



Métrologie pour l'Instrumentation Industrielle

LR

IUT de Béziers

Programme de l'exposé

- 1 Rappel : Unités du Système International
 - 2 Définitions fondamentales
 - 3 les différents types d'erreurs
 - Erreurs en un point de fonctionnement
 - Erreurs sur une plage de mesure
 - 4 Chaîne d'étalonnage
 - 5 Opérations menées par les techniciens instrumentistes
 - 6 Incertitudes de mesure
 - Incertitude-type
 - Incertitude-type de mesure de type A
 - Incertitude-type de mesure de type B
 - Incertitude composée

Unités du Système International



7 Unités de base

- 7 unités de bases,
 - depuis 2018, ces unités de bases sont définies par rapport à des constantes universelles (par ex. vitesse de la lumière c) ou des phénomènes précis et reproductibles (fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 pour la seconde),

Unités du Système International



7 Unités de base

- 7 unités de bases,
 - toutes les autres unités peuvent être exprimées en fonction des unités de base.

Unités du Système International



7 Unités de base

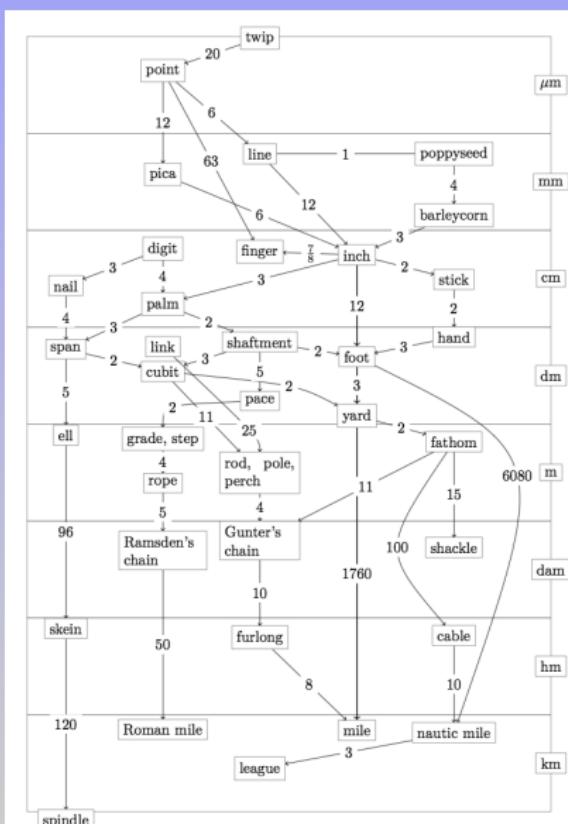
- 7 unités de bases,
 - toutes les autres unités peuvent être exprimées en fonction des unités de base.

Exemples

- Le Newton : $1N = 1kg \cdot m \cdot s^{-2}$,
 - Le Watt : $1W = 1kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$,
 - ...

Remarque : cette congruence des unités n'existe pas dans les systèmes d'unités anglo-saxons.

Unités du Système Anglo-saxon (*Imperial Units*)



exemple : pound-force (lbf)

- Le pound-force : $1\text{lbf} = 32,174049\text{lb} \cdot \text{ft} \cdot \text{s}^{-2}$,
 - Le horse-power :
 $1hp = 550\text{ft} \cdot \text{lbf} \cdot \text{s}^{-1} = 17695,73\text{lb} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{s}^{-3}$

Définitions : *Mesurande, Mesurage*

Mesurande

La grandeur physique que l'on souhaite mesurer est appelée le **Mesurande**.

Mesurage

On appelle **mesurage** l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur physique.

Mesure m

A la suite d'un mesurage, on obtient un signal, une image du mesurande.
La mesure est souvent notée m .

Valeur vraie M_{vraie}

La valeur vraie (M_{vraie}) du mesurande est la valeur que l'on obtiendrait si le mesurage était parfait. Un mesurage n'étant jamais parfait, cette valeur est toujours inconnue.

Erreur de mesure E_R

Un mesurage n'étant jamais parfait, il y a toujours une erreur de mesure $ER = (m - M_{vraie})$. L'erreur de mesure est la différence entre la valeur mesurée d'une grandeur et une valeur de référence. Si la valeur de référence est la valeur vraie du mesurande, l'erreur est inconnue..

Exemple

On mesure la température d'un liquide contenu dans un bécher, à l'aide d'un thermomètre numérique :

- La valeur vraie de la température du liquide dans le bécher est M_{vraie} . Elle est inconnue (sauf dans le cas de la glace fondante. Dans ce cas, on a par définition $m = 0^\circ C$ à pression atmosphérique).
- La valeur indiquée par le thermomètre est la mesure m .
- L'erreur de mesure vaut $E_R = m - M_{vraie}$.

Si, dans le cas de la glace fondante, on suppose que le thermomètre utilisé indique $m = 0.3^\circ C$, on peut supposer que l'erreur de mesure vaut $E_R = 0.3 - 0 = 0.3^\circ C$.

Différents types d'erreurs

On distingue deux types d'erreurs dans une chaîne de mesure :

- Les erreurs sur une mesure en un point,
 - Les erreurs sur une courbe, correspondant à une plage de mesure.

Erreurs en un point de fonctionnement : Erreur aléatoire

On effectue n mesures $(m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_n)$ au point de fonctionnement considéré. La moyenne arithmétique \bar{m} des n mesures représente la meilleure estimation que l'on ait de la valeur vraie.

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i$$

Erreur aléatoire

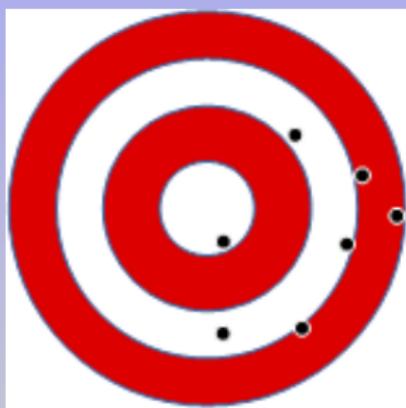
C'est l'écart de chaque mesure à la moyenne : $E_{RA} = m_i - \bar{m}$

Fidélité

Un instrument ou une chaîne de mesure sera d'autant plus fidèle que son erreur aléatoire E_{RA} sera faible.

