 2x - 7\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

**14**

В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит параллелограмм  $ABCD$ . На рёбрах  $A_1 B_1$ ,  $B_1 C_1$  и  $BC$  отмечены точки  $M$ ,  $K$  и  $N$  соответственно, причём  $B_1 K : KC_1 = 1 : 5$ . Четырёхугольник  $AMKN$  — равнобедренная трапеция с основаниями 1 и 3.

а) Докажите, что точка  $N$  — середина ребра  $BC$ .

б) Найдите площадь трапеции  $AMKN$ , если объём призмы равен 72, а высота призмы равна 4.

**15**

Решите неравенство  $\frac{9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 18}{3^x - 9} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 32}{3^x - 7} \geq 3^x + 3$ .

**16**

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и в 2028 годах должны быть по 150 тыс. рублей;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году будет равен 185,9 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

**17** В квадрате  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  — середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Отрезки  $CM$  и  $DN$  пересекаются в точке  $K$ .

а) Докажите, что  $\angle BKM = 45^\circ$ .

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABK$ , если  $AB = 4\sqrt{5}$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - 7x - 17a = |17x - 7a|$$

имеет больше двух различных корней.

**19** С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

а) Могло ли в результате такой операции получиться число 240?

б) Могло ли в результате такой операции получиться число 163?

в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 700 включительно?

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

19 декабря 2024 года

Вариант МА2410210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

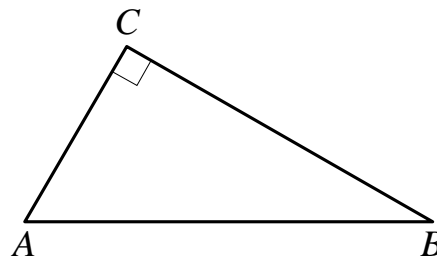
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



## Часть 1

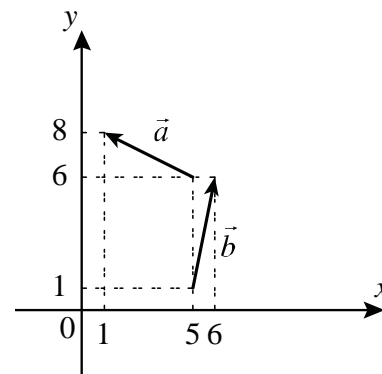
**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 25$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{51}}{10}$ . Найдите длину стороны  $AC$ .



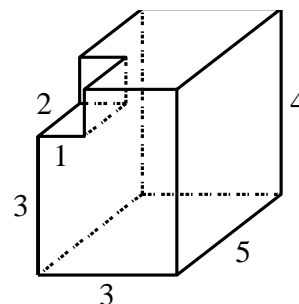
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Найдите квадрат длины вектора  $\vec{a} + \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 35 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 7 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Игральную кость бросили два раза. Известно, что четыре очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 11».

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{9x-14} = \frac{1}{8x-2}$ .

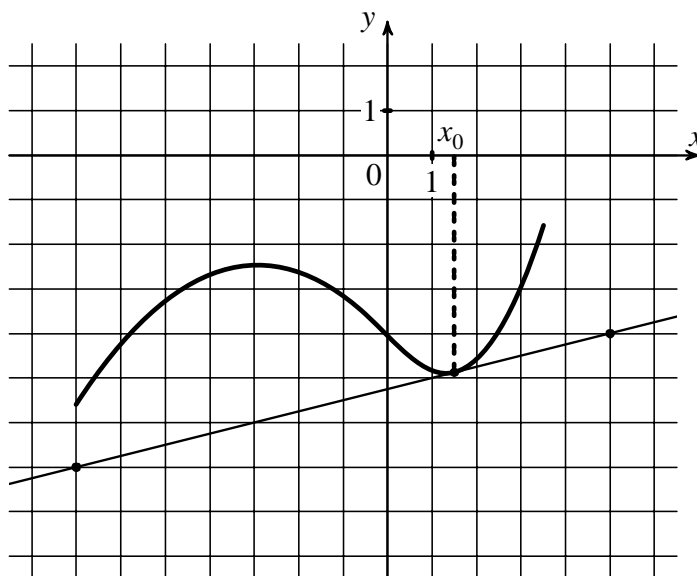
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{3^{4,5} \cdot 5^{4,5}}{15^{2,5}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9

Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}$ ,

где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,12.

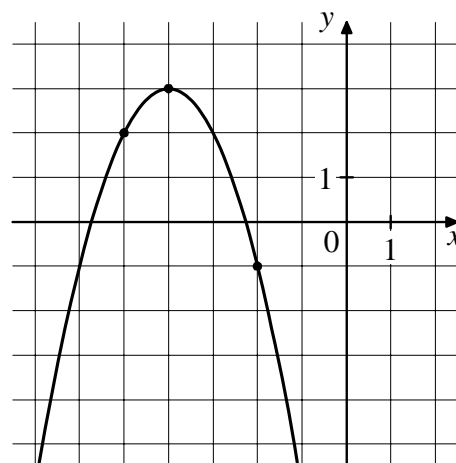
Ответ: \_\_\_\_\_.

10

Две трубы наполняют бассейн за 8 часов 15 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 11 часов. За сколько часов наполняет этот бассейн одна вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите значение  $f(2)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = 111\cos x - 113x + 69$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13**

а) Решите уравнение  $2\cos 2x - 8\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 3 = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

**14**

В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит параллелограмм  $ABCD$ . На рёбрах  $A_1 B_1$ ,  $B_1 C_1$  и  $BC$  отмечены точки  $M$ ,  $K$  и  $N$  соответственно, причём  $B_1 K : KC_1 = 3 : 5$ . Четырёхугольник  $AMKN$  — равнобедренная трапеция с основаниями 3 и 4.

а) Докажите, что точка  $N$  — середина ребра  $BC$ .

б) Найдите площадь трапеции  $AMKN$ , если объём призмы равен 16, а высота призмы равна 2.

**15**

Решите неравенство  $\frac{9^x - 5 \cdot 3^{x+1} + 41}{3^x - 4} + \frac{3 \cdot 3^{x+1} - 39}{3^x - 5} \geq 3^x - 2$ .

**16**

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и в 2028 годах должны быть по 500 тыс. рублей;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году будет равен 482,3 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

**17** В квадрате  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  — середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Отрезки  $CM$  и  $DN$  пересекаются в точке  $K$ .

а) Докажите, что  $\angle BKM = 45^\circ$ .

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABK$ , если  $AB = 2\sqrt{15}$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - 7x - 23a = |23x - 7a|$$

имеет больше двух различных корней.

**19** С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

а) Могло ли в результате такой операции получиться число 180?

б) Могло ли в результате такой операции получиться число 134?

в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 300 до 700 включительно?