

# Lineare Regression mit zwei unabhängigen Variablen

## Anmerkung:

matplotlib.pyplot: Die grundlegende Bibliothek für die Erstellung von Plots, Achsen und Anpassungen.

seaborn: Baut auf Matplotlib auf und wird für ansprechendere statistische Visualisierungen und das Plot-Design verwendet.

matplotlib.lines.Line2D: Speziell für die Erstellung benutzerdefinierter Legendeneinträge, z.B. für 3D-Oberflächen.

## 0. Setup

```
In [1]: # Imports

import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns

from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score, mean_absolute_error

from pathlib import Path # Import für professionelles Pfad-Management
```

```
In [2]: # Konfiguration

# Pfad
DATA_FOLDER = "Data"
FILE_NAME = "Eisverkauf_Beobachtungsdaten_Matrix.xlsx"
DATA_FILE = Path(DATA_FOLDER) / FILE_NAME

# Parameter
RANDOM_STATE = 42 # Für reproduzierbare Ergebnisse

# Matplotlib-Plots direkt im Notebook anzeigen und Theme setzen
%matplotlib inline
sns.set_theme(style="whitegrid")
```

## 1. Daten Laden

```
In [3]: try:
    df = pd.read_excel(DATA_FILE)
    print(f"Daten erfolgreich geladen. {len(df)} Datensätze gefunden.")
except FileNotFoundError:
    print(f"FEHLER: Die Datei '{DATA_FILE}' wurde nicht gefunden. Bitte überprüfen Sie")
    df = None
```

Daten erfolgreich geladen. 9 Datensätze gefunden.

## 2.1 Datenstruktur umformen

```
In [4]: # Die ID-Variable ist die erste Spalte,
id_vars = ['Temperatur\nRegen']

# Temperaturwerte auf der ersten Zeile auslesen
value_vars = []
for col in df.columns:
    if isinstance(col, (int, float)):
        value_vars.append(col) # Wenn ja, füge ihn zur Liste hinzu
print(f"Temp Werte: {value_vars}")

# Daten umformen (zwei neue Spalten Erstellen)
# 'Temperatur' wird der neue Spaltenname für die ursprünglichen numerischen Spalten
# 'Eisabsatz' wird der neue Spaltenname für die Werte in diesen Spalten.
df_transformed = pd.melt(df, id_vars=id_vars, value_vars=value_vars, var_name='Temper

# Spalte für bessere Lesbarkeit umbenennen
df_transformed = df_transformed.rename(columns={'Temperatur\nRegen': 'Regen'})

# Datentypen anpassen
df_transformed['Temperatur'] = df_transformed['Temperatur'].astype(int)
df_transformed = df_transformed.dropna(subset=['Eisabsatz']) # Entfernt
df_transformed['Eisabsatz'] = df_transformed['Eisabsatz'].astype(float)

print("\nTransformierter DataFrame (erste 5 Zeilen):")
print(df_transformed.head())
```

Temp Werte: [14, 18, 22, 25, 26, 28, 30]

Transformierter DataFrame (erste 5 Zeilen):

	Regen	Temperatur	Eisabsatz
0	0	14	1.0
2	2	14	0.5
4	5	14	0.0
8	10	14	0.0
9	0	18	16.0

## 2.1 Modell trainieren und visualisieren

```
In [5]: # Features (X) und Zielvariable (y) definieren
features = ['Temperatur', 'Regen']
X = df_transformed[features]
y = df_transformed['Eisabsatz']

# Daten in Trainings- und Testsets aufteilen
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=0.2, random_state
print(f"\nDaten aufgeteilt: {len(X_train)} Trainingsdatensätze, {len(X_test)} Testdat
```

Daten aufgeteilt: 23 Trainingsdatensätze, 6 Testdatensätze.

```
In [6]: # Lineares Regressionsmodell erstellen und trainieren
model = LinearRegression()

# Trainieren des Modells mit den Trainingsdaten
model.fit(X_train, y_train)
print("\nLineares Regressionsmodell erfolgreich trainiert.")
```

