

CALCOLATORI

Esercizi Vari

Marco Roveri
marco.roveri@unitn.it



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

Dipartimento di Ingegneria
e Scienza dell'Informazione

Reti Logiche

- Individuare tra le opzioni seguenti l'espressione logica equivalente a $x \cdot (y + z) + \overline{x + \overline{y}}$
 - $z \cdot \overline{z} + \overline{x} = \overline{x}$
 - $x \cdot z + y$
 - $x \cdot y + \overline{x} \cdot z$
 - 1
- Semplifichiamo le diverse opzioni se possibile: $A \cdot \overline{A} = 0$, $0 + A = A$
- Riscriviamo $x \cdot (y + z) + \overline{x + \overline{y}}$ usando De Morgan ($\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$, $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$), distributività di \cdot ($A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$), e doppia negazione ($\overline{\overline{A}} = A$):
 - $x \cdot (y + z) + \overline{x + \overline{y}} = x \cdot y + x \cdot z + \overline{x} \cdot \overline{\overline{y}} = x \cdot y + x \cdot z + \overline{x} \cdot y$
- Sfruttiamo equivalenza $\overline{A} \cdot B + A \cdot B = B$ per semplificare la formula
 - $x \cdot y + x \cdot z + \overline{x} \cdot y = y + x \cdot z$
- Trovato che la seconda opzione è quella corretta (modulo ordine degli operandi)

Reti Logiche

- Individuare tra le opzioni seguenti l'espressione logica equivalente a $x \cdot y + \overline{x + \overline{y}} + \overline{\overline{x} + \overline{y}}$
 - $\overline{x + \overline{y}} = \overline{x} \cdot y$
 - $1 + \overline{x + \overline{y}} = 1 + \overline{x} \cdot y = 1$
 - $x \cdot y$
 - y
- Semplifichiamo opzioni usando De Morgan e doppia negazione
- Riscriviamo $x \cdot y + \overline{x + \overline{y}} + \overline{\overline{x} + \overline{y}}$ usando De Morgan, $A + A = A$:
 - $x \cdot y + \overline{x + \overline{y}} + \overline{\overline{x} + \overline{y}} = x \cdot y + \overline{x} \cdot y + x \cdot y = x \cdot y + \overline{x} \cdot y$
- Usando distributività inversa
 - $x \cdot y + \overline{x} \cdot y = (x + \overline{x}) \cdot y$
- Usando $A + \overline{A} = 1$ e idempotenza
 - $(x + \overline{x}) \cdot y = 1 \cdot y = y$
- Trovato che la quarta opzione è quella corretta

Reti Logiche

- Individuare tra le opzioni seguenti l'espressione logica equivalente a $x \cdot y + \overline{x + \overline{y}} + \overline{x} + y$
 - $x + \overline{y}$
 - $0 + \overline{x + \overline{y}} = 0 + \overline{x} \cdot y = \overline{x} \cdot y$
 - $\overline{x} + y$
 - $x \cdot y$
- Semplifichiamo opzioni usando De Morgan e doppia negazione
- Riscriviamo $x \cdot y + \overline{x + \overline{y}} + \overline{x} + y$ usando De Morgan, idempotenza, distributività:
 - $x \cdot y + \overline{x + \overline{y}} + \overline{x} + y = x \cdot y + \overline{x} \cdot y + \overline{x} + y$
 - $x \cdot y + \overline{x} \cdot y + \overline{x} + y = x \cdot y + \overline{x} \cdot (y + 1) + y$
 - $x \cdot y + \overline{x} \cdot (y + 1) + y = x \cdot y + \overline{x} + y$
 - $x \cdot y + \overline{x} + y = (x + 1) \cdot y + \overline{x} = y + \overline{x}$
- Trovato che la terza opzione è quella corretta

Conversione da Intero a Binario

- Convertire 728_{10} in binario

728	0
364	0
182	0
91	1
45	1
22	0
11	1
5	1
2	0
1	1

Risultato: 1011011000_2

Prova: $2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3$
 $= 512 + 128 + 64 + 16 + 8 = 728$

Conversione da Intero a Binario

- Convertire 3249_{10} in binario

3249	1
1624	0
812	0
406	0
203	1
101	1
50	0
25	1
12	0
6	0
3	1
1	1

Risultato: 110010110001

$$\begin{aligned}\text{Prova: } & 2^{11} + 2^{10} + 2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^0 \\ & = 2048 + 1024 + 128 + 32 + 16 + 1 = 3249\end{aligned}$$

Somma tra numeri interi

- Convertire in numeri binari 623_{10} e 412_{10} e farne la somma in binario.

