# INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

Campus Guadalajara



Diseño y Desarrollo de Máquinas

**Reporte Final** 

Profesor: Diego Ernesto Cárdenas Fuentes

Robinson Ismael Ramírez Gómez A01372328

Salvador Ibarra Aguila A01630811

Descripción del Problema: Diseñar un brazo robótico que permita mover una caja de 50 Kg desde la posición inicial indicada en la Figura 1 hasta su posición final arriba de un anaquel. El tiempo máximo para realizar dicho movimiento es de 3 segundos, dividido en dos etapas: el primero es levantar la caja solamente en la dirección vertical. El segundo es rotar para colocarla en el anaquel

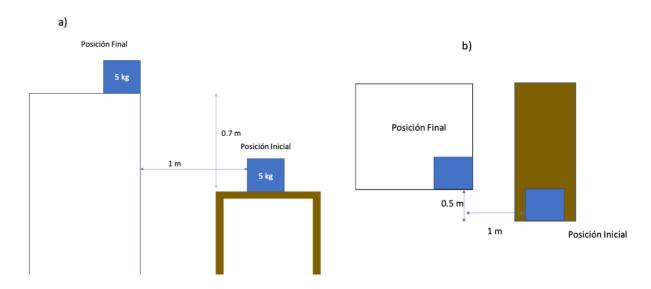


Fig. I Posición inicial y final de la caja. A) vista frontal. B) vista superior

# **PRIMER ENTREGABLE:**

Objetivo del entregable: Generar un diseño conceptual del sistema del brazo robótico, mostrando y haciendo los cálculos preliminares de todos los componentes que estarán involucrados.

a) Proponer las dimensiones de los elementos del brazo robótico para poder llevar la caja del punto inicial al final. Validar que las dimensiones son correctas para poder realizar la tarea. Es suficiente con utilizar líneas y puntos.

Primeramente, se definieron los puntos inicial y final de nuestro sistema, A y B respectivamente en un plano X-Z. Se propuso una longitud que tocara ambos puntos, de 95.18 cm y se referenció el punto fijo respecto a nuestro punto B. Cabe destacar que el punto ubicado en el otro extremo de la diagonal es el punto donde se encuentra posicionado el brazo robótico, es decir en (-84.48, -43.96) si se toma como referencia el punto inicial de la caja (B). Todo esto ubicado en la figura I.

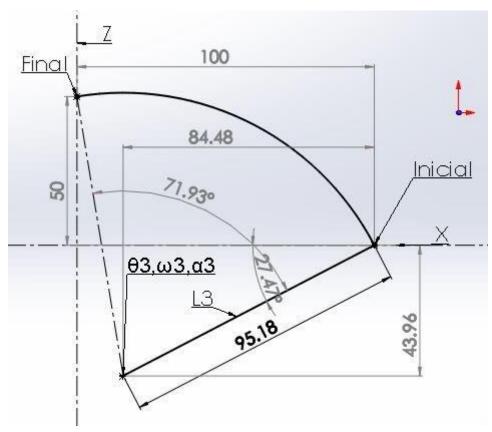


Fig. II Ubicación del brazo robótico

Tomando en cuenta la posición del brazo y de la mesa, en las cuales estará ubicada la caja; se propuso las longitudes de ambos eslabones de manera que ambos tuvieran la misma longitud y poder completar el recorrido del brazo, tanto el movimiento de subida como el giro. Las longitudes propuestas fueron de 0.6 m cada una. La figura II muestra los eslabones del brazo desde el plano X-Y, en la cual será nuestra posición inicial, es decir dónde comienza por tomar la caja para proceder a subirla de manera vertical.

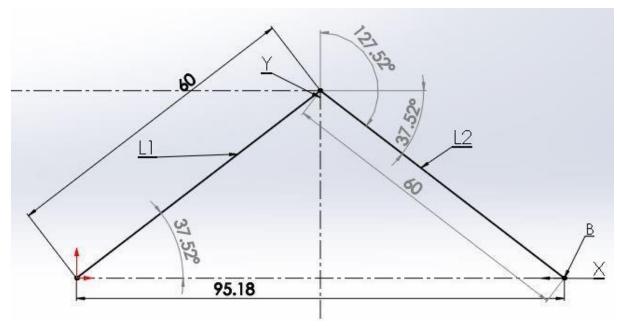


Fig. III Primera posición de eslabones (brazo robótico)

En la figura III se puede observar cómo es que los eslabones actúan al momento de subir la caja de manera vertical, recorriendo así los 0.7 m solicitados para el trabajo.

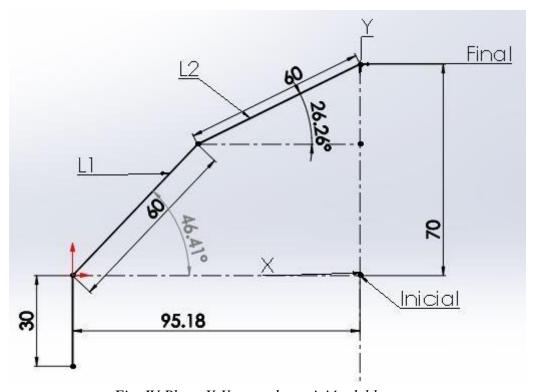


Fig. IV Plano X-Y segunda posición del brazo

- b) Definir y dibujar tres sistemas de referencia:
  - 1. Sistema fijo en la base (e1,e2,e3).
  - 2. Sistema alineado al plano formado por los miembros estructurales y que rota junto con ellos durante el segundo movimiento (X,Y,Z).
  - 3. Un sistema para cada uno de los miembros estructurales con un eje alineado a la longitud de dicho miembro (ni,bi,ti).

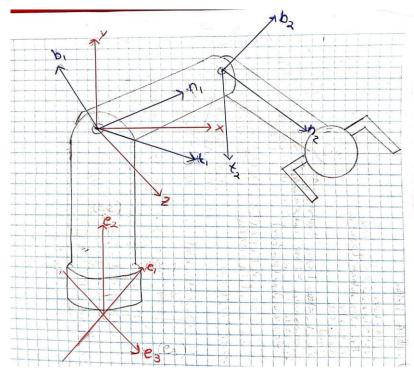


Fig. V Sistemas de referencia del brazo

Como se puede observar en la figura IV, el sistema de referencia (e1,e2,e3) será el sistema fijo, el cual sólo girará respecto al eje e2. Por otro lado, el sistema (X,Y,Z) será en el cual van a moverse los otros dos sistemas (n,b,t) los cuales servirán de referencia para los eslabones. Cabe destacar que el sistema (X,Y,Z) sólo se moverá respecto al eje e2. En cambio los ejes de los eslabones (n1,b1,t1), (n2,b2,t2) respectivamente serán los que estarán en constante movimiento, cambiando direcciones y ángulos en el primer movimiento de levantamiento de la caja y permanecerán estáticos en el segundo movimiento de giro de nuestro brazo mecánico, esto en el eje y ya que sólo hará una rotación quedándose en la misma posición.

c) Proponer el perfil de posición, velocidad y aceleración que tendrá la caja para pasar del punto inicial al final para cada una de las etapas. Incluir figuras, ecuaciones y gráficas para describir y explicar este punto. Es importante que se indiquen el sistema de referencia utilizado para representar los resultados, tanto para este inciso como para los siguientes.

Para este punto se propuso un tiempo para cada etapa, en la primera etapa en la cual el brazo eleva la caja de manera vertical se propusieron dos segundos y para la segunda etapa en donde el brazo rota 72° para dejar la caja en su posición final se propuso un segundo, ya que el recorrido total del brazo debe realizarse en un tiempo total de tres segundos.

En las figuras VI, VII, VIII, se muestra el comportamiento de la caja, la aceleración, velocidad y posición respectivamente. Todos los comportamientos son respecto al eje Y de nuestro sistema de referencia.

ETAPA 1: Perfil propuesto:

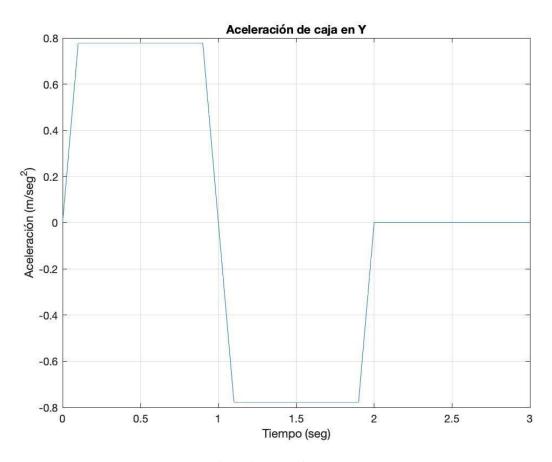


Fig. VI Gráfica de Aceleración de caja etapa 1

El perfil de aceleración fue el primero que se propuso dando un valor de aceleración máxima de  $0.777 \, \text{m/seg}^2$ . Consecutivamente con esa aceleración y perfil propuesto en el código se integró ese mismo perfil para obtener el perfil de velocidad de la caja, es decir:

$$v_y = \int_0^2 a_y \, dt$$

Donde se obtuvo el siguiente perfil:

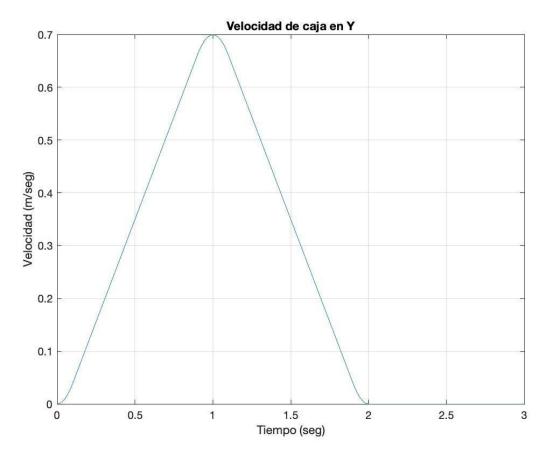


Fig. VII Gráfica de Velocidad de caja etapa 1

Una vez obtenido el perfil de velocidad de la caja en la primera etapa se le aplicó la integral a este perfil debido a que la integral de la velocidad es la posición de la caja o así mismo la doble integral de la aceleración es la posición, es decir:

$$y = \int_{0}^{2} v_{y} dt = \iint_{00}^{22} a_{y} dt$$

Donde se obtuvo el siguiente perfil:

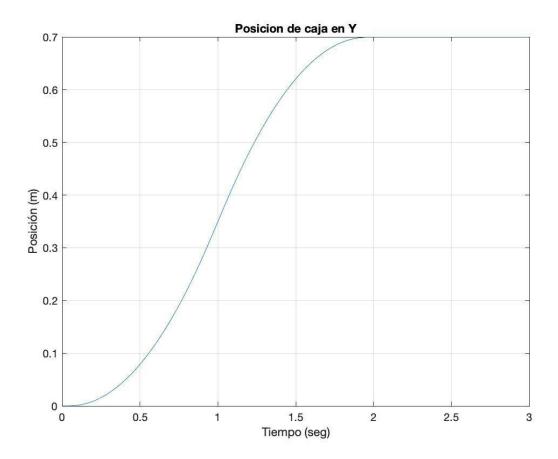


Fig. VIII Gráfica de Posición de caja etapa 1

Al igual que en la primera etapa el perfil propuesto en la segunda fue el de aceleración, en este caso el valor de nuestra  $\alpha_{m\acute{a}x}$  tenía que concordar con el ángulo de giro que daría la caja, es decir,  $\theta_3 = 72^\circ = 1.26$  rad.

En las figuras IX, X, XI, se muestra el comportamiento angular de la caja, la aceleración, velocidad y posición angular respectivamente en la segunda etapa, la cual es cuando el brazo hace el giro para dejar la caja en su posición final.

ETAPA 2:

Perfil propuesto:

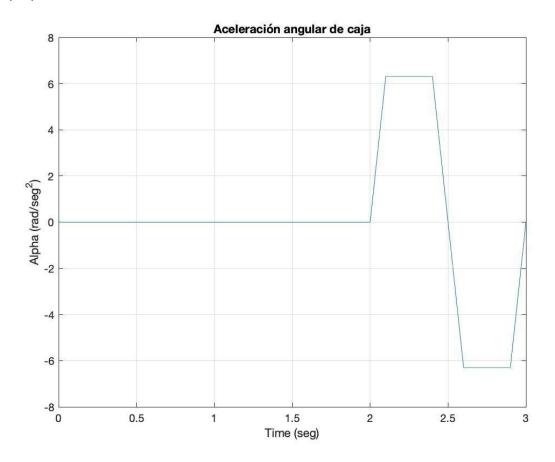


Fig. IX Gráfica de Aceleración de caja en etapa 2

Al igual que en la etapa uno, tenemos que:

$$w = \int_2^3 \alpha \ dt$$

Donde w es velocidad angular y  $\alpha$  es aceleración angular. Donde así mismo después de realizar la integral se obtuvo el siguiente perfil:

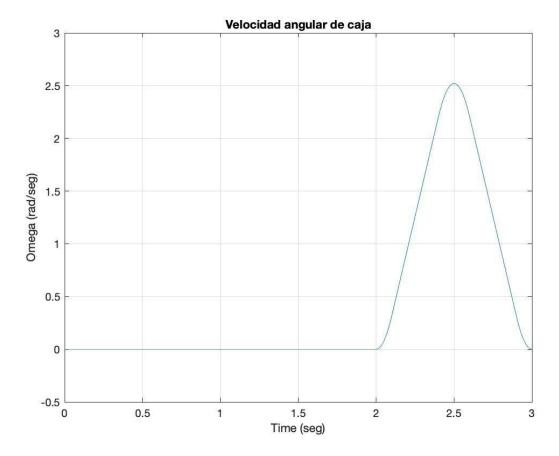


Fig. X Gráfica de Velocidad de caja en etapa 2

Una vez obtenido el perfil de velocidad angular, se aplica la integral a éste para obtener la posición angular de la caja, es decir nuestra  $\theta$ .

$$\theta = \int_2^3 w \ dt = \int \int_2^3 \alpha \ dt$$

Donde se obtuvo el siguiente perfil:

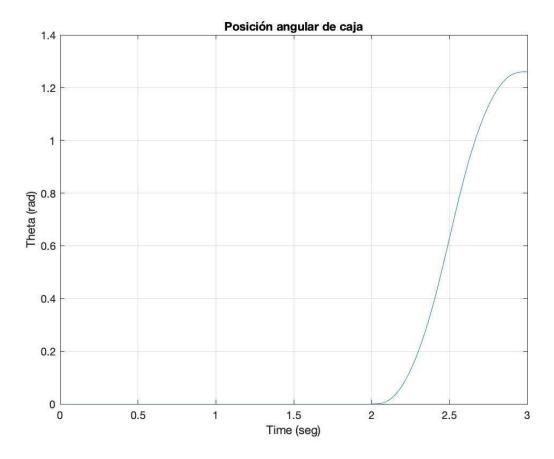


Fig. XI Gráfica de Posición de caja en etapa 2

d) Establezca las ecuaciones cinemáticas para describir el movimiento del brazo robótico. Debe relacionar las variables angulares del brazo robótico con el perfil cinemático que se propuso para la caja. Debe graficar, posiciones, velocidades y aceleraciones angulares del brazo robótico que hacen que la caja se mueva como se definió en el punto b). Debe ser muy claro en el sistema que está desplegando los resultados y cómo se relacionan los sistemas, en el caso de utilizar más de uno.