Lineares Regressionsmodell erfolgreich trainiert.

```
In [7]: # Vorhersagen auf den Testdaten machen
y_pred = model.predict(X_test)

a = model.intercept_
b = model.coef_[0]
c = model.coef_[1]

# Die gelernten Koeffizienten und den Achsenabschnitt ausgeben  $y(x_1=t, x_2=r) = a + b$ 
print("\nModellergebnisse:")
print(f"Achsenabschnitt (Intercept): {a:.2f}")
print(f"Koeffizient für 'Temperatur': {b:.2f}")
print(f"Koeffizient für 'Regen': {c:.2f}")

# Metriken zur Güteberechnung
mae = mean_absolute_error(y_test, y_pred)
mse = mean_squared_error(y_test, y_pred)
r2 = r2_score(y_test, y_pred)
print("\nModellgüte:")
print(f"Mean Absolute Error (MAE): {mae:.2f}")
print(f"Mean Squared Error (MSE): {mse:.2f}")
print(f"R-Quadrat (R²): {r2:.2f}")
```

Modellergebnisse:  
 Achsenabschnitt (Intercept): -15.61  
 Koeffizient für 'Temperatur': 1.67  
 Koeffizient für 'Regen': -1.75

Modellgüte:  
 Mean Absolute Error (MAE): 2.75  
 Mean Squared Error (MSE): 14.55  
 R-Quadrat (R²): 0.53

```
In [8]: # Erstellen eines Gitters für die Regressionsebene
x_surf, y_surf = np.meshgrid(
    np.linspace(df_transformed['Temperatur'].min(), df_transformed['Temperatur'].max(),
    np.linspace(df_transformed['Regen'].min(), df_transformed['Regen'].max(), 100)
)

# Die Regressionsgleichung lautet:  $y = a + b \cdot \text{Temperatur} + c \cdot \text{Regen}$ 
# Wir berechnen den z-Wert (Eisabsatz) für jeden Punkt im Gitter explizit
z_surf = a + b * x_surf + c * y_surf

# 3D-Plot erstellen
fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# Datenpunkte plotten (alle Daten aus dem transformierten DataFrame)
ax.scatter(df_transformed['Temperatur'], df_transformed['Regen'], df_transformed['Eisabsatz'])

# Regressionsebene plotten
ax.plot_surface(x_surf, y_surf, z_surf, alpha=0.2, color='k', label='Modell-Ebene')

# Achsenbeschriftungen und Titel
ax.set_xlabel('Temperatur (°C)')
ax.set_ylabel('Regen (mm)')
ax.set_zlabel('Eisabsatz (x1000 €)')
ax.set_title('Lineare Regression: Eisabsatz vs. Temperatur und Regen')

# Legende anzeigen (ein kleiner Trick ist nötig, um das Oberflächen-Label anzuzeigen)
from matplotlib.lines import Line2D
custom_legend = [
    Line2D([0], [0], marker='o', color='w', label='Beobachtete Daten', markerfacecolor='k')]
```