Fidélité

Cas d'un instrument peu fidèle



Cas d'un instrument fidèle



Erreurs en un point de fonctionnement : Erreur systématique

Erreur systématique

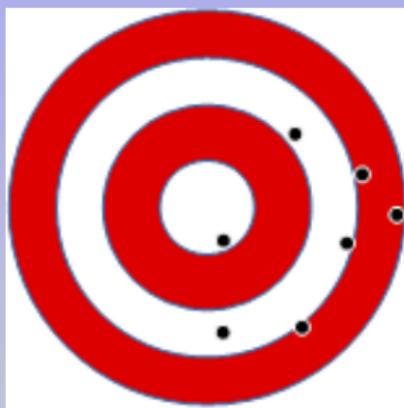
C'est l'écart de la moyenne à la valeur vraie : $E_{RS} = \bar{m} - M_{vraie}$

Justesse

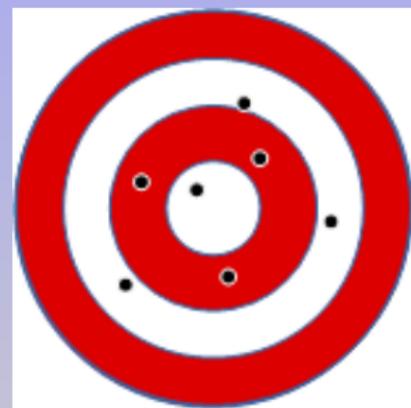
Un instrument ou une chaîne de mesure sera d'autant plus juste que son erreur systématique E_{RS} sera faible.

Justesse

Cas d'un instrument peu juste



Cas d'un instrument juste



Erreurs en un point de fonctionnement : Exactitude

Exactitude

Si on reprend les définitions précédentes :

$$\begin{aligned} E_R &= m_i - M_{vraie} \\ &= m_i - \bar{m} + \bar{m} - M_{vraie} \\ &= E_{RA} + E_{RS} \end{aligned}$$

L'erreur de mesure est la somme d'une erreur aléatoire et d'une erreur systématique.

Exactitude

L'exactitude d'un instrument ou une chaîne de mesure sera d'autant plus grande qu'il sera juste et fidèle.

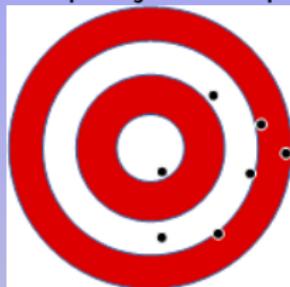
Remarque sur la précision

Il est commun de désigner l'exactitude par le terme "précision". Toutefois, il faut prendre garde car en anglais, "*precision*" correspond à la fidélité.



Exactitude (précision)

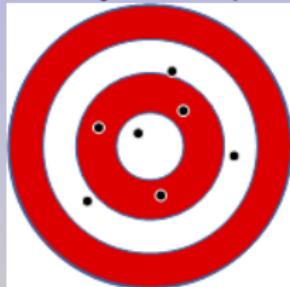
Instrument peu juste et peu fidèle



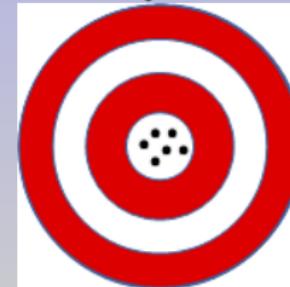
Instrument peu juste et fidèle



Instrument juste et peu fidèle



Instrument juste et fidèle



Exercice d'application

Etalonnage d'une balance

On souhaite étalonner une balance. On procède à une série de mesures, en déposant le même poids étalon de 1kg à différents endroits sur la balance. On suppose que l'étalon donne la valeur vraie.

On donne sur l'ENT le fichier correspondant aux essais réalisés. On demande de :

- Déterminer l'erreur systématique E_{RS} . Exprimer l'erreur sous une forme absolue et relative.
- Déterminer l'erreur aléatoire E_{RA} en chaque point.

Erreurs en un point de fonctionnement : Influence du nombre de mesures

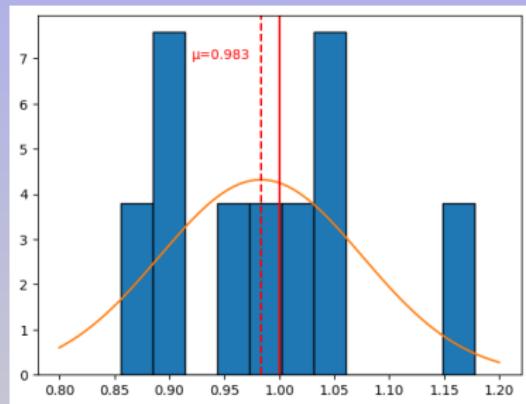
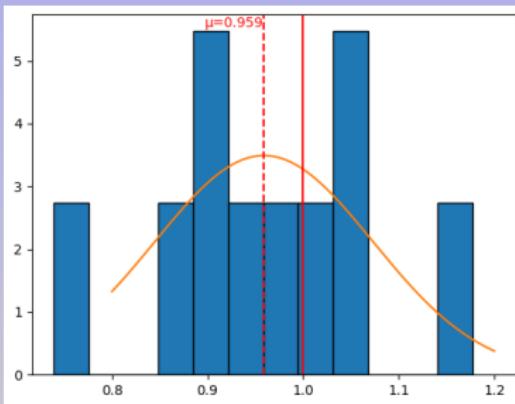
Présentation du problème

Dans l'exemple précédent, quel est le risque que l'erreur systématique E_{RS} déterminée précédemment soit le fait du hasard ?

Exercice d'application

Mesure de masse

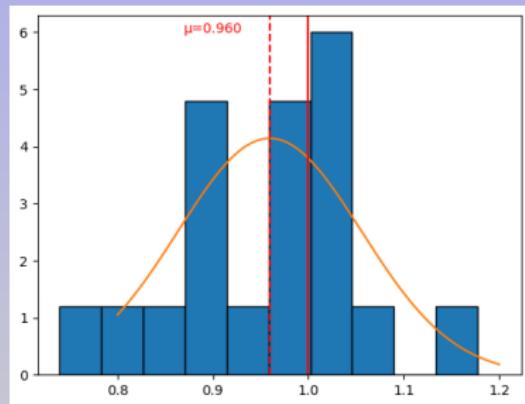
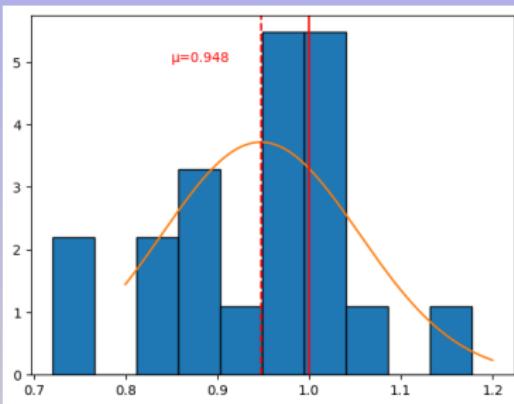
Dans l'exemple précédent, que se passe-t-il si on retire la dernière valeur de l'essai ?