623	1	412	0
311	1	206	0
155	1	103	1
77	1	51	1
38	0	25	1
19	1	12	0
9	1	6	0
4	0	3	1
2	0	1	1
1	1		

1

1

1

1

1

1

1

1

1

0

0

1

1

0

1

1

1

1

+

1

1

0

0

1

1

1

0

0

=

1

0

0

0

0

0

0

1

0

1

1

$$2^{10} + 2^3 + 2^1 + 2^0 = 1024 + 8 + 2 + 1 = 1035$$

Somma tra numeri interi

- Convertire in numeri binari 680_{10} e 378_{10} e farne la somma in binario.

680	0	378	0																
340	0	189	1																
170	0	94	0	1	1	1	1	1	1	1									
85	1	47	1		1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0			+	
42	0	23	1			1	0	1	1	1	1	0	1	0				=	
21	1	11	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0				
10	0	5	1																
5	1	2	0																
2	0	1	1																
1	1																		

$$2^{10} + 2^5 + 2^1 = 1024 + 32 + 2 = 1058$$

Moltiplicazione tra numeri interi positivi

- Convertire 21_{10} e 11_{10} in numeri binari e farne la moltiplicazione in binario.

21	1	11	1
10	0	5	1
5	1	2	0
2	0	1	1
1	1		

				1	0	1	0	1	*
					1	0	1	1	=
<hr/>									
				1	0	1	0	1	
			1	0	1	0	1		
	0	0	0	0	0	0			
1	0	1	0	1					
<hr/>									
1	1	1	0	0	1	1	1		

$$2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 128 + 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = 231$$

Moltiplicazione tra numeri interi positivi

- Convertire 15_{10} e moltiplicarlo con se stesso in modo binario.

					1	1	1	1	*
					1	1	1	1	=
					<hr/>				
					1	1	1	1	
				1	1	1	1		
			1	0	1	1	0	1	Somma parziale
			1	1	1	1			
		1	1	0	1	0	0	1	Somma parziale
		1	1	1	1				
		<hr/>							
	1	1	1	0	0	0	0	1	Somma parziale e risultato
15		1							
7		1							
3		1							
2		1							

$$2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^0 = 128 + 64 + 32 + 1 = 225$$

Moltiplicazione tra numeri interi positivi

- Eseguire il prodotto tra numeri binari seguente: $1010110_2 * 1001110_2$.

						1	0	1	0	1	1	0	*
						1	0	0	1	1	1	0	=
<hr/>													
					1	0	1	0	1	1	0	-	
			1	0	1	0	1	1	0	-	-	-	
		1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	Somma parziale
		1	0	1	0	1	1	0	-	-	-	-	
	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	Somma parziale
1	0	1	0	1	1	0	-	-	-	-	-	-	
<hr/>													
1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	Somma parziale e risultato

$$2^{12} + 2^{11} + 2^9 + 2^5 + 2^4 + 2^2 =$$

$$4096 + 2048 + 512 + 32 + 16 + 4 = 6708_{10}$$

$$1010110_2 = 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2 = 86_{10}$$

$$1001110_2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2 = 78_{10}$$

$$86_{10} * 78_{10} = 6708_{10}$$

Somma tra numeri interi in complemento a 2

- Convertire -34_{10} e -53_{10} in numeri binari su 8 bit e farne la somma in binario.