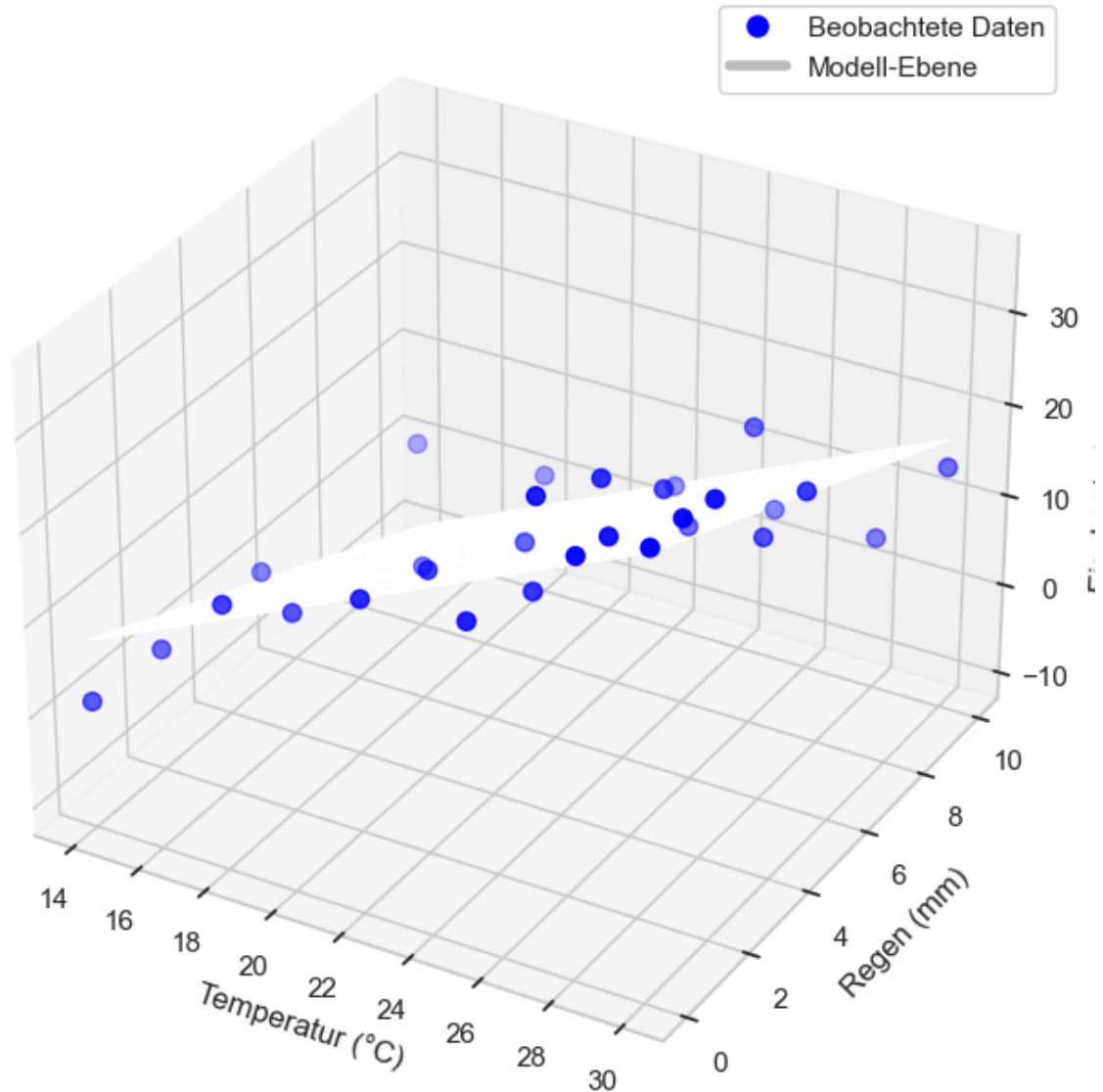
```

Line2D([0], [0], color='k', lw=4, label='Modell-Ebene', alpha=0.3)
]
ax.legend(handles=custom_legend)

# Plot anzeigen
plt.show()

```

Lineare Regression: Eisabsatz vs. Temperatur und Regen



### 3. Kennzahlen

```

In [9]: # Vorhersagen auf den Testdaten machen
y_pred = model.predict(X_test)

r2 = r2_score(y_test, y_pred)
print(f"R-Quadrat (R²): {r2:.4f}")

n = len(y_test)          # Zeilen
p = X_test.shape[1]      # Spalten
r2_adj = 1 - (1 - r2) * ((n - 1) / (n - p - 1))
print(f"Adjustiertes R-Quadrat (R²_adj): {r2_adj:.4f}")

mae = mean_absolute_error(y_test, y_pred)
print(f"Mittlerer Absoluter Fehler (MAE): {mae:.2f}")