Exercice d'application

Mesure de masse

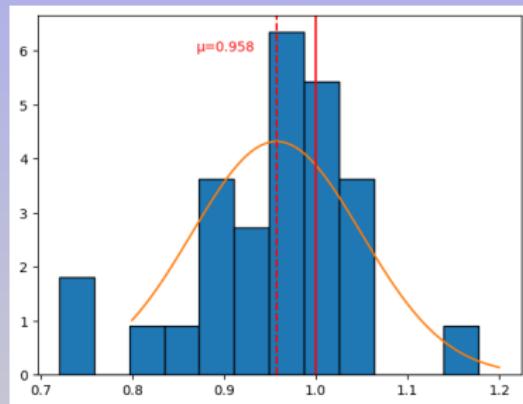
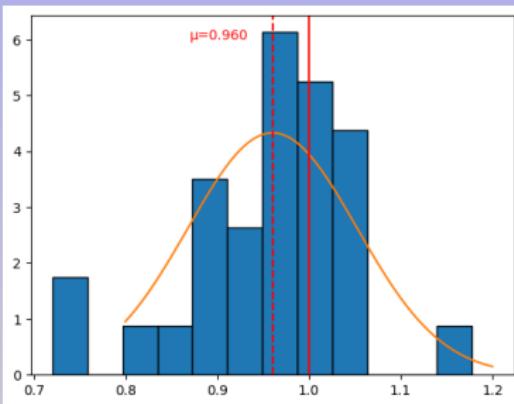
Dans l'exemple précédent, que se passe-t-il si on passe de 10 à 20 échantillons ?



Exercice d'application

Mesure de masse

Dans l'exemple précédent, que se passe-t-il si on passe de 10 à 30 échantillons ?



Erreurs en un point de fonctionnement : Test de Student

Conclusion

Le nombre d'essais réalisés doit être suffisant pour permettre de voir si la différence observée est le fait du hasard ou non.

Test de Student

Le test de Student permet de déterminer si les moyennes de deux séries de tests sont significativement différentes.

- On pose l'hypothèse nulle $H_0 : \mu_1 = \mu_2$: les moyennes des deux séries sont égales.
- On réalise le test de Student qui fournit la probabilité $p(T \leq t)$ qu'on ait tort de rejeter l'hypothèse nulle.
- On fixe un seuil α en dessous duquel on rejette H_0 . Ce seuil est habituellement fixé à $\alpha = 0.05$ (5%)
- Si $p(T \leq t) \leq \alpha$, on considère que les deux moyennes μ_1 et μ_2 sont significativement différentes.

Exercice d'application

Etalonnage d'une balance (suite)

On donne sur l'ENT les fichiers .csv correspondant aux essais réalisés avec des échantillons de 10, 20 ou 30 valeurs. On demande de :

- Déterminer le nombre de mesurages nécessaires pour que la moyenne des mesures fournies par la balance soit significativement différente de la valeur du kilogramme étalon.
- Déterminer l'erreur systématique E_{RS} qu'on pourra considérer comme valable.

Aide : On pourra utiliser pour cela l'outil "Données/Statistiques/Test t apparié" dans *libre office CALC*, ou bien la fonction `stats.ttest_rel` du package *Scipy* dans *python*.

Erreurs en une plage de mesure

Bien souvent, on ne s'intéresse pas à un point précis, mais à la plage de fonctionnement normal du procédé. On peut déterminer différents types d'erreurs sur la plage de fonctionnement :

- l'erreur d'exactitude,
- l'erreur d'hystéresis,
- L'erreur de linéarité.

NB : Dans bien des cas, on se limite à déterminer l'erreur d'exactitude. Les erreurs de linéarité ou d'hystérésis sont quelquefois utilisées, pour affiner le diagnostic.

Erreur d'exactitude

L'écart e_R est l'écart entre les valeurs considérées comme vraies et les valeurs mesurées : montantes et descendantes : $e_R = |m_i - M_{vraie}|$.

L'erreur d'hysteresis est la valeur maximale sur la plage de mesure :

$$E_R = \max(e_R)$$

Erreurs en une plage de mesure

On note :

- M_m la série de valeurs *montantes*,
- M_d la série de valeurs *descendantes*,
- $Model_m$ et $Model_d$ les régressions linéaires associées à M_m et M_d .

Erreur d'hysteresis

L'écart e_H est l'écart entre les valeurs montantes et descendantes :

$e_H = |M_m - M_d|$. L'erreur d'hysteresis est la valeur maximale sur la plage de mesure : $E_H = \max(e_H)$

Erreur de linéarité

- Ecarts de linéarité par valeurs montantes : $e_{Lm} = |M_m - Model_m|$
- Ecarts de linéarité par valeurs descendantes : $e_{Ld} = |M_d - Model_d|$

L'erreur de linéarité est la valeur maximale sur la plage de mesure :

$$E_L = \max(e_{Lm}, e_{Ld})$$

Exercice d'application

Etalonnage d'un capteur de niveau

On donne sur l'ENT deux séries de mesures (montantes et descendantes) correspondant à l'étalonnage d'un indicateur de niveau (EM = de 10cm à 90cm). On demande de :

- proposer un schéma et un protocole expérimental correspondant à cet étalonnage.
 - donner l'erreur d'hysteresis E_H , l'erreur de linéarité E_L et l'erreur de précision E_R . On donnera les erreurs absolues et relatives.
 - Quelle est selon vous l'erreur responsable en premier lieu de la perte de l'exactitude ?