				34		0	0	1	0	0	0	1	0	~
						1	1	0	1	1	1	0	1	+←
													1	+←
34	0	53	1	53		0	0	1	1	0	1	0	1	~
17	1	26	0			1	1	0	0	1	0	1	0	+←
8	0	13	1										1	+←
4	0	6	0											
2	0	3	1	-87	1	1	0	1	0	1	0	0	1	=
1	1	1	1											
						0	1	0	1	0	1	1	0	~
													1	+
				87		0	1	0	1	0	1	1	1	=

Somma tra numeri interi in complemento a 2

- Convertire -50_{10} e -80_{10} in numeri binari su 8 bit e farne la somma in binario.

				50		0	0	1	1	0	0	1	0	~
50	0	80	0			1	1	0	0	1	1	0	1	+←
25	1	40	0										1	+←
12	0	20	0	80		0	1	0	1	0	0	0	0	~
6	0	10	0			1	0	1	0	1	1	1	1	+←
3	1	5	1										1	+←
1	1	2	0											
		1	1	124	1	0	1	1	1	1	1	0	0	=

Sommo due numeri negativi ottengo un numero positivo

Conversione da Decimale a Binario

- Convertire 3.5_{10} in binario
 - Parte intera: $3_{10} \rightarrow 011_2$
 - Parte frazionaria: $0.5_{10} \rightarrow 2^{-1} \rightarrow 0.1_2$
 - Risultato: 11.1_2
- Prova inversa:
 - $11_2 \rightarrow 2^1 + 2^0 \rightarrow 2 + 1 \rightarrow 3_{10}$
 - $0.1_2 \rightarrow 2^{-1} \rightarrow 0.5_{10}$
 - Risultato: $3 + 0.5 = 3.5_{10}$

Conversione da Decimale a Binario

- Convertire 231.71875_{10} in binario

231	1
115	1
57	1
28	0
14	0
7	1
3	1
1	1

0.71875	↓
0.43750	1 (sottraggo 1)
0.87500	0
0.75000	1 (sottraggo 1)
0.50000	1 (sottraggo 1)
0.00000	1 (sottraggo 1)

11100111.10111

Conversione da Binario a Decimale

- Convertire 100110.0011_2 in decimale
 - Parte intera: $2^5 + 2^2 + 2^1 \rightarrow 32 + 4 + 2 = 38$
 - Parte frazionaria: $2^{-3} + 2^{-4} \rightarrow 0.125 + 0.0625 = 0.1875$
 - Risultato: 38.1875_{10}
- Prova inversa:
 - $38_{10} \rightarrow 2^5 + 2^2 + 2^1 \rightarrow 100110$
 - $0.1875_{10} \rightarrow 0.0011$

0.1875 ↓

0.3750 0

0.7500 0

0.5000 1 (sottraggo 1)

0.0000 1 (sottraggo 1)

- Risultato: $100110_2 + 0.0011_2 = 100110.0011_2$

Operazioni in virgola mobile

- Riportare in binario la differenza $11000.1011_2 - 111.111101_2$

										0	1	
										0	1	
									0	0	1	
							0	1	0	0	1	
							0	1	0	0	1	
		0	1	1	1		0	1	0	0	1	
		0	1	1	1		0	1	0	0	1	
		0	1	1	1		0	1	0	0	1	
		0	1	1	1		0	1	0	0	1	
		0	1	1	1		0	1	0	0	1	
		0	1	1	1		0	1	0	0	1	
1	1	0	0	0	.	1	0	1	1			-
		1	1	1	.	1	1	1	1	0	1	=

.
1

Conversione IEEE754

- Convertire il numer -10.75_{10} in floating point a 32 bit (singola precisione)

10		0
5		1
2		0
1		1

0.75	↓
0.50	1 (sottraggo 1)
0.	1 (sottraggo 1)
0.	

- Quindi $-1010.11 \rightarrow -1.01011_2 * 2^3$ in notazione scientifica
- $(-1)^s * (1 + Mantissa) * 2^{Esponente-127}$
 - $s = 1$
 - $Mantissa = 1.01011 - 1 = 0.01011$
 - $3 = (Esponente - 127)$ quindi $Esponente = 130 \rightarrow 10000010$

s	Esp. 8bit	Mantissa 23 bit
1	10000010	01011000000000000000000

Conversione IEEE754

- Convertire il numer 0.1875_{10} in floating point a 32 bit (singola precisione)

