



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

**WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI AUTOMATYKI INFORMATYKI I
INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ**

KIERUNEK AUTOMATYKA I ROBOTYKA

BADANIA OPERACYJNE 2

PROBLEM PRZELEWOWY

Grupa: 3a (16.30 – 18.00 wtorek)

L.p.	Członkowie grupy:	Nr. albumu	Adres email
1	Agnieszka Kojs	402634	agakojs@student.agh.edu.pl
2	Bartosz Sroka	400490	srokab@student.agh.edu.pl
3	Norbert Podgórski	402111	npodgorski@student.agh.edu.pl

Podział pracy

Etap	Agnieszka Kojs	Bartosz Sroka	Norbert Podgórski
Model zagadnienia	<i>Pomysłodawcą problemu był Bartosz. Natomiast nad całym modelem zagadnienia pracowaliśmy wspólnie i nie jesteśmy w stanie wyszczególnić procentowo wkładu w to zagadnienie. Struktury danych, funkcje celu jak i ograniczenia były tworzone razem.</i>		
Algorytm opracowanie	30% <i>Opracowanie operatorów krzyżowania i mutacji.</i>	30% <i>Opracowanie sposobów inicjalizacji populacji początkowej.</i>	30% <i>Wybór i opracowanie metod selekcji.</i>
	10% <i>Opracowanie przebiegu głównej pętli algorytmu wraz z warunkami stopu oraz sposobu reprezentacji danych w postaci kodu.</i>		

Implementacja aplikacji	484 / 988 ≈ 49% functions.py - change_matrix() population.py - elementary_crossover() - elementary_mutation() - choose_parent_to_crossover() - crossover() - choose_specimen_to_mutation() - mutation() gui_PP.py (całość bez EvolutionaryAlgorithm)	219 / 988 ≈ 22% functions.py - reshape_initial_problem() - delete_unexpected_rows_cols() - generate_initial_matrix() specimen.py - initialize_matrix_change() - update_rows_and_cols() - display() population.py - make_population() - selection() - number_of_specimen() - sort_specimen_by_quality() - create_elite() - update_elite() - display_elite() - display_population() - display_elite_quality() - display_population_quality() - display_quality_changes() gui_PP.py - EvolutionaryAlgorithm()	288 / 988 ≈ 29% functions.py - valid_test() - find_min() - ones() specimen.py - Specimen__init__() - quality() population.py - Population__init__() - make_population() - best_specimen() - roulette_selection() - ranking_selection() - tournament_selection() gui_PP.py - EvolutionaryAlgorithm()
	20% - Testy operatora krzyżowania (wszystkie cztery eksperymenty)	45% - Test poprawności implementacji - Testy inicjalizacji macierzy - Testy operatora mutacji - Testy przypadków szczególnych	35% - Testy przebiegu algorytmu dla różnych zestawów parametrów - Testy zmiany najlepszego rozwiązania dla poszczególnych metod selekcji
	Dokumentacja - Model zagadnienia (całość) - Krzyżowanie - Test nr 4	- Prezentacja własności aplikacji - Testy nr 1 – 3, 7 - Oprawa graficzna	- Prezentacja własności algorytmu ewolucyjnego (całość poza krzyżowaniem) - Testy nr 5 i 6
	Podsumowanie		

Model zagadnienia - Problem przelewów bankowych

Grupa znajomych wspólnie spędza czas. W różnych miejscach za całą lub za część grupy płaci jedna osoba. Wskutek czego poszczególne osoby są sobie winne jakąś ilość pieniędzy. Po pewnym czasie należy oddać dłużną kwotę poszczególnym znajomym. Przelewanie każdej osobie określonej ilości pieniędzy wiąże się z dłuższym czasem spędzonym na wykonaniu przelewów, co za tym idzie z większym prawdopodobieństwem popełnienia błędu. Dodatkowo, jeżeli wykonujemy przelewy tradycyjne to osoba musi dłużej czekać na pieniądze, jeżeli ma konto w innym banku.

W problemie tym będziemy optymalizować liczbę przelewów jaka jest potrzebna, aby każda osoba otrzymała lub przelała dłużne pieniądze. Przyjęliśmy uproszczenie, że każda osoba wykonuje przelew blikiem na telefon. Dzięki temu, przelewy przychodzą natychmiastowo i osoby z różnych banków nie muszą czekać na otrzymanie pieniędzy.

Model matematyczny

Przyjęliśmy strukturę macierzową naszego projektu. Osoby umieszone pionowo w lewej kolumnie to osoby, które są dłużne pieniądze. Natomiast osoby umieszone poziomowo w pierwszym wierszu to osoby, którym należy przelać pieniądze. Należy podkreślić, że suma wartości z wierszy musi być równa sumie wartości z kolumn.

Struktury danych

b_m – kwota zadłużenia danej osoby

b_n – kwota jaką musi otrzymać dana osoba

k_1 – liczba osób dłużnych

k_2 – liczba osób stratnych (które oczekują na przelew)

x_{mn} – element leżący na przecięciu m-tego wiersza z n-tą kolumną

	Osoba 1	Osoba 2	Osoba 3	Osoba 4	Osoba 5	Osoba 6		
Osoba 1	X	0	4	0	2	0	=	6
Osoba 2	5	X	0	3	0	0	=	8
Osoba 3	0	1	X	4	1	3	=	9
Osoba 4	3	0	0	X	2	1	=	6
Osoba 5	0	1	0	2	X	0	=	3
Osoba 6	0	1	3	0	3	X	=	7
	"	"	"	"	"	"		"
	8	3	7	9	8	4	=	39

Ograniczenia modelu matematycznego

1. $x_{mn} \geq 0$ – brak możliwości przelewania ujemnych kwot.
2. $\forall_{m \in \{1, \dots, k_1\}} \sum_{n=1}^{k_2} x_{mn} = b_m$ – kwota zadłużenia dla każdej osoby musi pozostać stała.
3. $\forall_{n \in \{1, \dots, k_2\}} \sum_{m=1}^{k_1} x_{mn} = b_n$ – kwota jaką musi otrzymać osoba musi pozostać stała.

Funkcja celu, która minimalizuje liczbę przelewów

$$f = \sum_{m=1}^{k_1} \sum_{n=1}^{k_2} (x_{mn} \neq 0)$$

Prezentacja własności algorytmu ewolucyjnego

Opis teoretyczny

Algorytmy ewolucyjne to algorytmy wzorowane na biologicznej ewolucji, a więc na zmianie cech całych grup organizmów następujących w kolejnych pokoleniach.

Idea ich działania polega na konkutowaniu ze sobą i modyfikowaniu różnych rozwiązań poprzez stosowane operatory genetyczne oraz promowaniu tych, które lepiej spełniają kryteria optymalizacyjne w celu ostatecznego dojścia do rozwiązania bliskiego optymalnemu rozwiązaniu problemu.

Z algorytmami genetycznymi związane są zaczerpnięte z biologii pojęcia:

- Osobnik – podstawowa jednostka, która jest zakodowanym zbiorem parametrów zadania określających potencjalne rozwiązanie
- Populacja – zbiór osobników o określonej liczebności zamieszkujących wspólne środowisko i konkurujących o jego zasoby
- Gen – inaczej nazywany cechą, znakiem lub detektorem – jest to pojedynczy element genotypu, a w szczególności chromosomu
- Chromosom – uporządkowany ciąg genów, miejsce przechowywania genów osobnika;
- Genotyp – zespół chromosomów danego osobnika, czyli kompletny i jednoznaczny opis osobnika zawarty w jego genach
- Funkcja przystosowania – miara przystosowania danego osobnika w populacji.

Zastosowane operatory genetyczne

Krzyżowanie

Operator krzyżowania stanowi odzwierciedlenie rzeczywistego rozmnażania osobników w implementacji algorytmu. Etapy tego procesu w naszym algorytmie to:

- Wylosowaniu dwóch rodziców – V1 i V2
- Utworzenie dwóch tymczasowych macierzy DIV i REM, gdzie:

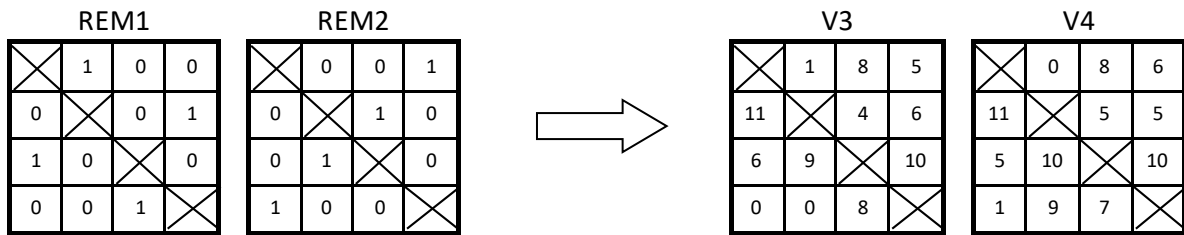
$$DIV = (V1 + V2) / 2$$
$$REM = (V1 + V2) \bmod 2$$

- Rozłożenie macierzy REM na REM1 i REM2, tak aby liczba jedynek w wierszach i kolumnach w obu macierzach była taka sama
- Utworzenie potomków V1 i V2 z macierzy tymczasowych:

$$V3 = DIV + REM1$$

$$V4 = DIV + REM2$$

V1				V2					DIV				REM			
<div></div>	0	12	2	<div></div>	1	4	9	<div></div>	<div></div>	0	8	5	<div></div>	1	0	1
13	<div></div>	8	0	9	<div></div>	1	11		11	<div></div>	4	5	0	<div></div>	1	1
4	2	<div></div>	19	7	17	<div></div>	1		5	9	<div></div>	10	1	1	<div></div>	0
0	17	0	<div></div>	1	1	15	<div></div>		0	9	7	<div></div>	1	0	1	<div></div>



Liczba krzyżowań odbywających się w jednej iteracji algorytmu jest parametrem zależnym od wyboru użytkownika.

