



## Estàtica de fluids

Per entendre el funcionament dels sistemes vius és imprescindible comprendre el comportament dels fluids. Els sistemes vius majoritàriament som líquid, i ens movem en altres fluids dins de l'aire o dins de l'aigua. La mecànica de fluids és per tant una de les parts més importants de la biofísica.

El coneixement del comportament dels fluids és imprescindible per entendre gran quantitat de fenòmens biològics. Alguns exemples:

- la circulació de la saba en els vegetals (xilema, floema).
- la circulació de la sang en els animals.
- la respiració en els animals.
- el vol de les aus.
- el moviment dels peixos.
- la cèl·lula i les seves característiques

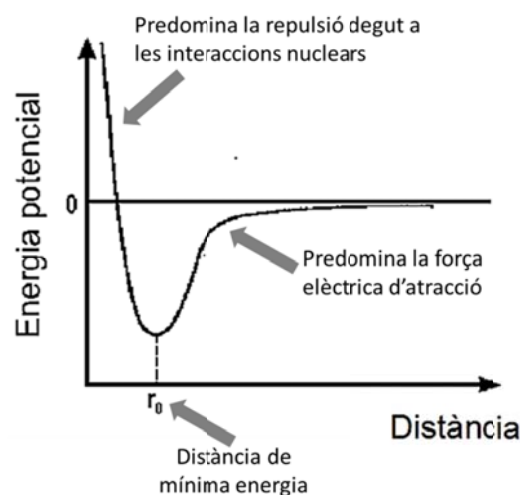
### Forces d'adhesió i cohesió

Observeu el vídeo:



Si toquem un paper d'alumini amb els dits aquest no s'enganxa, però si prèviament hem col·locat unes gotes d'aigua sobre el paper, en tocar-lo amb els dits aquest ens queda enganxat. Estem observant l'acció de les forces d'adhesió i cohesió.

Entre dues molècules tindrem forces d'atracció o repulsió en funció de la distància entre elles. Les forces d'atracció majoritàriament són les forces associades als camps elèctrics, les forces de repulsió són les d'interacció nuclear. Podrem trobar comportaments com els mostrats a la gràfica següent on es mostra l'energia potencial d'interacció típica d'algunes molècules.





La força entre dues molècules ( $F$ ) i l'energia potencial ( $\Phi$ ) de la seva interacció estan relacionades.

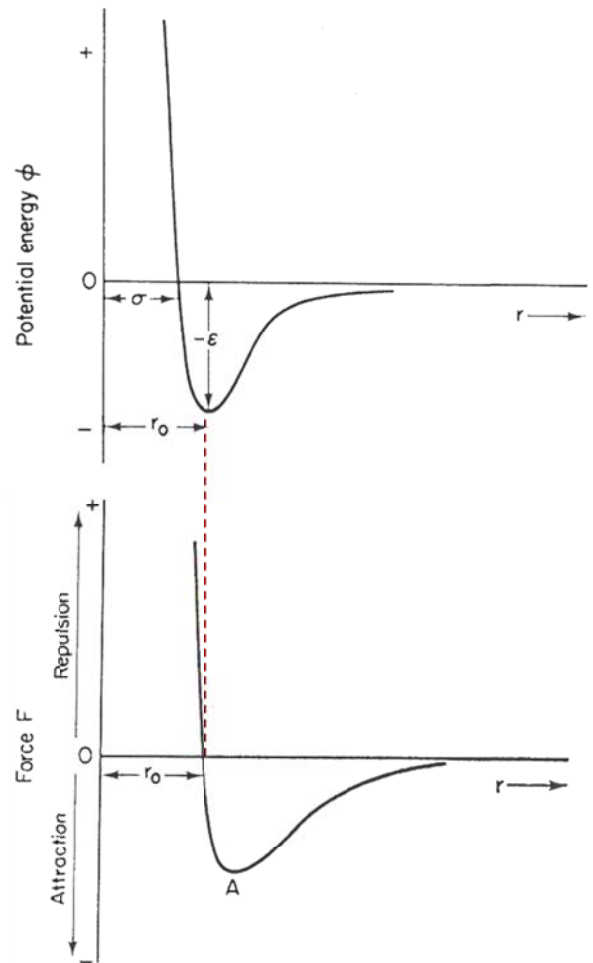
$$F = -\frac{d\Phi}{dr}$$

A la figura adjunta es mostra gràficament aquesta relació.

La intensitat de la força d'atracció entre les molècules és un factor cabdal per que la matèria es trobi en estat gasos, en estat líquid o en estat sòlid.

En els sòlids les forces són intenses, les molècules només poden vibrar entorn d'una posició. Aquest fet causa que els sòlids ideals mantinguin el volum i la forma.

En els líquids les forces són prou intenses com perquè la distància entre les molècules sigui sempre aproximadament la mateixa ( $r_0$ ). Això fa que en la major part de líquids la densitat es pugui considerar constant, per cada temperatura. És a dir la major part de líquids podem considerar-los aproximadament incompressibles. Donada una quantitat de massa de líquid el seu volum el podem considerar constant, però les forces d'interacció no són prou intenses per mantenir la forma del cos. Així doncs els líquids s'adapten a la forma del recipient que els conté, diem que els líquids no tenen elasticitat de forma. Un sòlid en aplicar-li una força que li produeix una petita deformació tendeix a recuperar la seva forma inicial quan la força deixa d'actuar, mentre que un líquid simplement es desplaça com conseqüència de la força aplicada.



La força d'atracció entre molècules d'un líquid l'anomenem **força de cohesió**.

Les forces d'atracció entre les molècules d'un líquid i les molècules del sòlid (recipient que conté el líquid) s'anomenen **forces d'adhesió**.

En els gasos les forces d'interacció són febles, no es manté una distància constant entre les molècules. Com conseqüència d'això els gasos ocupen tot el volum disponible.

L'aigua és una molècula polar, per aquesta raó les forces d'interacció elèctrica són importants (forces de cohesió). També seran importants les forces d'adhesió si les molècules del sòlid tenen certa polaritat.

En l'experiència realitzada, les forces d'interacció de les molècules de la pell amb les molècules del paper d'alumini no són suficients per vèncer la gravetat. Quan col·loquem una gota d'aigua sobre el paper d'alumini, les forces d'adhesió de l'aigua amb el paper i de l'aigua amb la pell són molt més importants, i juntament amb les forces de cohesió que mantenen lligades les molècules d'aigua permeten superar la gravetat sense cap problema.



Les forces de cohesió i adhesió no són molt importants en magnitud, però són suficients per provocar molts fenòmens de molta importància en biologia.

La alta polaritat de les molècules d'aigua és una de les característiques que permeten entendre el comportament molt particular de l'aigua, i és cabdal per a l'existència dels sistemes vius.

### Densitat

S'anomena **densitat absoluta** ( $\rho$ ), o simplement **densitat** d'un cos, a la seva massa per unitat de volum. Si  $m$  és la massa d'un cos i  $V$  el seu volum, la seva densitat serà:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

En el sistema internacional s'expressa en  $\text{kg/m}^3$ , en el sistema cgs en  $\text{g/cm}^3$ .

Es defineix **densitat relativa** d'un cos com el quocient entre la seva densitat absoluta i la d'una substància que es pren com a referència. Pels sòlids i líquids és usual considerar com a referència la densitat de l'aigua pura a  $4^\circ\text{C}$  i una atmosfera de pressió. Pels gasos és freqüent prendre la de l'aire, sota condicions normals, com a substància de referència.

**Taula 3.1.** Densitat relativa d'alguns líquids

Líquid	Densitat relativa	Temperatura ( $^\circ\text{C}$ )
Aigua	1.00	4
Aigua de mar	1.02-1.03	4
Gasolina	0.70-0.75	15
Alcohol	0.79-0.80	15
Mercuri	13.6	0

Segons la definició, la densitat relativa a l'aigua es pot calcular com el quocient entre la massa  $m$  d'un volum determinat de substància i la massa  $m_a$  del mateix volum d'aigua

$$\rho_r = \frac{m}{m_a}$$

La densitat varia de forma molt considerable amb la temperatura, per aquesta raó la temperatura és un paràmetre necessàriament a tenir en consideració quan es realitzin mesures o estudis sobre la densitat d'un fluid.

Hi ha altres magnituds relacionades amb la densitat que també s'utilitzen, algunes d'elles són:

Pes específic ( $\gamma$ ): pes per unitat de volum

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \rho g$$

Volum específic ( $\vartheta$ ): volum d'una unitat de massa:

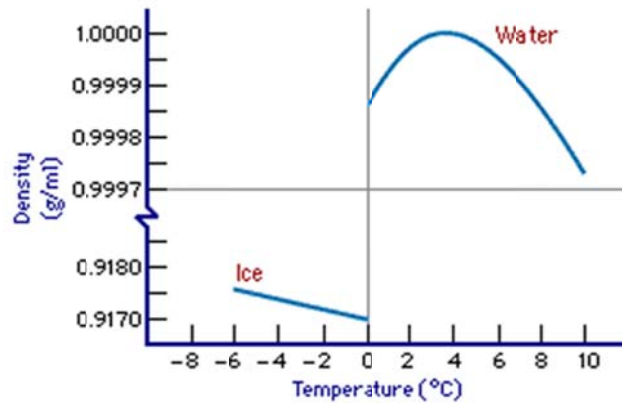
$$\vartheta = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

La densitat dels líquids depèn de forma molt important de la temperatura. Normalment la densitat disminueix en augmentar la temperatura. Un cas particular és el de l'aigua a pressió atmosfèrica on la densitat disminueix de 0 a  $3.98^\circ\text{C}$ .



**Densitat de l'aigua pura, sense aire, a diferents temperatures (la màxima densitat s'assoleix a una temperatura de 3.98°C)**

t (°C)	densitat (g cm <sup>-3</sup> )
0	0.99987
3.98	1.00000
5	0.99973
10	0.99913
15	0.99862
20	0.99823
25	0.99707
30	0.99567
35	0.99406
38	0.99299
40	0.99224
45	0.99025
50	0.98807
55	0.98573
60	0.98324
65	0.98059
70	0.97781
75	0.97489
80	0.97183
85	0.96865
90	0.96534
95	0.96192
100	0.95838



*Quina és la densitat de les cèl·lules?*

Name	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Name	Density (kg/m <sup>3</sup> )
Air	1.16	Small Intestine	1030
Bone Marrow (Yellow)	980	Muscle	1090
Fat	911	Brain	1046
Bone Marrow (Red)	1029	Tooth (Dentine)	2063
Bone (Cancellous)	1178	Blood	1050
Skull Cancellous	1178	Liver	1079
Bone (Cortical)	1908	Stomach	1088
Skin	1109	Spleen	1089
Lung	394	Kidney	1066
Connective Tissue	1027	Brain (Grey Matter)	1045
Tendon\Ligament	1142	Small Intestine Lumen	1045
Brain (White Matter)	1041	Stomach Lumen	1045
Cartilage	1100	Heart Muscle	1081
Nerve	1075	Water	994

Les diferències de densitat entre els diferents tipus de cèl·lules es pot atribuir especialment a la diferent proporció entre aigua i matèria seca. Per això la major part de cèl·lules tenen densitats relatives entre 1 i 1.3. Els lípids tenen densitat més baixa.

