# ПИД РЕГУЛЯТОР, ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ И ИХ НАЗНАЧЕНИЕ

Пропорционально-интегрально-дифференцирующий (ПИД) регулятор – устройство в управляющем контуре с обратной связью. Используется в системах автоматического управления для формирования управляющего сигнала с целью получения необходимых точности и качества переходного процесса. ПИД-регулятор формирует управляющий сигнал, являющийся суммой трёх слагаемых, первое из которых пропорционально разности входного сигнала и сигнала обратной связи (сигнал рассогласования), второе – интеграл сигнала рассогласования, третье – производная сигнала рассогласования.

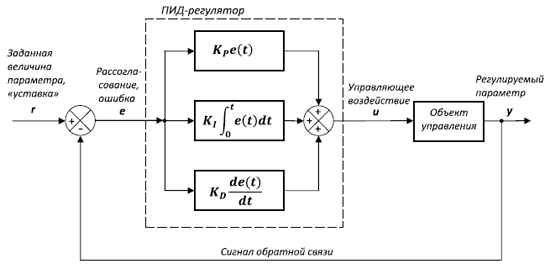


Рисунок 1 — Принципиальная схема ПИД регулятора

Пропорциональная составляющая

Пропорциональная составляющая вырабатывает выходной сигнал, противодействующий отклонению регулируемой величины от заданного значения, наблюдаемому в данный момент времени. Он тем больше, чем больше это отклонение. Если входной сигнал равен заданному значению, то выходной равен нулю.

,

где  ­- коэффициент пропорциональной составляющей

 - величина рассогласования, ошибка регулирования

Однако при использовании только пропорционального регулятора значение регулируемой величины никогда не стабилизируется на заданном значении. Существует так называемая статическая ошибка, которая равна такому отклонению регулируемой величины, которое обеспечивает выходной сигнал, стабилизирующий выходную величину именно на этом значении. Например, в регуляторе температуры выходной сигнал (мощность нагревателя) постепенно уменьшается при приближении температуры к заданной, и система стабилизируется при мощности, равной тепловым потерям. Температура не может достичь заданного значения, так как в этом случае мощность нагревателя станет равна нулю, и он начнёт остывать.

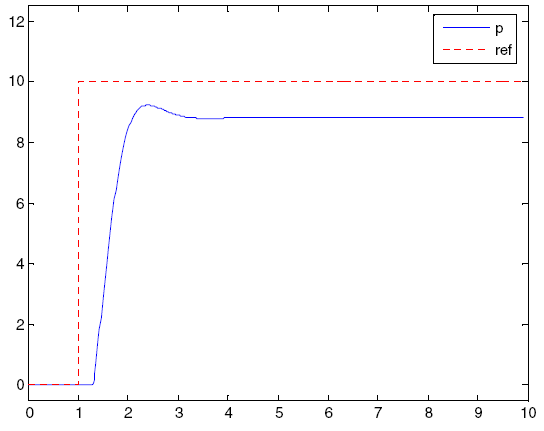


Рисунок 2 — Отклик П регулятора на единичный сигнал

Чем больше коэффициент пропорциональности между входным и выходным сигналом (коэффициент усиления), тем меньше статическая ошибка, однако при слишком большом коэффициенте усиления при наличии задержек (запаздывания) в системе могут начаться автоколебания, а при дальнейшем увеличении коэффициента система может потерять устойчивость.

### Интегрирующая составляющая

Интегрирующая составляющая пропорциональна интегралу по времени от отклонения регулируемой величины. Её используют для устранения статической ошибки. Она позволяет регулятору со временем учесть статическую ошибку.

 При пропорциональном регулировании выходной сигнал регулятора изменяется пропорционально изменению входного сигнала. Когда изменения на вводе прекращаются, вывод регулятора также перестает изменяться, это приводит к появлению неустранимой пропорциональным регулятором статической ошибке. Когда в процесс регулирования к пропорциональной составляющей добавляется интегральная, регулятор продолжает корректировать вывод до полного возврата регулируемой переменной процесса к заданной. Интегральное регулирование добавляет корректирующее действие к пропорциональному действию. Тем не менее, интегрирующая составляющая также может приводить к автоколебаниям при неправильном выборе её коэффициента.

,

где  ­- коэффициент интегральной составляющей.

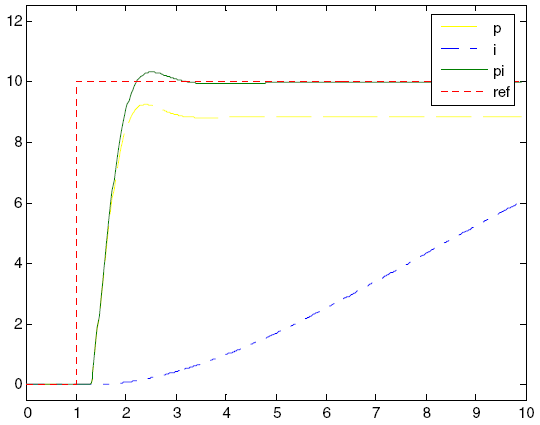


Рисунок 3 — Отклик И - и ПИ-регулятора на единичный сигнал

### Дифференцирующая составляющая

Дифференцирующая составляющая пропорциональна темпу изменения отклонения регулируемой величины и предназначена для противодействия отклонениям от целевого значения, которые прогнозируются в будущем. Отклонения могут быть вызваны внешними возмущениями или запаздыванием воздействия регулятора на систему.

Как и в случае интегрального регулирования, дифференциальное регулирование не существует непосредственно само по себе: оно всегда объединяется с пропорциональным регулированием. При дифференциальной составляющей, добавленной к пропорциональному регулятору, когда происходит изменение регулируемой переменной, регулятор измеряет скорость изменения и производит мгновенное наращивание пропорционального выходного сигнала.

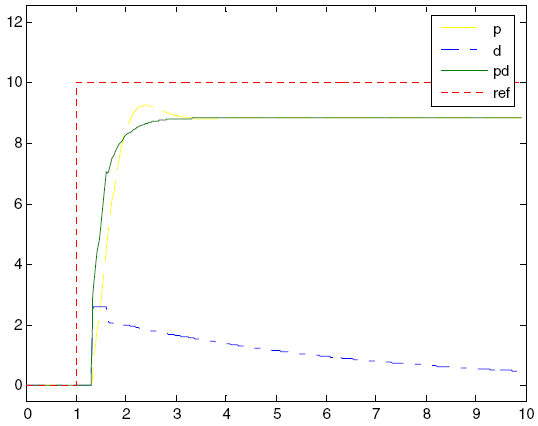


Рисунок 4 — Отклик Д - и ПД-регулятора на единичный сигнал

Эта составляющая противодействует изменению входного сигнала регулятора (регулируемой переменной процесса) и пытается останавливать изменения, как только они обнаружены. Когда изменения входного сигнала прекращаются, корректирующее воздействие, производимое дифференциальным регулятором, исчезает, и остается только часть выходного сигнала, выработанная пропорциональным регулятором.

,

где  ­- коэффициент дифференциальной составляющей.

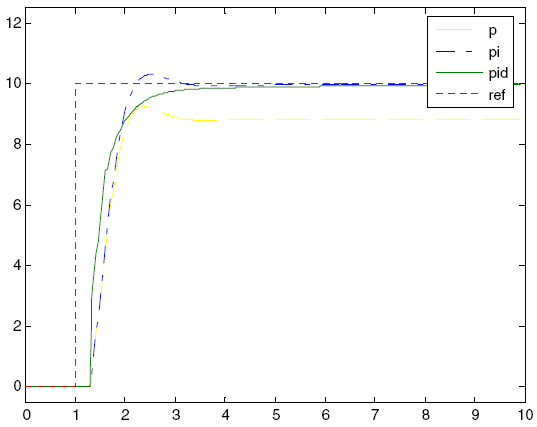


Рисунок 4 — Отклик П, ПИ и ПИД-регулятора на единичный сигнал

Собрав все составляющие вместе, мы получаем формулу непрерывного ПИД регулятора:

,

далее преобразовываем в операторную форму по Лапласу:



Дискретная форма регулятора

Непрерывные переменные удобно использовать для анализа и синтеза ПИД регуляторов. Для технического воплощения необходимо перейти к дискретной форме уравнений, поскольку основой всех регуляторов является микроконтроллер, контроллер или компьютер, который оперирует с переменными, полученными из аналоговых сигналов после их дискретизации по времени и дискретизации по уровню. Вследствие конечного времени вычисления управляющего воздействия в микроконтроллере и задержки аналого-цифрового преобразования между моментом поступления аналогового сигнала на вход регулятора и появлением управляющего воздействия на его выходе появляется нежелательная задержка, которая увеличивает общую задержку в контуре регулирования и снижает запас устойчивости. Основным эффектом, который появляется при дискретизации и который часто «открывают заново», является появление алиасных частот в спектре дискретного сигнала в случае, когда частота дискретизации недостаточно высока.