Mutacja

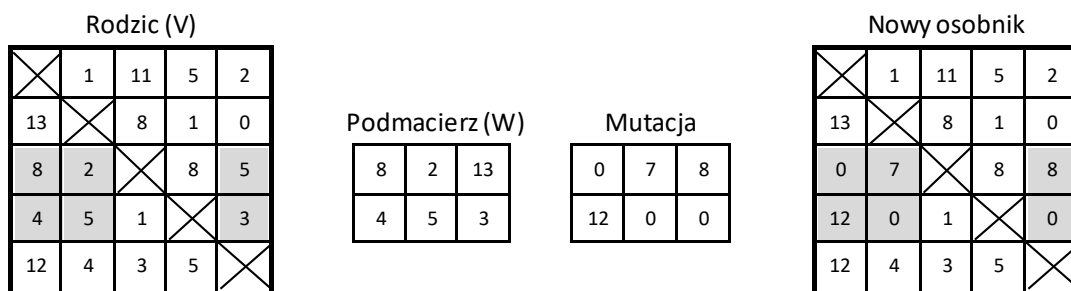
Mutacja polega na zamianie wartości bitów jednego z osobników. Mimo że w wyniku jej działania może dojść do pogorszenia jakości danego rozwiązania to poprzez zwiększenie różnorodności rozwiązań ostatecznie prowadzi ona do rozwoju populacji w kolejnych iteracjach algorytmu.

Zastosowana w naszym algorytmie procedura mutacji polega na:

- Wybraniu rodzica – macierzy V
- Utworzeniu z elementów tej macierzy podmacierzy W o wymiarze $p \times q$ z losowo wybranych wektorów i kolumn
- Zamianie wartości tak, aby spełniały ograniczenia na wartości w wierszach i kolumnach

Liczba mutacji odbywających się w jednej iteracji algorytmu, a także jej rozmiar to parametry zależne od wyboru użytkownika.

Przykład:



Zastosowane metody selekcji

Etap selekcji polega na wyborze osobników, które zostaną wybrane do nowej populacji w kolejnej iteracji algorytmu. Istnieją jej różne metody, w naszym algorytmie użytkownik może wybrać metodę selekcji spośród 3 poniższych:

Selekcja koła ruletki

Metoda ta polega na przydzieleniu każdemu osobnikowi wycinka koła ruletki proporcjonalnego do jakości jego przystosowania. Większa wartość funkcji przystosowania oznacza większy wycinek koła przydzielony danemu osobnikowi (czyli większe prawdopodobieństwo wyboru danego osobnika do nowo tworzonej populacji).

$$p(a_i) = \frac{f(a_i)}{\sum_{i=1}^n f(a_i)}$$

a_i – i – ty osobnik

$f(a_i)$ – przystosowanie danego osobnika

$p(a_i)$ – prawdopodobieństwo wyboru danego osobnika

Selekcja turniejowa

Metoda ta polega na dzieleniu populacji na podgrupy, których liczba oraz wielkość może się różnić w zależności od problemu. Następnie z każdej z grup wybierany jest (z powtórzeniami) najlepszy osobnik, który trafia do nowej populacji w kolejnej iteracji algorytmu.

Selekcja rankingowa

Metoda ta polega na wyborze do nowej populacji osobników o najlepszym przystosowaniu (największej wartości funkcji przystosowania). Liczba osobników (wybieranych z powtórzeniami) może być różna w zależności od problemu. Jeżeli wybrana zostanie zbyt mała liczba osobników, a więc jedynie te o najlepszych wartościach przystosowania to zbieżność algorytmu może być zbyt szybka. Z kolei, gdy wybierane będą osobniki w dużej liczbie, a więc również te nie najlepiej przystosowane to algorytm może nie wykazywać poprawy w kolejnych iteracjach.

Elita

Elita jest to grupa osobników, dla których wartość funkcji przystosowania była jak dotąd największa. To czy algorytm będzie ją uwzględniał zależy od wyboru użytkownika. Jej rozmiar jest stały jednak nie określony z góry, a więc również możliwy do wyboru przez użytkownika. Po każdej iteracji algorytmu następuje odświeżenie elity – jeżeli pojawią się nowe, lepsze rozwiązania to zastępują one najgorsze rozwiązania z elity dotychczasowej. Jeżeli użytkownik wybierze uwzględnianie elity to grupa osobników do niej należąca nie podlega selekcji, a więc zawsze przechodzi do następnej populacji. Podlegają one jednak krzyżowaniu oraz mutacji tak samo jak wszystkie inne osobniki.

Uproszczony schemat blokowy działania algorytmu



Prezentacja własności aplikacji

Dane wejściowe + wymagania

- Populacja zostaje wygenerowana w sposób automatyczny na podstawie zadanego problemu. Zadany problem jest macierz wymiaru $m \times n$ opisująca osobnika.
- Aplikacja pozwala na wprowadzenie problemu jako:
 - własnej macierzy z zabronieniem wartości na przekątnej
 - załadowania macierzy z pliku tekstowego (.txt) o strukturze określonej przez następujące zasady:
 - na głównej przekątnej znajdują się zera
 - wiersze oddzielone znakiem przejścia do nowej linii
 - liczby w wierszu oddzielone przecinkiem oraz spacją
 - wygenerowanie macierzy o zadanym rozmiarze, gęstości macierzy (procentowy stosunek wartości liczbowych do rozmiaru macierzy), oraz maksymalnej kwoty jaka może zostać wygenerowana dla inicjalizowanej transakcji.

Zmienne procesowe

- Wprowadzenie wartości opisujących tworzoną populację:
 - możliwość wyboru rozmiaru populacji wartość powinna być z zakresu od 4 do 30. Mniejsza wartość uniemożliwiłaby przeprowadzenie operatora krzyżowania. Optymalną wartością jest 20. Jest to wartość przyjęta z literatury dla problemów genetycznych. Może być ona inna dla naszego problemu, ale ponieważ większe wartości wpływają znacząco na czas działania aplikacji ograniczamy się do wartości mniejszych od 30.
 - Możliwość uwzględnienia elity. W przypadku aktywnej elity możemy zadać jej rozmiar. Dla naszego problemu jest to liczność grupy osobników, które nie doznają zmian w czasie działania algorytmu. Maksymalny rozmiar elity to 50% rozmiaru populacji.
- Wybór operatorów wpływających na zmianę populacji:
 - Operator mutacji:
 - Wybór liczby mutacji występujących w populacji.
 - Rozmiar operatora, może on być maksymalnie równy połowie rozmiaru problemu, dodatkowo jest możliwość wybrania rozmiarów nie kwadratowych, czyli wszystkie operatory prostokątne z zadanego zakresu.
 - Operator krzyżowania:
 - Wybór liczby krzyżowań między osobnikami. Ze względu na dużą specyfikę problemu i licznosc warunków wymaganych, aby dwa osobniki zostały skrzyżowane w przypadku niepowodzenia krzyżowania nie wprowadza zmian do istniejącej populacji.
 - Selekcje:
 - Możliwość wyboru jednego z trzech typów selekcji:
 - typ rankingowy
 - typ koła ruletki
 - typ turniejowy

Dane wyjściowe:

- Rozwiązanie końcowe reprezentowane jako macierz problemu o najmniejszej ilości przelewów. Dodatkowo zawierać będzie czas wykonania algorytmu oraz najlepszą wartość końcową funkcji celu.
- Wykres zmiany najlepszego Quality (funkcja celu) populacji w czasie przebiegu algorytmu.

Testy

1. Test Poprawności implementacji

Test dla małego rozmiaru problemu (4x4). Początkowa wartość Quality: 6.

	4	0	10	14
11		8	2	21
1	15		9	25
5	0	12		17
17	19	20	21	

- Przeprowadzenie symulacji z wykorzystaniem stworzonego algorytmu.

Dla parametrów:

size_of_population=6,
iterations=1000,
size_of_elite=1,
number_of_mutations=1,
size_of_mutation=[2, 2],
number_of_crossover=1,
selection_type="ranking"

	0	0	14	14
0		20	1	21
0	19		6	25
17	0	0		17
17	19	20	21	

W 9 iteracji otrzymano macierz o wartości Quality: 10.

Przeprowadzenie symulacji „ręcznej”. Elita zaznaczona jest na niebiesko **iteracja 1**

Quality: 6	Quality: 5	Quality: 6	Quality: 4	Quality: 5	Quality: 4																																																																																																
<table><tr><td></td><td>1</td><td>11</td><td>2</td></tr><tr><td>13</td><td></td><td>8</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td></td><td>19</td></tr><tr><td>0</td><td>16</td><td>1</td><td></td></tr></table>		1	11	2	13		8	0	4	2		19	0	16	1		<table><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>12</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>17</td><td></td><td>8</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>15</td><td></td></tr></table>		1	1	12	16		4	1	0	17		8	1	1	15		<table><tr><td></td><td>0</td><td>2</td><td>12</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td>18</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>17</td><td></td><td>7</td></tr><tr><td>15</td><td>2</td><td>0</td><td></td></tr></table>		0	2	12	1		18	2	1	17		7	15	2	0		<table><tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr><tr><td>9</td><td></td><td>1</td><td>11</td></tr><tr><td>7</td><td>17</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>15</td><td></td></tr></table>		1	4	9	9		1	11	7	17		1	1	1	15		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>15</td><td></td><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td></td><td>19</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	15		5	1	1	5		19	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td>18</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>15</td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr></table>		12	1	1	1		18	2	1	6		18	15	1	1	
	1	11	2																																																																																																		
13		8	0																																																																																																		
4	2		19																																																																																																		
0	16	1																																																																																																			
	1	1	12																																																																																																		
16		4	1																																																																																																		
0	17		8																																																																																																		
1	1	15																																																																																																			
	0	2	12																																																																																																		
1		18	2																																																																																																		
1	17		7																																																																																																		
15	2	0																																																																																																			
	1	4	9																																																																																																		
9		1	11																																																																																																		
7	17		1																																																																																																		
1	1	15																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
15		5	1																																																																																																		
1	5		19																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
1		18	2																																																																																																		
1	6		18																																																																																																		
15	1	1																																																																																																			