```

```
mse = mean_squared_error(y_test, y_pred)
print(f"Mittlerer Quadratischer Fehler (MSE): {mse:.2f}")

rmse = np.sqrt(mse)
print(f"Wurzel des Mittleren Quadratischen Fehlers (RMSE): {rmse:.2f}")
```

R-Quadrat ( $R^2$ ): 0.5339

Adjustiertes R-Quadrat ( $R^2_{adj}$ ): 0.2232

Mittlerer Absoluter Fehler (MAE): 2.75

Mittlerer Quadratischer Fehler (MSE): 14.55

Wurzel des Mittleren Quadratischen Fehlers (RMSE): 3.81

## 4. Ergebnisse Visualisieren (3D)

```
In [10]: # Erstellen eines Gitters für die Regressionsebene
x_surf, y_surf = np.meshgrid(
    np.linspace(df_transformed['Temperatur'].min(), df_transformed['Temperatur'].max(),
    np.linspace(df_transformed['Regen'].min(), df_transformed['Regen'].max(), 100)
)

# Die Regressionsgleichung lautet:  $y = a + b \cdot \text{Temperatur} + c \cdot \text{Regen}$ 
# Wir berechnen den z-Wert (Eisabsatz) für jeden Punkt im Gitter explizit
z_surf = a + b * x_surf + c * y_surf

# 3D-Plot erstellen
fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# 1. Trainingsdatenpunkte plotten (Blau)
ax.scatter(X_train['Temperatur'], X_train['Regen'], y_train, c='blue', marker='o', la

