

## Homework 4 — April 18

Lecturer: Mingji Xia

Completed by: 吉骏雄

## 第 4.1 次作业: 4.1, 4.2, 4.3, 4.4

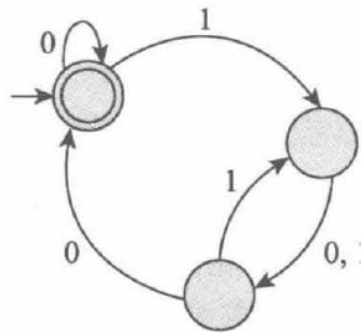
4.1 对于图 4.1所示的 DFA  $M$ , 回答下列问题, 并说明理由。

图 4.1. 题 4.1 图

1.  $\langle M, 0100 \rangle \in A_{\text{DFA}}$  是否成立?
2.  $\langle M, 011 \rangle \in A_{\text{DFA}}$  是否成立?
3.  $\langle M \rangle \in A_{\text{DFA}}$  是否成立?
4.  $\langle M, 0100 \rangle \in A_{\text{REX}}$  是否成立?
5.  $\langle M \rangle \in E_{\text{DFA}}$  是否成立?
6.  $\langle M, M \rangle \in EQ_{\text{DFA}}$  是否成立?

解

1. 是. DFA  $M$  的确能够接受字符串 0100.
2. 否. DFA  $M$  不接受字符串 0100.
3. 否. 输入只有一个 DFA, 没有字符串.
4. 否. 输入前半部分是 DFA, 不是正则语言.
5. 否.  $M$  接受的语言非空.
6. 是.  $M$  和  $M$  自身接受的语言必然相同.

4.2 考虑一个 DFA 和一个正则表达式是否等价的问题。将这个问题表述为一个语言并证明它是可判定的。

**证明** 设:  $EQ_{D\&R} = \{\langle A, R \rangle \mid A \text{ 是一个 DFA, } R \text{ 是一个正则表达式, 且 } \forall \omega \in L(A), R \text{ 派生 } \omega\}$ . 我们可以构造一个判断此语言的图灵机  $M$ :

$M =$

“对于输入  $\langle A, R \rangle$ , 其中  $A$  是一个 DFA,  $R$  是一个正则表达式:

1. 将  $R$  改写做只含有起始状态、接受状态以及一个从起始状态指向接受状态的箭头的 CNFA, 箭头上的正则表达式就是  $R$ .
2. 由正则表达式构建出一台对应的 NFAB.
3. 将此 NFAB 转化为 DFAC.
4. 模拟能够判定  $EQ_{DFA}$  的图灵机, 输入  $\langle A, C \rangle$ , 判断这两者能够接收的语言是否相同. 若是, 则接收, 否则拒绝.

”

□

4.3 设  $ALL_{DFA} = \{\langle A \rangle \mid A \text{ 是一个 DFA, 且 } L(A) = \Sigma^*\}$ . 证明  $ALL_{DFA}$  是可判定的.

**证明** 我们可以构造一个判断此语言的图灵机  $M$ :

$M =$

“对于输入  $\langle A \rangle$ , 其中  $A$  是一个 DFA:

1. 构造 DFA  $A'$ , 使得  $L(A') = \overline{L(A)}$ . 这是可以做到的事情, 其实只要将接受状态和拒绝状态反转即可.
2. 模拟图灵机  $E_{DFA}$ , 判断 DFA  $A'$  能接收的语言是否为空. 若为空, 则接收, 否则拒绝.

”

□

4.4 设  $A\varepsilon_{CFG} = \{\langle G \rangle \mid G \text{ 是一个生成 } \varepsilon \text{ 的 CFG}\}$ . 证明  $A\varepsilon_{CFG}$  是可判定的.

**证明** 我们可以构造一个判断此语言的图灵机  $M$ :

$M =$

“对于输入  $\langle G \rangle$ , 其中  $G$  是一个 CFG, 它能生成  $\varepsilon$ :

1. 将  $G$  转换为一个与之等价地乔姆斯基文法.
2. 由于乔姆斯基文法仅可能在初始变元引出的法则中派生出  $\varepsilon$ , 即唯一可能包含  $\varepsilon$  的规则为  $S \rightarrow \varepsilon$ , 我们仅需检查是否有这一条规则. 若有这条规则, 则接收, 否则拒绝.

”

□