R3.21 Modélisation des robots

II. Modélisation des robots manipulateurs articulés

José de Jesus CASTILLO ZAMORA

Maître de conférences,
IUT de Béziers,
Université de Montpellier,
LIRMM

Licence professionnelle
Robotique & Intelligence Artificielle

Sommaire

Sommaire

1. Cinématique du robot

La cinématique des robots

- Elle étudie le mouvement du robot par rapport à un système de référence.
- Elle s'intéresse à la description analytique du mouvement spatial du robot en fonction du temps, et en particulier aux relations entre la position et l'orientation de l'extrémité du robot et les valeurs prises par les coordonnées de ses articulations.
- Elle cherche également à trouver les relations entre les vitesses de déplacement des articulations et celles de la pointe. Cette relation est donnée par le modèle différentiel exprimé par la matrice jacobienne.

1. Cinématique du robot

Problème de cinématique directe

Il s'agit de déterminer la position et l'orientation de l'extrémité du robot par rapport à un système de coordonnées pris comme référence, connaissant les valeurs des articulations et les paramètres géométriques des éléments du robot.

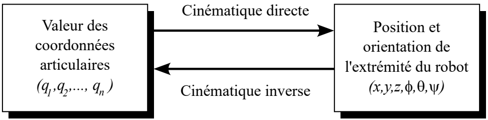

Figure 1 – Relation entre la cinématique directe et inverse

1. Cinématique du robot

Problème de cinématique inverse

Il s'agit de résoudre la configuration à adopter par le robot pour une position et une orientation connues du point terminal.

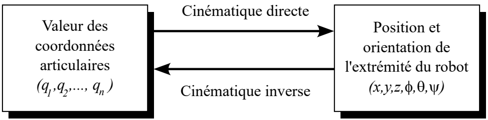

Figure 2 – Relation entre la cinématique directe et inverse

Sommaire

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe

Considérations

Étant donné qu'un robot peut être considéré comme une chaîne cinématique composée d'objets rigides ou de liaisons reliées entre elles par des articulations, un système de référence fixe peut être établi à la base du robot et la position de chacune des liaisons par rapport à ce système de référence peut être décrite.

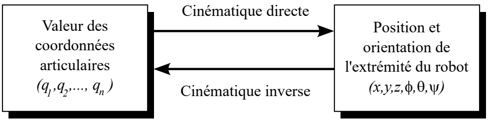

Figure 3 – Relation entre la cinématique directe et inverse

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe

Considérations

Le problème cinématique direct se réduit à trouver une matrice de transformation homogène T qui relie la position et l'orientation de l'extrémité du robot par rapport au repère de référence fixe à la base du robot. Cette matrice T sera une fonction des coordonnées des articulations.

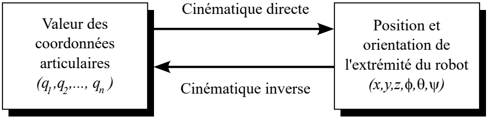

Figure 4 – Relation entre la cinématique directe et inverse

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Matrices de transformation homogéne

En choisissant des coordonnées cartésiennes et des angles d'Euler pour représenter la position et l'orientation de l'extrémité d'un robot à six degrés de liberté, la solution du problème cinématique direct sera donnée par les relations :

$$
\begin{aligned}
x &= f_x\left(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\right) \\
y &= f_y\left(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\right) \\
z &= f_z\left(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\right) \\
\phi &= f_\phi\left(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\right) \\
\theta &= f_\theta\left(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\right) \\
\psi &= f_\psi\left(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\right)
\end{aligned}
$$

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Matrices de transformation homogéne

Considérations

- L'obtention de ces relations n'est généralement pas compliquée, étant même dans certains cas (plusiers DDL) facile à trouver par de considérations géométriques.
- Pour les robots ayant plus de DDL, une méthode systématique basée sur l'utilisation de matrices de transformation homogènes peut être envisagée.

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Matrices de transformation homogéne

Robot avec 2 DDL

$$x = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \quad (1)$$

$$y = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \quad (2)$$

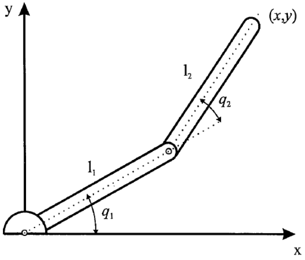

Figure 5 – Robot planaire avec 2 degrés de liberté

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Matrices de transformation homogéne

Degrés de liberté (DDL)

- En général, un robot à n degrés de liberté est constitué de n liaisons reliées par n articulations, de sorte que chaque paire liaison-articulation constitue un degré de liberté.
- Chaque liaison peut être associée à un système de référence et, à l'aide de transformations homogènes, il est possible de représenter les rotations et les translations relatives entre les différentes liaisons.

