



## Stabilité - Critères géométriques

LR

IUT de Béziers

# Programme de l'exposé

- 1 Introduction
- 2 Analyse fréquentielle des procédés
  - fonction de transfert isochrone
  - Diagramme de Black
- 3 Critère de stabilité géométrique
  - Point critique
  - Critère du revers dans le plan de Black
  - Marge de Phase  $\varphi_m$  et Marge de Gain  $G_M$
- 4 Action des correcteurs sur la stabilité
  - Tracé de  $T(j\omega)$  dans le plan de Black
  - Effet de l'action P
  - Effet de l'action I
  - Effet de l'action D
- 5 Etude des performances en BF : utilisation d'abaques dans le plan de Black
  - courbes isogain et isophase
  - résonance

Soit 2 fonctions de transfert :

$$H_3(p) = \frac{e^{-2p}}{1+4p} \quad H_4(p) = \frac{0,5}{(1+2p)^3}$$

### stable en Boucle Fermée ?

Soit 2 fonctions de transfert :

$$H_3(p) = \frac{e^{-2p}}{1+4p} \quad H_4(p) = \frac{0,5}{(1+2p)^3}$$

### stable en Boucle Fermée ?

Cas d'un Régulateur P :  $H_3(p)$  et  $H_4(p)$  sont ils stables en BF ? Pour quelle valeur de  $A$  ?

Soit 2 fonctions de transfert :

$$H_3(p) = \frac{e^{-2p}}{1+4p} \quad H_4(p) = \frac{0,5}{(1+2p)^3}$$

### stable en Boucle Fermée ?

Cas d'un Régulateur P :  $H_3(p)$  et  $H_4(p)$  sont ils stables en BF ? Pour quelle valeur de  $A$  ?

- $T_3(p) = \frac{A \cdot e^{-2p}}{1 + 4p}$ , pour déterminer les pôles en boucle fermée, il faut résoudre :  $A \cdot e^{-2p} + 1 + 4p = 0$ .  $\rightarrow$  impossible à résoudre.

Soit 2 fonctions de transfert :

$$H_3(p) = \frac{e^{-2p}}{1+4p} \quad H_4(p) = \frac{0,5}{(1+2p)^3}$$

### stable en Boucle Fermée ?

Cas d'un Régulateur P :  $H_3(p)$  et  $H_4(p)$  sont ils stables en BF ? Pour quelle valeur de  $A$  ?

- $T_3(p) = \frac{A \cdot e^{-2p}}{1 + 4p}$ , pour déterminer les pôles en boucle fermée, il faut résoudre :  $A \cdot e^{-2p} + 1 + 4p = 0$ . → impossible à résoudre.
  - $T_4(p) = \frac{A \cdot 0,5}{(1 + 2p)^3}$ , pour déterminer les pôles en boucle fermée, il faut résoudre :  $\rightarrow A \cdot 0,5 + (1 + 2p)^3 = 0$ . → faisable, mais pas facile à résoudre.

Soit 2 fonctions de transfert :

$$H_3(p) = \frac{e^{-2p}}{1 + 4p} \quad H_4(p) = \frac{0,5}{(1 + 2p)^3}$$

stable en Boucle Fermée ?

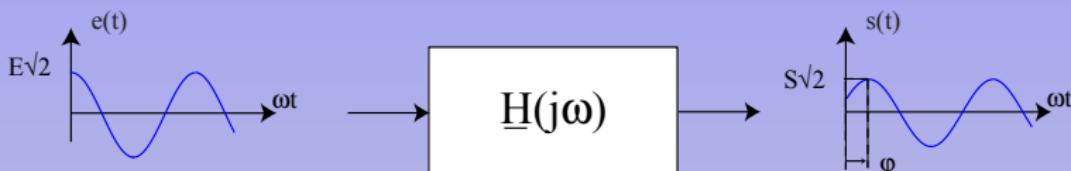
Cas d'un Régulateur P :  $H_3(p)$  et  $H_4(p)$  sont ils stables en BF ? Pour quelle valeur de  $A$  ?

- $T_3(p) = \frac{A \cdot e^{-2p}}{1 + 4p}$ , pour déterminer les pôles en boucle fermée, il faut résoudre :  $A \cdot e^{-2p} + 1 + 4p = 0$ . → impossible à résoudre.
- $T_4(p) = \frac{A \cdot 0,5}{(1 + 2p)^3}$ , pour déterminer les pôles en boucle fermée, il faut résoudre :  $\rightarrow A \cdot 0,5 + (1 + 2p)^3 = 0$ . → faisable, mais pas facile à résoudre.

### analyse fréquentielle

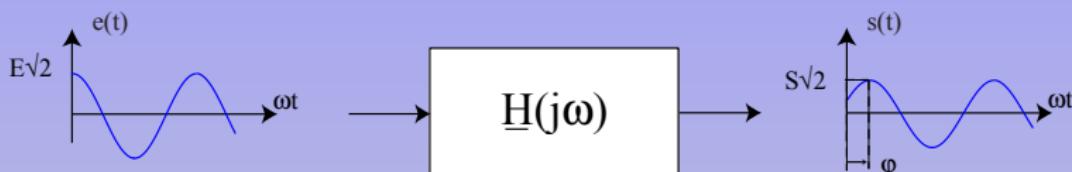
L'analyse fréquentielle permet de déterminer la stabilité de ce type de procédés en utilisant des méthodes graphiques.

## fonction de transfert isochrone



La fonction de transfert isochrone  $\underline{H}(j\omega)$  s'obtient en remplaçant  $p$  par  $j\omega$  dans la fonction de transfert isomorphe  $H(p)$ .

## fonction de transfert isochrone



La fonction de transfert isochrone  $\underline{H}(j\omega)$  s'obtient en remplaçant  $p$  par  $j\omega$  dans la fonction de transfert isomorphe  $H(p)$ .

### *Exemple Calcul de $H_3(j\omega)$ et de $H_4(j\omega)$*

$$\underline{H}_3(j\omega) = \frac{e^{-2j\omega}}{1 + 4j\omega} \quad \underline{H}_4(j\omega) = \frac{0,5}{(1 + 2j\omega)^3}$$

## Diagramme de Black

## Principe

Le diagramme de Black est le tracé du module de la fonction de transfert exprimé en décibel ( $H_{dB}$ ) en fonction de sa phase exprimée en degrés (°).

## Diagramme de Black

# Diagramme de Black

## Principe

Le diagramme de Black est le tracé du module de la fonction de transfert exprimé en décibel ( $H_{dB}$ ) en fonction de sa phase exprimée en degrés ( $^{\circ}$ ).

*Exemple : tracé du lieu de  $H_3(j\omega)$*

$\omega$	$ H_3 $	$H_{3dB}$	$\varphi_{H_3}(\text{rad})$	$\varphi_{H_3}(^{\circ})$
0				
0,1				
0,25				
0,5				
1				
2				

→ Dessiner le lieu de  $H_3(j\omega)$  dans le plan de Black

# Diagramme de Black

## Principe

Le diagramme de Black est le tracé du module de la fonction de transfert exprimé en décibel ( $H_{dB}$ ) en fonction de sa phase exprimée en degrés ( $^{\circ}$ ).