Mutacja – mutagen rozmiaru 2x2, operacja na połowie populacji:

Quality: 8	Quality: 5	Quality: 6	Quality: 4	Quality: 7	Quality: 6																																																																																																
<table><tr><td></td><td>0</td><td>12</td><td>2</td></tr><tr><td>13</td><td></td><td>8</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td></td><td>19</td></tr><tr><td>0</td><td>17</td><td>0</td><td></td></tr></table>		0	12	2	13		8	0	4	2		19	0	17	0		<table><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>12</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>17</td><td></td><td>8</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>15</td><td></td></tr></table>		1	1	12	16		4	1	0	17		8	1	1	15		<table><tr><td></td><td>0</td><td>2</td><td>12</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td>18</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>17</td><td></td><td>7</td></tr><tr><td>15</td><td>2</td><td>0</td><td></td></tr></table>		0	2	12	1		18	2	1	17		7	15	2	0		<table><tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr><tr><td>9</td><td></td><td>1</td><td>11</td></tr><tr><td>7</td><td>17</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>15</td><td></td></tr></table>		1	4	9	9		1	11	7	17		1	1	1	15		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>16</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	1	6		18	16	1	0	
	0	12	2																																																																																																		
13		8	0																																																																																																		
4	2		19																																																																																																		
0	17	0																																																																																																			
	1	1	12																																																																																																		
16		4	1																																																																																																		
0	17		8																																																																																																		
1	1	15																																																																																																			
	0	2	12																																																																																																		
1		18	2																																																																																																		
1	17		7																																																																																																		
15	2	0																																																																																																			
	1	4	9																																																																																																		
9		1	11																																																																																																		
7	17		1																																																																																																		
1	1	15																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
1	6		18																																																																																																		
16	1	0																																																																																																			

Krzyżowanie – Jedna losowo wybrana para rodziców spośród populacji. Rodzice: Dzieci:

Quality: 8	Quality: 5	Quality: 6	Quality: 4	Quality: 7	Quality: 6																																																																																																
<table><tr><td></td><td>0</td><td>12</td><td>2</td></tr><tr><td>13</td><td></td><td>8</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td></td><td>19</td></tr><tr><td>0</td><td>17</td><td>0</td><td></td></tr></table>		0	12	2	13		8	0	4	2		19	0	17	0		<table><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>12</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>17</td><td></td><td>8</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>15</td><td></td></tr></table>		1	1	12	16		4	1	0	17		8	1	1	15		<table><tr><td></td><td>0</td><td>2</td><td>12</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td>18</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>17</td><td></td><td>7</td></tr><tr><td>15</td><td>2</td><td>0</td><td></td></tr></table>		0	2	12	1		18	2	1	17		7	15	2	0		<table><tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr><tr><td>9</td><td></td><td>1</td><td>11</td></tr><tr><td>7</td><td>17</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>15</td><td></td></tr></table>		1	4	9	9		1	11	7	17		1	1	1	15		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>16</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	1	6		18	16	1	0	
	0	12	2																																																																																																		
13		8	0																																																																																																		
4	2		19																																																																																																		
0	17	0																																																																																																			
	1	1	12																																																																																																		
16		4	1																																																																																																		
0	17		8																																																																																																		
1	1	15																																																																																																			
	0	2	12																																																																																																		
1		18	2																																																																																																		
1	17		7																																																																																																		
15	2	0																																																																																																			
	1	4	9																																																																																																		
9		1	11																																																																																																		
7	17		1																																																																																																		
1	1	15																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
1	6		18																																																																																																		
16	1	0																																																																																																			

DIV

	0	8	5
11		4	5
5	9		10
0	9	7	

REM

	1	0	1
0		1	1
1	1		0
1	0	1	

REM1

	1	0	0
0		0	1
1	0		0
0	0	1	

REM2

	0	0	1
0		1	0
0	1		0
1	0	0	

CHILD1

	1	8	5
11		4	6
6	9		10
0	0	8	

CHILD2

	0	8	6
11		5	5
5	10		10
1	9	7	

Quality: 6

	1	8	5
11		4	6
6	9		10
0	0	8	

Quality: 5

	1	1	12
16		4	1
0	17		8
1	1	15	

Quality: 6

	0	2	12
1		18	2
1	17		7
15	2	0	

Quality: 5

	0	8	6
11		5	5
5	10		10
1	9	7	

Quality: 7

	0	13	1
16		5	0
0	5		20
1	14	2	

Quality: 6

	12	1	1
0		19	2
1	6		18
16	1	0	

Wybór nowej elity, w przypadku braku poprawy zostaje ona bez zmian.

Quality: 6	Quality: 5	Quality: 6	Quality: 5	Quality: 7	Quality: 6																																																																																																
<table><tr><td></td><td>1</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>9</td><td></td><td>10</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	8	5	11		4	6	6	9		10	0	0	8		<table><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>12</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>17</td><td></td><td>8</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>15</td><td></td></tr></table>		1	1	12	16		4	1	0	17		8	1	1	15		<table><tr><td></td><td>0</td><td>2</td><td>12</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td>18</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>17</td><td></td><td>7</td></tr><tr><td>15</td><td>2</td><td>0</td><td></td></tr></table>		0	2	12	1		18	2	1	17		7	15	2	0		<table><tr><td></td><td>0</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td></td><td>10</td></tr><tr><td>1</td><td>9</td><td>7</td><td></td></tr></table>		0	8	6	11		5	5	5	10		10	1	9	7		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>16</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	1	6		18	16	1	0	
	1	8	5																																																																																																		
11		4	6																																																																																																		
6	9		10																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	1	1	12																																																																																																		
16		4	1																																																																																																		
0	17		8																																																																																																		
1	1	15																																																																																																			
	0	2	12																																																																																																		
1		18	2																																																																																																		
1	17		7																																																																																																		
15	2	0																																																																																																			
	0	8	6																																																																																																		
11		5	5																																																																																																		
5	10		10																																																																																																		
1	9	7																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
1	6		18																																																																																																		
16	1	0																																																																																																			

Selekcja – typ rankingowy:

Quality: 6	Quality: 6	Quality: 7	Quality: 6	Quality: 7	Quality: 6																																																																																																
<table><tr><td></td><td>1</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>9</td><td></td><td>10</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	8	5	11		4	6	6	9		10	0	0	8		<table><tr><td></td><td>1</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>9</td><td></td><td>10</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	8	5	11		4	6	6	9		10	0	0	8		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>16</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	1	6		18	16	1	0		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>16</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	1	6		18	16	1	0	
	1	8	5																																																																																																		
11		4	6																																																																																																		
6	9		10																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	1	8	5																																																																																																		
11		4	6																																																																																																		
6	9		10																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
1	6		18																																																																																																		
16	1	0																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
1	6		18																																																																																																		
16	1	0																																																																																																			

Iteracja 2 Wykonanie mutacji 2x2

Quality: 8	Quality: 7	Quality: 7	Quality: 6	Quality: 7	Quality: 8																																																																																																
<table><tr><td></td><td>1</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td>17</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>9</td><td></td><td>16</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	8	5	17		4	0	0	9		16	0	0	8		<table><tr><td></td><td>1</td><td>12</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>6</td><td>9</td><td></td><td>10</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	12	1	11		0	10	6	9		10	0	0	8		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>16</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	1	6		18	16	1	0		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	0	7		18	17	0	0	
	1	8	5																																																																																																		
17		4	0																																																																																																		
0	9		16																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	1	12	1																																																																																																		
11		0	10																																																																																																		
6	9		10																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
1	6		18																																																																																																		
16	1	0																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			

Wykonanie krzyżowania nie jest możliwe, ponieważ żadna z par rodziców nie spełnia odpowiednich wymagań. Operacja nie zmienia populacji. Następuje wybranie nowej elity

Quality: 8	Quality: 7	Quality: 7	Quality: 6	Quality: 7	Quality: 8																																																																																																
<table><tr><td></td><td>1</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td>17</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>9</td><td></td><td>16</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	8	5	17		4	0	0	9		16	0	0	8		<table><tr><td></td><td>1</td><td>12</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>6</td><td>9</td><td></td><td>10</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	12	1	11		0	10	6	9		10	0	0	8		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>16</td><td>1</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	1	6		18	16	1	0		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	0	7		18	17	0	0	
	1	8	5																																																																																																		
17		4	0																																																																																																		
0	9		16																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	1	12	1																																																																																																		
11		0	10																																																																																																		
6	9		10																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
1	6		18																																																																																																		
16	1	0																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			

Selekcja osobników

Quality: 8	Quality: 7	Quality: 7	Quality: 8	Quality: 7	Quality: 8																																																																																																
<table><tr><td></td><td>1</td><td>8</td><td>5</td></tr><tr><td>17</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>9</td><td></td><td>16</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	8	5	17		4	0	0	9		16	0	0	8		<table><tr><td></td><td>1</td><td>12</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>6</td><td>9</td><td></td><td>10</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		1	12	1	11		0	10	6	9		10	0	0	8		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	0	7		18	17	0	0		<table><tr><td></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr></table>		0	13	1	16		5	0	0	5		20	1	14	2		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	0	7		18	17	0	0	
	1	8	5																																																																																																		
17		4	0																																																																																																		
0	9		16																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	1	12	1																																																																																																		
11		0	10																																																																																																		
6	9		10																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			
	0	13	1																																																																																																		
16		5	0																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
1	14	2																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			

