

Calcul matriciel et apprentissage machine

Situation n° 1

On souhaite étudier la préférence de consommation en matière de thé ou de café d'une population donnée en fonction du sexe et de l'âge des personnes considérées.

Pour cela, on va établir un modèle prédictif en programmant une intelligence artificielle à partir de deux témoignages.

On notera A l'âge de la personne, S au sexe et B la boisson choisie.

Sexe	Femme	Homme
S	1	2

Boisson	Café	Thé
B	10	20

On note c_1 et c_2 , les coefficients numériques représentant l'importance attribuée respectivement au sexe et à l'âge des personnes interrogées.

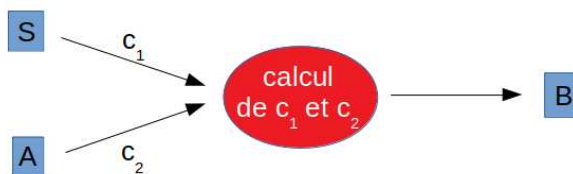
La première personne étudiée est une femme de 30 ans qui boit du thé, l'IA traduira ces données par l'équation :

$$1 \times c_1 + 30 \times c_2 = 20$$

1. Trouver deux nombres entiers c_1 et c_2 qui vérifient cette égalité. Sont-ils uniques?
2. La deuxième personne est un homme de 75 ans qui boit du café. Donner l'équation associée à cette personne.
3. Les deux équations forment un « système linéaire » dont la résolution permettra de trouver les coefficients c_1 et c_2 .
C'est ici que les matrices vont intervenir...

$$\begin{cases} c_1 + 30c_2 = 20 \\ \dots c_1 + \dots c_2 = \dots \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 30 \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ \dots \end{pmatrix}$$

4. Si vous avez trouvé c_1 et c_2 , on peut écrire que $B = c_1 \times S + c_2 \times A$ et prédire la boisson préférée d'une femme de 40 ans.



Situation n° 2

On souhaite construire un algorithme capable d'adapter le comportement d'une voiture (ralentir, s'arrêter ou maintenir la vitesse), en fonction de différentes situations (obstacle, virage libre, ligne droite libre).

On considérera que les situation sont exclusives.

On représente cela par des triplets de bits, '1' signifiant **True** et '0' signifiant **False**.

Par exemple :

Obstacle	Virage	Ligne droite		Ralentir	S'arrêter	Vitesse Constante
0	1	0	→	1	0	0

1. A partir de cet exemple, modéliser le comportement de la voiture pour les deux autres situations possibles
2. On imagine maintenant un *réseau* liant :
 - 3 valeurs d'entrée (x_1 : obstacle, x_2 : virage, x_3 : ligne droite)
 - 3 valeurs de sortie (y_1 : ralentir, y_2 : s'arrêter, y_3 : vitesse constante)
 - des pondérations p_{ij} pour i et j allant de 1 à 3 associées. Dans l'exemple du début, on a $y_1 = p_{11}x_1 + p_{21}x_2 + p_{31}x_3$.

Écrire la matrice P des coefficients de pondération. Quel est sa dimension ?