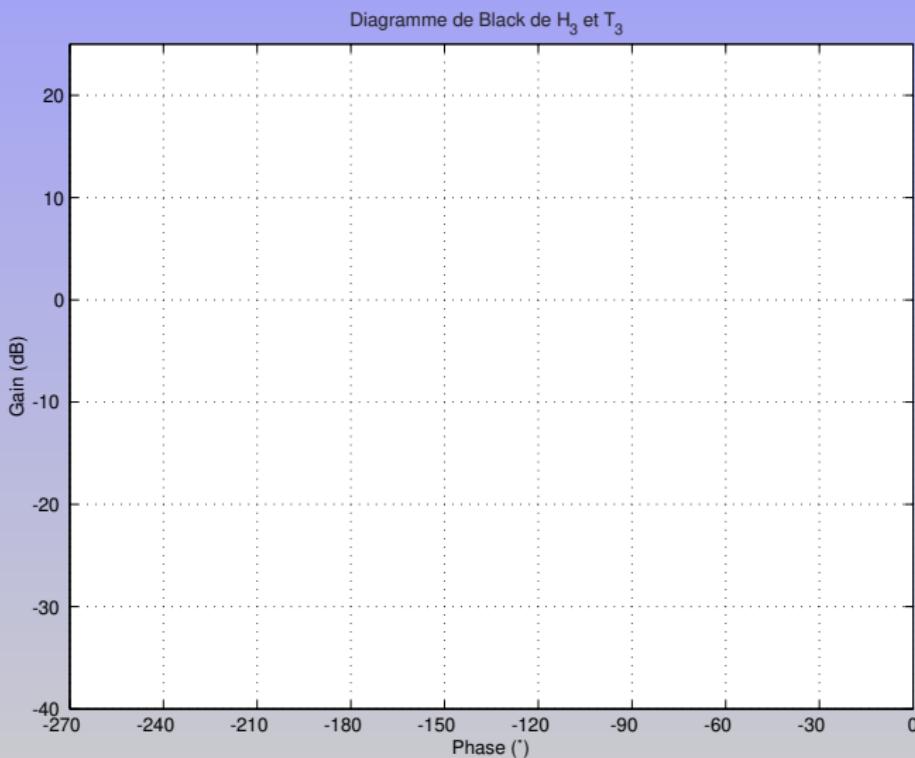
*Exemple : tracé du lieu de  $H_3(j\omega)$*

$\omega$	$ H_3 $	$H_{3dB}$	$\varphi_{H_3}(\text{rad})$	$\varphi_{H_3}(^{\circ})$
0	1	0	0	0
0,1	0,93	-0,64	-0,58	-33,3
0,25	0,71	-3	-1,29	-73,6
0,5	0,45	-7	-2,11	-120,7
1	0,24	-12,3	-3,33	-190,6
2	0,12	-18,1	-5,45	-312,1

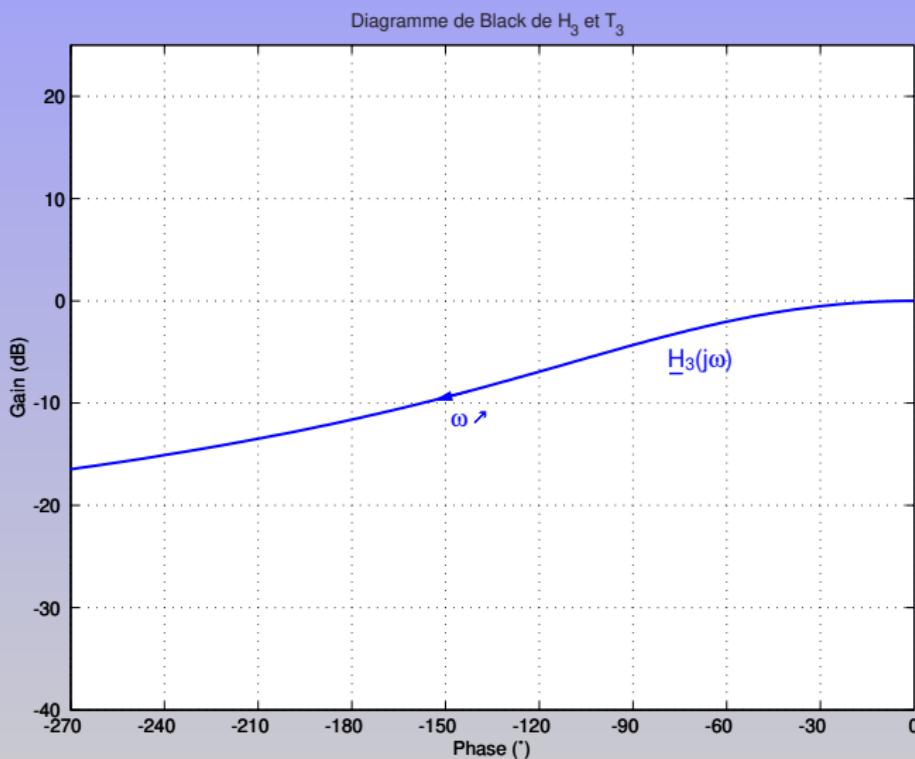
→ Dessiner le lieu de  $H_3(j\omega)$  dans le plan de Black

