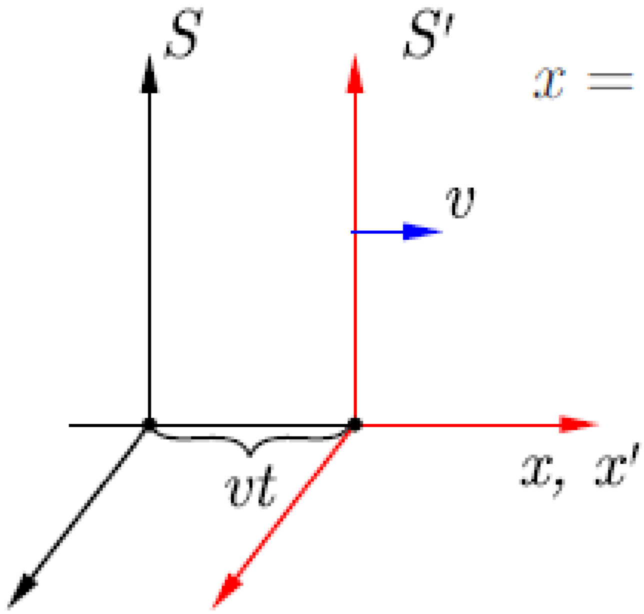
Специальная теория относительности

Принцип относительности Галилея



$$x = x' + vt'; \;\; y = y'; \;\; z = z'; \;\; t = t'.$$

ВРЕМЯ АБСОЛЮТНО

Закон сложения скоростей

1. C=300 000 км/ сек
2. Не зависит от скорости источника.

В какой системе координат она измерена?

Эфир – выделенная среда в которой распространяется поперечная электромагнитная волна.

Инерциальные системы отсчета (скорость относительного движения постоянно

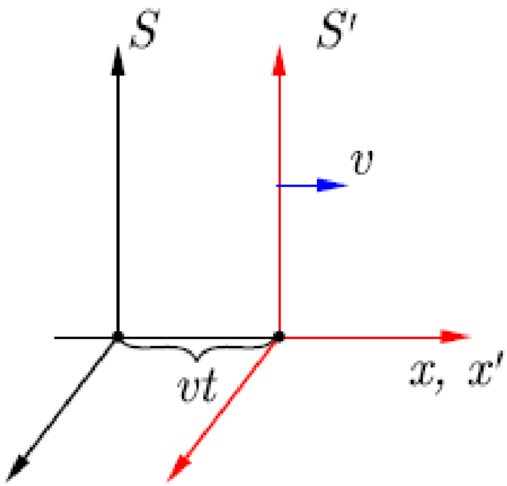
Противоречия понятию «эфир»

- Аберация звезд – эфир не взаимодействует с веществом
- Опыты Физо – эфир частично увлекается движущимся веществом.
- Опыты Майкельсона Морли – эфир полностью увлекается веществом при движении

Постулаты СТО

- Все явления протекают одинаково в инерциальных системах отсчета.
- Принцип постоянства скорости света (в инерциальных системах отсчета)
- Как нужно связать координаты и время в двух инерциальных системах, чтобы скорость с =const не зависела от выбора системы отсчета?