En el cos humà la densitat depèn de la seva composició que podem dividir en quatre compartiments (proteïnes, aigua, minerals i greix). La composició varia d'una persona a una

## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids



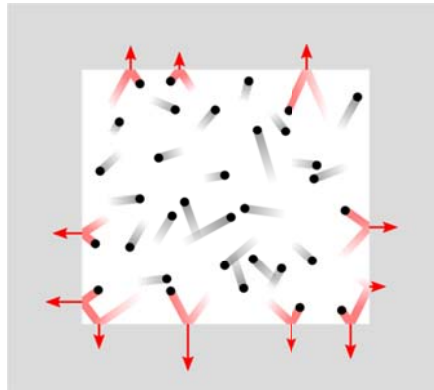
altra, podem prendre com valor mitjà una densitat de  $1034 \text{ kg/m}^3$ ,  $1024 \text{ kg/m}^3$  en dones i  $1048 \text{ kg/m}^3$  en homes [Am J Clin Nutr **50**,1282-1289 (1989)].

Els humans tenim aproximadament un 60 % d'aigua (40 % a les cèl·lules, 15 % en el líquid intersticial i 5 % en el plasma sanguini). Per això la nostra densitat és lleugerament superior a la de l'aigua.

Els ossos, degut a la presència de components minerals, tenen una densitat força alta, de l'ordre de  $1800\text{-}2000 \text{ kg/m}^3$ .

### Pressió

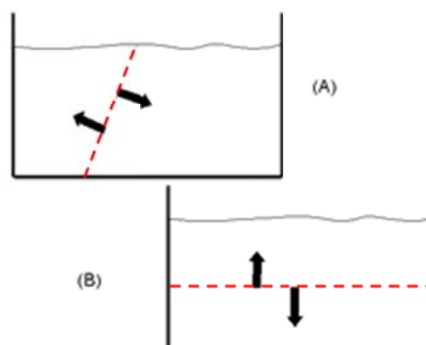
Les molècules d'un fluid es mouen contínuament com conseqüència de la seva energia cinètica (temperatura). A rel del seu moviment xoquen contra les parets del recipient que les conté. Aquests xocs realitzen força sobre les parets. La força que realitzen és perpendicular a la superfície amb la que xoquen. Anomenem pressió a la força realitzada per unitat de superfície.



$$P = \frac{F}{S}$$

La pressió és la força perpendicular a la superfície realitzada per unitat d'àrea.

Si imaginem superfícies que separen el fluid en diferents parts també podem parlar de la pressió que exerceixen unes parts sobre les altres.



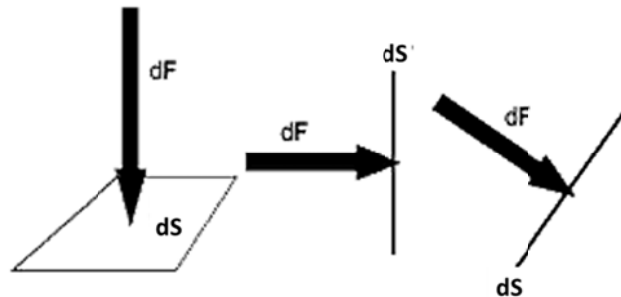
La pressió pot ser diferent en cada punt, per això per definir correctament pressió considerarem superfícies diferencials ( $dS$ ):



$$P = \frac{dF}{dS}$$

Sent  $dF$  la força que exerceix el fluid perpendicular a la superfície  $dS$ .

**En un punt qualsevol del fluid, la pressió és una magnitud escalar**, el seu valor no depèn de la direcció de la superfície.



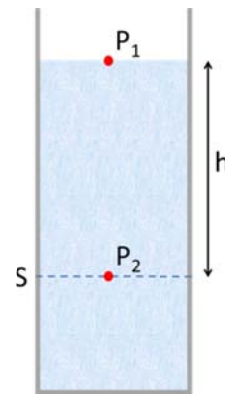
### Efecte de la gravetat en la pressió dels fluids

Considerem una columna d'un fluid. Relacionarem les pressions  $P_1$  i  $P_2$  corresponents a dues superfícies separades una alçada  $h$ .

La pressió en la superfície inferior és la pressió de la superfície superior més l'increment de pressió deguda al pes del fluid entre les dues superfícies.

Calculem el pes del fluid que està entre les dues superfícies:

$$F = mg = \rho V g = \rho S h g$$



Considerem la densitat constant, que és una aproximació correcta en l'estudi dels líquids. La pressió deguda al pes de la columna de fluid d'alçada  $h$  serà

$$\Delta P = \frac{F}{S} = \rho h g$$

Per tant

$$P_2 = P_1 + \rho g h$$

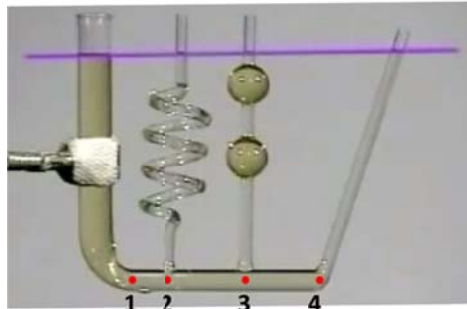
**Comentari:** El pes de l'aire és important, per exemple sobre una superfície d'un metre quadrat el pes de l'atmosfera és aproximadament el pes d'uns 10000 kg (uns 100000 N). Tot i així la densitat de l'aire, o d'altres gasos en condicions semblants, no és molt important i per tant si les alçades no són realment grans la variació del pes de l'aire és menyspreable. Sovint en les aplicacions pràctiques la pressió de l'aire la considerarem constant, per exemple considerarem que la pressió de l'aire exterior és l'atmosfèrica independentment que hi hagi punts del problema a diferents alçades, o per exemple la pressió d'un gas en un recipient tancat la considerarem constant independentment de la posició geomètrica del punt considerat.



### Paradoxa hidrostàtica

Mireu el vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=Dlxg-uAdr88>

En el conducte inferior la pressió és la mateixa en tots els punts independentment de la forma del conducte que hi ha a la part superior. Si la pressió no fos la mateixa el fluid es mouria dels llocs on la pressió és més alta cap als llocs on la pressió és més baixa. El fluid al final està estàtic, no hi ha moviment, per tant la pressió és la mateixa en tots els punts del conducte.



$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$$

La pressió a la part inferior és la mateixa independentment de la forma del recipient que hi ha sobre seu. Per exemple sobre el punt 4 hi ha poca massa de líquid i sobre el punt 3 molta més. Aquest fet es coneix com *paradoxa hidrostàtica*.

A més observem que en tots els tubs el líquid arriba a la mateixa alçada. A la part superior tenim la pressió atmosfèrica, ates que la pressió és la mateixa en tots els punts inferiors constatem que l'increment de pressió efectivament només depèn de l'alçada no de la quantitat de fluid.

*Paradoxa hidrostàtica*: la pressió és la mateixa a tots els punts situats a la mateixa fondària independentment de la forma del recipient.

### Principi de Pascal

Mireu el vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=kVw9apdu3Ng>

El Principi de Pascal (Blaise Pascal 1623-1662) afirma:

"La pressió aplicada a un fluid tancat es transmet sense disminució a cada punt del fluid i a les parts del recipient que el conté."

*Prensa hidràulica* (aplicació del principi de Pascal)

$$\Delta P_1 = \frac{F_1}{S_1}$$

$$\Delta P_2 = \frac{F_2}{S_2}$$





Segons el Principi de Pascal

$$\Delta P_1 = \Delta P_2$$

Per tant

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

D'on

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

Com que

$$S_2 > S_1$$

Veiem que

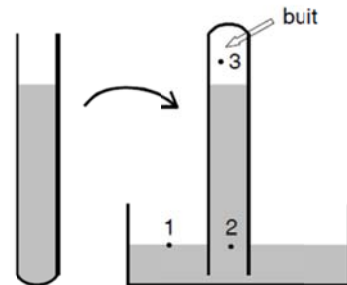
$$F_2 > F_1$$

### Mesura de la pressió

Parlarem de baròmetres i de manòmetres. Un baròmetre és un instrument per mesurar la pressió absoluta (per exemple per mesurar la pressió atmosfèrica) i un manòmetre és un instrument per mesurar diferències de pressió entre dos punts (sovint es mesura la diferència de pressió respecte la pressió atmosfèrica).

1) Baròmetre de Torricelli (Evangelista Torricelli, 1608-1647), dissenyat per mesurar la pressió atmosfèrica:

Tombem un tub ple de mercuri dins d'un recipient també amb mercuri, a la superfície 1 la pressió és l'atmosfèrica, igual que al punt 2, ja que aquests dos punts es troben a la mateixa alçada. En el punt 3 la pressió és zero ja que no hi ha pogut entrar aire a l'interior (la pressió de vapor del mercuri és molt petita, és menyspreable enfront de la pressió atmosfèrica). La pressió en el punt 2 (pressió atmosfèrica) la podem determinar mesurant l'alçada de la columna de mercuri (podem utilitzar altres líquids com l'aigua).



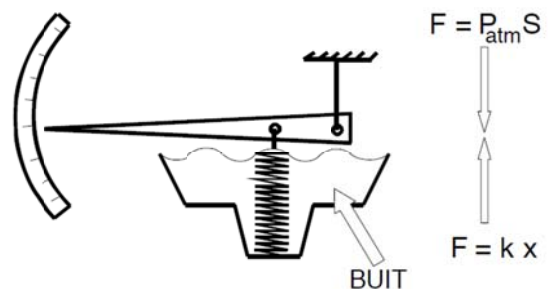
Alçades que s'assoleix la columna d'un baròmetre a pressió atmosfèrica normal:

Mercuri 760 mm

Aigua 1033 cm

2) Baròmetre aneroide

El baròmetre aneroide, un cop calibrat ens serveix per mesurar la pressió atmosfèrica.







### 3) Manòmetre

En la major part d'ocasions els sistemes biològics es troben sota l'acció de la pressió atmosfèrica, o dit d'altra forma la pressió atmosfèrica actua en totes les direccions. Per aquesta raó el més important no és la pressió en un punt sinó la diferència de pressió respecte la pressió atmosfèrica. Per aquesta raó molt sovint treballarem amb el que es coneix com *pressió manomètrica*:

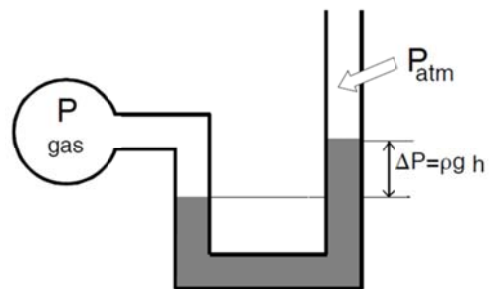
$$Pressió\ manomètrica = pressió\ absoluta - pressió\ atmosfèrica$$

Aquesta transformació és simplement un canvi d'origen en la mesura de la pressió. La pressió absoluta zero en un recipient la tindríem si no hi ha cap molècula de fluid en el seu interior, no té sentit parlar de pressions absolutes negatives. En canvi si utilitzem pressions manomètriques la pressió serà negativa si és una pressió inferior a la pressió atmosfèrica.

Els manòmetres són aparells per mesurar la pressió manomètrica. En la figura veiem un manòmetre que utilitza columnes de líquid:

$$P = P_{atm} + \Delta P$$

$$\Delta P = \text{pressió manomètrica}$$



En medicina és habitual mesurar la pressió manomètrica del sistema circulatori.