Iteracja 3 Wykonanie mutacji 2x2

Quality: 9	Quality: 8	Quality: 7	Quality: 9	Quality: 7	Quality: 8																																																																																																
<table><tr><td><div></div></td><td>0</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>17</td><td><div></div></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>10</td><td><div></div></td><td>15</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td><div></div></td></tr></table>	<div></div>	0	8	6	17	<div></div>	4	0	0	10	<div></div>	15	0	0	8	<div></div>	<table><tr><td><div></div></td><td>2</td><td>12</td><td>0</td></tr><tr><td>11</td><td><div></div></td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>6</td><td>8</td><td><div></div></td><td>11</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td><div></div></td></tr></table>	<div></div>	2	12	0	11	<div></div>	0	10	6	8	<div></div>	11	0	0	8	<div></div>	<table><tr><td><div></div></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td><div></div></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td><div></div></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td><div></div></td></tr></table>	<div></div>	0	13	1	16	<div></div>	5	0	0	5	<div></div>	20	1	14	2	<div></div>	<table><tr><td><div></div></td><td>12</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td><div></div></td><td>20</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td><div></div></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td><div></div></td></tr></table>	<div></div>	12	0	2	0	<div></div>	20	1	0	7	<div></div>	18	17	0	0	<div></div>	<table><tr><td><div></div></td><td>0</td><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td><div></div></td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td><div></div></td><td>20</td></tr><tr><td>1</td><td>14</td><td>2</td><td><div></div></td></tr></table>	<div></div>	0	13	1	16	<div></div>	5	0	0	5	<div></div>	20	1	14	2	<div></div>	<table><tr><td><div></div></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td><div></div></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td><div></div></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td><div></div></td></tr></table>	<div></div>	12	1	1	0	<div></div>	19	2	0	7	<div></div>	18	17	0	0	<div></div>
<div></div>	0	8	6																																																																																																		
17	<div></div>	4	0																																																																																																		
0	10	<div></div>	15																																																																																																		
0	0	8	<div></div>																																																																																																		
<div></div>	2	12	0																																																																																																		
11	<div></div>	0	10																																																																																																		
6	8	<div></div>	11																																																																																																		
0	0	8	<div></div>																																																																																																		
<div></div>	0	13	1																																																																																																		
16	<div></div>	5	0																																																																																																		
0	5	<div></div>	20																																																																																																		
1	14	2	<div></div>																																																																																																		
<div></div>	12	0	2																																																																																																		
0	<div></div>	20	1																																																																																																		
0	7	<div></div>	18																																																																																																		
17	0	0	<div></div>																																																																																																		
<div></div>	0	13	1																																																																																																		
16	<div></div>	5	0																																																																																																		
0	5	<div></div>	20																																																																																																		
1	14	2	<div></div>																																																																																																		
<div></div>	12	1	1																																																																																																		
0	<div></div>	19	2																																																																																																		
0	7	<div></div>	18																																																																																																		
17	0	0	<div></div>																																																																																																		

Wykonanie krzyżowania nie jest możliwe, ponieważ żadna z par rodziców nie spełnia odpowiednich wymagań. Operacja nie zmienia populacji. Następuje wybranie nowej elity oraz selekcja

Quality: 9	Quality: 8	Quality: 9	Quality: 9	Quality: 9	Quality: 8																																																																																																
<table><tr><td></td><td>0</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>17</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>10</td><td></td><td>15</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		0	8	6	17		4	0	0	10		15	0	0	8		<table><tr><td></td><td>2</td><td>12</td><td>0</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>6</td><td>8</td><td></td><td>11</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		2	12	0	11		0	10	6	8		11	0	0	8		<table><tr><td></td><td>0</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>17</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>10</td><td></td><td>15</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		0	8	6	17		4	0	0	10		15	0	0	8		<table><tr><td></td><td>12</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>20</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	0	2	0		20	1	0	7		18	17	0	0		<table><tr><td></td><td>12</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>20</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	0	2	0		20	1	0	7		18	17	0	0		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	0	7		18	17	0	0	
	0	8	6																																																																																																		
17		4	0																																																																																																		
0	10		15																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	2	12	0																																																																																																		
11		0	10																																																																																																		
6	8		11																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	0	8	6																																																																																																		
17		4	0																																																																																																		
0	10		15																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	12	0	2																																																																																																		
0		20	1																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			
	12	0	2																																																																																																		
0		20	1																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			

Iteracja 4 wykonanie mutacji

Quality: 9	Quality: 10	Quality: 8	Quality: 9	Quality: 10	Quality: 8																																																																																																
<table><tr><td></td><td>0</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>17</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>10</td><td></td><td>15</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		0	8	6	17		4	0	0	10		15	0	0	8		<table><tr><td></td><td>2</td><td>12</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td>21</td></tr><tr><td>17</td><td>8</td><td></td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		2	12	0	0		0	21	17	8		0	0	0	8		<table><tr><td></td><td>2</td><td>8</td><td>4</td></tr><tr><td>17</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>12</td><td></td><td>17</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		2	8	4	17		4	0	0	12		17	0	0	8		<table><tr><td></td><td>12</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>20</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	0	2	0		20	1	0	7		18	17	0	0		<table><tr><td></td><td>14</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>20</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		14	0	0	0		20	1	0	5		20	17	0	0		<table><tr><td></td><td>12</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	1	1	0		19	2	0	7		18	17	0	0	
	0	8	6																																																																																																		
17		4	0																																																																																																		
0	10		15																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	2	12	0																																																																																																		
0		0	21																																																																																																		
17	8		0																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	2	8	4																																																																																																		
17		4	0																																																																																																		
0	12		17																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	12	0	2																																																																																																		
0		20	1																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			
	14	0	0																																																																																																		
0		20	1																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			
	12	1	1																																																																																																		
0		19	2																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			

Selekcje oraz wybranie elity

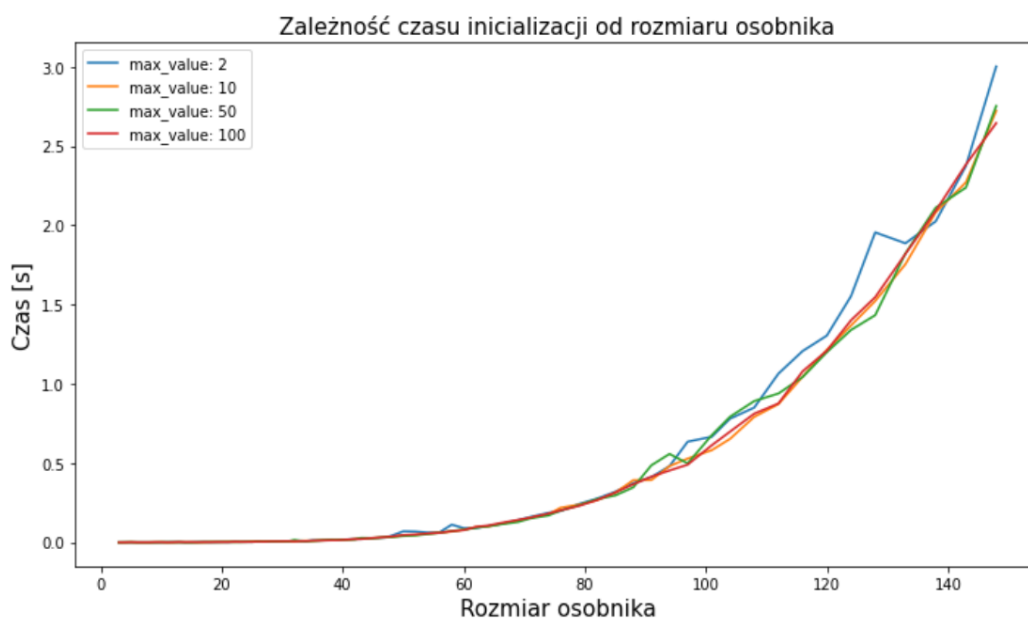
Quality: 9	Quality: 10	Quality: 10	Quality: 9	Quality: 10	Quality: 10																																																																																																
<table><tr><td></td><td>0</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>17</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>10</td><td></td><td>15</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		0	8	6	17		4	0	0	10		15	0	0	8		<table><tr><td></td><td>2</td><td>12</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td>21</td></tr><tr><td>17</td><td>8</td><td></td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		2	12	0	0		0	21	17	8		0	0	0	8		<table><tr><td></td><td>2</td><td>12</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>0</td><td>21</td></tr><tr><td>17</td><td>8</td><td></td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td></td></tr></table>		2	12	0	0		0	21	17	8		0	0	0	8		<table><tr><td></td><td>12</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>20</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>7</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		12	0	2	0		20	1	0	7		18	17	0	0		<table><tr><td></td><td>14</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>20</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		14	0	0	0		20	1	0	5		20	17	0	0		<table><tr><td></td><td>14</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>20</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td></td><td>20</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr></table>		14	0	0	0		20	1	0	5		20	17	0	0	
	0	8	6																																																																																																		
17		4	0																																																																																																		
0	10		15																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	2	12	0																																																																																																		
0		0	21																																																																																																		
17	8		0																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	2	12	0																																																																																																		
0		0	21																																																																																																		
17	8		0																																																																																																		
0	0	8																																																																																																			
	12	0	2																																																																																																		
0		20	1																																																																																																		
0	7		18																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			
	14	0	0																																																																																																		
0		20	1																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			
	14	0	0																																																																																																		
0		20	1																																																																																																		
0	5		20																																																																																																		
17	0	0																																																																																																			

Ze względu na różnice wynikające z losowości algorytmu, przeprowadzona „ręczna” symulacja różni się w krokach od generowanej symulacyjnie. Otrzymana wartość Quality: 10 jest równa co do wartości otrzymanej symulacyjnie. Dalsze wykonanie mutacji na populacji spowodowałoby pogorszenie rozwiązania, można więc wnioskować, że algorytm działa prawidłowo.