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Matrices de transformation homogéne

Matrice de transformation homogène entre liaisons ${}^{i-1}A_i$

La matrice de transformation homogène représentant la position et l'orientation relatives entre les systèmes associés à deux liens consécutifs est souvent appelée ${}^{i-1}A_i$:

- ${}^{0}A_1$ décrit la position et l'orientation du repère de référence de la première liaison par rapport au système fixé à la base.
- ${}^{1}A_2$ décrit la position et l'orientation de la liaison 2 par rapport à la liaison 1.

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Matrices de transformation homogéne

Matrice de transformation homogène entre liaisons ${}^{i-1}A_i$

- Les matrices résultant du produit des matrices ${}^{i-1}A_i$, de $i = 1$ à k, sont appelées ${}^{0}A_k$.
- Elles peuvent être utilisées pour représenter toute ou une partie de la chaîne cinématique formée par le robot :
  - ${}^{0}A_2$ représente la position et l'orientation du système attaché à la deuxième liaison du robot par rapport au système de coordonnées de la base :

$$
{}^{0}A_2 = {}^{0}A_1 \, {}^{1}A_2 \tag{3}
$$

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Matrices de transformation homogéne

Matrice de transformation homogène T

Lorsque tous les DDL sont considérés, la matrice ${}^{0}A_{n}$ est souvent appelée T.

Pour un robot avec 6 DDL

Pour un robot 6 DDL, la position et l'orientation de la dernière liaison seront données par la matrice :

$$T = {}^{0}A_{6} = {}^{0}A_{1}\,{}^{1}A_{2}\,{}^{2}A_{3}\,{}^{3}A_{4}\,{}^{4}A_{5}\,{}^{5}A_{6} \tag{4}$$

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Représentation Denavit-Hartenberg (D-H)

Considérations

- Selon cette représentation, en choisissant de manière appropriée les systèmes de coordonnées de chaque liaison $\{S_i\}$, il sera possible de passer de l'une à l'autre au moyen de 4 transformations de base qui dépendent exclusivement des caractéristiques géométriques de la liaison.
- Ces transformations de base consistent en une succession de rotations et de translations qui permettent de relier le système de référence de l'élément i au système de l'élément $i-1$.

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Représentation Denavit-Hartenberg (D-H)

Les transformations

- Rotation autour de l'axe z_{i-1} d'un angle θ_i.
- Translation le long de z_{i-1} à une distance d_i ; vecteur $\mathbf{d}_i\,(0, 0, d_i)$
- Translation le long de x_i à une distance a_i ; vecteur $\mathbf{a}_i\,(a_i, 0, 0)$
- Rotation autour de l'axe x_i d'un angle α_i.

Le passage du système $\{S_{i-1}\}$ au système $\{S_i\}$ au moyen de ces 4 transformations n'est garanti que si les systèmes $\{S_{i-1}\}$ et $\{S_i\}$ ont été définis selon certaines règles.

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Représentation Denavit-Hartenberg (D-H)

L'ordre des transformations

Le produit de matrices n'étant pas commutatif, les transformations doivent être effectuées dans l'ordre indiqué. Il s'ensuit donc que :

$$^{i-1}A_i = T\left(z, \theta_i\right) T\left(0, 0, d_i\right) T\left(a_i, 0, 0\right) T\left(x, \alpha_i\right) \tag{5}$$

où θ_i, a_i, d_i et α_i sont les paramètres D-H de la liaison i.

Développer le produit matriciel de l'Éq. (5).

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Représentation Denavit-Hartenberg (D-H)

Considérations

- Il suffit d'identifier les paramètres D-H pour obtenir les matrices ${}^{i-1}A_i$ et relier ainsi toutes les liaisons du robot.
- Pour que la matrice ${}^{i-1}A_i$ relie les systèmes $\{S_i\}$ et $\{S_{i-1}\}$, il faut que ces systèmes soient choisis selon les règles suivantes.

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 1**

Numéroter les liaisons en commençant par 1 (première liaison mobile de la chaîne) et en terminant par n (dernière liaison mobile). La base fixe du robot doit être numérotée liaison 0.

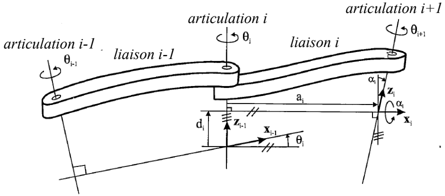

Figure 6 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 2**

Numéroter chaque articulation en commençant par 1 (correspondant au premier degré de liberté) et en terminant par n.

