1 Exercice 1

a- On veut résoudre l'équation différentielle :

$$x(t) + 60\frac{dx(t)}{dt} = 8 \tag{1}$$

Par identification avec une équation du premier degré :

$$x(t) + \tau\frac{dx(t)}{dt} = K \cdot y_r \tag{2}$$

$\tau = 60s$ et $K \cdot y_r = 8$.

La solution de l'équation (2) vaut :

$$x(t) = K \cdot y_r \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{3}$$

Donc la solution de l'équation différentielle (1) vaut :

$$x(t) = 8\left(1 - e^{-\frac{t}{60}}\right)$$

b- On veut résoudre l'équation différentielle :

$$150\frac{dm}{dt} + 3m = 12 \tag{4}$$

Avant de procéder à l'identification, il faut se ramener à une forme canonique

$$(4) \Leftrightarrow m + 50\frac{dm}{dt} = 4 \tag{5}$$

Par identification avec (2), il vient $\tau = 50s$ et $K{\cdot}y_r = 4$.

Donc la solution de l'équation différentielle (4) vaut :

$$x(t) = 4\left(1 - e^{-\frac{t}{50}}\right)$$

2 Exercice 2

$$\frac{dx}{dt} + 0,01x = 0,012y \tag{6}$$

On se ramène à la forme canonique d'une équation différentielle d'ordre 1 :

$$x + 100\frac{dx}{dt} = 1,2y \tag{7}$$

Par identification avec l'équation (2), il vient :

- constante de temps du procédé : $\tau = 100$
- gain statique du procédé : $K = 1,2$

Si à $t = 0$ on passe la commande de $Y_0 = 40\%$ à $Y_1 = 45\%$, ce qui correspond à un échelon de commande $y = 5\%$.

L'équation (7) se simplifie alors de la façon suivante :

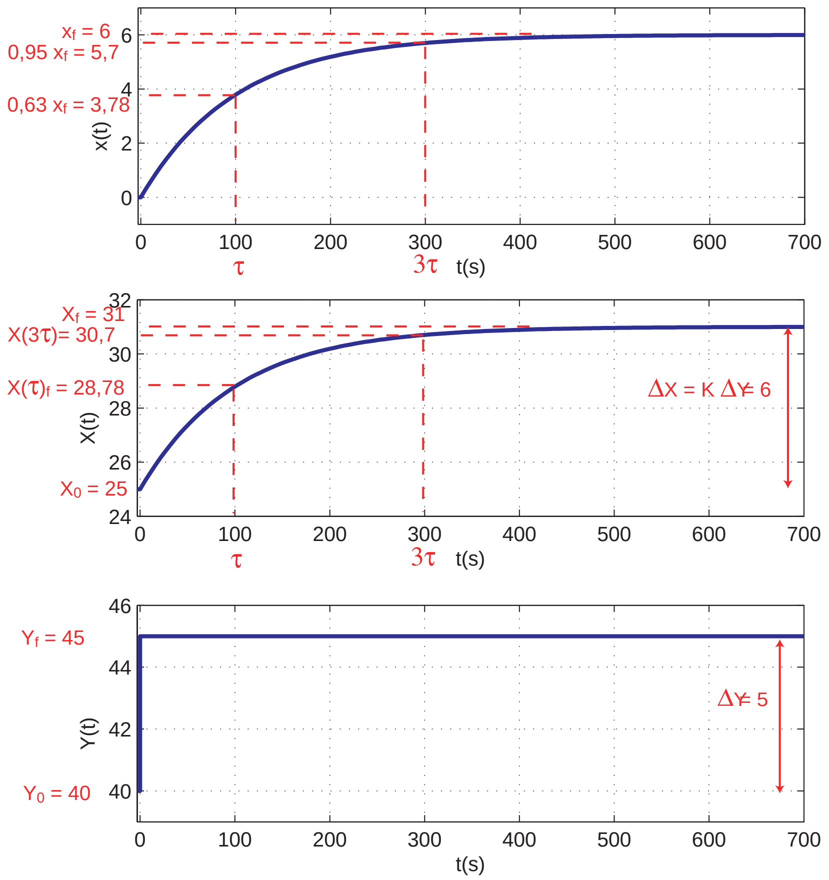
$$x + 100\frac{dx}{dt} = 6 \tag{8}$$

La solution de cette équation est

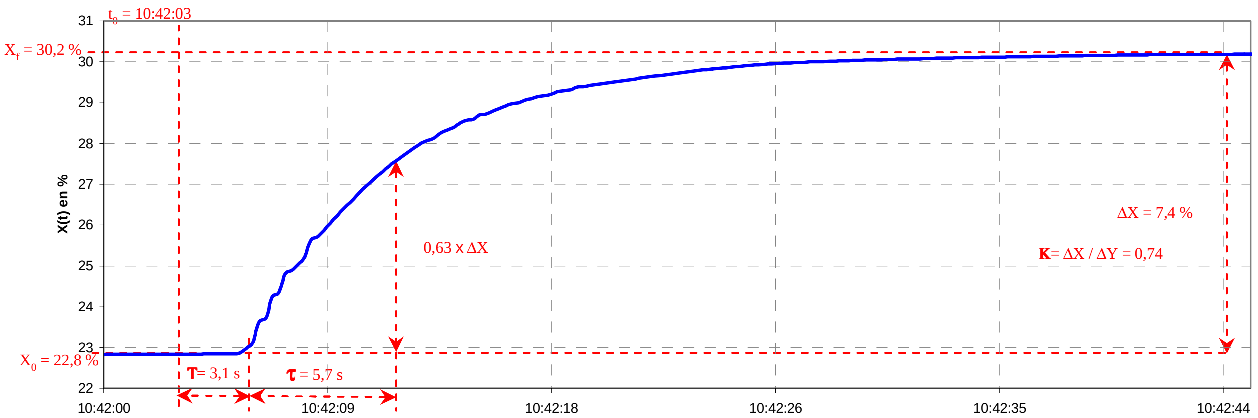
$$x(t) = 6 \cdot y_r \left(1 - e^{-\frac{t}{100}}\right) \tag{9}$$

et

$$X(t) = X_0 + x(t) = 25 + 6 \cdot y_r \left(1 - e^{-\frac{t}{100}}\right)$$



3 Exercice 3



La solution de l'équation différentielle d'un procédé du premier ordre avec retard vaut :

$$X(t) = X_0 + K\left(1 - e^{-\frac{(t-T)}{\tau}}\right) \tag{10}$$

En remplaçant les paramètres K, τ et T par ceux trouvés grâce à l'exploitation de la courbe, on trouve :

$$(10) \Leftrightarrow X(t) = 22,8 + 0,73\left(1 - e^{-\frac{(t-3,1)}{5,7}}\right) \tag{11}$$

La fonction de transfert $H(p)$ d'un procédé du premier ordre avec retard vaut :

$$H(p) = \frac{K \cdot e^{-T \cdot p}}{1 + \tau \cdot p} \tag{12}$$

En remplaçant les paramètres K, τ et T par ceux trouvés grâce à l'exploitation de la courbe, on trouve :

$$(12) H(p) = \frac{0,73 \cdot e^{-3,1 \cdot p}}{1 + 5,7 \cdot p} \tag{13}$$