	0.1875	↓
0 0	0.3750	0
	0.7500	0
	0.5000	1 (sottraggo 1)
	0.0000	1 (sottraggo 1)

- Quindi $0.0011 \rightarrow 1.1_2 * 2^{-3}$ in notazione scientifica
- $(-1)^s * (1 + Mantissa) * 2^{Esponente-127}$
 - $s = 0$
 - $Mantissa = 1.1 - 1 = 0.1$
 - $-3 = (Esponente - 127)$ quindi $Esponente = 124 \rightarrow 01111100$

s	Esp. 8bit	Mantissa 23 bit
0	01111100	10000000000000000000000

Conversione IEEE754

- Convertire il numero IEEE754 $0x427d0000_{16}$ in decimale virgola mobile
 - $0x427d0000_{16} = 0100\ 0010\ 0111\ 1101\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2$
 $0\ |\ 10000100\ |\ 111110100000000000000000_2$
 - $N = (-1)^s * (1 + Mantissa) * 2^x$ dove $x = Esponente - 127$
 - $s = 0$
 - $Esponente = 10000100 = 2^7 + 2^2 = 132$
 $x = Esponente - 127 = 132 - 127 = 5$
 - $Mantissa = 111110100000000000000000 = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-7} = 0.9765625$
 - $N = (-1)^0 * (1 + 0.9765625) * 2^5 = 1 * 1.9765625 * 32 = 63.25$

Conversione IEEE754

- Convertire il numero IEEE754 $0x0C000000_{16}$ in decimale virgola mobile
 - $0x0C000000_{16} = 0000\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000$
 $0\ |\ 00011000\ |\ 0000000000000000000000000000_2$
 - $N = (-1)^s * (1 + Mantissa) * 2^x$ dove $x = Esponente - 127$
 - $s = 0$
 - $Esponente = 00011000 = 2^4 + 2^3 = 24$
 $x = Esponente - 127 = 24 - 127 = -103$
 - $Mantissa = 000000000000000000000000 = 0$
 - $N = (-1)^0 * (1 + 0) * 2^{-103} = 2^{-103}$

Esempio Risc-V

```
typedef long long int int64;  
{ // Indirizzo di MemVett in x10  
  int64 Ris = 0;  
  for (int64 i=0; i<100; i++)  
    Ris += MemVett[i];  
}
```



```
      addi x5, x0, 0  
      addi x6, x0, 0  
      addi x29, x0, 100  
CIC: ld    x7, 0(x10)  
      add   x5, x5, x7  
      addi x10, x10, 8  
      addi x6, x6, 1  
      blt  x6, x29, CIC
```

Esempio Risc-V

Quale espressione C corrisponde alle seguenti istruzioni Risc-V? Si assuma che le variabili f, g, h, i, j siano assegnate ai registri x5, x6, x7, x28, x29, rispettivamente, che A e B siano array di double (8 bytes), e che il loro indirizzo base sia nei registri x10 e x11.

```
slli x30, x5, 3
add  x30, x10, x30
slli x31, x6, 3
add  x31, x11, x31
ld   x5, 0(x30)
addi x12, x30, 8
ld   x30, 0(x12)
add  x30, x30, x5
sd   x30, 0(x31)
```



```
slli x30, x5, 3    // x30 = f*8
add  x30, x10, x30 // x30 = &A[f]
slli x31, x6, 3    // x31 = g*8
add  x31, x11, x31 // x31 = &B[g]
ld   x5, 0(x30)    // x5 = A[f]
addi x12, x30, 8    // x12 = &A[f] + 8 = &A[f+1]
ld   x30, 0(x12)    // x30 = A[f+1]
add  x30, x30, x5    // x30 = A[f+1]+A[f]
sd   x30, 0(x31)    // B[g] = A[f+1]+A[f]
                  // B[g] = A[f+1]+A[f]
```

Esempio Risc-V

```
// a0 -> x, a1 -> y,  
// t0 -> result  
// Function computes pow(x,y)  
// Direct translation:  
typedef long long int int64;  
int64 power(int64 x, int64 y) {  
    int64 result = 1;  
    while (y & y != 0) {  
        result *= x;  
        y--;  
    }  
    return result;  
}
```



```
power: addi t0 x0 1  
Loop:  and t1 a1 a1  
        beq t1 x0 Done  
        mul t0 t0 a0  
        addi a1 a1 -1  
        jal x0 Loop  
Done:  add a0 t0 x0  
        jalr x0, 0(ra)
```