Аналогичный эффект возникает при киносъёмке вращающегося колеса автомобиля. Частота алиасного сигнала равно разности между частотой помехи и частотой квантования. При этом высокочастотный сигнал помехи смещается в низкочастотную область, где накладывается на полезный сигнал и создаёт большие проблемы, поскольку отфильтровать его на этой стадии невозможно. Для устранения алиасного эффекта перед входом аналого-цифрового преобразователя необходимо установить аналоговый фильтр, который бы ослаблял помеху, по крайней мере, на порядок на частоте, равной половине частоты дискретизации. Обычно используют фильтр Баттерворта второго или более высокого порядка. Вторым вариантом решения проблемы является увеличение частоты дискретизации так, чтобы она, по крайней мере, в 2 раза была выше максимальной частоты спектра помехи.

Это позволяет применить после дискретизации цифровой фильтр нижних частот. При такой частоте дискретизации полученный цифровой сигнал с точки зрения количества информации полностью эквивалентен аналоговому, и все свойства аналогового регулятора можно распространить на цифровой.

Погрешность дифференцирования и шум

Проблема численного дифференцирования является достаточно старой и общей как в цифровых, так и в аналоговых регуляторах. Суть её заключается в том, что производная вычисляется обычно как разность двух близких по величине переменных, поэтому относительная погрешность производной всегда оказывается больше, чем относительная погрешность численного представления дифференцируемой переменной. В частности, если на вход дифференциатора поступает синусоидальный сигнал , то на выходе получим , то есть с ростом частоты ω увеличивается амплитуда сигнала на выходе дифференциатора. Иначе говоря, дифференциатор усиливает высокочастотные помехи, короткие выбросы и шум. Если помехи, усиленные дифференциатором, лежат за границей диапазона рабочих частот ПИД регулятора, то их можно ослабить с помощью фильтра верхних частот. Cтруктурная реализация дифференциатора с фильтром показана на Рисунке 1

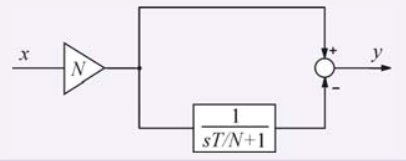


Рисунок 1 — Структурная схема дифференциатора с фильтром

,

то есть передаточная функция полученного дифференциатора  может быть представлена в виде произведения передаточной функции идеального дифференциатора и передаточной функции фильтра первого порядка:



где коэффициент N задаёт граничную частоту фильтра и обычно выбирается равным 2...20, s — комплексная частота.



Кроме шумов дифференцирования, на характеристики ПИД регулятора влияют шумы измерений. Через цепь обратной связи эти шумы поступают на вход системы и затем проявляются как дисперсия управляющей переменной u. Высокочастотные шумы вредны тем, что вызывают ускоренный износ трубопроводов и электродвигателей. Поскольку объект управления обычно является низкочастотным фильтром, шумы измерений редко проникают по контуру регулирования на выход системы. Однако они увеличивают погрешность измерений и снижают точность регулирования.

Переход к конечно-разностным уравнениям.

Переход к дискретным переменным в уравнениях аналогового регулятора выполняется путём замены операторов производных и интегралов их дискретными аналогами. Существует множество способов аппроксимации производных и интегралов их дискретными аналогами, которые изложены в курсах численных методов решения дифференциальных уравнений. В ПИД регуляторах наиболее распространёнными являются простейшие виды аппроксимации производной конечной разностью и интеграла – конечной суммой. В данной работе будет использоваться билинейное преобразование (метод трапеций), используемое для преобразования передаточной функции линейной стационарной системы непрерывной формы в передаточную функцию линейной системы в дискретной форме. Оно отображает точки -оси, , на s-плоскости в окружность единичного радиуса | z | = 1   {\displaystyle |z|=1\ } , на z-плоскости.

Билинейное преобразование представляет собой функцию, аппроксимирующую натуральный логарифм, который является точным отображением z-плоскости на s-плоскость. При применении преобразования Лапласа над дискретным сигналом (представляющего последовательность отсчётов), результатом является z-преобразование с точностью до замены переменных:

 ,

где Т период квантования

Аппроксимация, приведённая выше и является билинейным преобразованием. Обратное преобразование из s-плоскости в z-плоскость и его билинейная аппроксимация записываются следующим образом:



Билинейное преобразование использует это соотношения для замены передаточной функции непрерывной системы H a ( s )   {\displaystyle H\_{a}(s)\ } на её дискретный аналог:



Далее преобразовываем передаточную функцию ПИД регулятора:

,

Это формула будет использована в при расчете ПИД регулятора в математическом пакете Matlab Simulink.



Величина периода квантования T выбирается как можно меньше, это улучшает качество регулирования. Для обеспечения хорошего качества регулирования он не должен быть больше чем 1/15...1/6 от времени установления переходной характеристики объекта по уровню 0,95 или 1/4...1/6 от величины транспортной задержки. Однако при увеличении частоты квантования более чем в 2 раза по сравнению с верхней частотой спектра возмущающих сигналов дальнейшего улучшения качества регулирования не происходит. Если на входе регулятора нет антиалиасного фильтра, то частоту квантования выбирают в 2 раза выше верхней граничной частоты спектра помехи, чтобы использовать цифровую фильтрацию. Необходимо учитывать также, что исполнительное устройство должно успеть отработать за T. Если контроллер используется не только для регулирования, но и для аварийной сигнализации, то период квантования не может быть меньше, чем допустимая задержка срабатывания сигнала аварии. При малом периоде квантования увеличивается погрешность вычисления производной.

ПОСТРОЕНИЕ СХЕМЫ ПИД  РЕГУЛЯТОРА

Передаточная функция насос-регулятора состоит из передаточных функций дозирующей иглы  и клапана постоянного перепада давления  соединенных последовательно:

,

где ;

;

 - изменение дозируемого расхода топлива, кг/ч;

 - изменение тока управления, мА;

 - изменение перемещения датчика положения дозирующей иглы, см;

 = (0.032±0.012) – коэффициент усиления по перемещению дозирующей иглы, см/(мА⋅с);

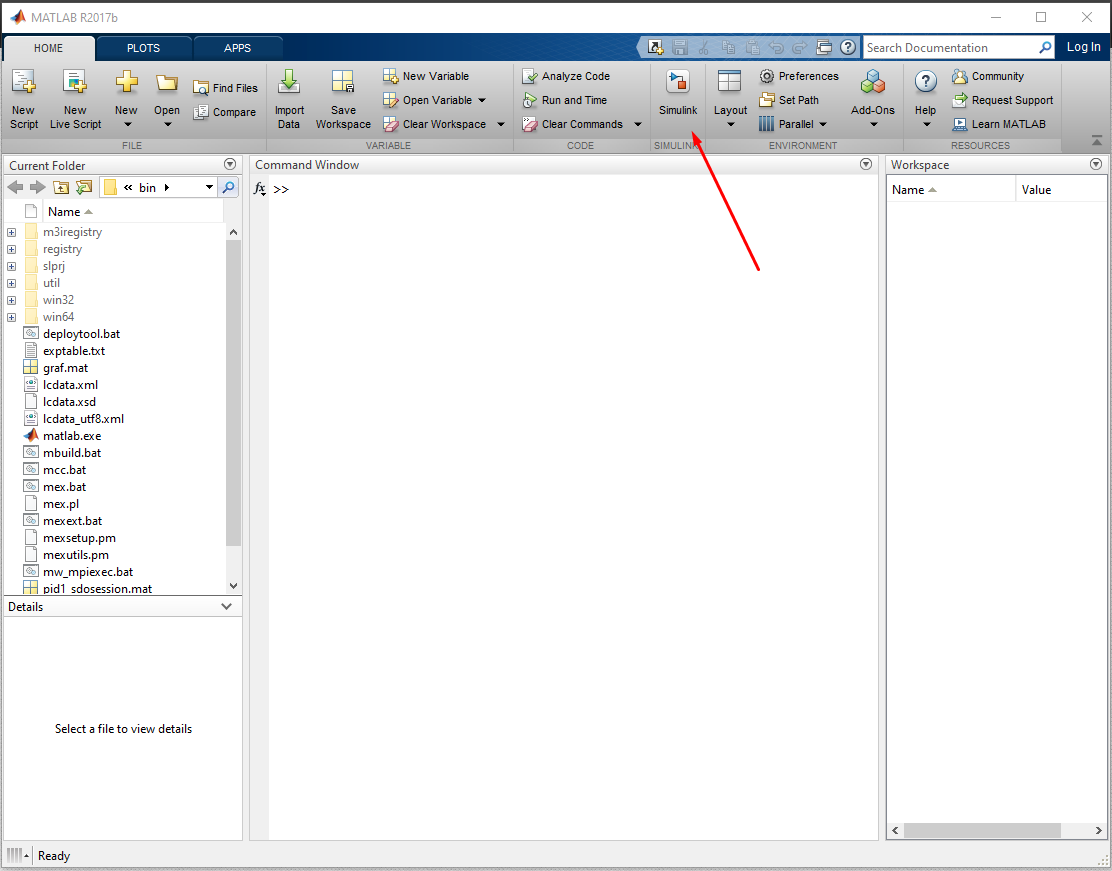
 = (15.0±3.0) – постоянная времени дозирующей иглы, с;

 - коэффициент усиления по расходу топлива, кг/(ч⋅см);