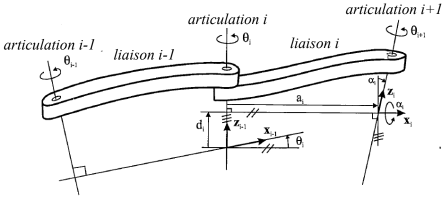

Figure 7 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 3**

Localiser l'axe de chaque articulation :

- Si rotative, l'axe est son propre axe de rotation.
- Si prismatique, il s'agit de l'axe le long duquel se produit le déplacement.

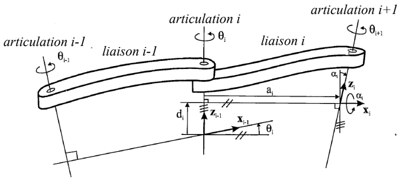

Figure 8 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 4**

Pour i de 0 à $n-1$, placer l'axe z_i sur l'axe de l'articulation $i+1$.

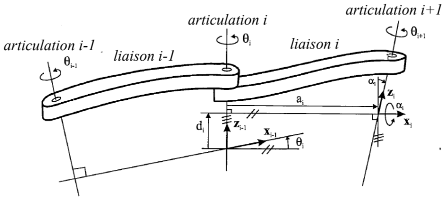

Figure 9 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 5**

Placer l'origine du système de la base $\{S_0\}$ en un point quelconque de l'axe z_0. Les axes x_0 et y_0 seront placés de façon à former un système dextrogyre avec z_0.

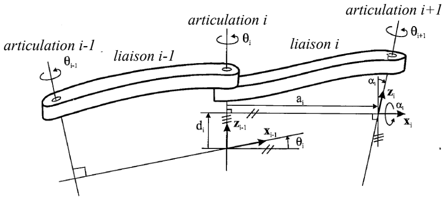

Figure 10 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 6**

Pour i de 1 à $n-1$, placer le système $\{S_i\}$ (attaché au lien i) à l'intersection de l'axe z_i avec un axe normal commun à z_{i-1} et z_i :

- Si les deux axes se croisent, le point d'intersection sera $\{S_i\}$.
- S'ils étaient parallèles, $\{S_i\}$ serait situé à l'articulation $i+1$.

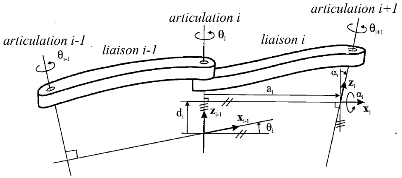

Figure 11 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 7**

Placer x_i sur la ligne normale commune à z_{i-1} et z_i.

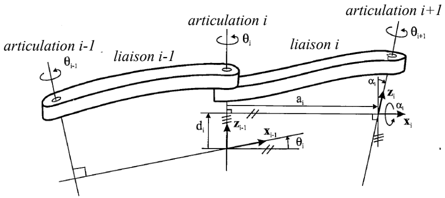

Figure 12 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 8**

Placer y_i de façon à ce qu'il forme un système dextrogyre avec x_i et z_i.

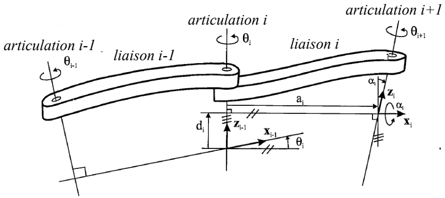

Figure 13 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 9**

Placer le système $\{S_n\}$ à l'extrémité du robot de sorte que z_n coïncide avec la direction de z_{n-1} et que x_n soit normal à z_{n-1} et z_n.

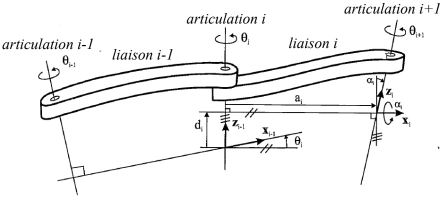

Figure 14 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 10**

Obtenir θ_i comme l'angle à tourner autour de z_{i-1} pour que x_{i-1} et x_i soient parallèles.

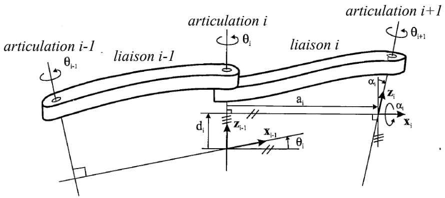

Figure 15 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 11**

Obtenir d_i comme la distance, mesurée le long de z_{i-1}, qu'il faudrait décaler $\{S_{i-1}\}$ pour aligner x_i et x_{i-1}.