Преобразование Лоренца



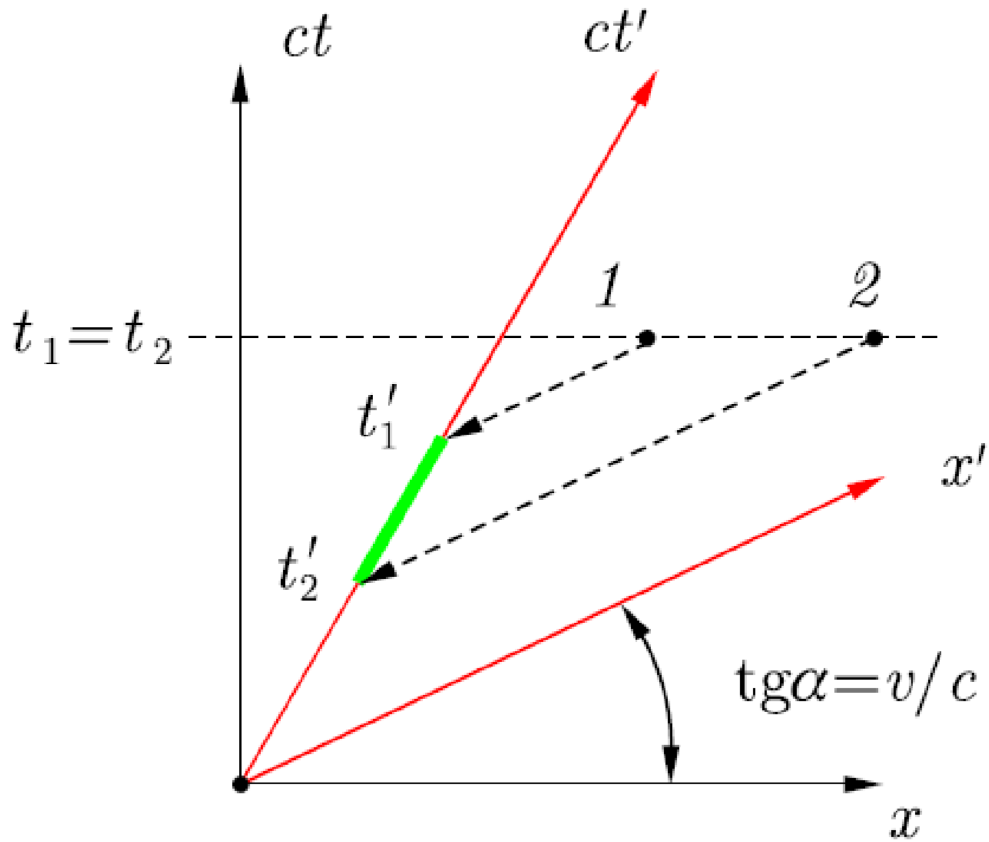
ВРЕМЯ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ АБСОЛЮТНЫМ.

В каждой из систем координат течет свое время!!

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + x'v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - xv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Следствия из преобразований Лоренца.
Относительность одновременности



Следствия из преобразований Лоренца.
Сокращение длины движущегося масштаба

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2 \ / \ c^2}$$

Следствия из преобразований Лоренца.
Замедление хода движущихся часов

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1' + v(x_2' - x_1')/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Закон сложения скоростей

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}; \qquad u'_y = \frac{dy'}{dt'}; \quad u'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + vdt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{dt' + vdx'/c^2} = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2}$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{u'_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'_x/c^2}$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{u'_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'_x/c^2}$$

Инвариантность интервала

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

$$= c^2 \frac{(t' + x'v/c^2)^2}{1 - v^2/c^2} - \frac{(x' + vt')^2}{1 - v^2/c^2} - y'^2 - z'^2 =$$

$$= c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = s'^2$$

Абсолютные величины

- C - invar

$$dt_s = ds/c = \mathrm{invar}$$

$$ds = \sqrt{c^2 dt^2 - dl^2}$$

$$ds = c\,dt\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Неограниченное число абсолютных величин

Четырехмерное пространство-время

4- радиус вектор

$$x,\ y,\ z,\ t$$

$$x^0 = ct;\ \ x^1 = x;\ \ x^2 = y;\ \ x^3 = z.$$

$$x^0 = \frac{x'^0 + vx'^1/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}};\ \ x^1 = \frac{x'^1 + vx'^0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}};$$

$$x^2 = x'^2;\ \ x^3 = x'^3.$$

$$x^\mu = \sum_{\nu=0}^{3} \gamma^\mu{}_\nu x'^\nu$$

$$\gamma^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 \\ \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ко- и контра- вариантные компоненты 4-векторов

$$x^{\mu} \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (ct, x, y, z) \equiv (ct, \mathbf{r}),$$

$$x^{\mu} \equiv \sum_{\lambda=0}^{3} \gamma^{\mu}{}_{\lambda} x'^{\lambda}$$

$$x_{\mu} \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3) \equiv (ct, -x, -y, -z) \equiv (ct, -\mathbf{r}),$$

$$S^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = x^0x_0 + x^1x_1 + x^2x_2 + x^3x_3 =$$

$$= \sum_{\mu=0}^{3} x^{\mu} x_{\mu} = \sum_{\mu=0}^{3} x_{\mu} x^{\mu}$$

4-векторы, 4- тензоры

$$A^{\mu} = \sum_{\lambda=0}^{3} \gamma^{\mu}{}_{\lambda} A'^{\lambda} \qquad A_{\mu} = \sum_{\lambda=0}^{3} a_{\mu}{}^{\lambda} A'_{\lambda}$$