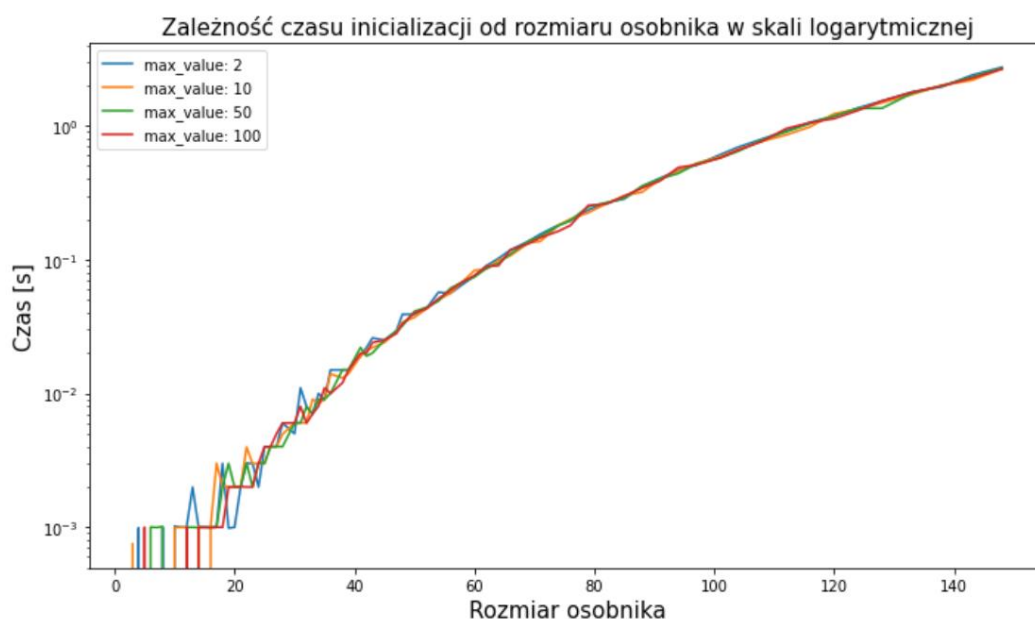
2. Testy inicjalizacji problemów

W pierwszej kolejności mierzymy czas tworzenia osobnika, aby zbadać dla jakich rozmiarów macierzy problem wykonuje się w zadowalającym czasie oraz aby dowiedzieć się jaki jest rząd złożoności czasowej pierwszej części algorytmu. Czas mierzony jest dla jednego osobnika, przyjmujemy, że tworzenie całej populacji jest równe krotności populacji z czasem.

Wszystkie testy zostały przeprowadzone na jednej maszynie. Wykonanie obliczeń na innej maszynie może skutkować innymi czasami obliczeń, jednakże charakterystyka zmienności zostanie zachowana.

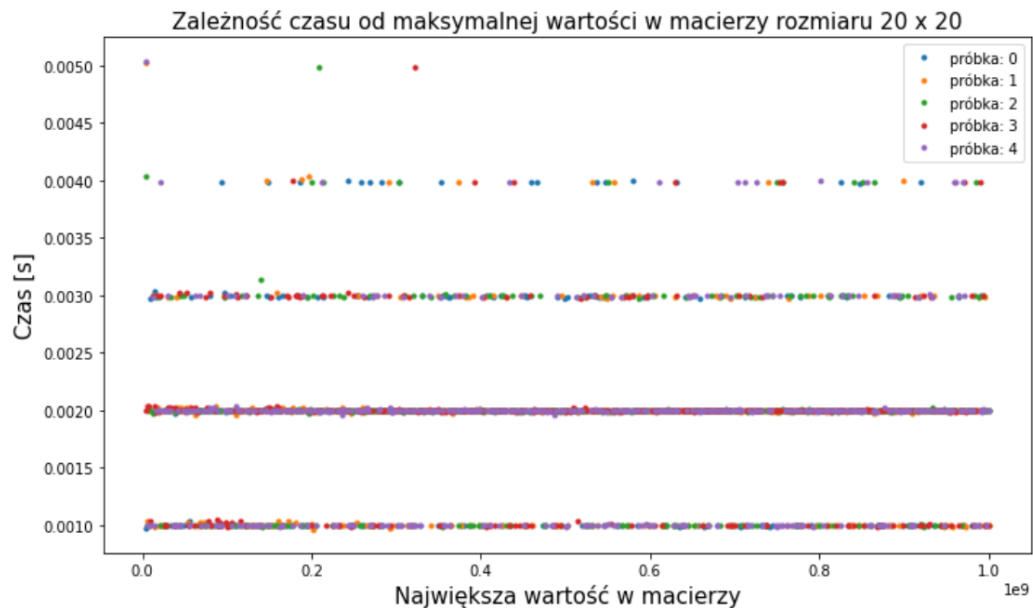


Dla powyższego testu widać, że dla 4 pomiarów tj. dla macierzy o maksymalnych wartościach z zakresu {2, 10, 50, 100} otrzymano wykres przypominający zależność x^2 aby upewnić się o charakterystyce czasowej przeskalowano oś czasu:



Dla załączonego przypadku widać, że rząd złożoności problemu inicjalizacji jest mniejszy od x^2 . Czas mniejszy od 0.01[s] uzyskujemy dla macierzy mniejszych od 30 x 30. Dla macierzy mniejszych rozmiarów można przyjąć, że inicjalizacja wykonuje się w rzetelnym czasie.

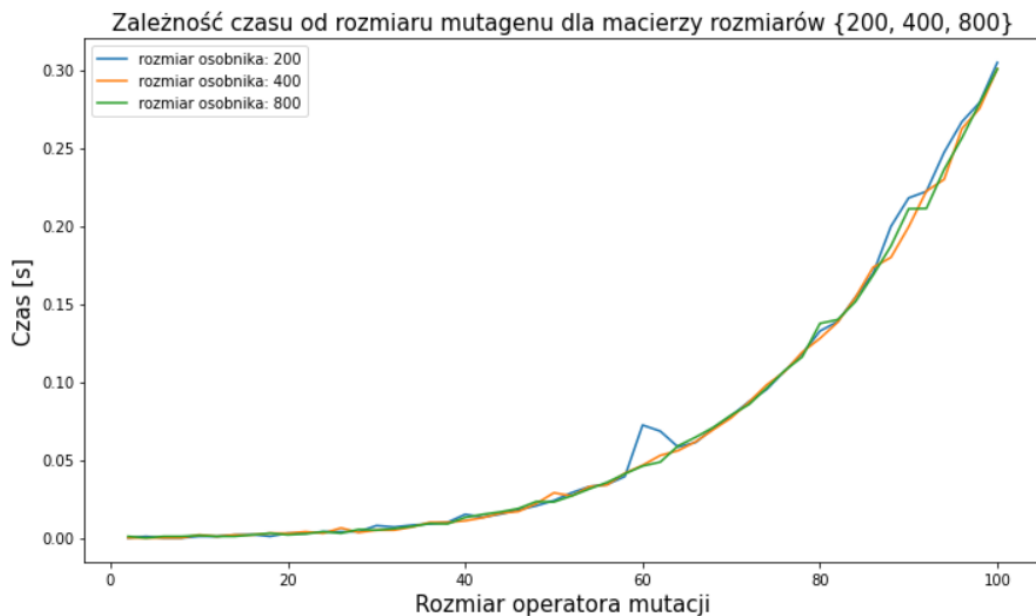
Badanie zależności czasu inicjalizacji od wartości znajdujących się w macierzy.



Na podstawie powyższego wykresu można zauważyć, że wartości w macierzy z zakresu od 0 do 10^9 przy stałym rozmiarze macierzy nie mają wpływu na czas inicjalizacji macierzy.

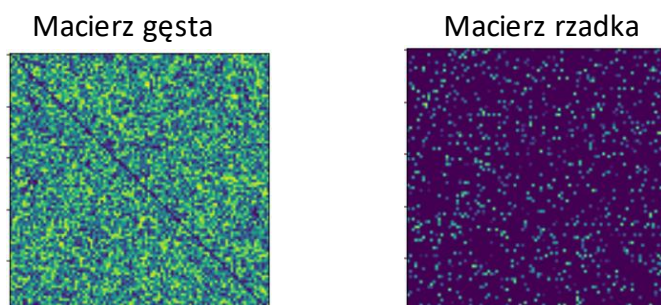
3. Testy operatora mutacji

Analiza czasowego działania operatora mutacji w zależności od rozmiaru macierzy oraz mutagenu.

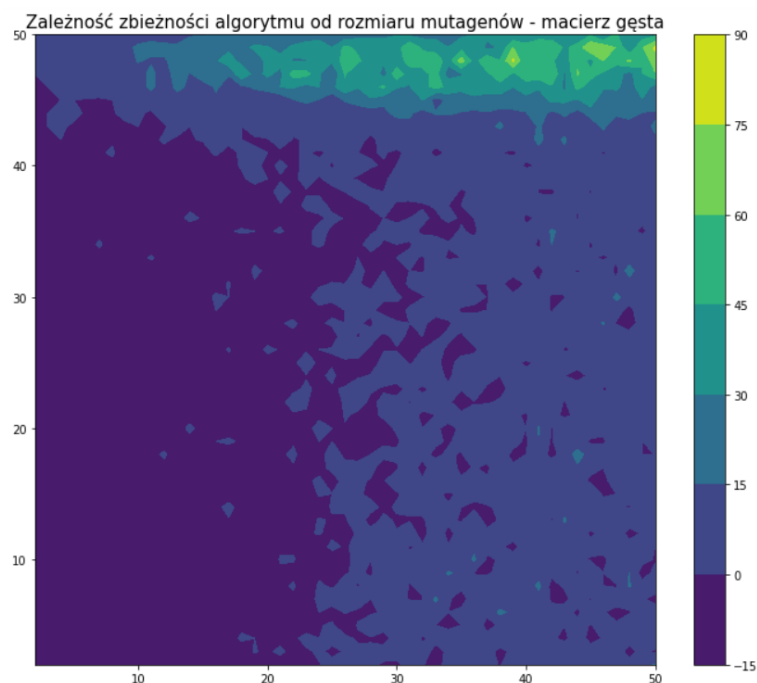


Można zauważyć, że dla każdego rozmiaru osobnika mutacja zachowuje się w ten sam sposób. Dla operatorów mniejszych od 20x20 czas wykonania jest zadowalający. Porównując to z inicjalizowaną macierzą musi on mieć rozmiar o połowę mniejszy od rozmiaru problemu, dlatego optymalnym będzie operator mniejszy od 15x15.