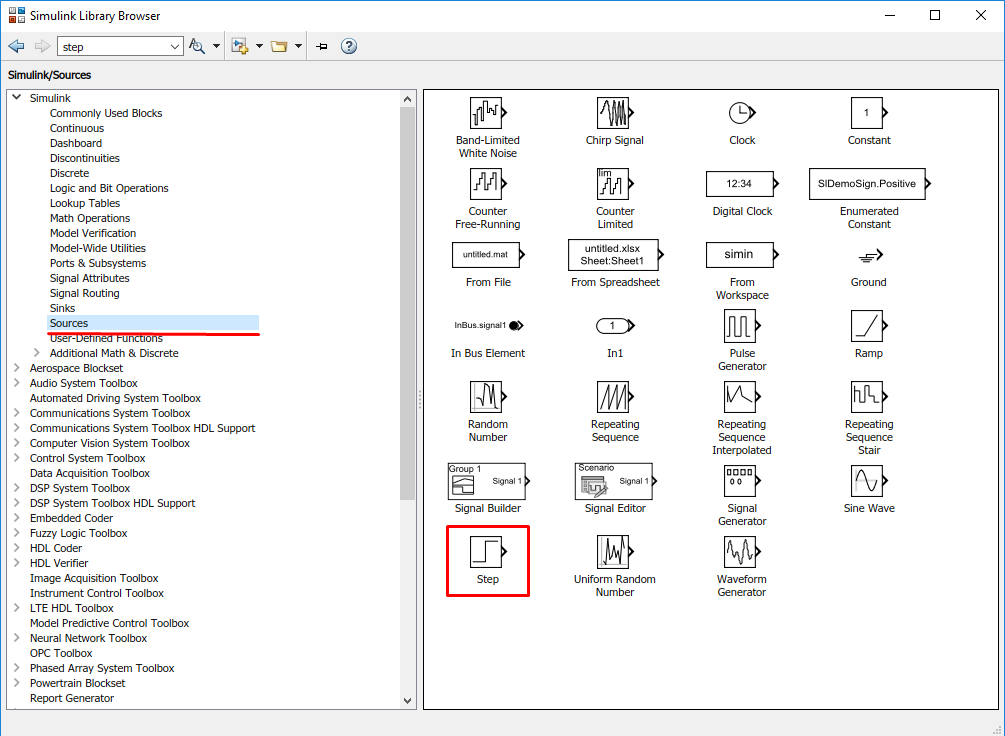
0.1 – постоянная времени клапана постоянного перепада, с.

Порядок построения схемы

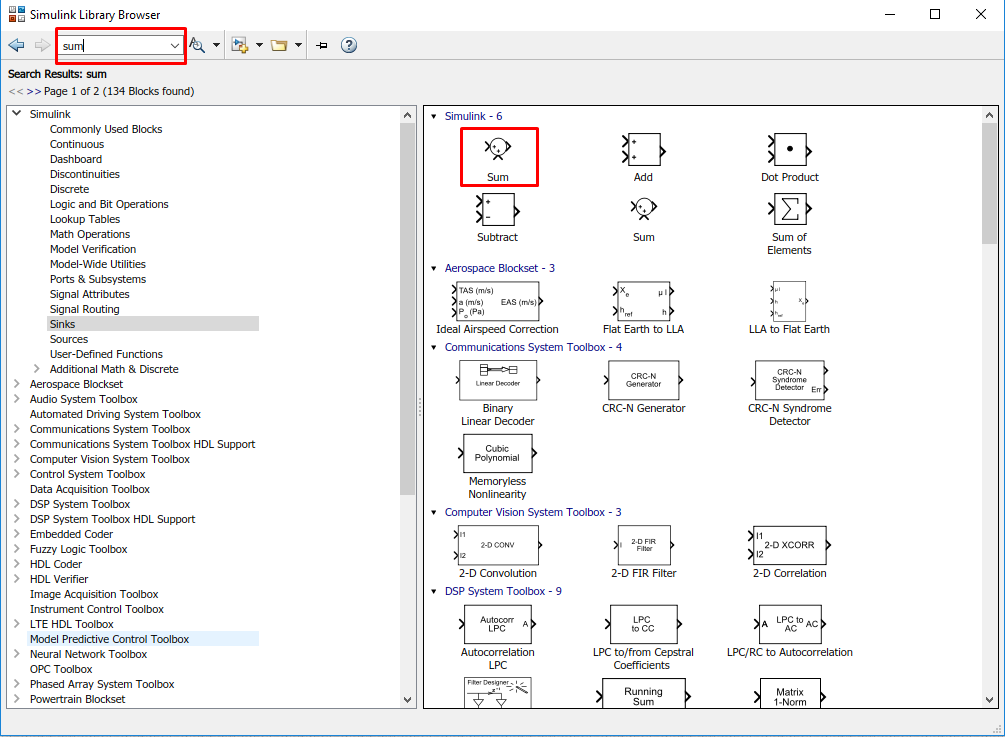
1. В основном окне программы Matlab запускаем вкладку Simulink



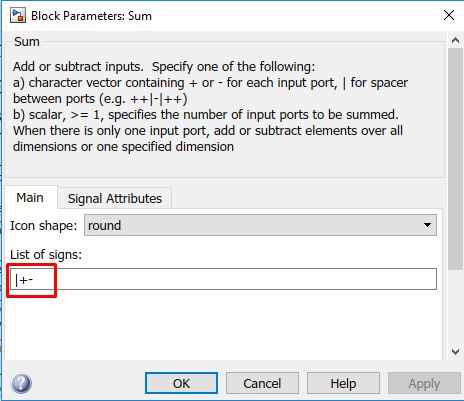
1. В открывшемся окне запускаем библиотеку компонентов Simulink, из которой будут взяты составные элементы схемы контура регулирования. Выбираем источник единичного сигнала Step и перетаскиваем его в окно ранее открытого Simulink.



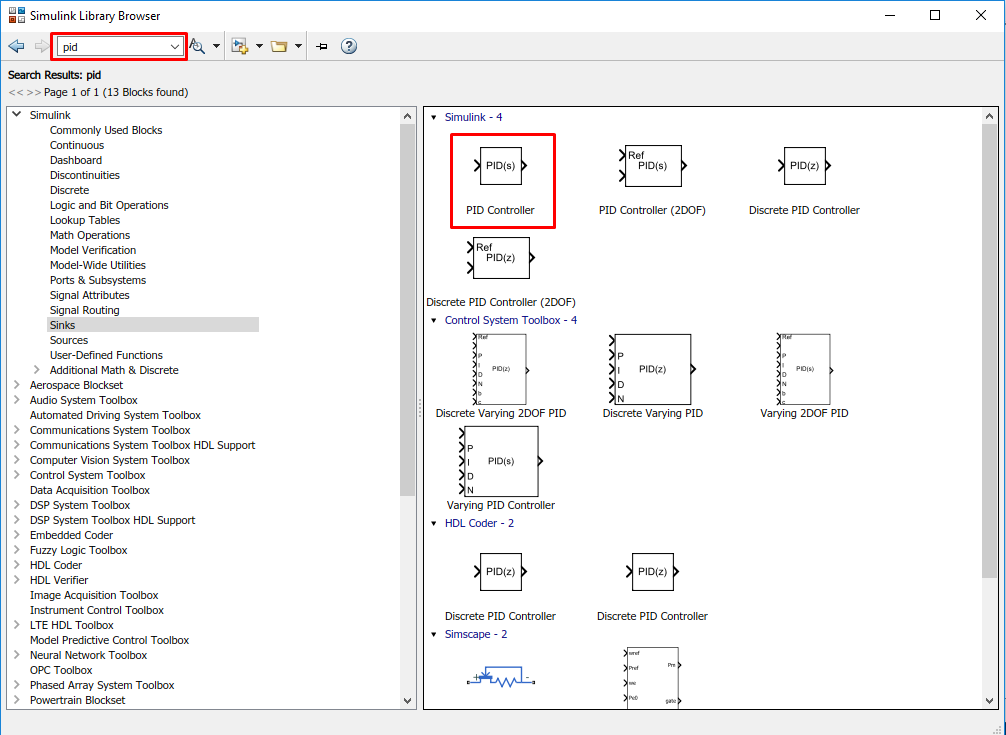
1. Двойной щелчок мышкой в окне Simulink на Step компоненте. После чего откроется окно настройки. В котором вводим шаг времени Step time = 0.1, начальное значение Initial value = 0 и конечное значение Final value = 1.
2. Добавляем компонент Sum который будет суммировать заданное значение с измеренным значением.