### Unitats de pressió

En el sistema internacional les unitats de pressió són:

$$1\text{ Pascal} = 1\text{ Pa} = 1 \frac{N}{m^2}$$

Lamentablement a la pràctica s'utilitzen moltes altres unitats, a més diferents en cada camp tecnològic. S'utilitza per exemple l'atmosfera (atm), pressió corresponen a la pressió atmosfèrica mitjana a nivell del mar, pressió deguda al pes de l'aire de l'atmosfera. Unes altres són els mil·límetres de mercuri (mmHg, també coneguts com Torr), corresponent a la pressió provocada pel pes d'una columna de mercuri. En fisiologia sovint s'utilitzen els centímetres d'aigua (cmH<sub>2</sub>O), pressió provocada per una columna d'aigua.

$$1\text{ atm} = 1.01325 \cdot 10^5\text{ Pa} = 760\text{ mmHg} = 760\text{ torr} = 1033\text{ cmH}_2\text{O}$$



En el sistema cgs la unitat de pressió és la bària:

$$1 \text{ bària} = 1 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$$

Podem trobar també els bar, on

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ bàries}$$

$$1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar} = 1.01325 \cdot 10^6 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$$

Sistema cgs: 1 bària = 1 dyn/cm<sup>2</sup>

$$1 \text{ bària} = 1 \text{ dyn/cm}^2 = 0.1 \text{ N/m}^2 = 0.1 \text{ Pa} = 10^{-6} \text{ bar}$$

$$1 \text{ torr} = 1 \text{ mmHg}$$

Sovint trobem manòmetres que donen la pressió en kg/cm<sup>2</sup>. És evident que aquestes no són unitats de pressió, aquestes no són unitats de força per unitat de superfície sinó unitats de massa per unitat de superfície. No és per tant correcta la seva utilització. Amb aquestes unitats s'indica la pressió corresponent al pes d'un quilogram per cm<sup>2</sup>. Podríem indicar les mateixes unitats, de forma correcta, parlant de kiloponds per centímetre quadrat:

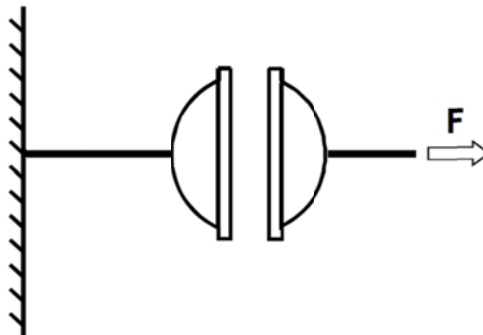
$$1 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2} = \frac{1 \text{ kg } 9.806 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{cm}^2} = 9.806 \cdot 10^4 \text{ Pa} \approx 1 \text{ atm}$$

*Exercici 1:* Calculeu la pressió absoluta i la pressió manomètrica a una fondària de 10 m d'aigua sota el nivell del mar (preneu densitat 1030 kg/m<sup>3</sup>), expresseu el resultat en totes les unitats de pressió mencionades anteriorment. Compareu el resultat obtingut comparant-lo amb la pressió atmosfèrica.

#### *Magnitud de les unitats*

Ens podem fer una qüestió: la pressió atmosfèrica és molt gran o molt petita? Respondrem la qüestió avaluant un exemple històric.

*Exercici 2:* Imaginem dues semiesferes metàl·liques de 1 m de diàmetre. Les col·loquem una en contacte amb l'altra, i realitzem el buit al seu interior, amb quina força haurem d'estirar per tal de poder separar-les?



$$F = P_{\text{atm}} S = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa } \pi (0.5 \text{ m})^2 = 79561 \text{ N}$$

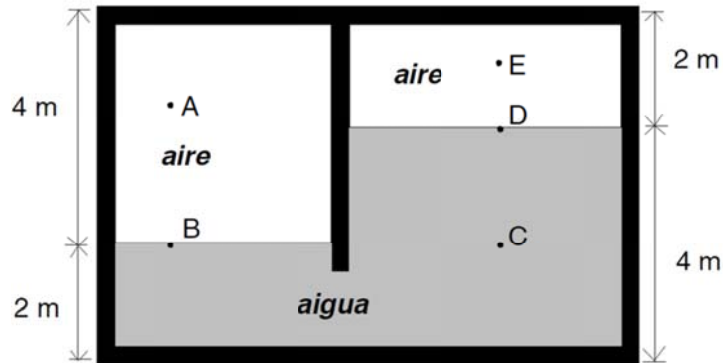
## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids



Realitzant la mateixa força podríem aixecar una massa de 8113 kg, entre 324 persones aixecant uns 25 kg cada una. Veiem doncs que la pressió atmosfèrica és realment molt important. Les pressions a utilitzar en aplicacions tècniques estaran dins d'un interval molt ampli, entre pressions petites, de l'ordre de cmH<sub>2</sub>O fins a pressions de 10 - 100 atm. En fisiologia les pressions manomètriques són normalment petites, de l'ordre de cmH<sub>2</sub>O, malgrat que en algunes situacions (per ex: sistemes biològics sota l'aigua) les pressions poden ser de varies atmosferes.

*Exercici 3:* Considereu un recipient tancat que conté aire i aigua tal com indica l'esquema. Sabent que la pressió del punt A és de 90000 Pa, determineu la pressió dels punts B, C, D i E.



El punt B està en contacte amb l'aire on es troba el punt A, menyspreant l'efecte de la gravetat degut a la baixa densitat d'un gas

$$P_B = 90000 \text{ Pa}$$

Els punts B i C són pertanyen al mateix fluid i es troben a la mateixa alçada, per tant tenen la mateixa pressió.

$$P_C = 90000 \text{ Pa}$$

El punt D es troba 2 m per sobre del punt C, per tant

$$P_C = P_D + \rho g 2 \text{ m}$$

$$P_D = P_C - \rho g 2 \text{ m} = 70400 \text{ Pa}$$

El punt D està en contacte amb l'aire del punt E, per tant tornant a menysprea l'efecte de la gravetat constatem que la pressió d'aquests dos punts és la mateixa:

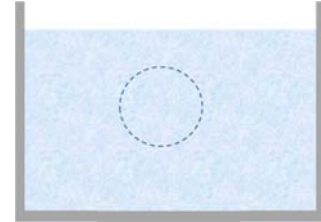
$$P_E = 70400 \text{ Pa}$$



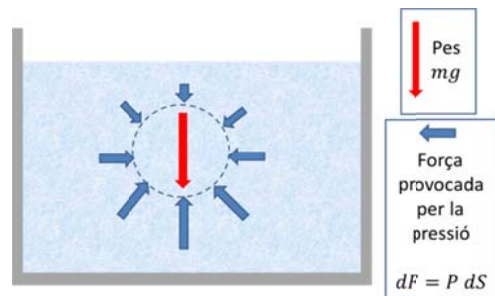
### Principi d'Arquimedes

Imaginem un recipient amb aigua situat sobre una superfície plana. L'aigua no es mou, podem afirmar que està en equilibri mecànic ( $\sum \vec{F} = 0$ ).

Seguint utilitzant la imaginació, considerem una part de l'interior de l'aigua, en particular amb forma d'esfera. Les fronteres d'aquest volum poden ser imaginàries, o podem pensar en una bossa de plàstic esfèrica plena d'aigua situada dins del recipient. Aquest volum d'aigua també està quiet, també està en equilibri mecànic. Si es troba en equilibri és perquè la suma de forces que actuen sobre ell és zero.



Sobre aquest volum de fluid actuen dos tipus de forces. D'una banda l'atracció gravitatòria, el pes. I d'altra banda les forces causades per la pressió que realitza la resta de l'aigua sobre el nostre element de fluid.



Sobre cada elements de superfície ( $dS$ ) del nostre volum la pressió realitza una força:

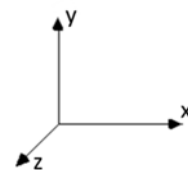
$$dF = P dS$$

Sabem que la pressió augmenta amb la fondària, per tant és més gran a la part inferior del volum que a la part superior.

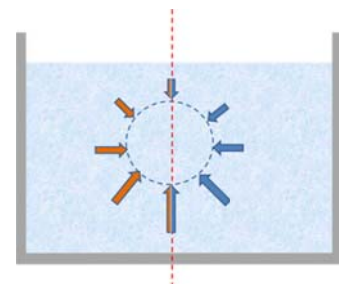
Com que el sistema està en equilibri mecànic es complirà:

$$m\vec{g} + \int_S P \vec{dS} = 0$$

La suma del pes més les forces associades a la pressió és zero. Fer la integral de les forces associades a la pressió no és senzill, atès que és tracta d'una integral on estem sumant vectors. Tot i així fent algunes consideracions de simetria serà molt senzill trobar el resultat. Cada un dels vectors que actuen sobre un diferencial de superfície el podem descompondre en les seves tres components  $x$ ,  $y$  i  $z$ .



i) Si considerem un pla perpendicular al paper, tindrem els mateixos vectors a un costat i l'altre del pla, però les components  $x$  tindran sentit contrari les d'un costat i les de l'altre costat del pla. La suma de totes les components  $x$  serà zero.



ii) De la mateixa manera pensant en un pla paral·lel al paper podem observar que les components  $z$  també s'anul·len.



iii) En canvi, les components verticals no s'anul·laren. Són més grans els vectors que hi ha a la part inferior del volum que els que hi ha a la part superior. La suma de les components  $y$  serà una força vertical i cap amunt. Anomenarem a aquesta força **empenta** ( $\vec{E}$ ).

$$\vec{E} = \int_S P \vec{dS}$$

L'empenta és una força vertical i cap amunt.

La igualtat que havíem escrit abans, la podem reescriure considerant únicament les components verticals

$$m\vec{g} + \int_S P \vec{dS} = 0$$

$$-mg + E = 0$$

Veiem doncs que la empenta té el mateix valor que el pes de l'aigua que ocupa el nostre volum.

$$E = mg$$

Què passarà si substituïm aquest element de fluid per un altre cos? Les pressions que patirà aquest cos seran les mateixes que suportava l'element de fluid, la pressió tan sols depèn de la fondària. La resultant de les forces serà exactament la mateixa, estarem empenyent el cos cap amunt amb una força igual al pes de l'aigua que ocupava aquest volum. O dit d'altra forma estem empenyent el cos cap amunt amb una força igual al pes del fluid desallotjat.



Aquest fenomen és coneix com Principi d'Arquímedes. El podríem enunciar de la següent forma:

*"Tot cos submergit total o parcialment en un fluid experimenta una força vertical cap amunt igual al pes del fluid desallotjat"*

Arquímedes (287-212 a.C.) va ser un matemàtic i físic genial que va viure a la ciutat siciliana de Siracusa. S'explica que el rei Hieró II li va demanar esbrinar si una corona era realment d'or, o contenia part d'altres materials com la plata de menor valor. Arquímedes es va plantejar la necessitat de mesurar la densitat. Va trobar la solució al problema mentre es trobava en els banys i va sortir corrent despullat per la ciutat cap a casa seva tot cridant "Eureka, eureka!!!", expressió grega que significa "Ho he trobat!!!". Aquesta història va acabar amb l'execució de l'orfebre perquè la corona no era d'or pur.

## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids



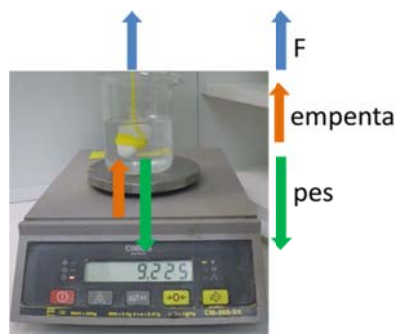
#### Exercici 4: Determinació de la densitat d'una pedra

Mireu el següent vídeo:



La balança indica el pes que suporta.

Forces sobre la pedra:



On  $F$  és la força que fem nosaltres subjectant la pedra. La pedra està quieta per tant està en equilibri mecànic, la suma de forces sobre ella és zero, per tant

$$mg = E + F$$

L'empenta és la força que fa l'aigua sobre la pedra (el pes de l'aigua desplaçada), si  $V$  és el volum de la pedra:

$$\rho_{\text{pedra}} V g = \rho_{\text{aigua}} V g + F$$

Segons la tercera llei de Newton la força que fa la pedra sobre l'aigua és la mateixa que fa l'aigua sobre la pedra (reacció  $R$ ).



3a Llei de  
Newton

$$E = R$$

Constatem que amb la balança estem mesurant la massa ( $m'$ ) que correspondria a l'empenta:

$$E = m' g$$

$$m' g = \rho_{\text{aigua}} V g$$



$$m' = \rho_{aigua} V$$

D'aquesta manera podem calcular quin és el volum de la pedra:

$$V = \frac{m'}{\rho_{aigua}} = \frac{9.2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 9.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Quan hem deixat la pedra sobre la base del recipient, tot el pes de la pedra es suportat per la balança, per tant la lectura de la balança ens dóna la massa ( $m$ ) de la pedra:



I finalment determinem quina és la densitat de la pedra:

$$\rho_{pedra} = \frac{m}{V} = \frac{25.2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{9.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 2739 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

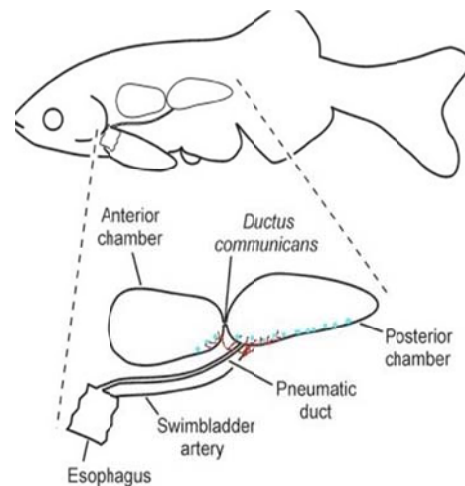
### **Exemple d'aplicació del Principi d'Arquímedes: flotació dels peixos, bufeta natatòria**

La densitat dels ossos i de la major part de teixits és superior a la de l'aigua, el greix té una densitat inferior a la de l'aigua. En general la densitat mitjana d'un organisme és lleugerament superior a la densitat de l'aigua, per tant el pes és superior a l'empenta (Principi d'Arquímedes). Per poder surar, o per poder mantenir-se a una fondària constant cal que la densitat sigui la mateixa que la del fluid que ens envolta.

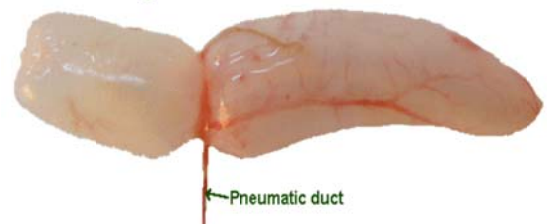
Els peixos (no tots) i altres animals que viuen al mar tenen un òrgan que els permet regular la seva densitat mitjana, és la bufeta natatòria, un espai que poden omplir o buidar de gas.

Bufeta natatòria, en castellà "vejiga natatoria", en anglès "swim bladder".

Altres peixos no tenen bufeta natatòria i utilitzen altres estratègies per tenir la densitat adequada (per exemple acumulacions de greix).



**A Physostomous Swim Bladder**







Les plantes aquàtiques també acumulen substàncies de baixa densitat per garantir la seva flotabilitat.

*Exercici 5*

El *pink snapper* (*Pagrus auratus*) és un dels peixos importants en la pesca del sud d'Austràlia. La densitat de l'animal és aproximadament la mateixa que la de l'aigua de mar (1.026 g/mL). La seva bufeta natatòria, quan l'individu està adaptat a la pressió exterior, ocupa aproximadament el 4.2 % del volum del seu cos. Per regular la fondària on es mou té la capacitat, a la seva bufeta natatòria, de secretar o reabsorbir gas. La bufeta és impermeable als gasos excepte en dos punts; un on es produeix la secreció i una altra zona on tenim l'absorció. La secreció de gas es realitza a través d'una xarxa densa d'intercanvi gasós a contracorrent, de venes i artèries (*rete mirabile*, en català: xarxa meravellosa), que aconsegueix sobresaturar la concentració d'oxigen als capil·lars arterials i posteriorment transferir aquest oxigen a la bufeta natatòria a un ritme d'aproximadament  $0.027 \text{ mL kg}^{-1} \text{ min}^{-1}$ . La reabsorció de l'oxigen és produeix simplement per difusió a un ritme de  $0.309 \text{ mL kg}^{-1} \text{ min}^{-1}$ . Aquests cabals no varien ni amb la pressió, ni amb la temperatura. D'aquesta manera el *pink snapper* pot regular la seva densitat i adaptar-se al moviment a diferents fondàries o pressions. Un cop s'ha adaptat a una pressió es pot moure amb facilitat en un rang de fondàries (*free vertical range*, FVR). Existeix poca informació sobre les variacions de pressió corresponents al FVR, es coneix el seu valor per altres espècies. En el cas del bacallà comú (*Gadus morhua*) se sap que el FVR abasta des d'una disminució de pressió del 25 % fins un augment de pressió del 50 % respecte la pressió a la que es troba adaptat. D'altra banda, si un individu adaptat a certa fondària és arrossegat cap amunt ràpidament es produirà la ruptura de la bufeta. En el cas del *pink snapper* la ruptura es produeix quan la pressió a la que es troba adaptat aquest òrgan és 2.49 vegades la pressió exterior. Per contestar les següents qüestions, considerem un individu de 10 kg adaptat a una fondària de 50 m, amb un volum de 9700.85 mL.



- Quina és la pressió absoluta a 50 m de fondària? Quines fondàries corresponen a una disminució de pressió d'un 25 % i un augment de pressió de 50 % respecte la pressió a 50 m de fondària?
- Quin és el volum de la bufeta quan el peix està adaptat a la pressió exterior? Considerant que la temperatura de l'aigua no varia amb la fondària, si el peix es desplaça ràpidament de 50 m a 40 m de fondària, quina és la variació de volum de la bufeta? Si vol mantenir-se a 40 m de fondària quant temps trigarà a adaptar-se a la nova pressió?
- Si mitjançant pesca pugem l'individu, a quina fondària es produirà la ruptura de la bufeta?

**Dada:**  $P_{atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ . **Referència:** *Fish Physiol Biochem* 40, 335–346 (2014)

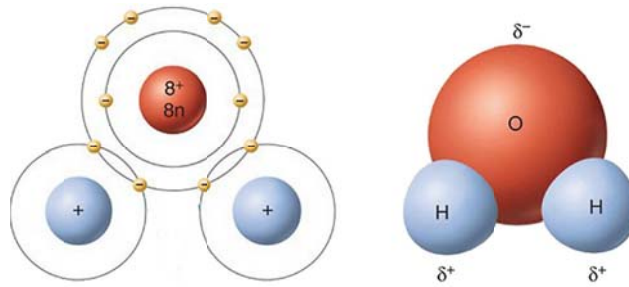




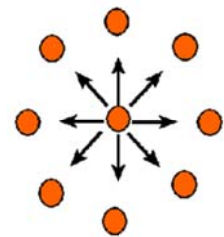
### Energia superficial, tensió superficial

Com hem vist anteriorment les forces de cohesió són cabdals per entendre moltes propietats dels líquids, d'altra banda les forces d'adhesió ens ajuden a entendre les interaccions dels líquids amb els sòlids. En aquest apartat intentarem entendre millor aquests fenòmens i algunes de les seves implicacions en biologia.

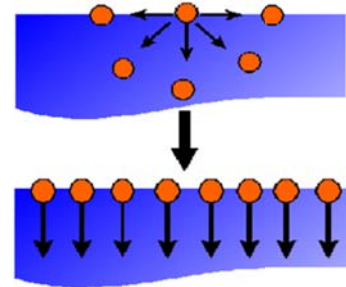
Les forces de cohesió són especialment importants si tenim molècules amb la càrrega polaritzada com les molècules d'aigua.



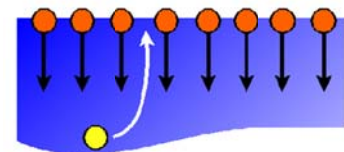
Si considerem una molècula del interior d'un líquid es veu atreta per les molècules del seu voltant, hi ha molècules en totes les direccions. Fent consideracions de simetria podem veure que el resultat de les forces sobre aquesta molècula és zero.



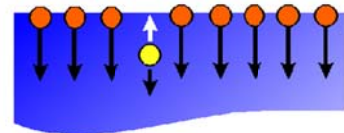
En canvi si pensem en les molècules situades sobre la superfície del líquid, la suma de les forces ja no és zero. També, considerant les simetries del sistema podem veure que la suma de forces és una força perpendicular a la superfície i cap a l'interior d'aquesta. Les molècules de la superfície estan sotmeses a certa tensió, adquireixen certa energia potencial. Parlarem de tensió superficial i energia superficial.



Si hem d'augmentar la superfície d'un líquid hem de portar més molècules fins ella.



Quan la molècula s'acosta a la superfície apareixen les forces que s'oposen a aquest moviment. Si imaginem que estem estirant de la molècula per arribar a portar-la a la superfície hauríem de fer una força igual a la que l'empeny cap a dins, i aquesta força actuaria durant cert recorregut, estaríem per tant realitzant un treball. Aquest treball és el que queda acumulat com energia potencial, és l'energia superficial. Per crear superfície de líquid ens cal donar energia.



La tensió superficial de l'aigua és molt gran degut a la seva naturalesa polar, altres líquids orgànics tenen valors inferiors. A la taula següent tenim alguns exemples.

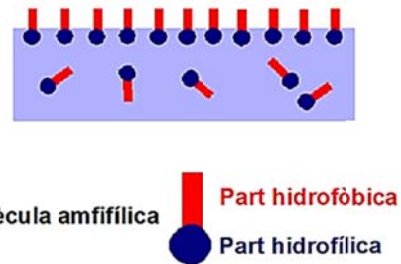
## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids

#### Valores de la tensió superficial a 20 °C (mN / m)

Agua	72,75
Alcohol etílico	22,75
Alcohol metílico	22,65
Cloroformo	27,14
Tetracloruro de carbono	26,95
Glicerol	63,40
Mercurio	435,5
Leche	42,3 - 52,1
Leche desnatada (0,04 % de grasa)	51,0
Leche entera (2,4 % de grasa)	46,7
Nata (34 % de grasa)	44,8
Aceite de semilla de algodón	35,4
Aceite de coco	33,4
Aceite de oliva	33,0
Aceite oleico	32,5
Disolución jabonosa	30,00

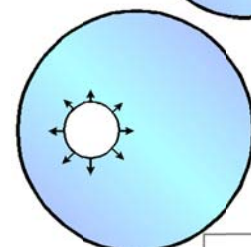
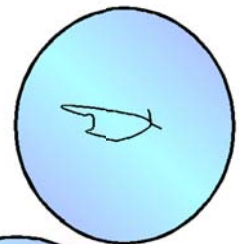
Es destacable que en una dissolució sabonosa la tensió superficial és molt més baixa que en l'aigua sola, les molècules del sabó es col·loquen majoritàriament a la superfície i disminueixen de forma important la tensió superficial. Les molècules que fan disminuir la tensió superficial de l'aigua són molècules amfifíliques, aquesta és la causa que tendeixin a col·locar-se sobre la superfície, deixant la part hidrofòbica fora de l'aigua. Aquest tipus de molècules se les anomena **tensioactius** o **surfactants** (*surface active agent*). Un tensioactiu o surfactant és una substància que redueix la tensió superficial de l'aigua quan és utilitzat a baixes concentracions. Com veurem més endavant juguen un paper molt important en fisiologia.