# 2. Testdatenpunkte (echte Werte) plotten (Grün)
ax.scatter(X_test['Temperatur'], X_test['Regen'], y_test, c='green', marker='o', labe

# 3. Vorhergesagte Werte für die Testdaten plotten (Rot)
ax.scatter(X_test['Temperatur'], X_test['Regen'], y_pred, c='red', marker='^', label=

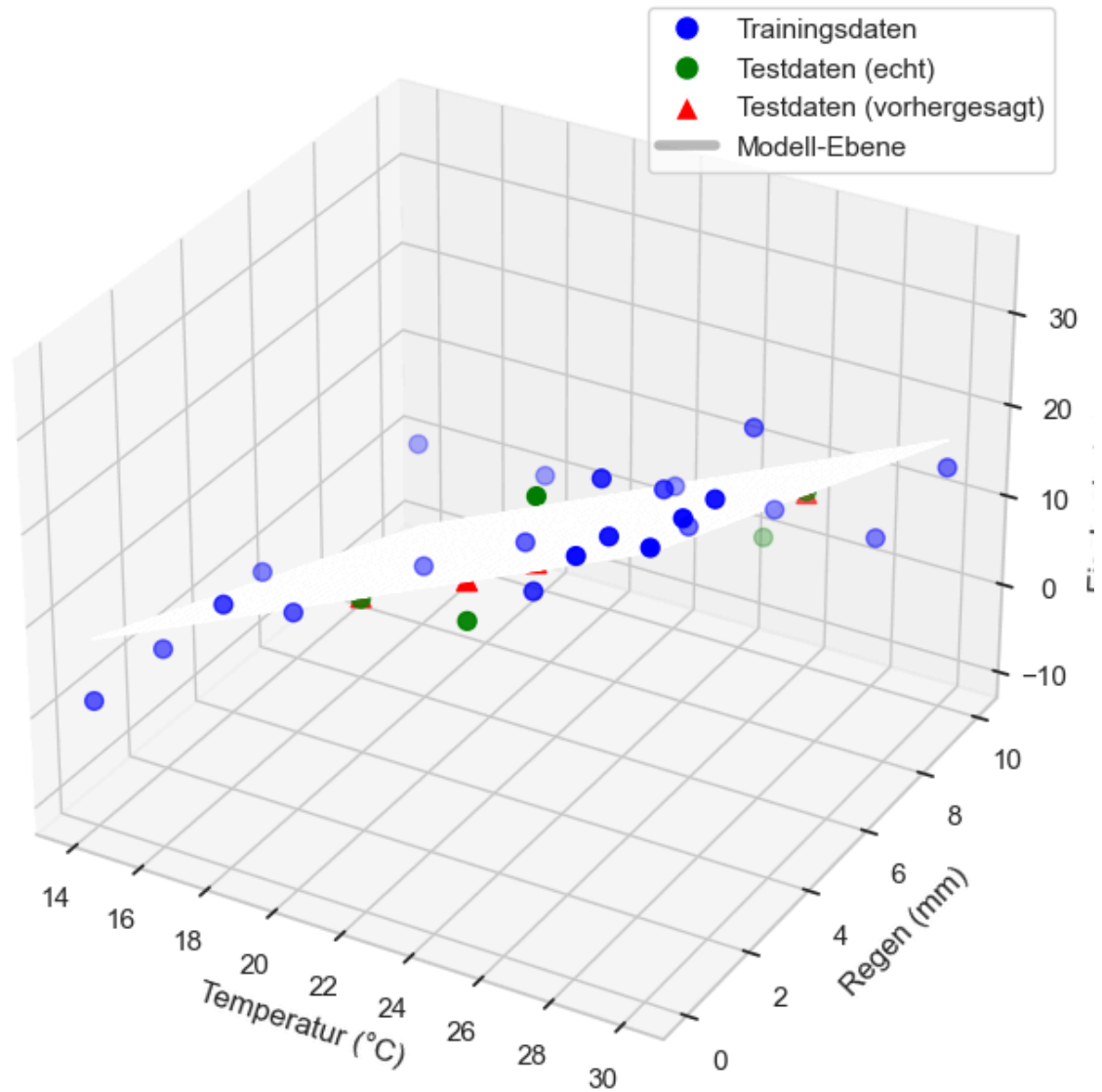
# 4. Regressionsebene plotten
ax.plot_surface(x_surf, y_surf, z_surf, alpha=0.2, color='k', label='Modell-Ebene')

# Achsenbeschriftungen und Titel
ax.set_xlabel('Temperatur (°C)')
ax.set_ylabel('Regen (mm)')
ax.set_zlabel('Eisabsatz (x1000 €)')
ax.set_title('Lineare Regression: Eisabsatz vs. Temperatur und Regen')

# Legende anzeigen (ein kleiner Trick ist nötig, um das Oberflächen-Label anzuzeigen)
from matplotlib.lines import Line2D
legend_elements = [
    Line2D([0], [0], marker='o', color='w', label='Trainingsdaten', markerfacecolor='
    Line2D([0], [0], marker='o', color='w', label='Testdaten (echt)', markerfacecolor
    Line2D([0], [0], marker='^', color='w', label='Testdaten (vorhergesagt)', markerf
    Line2D([0], [0], color='k', lw=4, label='Modell-Ebene', alpha=0.3)
]
ax.legend(handles=legend_elements)

# Plot anzeigen
plt.show()
```