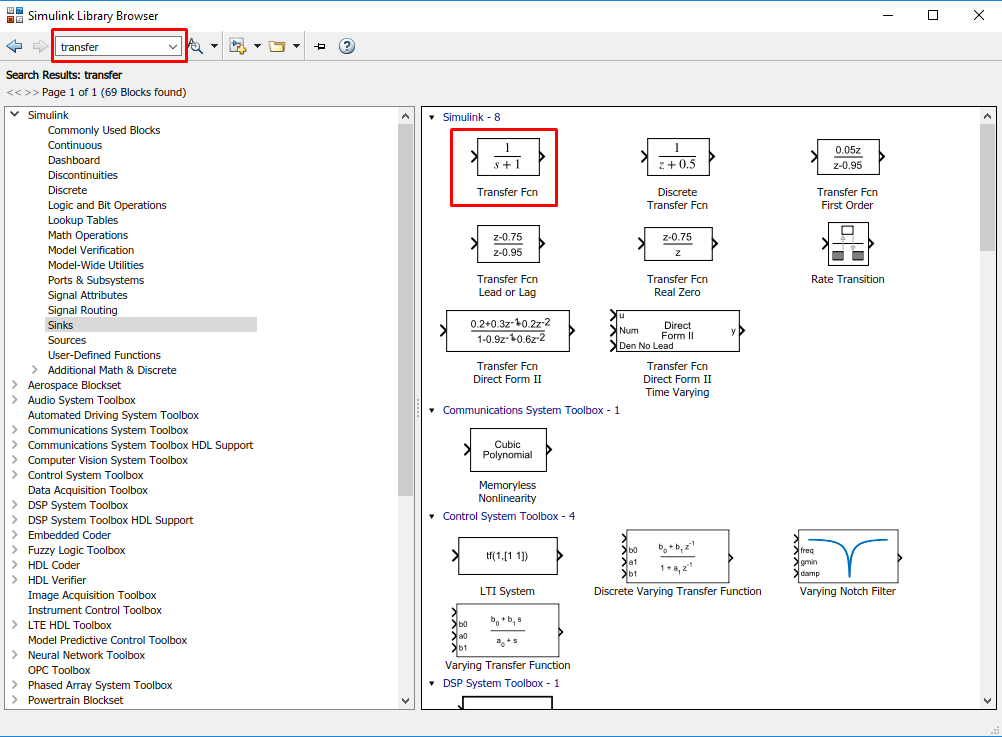
В настройках компонента задаем знак сигналов, в результате чего мы будем получать разницу между заданным и измеренным значением.

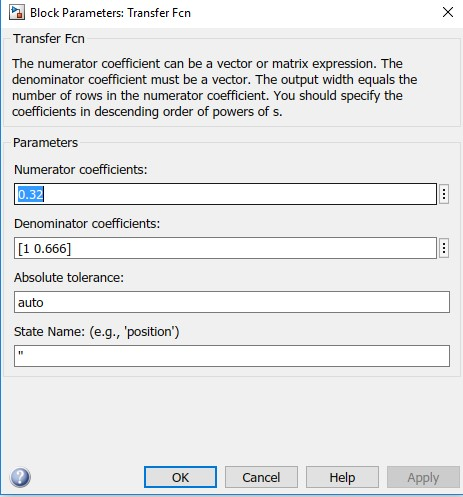


1. Добавляем ПИД регулятор на схему. Настройки компонента будут рассмотрены позднее.



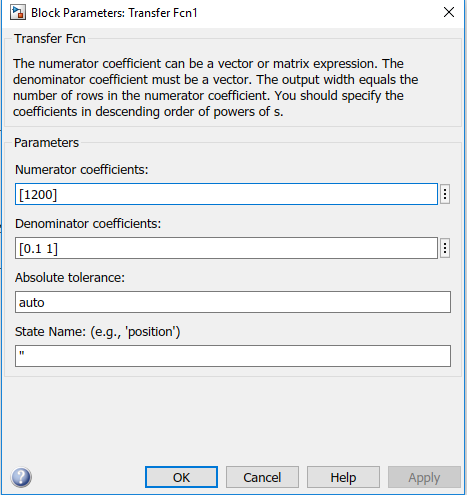
1. Добавляем компонент Transfer Fcn в котором будет заданная передаточная функция дозирующей иглы.



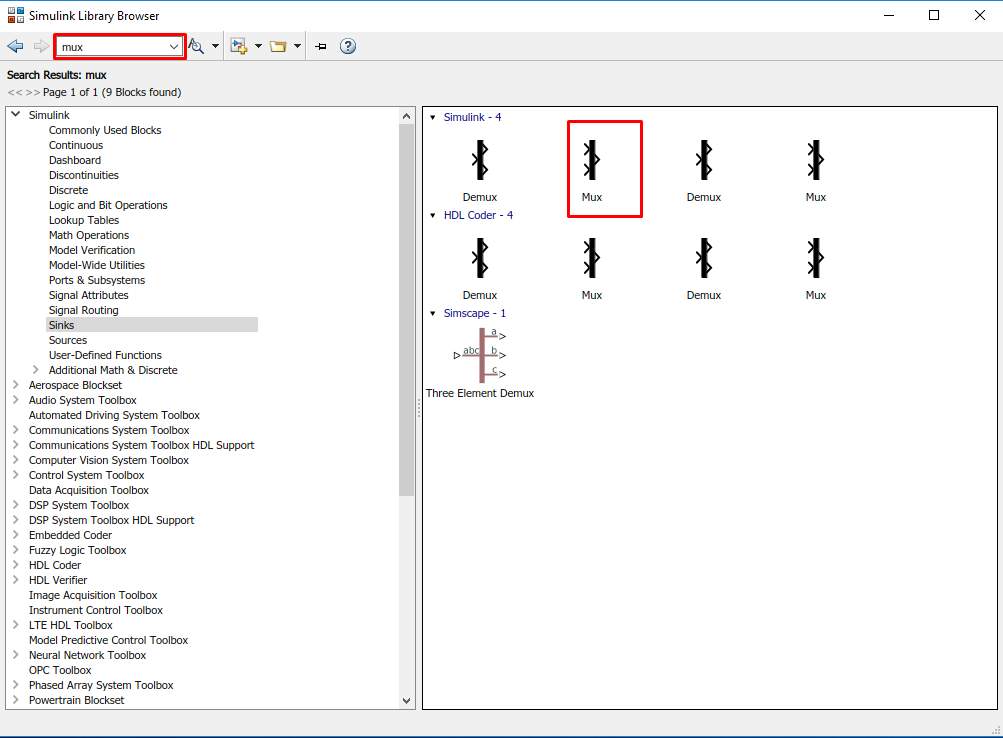


В настройках задаем параметры функции. Numeration coefficients будет соответствовать числителю, а Denomination coefficients знаменателю .Выражение в знаменателе [1 (пробел соответствует знаку +) 0.666] соответствует выражению s + 0.666.

1. Повторяем то же самое для клапана постоянного перепада давления и задаем его настройки.

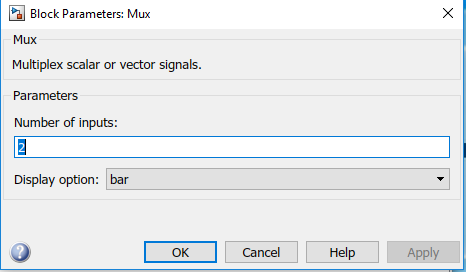


1. Добавляем на схему Mux компонент который объединяет входные сигналы одного и того же типа данных и числового типа в виртуальный вектор