Esempio Risc-V

- Assumendo che il registro `x10` contenga il valore `0x1000000000000000FF`. Quale sarà il contenuto del registro `x10` dopo aver eseguito le istruzioni assembly seguenti?

```
addi x11, x0, 15
sll  x11, x11, 28
or   x10, x11, x10
```

- `x10` = 0001 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1111 1111

- 15 → 1111

- addi** `x11, x0, 15`

`x11` = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1111

- sll** `x11, x11, 28`

`x11` = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1111 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000

- or** `x10, x11, x10`

`x10` = 0001 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1111 0000 0000 0000 0000 0000 1111 1111

Esempio Risc-V

- Assumendo che il registro `x10` contenga il valore `255.125` espresso secondo lo standard IEEE754 a 32 bit (esteso con zeri). Quale sarà il contenuto del registro `x10` dopo aver eseguito le istruzioni assembly seguenti?

```
addi x11, x0, 4096
sll  x11, x11, 52
or   x10, x11, x10
```

255	1		
127	1		
63	1		
31	1	0.125	↓
15	1	0.25	0
7	1	0.50	0
3	1	0.	1 (sottraggo 1)
2	1		

11111111.001
 1.1111111001×2^7
 $(-1)^s * (1 + m)^{esp-127}$
 $s = 0$
 $m = 1111111001$

$esp-127 = 7 \rightarrow esp = 134$

134	0
67	1
33	1
16	0
8	0
4	0
2	0
1	1

$0 \ 10000110 \ 111111100100000000000000$
 $0100 \ 0011 \ 0111 \ 1111 \ 0010 \ 0000 \ 0000 \ 0000$

- `x10` = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0100 0011 0111 1111 0010 0000 0000 0000
- `4096` \rightarrow 10000000000000 \rightarrow 1 0000 0000 0000
- addi** `x11, x0, 4096`
`x11` = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001 0000 0000 0000
- sll** `x11, x11, 52`
`x11` = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000
- or** `x10, x11, x10`
`x10` = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0100 0011 0111 1111 0010 0000 0000 0000

Esempio Intel: somme varie

```
long myFunc(long a, long b, long c) {  
    long result = 0;  
    result += a;  
    result += b;  
    result += c;  
    return result;  
}
```



```
myFunc :  
    push %rbx          # salva rbx, che usiamo per c  
    push %r12          # salva r12, usato per result  
    mov %rdi, %r8      # copia a in r8  
    mov %rsi, %r9      # copia b in r9  
    mov %rdx, %rbx     # copia c in rbx  
    mov $0, %r12       # result = 0  
    add %r8, %r12      # result += a  
    add %r9, %r12      # result += b  
    add %rbx, %r12     # result += c  
    mov %r12, %rax     # ret val = result  
    pop %r12           # restore old r12  
    pop %rbx  
    ret
```

Versione ottimizzata:

Versione 1

```
myFunc :  
    movq $0, %rax  
    addq %rsi, %rax  
    addq %rdi, %rax  
    addq %rdx, %rax  
    ret
```

Versione 2

```
myFunc :  
    addq %rsi, %rdi     # v = a + b  
    leaq (%rdi, %rdx), %rax # v += c  
    ret
```

Esempio Intel: ricorsione

```
long sum(long count) {  
    if (count > 0) {  
        long p_sum = sum(count - 1);  
        return p_sum + count;  
    } else {  
        return 0;  
    }  
}
```



rdi (arg 1) is count

sum:

```
    cmp $0, %rdi  
    jle base_case    # se count <= 0 —>  
                     # vai a base_case  
    push %rdi        # salva copia di rdi  
    sub $1, %rdi     # prepara argomento  
    call sum         # chiama sum(count-1)  
    pop %rdi         # ripristina valore  
                     # originale di rdi  
    add %rdi, %rax    # ret val = sum(count-1) + count  
    ret
```