Diagramme de Black

# Diagramme de Black de $H_3$



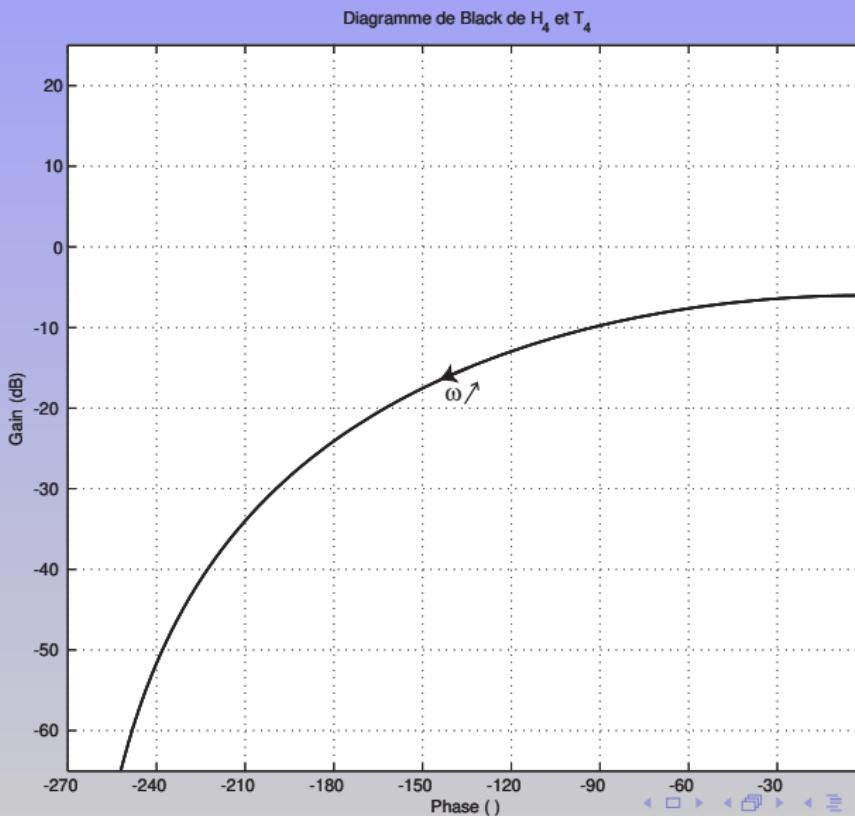
# Diagramme de Black de $H_3$



*Exemple : tracé du lieu de  $\underline{H}_4(j\omega)$*

$\omega$	$ H_4 $	$H_{4dB}$	$\varphi_{H_4}(\text{rad})$	$\varphi_{H_4}(\text{°})$
0	0,5	-6	0	0
0,1	0,47	-6,53	-0,59	-33,9
0,25	0,36	-8,93	-1,39	-79,7
0,5	0,18	-15	-2,36	-135
1	$4,5 \cdot 10^{-2}$	-27	-3,32	-190,3
2	$7,1 \cdot 10^{-3}$	-42,9	-3,98	-228

# Diagramme de Black de $H_4$



## Stabilité en BF

$$F(p) = \frac{T(p)}{1 + T(p)}$$

problème de stabilité, en régime quelconque, si  $1 + T(p) = 0$ .

Ce qui correspond en régime sinusoïdal à  $1 + T(j\omega) = 0$ . c'est à dire à  $T(j\omega) = -1$

## Stabilité en BF

$$F(p) = \frac{T(p)}{1 + T(p)}$$

problème de stabilité, en régime quelconque, si  $1 + T(p) = 0$ .

Ce qui correspond en régime sinusoïdal à  $1 + \underline{T}(j\omega) = 0$ . c'est à dire à  $\underline{T}(j\omega) = -1$

## Point critique C

le point correspondant à  $\underline{T}(j\omega) = -1$  est appelé *point critique* et noté **C** et a pour coordonnées  $C(-180^\circ, 0dB)$ .

## Stabilité en BF

$$F(p) = \frac{T(p)}{1 + T(p)}$$

problème de stabilité, en régime quelconque, si  $1 + T(p) = 0$ .

Ce qui correspond en régime sinusoïdal à  $1 + \underline{T}(j\omega) = 0$ . c'est à dire à  $\underline{T}(j\omega) = -1$

## Point critique C

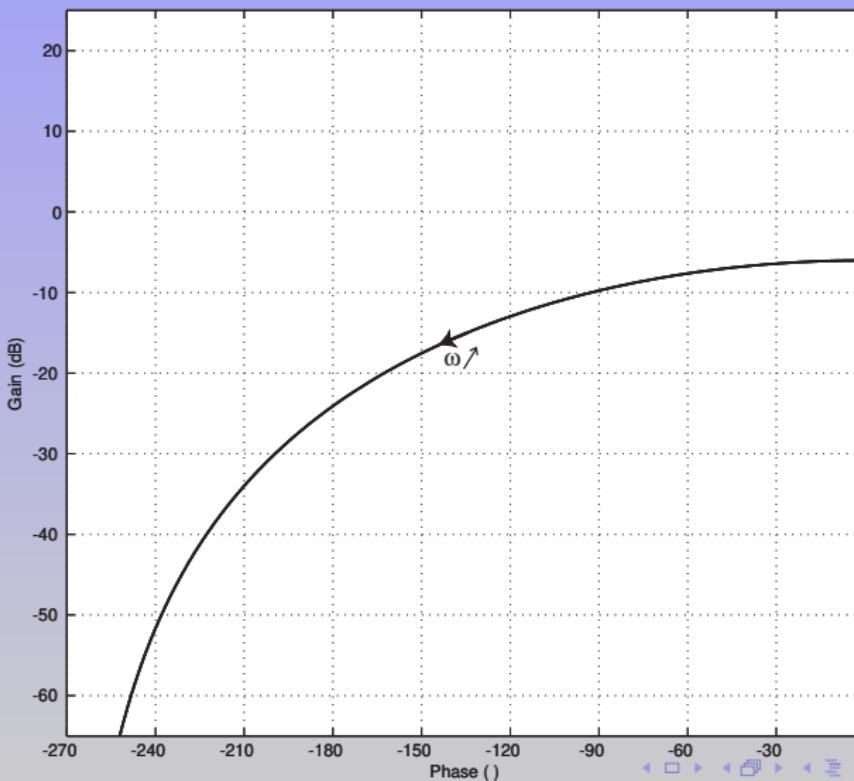
le point correspondant à  $\underline{T}(j\omega) = -1$  est appelé *point critique* et noté **C** et a pour coordonnées  $C(-180^\circ, 0dB)$ .

### Exemple : Point critique sur les diagrammes de Black

Placer le point critique **C** sur le diagramme de Black de  $H_4$ .