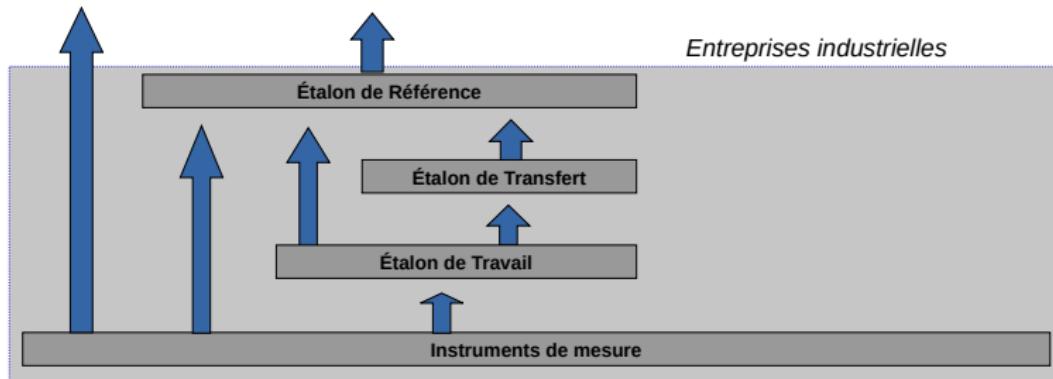
Chaîne d'étalonnage

Laboratoire National de Métrologie et d'Essais

(LNE – CNAM – OP et CEA)



Laboratoires accrédités : Étalonnage COFRAC



Chaîne d'étalonnage

Laboratoire National de Métrologie et d'Essais

(LNE - CNAM - OP et CEA)



Laboratoires associés (Métrie légal)



Laboratoires accrédités : Étalonnage COFRAC

Entreprises industrielles

Étalon de Référence

Étalon de Transfert

Étalon de Travail

Instruments de mesure



Chaîne d'étalonnage

Laboratoire National de Métrologie et d'Essais

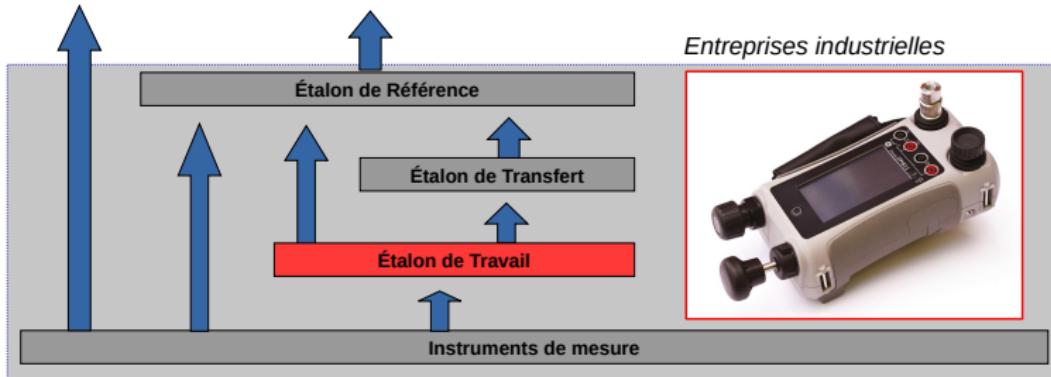
(LNE - CNAM - OP et CEA)



Laboratoires associés (Métrie légal)



Laboratoires accrédités : Étalonnage COFRAC



Chaîne d'étalonnage

Laboratoire National de Métrologie et d'Essais

(LNE - CNAM - OP et CEA)



Laboratoires accrédités : Étalonnage COFRAC



Entreprises industrielles

Étalon de Référence

Étalon de Transfert

Étalon de Travail

Instruments de mesure



Opérations :*Etalonnage*

Définition

L'étalonnage est l'opération qui, dans des conditions spécifiques, établit une relation entre les indications et les incertitudes fournies par l'instrument à étalonner d'une part, et les indications et les incertitudes fournies par un étalon d'autre part.

Remarques

- Un certificat d'étalonnage est obligatoirement délivré à la suite de la procédure d'étalonnage. Ce certificat comporte obligatoirement : Le nom de l'opérateur et son laboratoire (ainsi que ses accréditations éventuelles), la référence de l'étalon, les résultats de l'étalonnage, l'incertitude de mesure associée, la relation d'étalonnage et les corrections éventuelles à apporter à la mesure.
- La relation issue de l'étalonnage peut être utilisée pour fournir une correction de la mesure délivrée par l'instrument.

Exemple de certificat d'étalonnage

Opérations : Vérification métrologique

Définition

La vérification, ou contrôle métrologique, est la fourniture de preuves tangibles qu'un instrument donné satisfait à des exigences associées. A l'issue de cette opération, l'instrument est déclaré **Conforme** ou **Non-conforme**.

Remarques

- La vérification peut concerner la fidélité, la justesse, ou l'exactitude de la mesure.
- Dans le cas de la vérification de l'exactitude, on définit L' **EMT** (Erreur Maximale Tolérée) comme la valeur maximale de l'erreur de mesure.

Opérations : *Calibrage ou ajustage*

Définition

Un ajustage (ou calibrage) est l'ensemble des opérations réalisées sur un système de mesure pour qu'il fournisse des indications prescrites correspondant à la grandeur mesurée réelle.

Remarques

- - Ne pas confondre étalonnage et ajustage :
 - On ne doit *pas modifier* la configuration ou le réglage de l'instrument pendant l'étalonnage,
 - par contre, dans le cas d'un ajustage, *on modifie la configuration ou le réglage de l'instrument* (par Pactware et AMS ; réglage par face-avant ou par vis...)
 - La confusion est d'autant plus facile à faire qu'en anglais, "étalonnage" se dit "*calibration*".

Exercice d'application

Modèle de fichier d'étalonnage

On demande de réaliser un tableur qui servira de modèle pour les TP de métrologie, et permettra de faire la vérification de n'importe quel transmetteur, sur sa plage de mesure :

- Réaliser une fiche modèle d'étalonnage en utilisant Excel ou libre office.
- Tester ce modèle avec les valeurs d'étalonnage du transmetteur de pression figurant sur l'ENT (fichier "mesure_pressure.csv").
- Une fois le modèle tester, le déposer sur Moodle dans la zone de dépôt prévue à cet effet.

le modèle doit pouvoir s'adapter à n'importe quel mesurande et son unité associée, et à n'importe quel signal de sortie et son unité associée

Exercice d'application

Vérification métrologique

Instrument à vérifier	Modèle :			
	Repère :			
	EM :	de	à	
	Unité (1) :			
	Signal de sortie :	de	à	
Etalon utilisé	Unité (2) :			
	Modèle :			
Precision :				

Point d'étalonnage (% de l'EM)	Valeur étalon	Valeur lue	Valeur théorique*	Ecart
	Unité (1) :	Unité (2) :	Unité (2) :	Unité (2) :
montée	0%		1	2
	25%			
	50%			
	75%			
	100%			
descente	75%			
	50%			
	25%			
	0%			

Ecart Max. Mesuré - Unité (2) : Unité
Ecart Max. Mesuré - Unité (1) : 3
Erreur Maximum Tolérée (EMT) - Unité (1) :

Conforme ?