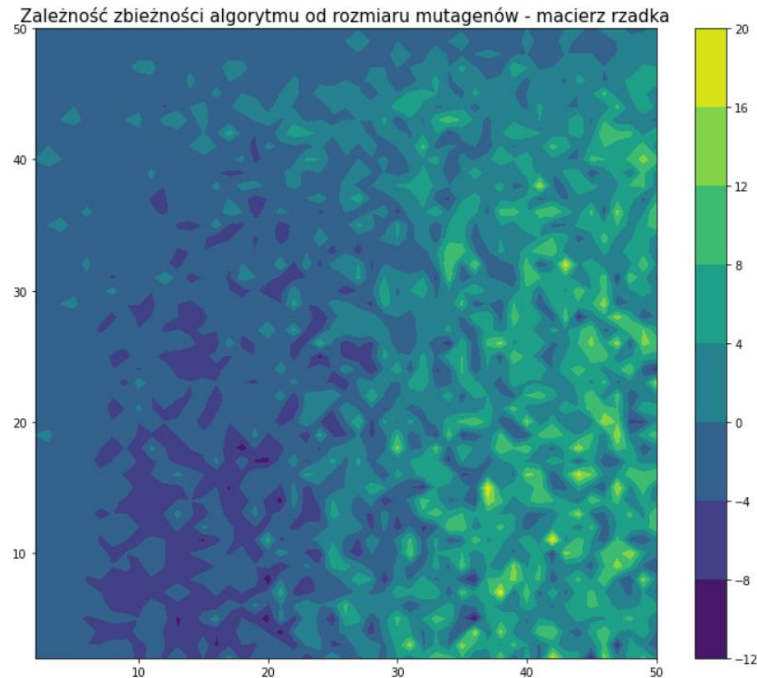
Dokładniejsza analiza przeprowadzona dla wszystkich operatorów mutacji dla macierzy 100x100. Macierze generowane są losowo, przedstawione zostaje jedno wykonanie testu jednak został on sprawdzony wielokrotnie i za każdym razem mimo dużej losowości algorytmu były podobne. Analizowane są dwa przypadki, macierzy gęstej oraz macierzy rzadkiej:



Otrzymana jest bitmapa przyrostu Quality w stosunku do początkowej wartości macierzy dla różnych rozmiarów operatorów mutacji. Przyrost Quality można interpretować w jaki sposób mutagen wpływa na zbieżność.



Dla gęstych macierzy małe operatory mogą powodować pogorszenie rozwiązania. Im większe operatory tym lepiej wpływają na zbieżność. Dla macierzy gęstej widać, że są to operatory rozmiarów 40-50 x 25-50. Co oznacza, że prostokątne operatory znacznie szybciej powodują zbieżność. Ale najlepszą zbieżność uzyskamy dla kwadratowych największych operatorów. Dla najlepszych operatorów obserwujemy przyrost Quality z zakresu od 75-90.

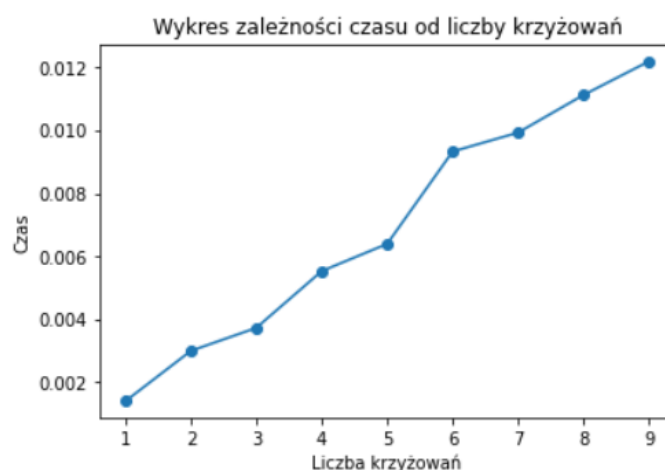


Dla macierzy rzadkich (po kilku iteracjach algorytmu) zbieżność słabnie, dla wygenerowanego przypadku wartość przyrostu Quality jest o 4 razy mniejsza, natomiast dobór mutagenu jest łatwiejsze, ponieważ wartości nie są skierowane w jeden punkt jednak są rozmyte na całej bitmapie.

4. Testy operatora krzyżowania

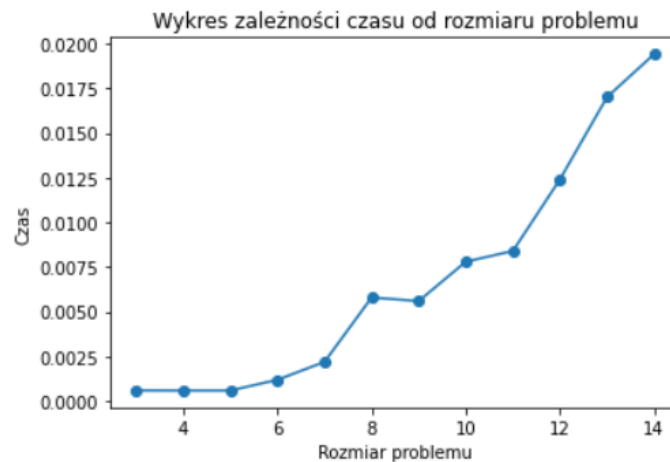
W celu przebadania operacji krzyżowania wykonane zostały trzy testy. Sprawdziliśmy jak liczba krzyżowań i rozmiar macierzy wpływają na złożoność czasową oraz jak sama operacja krzyżowania wpływa na zbieżność algorytmu. Dodatkowo zbadaliśmy zbieżność dla macierzy rzadkich.

W pierwszym teście sprawdziliśmy jak liczba krzyżowań wpływa na złożoność czasową. Test został wykonany dla losowo wygenerowanej populacji. Dla każdej liczby krzyżowań został powtórzony on 15 razy. Wynik końcowy to średnia arytmetyczna z uzyskanych wyników.



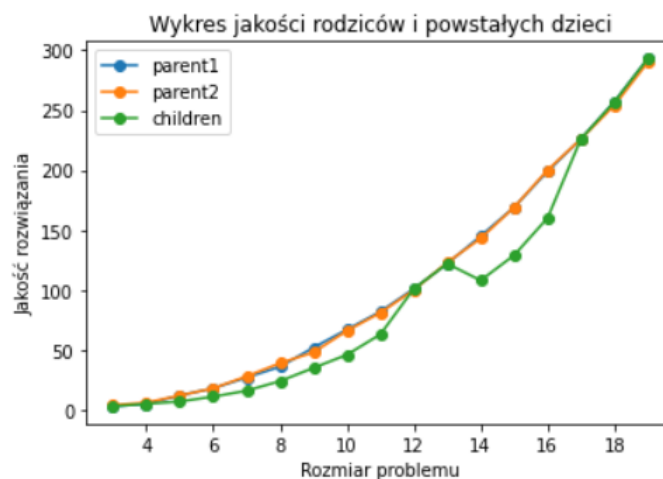
Po przeanalizowaniu wykresu dochodzimy do dość oczywistych i spodziewanych wniosków, iż im większa liczba krzyżowań tym czas ich wykonania rośnie.

W drugim teście sprawdziliśmy jak operacja krzyżowania radzi sobie dla różnych rozmiarów problemu. Test został wykonany dla macierzy w rozmiarach od 3x3 do 15x15. Dla każdej z nich test był powtórzony pięciokrotnie, a wynik przedstawiony na wykresie jest średnią arytmetyczną otrzymanych rezultatów.



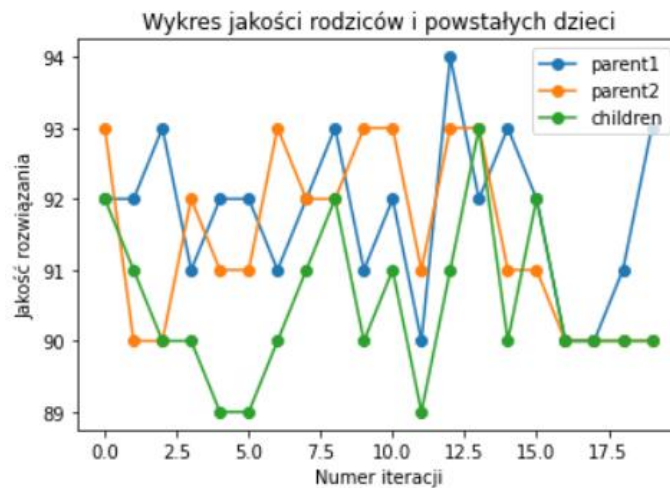
Po przeanalizowaniu wykresy możemy wysnuć wnioski, iż im większa macierz tym większa złożoność czasowa operacji krzyżowania. Obserwujemy także na wykresie „skok” czasowy dla macierzy o rozmiarze 8, 12 i 13, które wynoszą ponad 0,025 sekundy.

W kolejnym teście sprawdziliśmy jak operacja krzyżowania wpływa na jakość rozwiązania. Operacje krzyżowania przetestowaliśmy dla losowo wygenerowanej populacji o różnych rozmiarach. Na wykresie przedstawiona została zależność jakości rozwiązania dla rodziców i dzieci od rozmiaru problemu.



Jak można zauważyć z wykresu, operacja krzyżowania nie poprawia rozwiązania ani razu. Jakość rozwiązania potomnego może gorsza albo równa jakości rodziców. Dzięki takiej operacji możemy stworzyć rozwiązanie gorsze, aczkolwiek może ono zwiększyć różnorodność rozwiązań co ostatecznie prowadzi do rozwoju populacji.

W dodatkowym teście sprawdziliśmy jak operacja krzyżowania działa dla macierzy rzadkich. Na losowo wygenerowanej populacji osobników macierzy rzadkich przeprowadziliśmy dwadzieścia iteracji operacji krzyżowania. Macierze rzadkie posiadały 15% wartości niezerowych.



