

视觉第二次考核

弹道解算

背景

在ROBOMASTER比赛中，以精准击中敌方装甲板和敌方建筑物装甲板为基本要求，
想要实现这一点，需要以合适的速度和合适的角度发射弹丸，同时要考虑空气阻力影响。

裁判系统会告诉我们弹丸的初速度：

$$v_0$$

通过PNP算法，我们很轻松的得出目标装甲板位置(以相机为坐标原点建立坐标系)：

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$$

假设我们已经将它变换到以云台为中心的坐标系上：

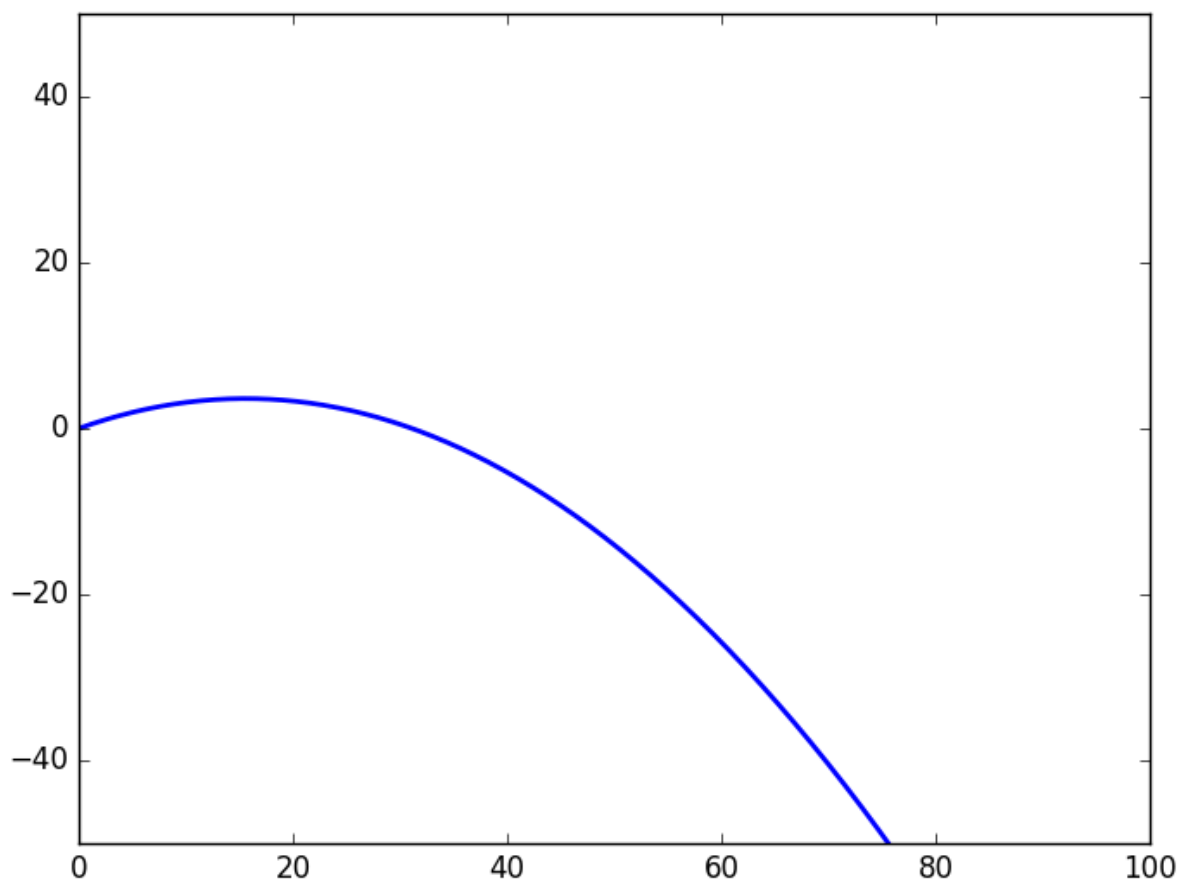
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