Observeu el següent vídeo:



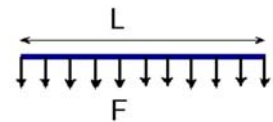
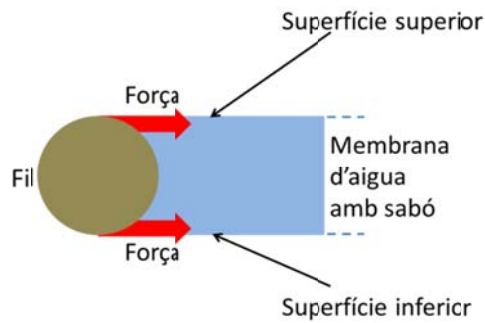
- 1) Hem col·locat un got dins d'aigua amb sabó, en treure'l amb cura hem aconseguit que es formi una pel·lícula d'aigua amb sabó a la superfície. Hem col·locat una bolla de fil amb cura a la part superior, és molt fàcil que se'ns trenqui la pel·lícula d'aigua amb sabó.
- 2) Amb una agulla hem trencat la part interior de la membrana d'aigua amb sabó. Hem observat com la bolla es tensava i adquiria la forma de disc.





- 3) Estem observant l'efecte de la tensió superficial, la membrana d'aigua amb sabó està estirant del fil, tendint a minimitzar la superfície de la membrana.
- 4) Estem estirant el fil al llarg de tota la seva longitud, per això adquireix la forma de disc. Anomenem **tensió superficial** a la força que realitza la superfície per unitat de longitud. Per referir-nos a la tensió superficial utilitzarem el símbol  $\sigma$  (a la literatura també veure'm que s'utilitza el símbol  $\gamma$ ).

Si ens miréssim un tall del fil constataríem que tenim dues superfícies, la superior i la inferior.

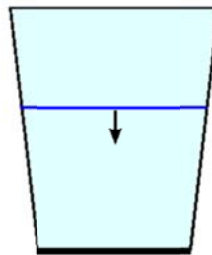


- 5) Tal com hem definit la tensió superficial podem veure que les seves unitats en el sistema internacional són N/m.

$$\sigma = \frac{F}{2L}$$

Unitats: N/m

- 6) La darrera observació que podem fer en l'experiment és que la membrana d'aigua amb sabó baixa cap a la part inferior del got.



Quan la membrana està completa l'aire no pot sortir, i per tant no pot baixar la membrana. Com que hem fet un forat gran l'aire surt amb total llibertat i la membrana baixa per l'efecte de la gravetat.

Observeu el segon vídeo:



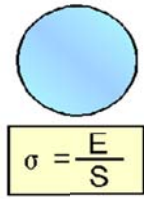
## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids



Hem repetit l'experiment, però en aquesta ocasió hem girat el got. Observem que la membrana puja enlloc de baixar!!! Estem observant com el sistema "cau" cap a l'estat de mínima energia. El sistema tendeix a minimitzar la superfície de la membrana. Les molècules que es troben a la superfície tenen més energia que les que estan a l'interior, podem parlar de l'energia que té una unitat de superfície.

Anomenem **energia superficial** l'energia per unitat de superfície.



Unitats: J/m<sup>2</sup>

Podem comprovar que les unitats de la tensió superficial i de l'energia superficial són exactament les mateixes:

$$\begin{array}{ccc} \text{Energia} & \frac{J}{m^2} = \frac{N \cdot m}{m^2} = \frac{N}{m} & \text{Tensió} \\ \text{superficial} & & \text{superficial} \end{array}$$

Tal com hem vist la tensió superficial es la força per unitat de longitud que realitza una superfície líquida i l'energia superficial és l'energia potencial de la superfície lliure del líquid també per unitat de superfície.

*Exercici 6.*

Determineu l'energia superficial d'una bombolla de sabó (tensió superficial 0.042 N m<sup>-1</sup>) amb un diàmetre de 4 cm.

RES:  $4.22 \times 10^{-4}$  J

### Observació dels diferents comportaments de l'aigua caient d'una aixeta

Obriu el vídeo:



Observem tres comportaments diferents.

- (1) Quan l'aixeta està totalment oberta l'aigua cau amb força velocitat, el feix d'aigua no és transparent, és tòrbol. Es produeixen variacions ràpides i irregulars de la velocitat, tant en mòdul com en direcció, en cada punt del fluid. Estem observant el que es coneix com **règim turbulent**.
- (2) Si minvem el cabal, a partir de cert moment el feix d'aigua es torna transparent, podem observar la forquilla a través d'ell. En aquest moment els elements del fluid es



mouen en capes paral·leles que llisquen les unes respecte a les altres a velocitats diferents. Estem observant el **règim laminar**.

- (3) Si seguim disminuint el cabdal de l'aixeta observem que l'aigua deixa de caure formant un raig i comença a caure gota a gota. Les molècules d'aigua de la superfície de contacte amb l'aire tenen més energia que les de l'interior, és l'energia superficial. Per poder crear la superfície de l'aigua ens cal realitzar un treball. En el nostre cas el treball el realitza la força de la gravetat. Quan el cabal es petit l'aigua no pot arribar tota la superfície d'un fil molt prim, acaba caient formant gotes aproximadament esfèriques, la forma que minimitza la superfície per unitat de volum.

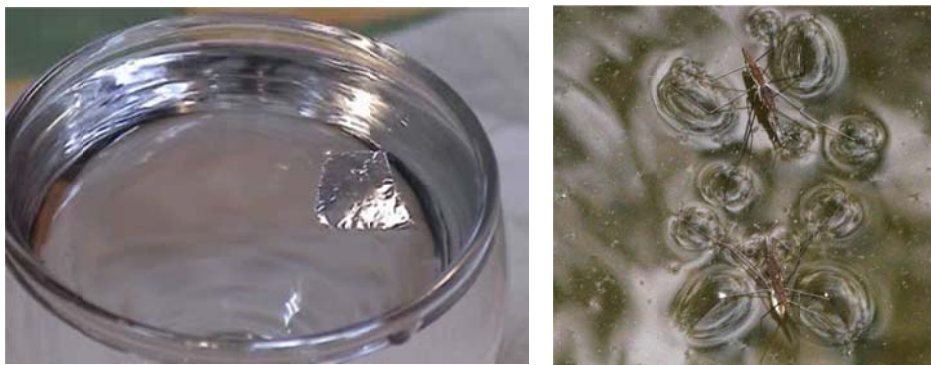
També ho podem veure a: <https://www.youtube.com/watch?v=rWyW7x3mxAo>

Sinó tenim prou energia per formar la superfície d'un raig que cau acabem formant gotes, l'esfera és la forma geomètrica que minimitza la superfície per unitat de volum.

Aquesta és la causa de múltiples comportaments que podem observar amb facilitat.



La tensió i energia superficial ens explica com alguns objectes amb densitats superiors a l'aigua poden surar i moure's per sobre de les superfícies líquides. Com un paper d'alumini, o un insecte.



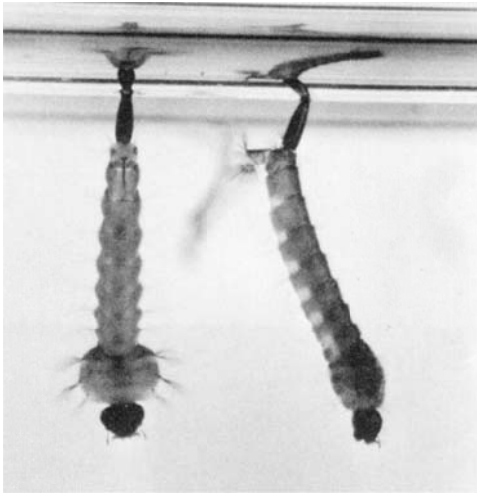


## BIOFÍSICA

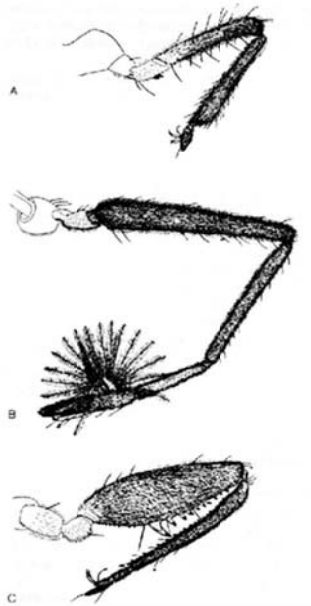
### Estàtica de fluids



El sabater és l'insecte conegut, però són molts altres els insectes que viuen a la superfície de l'aigua, com les larves de mosquit o algunes mosques que caminen per sota la superfície.



Hi ha insectes que enlloc de caminar "patinen":



**Figura 5-6** *Patas primera (A), segunda (B) y tercera (C) del macho del hemiptero patinador Rhagovelia flavicincta. La pata intermedia lleva una aleta de propulsión plumiforme. (Según Coker y cols.<sup>17</sup>.)*

Alguns animals tenen comportaments espectaculars:



A plumed basilisk (*Basiliscus plumifrons*) runs on water  
(Credit: Nature Picture Library/Alamy Stock Photo)

<https://www.youtube.com/watch?v=0AOyRjCWNcs>

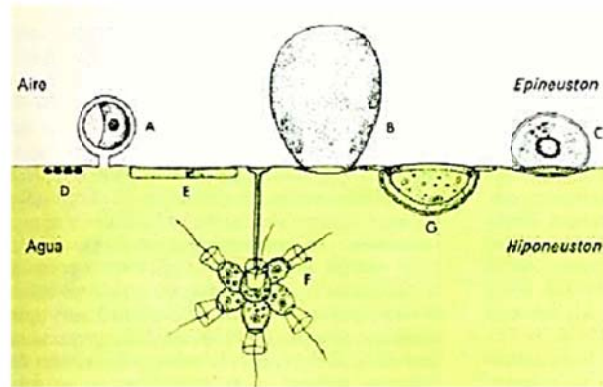
## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids



De fet els exemples mostrats són impressionants però són tan sols una petita mostra dels organismes que viuen a la superfície. Podem considerar la superfície d'aigua com un ecosistema. Se'l coneix com **nèuston**, anomenem **epinèuston** a la part superior i **hiponèuston** a la part inferior de la superfície.