Vérificateur	Date :	Signature :
NOM :		
Prénom :		

- **cellule 1** : valeur de l'étalon convertie dans l'unité 2,
- **cellule 2** : écart d'exactitude (valeur absolue) entre la valeur lue et la valeur théorique, exprimée dans l'unité 2,
- **cellule 3** : l'écart d'exactitude maximum est reconverti dans l'unité 1

Incertitudes de mesure

Un mesurage n'étant jamais parfait, la valeur Vraie d'une mesure n'existe pas. Cette dernière est toujours associée à une **incertitude de mesure**. Le résultat d'un mesurage est toujours exprimé sous la forme $M \pm \Delta M$

Incertitudes de mesure

Un mesurage n'étant jamais parfait, la valeur Vraie d'une mesure n'existe pas. Cette dernière est toujours associée à une **incertitude de mesure**. Le résultat d'un mesurage est toujours exprimé sous la forme $M \pm \Delta M$

$$E_R \neq \Delta M$$

Attention à ne pas confondre erreur et incertitude.

- Une erreur de mesure correspond à un défaut de la chaîne de mesure que l'on souhaite corriger.
- Une incertitude correspond à une tolérance liée à l'instrument ou à la chaîne de mesure utilisée.

Incertitudes de mesure

2 Méthodes de détermination de l'incertitude de mesure :

- **Evaluation de type A** de l'incertitude : L'incertitude est évaluée suite à une série de mesures. On parle d'évaluation *statistique*.
- **Evaluation de type B** de l'incertitude : L'incertitude est évaluée en tenant compte d'autres facteurs comme la tolérance des instruments utilisés, les incertitudes liées à la lecture des valeurs On parle d'évaluation *probabiliste*.

Incertitudes de mesure de type A

Moyenne arithmétique

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i$$

Variance expérimentale

$$s^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Ecart type expérimental

$$s = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Incertitudes de mesure de type A

Incertitude-type de type A

$$u_a = s$$

Incertitude élargie

$$\Delta M = k \cdot u_a, \text{ où } k \text{ est le facteur d'élargissement.}$$

Intervalle de confiance

En considérant que la distribution des n mesures effectuées suit une loi normale, on peut définir un intervalle de confiance IC :

- pour $\Delta M = 1 \cdot u_a \Rightarrow IC = 68\%$
- pour $\Delta M = 2 \cdot u_a \Rightarrow IC = 95\%$
- pour $\Delta M = 3 \cdot u_a \Rightarrow IC = 99,7\%$

Un intervalle de confiance de 95% signifie que la mesure aura 95% de chances de se trouver dans un intervalle $[\bar{m} - 2 \cdot u_a; \bar{m} + 2 \cdot u_a]$

Incertitudes de mesure de type A

Présentation d'un résultat de mesure

Rigoureusement, on doit exprimer le résultat d'une mesure en respectant le format suivant :

$$T_1 = (38,5 \pm 0,4)^\circ\text{C} \text{ , pour un niveau de confiance de } 95\% \text{ (} k = 2 \text{)}$$

Ce qui signifie :

On est sûr à 95% que la température T_1 est comprise entre $38,1^\circ\text{C}$ et $38,9^\circ\text{C}$

Incertitudes de mesure de type B

Incertitude de type B : deux sources principales

On distingue

- Les incertitudes issues de l'imperfection des appareils de mesure utilisés.
- Les incertitudes liées à l'utilisation des instruments de mesures par les opérateurs.

Incertitudes de mesure de type B

Lois de distribution

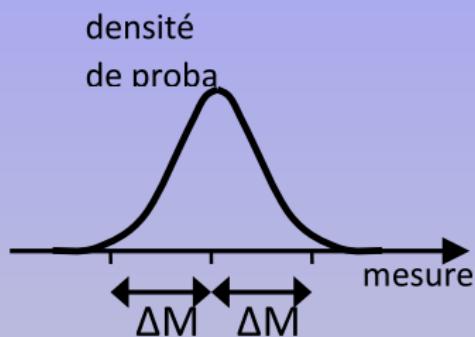
les incertitudes sont calculées en formulant une hypothèse sur la loi de distribution associée à la mesure. La lecture sur l'instrument ou les données du constructeur permettent de donner un intervalle :

$$m - \Delta M \leq m \leq m + \Delta M$$

Exemples

lecture sur une règle graduée ou un vernier :	$\Delta M = \text{moitié du plus petit intervalle}$
lecture d'un appareil à aiguilles :	$\Delta M = \text{moitié du plus petit intervalle}$
lecture de l'affichage appareil numérique :	$\Delta M = \text{moitié du plus petit digit affiché.}$
classe de précision d'un voltmètre analogique :	$\Delta M = \text{pourcentage de la totalité de l'échelle.}$
précision d'un voltmètre numérique :	$\Delta M = \% \text{ lecture} + \text{nombre de digits}$

Incertitudes de mesure de type B : loi normale



incertitude type

- $u_b = \frac{\Delta M}{2}$ pour un $IC = 95\%$
- $u_b = \frac{\Delta M}{3}$ pour un $IC = 99.7\%$

Utilisation

- Incertitude figurant dans un certificat d'étalonnage,

Incertitudes de mesure de type B : loi normale

Exemple : Instrument avec certificat d'étalonnage

On lit sur un certificat d'étalonnage d'un thermomètre numérique les indications suivantes :

- $U = 0.20K$

- *reported uncertainty is stated as a standard uncertainty of measurement multiplied by a coverage factor $k = 2$, which, for a normal probability distribution, corresponds to a coverage probability of approximately 95%*

Exemple : Instrument avec certificat d'étalonnage

- A quoi correspond le U mentionné dans le certificat ?
- Quelle est l'incertitude-type u_b de l'instrument utilisé pour réaliser l'étalonnage ?

Incertitudes de mesure de type B : loi normale

Exemple : Instrument avec certificat d'étalonnage

On lit sur un certificat d'étalonnage d'un thermomètre numérique les indications suivantes :

- $U = 0.20K$

- *reported uncertainty is stated as a standard uncertainty of measurement multiplied by a coverage factor $k = 2$, which, for a normal probability distribution, corresponds to a coverage probability of approximately 95*

Exemple : Instrument avec certificat d'étalonnage

- A quoi correspond le U mentionné dans le certificat ?
 $\Delta M = U$ est l'incertitude élargie
- Quelle est l'incertitude-type u_b de l'instrument utilisé pour réaliser l'étalonnage ?