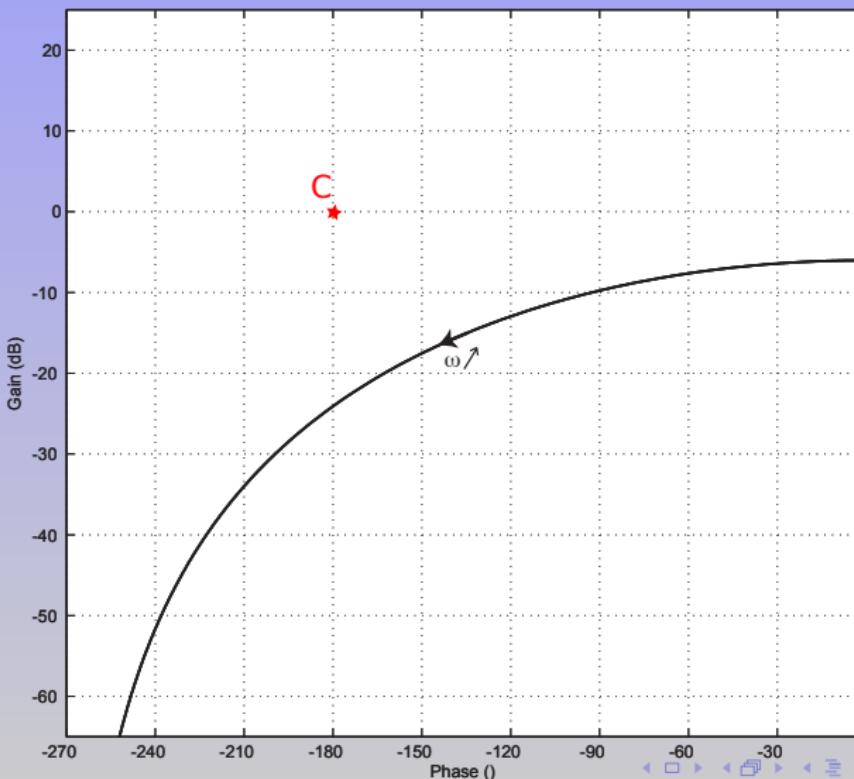
# Diagramme de Black de $H_4$

Diagramme de Black de  $H_4$  et  $T_4$



# Diagramme de Black de $H_4$

Diagramme de Black de  $H_4$  et  $T_4$

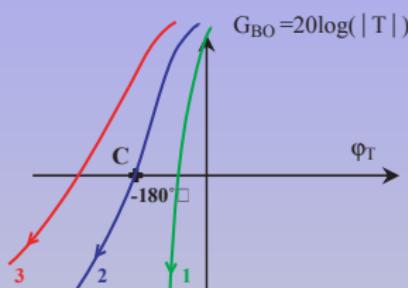


### Critère du revers dans le plan de Black

## Critère simplifié du revers (Black)

Un système bouclé est stable si, en parcourant le lieu de  $T(j\omega)$  selon  $\omega \nearrow$ , on laisse le point critique C sur la droite.

- Courbe 1 :
  - Courbe 2 :
  - Courbe 3 :



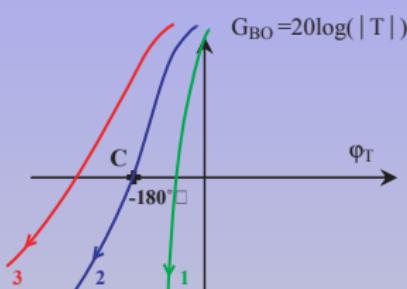
### Critère du revers dans le plan de Black

# Critère du revers dans le plan de Black

## Critère simplifié du revers (Black)

Un système bouclé est stable si, en parcourant le lieu de  $T(j\omega)$  selon  $\omega \nearrow$ , on laisse le point critique C sur la droite.

- Courbe 1 : système bouclé stable.
- Courbe 2 :
- Courbe 3 :



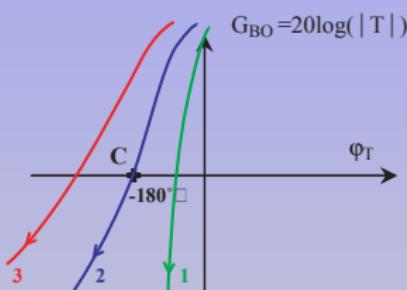
Critère du revers dans le plan de Black

# Critère du revers dans le plan de Black

## Critère simplifié du revers (Black)

Un système bouclé est stable si, en parcourant le lieu de  $T(j\omega)$  selon  $\omega \nearrow$ , on laisse le point critique C sur la droite.

- Courbe 1 : système bouclé stable.
- Courbe 2 : système bouclé instable, pompage.
- Courbe 3 :



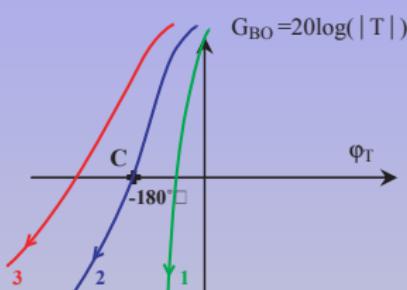
Critère du revers dans le plan de Black

# Critère du revers dans le plan de Black

## Critère simplifié du revers (Black)

Un système bouclé est stable si, en parcourant le lieu de  $T(j\omega)$  selon  $\omega \nearrow$ , on laisse le point critique C sur la droite.

- Courbe 1 : système bouclé stable.
- Courbe 2 : système bouclé instable, pompage.
- Courbe 3 : système bouclé instable.



# Marge de Phase $\varphi_m$ et Marge de Gain $G_M$

Marge de Phase  $\varphi_m$  et Marge de Gain  $G_M$

Pour un système stable, plus les marges  $\varphi_M$  et  $G_M$  sont importantes :

# Marge de Phase $\varphi_m$ et Marge de Gain $G_M$

## Marge de Phase $\varphi_m$ et Marge de Gain $G_M$

Pour un système stable, plus les marges  $\varphi_M$  et  $G_M$  sont importantes :

- moins la réponse indicielle comporte d'oscillations

# Marge de Phase $\varphi_m$ et Marge de Gain $G_M$

## Marge de Phase $\varphi_m$ et Marge de Gain $G_M$

Pour un système stable, plus les marges  $\varphi_M$  et  $G_M$  sont importantes :

- moins la réponse indicielle comporte d'oscillations
- moins le dépassement est important.

# Marge de Phase $\varphi_m$ et Marge de Gain $G_M$

## Définition de la marge de Phase

- $\omega_1$  telle que  $G_{BO}(\omega_1) = 0dB$
- $\varphi_M = \varphi_T(\omega_1) + 180^\circ$

# Marge de Phase $\varphi_m$ et Marge de Gain $G_M$

## Définition de la marge de Phase

- $\omega_1$  telle que  
 $G_{BO}(\omega_1) = 0dB$
- $\varphi_M = \varphi_T(\omega_1) + 180^\circ$

## Définition de la marge de Gain

- $\omega_2$  telle que  
 $\varphi_T(\omega_2) = -180^\circ$
- $G_M = -G_{BO}(\omega_2)$

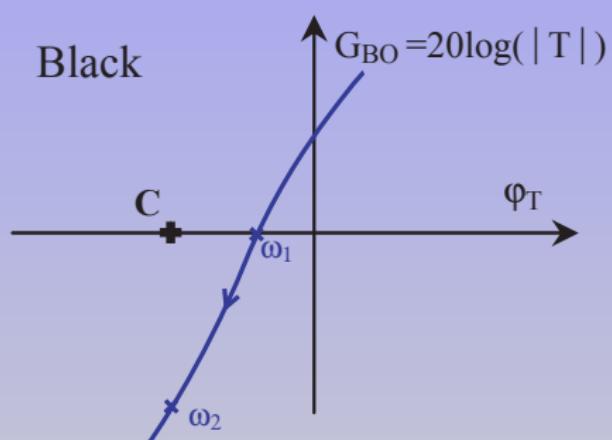
# Marge de Phase $\varphi_m$ et Marge de Gain $G_M$

## Définition de la marge de Phase

- $\omega_1$  telle que  $G_{BO}(\omega_1) = 0dB$
- $\varphi_M = \varphi_T(\omega_1) + 180^\circ$

## Définition de la marge de Gain

- $\omega_2$  telle que  $\varphi_T(\omega_2) = -180^\circ$
- $G_M = -G_{BO}(\omega_2)$