base_case:

```
    mov $0, %rax  
    ret
```

Esempio Intel: comparazione stringhe

```
int compare_string (const char *s1,
                    const char *s2) {
    while( (*s1 != '\0') &&
           (*s2 != '\0') &&
           (*s1 == *s2) ) {
        s1++; # increment the pointers to
        s2++; # the next char / byte
    }
    return (*s1==*s2);
}
```



```
compare_string:
L2:
    movzbl (%rdi), %eax
    testb %al, %al
    je L3
    movzbl (%rsi), %edx
    testb %dl, %dl
    je L3
    cmpb %al, %dl
    jne L3
    addq $1, %rdi
    addq $1, %rsi
    jmp L2
L3:
    cmpb (%rsi), %al
    sete %al          # Set byte if equal (ZF=1)
    movzbl %al, %eax # return e' intero
    ret
```

Esempio Intel: fibonacci

```
long fib(int n) {  
    if ((n == 0) || (n == 1))  
        return 1;  
    return fib(n-1) + fib(n-2);  
}
```



```
fib :  
    cmpl    $1, %edi  
    jbe     .L3  
    pushq   %rbp  
    pushq   %rbx  
    subq    $8, %rsp  
    movl    %edi, %ebx      # copia edi in ebx  
    leal    -1(%rdi), %edi  # preparo argomento  
    call    fib             # prima chiamata  
    movq    %rax, %rbp      # salvo risultato  
    leal    -2(%rbx), %edi  # preparo argomento  
    call    fib             # seconda chiamata  
    addq    %rbp, %rax      # sommo risultati parziali  
    addq    $8, %rsp  
    popq    %rbx  
    popq    %rbp  
    ret  
  
.L3:  
    movl    $1, %eax  
    ret
```

Esempio intel: compara memoria

```
int mem_compare (int nb,  
                 char *m1,  
                 char *m2){  
    while (nb-- > 0) {  
        if (*m1++ != *m2++) {  
            return 0;  
        }  
    }  
    return 1;  
}
```



main_compare:

.L2:

```
    movl    %edi, %eax  
    subl    $1, %edi  
    testl   %eax, %eax  
    jle     .L6  
    leaq    1(%rsi), %rax  
    leaq    1(%rdx), %rcx  
    movzbl  (%rdx), %edx  
    cmpb    %dl, (%rsi)  
    jne     .L5  
    movq    %rcx, %rdx  
    movq    %rax, %rsi  
    jmp     .L2
```

.L6:

```
    movl    $1, %eax  
    ret
```

.L5:

```
    movl    $0, %eax  
    ret
```

Esempio arm: Hailstone sequence

```
int iter = 0;
int n = 5;
while (n != 1) {
    iter++;
    if (n % 2) {
        n = 3 * n + 1;
    } else {
        n = n / 2;
    }
}
```



	mov	r0, #5	<i>// r0 e' numero corrente (5)</i>
	mov	r1, #0	<i>// r1 conta numero iterazioni</i>
again	add	r1, r1, #1	<i>// incremento numero iterations</i>
	ands	r0, r0, #1	<i>// Verifico se r0 e' dispari</i>
	beq	even	
	add	r0, r0, r0, lsl #1	<i>// se dispari, r0 = r0 + (r0 << 1) + 1</i>
	add	r0, r0, #1	<i>// e ripeto (garantito r0 > 1)</i>
	b	again	
even	mov	r0, r0, asr #1	<i>// se pari, r0 = r0 >> 1</i>
	subs	r7, r0, #1	<i>// e ripeto se r0 != 1</i>
	bne	again	
halt	b	halt	<i>// loop infinito per fermare computation</i>

$$3 * n = n * 2 + n = (n << 1) + n$$

$$n/2 = n >> 1$$

Esempio arm: compara memoria

```
int mem_compare (int nb,
                 char *m1,
                 char *m2){
    while(nb > 0) {
        if(*m1++ != *m2++) {
            return 0;
        }
    }
    return 1;
}
```



```
mem_compare:
    //; r0 = nb, r1=m1, r2 = m2
_loop:
    subs r0, r0, #1 ; // Decrement nbytes and set
                     // flags based on the result
    bmi _finished ; // If nb is now negative,
                     // it was 0, so we're done

    ldrb r3, [r1], #1 ; // Load from the address in r1,
                       // then add 1 to r1
    ldrb r4, [r2], #1 ; // ditto for r2
    cmp r3, r4 ; // If they match...
    beq _loop ; // then continue round the loop
    mov r0, #0 ; // else give up and return zero
    bx lr

_finished:
    mov r0, #1 ; // Success!
    bx lr
```