## Lineare Regression: Eisabsatz vs. Temperatur und Regen



## 5. 2D Darstellung

```
In [11]: # Erstelle eine Figur mit zwei Subplots
fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(18, 8))

# Wir brauchen die Vorhersagen für den gesamten Datensatz
y_pred_all = model.predict(X)

# --- Plot 1: Eisabsatz vs. Temperatur ---

# 1. Echte Datenpunkte (Blau)
ax1.scatter(X['Temperatur'], y, c='blue', label='Echte Daten')

# 2. Vorhergesagte Datenpunkte (Rot)
ax1.scatter(X['Temperatur'], y_pred_all, c='red', marker='^', alpha=0.6, label='Vorhergesagte')

# 3. Fehlerlinien (Grau)
for i in range(len(X)):
    ax1.plot([X['Temperatur'].iloc[i], X['Temperatur'].iloc[i]],
            [y.iloc[i], y_pred_all[i]],
            color='gray', linestyle='--', linewidth=1, alpha=0.7)

# 4. Regressionslinie des Modells hinzufügen (Grün) mit expliziten Koeffizienten
```

```

# Wir halten 'Regen' auf seinem Durchschnittswert konstant, um die Linie zu zeichnen
temp_range = np.linspace(X['Temperatur'].min(), X['Temperatur'].max(), 100)
regen_mean = X['Regen'].mean()
# Die Modellgleichung für die Linie:  $y = a + b \cdot \text{Temperatur} + c \cdot \text{durchschnittlicher\_Regen}$ 
y_pred_line_temp = a + b * temp_range + c * regen_mean
ax1.plot(temp_range, y_pred_line_temp, color='green', linewidth=3, linestyle='--', label='Modell-Linie (bei Ø Regen=4.2mm)')

ax1.set_xlabel('Temperatur (°C)')
ax1.set_ylabel('Eisabsatz (x1000 €)')
ax1.set_title('Eisabsatz vs. Temperatur')
ax1.legend()
ax1.grid(True)

# --- Plot 2: Eisabsatz vs. Regen ---

# 1. Echte Datenpunkte (Blau)
ax2.scatter(X['Regen'], y, c='blue', label='Echte Daten')

# 2. Vorhergesagte Datenpunkte (Rot)
ax2.scatter(X['Regen'], y_pred_all, c='red', marker='^', alpha=0.6, label='Vorhergesagte Daten')

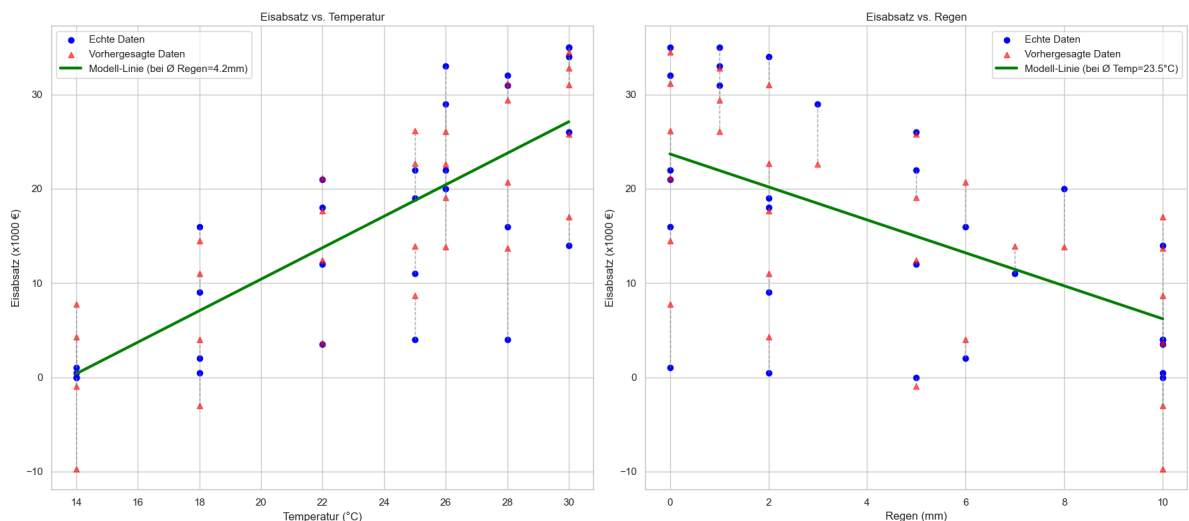
# 3. Fehlerlinien (Grau)
for i in range(len(X)):
    ax2.plot([X['Regen'].iloc[i], X['Regen'].iloc[i]],
             [y.iloc[i], y_pred_all[i]],
             color='gray', linestyle='--', linewidth=1, alpha=0.7)

# 4. Regressionslinie des Modells hinzufügen (Grün) mit expliziten Koeffizienten
# Wir halten 'Temperatur' auf ihrem Durchschnittswert konstant, um die Linie zu zeichnen
regen_range = np.linspace(X['Regen'].min(), X['Regen'].max(), 100)
temp_mean = X['Temperatur'].mean()
# Die Modellgleichung für die Linie:  $y = a + b \cdot \text{Temperatur} + c \cdot \text{Regen}$ 
y_pred_line_regen = a + b * temp_mean + c * regen_range
ax2.plot(regen_range, y_pred_line_regen, color='green', linewidth=3, linestyle='--', label='Modell-Linie (bei Ø Temp=23.5°C)')

ax2.set_xlabel('Regen (mm)')
ax2.set_ylabel('Eisabsatz (x1000 €)')
ax2.set_title('Eisabsatz vs. Regen')
ax2.legend()
ax2.grid(True)

# Zeige die Plots an
plt.tight_layout()
plt.show()