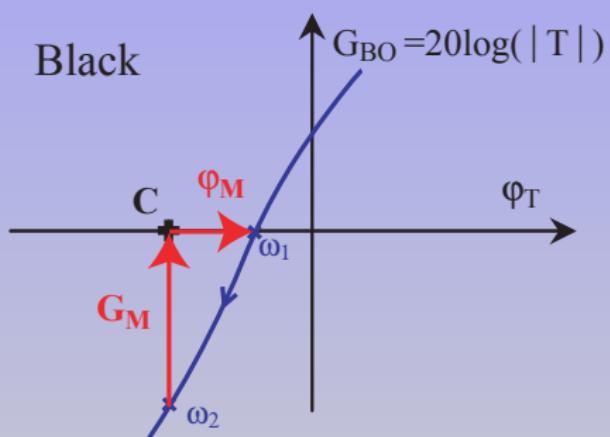


## Définition de la marge de Phase

- $\omega_1$  telle que  $G_{BO}(\omega_1) = 0dB$
- $\varphi_M = \varphi_T(\omega_1) + 180^\circ$

## Définition de la marge de Gain

- $\omega_2$  telle que  $\varphi_T(\omega_2) = -180^\circ$
- $G_M = -G_{BO}(\omega_2)$



## Valeurs pratiques des marges

$5\text{dB}$  (réglage dur)  $< G_M < 7\text{dB}$  (réglage mou)      typiquement, on prend  $G_M = 6\text{dB}$

$40^\circ$ (réglage dur)  $< \varphi_M < 60^\circ$ (réglage mou)      typiquement, on prend  $\varphi_M = 45^\circ$

Tracé de  $\underline{T}(j\omega)$  dans le plan de Black

## Tracé de $\underline{T}(j\omega)$ dans le plan de Black

On rappelle pour cela que  $\underline{T}(j\omega) = \underline{H}(j\omega) \times \underline{C}(j\omega)$

- Donc, le module de la FTBO s'écrit :  $|\underline{T}(j\omega)| = |\underline{H}(j\omega)| \times |\underline{C}(j\omega)|$ .  
En décibels :  $G_T dB = G_C dB + G_H dB$
- et la phase de la FTBO vaut :  $\varphi_T = \varphi_C + \varphi_H$

## Effet de l'action P

$$G_T dB = 20 \log A + G_H dB \quad , \text{et}$$

$$\varphi_T = 0 + \varphi_H = \varphi_H$$

## Effet de l'action P

$$G_T dB = 20 \log A + G_H dB \quad , \text{et}$$

$$\varphi_T = 0 + \varphi_H = \varphi_H$$

la courbe de gain est  
translatée :

- vers le haut si le gain est supérieur à 1 ( $A > 1$ ) : cas de la courbe n°1
- vers le bas si le gain est inférieur à 1 ( $A < 1$ ) : cas de la courbe n°2

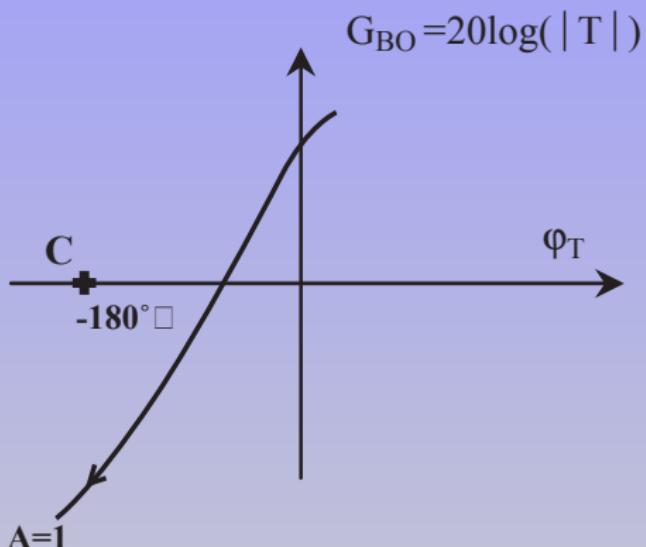
## Effet de l'action P

$$G_T dB = 20 \log A + G_H dB \quad , \text{ et}$$

$$\varphi_T = 0 + \varphi_H = \varphi_H$$

la courbe de gain est translatée :

- vers le haut si le gain est supérieur à 1 ( $A > 1$ ) : cas de la courbe n° 1
- vers le bas si le gain est inférieur à 1 ( $A < 1$ ) : cas de la courbe n° 2



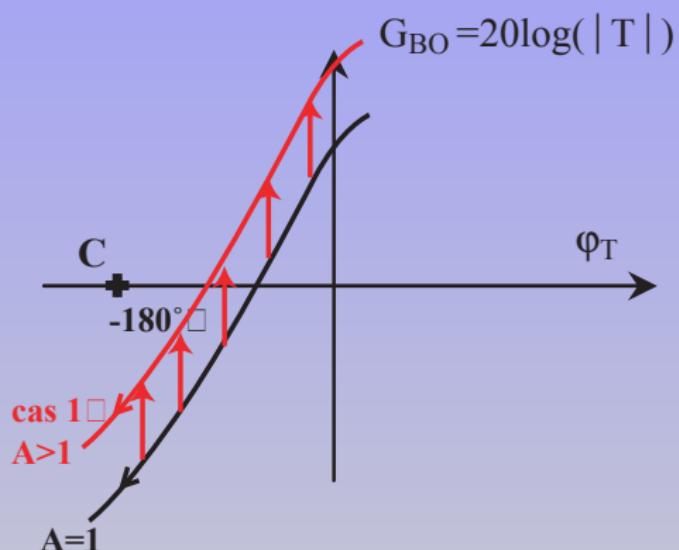
## Effet de l'action P

$$G_T dB = 20 \log A + G_H dB \quad , \text{et}$$

$$\varphi_T = 0 + \varphi_H = \varphi_H$$

la courbe de gain est translatée :

- vers le haut si le gain est supérieur à 1 ( $A > 1$ ) : cas de la courbe n° 1
- vers le bas si le gain est inférieur à 1 ( $A < 1$ ) : cas de la courbe n° 2



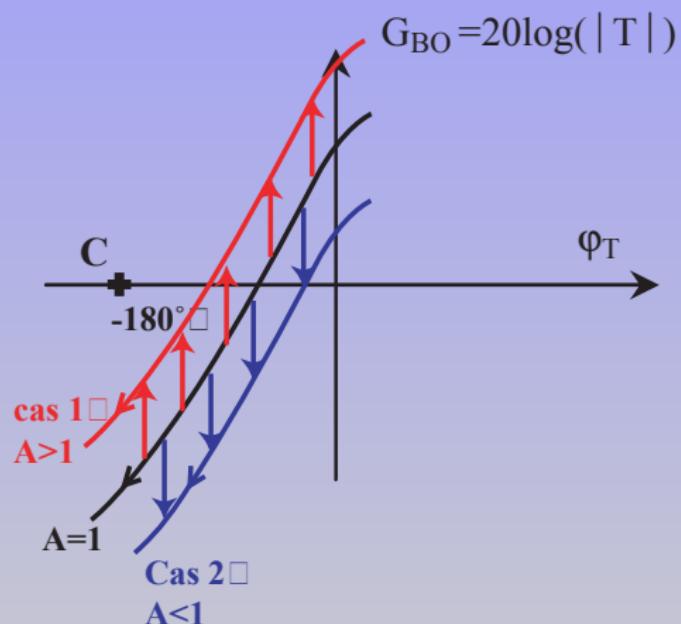
## Effet de l'action P

$$G_T dB = 20 \log A + G_H dB \quad , \text{ et}$$

$$\varphi_T = 0 + \varphi_H = \varphi_H$$

la courbe de gain est translatée :