Esempio ARM: fibonacci

```
long fib(int n) {  
    if ((n == 0) || (n == 1))  
        return 1;  
    return fib(n-1) + fib(n-2);  
}
```



```
fib :  
    cmp    r0, #1  
    bls    .L3  
    push   {r4, r5, r6, lr}  
    mov     r4, r0  
    sub     r0, r0, #1  
    bl      fib  
    mov     r5, r0  
    sub     r0, r4, #2  
    bl      fib  
    add     r0, r5, r0  
    pop     {r4, r5, r6, pc}  
  
.L3 :  
    mov     r0, #1  
    bx      lr
```

Esempio ARM: comparazione stringhe

```
bool compare_string (const char *s1,  
                    const char *s2) {  
    while( (*s1 != '\0') &&  
           (*s2 != '\0') &&  
           (*s1 == *s2) ) {  
        s1++; # increment the pointers to  
        s2++; # the next char / byte  
    }  
    return (*s1==*s2);  
}
```



```
compare_string :  
    b      .L2  
.L4 :  
    add    r0, r0, #1  
    add    r1, r1, #1  
.L2 :  
    ldrb   r3, [r0]  
    cmp    r3, #0  
    beq    .L3  
    ldrb   r2, [r1]  
    cmp    r2, #0  
    beq    .L3  
    cmp    r3, r2  
    beq    .L4  
.L3 :  
    ldrb   r0, [r1]  
    cmp    r3, r0  
    movne  r0, #0  
    moveq  r0, #1  
    bx     lr
```

Esercizio sulla Pipeline

- Si consideri una CPU in cui le 5 fasi di esecuzione di un'istruzione impiegano rispettivamente 100ps, 400ps, 600ps e 100ps. Il massimo incremento di prestazioni che ci si può attendere usando una pipeline è:
 - di 2 volte
 - di 3.5 volte
 - di 2.5 volte
 - di 3 volte
 - nessuna delle altre risposte
- Tempo totale = 100ps + 400ps + 600ps + 300ps + 100ps = 1500ps
- Incremento = $\frac{\text{Tempo totale}}{\text{Istruzione più lenta}} = \frac{1500ps}{600ps} = 2.5 \text{ volte}$
- La risposta corretta è la terza.

Esercizio sulla Pipeline

- Si consideri una CPU che impiega 600ps per la fase di fetch, 600ps per la fase di decodifica, 500ps per eseguire operazioni con la ALU, 400ps per la fase di accesso alla memoria e 700ps per la fase di scrittura nel register file. Il massimo incremento di prestazioni che ci si può attendere usando una pipeline è:
 - di 4 volte
 - di 2.5 volte
 - di 2 volte
 - di 3 volte
 - nessuna delle altre risposte
- Tempo totale = 600ps + 600ps + 500ps + 400ps + 700ps = 2800ps
- Incremento = $\frac{\text{Tempo totale}}{\text{Istruzione più lenta}} = \frac{2800ps}{700ps} = 4 \text{ volte}$
- La risposta corretta è la prima.