```



## 6. Prognose für neue, unbekannte Daten

```
In [12]: # Schritt 1: Eine umfangreiche Liste von neuen, fiktiven Wetterdaten erstellen.
# Diese repräsentieren die Wertepaare, für die wir eine Prognose wollen.

print("Schritt 1: Erstelle neue Wetterdaten für die Prognose...")
anzahl_neuer_werte = 200
neue_wetterdaten = {
    'Temperatur': np.random.uniform(5, 40, anzahl_neuer_werte), # Temperaturen zwisch
    'Regen': np.random.uniform(0, 30, anzahl_neuer_werte)      # Regen zwischen 0mm u
}
df_prognose_input = pd.DataFrame(neue_wetterdaten)

# Runden der Werte für eine sauberere Darstellung
df_prognose_input = df_prognose_input.round(1)

# Schritt 2: Speichern dieser neuen Daten in einer Excel-Datei.
# Dies simuliert, dass die Daten aus einer externen Quelle kommen könnten.
dateiname_input = 'neue_wetterdaten_fuer_prognose.xlsx'
df_prognose_input.to_excel(dateiname_input, index=False)

print(f"--> '{dateiname_input}' mit {len(df_prognose_input)} neuen Wertepaaren wurde
print("\nBeispiel der zu prognostizierenden Daten:")
print(df_prognose_input.head())
```

Schritt 1: Erstelle neue Wetterdaten für die Prognose...

--> 'neue\_wetterdaten\_fuer\_prognose.xlsx' mit 200 neuen Wertepaaren wurde erstellt.

Beispiel der zu prognostizierenden Daten:

	Temperatur	Regen
0	9.2	8.8
1	6.9	5.4
2	35.7	9.9
3	12.1	22.3
4	19.4	5.7

```
In [13]: # Schritt 3: Das trainierte Regressionsmodell ("Regression Predictor") anwenden.
# Wir laden die neuen Daten und erstellen die Prognosewerte.
print("\nSchritt 2: Wende das trainierte Modell an...")

# Laden der soeben erstellten Excel-Datei
df_zu_prognostizieren = pd.read_excel(dateiname_input)

# Anwenden des Modells, um die Prognosen zu erstellen
prognose_werte = model.predict(df_zu_prognostizieren)

# Hinzufügen der Prognosewerte als neue Spalte zum DataFrame
df_zu_prognostizieren['Prognose_Eisabsatz'] = prognose_werte.round(2)

# Schritt 4: Speichern der Ergebnisse (Eingabedaten + Prognose) in einer neuen Excel-
dateiname_output = 'prognose_ergebnisse.xlsx'
df_zu_prognostizieren.to_excel(dateiname_output, index=False)

print(f"--> Prognose abgeschlossen. Ergebnisse in '{dateiname_output}' gespeichert.")
print("\nBeispiel der Ergebnisse mit Prognose:")
print(df_zu_prognostizieren.head())
```



Schritt 2: Wende das trainierte Modell an...