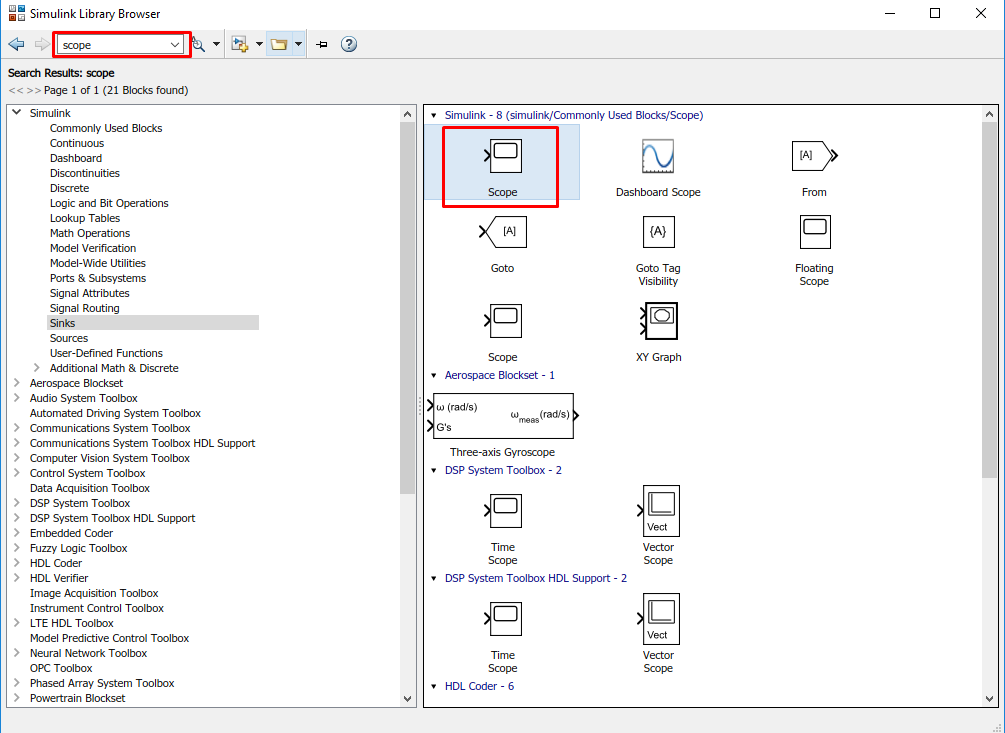


Настройки для Mux компонента

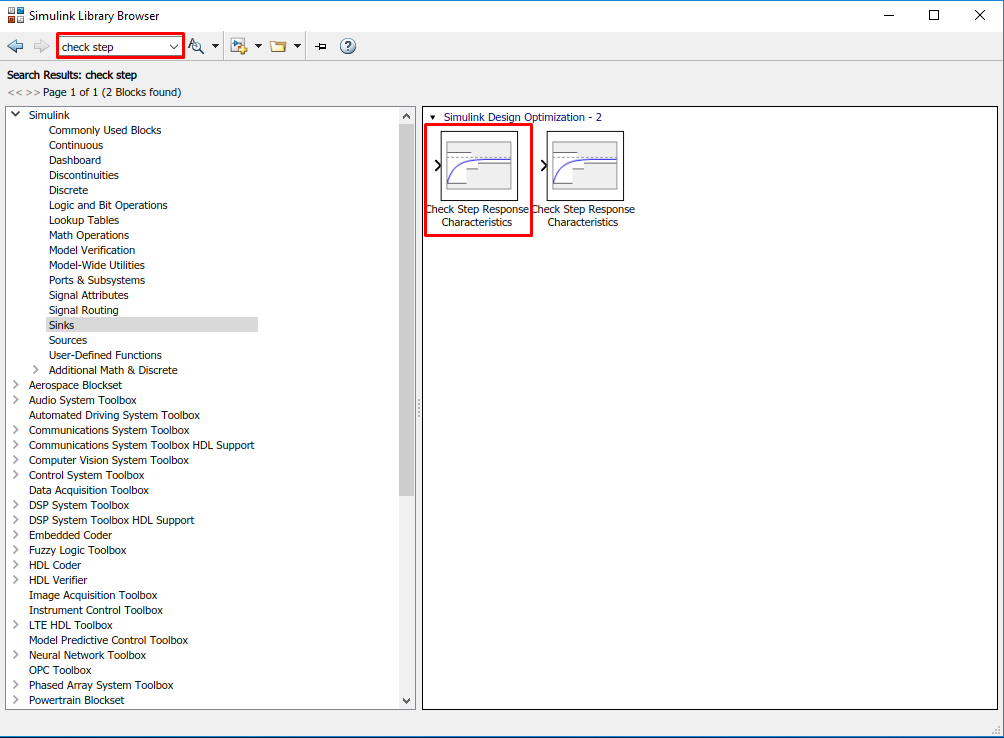




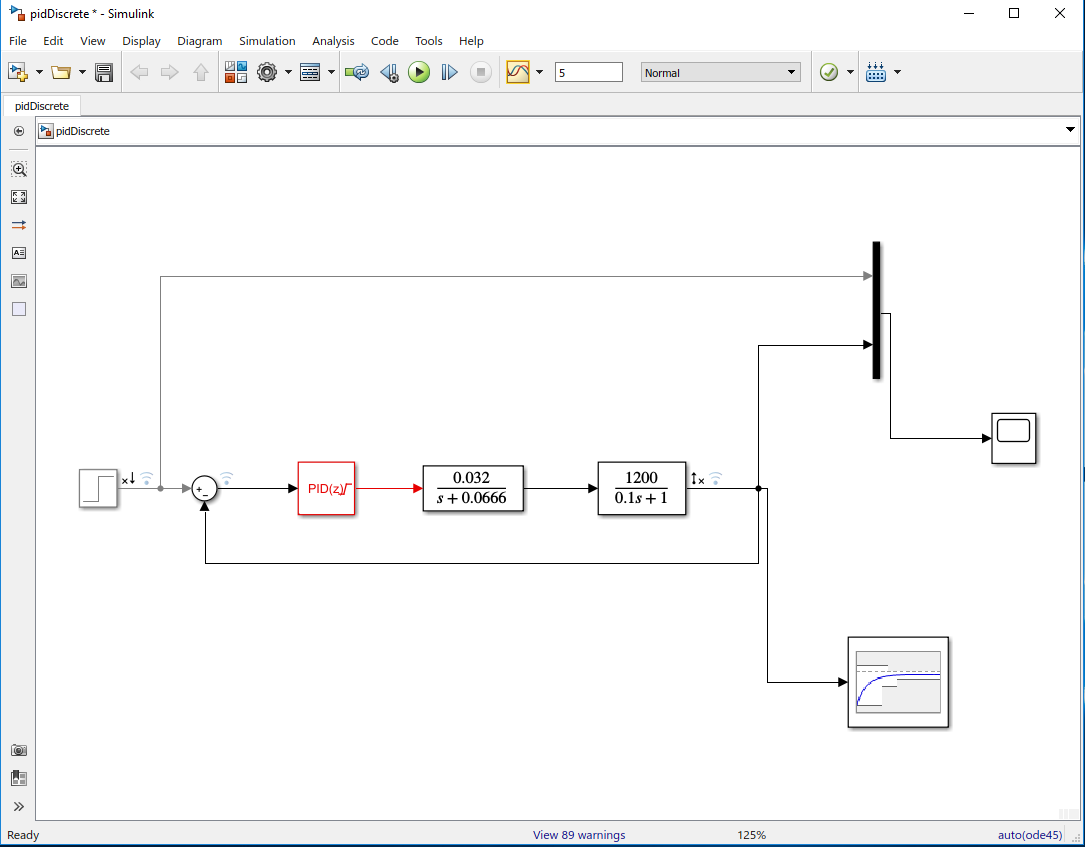
1. Добавляем на схему Scope компонент который требуется для построения графика.



1. Добавляем компонент Check Step Response Characteristics. В этом компоненте будет проводится оптимизация передаточной функции ПИД регулятора.



1. Соединяем все компоненты как показано на рисунке

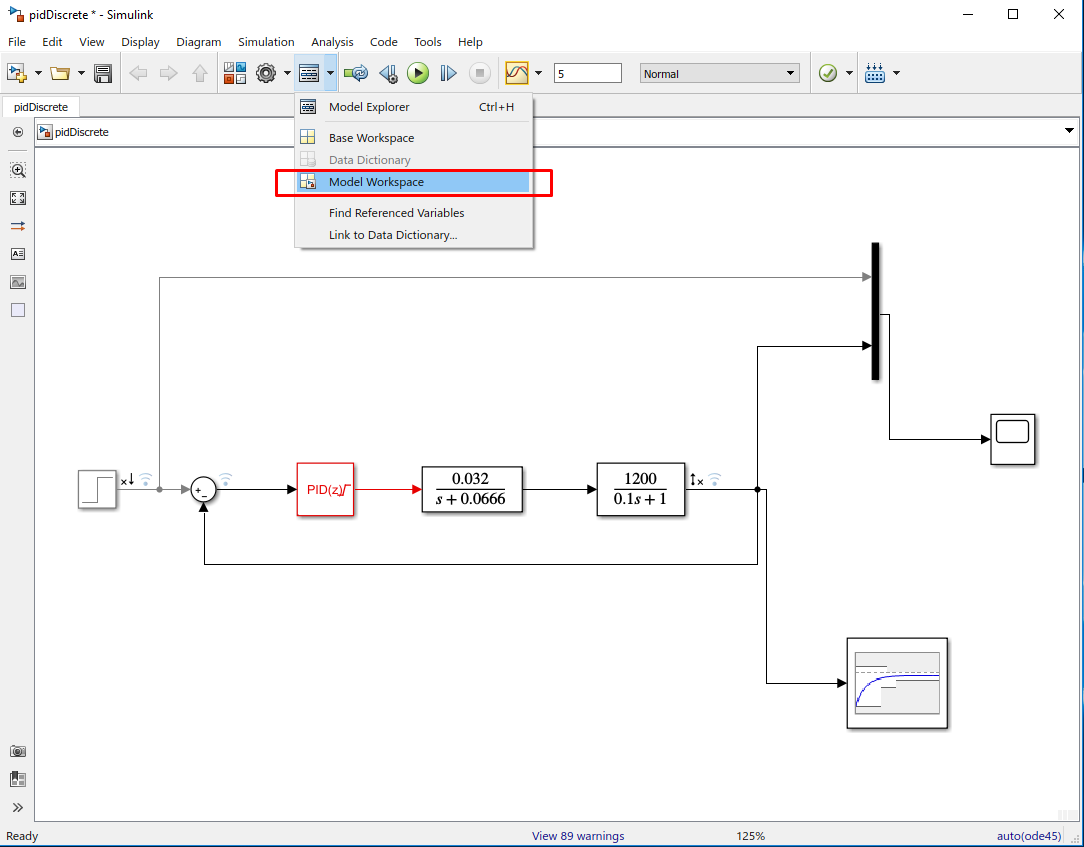


РАСЧЕТ ПИД РЕГУЛЯТОРА НА НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ

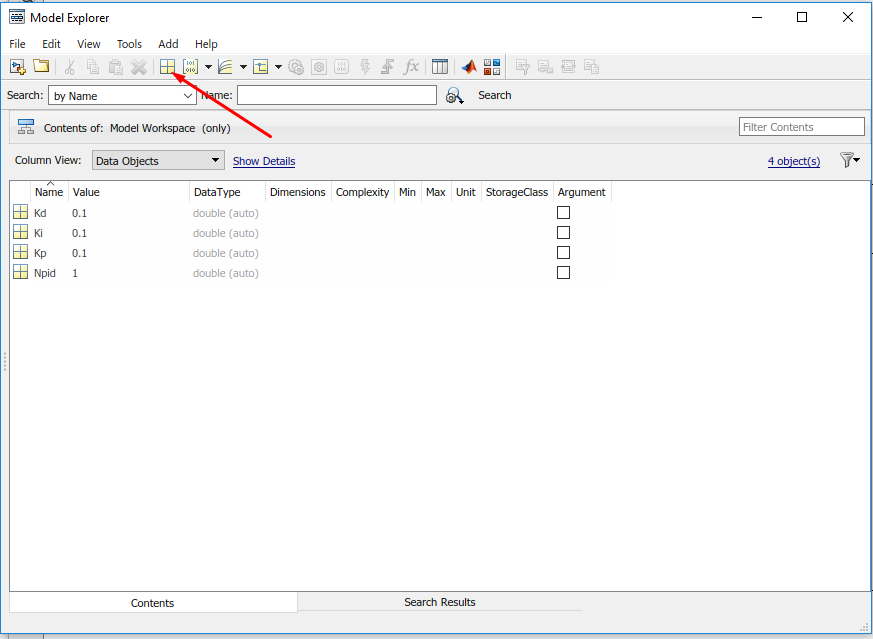
В качестве начального приближения зададимся коэффициентами дифференциальной составляющей Kd = 0.1, интегральной составляющей Ki = 0.1, пропорциональной составляющей Kp = 0.1 и коэффициент филтрации N=1.