$$(A \cdot B) \equiv \sum_{\mu=0}^{3} A^{\mu} B_{\mu} \equiv \sum_{\mu=0}^{3} A_{\mu} B^{\mu}. \qquad = \text{invar}$$

$$F^{\alpha\beta} = \sum_{\mu,\lambda=0}^{3} \gamma^{\alpha}{}_{\mu} \gamma^{\beta}{}_{\lambda} F'^{\mu\lambda} \qquad F_{\alpha\beta} = \sum_{\mu,\lambda=0}^{3} a_{\alpha}{}^{\mu} a_{\beta}{}^{\lambda} F'_{\mu\lambda},$$

$$F^{\alpha}{}_{\beta} = \sum_{\mu\lambda=0}^{3} \gamma^{\alpha}{}_{\mu} a_{\beta}{}^{\lambda} F'^{\mu}{}_{\lambda}$$

4-скорость

$$u^\mu \equiv \frac{dx^\mu}{dt_s}$$

$$dt_s = dt\sqrt{1 - v^2/c^2} \quad \text{— собственное время.}$$

$$u^\mu \equiv \left(\frac{c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)$$

$$u_\mu \equiv \left(\frac{c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, - \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right).$$

$$(u \cdot u) = \sum_{\mu=0}^{3} u^\mu u_\mu = \frac{c^2}{1 - v^2/c^2} - \frac{v^2}{1 - v^2/c^2} = c^2$$

4-ток

$$j^{\mu} \equiv (c\rho, \mathbf{j}) \equiv (j^0, j^1, j^2, j^3) \qquad j_{\mu} \equiv (c\rho, -\mathbf{j})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0; \qquad \sum_{\mu=0}^{3} \partial_{\mu} j^{\mu} = 0; \qquad \partial_{\mu} = (\partial_0, \vec{\nabla})$$

$$\partial_0 = \partial^0 = \partial / c\partial t$$

$$j^{\mu} = \sum_{\lambda=0}^{3} \gamma^{\mu}{}_{\lambda} j^{\lambda}$$ - 4-вектор

$$j^0 = \frac{j'^0 + j'^2 v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \qquad j^1 = \frac{j'^1 + j'^0 v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}};$$

$$\rho = \rho' / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

4-потенциал

$$\Box \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c}\,\mathbf{j};\qquad \Box = -\sum_{\mu=0}^{3} \partial^{\mu}\partial_{\mu}$$

$$\Box \varphi = -4\pi\rho,\qquad A^{\mu} \equiv (\varphi,\,\mathbf{A});\qquad A_{\mu} \equiv (\varphi,\,-\mathbf{A}).$$

$$\Box A^{\mu} = -\frac{4\pi}{c}\,j^{\mu};\qquad \mu = 0, 1, 2, 3.$$

$$A^{\mu} = \sum_{\lambda=0}^{3} \gamma^{\mu}{}_{\lambda} A'^{\lambda}$$ --- 4-вектор

$$\sum_{\lambda=0}^{3} \gamma^{\mu}{}_{\lambda}\left[\Box' A'^{\lambda} + \frac{4\pi}{c}\,j'^{\lambda}\right] = 0.\qquad \Box' A'^{\lambda} = -\frac{4\pi}{c}\,j'^{\lambda}$$

что и доказывает инвариантность формы записи системы уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца.

Преобразование компонент поля

$$E_x = E'_x\,; \qquad E_y = \frac{E'_y + vB'_z/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,; \qquad E_z = \frac{E'_z - vB'_y/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,;$$

$$B_x = B'_x\,; \qquad B_y = \frac{B'_y - vE'_z/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,; \qquad B_z = \frac{B'_z + vE'_y/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,.$$

Инварианты поля

$$2(B^2 - E^2) = \text{invar}\,. \qquad J_2 = (\mathbf{B}\cdot\mathbf{E})^2$$

Наличие установленных инвариантов поля означает, что если в какой-то системе координат векторы ортогональны $\mathbf{B}\perp\mathbf{E}$, то эта ортогональность имеет место во всех системах координат.

Кроме того, если в какой-то системе координат первый инвариант поля положителен $(J_1 > 0)$, то можно найти такую инерциальную систему, в которой электрическое поле полностью отсутствует $(\mathbf{E} = 0)$ и есть только магнитное поле. Наоборот, если в какой-то системе координат электромагнитное поле таково, что первый инвариант поля отрицателен $(J_1 < 0)$, это означает, что можно выбрать лоренцеву систему отсчета, в которой имеется только электрическое поле, а $\mathbf{B} = 0$.