Z wykresu można odczytać, że do operacji krzyżowania brane były osobniki o różnej jakości od 90 do 93. Powstałe z nich dzieci nie osiągnęły jakości większej niż którykolwiek z rodziców. Najczęściej przyjmowały rozwiązania gorsze. Aczkolwiek, tak jak w przypadku testu trzeciego, gorsze rozwiązanie może zwiększyć różnorodność rozwiązania i prowadzić do rozwoju populacji.

5. Testy przebiegu algorytmu dla różnych zestawów parametrów

W kolejnym etapie sprawdziliśmy w jaki sposób dobór różnych wartości parametrów; rozmiaru elity, liczba mutacji oraz liczba krzyżowań wpływa na skuteczność działania algorytmu dla danej metody selekcji – to znaczy jaki najlepszy wynik dla stałego problemu wejściowego uda nam się uzyskać w 10 000 iteracjach. Taka liczba iteracji została wybrana na drodze kompromisu pomiędzy osiągnięciem rozwiązania jak najbliższego rozwiązaniu optymalnemu, a rozsądnym czasem trwania algorytmu.

Dla każdej z metod selekcji i każdego zestawu danych test powtórzyliśmy pięciokrotnie. Następnie wyliczyliśmy średnie, wartości maksymalne oraz mediany rozwiązań, a także przeprowadziliśmy bardziej szczegółową analizę zachowania algorytmu dla zmiany jednego z wymienionych powyżej parametrów.

Pierwszy test przeprowadziliśmy dla selekcji rankingowej, a wyniki zebraliśmy w tabeli:

METODA SELEKCJI - RANKINGOWA								
Rozmiar elity	Liczba mutacji	Liczba krzyżowań	Wyniki dla 10 000 iteracji					Średnia
			Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	
2	2	2	118	117	118	119	118	118.00
2	4	4	119	118	118	118	119	118.40
2	8	8	118	118	119	118	118	118.20
2	2	8	119	118	118	118	118	118.20
2	8	2	119	118	118	118	118	118.20
4	2	2	118	118	118	118	118	118.00
4	4	4	120	118	119	120	118	119.00
4	8	8	118	119	118	120	118	118.60
4	2	8	118	118	118	117	118	117.80
4	8	2	117	118	118	118	118	117.80
8	2	2	118	118	118	118	117	117.80
8	4	4	118	118	120	118	118	118.40
8	8	8	117	118	118	119	117	117.80
8	2	8	118	118	118	118	118	118.00
8	8	2	118	118	118	118	118	118.00

Dla tej metody selekcji optymalnym zestawem parametrów okazały się: rozmiar elity – 4, liczba mutacji – 4, liczba krzyżowań – 4. Prowadziły one zarówno do najwyższej średniej z 5 prób jak również jako jedyne dwukrotnie pozwoliły na uzyskanie wartości jakości na poziomie 120.

Drugi test przeprowadziliśmy dla selekcji turniejowej:

METODA SELEKCJI - TURNIEJOWA								
Rozmiar elity	Liczba mutacji	Liczba krzyżowań	Wyniki dla 10 000 iteracji					Średnia
			Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	
2	2	2	119	119	119	119	119	119.00
2	4	4	119	119	120	119	120	119.40
2	8	8	119	118	120	119	120	119.20
2	2	8	119	118	119	119	119	118.80
2	8	2	118	118	118	118	118	118.00
4	2	2	118	118	120	118	118	118.40
4	4	4	120	119	120	118	120	119.40
4	8	8	118	120	119	120	118	119.00
4	2	8	120	120	119	120	120	119.80
4	8	2	119	119	118	119	119	118.80
8	2	2	119	118	119	119	119	118.80
8	4	4	119	119	119	119	119	119.00
8	8	8	119	119	119	120	119	119.20
8	2	8	120	119	119	120	120	119.60
8	8	2	118	118	120	118	118	118.40

W tym przypadku optymalnym zestawem parametrów okazały się: rozmiar elity – 4, liczba mutacji – 2, liczba krzyżowań – 8. Prowadziły one do najwyższej średniej w 5 próbach (wyższej niż w najlepszym przypadku dla selekcji rankingowej) oraz do uzyskania jakości na poziomie 120 w aż 4 próbach.

Trzeci test przeprowadziliśmy dla ostatniej z zaimplementowanych metod selekcji – metody koła ruletki:

METODA SELEKCJI - KOŁO RULETKI								
Rozmiar elity	Liczba mutacji	Liczba krzyżowań	Wyniki dla 10 000 iteracji					Średnia
			Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	
2	2	2	118	119	119	118	119	118.60
2	4	4	118	118	119	119	119	118.60
2	8	8	118	118	119	118	118	118.20
2	2	8	119	119	119	119	118	118.80
2	8	2	119	119	118	118	119	118.60
4	2	2	118	120	118	118	118	118.40
4	4	4	118	118	118	118	119	118.20
4	8	8	119	118	118	119	118	118.40
4	2	8	118	120	117	118	118	118.20
4	8	2	120	119	118	119	119	119.00
8	2	2	120	119	118	118	119	118.80
8	4	4	118	118	118	118	119	118.20
8	8	8	119	118	118	118	118	118.20
8	2	8	118	118	118	118	118	118.00
8	8	2	118	118	118	118	118	118.00

W tym przypadku optymalnym zestawem parametrów okazały się: rozmiar elity – 4, liczba mutacji – 8, liczba krzyżowań – 2. Prowadziły one do takiej samej średniej w 5 próbach jak optymalne parametry dla selekcji rankingowej jednak quality na poziomie 120 uzyskane zostało jedynie w 1 z prób.

Podsumowując tę część testów:

PARAMETRY NAJLEPSZEGO WYNIKU DLA UŚREDNIONYCH 5 PRÓB				
Metoda selekcji	Rozmiar elity	Liczba mutacji	Liczba krzyżowań	Wynik
Turniejowa	4	2	8	119.80

W kolejnym kroku postanowiliśmy dogłębniej zbadać wyniki dla poszczególnych metod selekcji:

METODY SELEKCJI - PODSUMOWANIE				
Metoda	Max. w 1 próbie	Max. z 5 prób	Mediana	Średnia
Rankingowa	120	119.00	118.00	118.15
Turniejowa	120	119.80	119.00	118.99
Koła ruletki	120	119.00	118.40	118.41

Powyższe wyniki pokazują, że każda z metod selekcji jest w stanie doprowadzić do osiągnięcia tak samo dobrego rozwiązania – o quality równym 120.

Biorąc jednak pod uwagę wartości maksymalne ze wszystkich testów dla każdej z metod selekcji, a także średnią i medianę wyników zdecydowanie najlepiej działającą okazuje się selekcja turniejowa.

Następnie analogiczne statystyki policzyliśmy dla całych zestawów parametrów:

ZESTAWY PARAMETRÓW - PODSUMOWANIE						
Rozmiar elity	Liczba mutacji	Liczba krzyżowań	Max. w 1 próbie	Max. z 5 prób	Mediana	Średnia
2	2	2	119	119.00	118.60	118.53
2	4	4	120	119.40	118.60	118.80
2	8	8	120	119.20	118.20	118.53
2	2	8	119	118.80	118.80	118.60
2	8	2	119	118.60	118.20	118.27
4	2	2	120	118.40	118.40	118.27
4	4	4	120	119.40	119.00	118.87
4	8	8	120	119.00	118.60	118.67
4	2	8	120	119.80	118.20	118.60
4	8	2	120	119.00	118.80	118.53
8	2	2	120	118.80	118.80	118.47
8	4	4	120	119.00	118.40	118.53
8	8	8	120	119.20	118.20	118.40
8	2	8	120	119.60	118.00	118.53
8	8	2	120	118.40	118.00	118.13

Maksymalnego wyniku w jednej próbie równego 120 nie udało się uzyskać jedynie dla zestawów parametrów, gdzie liczba krzyżowań i/lub liczba mutacji wynosiła 2 oraz rozmiar elity również wynosił 2.

Najwyższe maksimum w 5 próbach zostało uzyskane dla: rozmiaru elity - 4, liczby mutacji – 2, liczby krzyżowań – 8.

Z kolei największa mediana oraz średnia wystąpiła dla rozmiaru elity, liczby mutacji oraz liczby krzyżowań równych 4.

Z ostatnich dwóch rozważań można wysnuć wniosek, że najlepsze wyniki są tam, gdzie rozmiar elity wynosi 4, aby to zweryfikować móc wyciągnąć podobne wnioski dla liczby mutacji oraz liczby krzyżowań przeprowadziliśmy 3 kolejne analizy:

ROZMIAR ELITY - PODSUMOWANIE				
Rozmiar	Max. w 1 próbie	Max. z 5 prób	Mediana	Średnia
2	120	119.40	118.60	118.55
4	120	119.80	118.40	118.59
8	120	119.60	118.20	118.41

LICZBA KRZYŻOWAŃ - PODSUMOWANIE				
Liczba	Max. w 1 próbie	Max. z 5 prób	Mediana	Średnia
2	120	118.20	118.40	118.37
4	120	119.40	118.60	118.73
8	120	119.80	118.30	118.56

LICZBA MUTACJI - PODSUMOWANIE				
Liczba	Max. w 1 próbie	Max. z 5 prób	Mediana	Średnia
2	120	119.80	118.40	118.50
4	120	119.40	118.60	118.73
8	120	119.20	118.30	118.42

Dla każdego z parametrów i dla każdej z jego wartości przy odpowiednim doborze pozostałych parametrów jesteśmy w stanie osiągnąć takie samo maksimum – 120.

Elita równa 4 prowadzi do uzyskania największego maksimum z 5 prób jak również do najwyższej średniej ze wszystkich przeprowadzonych prób, a zatem wydaje się najrozsądniejszym wyborem.

