Exercice nº 1 : Rappels

On considère les nombres complexes $\underline{Z}_1 = 2 + j$ et $\underline{Z}_2 = 3 - 2j$.

1. Représenter géométriquement $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$.
2. Donner la forme algébrique de $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$, $\underline{Z}_1\,\underline{Z}_2$ et $\left(\underline{Z}_1\right)^2$.
3. Donner la forme algébrique de $\underline{Z}_1\,\overline{\underline{Z}_2}$ et $\dfrac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$.

Exercice nº 2 : Module et Argument d'un nombre complexe

On rappelle que *l'écriture trigonométrique* d'un nombre complexe $\underline{Z} = R + jX$ le couple $[Z;\varphi]$ où :

$$\begin{cases} Z = \sqrt{R^2 + X^2} \\ \cos(\varphi) = \frac{R}{Z} \quad et \quad \sin(\varphi) = \frac{X}{Z} \end{cases}$$

φ	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos\varphi$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin\varphi$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Déterminer la forme trigonométriques des nombres suivants :

$$j \quad / \quad 2j \quad / \quad -3j \quad / \quad 32 \quad / \quad -50 \quad / \quad 1+j \quad / \quad 1-j \quad / \quad -2+2j \quad / \quad 1+j\sqrt{3} \quad / \quad \sqrt{3}-j$$

Exercice nº 3 : Impédance complexe

On note j le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$. On donne le nombre complexe

$$\underline{\alpha} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1\left(\underline{Z}_2 + R\right) + \underline{Z}_2 R} \qquad \text{avec } R = 900,\ \underline{Z}_1 = 1100j\ ,\ \underline{Z}_2 = -600j\ .$$

Mettre le nombre complexe $\underline{\alpha}$ sous la forme algébrique $a + bj$.

Exercice nº 4 : Fonction de transfert

En électronique, on utilise la fonction de transfert $\underline{T}$ de pulsation ω, définie quand ω décrit l'intervalle $[0;+\infty[$ par :

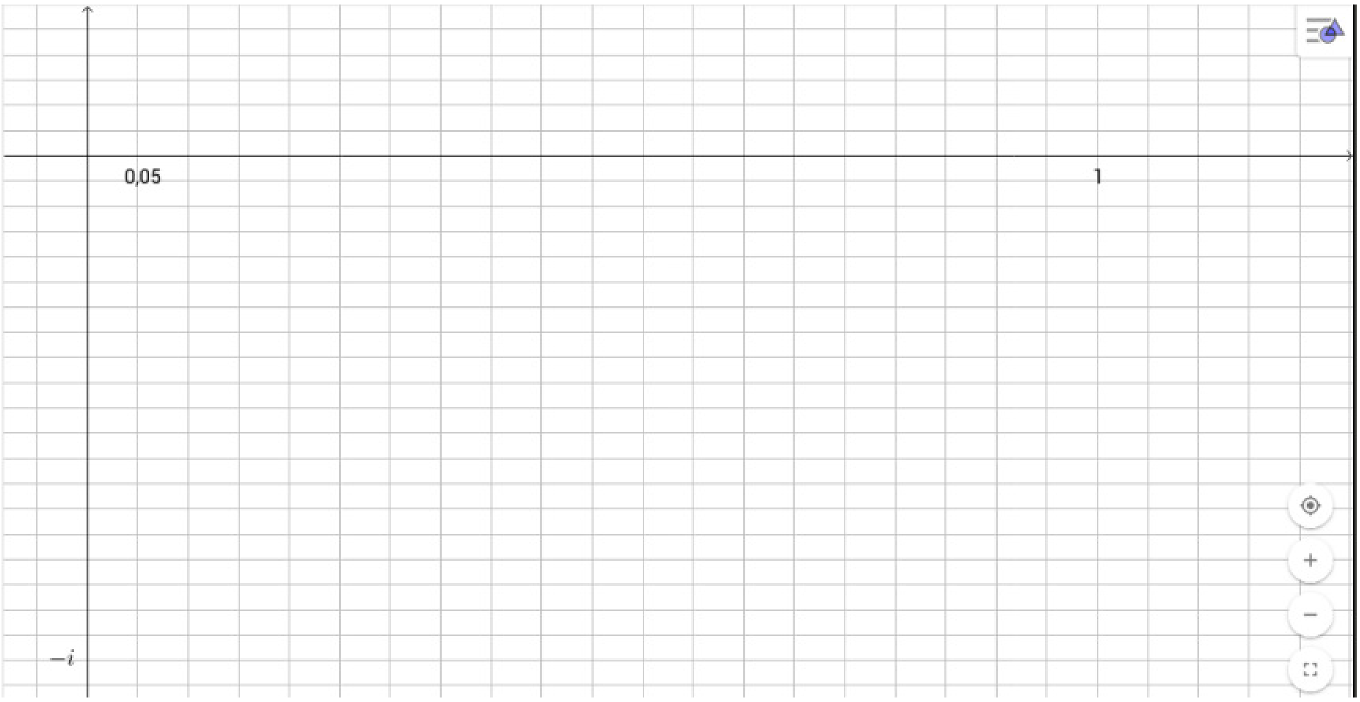
$$\underline{T}(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega}$$

1. Montrer que pour tout nombre réel ω de $[0;+\infty[$, on a :

$$\underline{T}(\omega) = \frac{1 - j\omega}{1 + \omega^2}$$

2. Déterminer l'expression algébrique $(a + bj)$ de $\underline{T}(0)$, $\underline{T}(0,3)$, $\underline{T}(0,5)$; $\underline{T}(1)$, $\underline{T}(2)$ et $\underline{T}(3)$.

3. Représenter géométriquement ces nombres (20 carreaux pour une unité)



Vecteur de Fresnel

Lorsqu'on étudie un circuit électrique en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω, les grandeurs électriques s'écrivent :

$$\begin{aligned} u(t) &= U\sqrt{2}\sin\omega t \\ i(t) &= I\sqrt{2}\sin(\omega t-\varphi) \\ i_1(t) &= I_1\sqrt{2}\sin\omega t-\varphi_1) \\ i_2(t) &= I_2\sqrt{2}\sin\omega t-\varphi_2) \end{aligned}$$

On voit que que les termes qui changent de l'un à l'autre sont la valeur efficace ($U,\ I,\ I_1,\ I_2$) et le déphasage ($\varphi,\ \varphi_1\ et\ \varphi_2$).
D'où l'idée de représenter les grandeurs électriques par des vecteurs dont la norme est proportionnelle à la valeur efficace, et faisant un angle égal au déphasage par rapport à un axe de référence : c'est la méthode de Fresnel.
L'inconvénient ici et que l'on ne dispose pas de toutes les opérations intervenant sur ces vecteurs.
Le but est ici de définir un lien entre vecteurs et nombres complexes pour pouvoir effectuer ces calculs...

Exercice

On donne ici $\omega = 314,\quad U = 220,\quad I = 0{,}79,\quad I_1 = 0{,}75,\quad I_2 = 0{,}5,\quad \varphi = \dfrac{\pi}{9},\quad \varphi_1 = \dfrac{\pi}{3}$ et $\varphi_2 = -\dfrac{\pi}{4}$.
Représenter alors les vecteurs de Fresnel liés aux grandeurs u, i, i_1 et i_2.
(on prendra pour unité graphique 4 carreaux pour 1 ampère et 4 carreaux pour 100 volts en ordonnée)