--> Prognose abgeschlossen. Ergebnisse in 'prognose\_ergebnisse.xlsx' gespeichert.

Beispiel der Ergebnisse mit Prognose:

	Temperatur	Regen	Prognose_Eisabsatz
0	9.2	8.8	-15.62
1	6.9	5.4	-13.52
2	35.7	9.9	26.74
3	12.1	22.3	-34.38
4	19.4	5.7	6.85

## 7. Weiteren Analyse

```
In [14]: # Vorhersagen für den gesamten Datensatz erstellen, um eine vollständige Ergebnis-Tab
y_pred_all = model.predict(X)

# Einen neuen DataFrame für die Ergebnisse erstellen
df_results = df_transformed.copy()
df_results['Vorhersage'] = y_pred_all.round(2) # Runden für bessere Lesbarkeit
df_results['Fehler'] = (df_results['Eisabsatz'] - df_results['Vorhersage']).round(2)

# Spalten für eine saubere Excel-Tabelle neu anordnen
df_results = df_results[['Temperatur', 'Regen', 'Eisabsatz', 'Vorhersage', 'Fehler']]

# DataFrame in eine Excel-Datei schreiben
output_folder = Path('Data') # Ordner für die Ausgabe definieren
output_folder.mkdir(exist_ok=True) # Sicherstellen, dass der Ordner existiert
output_filename = output_folder / 'Ergebnisse_Eisverkauf_Prognose.xlsx'

try:
    df_results.to_excel(output_filename, index=False, sheet_name='Prognose_Daten')
    print(f"Die Ergebnisse wurden erfolgreich in die Datei '{output_filename}' geschr
except Exception as e:
    print(f"Fehler beim Schreiben der Datei: {e}")

# Die ersten Zeilen der Ergebnis-Tabelle anzeigen
df_results.head()
```

Die Ergebnisse wurden erfolgreich in die Datei 'Data\Ergebnisse\_Eisverkauf\_Prognose.xlsx' geschrieben.

```
Out[14]:
```

	Temperatur	Regen	Eisabsatz	Vorhersage	Fehler
0	14	0	1.0	7.79	-6.79
2	14	2	0.5	4.29	-3.79
4	14	5	0.0	-0.95	0.95
8	14	10	0.0	-9.70	9.70
9	18	0	16.0	14.47	1.53

## 8. Geometrischen Form

```
In [15]: # Erstellen eines Gitters für die Regressionsebene
x_surf, y_surf = np.meshgrid(
    np.linspace(df_transformed['Temperatur'].min(), df_transformed['Temperatur'].max(),
    np.linspace(df_transformed['Regen'].min(), df_transformed['Regen'].max(), 100)
)
```

```

# Die Regressionsgleichung lautet:  $y = a + b \cdot \text{Temperatur} + c \cdot \text{Regen}$ 
# Wir berechnen den z-Wert (Eisabsatz) für jeden Punkt im Gitter explizit
z_surf = a + b * x_surf + c * y_surf

# 3D-Plot erstellen
fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# 4. Regressionsebene plotten
ax.plot_surface(x_surf, y_surf, z_surf, alpha=0.2, color='k', label='Modell-Ebene')

# Achsenbeschriftungen und Titel
ax.set_xlabel('Temperatur (°C)')
ax.set_ylabel('Regen (mm)')
ax.set_zlabel('Eisabsatz (x1000 €)')
ax.set_title('Lineare Regression: Eisabsatz vs. Temperatur und Regen')

# Legende anzeigen (ein kleiner Trick ist nötig, um das Oberflächen-Label anzuzeigen)
from matplotlib.lines import Line2D
legend_elements = [
    Line2D([0], [0], color='k', lw=4, label='Modell-Ebene', alpha=0.3)
]
ax.legend(handles=legend_elements)

# Plot anzeigen
plt.show()

```

# Lineare Regression: Eisabsatz vs. Temperatur und Regen