**Nèuston:** comunitat que viu associada a la pel·lícula superficial



**Figura 5-7** Algunos organismos microscópicos del neuston de agua dulce. A. *Chromophyton rosanoffii* = *Ochromonas vischeri*, *crisolicea*; B. *Botrydiopsis arhiza*, *heteroconta*; C. *Nautococcus emersus*, *cloroficea*; D. *Lamproedia hyalina*, *bacteria*; E. *Navicula* sp., *diatomea*; F. *Codonosiga botrytis*, *craspedomonadacea*; G. *Pyxidicola* sp., *rizópodo*. Véase también fig. 2-38-A. (Según F. Ruttner, *Grundriss der Limnologie*, Walter de Gruyter, Berlin, 1962.)

La tensió superficial es una magnitud física cabdal en ecologia.

### Pressió capil·lar

Observeu el vídeo:



Hem connectat dos globus a través d'un tub. Inicialment els hem cargolat per impedir la circulació d'aire d'un cap a l'altra. El globus verd està més inflat que el globus taronja, la intuïció fa pensar que la pressió és més gran en el globus més gran, i per tant esperariem que en connectar-se els dos globus el verd es desinfla una mica i s'infla el taronja fins que els dos tinguin el mateix diàmetre. Però, quan deixem circular l'aire observem que el comportament és el contrari de l'esperat, el taronja es desinfla totalment.

Observem per tant que la pressió és més gran en el globus petit. La pressió disminueix a mesura que augmenta el radi del globus. Aquest fet el podem observar també a l'hora d'omplir

## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids



els globus amb la boca, costa molt més començar a omplir d'aire que afegir aire quan el globus es gran.

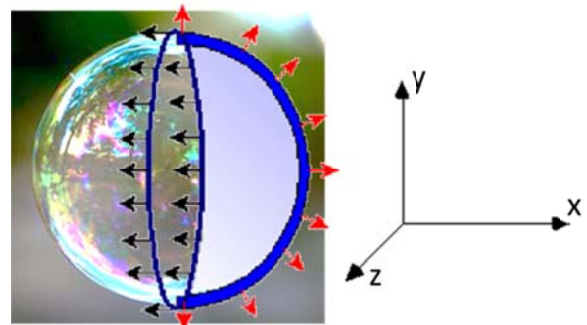
Aquesta observació ens ajudarà a entendre el concepte de **pressió capil·lar**.

Considerem una bombolla d'aigua amb sabó de radi  $R$ .



Per estudiar quina és la pressió a l'interior de la bombolla ens fixarem en una meitat de la bombolla:

Aquesta meitat de bombolla està en equilibri mecànic. Això implica que la suma de forces que actuen sobre ella és zero.



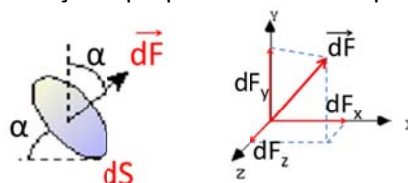
$$\sum \vec{F} = 0$$

Tenim dos tipus de forces, d'una banda la força que fa la diferència de pressió de l'aire entre l'interior i l'exterior de la bombolla. La pressió és més gran a l'interior, per aquesta raó la bombolla es manté inflada. En la figura anterior aquestes forces venen representades pels vectors de color vermell. La força associada a la diferència de pressió és sempre perpendicular a la superfície.

D'altra banda tenim la força associada a la tensió superficial que uneix aquesta mitja bombolla amb l'altra mitja bombolla. Cal que tinguem present que tenim dues superfícies (superfície interior i superfície exterior de la bombolla).

Anem a sumar de forma senzilla totes les forces que intervenen.

Considerem primer les forces degudes a la diferència de pressió. Podem considerar una superfície molt petita de la bombolla (diferencial de superfície), si és prou petita podem considerar que és plana. El vector força és perpendicular a la superfície.



Qualsevol vector  $\vec{dF}$  es pot descompondre en les seves tres components  $dF_x$ ,  $dF_y$  i  $dF_z$ .



## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids



Sobre el paper, o la pantalla, imaginem la superfície de la semiesfera en tres dimensions tota envoltada de vectors, talment com les espines d'un eriçó. Pensem en els vectors que senyalen cap a dins del paper (z negatiu) i els que es dirigeixen cap a fora (z positiu). En tenim tants en una direcció com en l'altra, per simetria podem observar per tant que



$$\sum_S dF_z = 0$$

De la mateixa manera si pensem en els vectors que senyalen cap amunt i en els que senyalen cap a baix podem veure que

$$\sum_S dF_y = 0$$

Si fem la suma de les components sobre l'eix x aquesta serà diferent de zero perquè tots els vector senyalen cap a la dreta (x positiu) atès que no considerem l'altra meitat de la bombolla. Ens cal doncs trobar quina és la suma de les components segons l'eix x. Si considerem un diferencial de superfície que forma un angle  $\alpha$  amb el pla horitzontal, es compleix

$$dF_x = dF \sin \alpha$$

Recordem que la força es deguda a la diferència de pressions entre l'interior i l'exterior  $\Delta P$ , per tant en mòdul la força  $dF$  és

$$dF = \Delta P dS$$

Llavors

$$dF_x = \Delta P \sin \alpha dS$$

Podem fixar-nos que en multiplicar la superfície pel sinus de  $\alpha$  estem trobant la seva projecció sobre el pla vertical yz.

$$\sin \alpha dS = dS_{yz}$$

D'aquesta manera

$$F_x = \int_S \Delta P \sin \alpha dS = \Delta P \int_S \sin \alpha dS = \Delta P \pi R^2$$

On  $R$  és el radi de la bombolla. Aquest resultat és per tant la suma de les forces degudes a la diferència de pressió.

Anem ara a sumar les forces degudes a la tensió superficial. La tensió superficial  $\sigma$  és la força per unitat de longitud. La longitud que uneix les dues bombolles és  $2 \pi R$ . Tots els vectors són horitzontals i senyalen cap a la part negativa de l'eix de les x, per tant (recordeu que tenim dues superfícies! Interior i exterior!):

$$F_\sigma = -2 \sigma 2 \pi R = -4 \sigma \pi R$$

La força total ha de ser zero, per tant

$$\Delta P \pi R^2 - 4 \sigma \pi R = 0$$

Simplificant, en una bombolla

$$\Delta P R - 4 \sigma = 0$$

$$\Delta P = \frac{4 \sigma}{R}$$



La mateixa discussió l'haguéssim pogut fer pensant en una **gota d'aigua** enlloc d'una bombolla.



En aquest cas tindríem una sola superfície i es compleix

$$\Delta P = \frac{2 \sigma}{R}$$

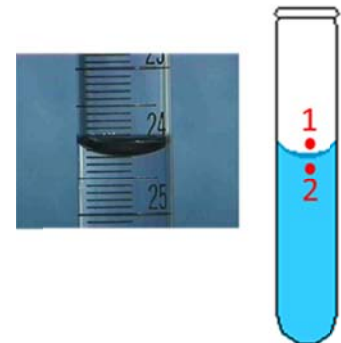
Aquest resultat es coneix com **pressió capil·lar**, també es coneix com **Llei de Laplace**. En un fluid sempre que tinguem una superfície corbada tindrem una diferència de pressió entre la part interior i exterior de la curvatura.

*Exercici 7.* Una gota d'aigua té un diàmetre de 0.2 mm. Calculeu la sobrepressió al seu interior.

RES: 1460 Pa

El menisc que forma l'aigua en un recipient de vidre és un cas particular.

La pressió és més gran en el punt 1 que en el punt 2, atès que és l'interior de la curvatura. En aquest cas les forces d'adhesió estiren les molècules d'aigua cap amunt provocant una petita disminució de pressió en el punt 2.



### Pressió transmural

Una discussió semblant la podem fer per saber quina és la pressió dins de canonades flexibles, com les artèries del sistema circulatori:

$$dF_x = \Delta P dS \sin \alpha = \Delta P dS_x$$

$$F_x = \int_S \Delta P dS_x = \Delta P \int_S dS_x = \Delta P R L$$


---


$$\Delta P 2 R L = \sigma 2 L$$

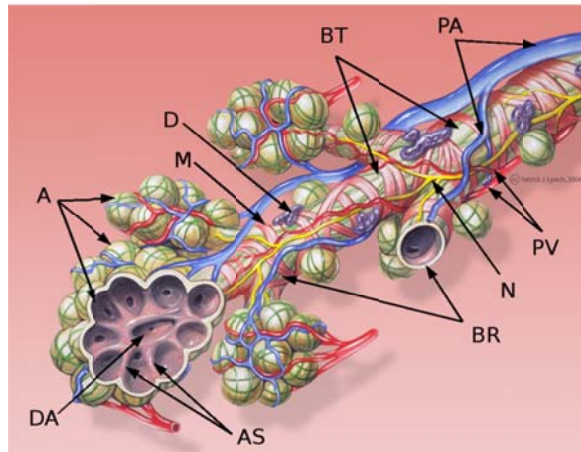
$$\Delta P = \frac{\sigma}{R}$$

Pressió transmural



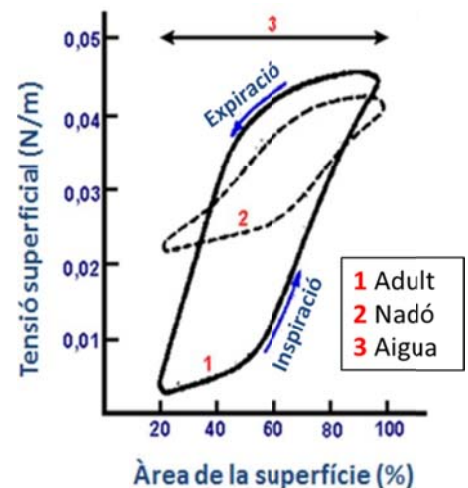
### Tensió superficial en els alvèols pulmonars

Els alvèols del sistema pulmonar estan recoberts d'una capa de líquid, actuen talment com bombolles totes elles interconnectades de forma semblant als globus del nostre experiment. Òbviament no tots els alvèols tenen el mateix radi, per tant hauríem d'esperar observar el mateix que hem observat en els globus. Els alvèols petits haurien de perdre aire que es desplaçaria cap als alvèols més grans. Si això esdevingués la major part del pulmó es col·lapsaria i no podríem respirar. Efectivament no és així!



A - Alveoli  
AS - Septum alveolare  
BR - Bronchus respiratorius  
BT - Bronchus terminalis  
D - Mucous gland  
DA - Ductus alveolaris  
M - Musculus  
N - Nervus  
PA - Branch of Arteria pulm.  
PV - Branch of Vena pulm.

El líquid que recobreix els alvèols conté una substància tensioactiva (molècules que produeixen una disminució de la tensió superficial). La concentració d'aquesta substància fa variar la tensió superficial, si els alvèols estiguessin recoberts únicament d'aigua no podríem arribar a omplir-los. A més, la tensió superficial varia amb la concentració, quan més alta és la concentració del tensioactiu més baixa és la tensió superficial. Com a conseqüència d'això la tensió superficial depèn de la grandària de l'alvèol obeint el comportament que mostrem a la figura.



La pressió capil·lar depèn del radi i de la tensió superficial

$$\Delta P = \frac{2 \sigma}{R}$$

En els alvèols  $\sigma$  no és constant i compensa les variacions de  $R$  de forma que les pressions no depenen del radi. Quan  $R$  augmenta  $\sigma$  també augmenta i  $\Delta P$  és més estable.

