

# Notes et infos

DAVID Amadéo

3 mai 2019

## 1 Ce qui coule de source

### 1.1 Hypothèses

- L'extraction, la consommation et la circulation de l'eau s'effectue à débit constant.
- Le débit d'eau extrait aux sources est suffisant pour alimenter toutes les conduites.

### 1.2 Données

Le débit d'eau qui s'écoule dans une conduite est donné par l'expression

$$\alpha \theta_c \frac{R_c^2 \Delta h_c}{L_c}.$$

En plus des données fournies, on aura  $L_c$  la longueur de la conduite et  $\Theta_c$ , un paramètre ajustable entre 0 et 1 représentant une valve.

Données fournies :

- Coordonnées en  $(x, y, z)$  des points d'approvisionnement et de consommation ( $z$  vaut  $\Delta h_c$  dans l'équation).
- Matrice d'incidence des conduites. Il semble que les points intermédiaires aient une somme de 0, les points d'approvisionnement aient une somme de -1 et les points de consommation aient une somme de 1.
- Rayon des conduites ( $R_c$  dans l'équation).
- Constante de proportionnalité ( $\alpha$  dans l'équation).
- Débits maximaux extractibles aux points d'approvisionnement.
- Le coût des débits d'extraction.
- Les valeurs minimales (notées  $D_{c,min}$ ) et maximales (notées  $D_{c,max}$ ) du débit en chaque point de consommation.
- Le prix facturé aux différents points de consommation.
- La matrice d'incidence des points de consommation n'est pas fournie mais peut être calculée facilement et est notée  $A_c$ .

## 2 Réponses

1. Analyse d'un réseau existant

1.1 L'expression  $A^T h$  représente les dénivelés entre les conduites. L'expression  $Af$  représente elle le débit total aux noeuds. Notons que  $Af$  a comme contrainte d'être plus petit ou égal à  $D_{c,max}$  et plus grand ou égal à  $D_{c,min}$ .

1.2 Démonstration :

Un ensemble est défini comme polyèdre si et seulement si c'est un sous ensemble de  $R^n$  qui peut être défini comme l'intersection d'un nombre fini de demi-espace de  $R^n$ . Autrement dit

$$P = [x \in R^n | Ax \geq b].$$

Dans notre cas, l'ensemble  $P$  peut être vu comme l'intersection des deux demi-espaces  $P_c \geq D_{c,min}$  et  $P_c \leq D_{c,max}$ . Cet ensemble est donc bien un polyèdre.

Vérification d'un profil donné :

Soit un profil  $P_c$ . Pour vérifier qu'il est acceptable, il y a  $2n$  contraintes à vérifier avec  $n$  le nombre d'éléments du profil. Il faut que  $P_c[i] \leq D_{c,max}[i]$  et que  $P_c[i] \geq D_{c,min}[i]$  avec  $i$  allant de 0 à  $n$ .

1.3 Le problème peut s'écrire tel que

$$\begin{aligned} \max_x & P_c^T * P_f - P_a^T * C \\ & P_c \geq D_{c,min} \\ & P_c \leq D_{c,max} \\ & P_A \leq \Delta_{a,max} \\ & \sum P_A - \sum P_C \geq 0. \end{aligned}$$

Avec  $P_A$  les débits fournis aux points d'approvisionnement et avec  $D_{A,max}$  les débits maximaux extractibles aux points d'approvisionnement.

2. Améliorations du réseau

2.1 TODO

3. Conception d'un réseau optimal

3.1 TODO