Порядок расчета модели

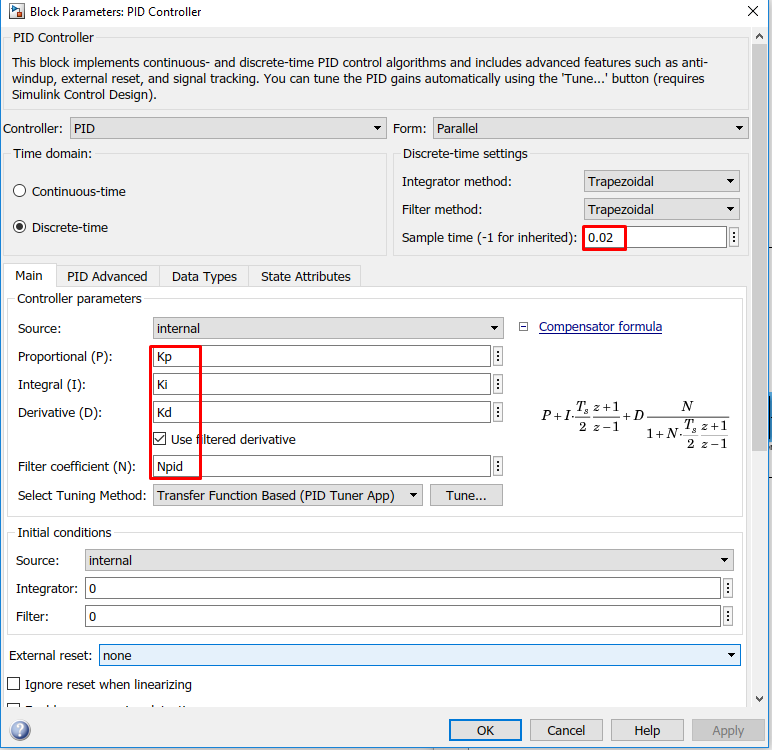
1. Открываем вкладку Model Workspace в которой будут хранится глобальные переменные модели.



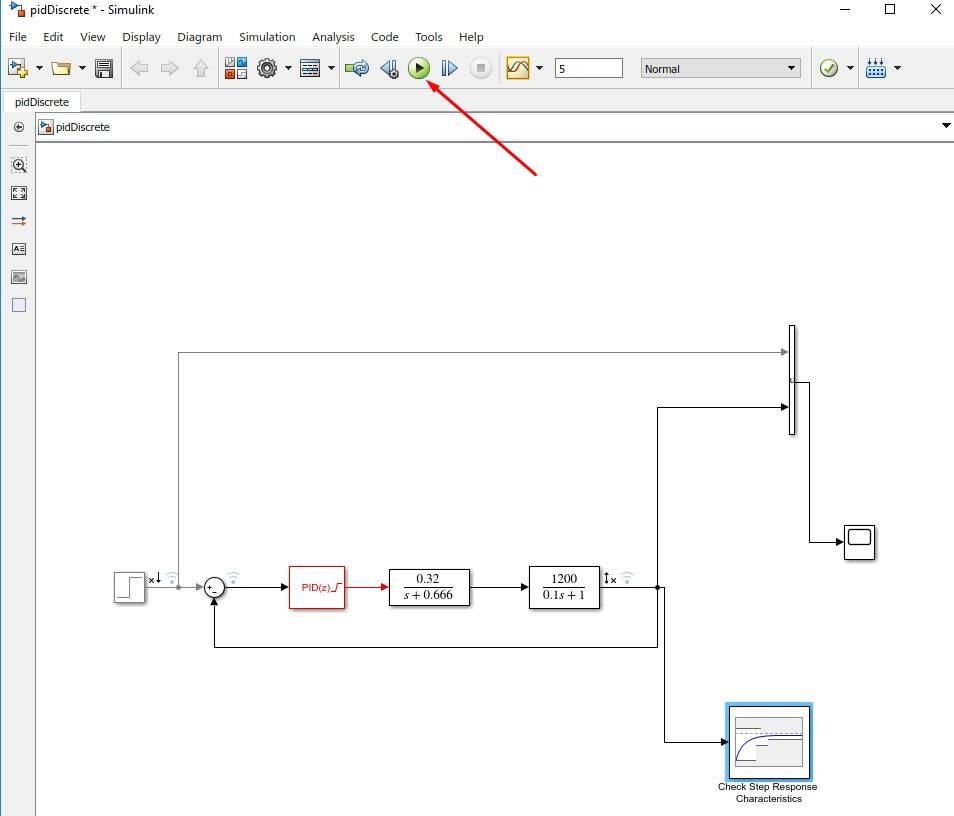
1. Нажимаем кнопку Add MATLAB Variable. В появившееся поле вводим имя переменной и ее значение. Повторяем это для всех переменных.



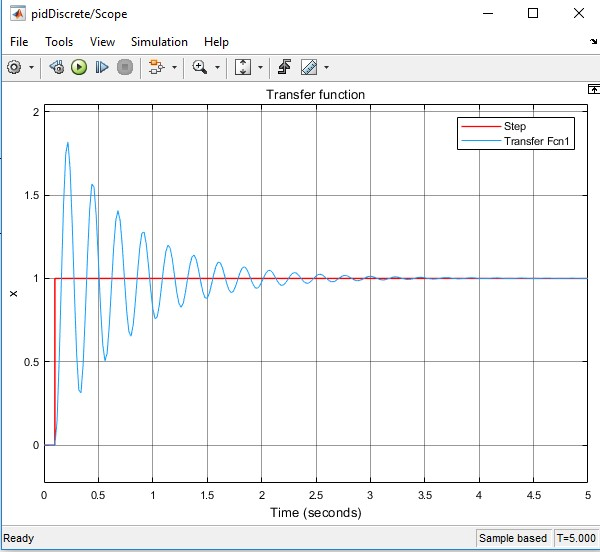
1. Преходим на схему контура регулирования(кототую построили ранее) и открываем окно настройки ПИД регулятора.
2. Переключаемся на дискретное время в области Time domain.
3. Заполняем поля Proportional, Integral, Derivative и Filter coefficient глобальными переменными которые создали в предидущем шаге.
4. В поле Sample time вводим время дискретизации равное 20мс(0.02c)
5. Пререключаем Integration method и Filter method на Trapezoidal.



1. В верхнем меню нажимаем кнопку Run и запускаем симуляцию.



1. В результате получаем график значений передаточной функции и единичного воздействия от времени. Если график не отобразился то нужно нажать дважды на компонент Scope на схеме.



С этого графика можно сделать вывод: начале временной шкалы присутствует большое перерегулирование и колебательность , что приводит к забросу температуры и неустойчивости соответственно. Также большое время выхода на задданый режим.

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА**

Этот способ оценки качества регулирования дает возможность сделать заключение о быстроте затухания и величине отклонений регулируемой величины от установившегося значения. Этот способ может быть применен как к линейным, так и к нелинейным системам автоматического регулирования.

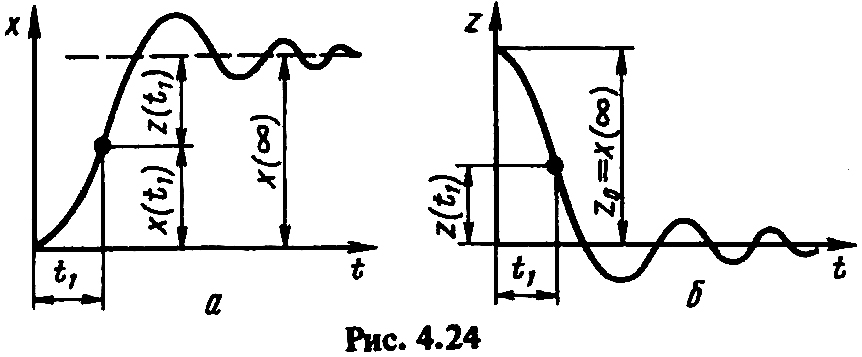
В некоторых случаях, например, когда система регулирования находится в режиме управления, интегральные оценки удобнее рассматривать не по параметру , определяемому уравнением вынужденного движения (4.42), а по параметру . Связь между параметрами  и  видна из рис. 4.24, а и устанавливается выражением

. (4.53)

Вид переходного процесса  (рис. 4.24, и) соответствует уравнению свободного движения

, (4.54)

которое получается из предположения, что возмущение в системе регулирования было вызвано единичной функцией до начала отсчета времени, т.е, при  возмущение , а при  возмущение .