Incertitudes de mesure de type B : loi normale

Exemple : Instrument avec certificat d'étalonnage

On lit sur un certificat d'étalonnage d'un thermomètre numérique les indications suivantes :

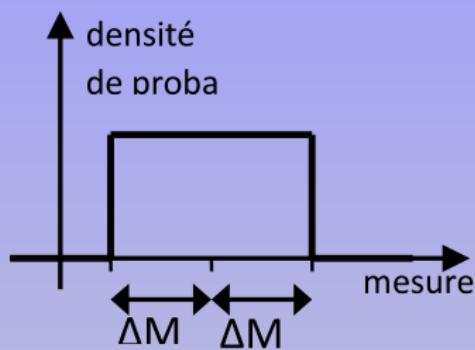
- $U = 0.20K$

- *reported uncertainty is stated as a standard uncertainty of measurement multiplied by a coverage factor $k = 2$, which, for a normal probability distribution, corresponds to a coverage probability of approximately 95*

Exemple : Instrument avec certificat d'étalonnage

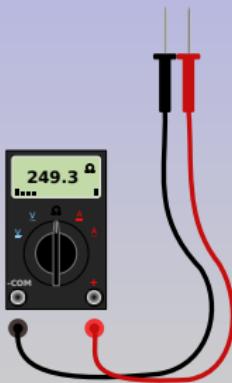
- A quoi correspond le U mentionné dans le certificat ?
 $\Delta M = U$ est l'incertitude élargie
- Quelle est l'incertitude-type u_b de l'instrument utilisé pour réaliser l'étalonnage ? facteur d'élargissement $k = 2$ donc
 $u_b = \frac{U}{2} = 0.1K$

Incertitudes de mesure de type B : loi rectangulaire



incertitude type

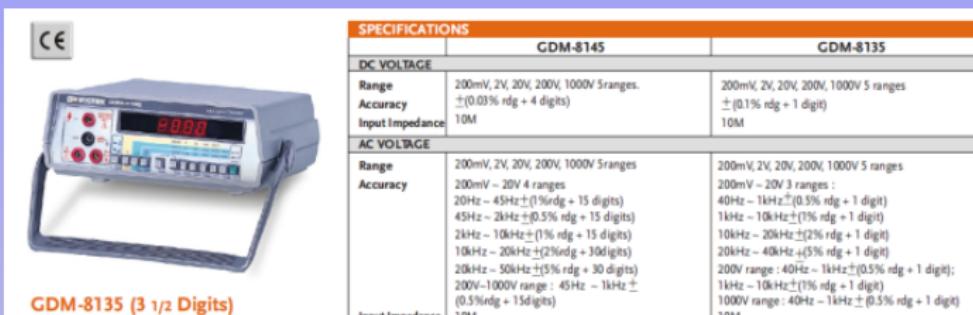
$$u_b = \frac{\Delta M}{\sqrt{3}}$$



Utilisation

- lecture afficheur digital,
 - précision indiquée sur un document constructeur,

Incertitudes de mesure de type B : loi rectangulaire

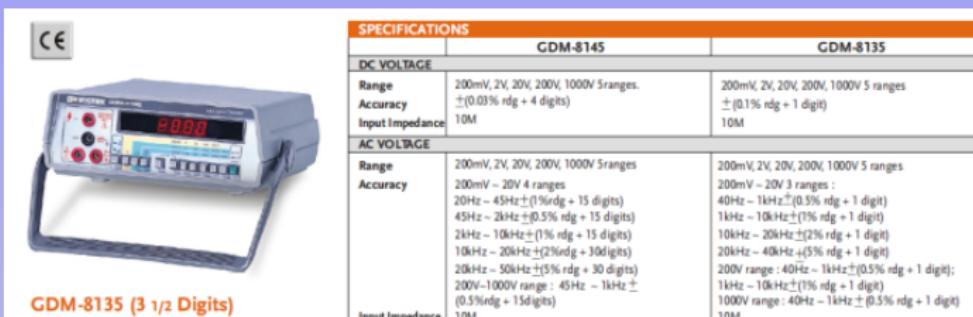


Exemple : Voltmètre numérique

On utilise un multimètre 8135 pour mesurer une tension 26,413 V

- Sur quel calibre doit-on positionner l'appareil ?
 - Quelle est l'incertitude-type u_b correspondant à cette mesure ?
 - Que se passe-t-il si on choisit un plus gros calibre ?
 - Quelle serait l'incertitude si on utilisait un appareil disposant de 4,5 digits (8145) ?

Incertitudes de mesure de type B : loi rectangulaire

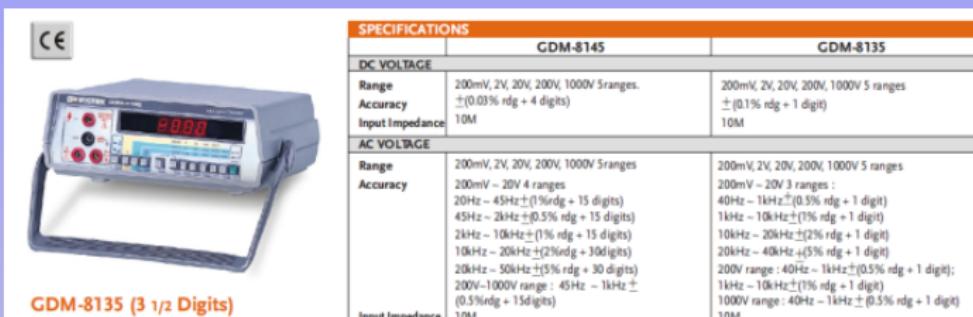


Exemple : Voltmètre numérique

On utilise un multimètre 8135 pour mesurer une tension 26,413 V

- Sur quel calibre doit-on positionner l'appareil ? calibre 200V
 - Quelle est l'incertitude-type u_b correspondant à cette mesure ?
 - Que se passe-t-il si on choisit un plus gros calibre ?
 - Quelle serait l'incertitude si on utilisait un appareil disposant de 4,5 digits (8145) ?

Incertitudes de mesure de type B : loi rectangulaire



Exemple : Voltmètre numérique

On utilise un multimètre 8135 pour mesurer une tension 26,413 V

- Sur quel calibre doit-on positionner l'appareil ? calibre 200V
 - Quelle est l'incertitude-type u_b correspondant à cette mesure ?
 $\Delta M = 0,1\% \cdot rdg + 1\text{digit} = 0,1\% \cdot 26.4 + 0.1 = 0.126\text{V}$ donc $u_b = \frac{\Delta M}{\sqrt{3}} = 0.073\text{V}$
 - Que se passe-t-il si on choisit un plus gros calibre ?
 - Quelle serait l'incertitude si on utilisait un appareil disposant de 4,5 digits (8145) ?