Para las ecuaciones cinemáticas nos basamos en las variables ubicadas en el siguiente modelo:

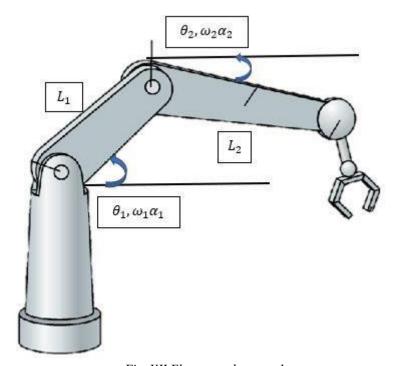


Fig. XII Elementos de etapa 1

Las ecuaciones cinemáticas que se usaron en el brazo para el movimiento vertical (primer movimiento) son las siguientes, éstas partieron del siguiente modelo de la etapa 1:

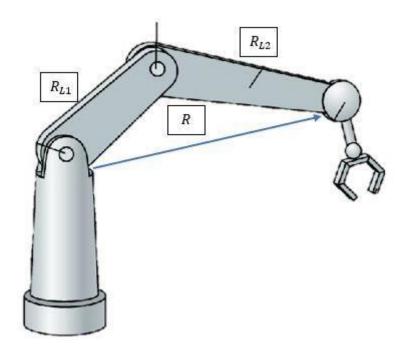


Fig. XIII Nombres de eslabones.

Posición:

1. 
$$R = Rxi + Ryj$$

2. 
$$Rx = L1Cos(\theta_1) + L2Cos(\theta_2)$$

3. Ry = L1Sin(
$$\theta_1$$
) + L2Sin( $\theta_2$ )

Velocidad:

1. 
$$V = dR/dt$$

2. 
$$Vx = -L1Sin(\theta_1) w_1 - L2Sin(\theta_2) w_2$$

3. 
$$Vy = L1Cos(\theta_1) w_1 + L2Cos(\theta_2) w_2$$

Aceleración:

1. 
$$a = dV/dt$$

2. 
$$Ax = -L1[Sin(\theta_1) \alpha_1 + Cos(\theta_1) \omega^2_1] - L2[Sin(\theta_2) \alpha_2 + Cos(\theta_2) \omega^2_2]$$

3. 
$$Ay = L1[Cos(\theta_1) \alpha_1 - Sin(\theta_1) \omega^2_1] + L2[Cos(\theta_2) \alpha_2 - Sin(\theta_2) \omega^2_2]$$

Por último, con la ayuda de éstas ecuaciones obtenidas y con el código de Matlab podremos conocer el comportamiento del brazo durante la etapa 1, es decir cuáles son su respectivos valores para posición, velocidad, y aceleración angular a lo largo del tiempo.

Cabe destacar que durante el último segundo, es decir de 2 a 3 segundos, los valores de cada variable permanecen constantes debido a que es en la etapa 2 cuando el brazo realiza el giro sobre el eje Y para terminar su trayecto. Las gráficas obtenidas son las siguientes:

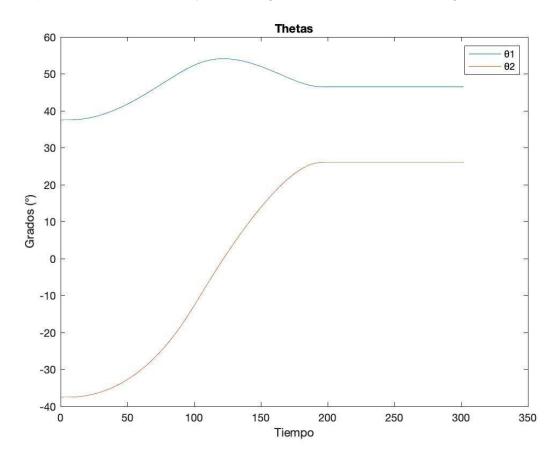


Fig. XIV Gráfica de Thetas de cada eslabón

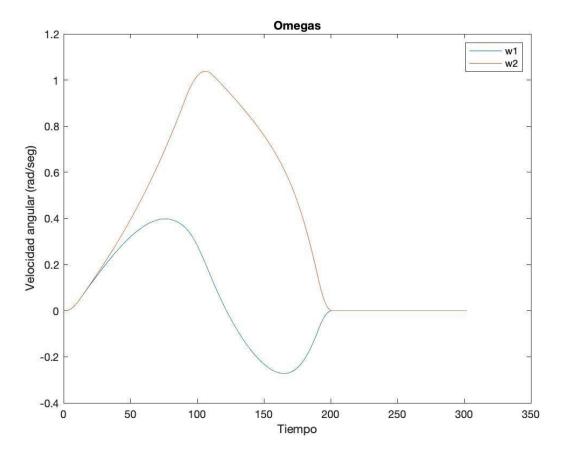


Fig. XV Gráfica de Omegas de cada eslabón

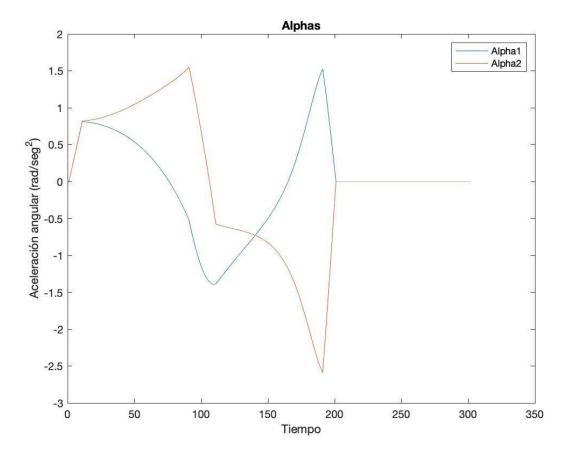


Fig. XVI Gráfica de Alphas de cada eslabón

e) Obtenga las ecuaciones para las fuerzas y momentos que actúan en cada una de las articulaciones del brazo robótico. Incluya todos los diagramas de cuerpo libre pertinentes y procedimiento necesario para llegar a ellas. Grafíquelas desde la posición inicial hasta la final. Los resultados deben presentarse tanto en el sistema 2 como en el 3.

Conociendo todos los valores calculados hasta el momento de nuestro sistema se procedió a realizar los cálculos para obtener los motores necesarios para el sistema. Se inició haciendo el diagrama de cuerpo libre de cada elemento. El primer elemento a analizar fue la caja al momento de ser levantada, como se puede observar en la siguiente figura.

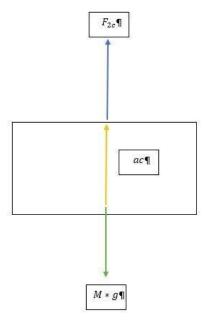


Fig. XVII Diagrama de cuerpo libre en la caja

Una vez realizada la sumatoria de fuerzas se despeja la única variable desconocida F2c.

$$F_{2\rightarrow c} = m_{caja}a_{caja} + m_{caja}g$$

Ya obtenida la fuerza que deseábamos se procedió a hacer el análisis de cuerpo libre del eslabón 2 el cual soporta la caja, en la siguiente figura se puede observar como el eslabón está expuesto a fuerzas y torques.

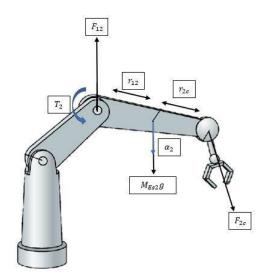


Fig. XVIII Diagrama cuerpo libre en eslabón 2

Al realizar el análisis del eslabón 2, pudimos observar que tenemos 2 incógnitas F12 y T2. Estas dos incógnitas se resolvieron haciendo sumatoria de fuerzas y la sumatoria de torques. Llegamos a la conclusión que para T2 es necesario un motor para ese eslabón para poder mover ese eslabón.

Resolviendo se obtienen las siguientes ecuaciones y gráficas:

$$F_{12} = m_{Es2}a_2 - m_{Es2}g - F_{2c}$$

$$F_{2c} = F_{12}$$

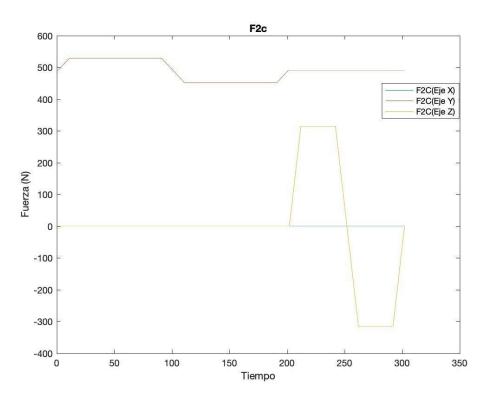


Fig. XIX Gráfica de fuerza entre eslabón dos y caja

# Sistema 3:

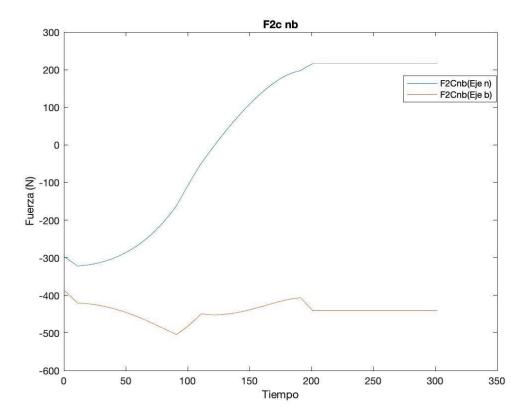


Fig. XX Gráfica de fuerza entre eslabón dos y caja en eje n y b

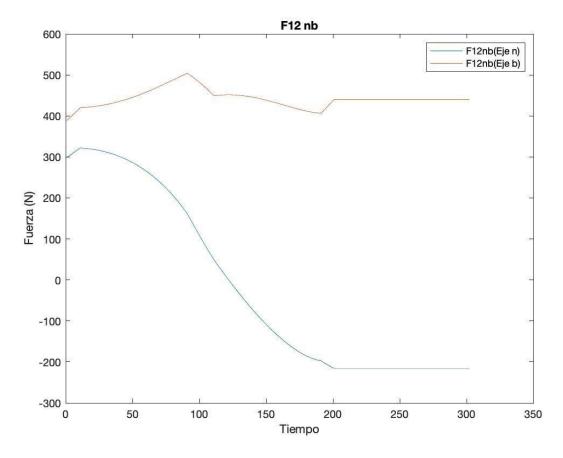


Fig. XXI Gráfica de fuerza entre eslabón uno y dos en eje n y b

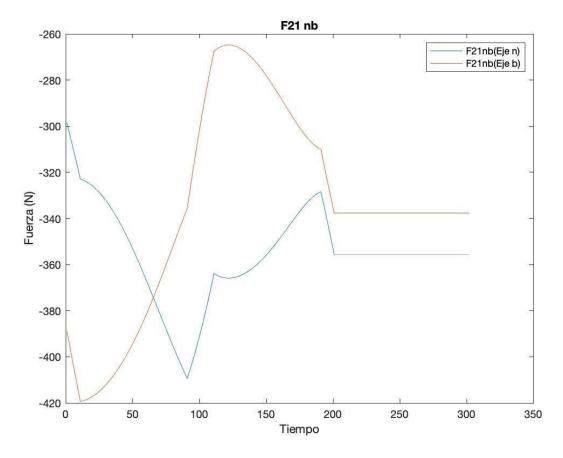


Fig. XXII Gráfica de fuerza entre eslabón dos y uno en eje n y b

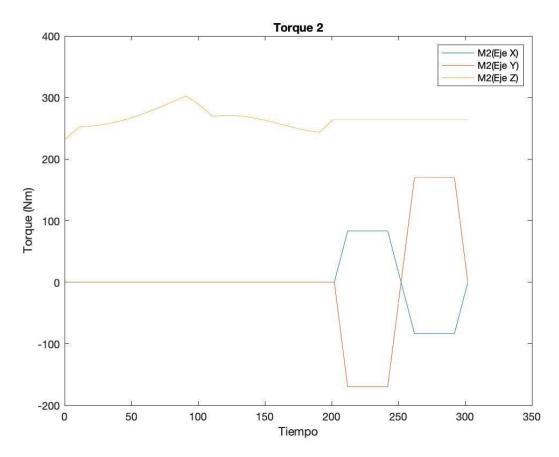


Fig. XXIII Gráfica de torque 2

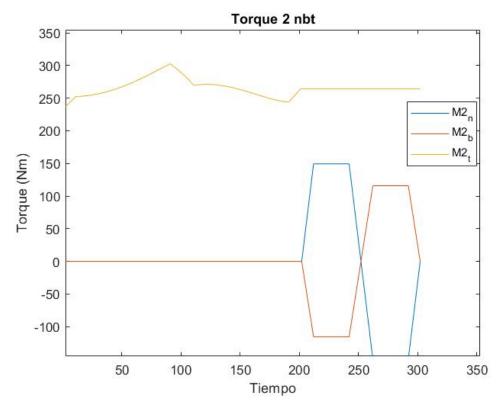


Fig. XXIV Gráfica de torque 2 en eje nbt

Una vez obtenidos F12 y T2 se procedió a realizar el mismo análisis en el eslabón 1 como se puede observar en la siguiente figura.