Analiza wyników dla liczby krzyżowań oraz liczby mutacji nie prowadzi już do tak jednoznacznych wniosków. Wartości maksymalne w 5 próbach uzyskujemy dla 8 krzyżowań oraz 2 mutacji na iterację. Wartości średnie oraz mediany uzyskujemy natomiast dla 4 krzyżowań i dla 4 mutacji na iterację algorytmu.

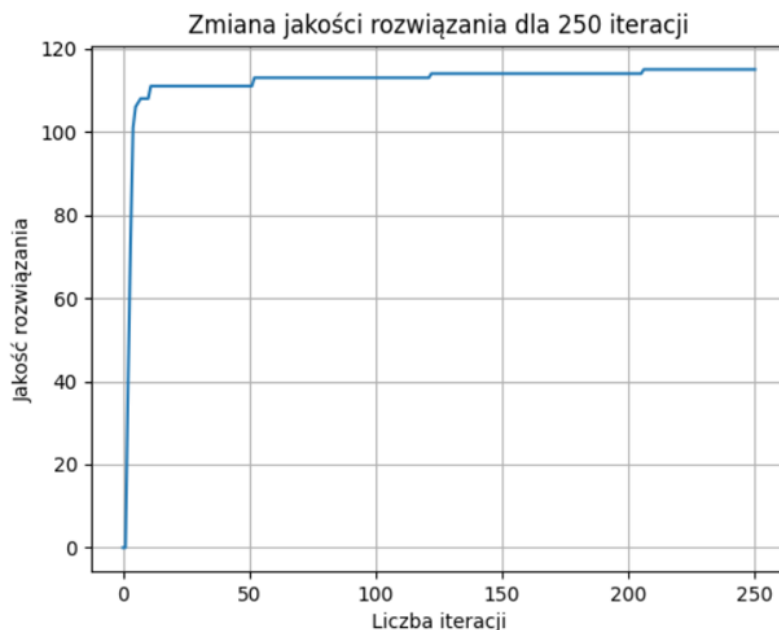
A zatem dobór tych dwóch parametrów może zależeć od preferencji użytkownika – czy oczekuje on powtarzalnego, jak najlepszego działania algorytmu w wielu iteracjach czy może jednak jest on gotowy na bardziej rozbieżne wyniki, ale wyższe w pojedynczych iteracjach.

6. Testy zmiany najlepszego rozwiązania dla poszczególnych metod selekcji

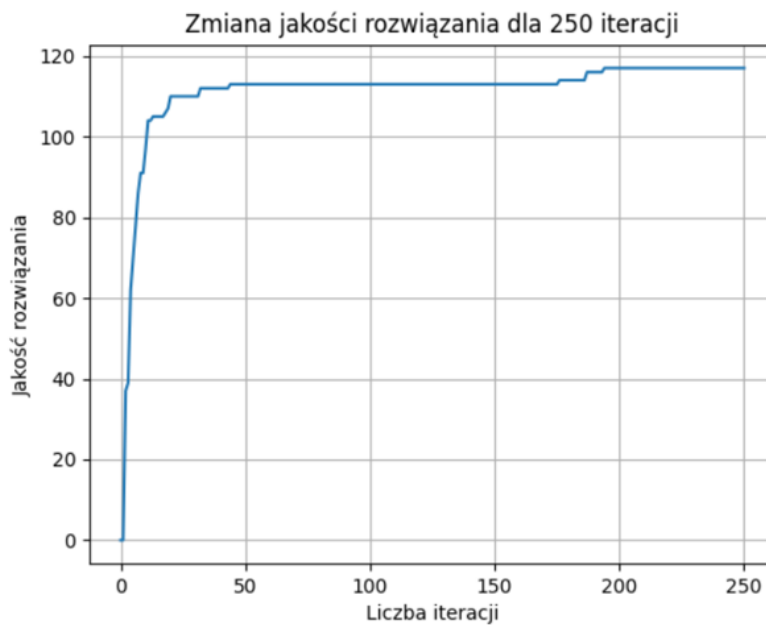
W kolejnym teście wybraliśmy zestaw parametrów, który prowadził do najlepszego maksimum w 5 próbach oraz sprawdziliśmy w jaki sposób zmienia się jakość najlepszego rozwiązania dla każdej z metod selekcji.

Wyniki prezentowały się różnie, nie zawsze były one jednakowe ani nawet przewidywalne jednak ogólne, najczęściej powtarzające się tendencje przedstawiają poniższe wyniki.

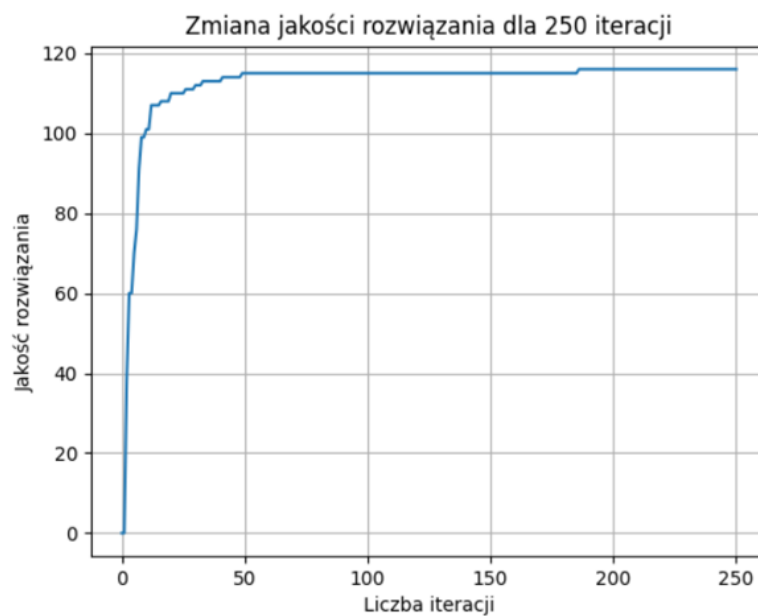
Selekcja rankingowa:



Selekcja turniejowa:



Selekcja koła ruletki:



W selekcji rankingowej występuje najbardziej wyraźny wzrost w pierwszych iteracjach, następne poprawy jakości rozwiązania pojawiają się w miarę równych odstępach liczby iteracji.

W selekcji turniejowej wzrost jakości w pierwszych iteracjach jest delikatnie łagodniejszy, natomiast następne poprawy rozwiązania następują w bliskich odstępach od siebie.

W selekcji koła ruletki osiągamy najlepsze wyniki dla niewielkiej liczby iteracji np. 50 jednak dalsza poprawa następuje bardzo rzadko.

7. Test dla rozwiązania optymalnego:

W teście macierz wejściowa rozmiaru 12×12 ma na przekątnej wartości równe 100, wartość długu oraz do oddania są równe dla każdej osoby. Nasz problem nie rozwiązuje problemu pod kontem braku przelewu między osobami jednak powinien nie pogorszyć ilości przelewów w stosunku do problemu początkowego.

Początkowe $Quality = 12^2 - 12 = 132$.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0
0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Wynik zostaje znaleziony w pierwszej iteracji i posiada Quality 132. Natomiast wartości w problemie pozostają przemieszane.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0
0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0
0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0
0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0
0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Dodatkowy test zachowania algorytmu dla macierzy zawierającej trzy pod problemy. Zostały one zaznaczone w macierzy wejściowej.

0	0	0	0	0	0	0	0	3	8	54	83
0	0	0	0	0	0	0	0	51	3	2	33
0	0	0	0	0	0	0	0	21	8	1	11
0	0	0	0	0	0	0	0	44	3	32	7
0	0	0	0	0	5	22	41	0	0	0	0
0	0	0	0	33	0	23	2	0	0	0	0
0	0	0	0	12	33	0	5	0	0	0	0
0	0	0	0	23	5	55	0	0	0	0	0
23	12	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0
5	14	55	9	0	0	0	0	0	0	0	0
12	4	12	1	0	0	0	0	0	0	0	0
33	2	2	13	0	0	0	0	0	0	0	0

Wynikiem działania algorytmu jest macierz, w której osoby wykonują przelewy do osób z którymi pierwotnie nie miały bezpośredniego kontaktu. Natomiast ostateczne rozwiązanie jest lepsze od początkowego.

0	0	0	6	0	0	0	32	0	0	62	48
8	0	0	0	20	43	0	0	12	0	0	6
0	0	0	0	0	0	0	0	41	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	8	18
0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	62
0	32	11	0	0	0	0	0	0	15	0	0
0	0	23	20	0	0	0	0	0	7	0	0
0	0	0	0	0	0	83	0	0	0	0	0
0	0	0	0	36	0	0	6	0	0	0	0
65	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	17	0	12	0	0	0	0	0	0	0
0	0	4	0	0	0	17	10	0	0	19	0

Podsumowanie

Wnioski

- Algorytm doskonale radzi sobie z problemem przelewowym, znajduje stosunkowo dobre rozwiązania w krótkim czasie
- Dokonując nieznacznych modyfikacji algorytmu jesteśmy w stanie zastosować go dla innych zagadnień
- Dobierając parametry algorytmu oraz rekonstruując funkcję celu według potrzeb można starać się o komercyjne zastosowanie algorytmu

Stwierdzone problemy

- Przeważający czas trwania inicjalizacji problemu początkowego w stosunku do czasu trwania pełnej iteracji
- Znaczny wzrost czasu trwania algorytmu wraz ze wzrostem rozmiaru problemu wejściowego, rozmiaru mutagenu oraz liczby przeprowadzonych mutacji i krzyżowań
- Trudności w doborze optymalnych wartości parametrów algorytmu, dodatkowy wpływ ewolucji problemu na skuteczność zastosowanych operatorów

Kierunki dalszego rozwoju

Nasz problem przelewowy można rozszerzyć o przelewy tradycyjne. Wtedy będziemy minimalizować też czas wszystkich przelewów oraz ich liczbę. Będzie to rozwiązanie bardziej uniwersalne oraz będzie można z niego korzystać w każdym kraju. Wiąże się to jednak z całkowitą zmianą funkcji celu oraz dodatkowymi ograniczeniami.