Incertitudes de mesure de type B : loi rectangulaire



SPECIFICATIONS		GDM-8145	GDM-8135
DC VOLTAGE			
Range	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges.	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges	
Accuracy	$\pm(0.03\% \text{ rdg} + 4 \text{ digits})$	$\pm(0.1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$	
Input Impedance	10M	10M	
AC VOLTAGE			
Range	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges	
Accuracy	200mV – 20V 4 ranges 20Hz – 45Hz $\pm(1\% \text{ rdg} + 15 \text{ digits})$ 45Hz – 2kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 15 \text{ digits})$ 2kHz – 10kHz $\pm(1\% \text{ rdg} + 15 \text{ digits})$ 10kHz – 20kHz $\pm(2\% \text{ rdg} + 30 \text{ digits})$ 20kHz – 50kHz $\pm(5\% \text{ rdg} + 30 \text{ digits})$ 200V – 1000V range: 45Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 15 \text{ digits})$	200mV – 20V 3 ranges : 40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 1kHz – 10kHz $\pm(1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 10kHz – 20kHz $\pm(2\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 20kHz – 40kHz $\pm(5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 200V range: 40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$; 1kHz – 10kHz $\pm(1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 1000V range: 40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$	
Input Impedance	10M	10M	

Exemple : Voltmètre numérique

On utilise un multimètre 8135 pour mesurer une tension 26,413 V

- Sur quel calibre doit-on positionner l'appareil ? calibre 200V
 - Quelle est l'incertitude-type u_b correspondant à cette mesure ?
$$\Delta M = 0,1\% \cdot rdg + 1\text{digit} = 0,1\% \cdot 26.4 + 0.1 = 0.126V \text{ donc } u_b = \frac{\Delta M}{\sqrt{3}} = 0.073V$$
 - Que se passe-t-il si on choisit un plus gros calibre ? calibre 1000V :
$$\Delta M = 0,1\% \cdot rdg + 1\text{digit} = 0,1\% \cdot 26 + 1 = 1.026V \text{ donc } u_b = \frac{\Delta M}{\sqrt{3}} = 0.59V$$
 - Quelle serait l'incertitude si on utilisait un appareil disposant de 4,5 digits (8145) ?

Incertitudes de mesure de type B : loi rectangulaire



GDM-8135 (3 1/2 Digits)

SPECIFICATIONS		GDM-8145	GDM-8135
DC VOLTAGE			
Range	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges.	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges
Accuracy	$\pm(0.03\% \text{ rdg} + 4 \text{ digits})$	$\pm(0.1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$	$\pm(0.1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$
Input Impedance	10M	10M	10M
AC VOLTMAGE			
Range	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V 5 ranges
Accuracy	200mV – 20V 4 ranges 20Hz – 45kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 15 \text{ digits})$ 45Hz – 2kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 15 \text{ digits})$ 2kHz – 10kHz $\pm(1\% \text{ rdg} + 15 \text{ digits})$ 10kHz – 20kHz $\pm(2\% \text{ rdg} + 10 \text{ digits})$ 20kHz – 50kHz $\pm(5\% \text{ rdg} + 30 \text{ digits})$ 200V – 1000V range : 45Hz – ~1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 15 \text{ digits})$	40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 1kHz – 10kHz $\pm(1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 10kHz – 20kHz $\pm(2\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 20kHz – 40kHz $\pm(5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 200V range : 40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 1kHz – 10kHz $\pm(1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 1000V range : 40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$	40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 1kHz – 10kHz $\pm(1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 10kHz – 20kHz $\pm(2\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 20kHz – 40kHz $\pm(5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 200V range : 40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 1kHz – 10kHz $\pm(1\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$ 1000V range : 40Hz – 1kHz $\pm(0.5\% \text{ rdg} + 1 \text{ digit})$
Input Impedance	10M	10M	10M

Exemple : Voltmètre numérique

On utilise un multimètre 8135 pour mesurer une tension 26,413 V

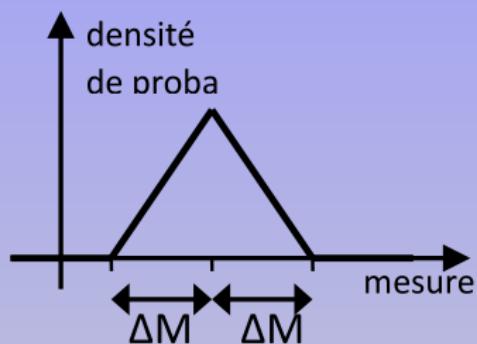
- Sur quel calibre doit-on positionner l'appareil ? calibre 200V
- Quelle est l'incertitude-type u_b correspondant à cette mesure ?

$$\Delta M = 0,1\% \cdot \text{rdg} + 1 \text{ digit} = 0,1\% \cdot 26.4 + 0.1 = 0.126V \text{ donc } u_b = \frac{\Delta M}{\sqrt{3}} = 0.073V$$

- Que se passe-t-il si on choisit un plus gros calibre ? calibre 1000V :
- $$\Delta M = 0,1\% \cdot \text{rdg} + 1 \text{ digit} = 0,1\% \cdot 26 + 1 = 1.026V \text{ donc } u_b = \frac{\Delta M}{\sqrt{3}} = 0.59V$$
- Quelle serait l'incertitude si on utilisait un appareil disposant de 4,5 digits (8145) ? $\Delta M = 0,03\% \cdot \text{rdg} + 4 \text{ digits} = 0,03\% \cdot 26.41 + 0.04 = 0.0479V$; $u_b = 0.028V$



Incertitudes de mesure de type B : loi triangulaire



incertitude type

$$u_b = \frac{\Delta M}{\sqrt{6}}$$

Utilisation

- lecture échelle graduée
- ajustement trait de jauge

Incertitudes de mesure de type B : loi triangulaire



Exemple : thermomètre à colonne liquide

On dispose d'un thermomètre à colonne de liquide gradué de 0 à 100°C, par division de 1°C :

- Quelle est l'incertitude-type u_b de ce thermomètre ?