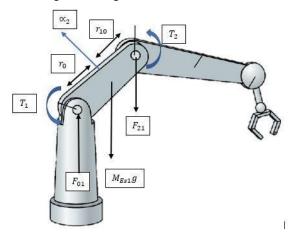


Fig. XXV Diagrama de cuerpo libre en eslabón 1

Se sigue el mismo análisis que en el eslabón 2, se realizó un análisis de fuerzas y torques, para obtener F01 y T1, T1 como en el caso anterior requerirá un motor para que se pueda realizar. Donde se obtuvieron las siguientes ecuaciones y gráficas:

$$F_{01} = m_{Es1}\alpha_1 - m_{Es1}g - F_{21}$$

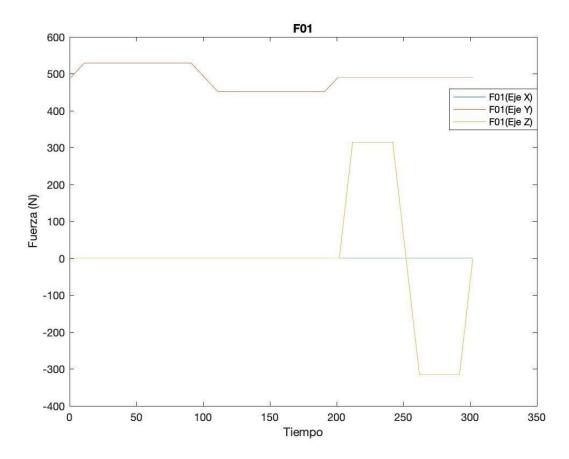


Fig. XXVI Gráfica de fuerza entre eslabón uno y base

## Sistema 3:

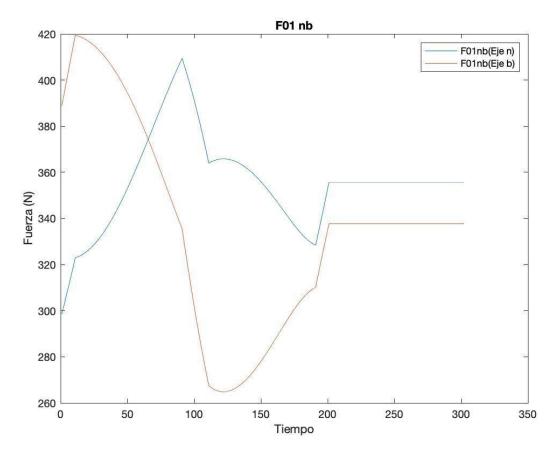


Fig. XXVII Gráfica de fuerza entre eslabón uno y base en eje n y b

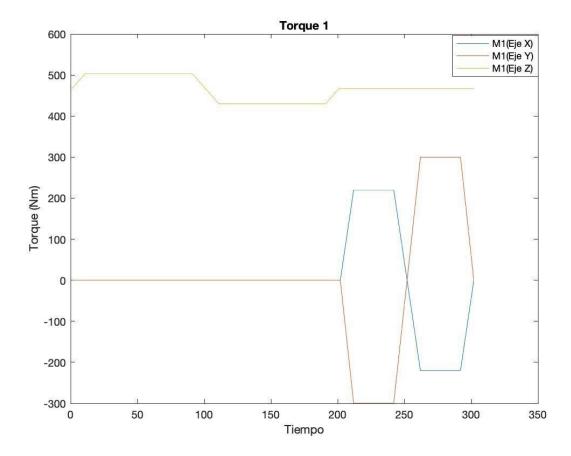


Fig. XXVIII Gráfica de torque 1

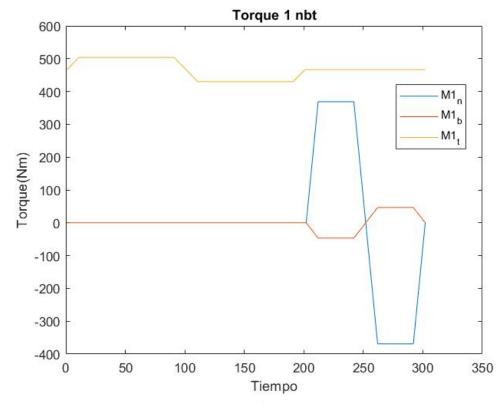


Fig. XXIX Gráfica de torque 1

f) Proponer un esquema preliminar del arreglo de transmisión de potencia a utilizar y de los elementos estructurales. Los modelos deben ser realizados en computadora con las dimensiones preliminares tentativas.

Utilizando los valores obtenidos anteriormente de torques y velocidades angulares se pueden calcular las potencias de cada eslabón de la siguiente forma:

$$P = T\omega$$

Una vez calculadas las potencias para los respectivos eslabones y graficadas en Matlab se obtiene:

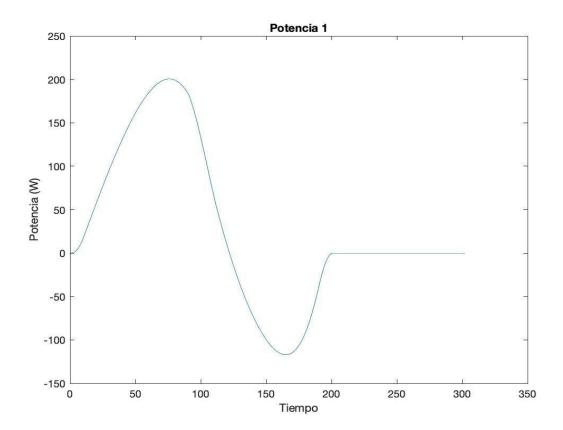


Fig. XXX Gráfica de potencia 1

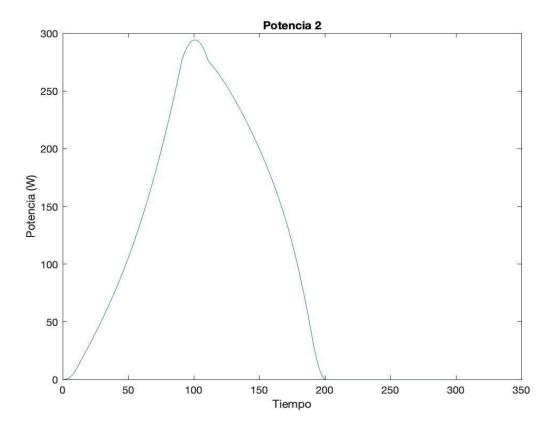


Fig. XXXI Gráfica de potencia 2

El esquema preliminar de arreglo de transmisión de potencia propuesto es el uso de tres motores, en donde estarán ubicados de la siguiente manera:

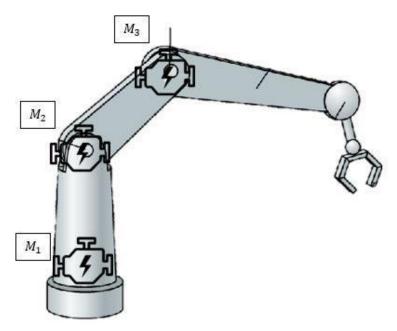


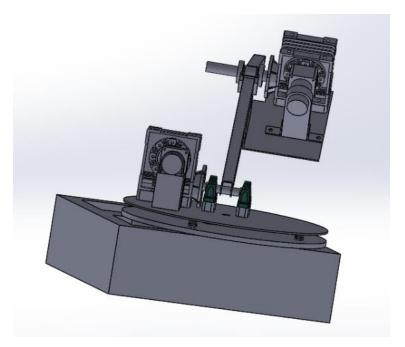
Fig. XXXII Esquema de motores

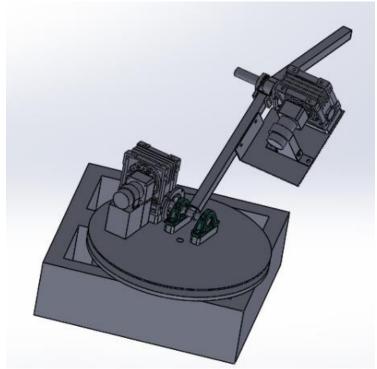
En donde el motor uno, el cual está ubicado en la base del brazo, se encargará de hacer la segunda etapa del brazo la cual es girar a éste para llegar a su posición final. Y en donde tanto el motor dos como el tres se encargarán de darle el movimiento a su respectivo eslabón.

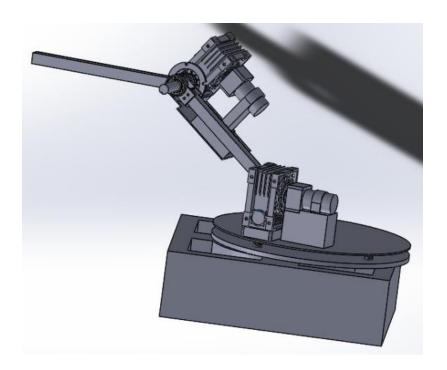
# **SEGUNDO ENTREGABLE:**

Objetivo del entregable: generar el diseño conceptual del brazo robótico para ser utilizado en las condiciones de operación analizadas en el parcial pasado. Utilizar un factor de seguridad de 1.2

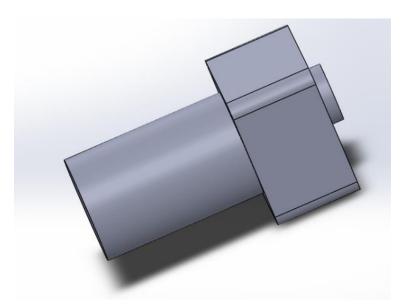
- a) Diseño conceptual: Explicar los componentes que deberá llevar su brazo robótico. Diagramas en CAD del ensamble completo. Las dimensiones son preliminares. Los componentes básicos son:
  - a. Estructura





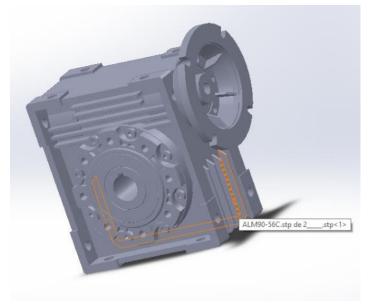


## b. Motores



Como se puede observar en la figura, este será el diseño de los motores que se utilizarán para mover el brazo.

## c. Engranes



Este es el diseño del reductor que se utilizará para la relación de 10:1 que se implementará tanto para el motor uno como el motor tres.

## Reductor 1 y 3:

Entrada:

Velocidad: 100 rpm.Torque: 300 Nm.

Salida:

Velocidad: 10 rpm.Torque: 300 Nm.



Este es el diseño del reductor que se usará para el motor dos, el cual tiene una relación de 20:1.

#### Reductor 2:

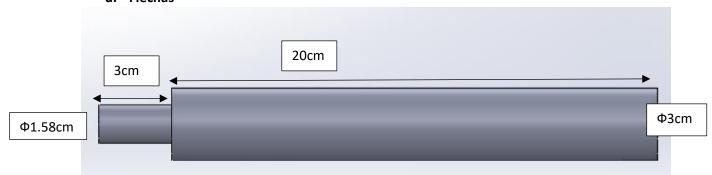
- Entrada:
  - o Velocidad: 40 rpm.

o Torque: 60 Nm.

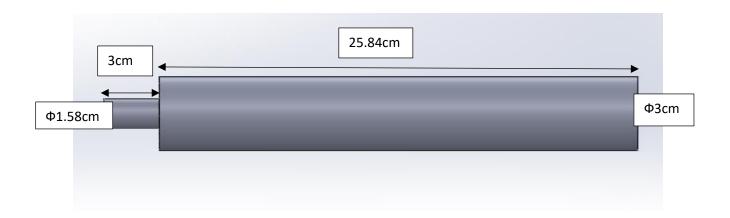
#### Salida:

Velocidad: 4 rpm.Torque: 600 Nm.

#### d. Flechas

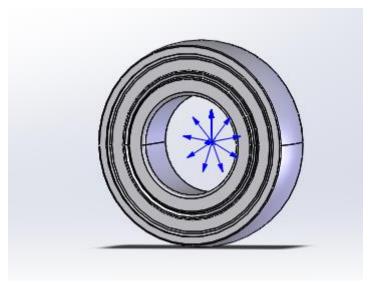


En esta imagen se puede ver el diseño de la primera flecha, la cual es la que se encuentra ubicada en la parte del segundo motor. Así mismo en esta se puede observar sus respectivas dimensiones.



Así mismo en esta otra imagen se ve el diseño de la segunda flecha, la cual está ubicada en la parte del tercer motor.

## e. Rodamientos



Rodamiento de bola con contacto angular.

Diámetro exterior: 60 mm. Diámetro interior: 30 mm.

b) Cálculo de Fatiga en la estructura: Utilizando las cargas calculadas en el entregable anterior, deberá diseñar la estructura para que tenga vida infinita a fatiga. En este punto se deben incluir y explicar paso a paso el procedimiento para calcular elementos estructurales a fatiga. Capítulo 6. Es importante que seleccione componentes con medidas estándar.