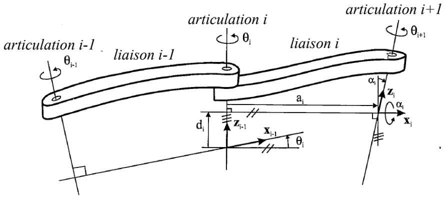

Figure 16 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 12**

Obtenir a_i comme la distance mesurée le long de x_i (qui coïnciderait maintenant avec x_{i-1}) qu'il faudrait décaler pour rendre le nouveau $\{S_{i-1}\}$ tel que son origine coïncide avec $\{S_i\}$.

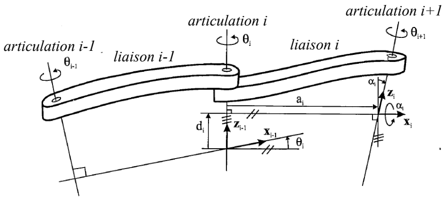

Figure 17 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 13**

Obtenir α_i comme l'angle qui devrait être tourné autour de x_i (qui coïnciderait maintenant avec x_{i-1}), afin que le nouveau $\{S_{i-1}\}$ coïncide complètement avec $\{S_i\}$.

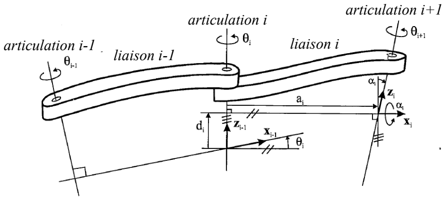

Figure 18 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 14**

Obtenir les matrices de transformation ${}^{i-1}A_i$ définies dans l'Éq. (5).

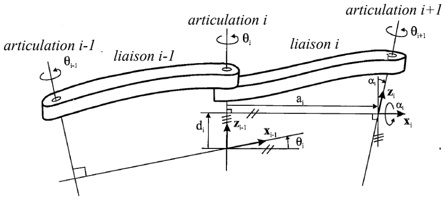

Figure 19 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 15**

Obtenir la matrice de transformation qui relie le système à l'extrémité du robot au système à la base $T = {}^0A_1{}^1A_2 ... {}^{n-1}A_n$.

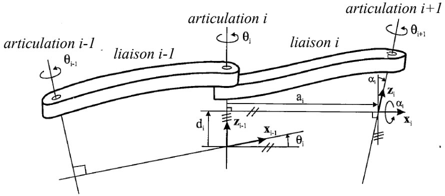

Figure 20 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

Algorithme Denavit-Hartenberg : **Step 16**

La matrice T définit l'orientation (sous-matrice de rotation) et la position (sous-matrice de translation) de l'extrémité par rapport à la base en fonction des coordonnées des n articulations.

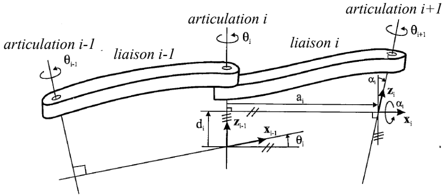

Figure 21 – Paramètres D-H d'une liaison tournante

1. Cinématique du robot

1. Problème de cinématique directe : Algorithme Denavit-Hartenberg

Description des paramètres

- θ_i est l'angle formé par les axes x_{i-1} et x_i mesuré dans un plan perpendiculaire à l'axe z_i, en utilisant la règle de la main droite. Il s'agit d'un paramètre variable dans les articulations rotatives.
- d_i est la distance le long de l'axe z_{i-1} entre l'origine du (i-1)-ième système de coordonnées et l'intersection de l'axe z_{i-1} avec l'axe x_i. Il s'agit d'un paramètre variable dans les joints prismatiques.

Description des paramètres

- a_i est la distance le long de l'axe x_i entre l'intersection de l'axe z_{i-1} avec l'axe x_i et l'origine du i-ième système, dans le cas d'articulations rotatives. Dans le cas des articulations prismatiques, elle est calculée comme étant la distance la plus courte entre les axes z_{i-1} et z_i.
- α_i est l'angle de séparation entre l'axe z_{i-1} et l'axe z_i, mesuré dans un plan perpendiculaire à l'axe x_i, en utilisant la règle de la main droite.

Relations entre les liaisons

- Une fois les paramètres D-H obtenus, le calcul des relations entre les liaisons consécutives du robot est immédiat, puisqu'elles sont données par les matrices A, qui sont calculées selon l'expression générale dans l'Éq. 5.
- Les relations entre les liaisons non consécutives sont données par les matrices T obtenues comme produit d'un ensemble de matrices A.

Sommaire

Sommaire