- vers le haut si le gain est supérieur à 1 ( $A > 1$ ) : cas de la courbe n° 1
- vers le bas si le gain est inférieur à 1 ( $A < 1$ ) : cas de la courbe n° 2



## Effet de l'action P

$$G_T dB = 20 \log A + G_H dB \quad , \text{ et}$$

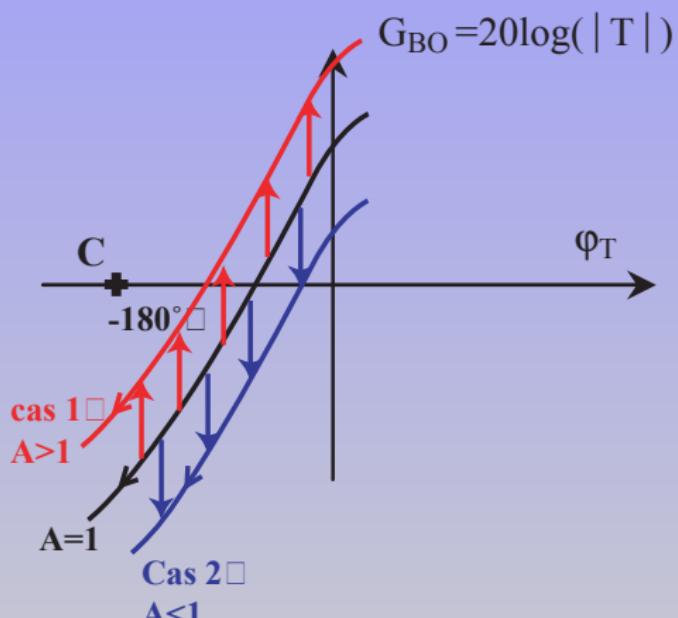
$$\varphi_T = 0 + \varphi_H = \varphi_H$$

la courbe de gain est translatée :

- vers le haut si le gain est supérieur à 1 ( $A > 1$ ) : cas de la courbe n°1
- vers le bas si le gain est inférieur à 1 ( $A < 1$ ) : cas de la courbe n°2

## Influence sur la stabilité

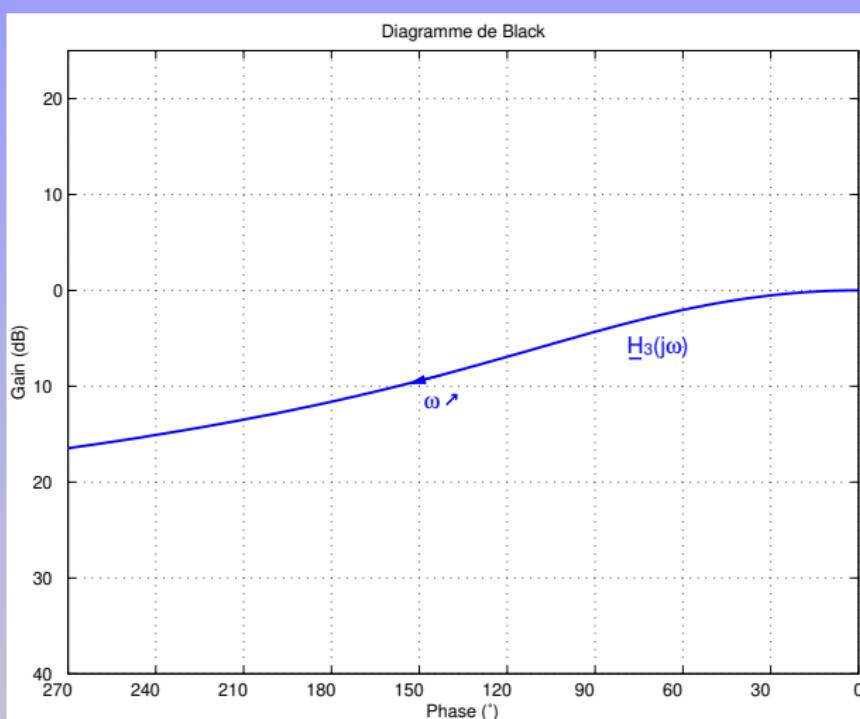
Toute amplification excessive déstabilise le procédé.