Ecuaciones utilizadas:

1) 
$$\sigma = \frac{M}{\sigma}$$

1) 
$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$
  
2)  $\tau = \frac{T_n c}{I}$ 

Donde:

a) 
$$M = \sqrt{M_b^2 + M_t^2}$$
  
b)  $I = \frac{\pi}{4}(D^4 - d^4)$   
c)  $J = \frac{\pi}{2}(D^4 - d^4)$ 

b) 
$$I = \frac{\pi}{4}(D^4 - d^4)$$

c) 
$$J = \frac{\dot{\pi}}{2}(D^4 - d^4)$$

3) 
$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right|$$

4) 
$$\tau_a = \left| \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2} \right|$$

5) 
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

6) 
$$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2}$$
  
7)  $\sigma'_a = (\sigma_a^2 + 3\tau_a)^{1/2}$ 

7) 
$$\sigma'_a = (\sigma_a^2 + 3\tau_a)^{1/2}$$

8) 
$$\sigma'_m = (\sigma_m^2 + 3\tau_m)^{1/2}$$

9) 
$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

10) 
$$S'_e = \frac{1}{2} S_{ut}$$

$$11)\frac{\sigma_a}{s_e} + \frac{\sigma_m}{s_v} = \frac{1}{n}$$

12) 
$$\sigma'_a = \left[ \left( \frac{32K_f M_a}{\pi d^3} \right)^2 + 3\left( \frac{16K_{fs} T_a}{\pi d^3} \right)^2 \right]^{1/2}$$

13) 
$$\sigma'_m = \left[ \left( \frac{32K_f M_m}{\pi d^3} \right)^2 + 3\left( \frac{16K_{fs} T_m}{\pi d^3} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Así mismo se toman en cuenta las siguientes ecuaciones, debido a que los eslabones se ven afectados por la flecha que los atraviesa:

14) 
$$J_{net} = \frac{\pi A (D^4 - d^4)}{32}$$

$$15) \tau_0 = \frac{TD}{2J_{net}}$$

16) 
$$Z_{net} = \frac{\pi A}{32 D} (D^4 - d^4)$$

17) 
$$\sigma_0 = \frac{M}{Z_{net}}$$

Donde con estas fórmulas y los siguientes datos:

a = diámetro de flecha = 2 cm

D = diámetro exterior de tubo = 1.75 in

d = diámetro interior de tubo = 1.5 mm

$$a/D = 0.4$$

$$d/D = 0.9$$

Se obtiene que:

$$K_{ts} = 2.67$$

Valores a utilizar obtenidos del código de Matlab:

Eje n:

 $M_{max} = 369.1049 \text{ Nm}$ 

 $M_{min} = -369.1049 \text{ Nm}$ 

Eje b:

 $M_{max} = 46.6358 \text{ Nm}$ 

 $M_{min} = -46.6358 \text{ Nm}$ 

Eje t:

 $M_{max} = 503.8353 \text{ Nm}$ 

 $M_{min} = -473.38 \text{ Nm}$ 

Con el catálogo de tubos se propuso un tubo con los siguientes valores:

D = 1.75 in (Diámetro exterior)

d = 1.5 mm (Grosor)

Con el material se obtuvo:

$$S_{ut} = 400 MPa$$

$$S_{v}=250~\mathrm{MPa}$$

Con la fórmula 10, se obtiene:

$$S_e' = 200 MPa$$

Se utiliza esa fórmula debido a que  $S_{ut} \leq 1400~MPa$ .

Obteniendo los factores de corrección para el límite de endurecimiento:

$$K_a = 1$$

Debido a que el material escogido no sufre ningún tratamiento térmico.

$$K_b = 0.879d^{-0.107}$$

$$K_b = 0.879(1.75)^{-0.107}$$

$$K_b = 0.8279$$

Debido a que el diámetro está ubicado entre 0.11 y 2 in.

Se supone un valor de:

$$K_c = 1$$

Este valor se corrige con Von Mises.

$$K_d = 1$$

Debido a que es a temperatura ambiente.

$$K_e = 0.868$$

Debido a que se quiere tener más precisión y tener más valores recabados, se toma un porcentaje de 95%.

Por último, se toma un valor de:

$$K_f = 1$$

Una vez obtenidos todos los factores y con el valor de  $S'_e$ , se sustituyen en la ecuación 9 y se obtiene:

$$S_e = 143.7 \, MPa$$

Con los valores obtenidos de momentos en los ejes, b y t y las fórmulas a, b y c se obtiene:

 $M_{max} = 505.989 \text{ Nm}$ 

 $M_{min} = 475.672 \text{ Nm}$ 

 $I = 3.92x10^{-7} m^4$ 

 $J = 7.84 \times 10^{-7} \ m^4$ 

Con las fórmulas 1 y 2, se sustituyen los valores de a, b y c en su respectiva fórmula, y se obtiene:

$$\sigma_{max} = 28.65 MPa$$

$$\sigma_{min} = 26.94 MPa$$

$$\tau_{max} = 10.45 MPa$$

$$\tau_{min} = -10.45 MPa$$

Con los valores obtenidos en el paso anterior y sustituyéndolos en las fórmulas 3, 4, 5 y 6 se obtiene:

$$\sigma_a = 858403.7967 Pa$$

$$\sigma_m = 27.795 MPa$$

$$\tau_a = 10.45 MPa$$

$$\tau_m = 10.45 MPa$$

Haciendo las correcciones con Von Mises (fórmulas 7 y 8), se obtiene:

$$\sigma'_{a} = 18.12 \, MPa$$

$$\sigma'_{m} = 33.17 \, MPa$$

Con la fórmula 11 se obtiene un valor de:

n = 3.86

Por lo tanto, sí cumple con lo requerido ya que el valor de n para ambos eslabones es mayor al requerido de 1.2 bajo las condiciones por las cuales pasará el brazo.

### c) Transmisión: Diseñar la transmisión que necesitara para poder dar el torque necesario

a. Definir relación de transmisión para poder conseguir el torque y velocidad angular con el motor seleccionado

#### Relación para motor 1:

Pare este motor se utilizará un motor de 30 Nm a 87 RPM y el reductor que se incorporará para ambos será de una relación de 10:1. Con esta relación se puede conseguir el torque de 300 Nm y en cuanto a la velocidad angular queda bastante sobrado (8.7 RPM) debido a que lo que se requiere son solamente 3.5 RPM.

#### Relación para motor 2:

Para este se utilizará un motor de 30 Nm a 87 RPM y un reductor de una relación de 20:1. Con esta relación se consiguen 100 Nm más de los requeridos (500 Nm) y en cuanto a velocidad angular queda perfecto a 4.35 RPM debido a que se requieren 3.5 RPM.

#### Relación para motor 3:

Para este se utilizará un motor de 30 Nm a 104 RPM y un reductor de una relación de 10:1. Con esta relación se consiguen 100 Nm más de los requeridos (300 Nm) y en cuanto a velocidad angular queda perfecto a 10.4 RPM debido a que se requieren 9.9 RPM.

#### Seleccionar los engranes a utilizar del catálogo de <a href="https://khkgears.net/new/">https://khkgears.net/new/</a>

Los engranes cónicos que se escogieron fueron escogidos para transmitir la flecha que va del motor 3 al eslabón 2 debido a que el motor 3 se podrá en la base y no en el eslabón, esto debido a su peso para no cargar dicho peso en el eslabón. Se escogió una relación 1:1 ya que no se desea aumentar el torque sino sólo transmitirlo. El engrane cónico elegido es el siguiente:



Fig. XXXIII Engranes cónicos serie SMS8-20L

Datos importantes de los engranes cónicos:

Pitch diameter (mm): 170

### Calcular las cargas de contacto sobre los engranes.

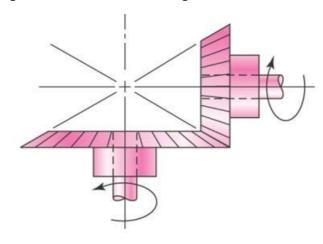


Fig. XXXIV Posición de engranes cónicos

Se tiene una relación de 1:1, por lo que siguiendo esto se obtiene:

1) 
$$\tan(\gamma) = \frac{N_P}{N_G} \rightarrow \gamma = \tan^{-1}(1)$$
  $\therefore \gamma = 45^{\circ}$   
2)  $\tan(\Gamma) = \frac{N_G}{N_P} \rightarrow \Gamma = \tan^{-1}(1)$   $\therefore \Gamma = 45^{\circ}$ 

2) 
$$tan(\Gamma) = \frac{N_G}{N_P} \rightarrow \Gamma = tan^{-1}(1)$$
  $\therefore \Gamma = 45^{\circ}$ 

Así mismo para la obtención de cálculos se usa  $w_3 = 9.9 \ RPM$  para el valor de n (RPM,) para el valor de H (potencia en KW) tomamos en cuenta el valor de la potencia 2 obtenido en el primer entregable.

Las fórmulas utilizadas para calcular las cargas de contacto sobre los engranes fueron las siguientes:

3) 
$$W_t = \frac{60000 \, H}{\pi dn}$$

- 4)  $W_r = W_t tan \emptyset cos \gamma$
- 5)  $W_a = W_t tan \emptyset sin \gamma$

Con las fórmulas 14, 15 y 16, se obtienen los siguientes resultados de los cálculos de carga:

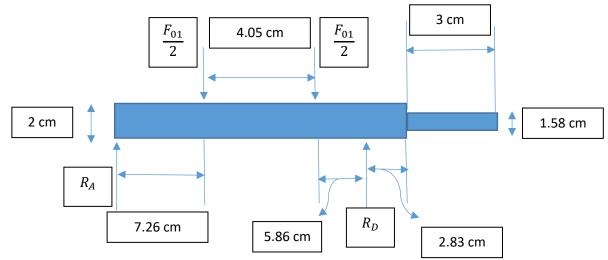
$$W_t = \frac{60000 \, H}{\pi dn} = \frac{60000 * 0.29 \, KW}{\pi * 170 * 9.9} = 3.3 \, KN$$

$$W_r = W_t tan \emptyset cos \gamma = 3.3 tan(20) cos(45) = 0.85 KN$$

$$W_a = W_t tan \emptyset sin \gamma = 3.3 tan(20) sin(45) = 0.85 KN$$

- d) Flecha: de acuerdo con las cargas en los engranes debe dimensionar las flechas para resistan la fatiga. Seguir los pasos de los ejemplos de la tarea
  - a. Diagramas de cuerpo libre de las flechas.
  - b. Localización de esfuerzos máximos
  - c. Dimensionar la flecha para que resista vida infinita

## Flecha 1 la cual se encuentra en motor 2:



El material utilizado fue:

**AISI 1040 CD** 

Donde con este material se obtuvo lo siguiente:

$$S_{ut} = 590 \, MPa$$

$$S_v = 490 MPa$$

Aplicando la fórmula 10, se obtiene que:

$$S_e' = 295 MPa$$

Del diagrama se obtiene que:

$$F_{01} = 525 N$$

$$T = 500 \, Nm$$

Aplicando Sumatoria de momentos en D:

$$\sum_{A} M_D = 0$$

$$\left(\frac{525}{2}\right)(0.0586) + \left(\frac{525}{2}\right)(0.0991) - R_A(0.1717) = 0$$

$$\therefore R_A = 241.1 N$$

Donde así mismo se obtiene que aplicando sumatoria de momentos en A:

$$\sum M_A = 0$$

$$\left(\frac{525}{2}\right)(0.0726) + \left(\frac{525}{2}\right)(0.1131) - R_D(0.1717) = 0$$

$$\therefore R_D = 283.9 N$$

Conociendo el momento en el punto B y C los cuales son los puntos medios:

$$M_B = R_A(0.0726) = 17.5 Nm$$

$$M_C = R_D(0.0586) = 16.6 Nm$$

Consecutivamente obteniendo los factores de corrección para el límite de endurecimiento:

Debido a que se utilizó un material Cold-Drawn para el factor de  $K_a$  se tienen los siguientes coeficientes:

$$a = 4.51 MPa$$

b = -0.265 (exponente)

Una vez sabiendo esto, se aplica la siguiente fórmula:

$$K_a = aS_{ut}^b$$

Donde se obtuvo un valor de:

$$K_a = 0.83$$

Para  $K_b$  se obtuvo:

$$K_b = 0.879(0.62)^{-0.107} = 0.93$$

$$K_a = 1$$

$$K_c = 1$$
$$K_d = 1$$

Debido a que es a temperatura ambiente.

A un valor de 95%:

$$K_e = 0.868$$

$$K_f = 1$$

Sustituyendo los valores correspondientes en la fórmula 9, se obtiene que:

$$S_e = 0.83 * 0.93 * 1 * 1 * 0.868 * 1 * 295$$
  

$$\therefore S_e = 197.65 MPa$$

$$S_e = 197.65 MPa$$

Así mismo cuando se realizaron las sumatorias de fuerzas y momentos se obtuvieron los valores de los siguientes datos:

$$M_a = 17.5 \, Nm$$

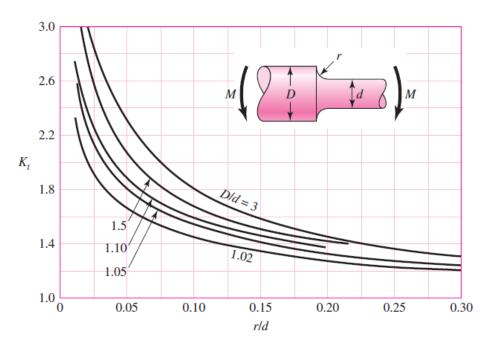
$$T_m = 500 Nm$$

Debido a que se tiene momento alternante y torque medio, se sabe que:

$$M_m = T_a = 0$$

Por consiguiente, se supone un radio de filete de r=1mm.