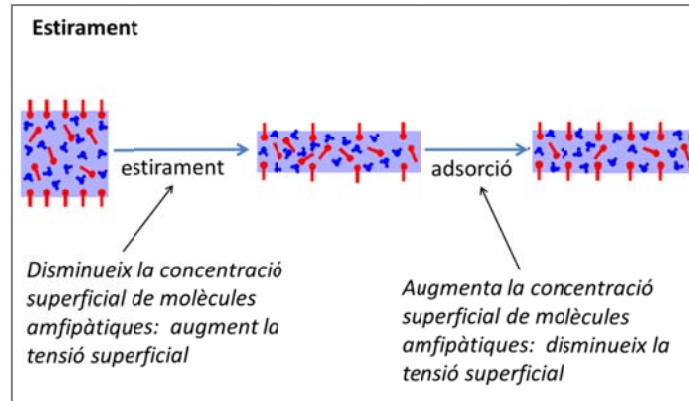
Quan un mamífer fa la primera respiració ha de fer un esforç molt gran per poder omplir els pulmons d'aire i formar la superfície líquida que recobreix els alvèols. De fet els nadons poden omplir els pulmons, o nosaltres podem respirar amb normalitat perquè a la superfície dels alvèols hi tenim substàncies tensioactives que disminueixen de forma important la tensió superficial,

Alguns infants prematurs no tenen encara la capacitat de sintetitzar les substàncies tensioactives, per aquesta raó no poden respirar de forma autònoma, i per respirar necessiten d'una bomba que de forma forçada ompli els pulmons, i els faci moure.

*Conceptes complementaris:* En observar l'evolució temporal de la tensió superficial en els alvèols estem estudiant un sistema en estats transitoris. En estirar les superfícies o en comprimir-les tindrem fluxos de substàncies tensioactives i d'aigua entre l'interior del líquid i la superfície.



Exemple:



Si estirem una superfície (com en el cas d'augmentar el volum dels alvèols) tindrem simultàniament els fenòmens d'estirament i d'adsorció. De forma semblant en la compressió tindrem els comportaments complementaris. Això ens permet entendre l'aparició d'un cicle en l'evolució de la tensió superficial en els alvèols.

Un exemple d'aquest tipus de comportament és l'efecte Gibbs-Marangoni: l'aigua flueix cap als punts on l'energia superficial és més baixa.

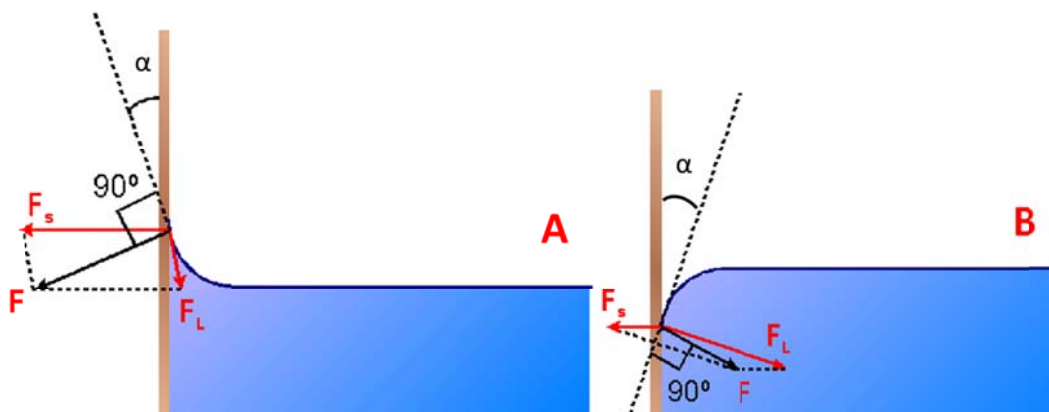
<https://www.youtube.com/watch?v=gTGr25ypiDQ>

### Angle de contacte

Un nombre molt importants de fenòmens estan associats a les interaccions entre els líquids i els sòlids. Quan vam introduir el tema vam explicar que hi ha forces d'atracció entre les molècules dels líquids (forces de cohesió), però també hi ha forces d'atracció entre les molècules dels sòlids i les molècules dels líquids (forces d'adhesió). Com a conseqüència d'això el comportament dels líquids a la zona de contacte amb els sòlids té certes peculiaritats. Farem una aproximació a partir d'alguns casos particulars.

#### *Líquid en contacte amb un paret vertical*

Quan el líquid està en contacte amb una paret vertical, si les forces d'adhesió són més grans que les forces de cohesió, el líquid tendeix a pujar per la paret. Si les forces de cohesió són més importants tendeix a baixar. Una forma de mesurar la relació entre les forces d'adhesió i cohesió és a través de l'angle de contacte que apareix, tal com es mostra a la figura següent.



En el cas A s'afirma que el líquid mulla al sòlid. Un exemple d'això és l'aigua i el vidre. Quan treiem un objecte de vidre de l'aigua sempre queden gotes enganxades al vidre. En el cas B



s'afirma que el líquid no mulla al sòlid. Un exemple d'aquesta situació és el vidre i el mercuri. Si es trenca un termòmetre de mercuri no queda cap gota de líquid enganxada al vidre.

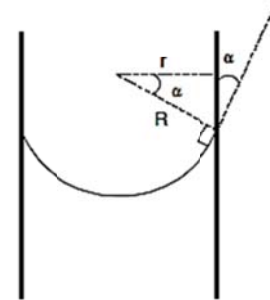
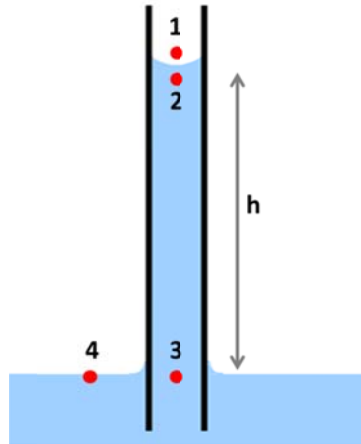
Nota: el mercuri és altament contaminant per tant no s'han d'utilitzar termòmetres de mercuri.

### Ascens capil·lar

En el cas d'introduir un capil·lar de vidre en aigua observarem que l'aigua puja certa alçada, a aquest fenomen se'l coneix com ascens capil·lar. Si introduïm el capil·lar de vidre en mercuri observarem un descens capil·lar.

Considerem un capil·lar de vidre de radi  $r$ . Quan l'introduïm en aigua aquesta puja una alçada  $h$ . Es forma un mènisc de radi  $R$  i l'angle de contacte és  $\alpha$ .

Anem a veure com l'alçada  $h$  queda determinada per les forces de cohesió i adhesió (relacionades amb la tensió superficial  $\sigma$  i l'angle de contacte  $\alpha$ ) i el radi del capil·lar.



Utilitzant pressions manomètriques podem veure que  

$$P_1 = P_3 = P_4 = 0$$

Com a conseqüència de la pressió capil·lar

$$P_1 > P_2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{2\sigma}{R}$$

Estem estirant les molècules d'aigua, això és el que provoca una disminució de la pressió en el punt 2. La pressió del punt 2 és inferior a la pressió atmosfèrica, atès que  $P_1 = 0$  llavors

$$P_2 = -\frac{2\sigma}{R}$$

El radi de corbatura  $R$  compleix

$$R \cos \alpha = r$$

Per tant

$$P_2 = -\frac{2\sigma \cos \alpha}{r}$$

La pressió de 2 a 3 augmenta degut al pes de la columna de fluid:

$$P_3 = P_2 + \rho g h$$

Recordem que

$$P_3 = 0$$

Llavors

$$0 = -\frac{2\sigma \cos \alpha}{r} + \rho g h$$



D'on

$$h = \frac{2 \sigma \cos \alpha}{\rho g r}$$

Aquest resultat es coneix com **lleï de Jurin**.

*Exercici 8.* Avalueu el diàmetre que haurien de tenir els capil·lars del xilema d'un pi gegant de 100 m d'alçada si la tensió superficial fos l'única responsable de l'ascens de la saba fins a la copa de l'arbre. Compareu el resultat amb una mesura experimental que ens dona un diàmetre de  $2.5 \times 10^{-5}$  m. Podeu considerar la saba com a un líquid similar a l'aigua (tensió superficial  $73 \times 10^{-3}$  N/m, angle de contacte  $0^\circ$ , densitat  $1000 \text{ kg/m}^3$ ).

RES: 0.3  $\mu\text{m}$

L'ascens capil·lar és un factor en l'ascens de la saba pel xilema dels vegetals, tot i així no és el factor més important. L'evapotranspiració és el principal motor pel moviment de la saba en el xilema. Estudiarem aquest fenomen posteriorment en el tema de Termodinàmica.

### Pressió matricial

De forma semblant a l'ascens capil·lar, quan un líquid es col·locat en una matriu porosa aquest es mou com a conseqüència de les interaccions amb la fase sòlida.

Observeu el video: "[Cafè](#)".

S'anomena **pressió o potencial matricial** a la causa del moviment com conseqüència de la interacció del líquid amb la matriu sòlida.

De forma semblant al café en un terró de sucre, es produeix el moviment de l'aigua en el sòl. Cal tenir present que el sòl és un ecosistema complex, la base fonamental dels sistemes biològics en el medi terrestre. El moviment de l'aigua juga un rol molt important en el sòl i es causat per diversos factors com la pressió matricial, la gravetat i l'evaporació.



### Molècules amfipàtiques i membranes biològiques

Les molècules amfipàtiques o amfifíliques són el constituent fonamental de l'estructura de les membranes. Les propietats d'aquestes molècules en dissolucions aquoses ens serviran per entendre alguns fenòmens interessants relacionats amb les membranes biològiques.

Considerem una dissolució d'aigua amb alcohol. Les molècules d'alcohol tenen una part polar i una part apolar, es comporten com molècules amfipàtiques, són tensioactives. En les dissolucions d'aigua amb alcohol la tensió superficial disminueix amb la concentració d'alcohol però no ho fa linealment, tal com podem veure a la figura següent.



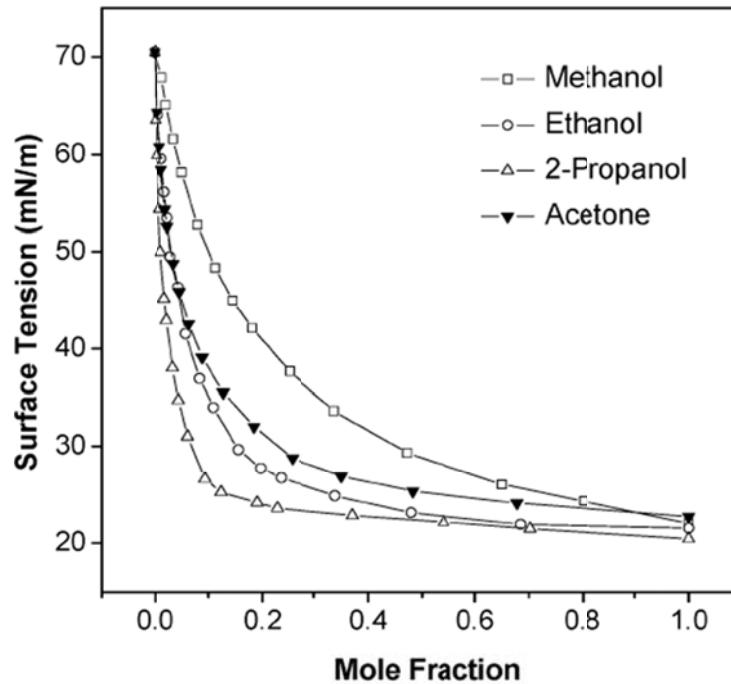
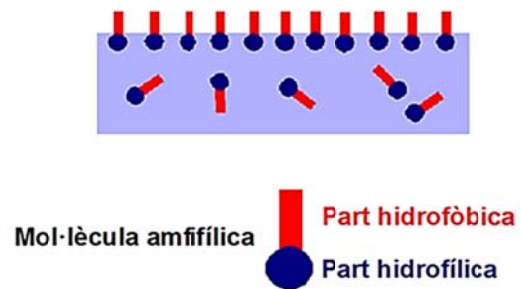
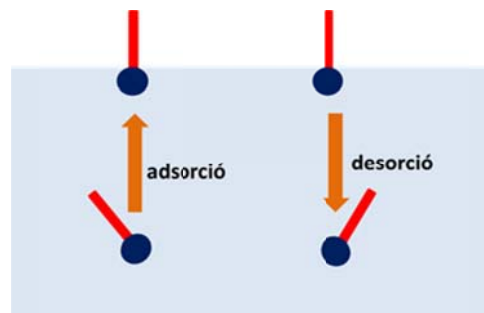


Fig. 8 Surface tension of aqueous solutions of organic solvents as a function of organic solvent mole fraction.