Incertitudes de mesure de type B : loi triangulaire



Exemple : thermomètre à colonne liquide

On dispose d'un thermomètre à colonne de liquide gradué de 0 à 100°C, par division de 1°C :

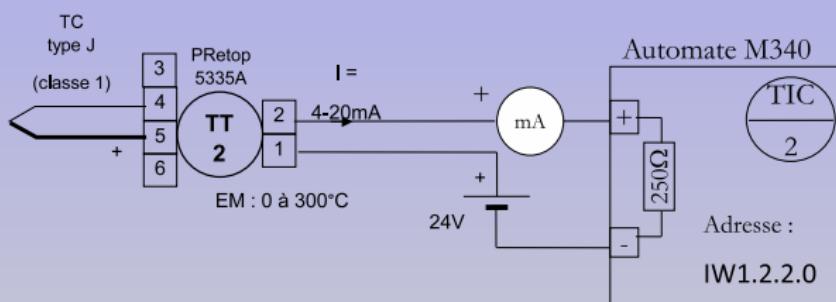
- Quelle est l'incertitude-type u_b de ce thermomètre ?

$$\Delta M = 0,5^\circ C;$$

$$u_b = \frac{\Delta M}{\sqrt{6}} = 0.2^\circ C$$

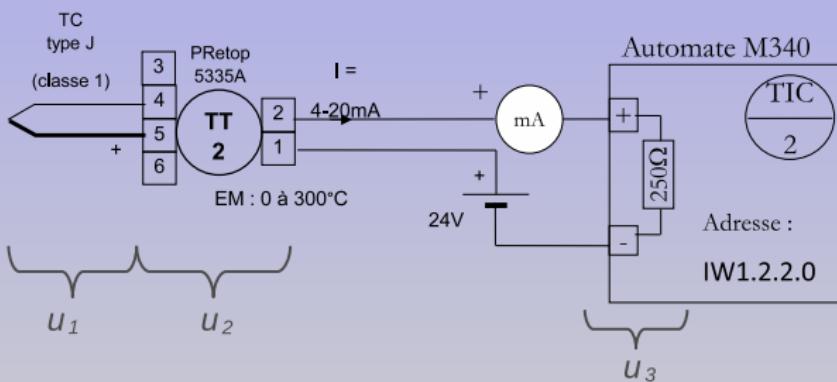
Incertitude composée

- Bien souvent, une mesure n'est pas délivrée par un instrument unique, mais par une chaîne d'acquisition, qui implique plusieurs instruments,



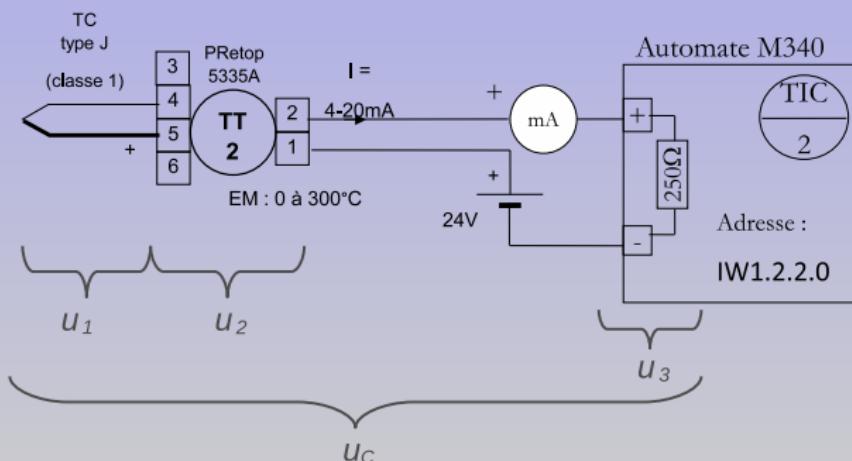
Incertitude composée

- Bien souvent, une mesure n'est pas délivrée par un instrument unique, mais par une chaîne d'acquisition, qui implique plusieurs instruments,
 - Chaque instrument dispose de sa propre incertitude type u ,



Incertitude composée

- Bien souvent, une mesure n'est pas délivrée par un instrument unique, mais par une chaîne d'acquisition, qui implique plusieurs instruments,
- Chaque instrument dispose de sa propre incertitude type u ,
- L'incertitude de l'ensemble de la chaîne u_C est une composition des différentes incertitudes individuelles



Incertitude composée

Incertitude composée

Détermination : cas général

Si on suppose que la mesure finale m est fonction de plusieurs variables *indépendantes les unes des autres* x_i : $m = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ alors :

$$u_C = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}$$

Incertitude-type composée - cas d'un d'une équation aux grandeurs additive

dans le cas où l'équation aux grandeurs est de la forme

$m = x_1 + x_2 + \dots + x_n$, alors

$$u_C = \sqrt{\sum_{i=1}^n u(x_i)^2}$$

Incertitude composée

Incertitude composée

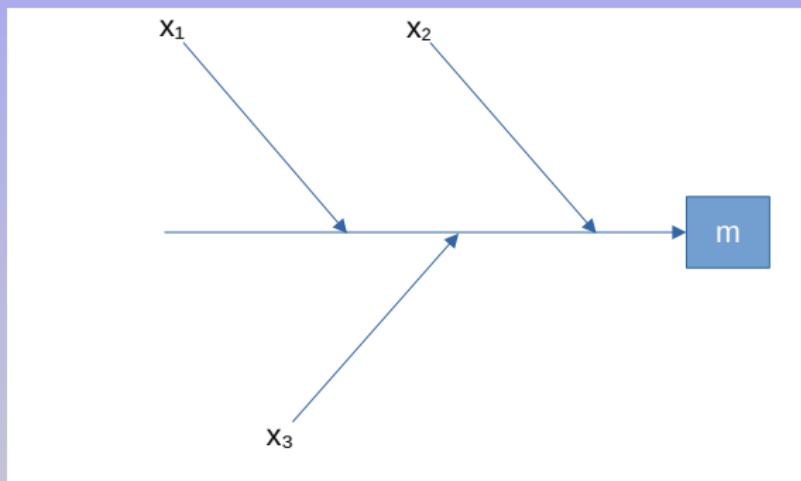
Incertitude-type composée - cas d'un d'une équation aux grandeurs multiplicatives

dans le cas où l'équation aux grandeurs est de la forme
 $m = x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n$, alors

$$u_C = m \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{u(x_i)}{x_i} \right)^2}$$

Incertitude de mesure - Méthode des 5M

L'équation aux grandeurs s'appliquant au mesurage permet de construire un diagramme "causes - effet" :



Incertitude de mesure - Méthode des 5M

méthode des "5M"

Pour chaque grandeur d'entrée, la méthode des "5M" permet de classer les sources d'incertitudes, afin de n'en oublier aucune :

- **Moyen** : Instruments de mesure et matériels utilisés lors du mesurage.
- **Méthode** : Ensemble des étapes de la partie opératoire du mesurage (prélèvement, pesée, dilution...).
- **Matière** : Produit soumis au mesurage.
- **Milieu** : Conditions environnementales dans lequel s'effectue le mesurage (température, hygrométrie, pression atmosphérique...).
- **Main d'oeuvre** : Opérateur réalisant la mesure.

Incertitude de mesure - Méthode des 5M