Esercizio sulla Cache associativa

- Si consideri una cache associativa a 2 vie grande 16KB, con blocchi di 32 byte per blocco. In che blocco di cache è mappata la parola che sta all'indirizzo $0x100400_{16}$?
 - Nel primo blocco libero
 - Nessuna delle altre risposte
 - Nel blocco 0 o nel blocco 1
 - Nel blocco 64 o nel blocco 65
 - Nel blocco 16
- # bytes per blocco = 32 $\rightarrow \log_2 32 = 5$ bit (offset)
- # blocchi = $\frac{\text{Cache size}}{\text{\# byte per blocco}} = \frac{16 \cdot 1024}{32} = \frac{16368}{32} = 512$
- # sets = $\frac{\text{\#blocchi}}{\text{\#vie}} = \frac{512}{2} = 256 \rightarrow \log_2 256 = 8$ bit (set)

Indirizzo = $0x100400_{16}$
= 0001 0000 0000 0100 0000 0000₂
↓
tag set offset
=

000100000000	00100000	00000
--------------	----------	-------

set = $00100000 = 2^5 = 32$
primo blocco = $(\text{\#set} * \text{\# vie}) = 32 * 2 = 64 \rightarrow$ Cache a 2 vie, quindi ogni set ha due blocchi
blocchi = 64 oppure 65

Esercizio sulla Cache fully associative

- Si consideri una cache fully associative grande 16KB, con blocchi di 64 byte per blocco. In che blocco di cache è mappata la parola che sta all'indirizzo $0x100620_{16}$?
 - Nel blocco 32
 - Nel blocco 24
 - Nel blocco numero 0, o nel blocco numero 1 o nel blocco numero 2, o nel blocco numero 3
 - Nessuna delle altre risposte
 - Nel blocco numero 48 o nel blocco numero 49
- Nella cache fully associative il tag è tutto l'indirizzo del blocco, quindi devo cercare ovunque il dato, e non lo trovo quindi in un blocco preciso calcolabile a priori in base all'indirizzo.
- Quindi l'unica risposta corretta è la 4, ovvero nessuna delle altre risposte!

Esercizio sulla cache direct mapped

- Si consideri una cache direct mapped grande 4KB con blocchi di 16 bytes per blocco. In che blocco di cache è mappata la parola che sta in memoria all'indirizzo $0x1F164_{16}$?
 - Nel blocco numero 6
 - Nel blocco numero 64
 - Nel blocco numero 22
 - Nessuna delle altre risposte
 - Nel primo blocco libero
- # bytes per blocco = 16 $\rightarrow \log_2 16 = 4$ bit (offset)
- # blocchi = $\frac{\text{Cache size}}{\text{\# byte per blocco}} = \frac{4 \cdot 1024}{16} = \frac{4096}{16} = 256 \rightarrow \log_2 256 = 8$ bit (block)

$$\begin{aligned}\text{Indirizzo} &= 0x1F164_{16} \\ &= 0001\ 1111\ 0001\ 0110\ 0100_2 \\ &\downarrow \\ &\begin{array}{ccc} \text{tag} & \text{set} & \text{offset} \\ \hline 00011111 & 00010110 & 0100 \end{array}\end{aligned}$$

$$\# \text{ blocco} = 00010110 = 2^4 + 2^2 + 2^1 = 22$$

- L'indirizzo è quindi mappato sul blocco # 22, e la risposta corretta è quindi la terza.

Esercizio su CPI della CPU

- Si consideri una CPU dotata di due cache separate per dati ed istruzioni. Il CPI ideale della CPU è 4. La cache istruzioni ha una frequenza di miss dell' 1% e la cache dati ha una frequenza di miss del 4%. Supponendo che una cache miss richieda 100 cicli di clock per essere servito e che il 20% delle istruzioni assembly accedano a dati in memoria. Il CPI reale (il numero di cicli necessari in media per eseguire un'istruzione tenendo conto degli stalli per accesso alla RAM) è?

- 3.44
- 7.44
- 8
- Nessuna delle altre risposte
- 3.72

$$\begin{aligned}\text{CPI Reale} &= \text{CPI ideale} + \text{Penalizzazione per istruzione} + \text{Penalizzazione per dati} \\ &= \text{CPI ideale} + (\text{Frequenza di miss per istruzioni} * \text{Penalità}) + \\ &= (\text{Frequenza di miss per dati} * \text{Penalità} * \text{Accesso a memoria}) \\ &= 4 + (0.01 * 100) + (0.04 * 100 * 0.2) \\ &= 4 + 1 + 0.8 \\ &= 5.8\end{aligned}$$

- Il CPI ideale è quindi 5.8, e quindi la risposta corretta è la 4, ovvero nessuna delle altre risposte