那么我们可以得到弹道的水平距离和竖直距离分别为

$$\sqrt{x^2 + y^2}, z$$

理想弹道模型

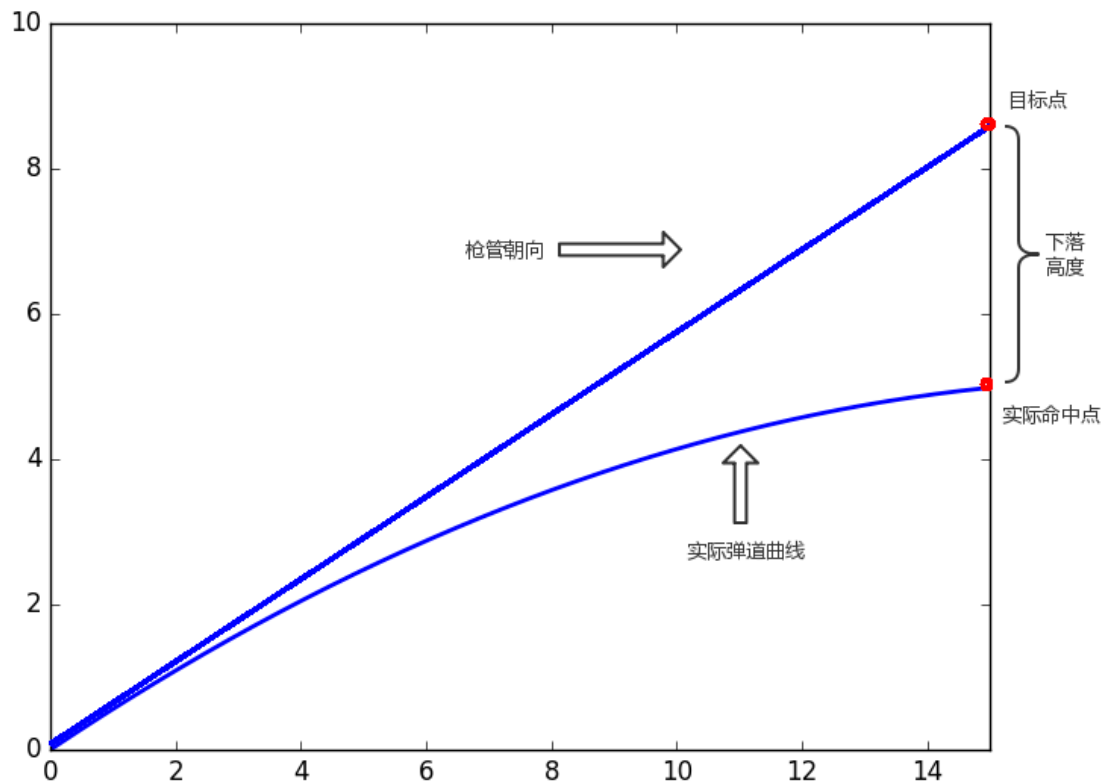
只考虑重力作用，弹道为抛物线



横轴为 $s = \sqrt{x^2 + y^2}$ 纵轴 z

单方向空气阻力模型

当我们直接瞄准目标点（枪管朝向目标点）时，会有一个下落高度。



我们将利用这个下落高度进行迭代补偿。

考虑到1v1近战，距离较近，枪管倾斜角度不会过大，因此只考虑竖直方向的重力和水平方向的空气阻力

设发射速度为 v_0 倾斜角为 θ

竖直方向(z):

$$z = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

水平方向(s):

$$s = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{空气阻力模型: } f = \frac{C \rho S v_s^2}{2}$$

C为球体在空气中的摩擦系数 一般取值0.47

ρ 为空气密度，在温度为0摄氏度、标准大气压下取值为 1.293 kg/m^3 ，25摄氏度、标准大气压取值为 1.169 kg/m^3

S为接触面积

小弹丸参数:

质量: $3.2\text{g} \pm 0.1\text{g}$

尺寸: $16.8\text{mm} \pm 0.2\text{mm}$

简化符号

$$f = kv^2$$

在标压, 25摄氏度下算得小弹丸 $k = 0.038$, 实际值会偏大

$$v_s = v_0 \cos \theta$$

$$k_0 = \frac{C\rho S}{2}$$

$$\text{简化得: } f_s = k_0 v_s^2$$

$$\frac{-f_s}{m} = a = \frac{dv_s}{dt}$$

$$\frac{-k_0 v_s^2}{m} = \frac{dv_s}{dt}$$

$$\frac{-k_0}{m} dt = \frac{dv_s}{v_s^2}$$

$$k_1 dt = \frac{-dv_s}{v_s^2} \dots\dots k_1 = \frac{k_0}{m}$$

$$\text{积分得 } k_1 t + C = \frac{1}{v_s}$$

$$\text{由 } v_s(t=0) = v_{x0} = v_0 \cos \theta \text{ 得 } C = \frac{1}{v_{x0}}$$

$$\text{得 } v_s = \frac{v_{x0}}{k_1 v_{x0} t + 1}$$

$$\text{对时间积分得 } s = \frac{1}{k_1} \ln(k_1 v_{x0} t + 1) \dots\dots \text{式(1)}$$

迭代重力-空气阻力补偿

迭代过程:

- 设置目标点targetPoint(x, y, z)
- 设置临时目标点tempPoint = targetPoint
- 循环迭代n次(10-20次):
 - 计算仰角(pitch) angle = 枪管指向tempPoint的角度
 - 利于单方向空气阻力模型, 计算实际命中点realPoint

- 计算误差 $\Delta z = \text{targetPoint} - \text{realPoint}$
- 更新 $\text{tempPoint} = \text{tempPoint} + \Delta z$
- 得到最终的angle和 Δz

更新公式

$$\text{由式(1)得 } t = \frac{e^{k_1 x} - 1}{k_1 v_{x0}} = \frac{e^{k_1 x} - 1}{k_1 v_0 \cos \theta}$$

$$\text{实际落点 } z_{actual} = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

目标落点 z_0

$$\text{计算误差 } dz = z_0 - z_{actual}$$

$$\text{抬高枪口 } z_{temp} = z_{temp} + dz \cdots \cdots z_{temp} \text{ 初始值为 } z_0$$

迭代，使 z_{actual} 逐渐逼近真实落点 z_0

问题

假设初速度 $v = 17m/s$, 以云台为参照，目标装甲板中心坐标（单位 m ）为

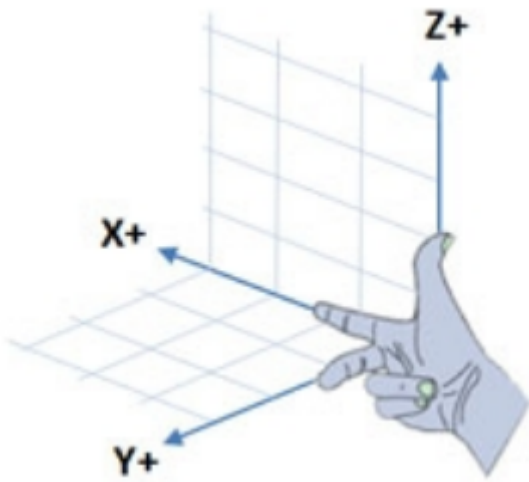
$$\begin{bmatrix} x = 3 \\ y = 4 \\ z = 0.25 \end{bmatrix}$$

请根据**单方向空气阻力模型**，求解炮台的出射角 θ

要求

- 首先判断是否有解或者多解
 - 使用代码语言(Python/C++/C/MATLAB)呈现迭代过程
 - 提交github仓库地址
 - 给出近似的数值解即可
-