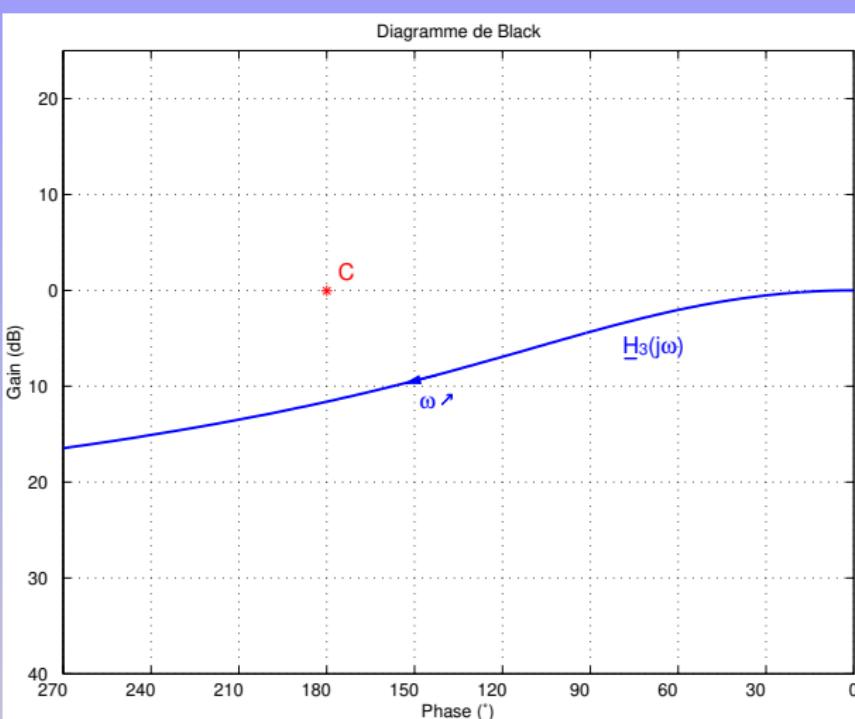


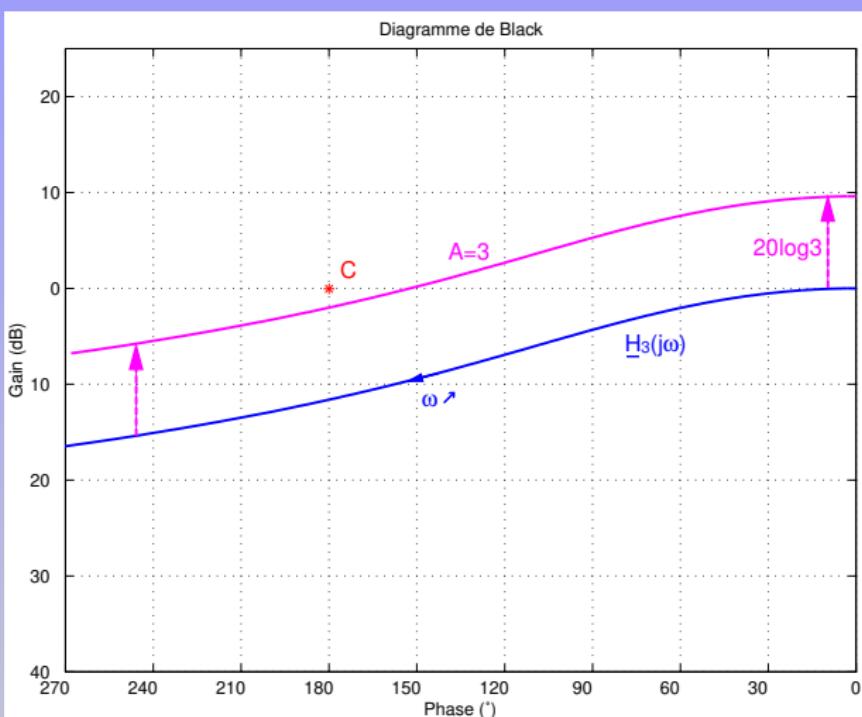
## Exemple : Action P sur le lieu de $\underline{T}_3(j\omega)$

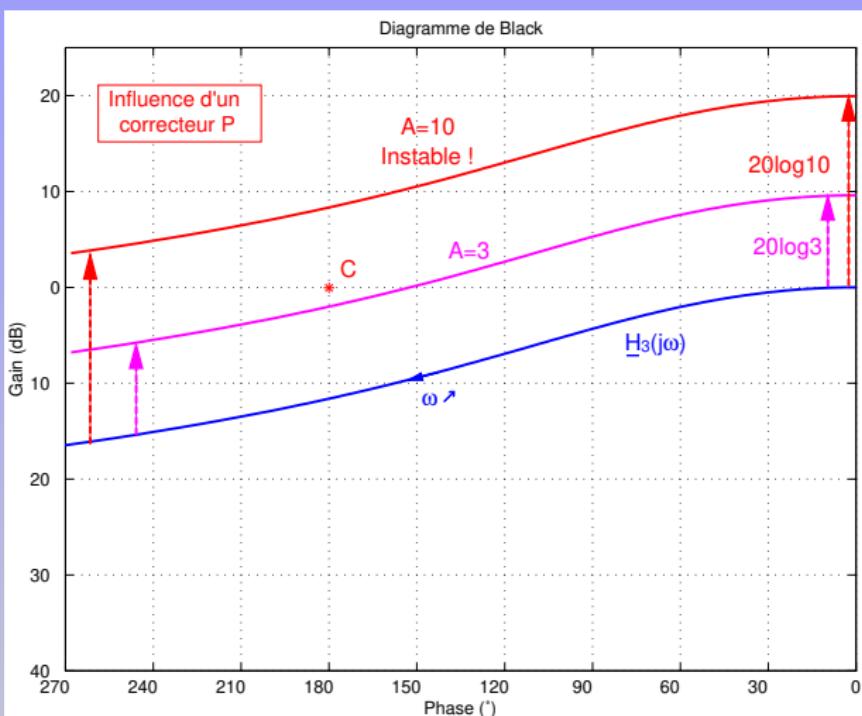
A partir du tracé du diagramme de Black de  $\underline{H}_3(j\omega)$  , tracer les lieux de  $\underline{T}_3(j\omega)$  pour  $A = 3$  et  $A = 10$ . Pour chaque courbe :

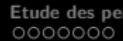
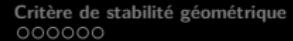
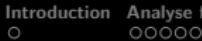
- Déterminer si le système est stable ou non en BF .
- déterminer  $G_M$  et  $\varphi_M$ .











Effet de l'action P

### Exemple : Action P sur le lieu de $T_3(j\omega)$

A partir du tracé du diagramme de Black de  $H_3(j\omega)$  , tracer les lieux de  $T_3(j\omega)$  pour  $A = 3$  et  $A = 10$ . Pour chaque courbe :

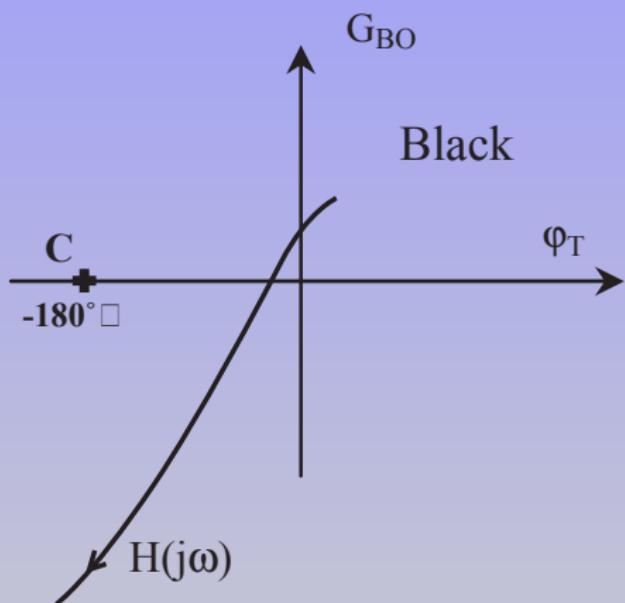
- Déterminer si le système est stable ou non en BF .  $A = 3 \rightarrow$  stable,  $A = 10 \rightarrow$  instable en BF
- déterminer  $G_M$  et  $\varphi_M \cdot A = 5 \rightarrow G_M = 2.5dB; \varphi_M = 30^\circ$  : réglages très "durs" : beaucoup d'oscillations.

correcteur PI de gain  $A = 1$ 

$$C(p) = 1 + \frac{1}{T_i p} \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + \frac{1}{jT_i \omega}.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$  ;  
 $\varphi_C \rightarrow -90^\circ$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow 0$  ;  $\varphi_C \rightarrow 0$



correcteur PI de gain  $A = 1$ 

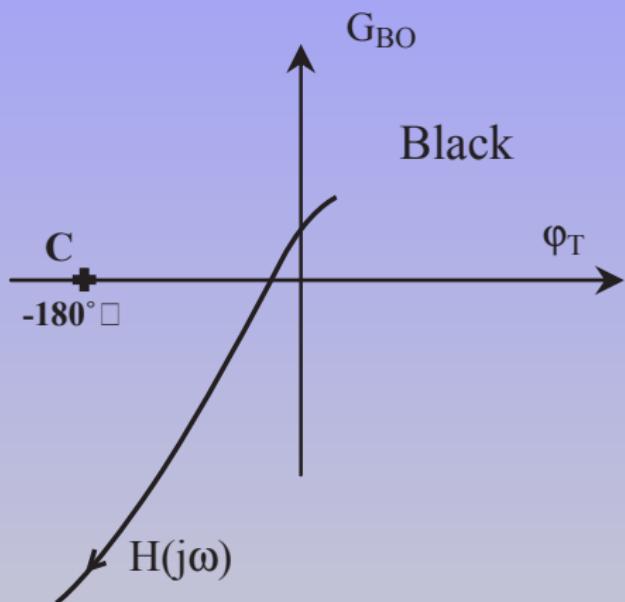
$$C(p) = 1 + \frac{1}{T_i p} \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + \frac{1}{jT_i \omega}.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$  ;  
 $\varphi_C \rightarrow -90^\circ$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow 0$  ;  $\varphi_C \rightarrow 0$