Допустим, что движения замкнутой системы регулирования описываются уравнением (4.54). Предположим, что можно определить величину какого-либо из интегралов, в подынтегральную функцию которых будет входить переменная :



Примем без доказательства положение, что качество регулирования системы тем выше, чем меньше величина одного из перечисленных интегралов. Достоинства интегральной оценки определяются тем, насколько она отражает качества переходного процесса и какие трудности встают на пути ее определения. Наиболее просто определяется интеграл . Действительно, применим преобразование Лапласа к уравнению движения системы (4.54). Так как

,

то при заданных начальных условиях и при 

. (4.55)

Имеется и другой путь определения . Проинтегрировав почленно уравнение (4.54), получим

,

или

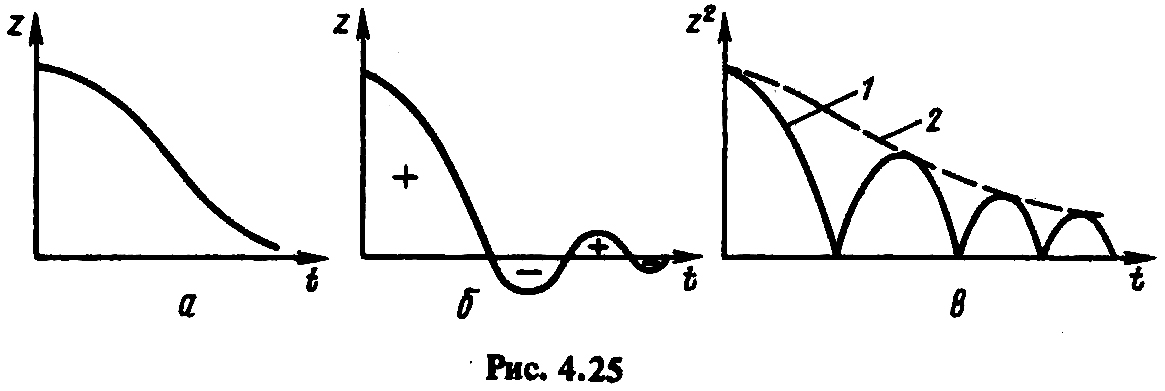
.

Подстановка верхнего предела во всех слагаемых дает нули, так как система устойчива и все ее производные при  стремятся к нулю. Поэтому

, (4.56)

где , ,…,  - заданные начальные условия.

Интеграл  можно вычислить с помощью вещественной частотной функции замкнутой системы и интеграла Фурье. Вычисление интеграла  трудоемко, поэтому он обычно не применяется. По величине интегралов ,  и  нельзя высказать какие-либо строгие суждения о характере переходного процесса. Так, например, из двух переходных процессов, показанных на рис. 4.25, а и б, предпочтение следует отдать апериодическому переходному процессу (см. рис. 4.25, а). Однако величина интеграла  для колебательного процесса (см. рис, 4.25, б) будет меньше, чем для апериодического, так как составляющие площади под кривой процесса суммируются алгебраически, с учетом знака.



Этого недостатка, присущего интегральной оценке , нет у интегральной оценки . Но и здесь не всегда получается объективная картина. Так, расчеты показывают, что  получается при изменении  по закону

, (4.57)

который характеризует медленно затухающий колебательный процесс. Соответствующая этой переходной функции подынтегральная функция  - кривая 1 на рис. 4.25, в; желательное изменение  - кривая 2. И хотя величина  для колебательного процесса будет меньше, чем для апериодического, соответствующего кривой 2, предпочтение следует отдать апериодическому переходному процессу.

Более объективный результат дают те интегральные оценки, которые учитывают не только изменение функции , но и ее производных. Если отразить влияние только первой производной на качество регулирования, то интегральная оценка (назовем ее обобщенной интегральной оценкой) примет вид

. (4.58)

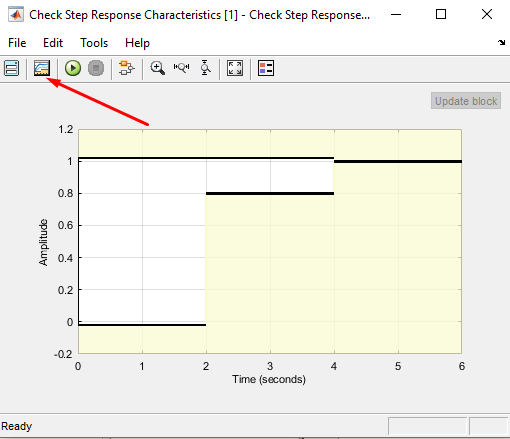
Значение интеграла  будет мало в том случае, если не будет длительных отклонений параметра  и не будет длительного существования больших значений производной . Коэффициентом  следует задаться. Он определяет влияние производных в величине интеграла 

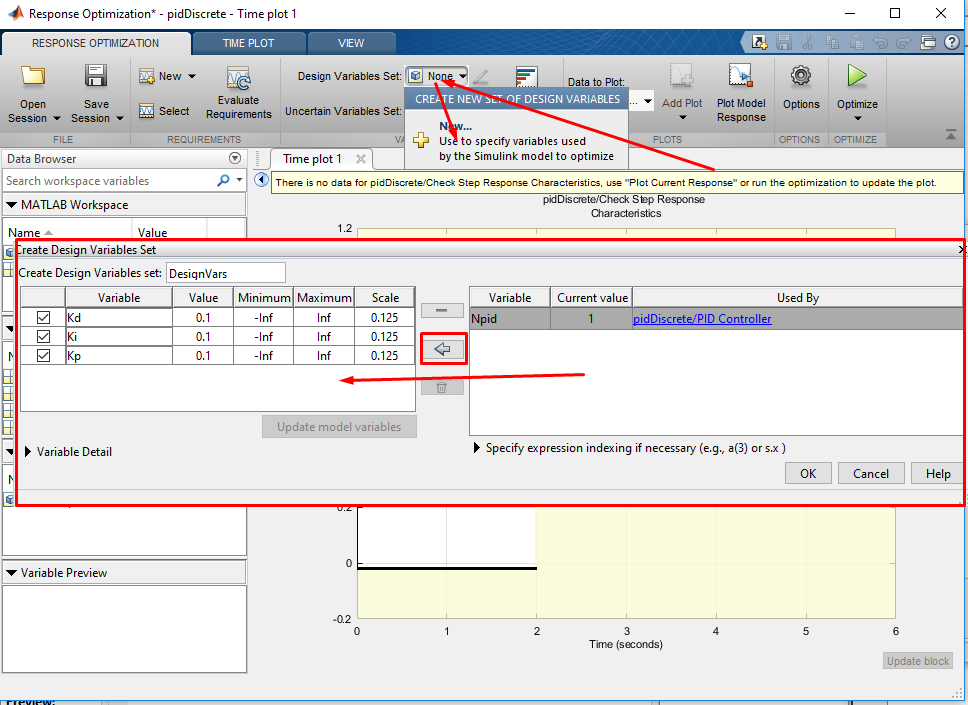
РАСЧЕТ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КРИТЕРИЕВ НА НАЧАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

В качестве начальной модели мы будем использывать результаты которые получили ранее.

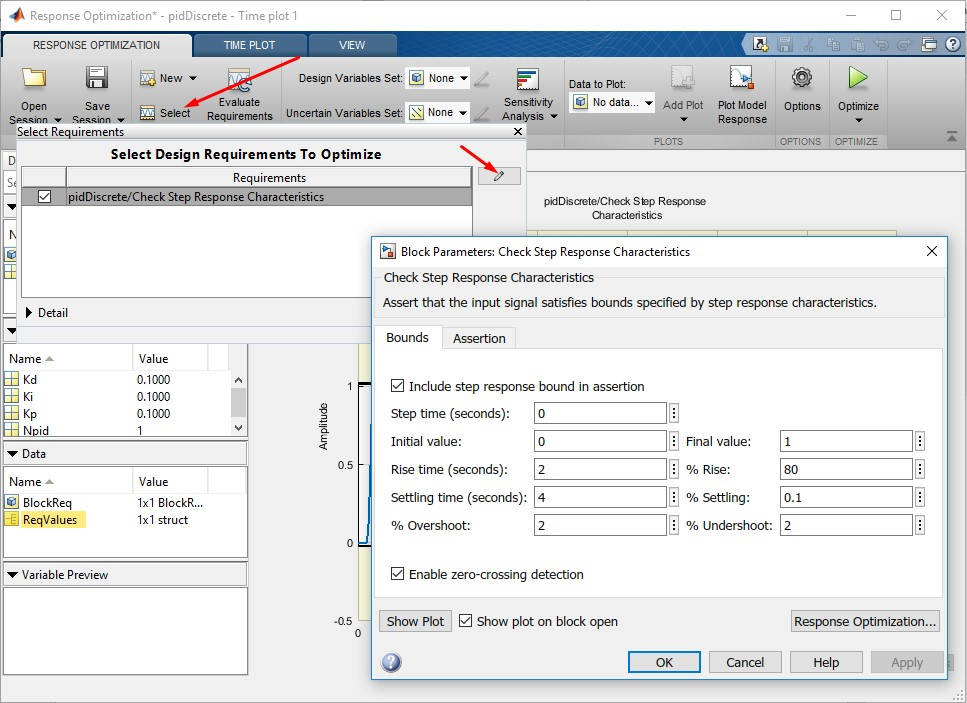
Порядок расчета

1. На схеме открывам настройки компонента Check Step Response Characteristics и переходим на вкладку Response Optimization