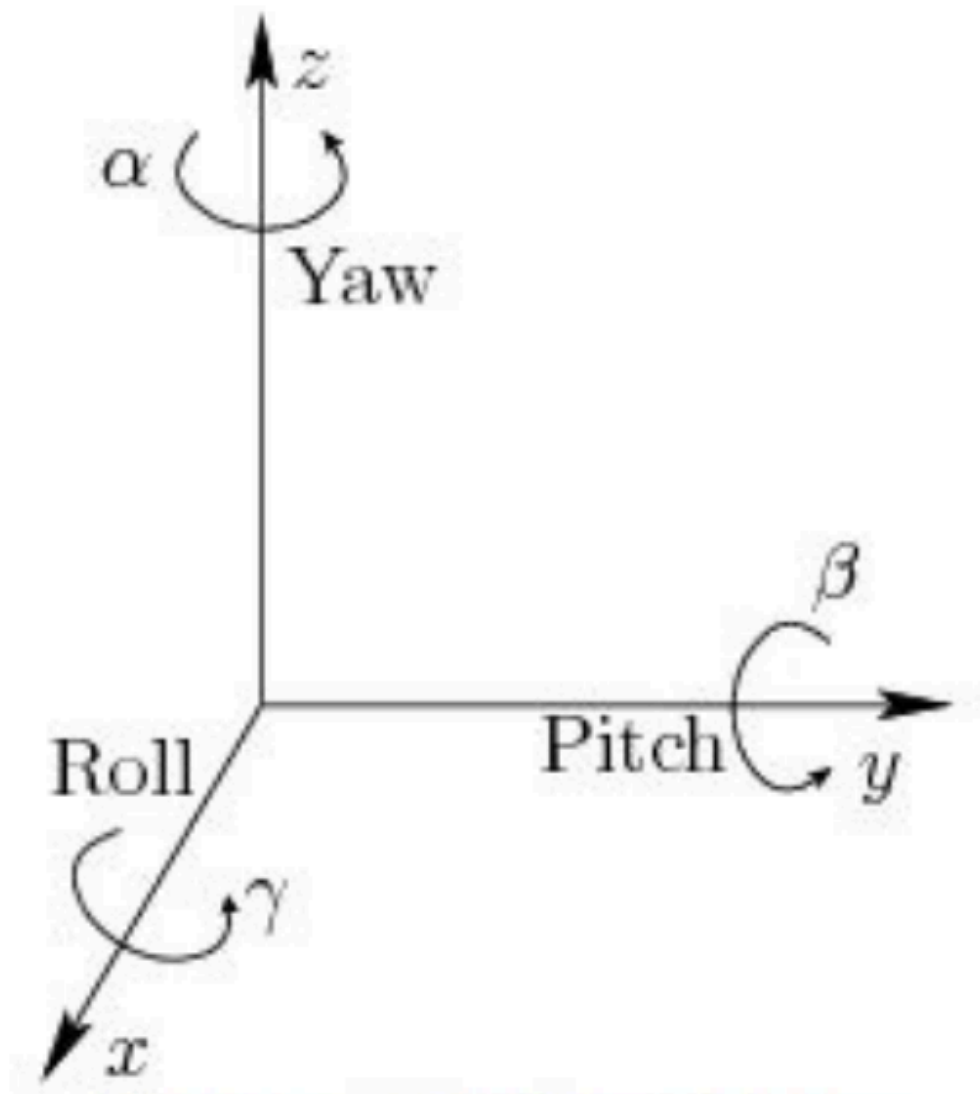
说明1： 我们以云台转轴向上方向为 z 轴，右手坐标系演示如图



说明2：

- pitch轴 y 轴为转轴 从 y 轴正向看向原点，逆时针方向为pitch轴正方向
- yaw轴 z 轴为转轴 从 z 轴正向看向原点，逆时针方向为pitch轴正方向

补充： [欧拉角介绍](#)



说明3： 为简化模型，假设枪口长度为0，敌方装甲板为一个点，同时忽略roll的运动