Analizando la siguiente gráfica:



Donde:

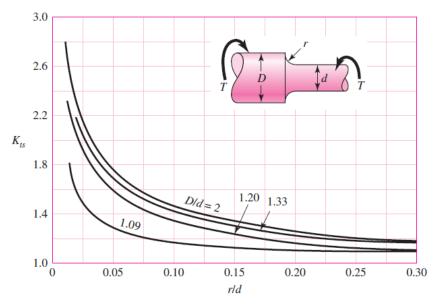
$$\frac{r}{d} = \frac{0.001 \, m}{0.0158 \, m} = 0.063$$

$$\frac{D}{d} = \frac{2 \, cm}{1.58 \, cm} = 1.266$$

Con estos valores, se obtiene que:

$$K_t = 1.8$$

Para obtener el factor  $K_{ts}$  se analiza la siguiente gráfica:



Donde aplica de igual manera lo siguiente:

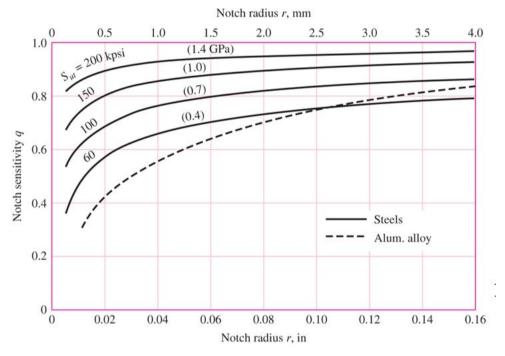
$$\frac{r}{d} = \frac{0.001 \, m}{0.0158 \, m} = 0.063$$

$$\frac{D}{d} = \frac{2 \, cm}{1.58 \, cm} = 1.266$$

Así mismo con estos valores, se obtiene que:

$$K_{ts}=1.5$$

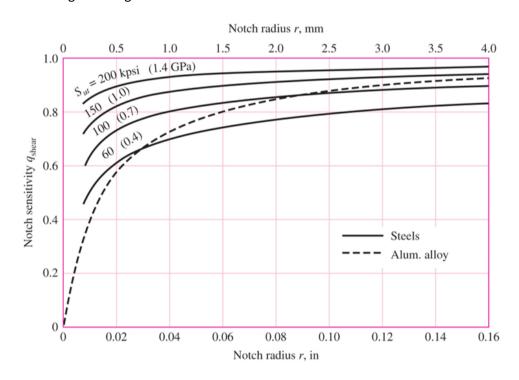
Con la siguiente figura, r=1mm y  $S_{ut}=590\ MPa$  :



Se obtiene que:

$$q = 0.7$$

Así mismo con la siguiente figura:



Se obtuvo un valor de:

$$q_{shear} = 0.75$$

Con la siguiente ecuación y sustituyendo valores:

$$K_{f=} 1 + q (Kt - 1) = 1 + (0.7) (2.1 - 1)$$

Se obtiene que:

$$K_f = 1.56$$

Así mismo con la siguiente:

$$K_{fs} = 1 + q_s(K_{ts} - 1) = 1 + (0.75) (1.8 - 1)$$

$$K_{fs} = 1.375$$

Aplicando las fórmulas 12 y 13, se obtiene que:

$$\sigma'_a = 70.5 MPa$$
  
$$\sigma'_m = 383840 Pa$$

Aplicando:

$$\frac{\sigma_a'}{s_e} + \frac{\sigma_m'}{s_{ut}} = \frac{1}{n}$$

Se obtiene que:

$$n = 2.8$$

Por lo tanto, sí cumple con los requerimientos ya que el factor n es mayor a 1, esto significa que tendrá vida infinita.

## Flecha 2 la cual conecta a ambos eslabones:

Para esta flecha no es necesario realizar este mismo proceso debido a que se toma por hecho que la flecha resiste y tiene vida infinita ya que la primera flecha es la que se ve afectada por mayor esfuerzo que la segunda.

## **ENTREGABLE FINAL:**

- a) Selección de rodamientos (30 pts)
  - a. Determinar cargas axiales y radiales sobre los baleros que están en las flechas

Para la obtención de las cargas radiales sobre los baleros se hizo uso de la siguiente fórmula:

$$C_{10} = F_R = F_D \left(\frac{\mathcal{L}_D \, n_D \, 60}{\mathcal{L}_R \, n_R \, 60}\right)^{1/a}$$

Donde a = 3.

Así mismo, se propusieron los valores de trabajo de la máquina, es decir:

Se tiene planeado que la máquina trabaje en una duración de 20 horas al día los 7 días de la semana durante 10 años, por lo que la cantidad de horas son:

$$\mathcal{L}_D = 73000 \, hrs.$$

Para la primera flecha, la cual conecta al eslabón con la base, se sabe que:

$$F_D = 283.9 N$$

$$n_D = 4 RPM$$

Aplicando la fórmula de la carga radial se obtiene que:

$$C_{10} = F_{R1} = 283.9 \left(\frac{(73000)(4)(60)}{10^6}\right)^{1/3}$$

$$F_{R1} = 737.36 \, N$$

Para la segunda flecha, la cual conecta ambos eslabones, se sabe que:

$$F_D = 283.9 \, N$$

$$n_D = 10 RPM$$

Aplicando la fórmula de la carga radial se obtiene que:

$$C_{10} = F_{R2} = 283.9 \left(\frac{(73000)(10)(60)}{10^6}\right)^{1/3}$$

Los ciclos que se realizan son:

$$(73000)(10)(60) = 43.8x10^6$$
 ciclos

$$\therefore F_{R2} = 1 KN$$

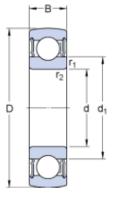
# b. Procedimiento para seleccionar baleros de catálogo de acuerdo con las condiciones de operación.

Una vez conocidas las fuerzas radiales aplicadas sobre los baleros se procedió a revisar un catálogo en el cual se pudiera encontrar un balero el cual permitiera dichas fuerzas y no existiera riesgo de error en el diseño de la máquina, el balero que se seleccionó es el siguiente:

## 1726208-2RS1

Producto popular

## **Dimensiones**



d		40	mm
D		80	mm
В		18	mm
d <sub>1</sub>	≈	52.6	mm
r <sub>1,2</sub>	min.	1.1	mm

0.35

kg

#### Datos del cálculo

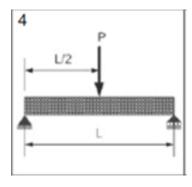
Rodamiento de masa

Masa			
Factor de cálculo	f <sub>0</sub>	14	
Velocidad límite con tolerancia de eje h6		5600	r/min
Carga límite de fatiga	P <sub>u</sub>	8.0	kN
Capacidad de carga estática básica	С 0	19	kN
Capacidad de carga dinámica básica	С	30.7	kN

En donde se puede ver que la carga límite de fatiga es mucho mayor que la carga obtenida a lo largo de 10 años aplicada día con día. Dado lo visto y calculado se concluyó que con este balero no habría riesgo ni error de diseño por lo que se procedió a hacer uso de este para la máquina.

 c. Determinar si la flecha cumple con la pendiente requerida para montar el balero (revisar recomendación de fabricante o en caso de que no se tenga utilizar valores de la penúltima filmina)

Para este inciso, se sabe que la viga y la carga se encuentran de la siguiente manera:



En donde la fórmula de la pendiente en el extremo es la siguiente:

$$-\frac{P L^2}{16 E R}$$

Para la pendiente de la primera flecha, la cual conecta al eslabón con la base, se sabe que:

$$P = F_{01} = 525 N$$

$$L = 0.2 m$$

 $E = 200 \ GPa$  por ser acero AISI 1040

$$I = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi (0.015)^4}{4} = 3.98 \times 10^{-8} \, m^4$$

Utilizando la fórmula de pendiente y sustituyendo sus valores, se obtiene que:

$$-\frac{(525) (0.2)^2}{16 (200 \times 10^9) (3.98 \times 10^{-8})} = -0.0016 rad$$

En donde analizando los rangos máximos por el balero utilizado:

## Deep-groove ball

0.001 - 0.003 rad

Se observa que la pendiente generada no causará problema alguno, por lo que está bien elegido ese balero.

Para la pendiente de la segunda flecha, la cual conecta ambos eslabones, se sabe que:

$$P = F_{21} = 451.65 N$$

$$L = 0.2584 m$$

E = 200 GPa por ser acero AISI 1040

$$I = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi (0.015)^4}{4} = 3.98 \times 10^{-8} \, m^4$$

Utilizando la fórmula de pendiente y sustituyendo sus valores, se obtiene que:

$$-\frac{(451.65)(0.2584)^2}{16(200x10^9)(3.98x10^{-8}m^4)} = -0.0024 \, rad$$

En donde de igual manera se analizaron los rangos máximos por el balero utilizado:

## Deep-groove ball

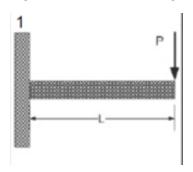
0.001-0.003 rad

Se observa que la pendiente generada no causará problema alguno, por lo que está bien elegido ese balero.

## b) Deflexiones de la estructura (20 pts)

a. Calcular la deflexión de la caja asumiendo desplazamientos de vigas en cantiléver

Para este inciso, se sabe que la viga y la carga se encuentran de la siguiente manera:



En donde la fórmula de deflexión máxima para la carga de la caja es la siguiente:

$$-\frac{PL^3}{3EI}$$

Así mismo la fórmula para la deflexión máxima para el momento o torque es la siguiente:

$$-\frac{ML^2}{2EI}$$

Para la deflexión del segundo eslabón, el cual es el que hace la carga de la caja, se sabe que:

$$P = m_{caja} g = 50(9.81) = 490.5 N$$

$$L = 0.6 m$$

E = 200 GPa por ser acero AISI 1040

$$I = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi (0.04445^4 - 0.04145^4)}{64} = 4.673 \times 10^{-8} \, m^4$$

$$M = PL = (490.5)(0.6) = 294.3 Nm$$

Utilizando la fórmula de deflexión máxima para la carga de la caja y sustituyendo sus valores, se obtiene que:

$$-\frac{(490.5)(0.6)^3}{3(200x10^9)(4.673x10^{-8})} = -3.778 \, rad$$

Así mismo utilizando la fórmula de deflexión máxima para el momento y sustituyendo sus valores, se obtiene que:

$$-\frac{(294.3)(0.6)^2}{2(200x10^9)(4.673x10^{-8})} = -0.0057 \, rad$$

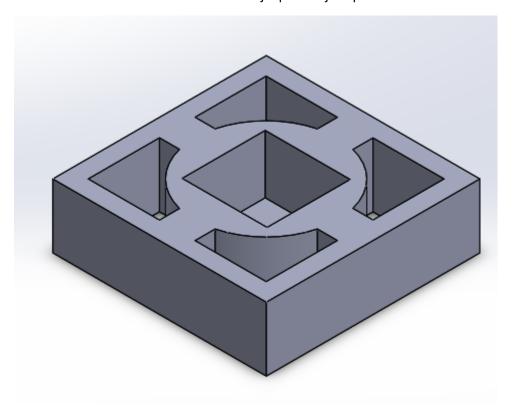
Realizando la sumatoria de ambas deflexiones, se obtiene el valor de:

$$-3.778 - 0.0057 = -3.7837$$
 rad

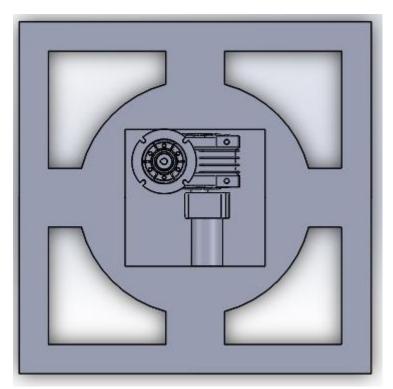
- c) Entregar los dibujos de todas las piezas del brazo robótico cuidando los siguientes puntos (50 pts):
  - a. Todas las piezas deben poder ser manufacturadas
  - b. El brazo debe poder ser desarmado
  - c. Debe quedar muy claro cómo es posible unir todas las piezas del brazo para que funcione

La base se realizó con molde de arena, ya que se necesita rigidez para la base, la cual tendría un costo aproximado de \$20,000.00 debido a que el volumen es de  $0.125\ m^3$ , y se necesita que la base sea pesada y de metal, por eso es por lo que el precio es elevado además que es necesario realizar el molde para fundir dicha pieza.

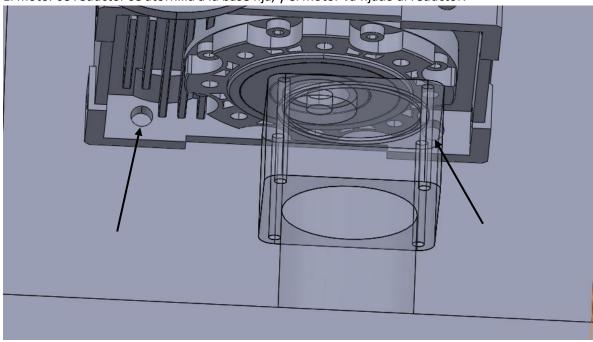
Para iniciar el ensamble se cuenta con una base fija que va fija al piso:



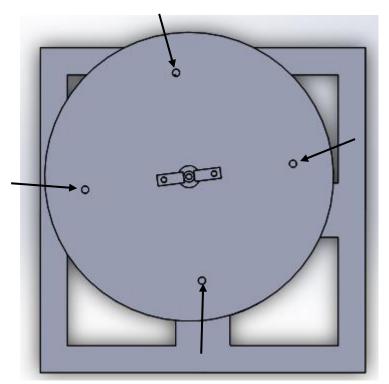
En el cuadro de en medio se colocan el motor y el reductor:



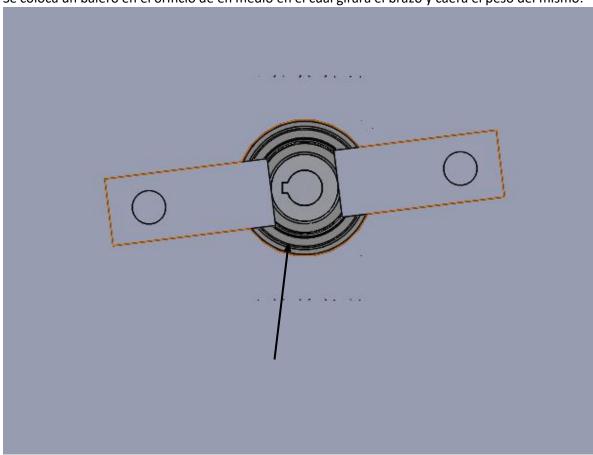
El motor se reductor se atornilla a la base fija, y el motor va fijado al reductor:



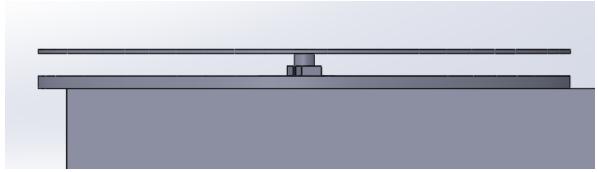
Sobre la base fija, se coloca una base en la cual se sentará el peso, se atornilla a la base donde está señalizado:



Se coloca un balero en el orificio de en medio en el cual girará el brazo y caerá el peso del mismo:



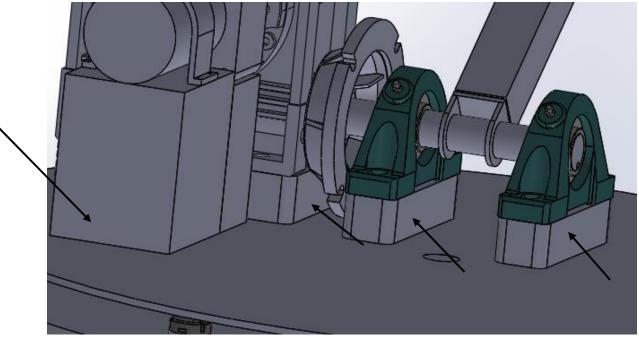
Se coloca la base en donde se colocarán los motores, reductores y el brazo, la flecha va soldada a la placa de metal, la flecha se coloca dentro del reductor la cual hace girar al brazo:



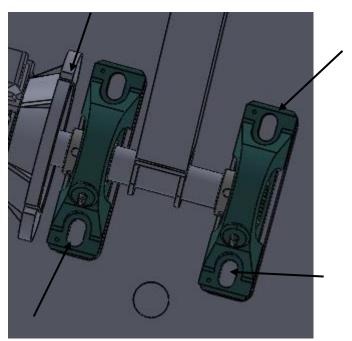
Para evitar que se deforme la plataforma superior se colocan unas bolas locas para que el peso de todo el brazo se distribuya y la placa no se deforme:



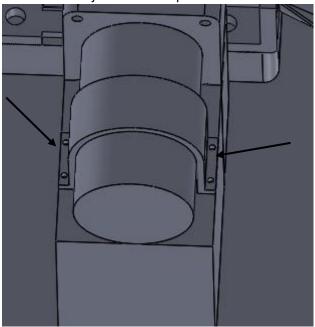
Después se procede a soldar la base para los baleros, motor y reductor que va a la base:



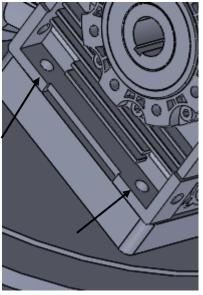
Las chumaceras se atornillan a la base previamente soldada:



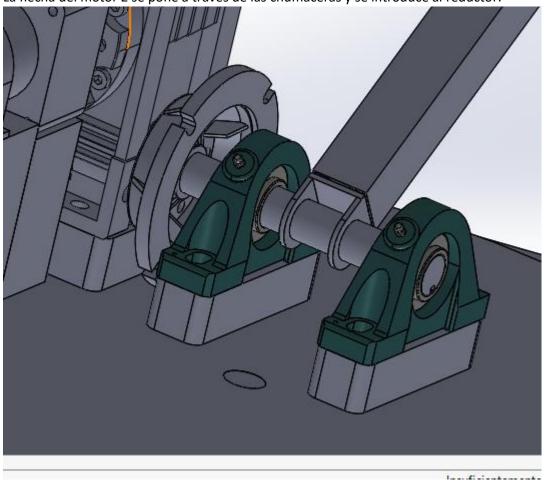
El motor 2 va fijado a la base por medio de una abrazadera, la cual tiene 4 tornillos:



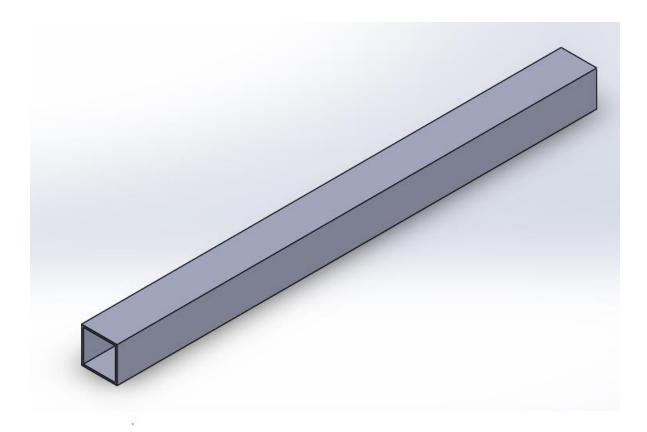
El reductor del motor 2 va fijado a la base soldada por medio de tornillos:



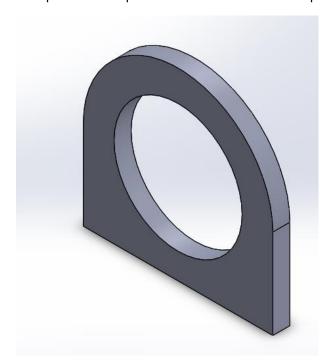
La flecha del motor 2 se pone a través de las chumaceras y se introduce al reductor:



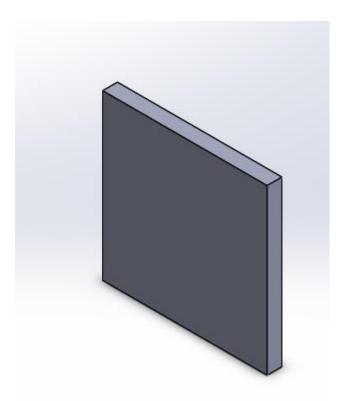
Para realizar el eslabón uno se tiene un tubo ptr de 4.45 cm x 60 cm:



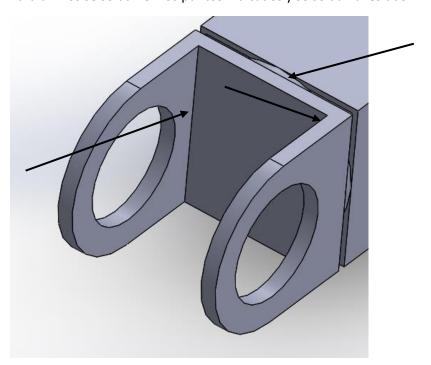
Para poder hacer que entre la flecha se hace una pieza con solera, de diámetro de 4.44 cm:



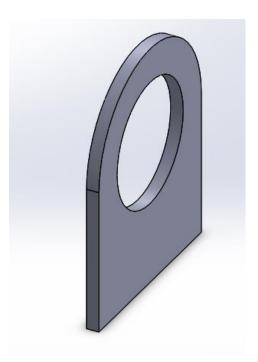
Para poder hacer la pieza en donde ira la flecha con una solera de 4.45 cm x 4.45 cm:



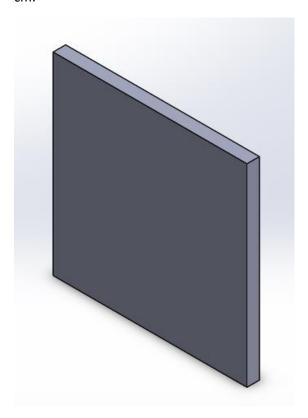
Para unirlos se soldan en los puntos indicados y se soldan al eslabon:



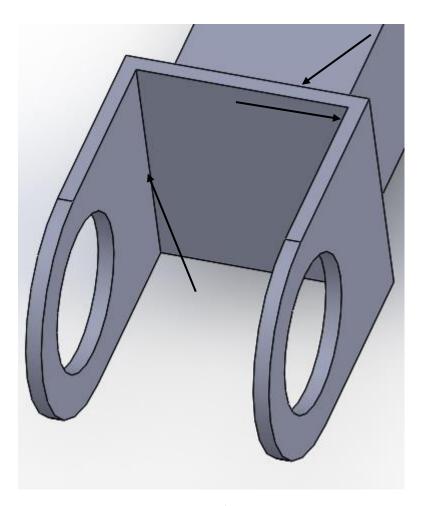
Para la unión de la flecha que transmite el motor, se usaron las siguientes piezas. Para meter la flecha una solera de 30 mm y 7.7 cm de largo, de esta se fabrican dos piezas:



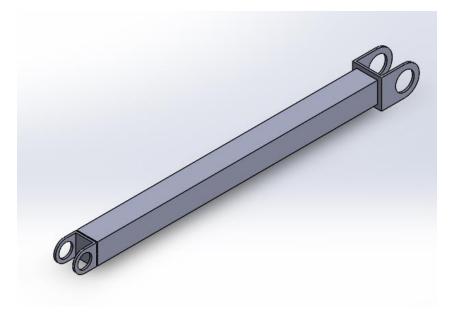
Para poder unir las piezas previamente diseñadas se corta de una solera una pieza rectangular de 6.2 cm x 6.2 cm:



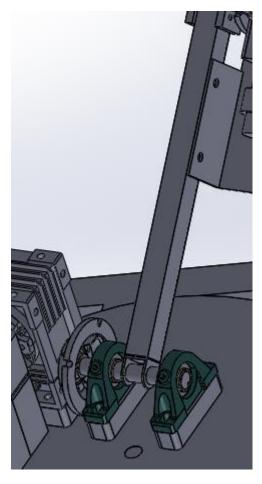
Ambas piezas se soldad para poder formar la figura que se desea, y esta se solda al PTR:



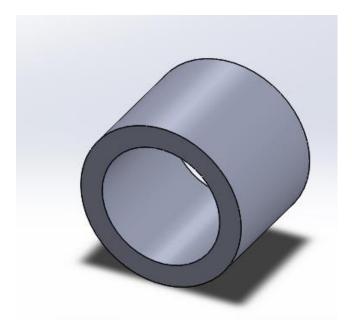
Al unir ambas piezas tanto para la flecha del motor 1 como el motor 2 se obtiene el siguiente eslabon:



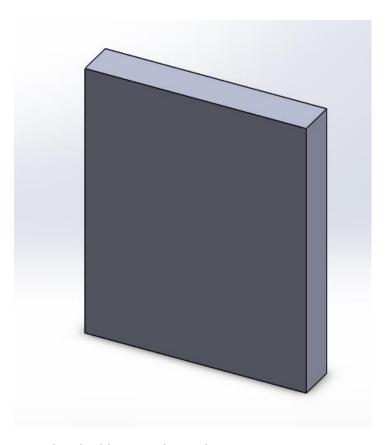
Una vez unidas las piezas se coloca el brazo 1 en la flecha y se une con esta:



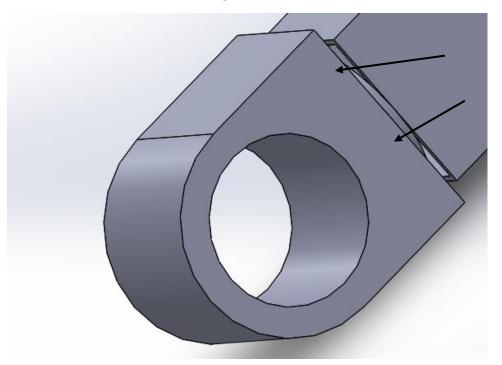
Para realizar el eslabón dos se utiliza un tubo de 5.46 cm de diámetro y 4.42 cm de ancho:



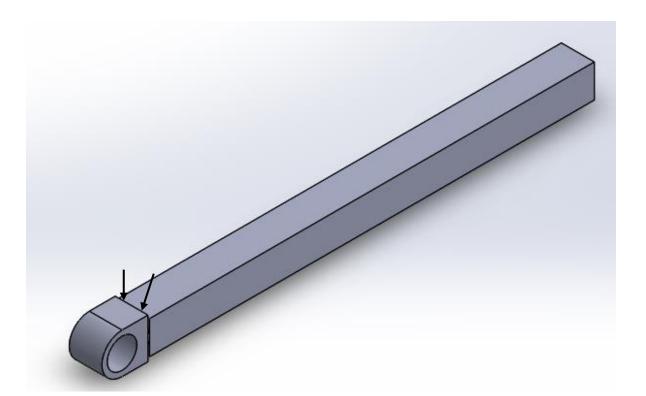
Junto con esta se solda una solera de 0.77 cm de grosor, y 4.42 cm y 5.45 cm:



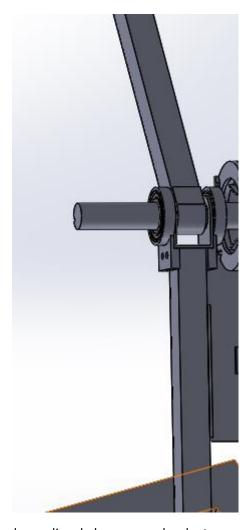
Estas dos al soldarse se obtiene lo siguiente:



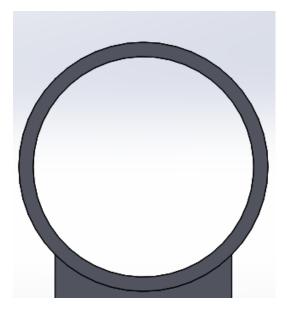
Se solda donde está indicado, al tener este lado soldado al eslabon se obtiene lo siguiente:



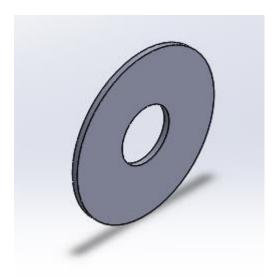
Se coloca la flecha para el reductor 3 la cual va pegada a ese reductor, por medio de esa flecha se coloca el eslabón 2:



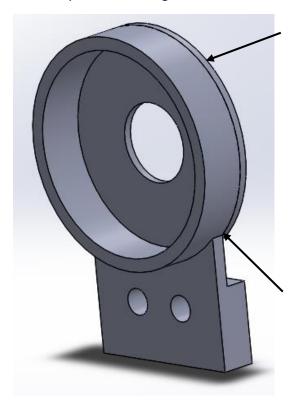
Para poder realizar la base para el reductor superior, se unen dos piezas, un tubo y una solera, para hacer donde se coloca el rodamiento se corta un tubo de diámetro exterior 8.74 cm y de ancho 1.8 cm:



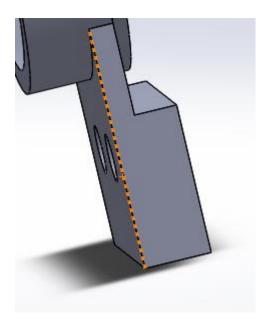
Para que el rodamiento se coloque derecho se solda una placa en la parte trasera del tubo:



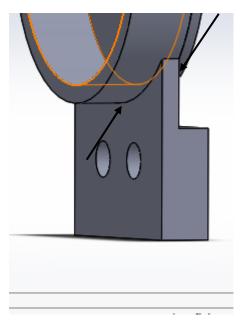
Soldado quedaría de la siguiente manera:



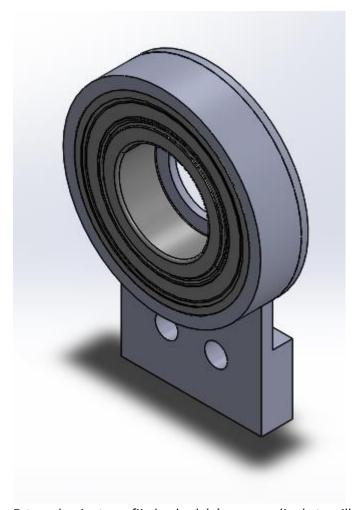
Para la parte donde se fija al eslabón con una solera de 6.2 cm de ancho se hace la siguiente forma:



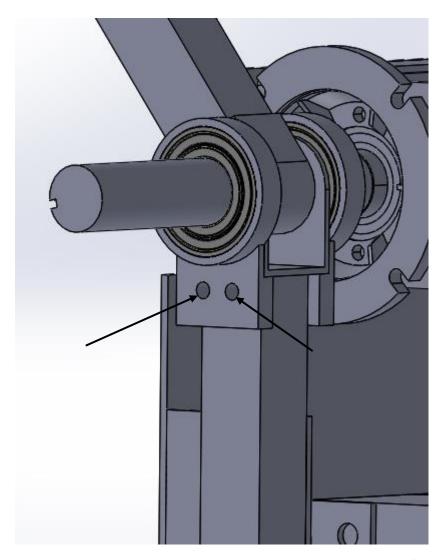
Para formar la figura final se solda en los puntos indicados:



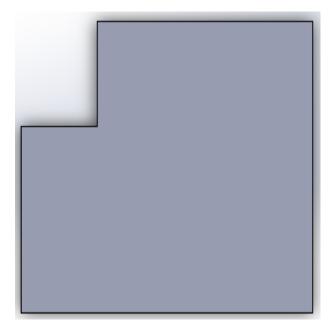
Ambos rodamientos para la flecha del motor 3 se colocan en una base la cual va pegada al eslabón 1:



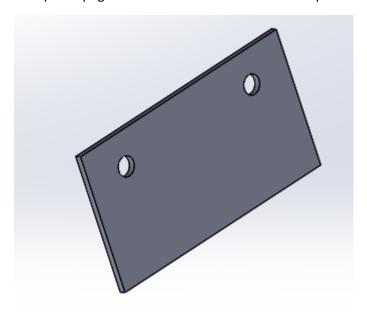
Este rodamiento va fijado al eslabón por medio de tornillos que atraviesan todo el eslabón:



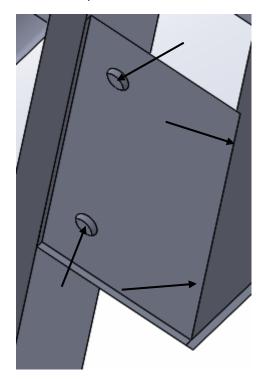
Para poder colocar el motor y reductor 3, se hace una base de la siguiente forma: Se corta en una placa de metal de 33.3 cm x 33.3 cm de la siguiente forma:



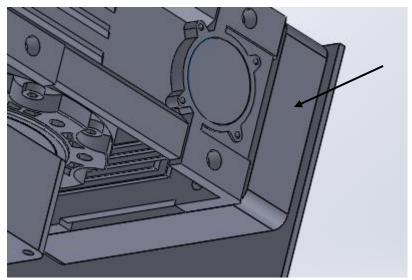
Para poder pegar la base al brazo de hace con una placa de 20 x 10.58:



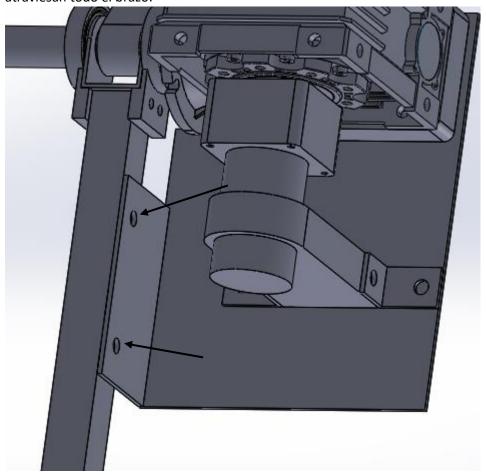
Se atornilla y se solda en donde se indica:



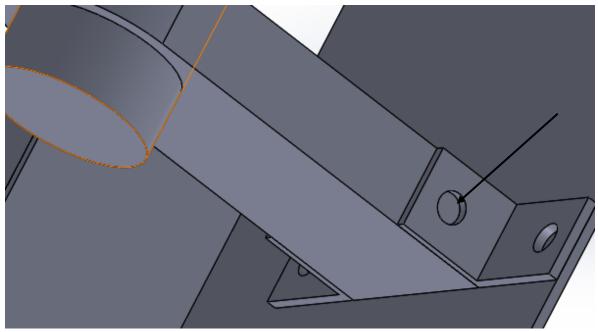
Para poder colocar el reductor 3 se fija soldadas una base para poder colocarlo:



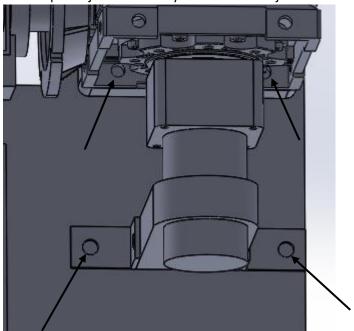
Para el motor y reductor 3 se coloca una base pegada al eslabón 1 por medio de tornillos que atraviesan todo el brazo:

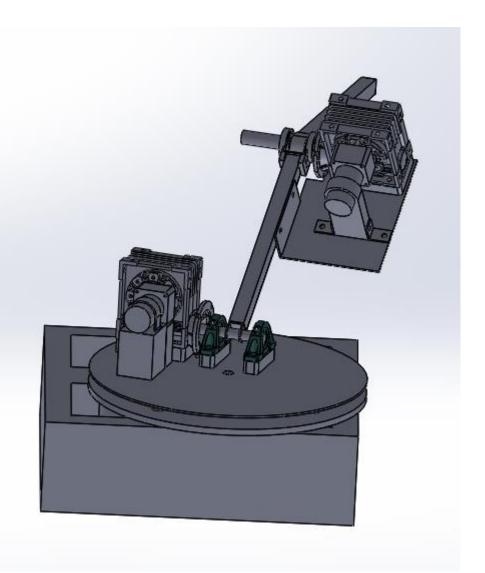


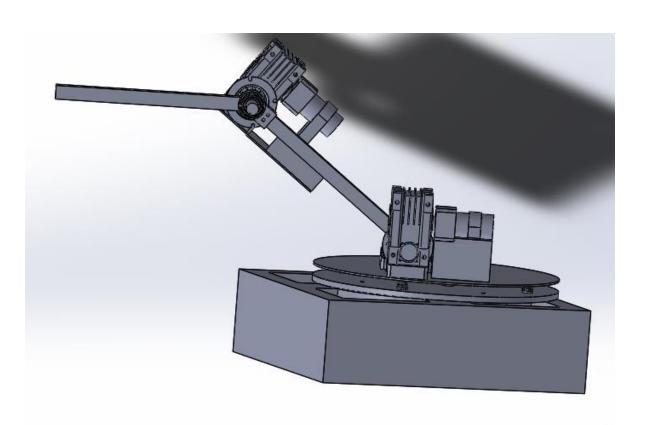
Para poder unir el motor con la base fija de arriba se atornillan:

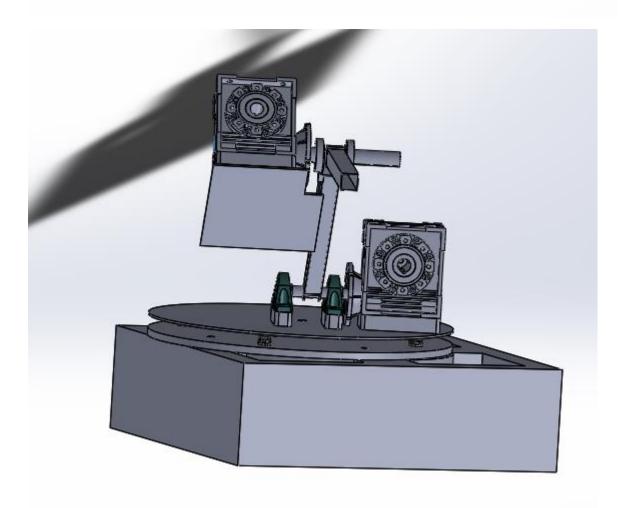


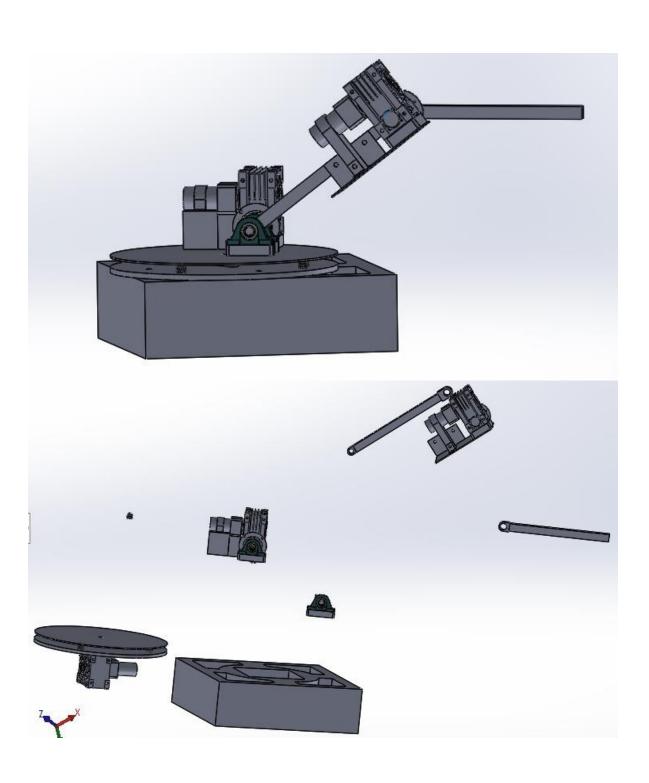
La base para fijar el motor 3 y el reductor se fijan a través de tonillos:

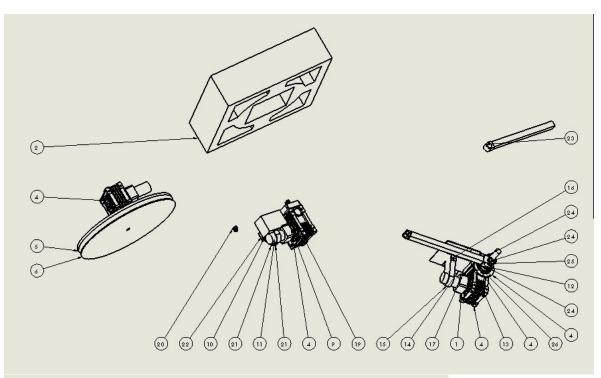






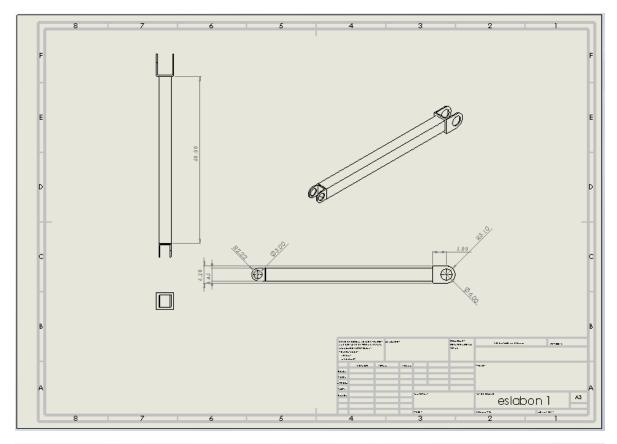


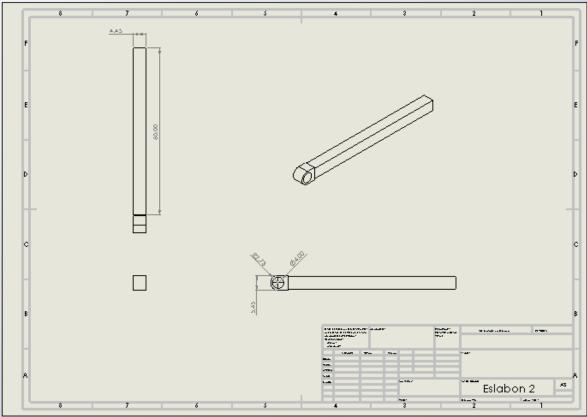


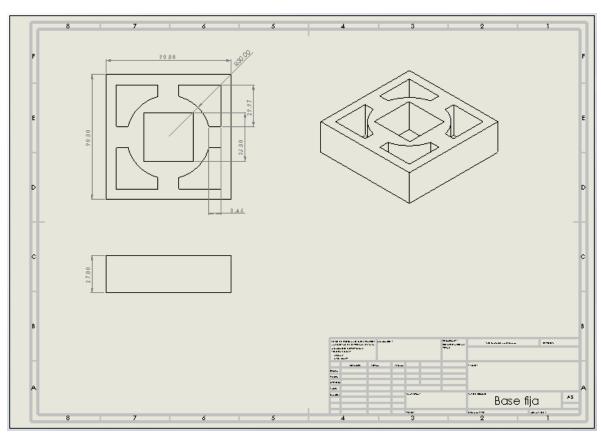


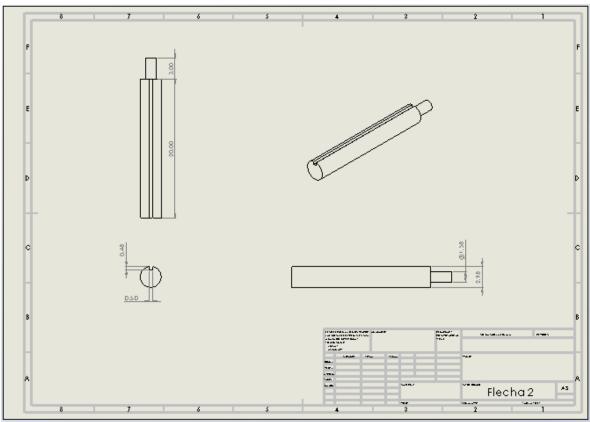
N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	Motor1		3
2	Base fija		1
3	flechaM1		1
4	Reductor		3
5	base que gira		1
6	base arriba		1
7	flecha para girar		1
8	flecha 1		1
9	base para reductor		1
10	base para motor		1
11	agarrar motor abajo		1
12	eslabon 1		1
13	solera amba para agame		1
14	base arriba motory reductor		1
15	base motoramba		1
16	fijar m o tor		2
17	base reductor arriba		1
18	1726206_2R51_40_36		1
19	Rveda loca la bvena 2		4
20	base para bola loca		4
21	Chumacera30mm	P2B-5CH-30M-E	2
22	base para chumacera		2
23	eslabon 2		1
24	1726208_2R51_52_6		2
25	agarre de rodamiento arriba		2
26	flecha 3		1

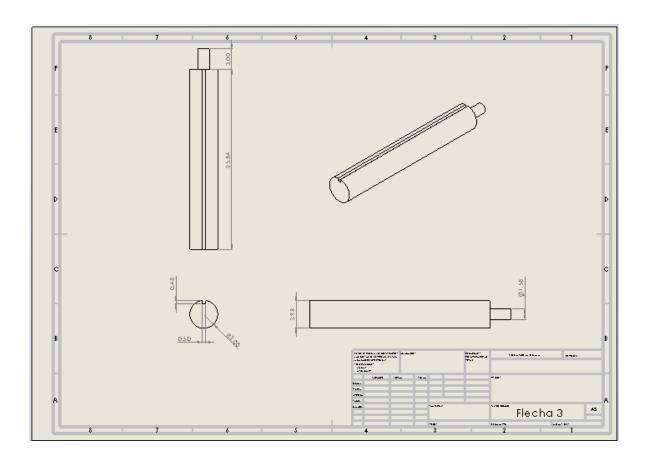
# <u>Planos:</u>

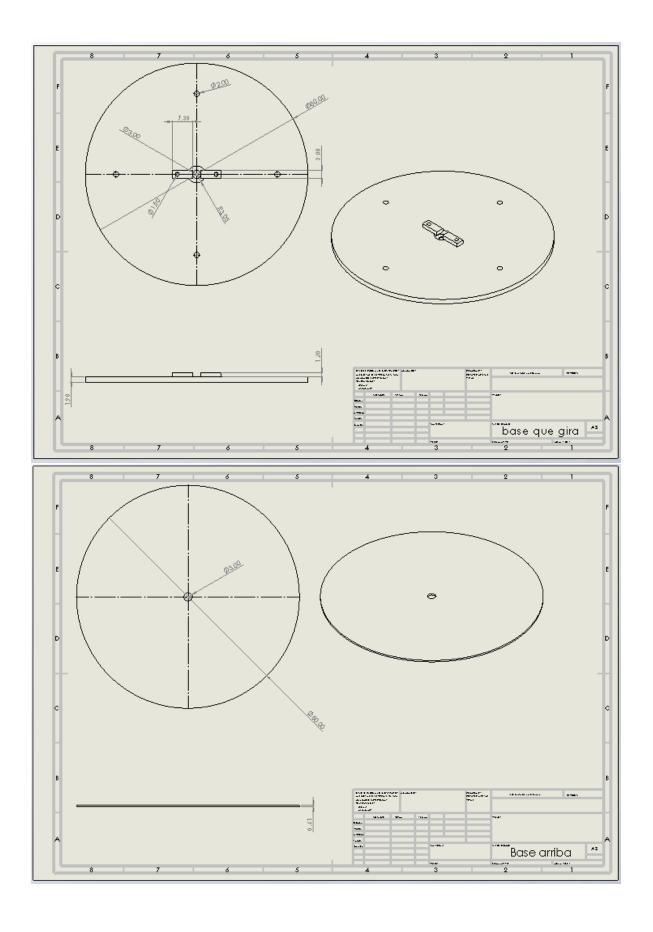


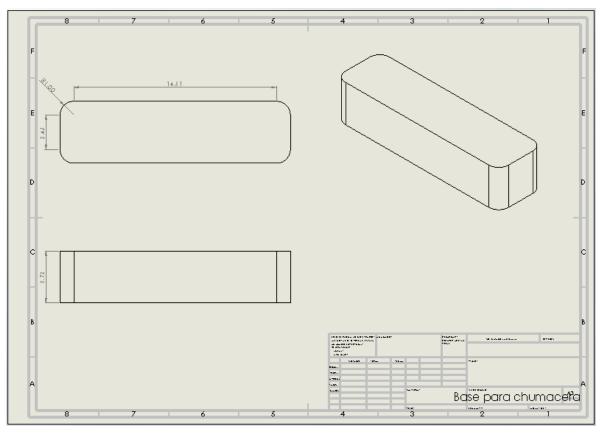


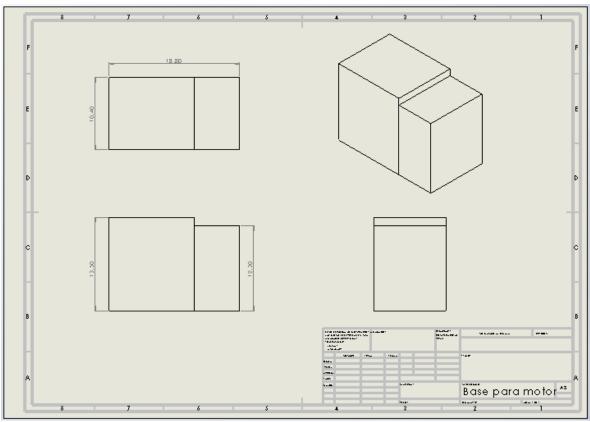


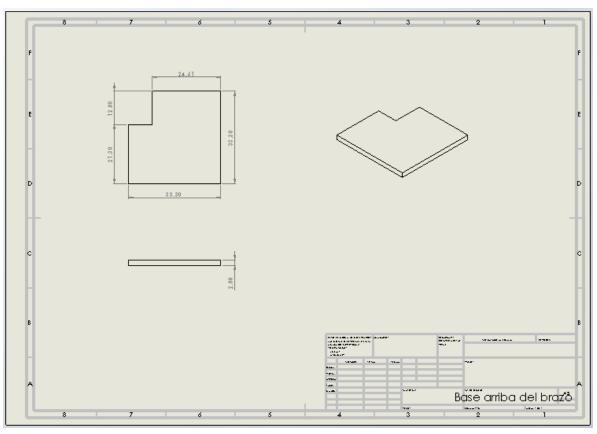


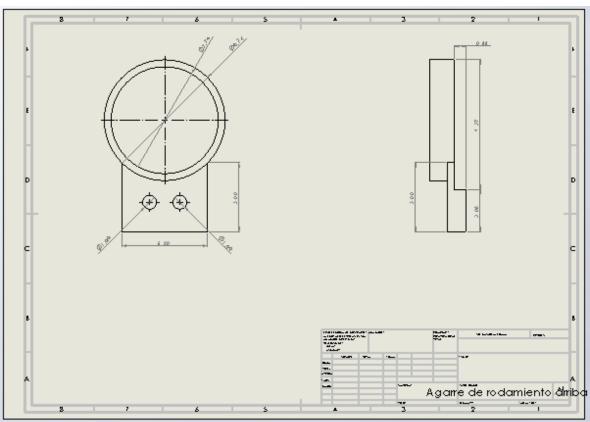


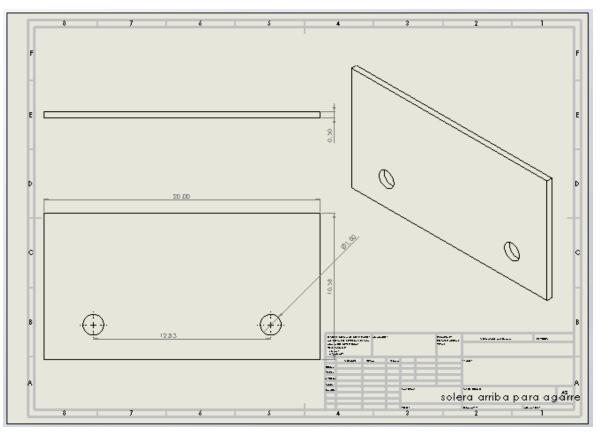


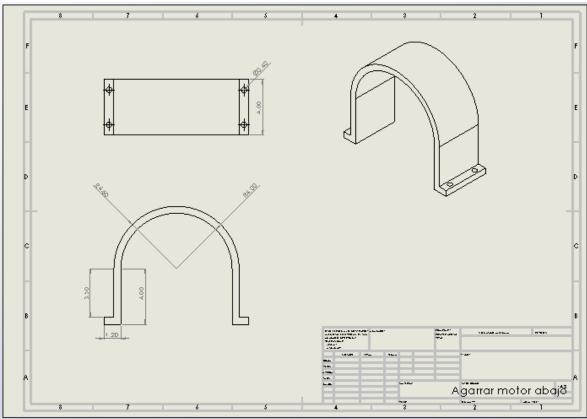












## d. Cálculo del precio final del brazo en materiales y componentes

## Precio sin mano de obra ni manufacturación de piezas.

Material o	Cantidad	Links	Precio
Componente			
Molde Base piso	1	http://www.quipasur.cl/fundicion/arena-para-fundicion/	\$20,000
Material Metal Base fija	980 Kg	https://spanish.alibaba.com/g/aisi-1020-price-per- kg.html	\$35,000
Base rotatoria	1	https://spanish.alibaba.com/g/aisi-1020-price-per- kg.html	\$250
Flechas	3	https://spanish.alibaba.com/g/aisi-1020-price-per- kg.html	\$150
Eslabones	2	https://spanish.alibaba.com/g/aisi-1020-price-per- kg.html	\$250
Base de motor	1	https://spanish.alibaba.com/g/aisi-1020-price-per- kg.html	\$250
Motores	3	https://spanish.alibaba.com/product-detail/104jb-80zy115-12v-24v-48v-1200rpm-high-torque-pm-dc-square-spur-gear-motor-600320758.html?spm=a2700.8699010.normalList.112.1 3544541FMfz3Ihttps://articulo.mercadolibre.com.mx/M LM-626826488-reductor-de-velocidad-para-motor-tamano-50JM?matt_tool=40399557&matt_word&gclid=CjwKC AjwlPTmBRBoEiwAHqpvhb4w98bL0H44kPJYG8-vi3qGF-nZxXNqJingT6Q-179x5TJLruHYsBoCA3IQAvD_BwE&quantity=1	\$4,200
Reductores	3	https://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-626826488-reductor-de-velocidad-para-motor-tamano-50- _JM?matt_tool=40399557&matt_word&gclid=CjwKC AjwlPTmBRBoEiwAHqpvhb4w98bL0H44kPJYG8-vi3qGF-nZxXNqJingT6Q- l79x5TJLruHYsBoCA3IQAvD_BwE&quantity=1	\$6,000
Baleros	3	https://www.skf.com/mx/products/bearings-units- housings/ball-bearings/insert-bearings/insert- bearings/index.html?designation=1726206- 2RS1&unit=metricUnit	\$4,500
Chumaceras	2	https://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-647374554- 1-chumacera-piso-30-mmJM?quantity=1	\$350

Llantas	4	https://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-597992873-rueda-loca-pololu-de-12-robot-llanta-arduino-raspberry_JM?matt_tool=97213877&matt_word&gclid=CjwKCAjwlPTmBRBoEiwAHqpvhW5lPm-VmoqI0HVT-V74tXzJMNA0wsJzdHdYRxKzirA4v0A6B7vBoCr_YQAvD_BwE&quantity=1	\$200
Base para componentes	6		\$200
Base para rodamiento	2		\$100
Tornillos	30	https://www.abasteo.mx/index.php?cl=details&anid=25 d0459a63288bc2d9a930950d6db159&gclid=CjwKCAj wlPTmBRBoEiwAHqpvhaqUom28gZgaEva6Cj4Sz3A FuWgQF0zgSe4q7qZ7QU5RjZDprOdnKhoCY2oQAv D_BwE	\$100
Tuercas	30	https://www.abasteo.mx/index.php?cl=details&anid=25 d0459a63288bc2d9a930950d6db159&gclid=CjwKCAj wlPTmBRBoEiwAHqpvhaqUom28gZgaEva6Cj4Sz3A FuWgQF0zgSe4q7qZ7QU5RjZDprOdnKhoCY2oQAv D_BwE	\$100
Pieza de solera	5	https://spanish.alibaba.com/g/aisi-1020-price-per- kg.html	\$200
Extra			\$2,950

Costo Total	\$75,000