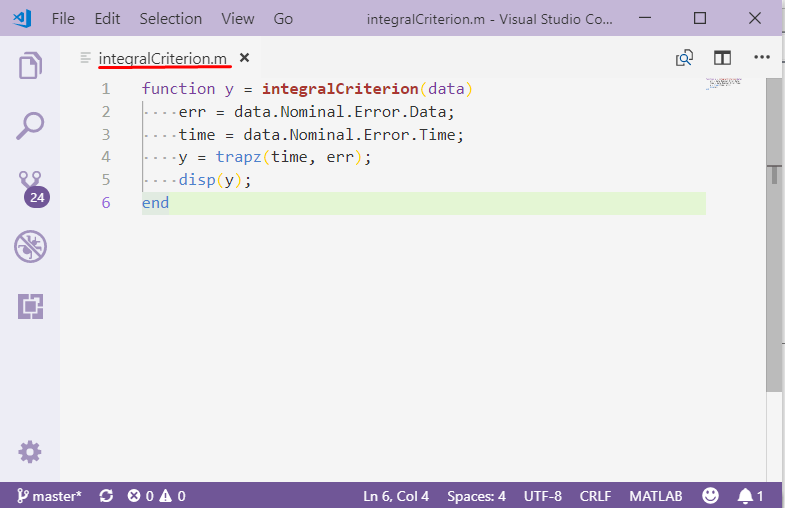


1. В окне Response Optimization находим поле Design Variables Set, в котором создаем набор переменных которые будут изменятся в процессе оптимизации модели. С левого окна с помощью кнопки стрелочка перемещаем переменные в правое окно. Ети переменные были созданы на этапе наспройки компонента ПИД регулятор.
2. Переходим к настройке ограничений. В верхнем меню нажимаем кнопку Select, в открывшемся окне представлены ограничения по модели. Редактируем требование нажав на кнопку Edit. В открывшемся окне задаем ограничения по модели:

* начальное значение Initial value = 0
* конечное значение Final value = 1
* Время нарастания Rise time = 2c
* Величина нарастания Rise =80%
* Время установки Setting time = 4c
* Величина установки Setting 0.1%
* Перерегулирование Overshoot = 2%
* Недорегулирование Undershoot = 2%



1. В папке в которой хранится проект создаем файлик integralCriterion.m (.m – расширение файла для m-функций Matlab) и отрываем его в любом удобном текстовом редакторе(в моем случае это Visual Studio Code).



В строке 1 объявляем функцию integralCriterion (должна соответствовать имени файла) которая принимает аргумент data и возвращает y. Аргумент data в функцию передает сам Matlab при каждом вызове ее в процессе оптимизации. Аргумент data - это dataset (объект) в котором нас интересует поле Nominal. В этом поле будут хранятся все сигналы, которые мы позже зададим в настройках. Error – это сигнал(dataset) который мы передаем с модели (имя Error может быть любое, в зависимости от того как вы сами назовете свой сигнал) в котором есть два поля Data и Time данные и время соответственно.

Data и Time содержат в себе массивы чисел.

В строке 2 и 3 создаем переменные err и time присваиваем им значение данных(ошибки) и времени.

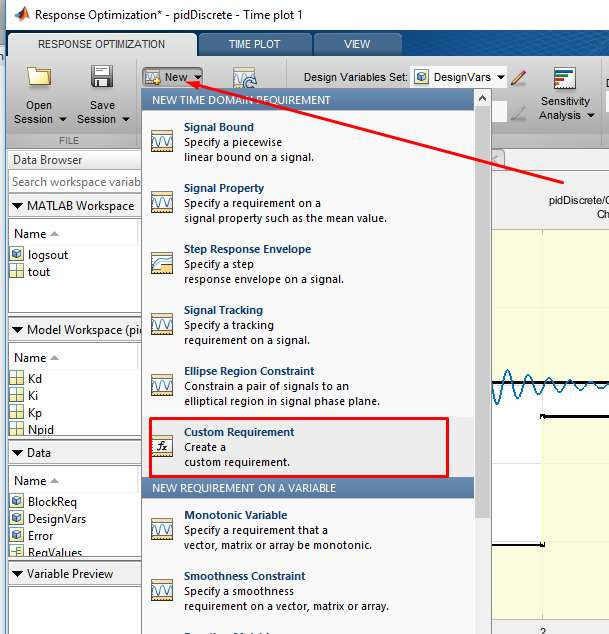
В строке 4 переменной y (которую возвращает функция) присваиваем внутреннюю функцию trapz() и предаем в нее аргументы time и err. Это выражение будет эквивалентно интегральному критерию 

trapz(x, y) – это функция Mathlab которая вычисляет интеграл от функции y по переменной x, используя метод трапеций. Аргументы x и y могут быть одномерными массивами одинакового размера.

В строке 5 выводим на печать y

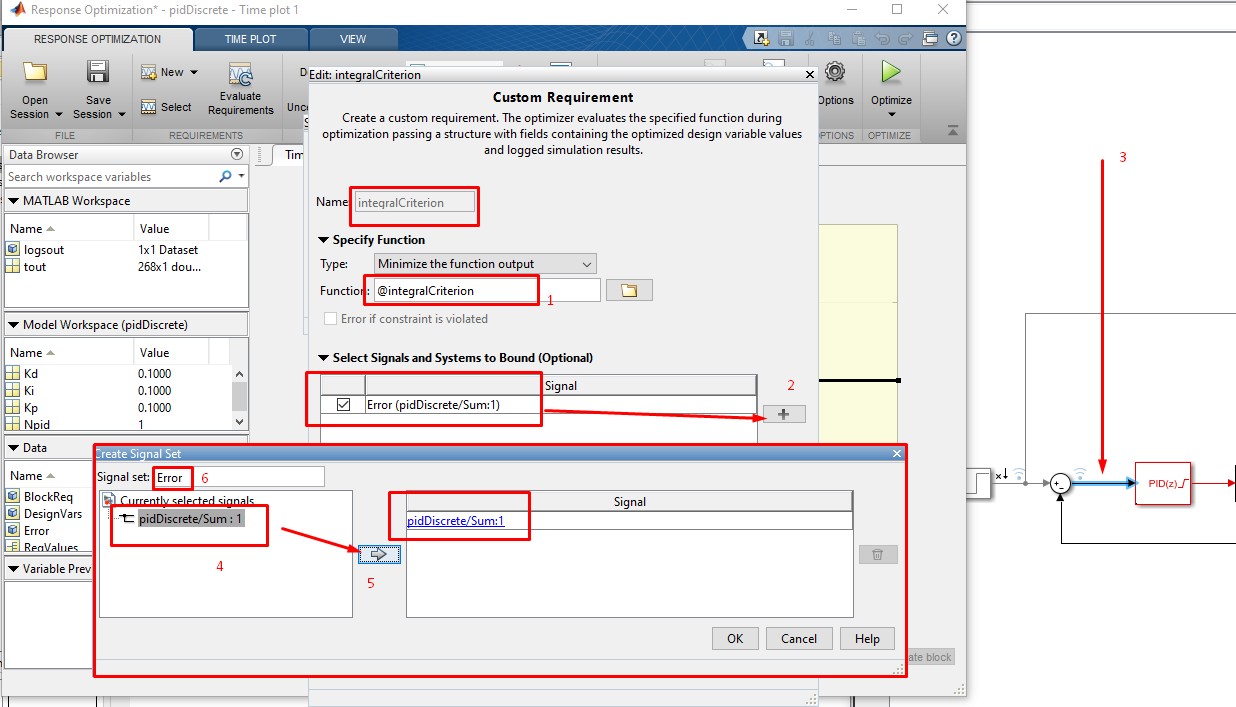
End завершает тело функции в строке 6

1. Переходим на основное меню и создаем новое собственное ограничение.



1. В открывшемся окне задаем:

* имя (может быть произвольным)
* Type – Minimize the function output (т.к мы ищем минимум функции)
* Function – имя функции должно соответствоать имени файла который мы создали ранее и начинатся с знака @
* В поле Select Signals and Systems to Bound нажимаем на кнопку Add и переходим на схему контура регулирования. Нажимаем на ветку между компонентами сумматором и ПИД регулятором.
* В поле Curently selected signals вибираем наш сигнал(4) и нажимаем на кнопку стрелоска вправо(5) для добавления его в нашу модель.
* В окне Create Signal Set задаем Signal set (6) имя сигнала Error(должно соответствовать тому имени которое мы задали в файле функци п.4 )



1. В верхнем меню нажимаем кнопку Evaluate Requirements. В основную консоль Matlab выведется значение интегрального критерия.
2. Подменяя файлы m – функции рассчитываем все критерии.