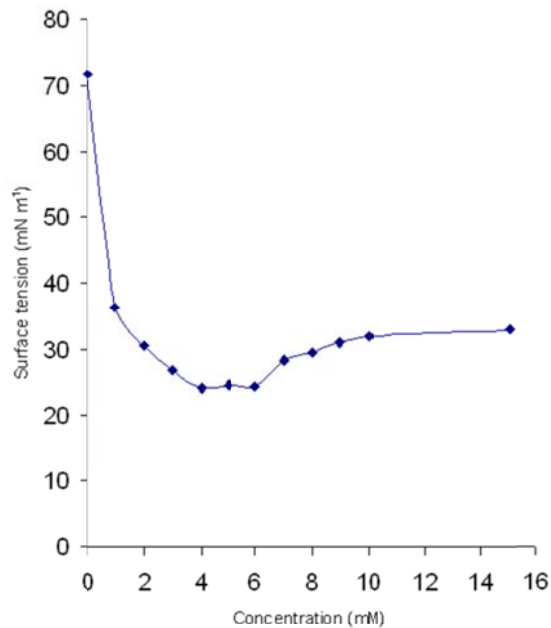
Les molècules d'alcohol tendeixen a col·locar-se sobre la superfície, per això la tensió superficial disminueix ràpidament. Això ens permet entendre perquè no ho fa linealment amb la concentració. En les dissolucions d'aigua amb alcohol les molècules d'alcohol es poden trobar en dos estats a la superfície o a l'interior del líquid. De fet es troben en un estat d'equilibri on constantment hi ha molècules que canvien d'ubicació.



A la figura següent es mostra el vocabulari utilitzat per descriure els possibles moviments.

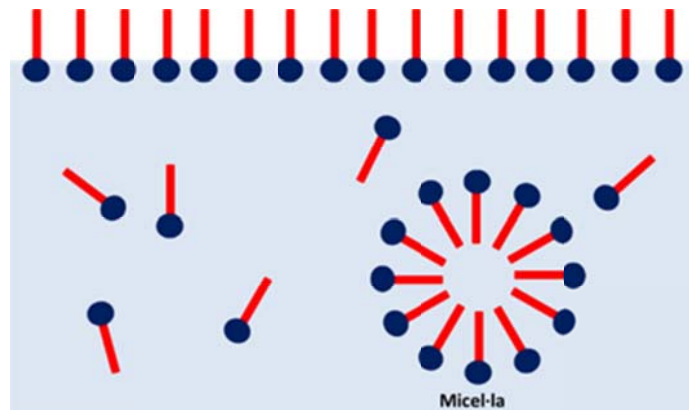


Més sorprenent és el comportament de la tensió superficial quan utilitzem molècules més tensioactives, observarem comportaments com els de la figura següent.



Surface tension of different concentrations of impure sodium dodecyl sulfate (SDS) (90% pure) solutions.

A partir de certa concentració la tensió superficial torna a augmentar, això es causat per l'aparició de micel·les, agrupacions de molècules amfifíliques en forma d'esfera quedant les parts hidrofòbiques aïllades de l'aigua.



En aquests sistema les molècules amfifíliques poden estar en tres estats: a la superfície, en dissolució o formar part d'una micel·la. Inicialment només trobem les molècules amfifíliques a la superfície o en dissolució. Quan apareixen les micel·les, tenim una nova possibilitat. Els sistema es reequilibra, i de fet disminueix el nombre de molècules amfifíliques a la superfície, per això augmenta la tensió superficial en augmentar la concentració.

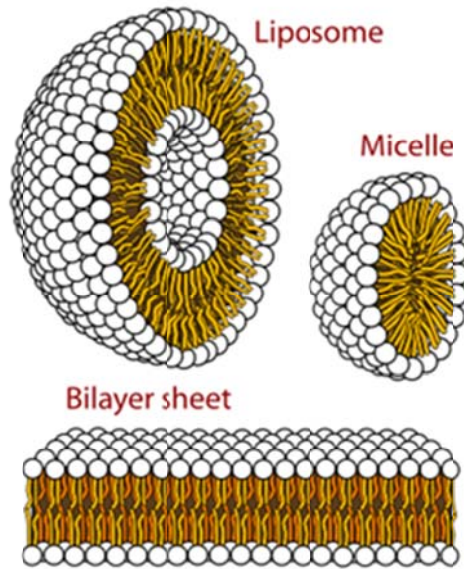
De forma semblant a l'aparició de micel·les hi altres configuracions estables com els liposomes, amb l'interior ple d'aigua, tal com es mostra a la figura següent. Els liposomes presenten semblances estructurals amb una cèl·lula: una membrana formada per dues capes de molècules amfifíliques que separa dos espais plens d'aigua. D'aquesta manera podem imaginar una membrana cel·lular i pensa en algunes de les seves propietats. Les membranes cel·lulars



## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids

són flexibles, les proteïnes que estan situades sobre les membranes es mouen fàcilment per sobre de la membrana, etc.





**Material complementari**

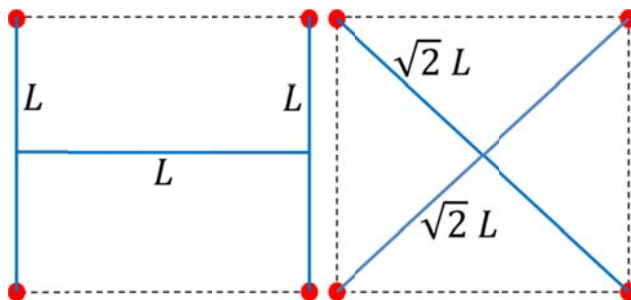
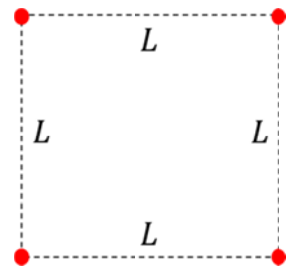
**Repte matemàtic-Energia superficial**

**Introducció**

Considerem 4 ciutats col·locades en els vèrtexs d'un quadrat de costat  $L$ .

Hem de construir una carretera per unir les quatre ciutats. Ens cal minimitzar els recursos utilitzats, per aquesta raó volem trobar quina és la solució que minimitza la longitud de carretera a construir.

Assagem diferents solucions. Dues d'elles són:



En la primera solució la longitud total és  $3L$ . En la segona solució utilitzem dues diagonals ( $Diagonal = \sqrt{L^2 + L^2} = \sqrt{2}L$ ), per tant la longitud total és  $2\sqrt{2}L \approx 2.83L$ . Les dues solucions són prou satisfactòries. Tot i així, comprovem com la segona solució és millor que la primera. Però és la millor solució?

Trobar quina és la solució òptima matemàticament no és gens senzill, per això anem a trobar-la "experimentalment".

Hem construït amb metacrilat i quatre cargols el següent dispositiu. Dues plaques de metacrilat unides pels cargols en els vèrtexs d'un quadrat i separades entre elles. Cada cargol representa una ciutat.

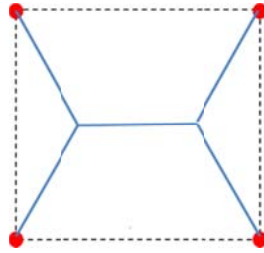


Col·locarem el dispositiu a l'interior d'un recipient amb aigua i sabó i en treure'l s'haurà format una pel·lícula d'aigua sabonosa que uneix les quatre ciutats.

Mireu el següent vídeo:



La pel·lícula d'aigua amb sabó ha lligat els quatre punts amb la següent geometria:

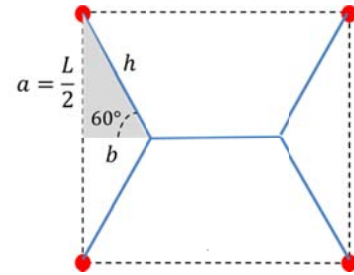


Aquesta és la mínima longitud per unir les quatre ciutats. El sistema ha trobat la solució al buscar de forma espontània (segon principi de la termodinàmica) l'estat de mínima energia superficial, és a dir l'estat que minimitza la superfície d'aigua amb sabó creada.

Anem a calcular la longitud. Podem observar que els angles que han aparegut són de  $120^\circ$ . Si considerem el triangle ombrejat:

$$h \sin 60 = \frac{L}{2}$$

$$h = \frac{L}{2 \sin 60} = \frac{L}{\sqrt{3}}$$



$$b = h \cos 60 = \frac{L}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{L}{2\sqrt{3}}$$

La longitud total de la carretera és per tant

$$4 \frac{L}{\sqrt{3}} + \left( L - 2 \frac{L}{\sqrt{3}} \right) = L \left( 1 + 3 \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \approx 2.73 L$$

Vídeo recomanat:

<https://www.youtube.com/watch?v=m5KoaoAH7zk>

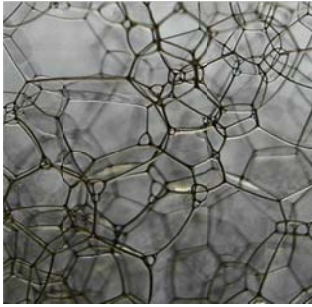
Utilitzant aigua sabonosa podem trobar el mínim en dues o tres dimensions, una forma senzilla de trobar mínims a funcions fins i tot difícils de definir.

## BIOFÍSICA

### Estàtica de fluids



Els mosaics de Voronoi s'obtenen minimitzant la longitud (2D) o la superfície (3D) serveixen per comprendre les configuracions que apareixen en molts sistemes reals (biològics o físics).



Espuma seca



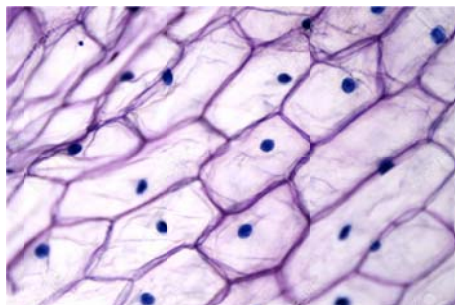
Sequera



Panell insectes



Vegetal



Cèl·lules de ceba

A més de ser una curiositat és important per diferents àmbits de recerca (creixement de tumors, pulmó virtual,...).



Estructura en lòbuls secundaris d'un pulmó