**Analyse Numérique II** **Polytech MAM4 2021-2022**
Matlab

# TP 1

Le but de ce TP est de mettre en évidence le comportement de méthodes de résolution de systèmes linéaires pour une matrice de type discrétisation différence finie d'un laplacien en dimension 1,2 et 3 avec conditions aux limites de type Dirichlet homogène.

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{dans } \Omega \\ u = 0 & \text{sur } \partial\Omega \end{cases}$$

L'objectif est de voir le comportement de différentes méthodes itératives (préconditionnées) et de faire une comparaison avec des solveurs directes de MATLAB (umfpack). On prendra $f = 1$.

1. Ecrire 3 fonctions `Laplace1d(n)`, `Laplace2d(n,m)`, et `Laplace3d(n,m,p)` qui renvoient respectivement les matrices de discrétisation du laplacien différence finie 1d, 2d et 3d sur $]0;1[$, $]0;1[^2$ et $]0;1[^3$ . `n`, `m` et `p` sont les nombres de points intérieurs de la grille respectivement en `x`, `y` et `z`.

2. Résoudre et représenter les solutions obtenues avec $n = m = p = 30$ en dimension 1,2 et 3 (mots clefs : contour2d - surf - slice)

3. Implémenter la méthode du gradient conjugué préconditionné `GradConj(A,b,res,Precond)` et valider la fonction (d'abord sans préconditionnement...), prévoir un nombre d'itération maximal par défaut.

4. Mettre en place les préconditionnements, SSOR (on pourra chercher le $w_{opt}$) et ILU pour les méthodes du gradient conjugué et GMRES.

   mot clef MATLAB : ilu(A,struct('type','ilutp','droptol',1e-6) , gmres

5. Tracer l'évolution du résidu en fonction des itérations pour les différentes cas (1d, 2d et 3d) à des tailles fixées pour la méthode du gradient conjugué, gmres sans préconditionnement, avec SSOR et ILU.

   Pour plus de lisibilité utiliser l'échelle logarithmique.

6. Tracer les temps de résolution en fonction de la taille de la matrice pour les méthodes GradConj, GMRES (préconditionnés SSOR et ILU) et UMFPACK (Antislash MATLA) et ceci pour le cas 1d, 2d et 3d (3 graphiques)

   On pourra pousser les calculs pour des matrices de tailles d'ordre 1e6 (ou ... plus ... ou moins...)

   Il sera également possible de séparer le temps de calcul du préconditionneur et le temps d'itération.

7. Faire une synthèse de toute ses courbes.

TP à rendre sous forme de notebook (extension ipynb) sur Tomus