Tracé de  $\underline{T}(j\omega)$ 

On fait ensuite graphiquement les sommes  $G_H dB + G_C dB$  et  $\varphi_H + \varphi_C$  pour obtenir le tracé de  $\underline{T}(j\omega)$ .



correcteur PI de gain  $A = 1$ 

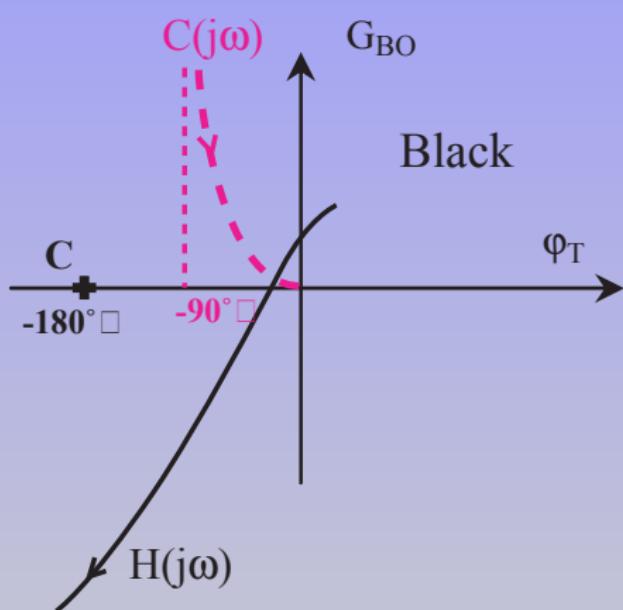
$$C(p) = 1 + \frac{1}{T_i p} \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + \frac{1}{jT_i \omega}.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$  ;  
 $\varphi_C \rightarrow -90^\circ$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow 0$  ;  $\varphi_C \rightarrow 0$

Tracé de  $\underline{T}(j\omega)$ 

On fait ensuite graphiquement les sommes  $G_H dB + G_C dB$  et  $\varphi_H + \varphi_C$  pour obtenir le tracé de  $\underline{T}(j\omega)$ .



correcteur PI de gain  $A = 1$ 

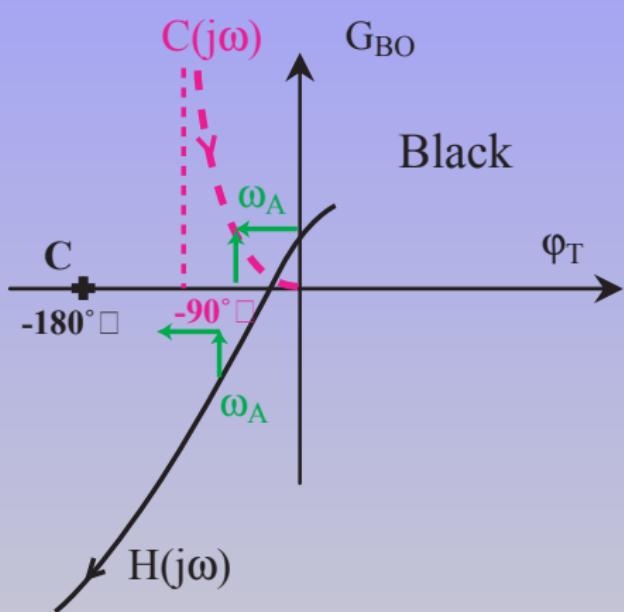
$$C(p) = 1 + \frac{1}{T_i p} \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + \frac{1}{jT_i \omega}.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$  ;  
 $\varphi_C \rightarrow -90^\circ$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow 0$  ;  $\varphi_C \rightarrow 0$

Tracé de  $\underline{T}(j\omega)$ 

On fait ensuite graphiquement les sommes  $G_H dB + G_C dB$  et  $\varphi_H + \varphi_C$  pour obtenir le tracé de  $\underline{T}(j\omega)$ .



correcteur PI de gain  $A = 1$ 

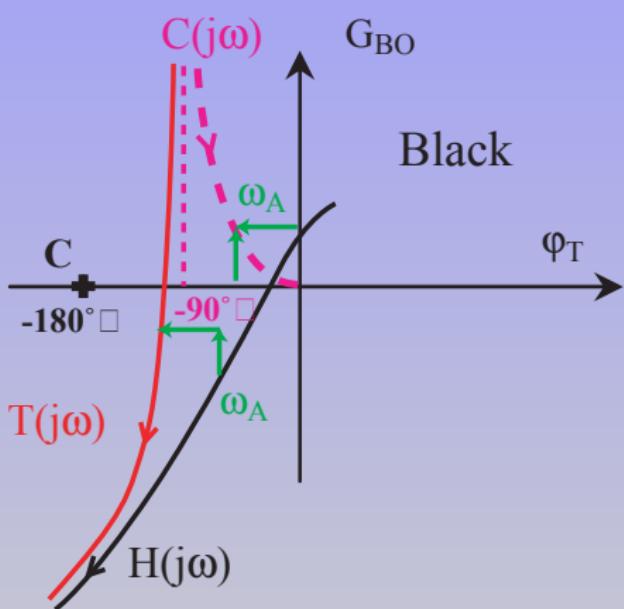
$$C(p) = 1 + \frac{1}{T_i p} \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + \frac{1}{jT_i \omega}.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$  ;  
 $\varphi_C \rightarrow -90^\circ$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $G_C dB \rightarrow 0$  ;  $\varphi_C \rightarrow 0$

Tracé de  $\underline{T}(j\omega)$ 

On fait ensuite graphiquement les sommes  $G_H dB + G_C dB$  et  $\varphi_H + \varphi_C$  pour obtenir le tracé de  $\underline{T}(j\omega)$ .



## Influence sur la stabilité

la marge de phase  $\varphi_M$  et de gain  $G_M$  diminuent. Le système devient plus instable.

## Influence sur la stabilité

la marge de phase  $\varphi_M$  et de gain  $G_M$  diminuent. Le système devient plus instable.

## Influence sur la précision

$\epsilon_s = 0$ . le rôle principal de l'action I est de supprimer l'écart statique.

## Influence sur la stabilité

la marge de phase  $\varphi_M$  et de gain  $G_M$  diminuent. Le système devient plus instable.

## Influence sur la précision

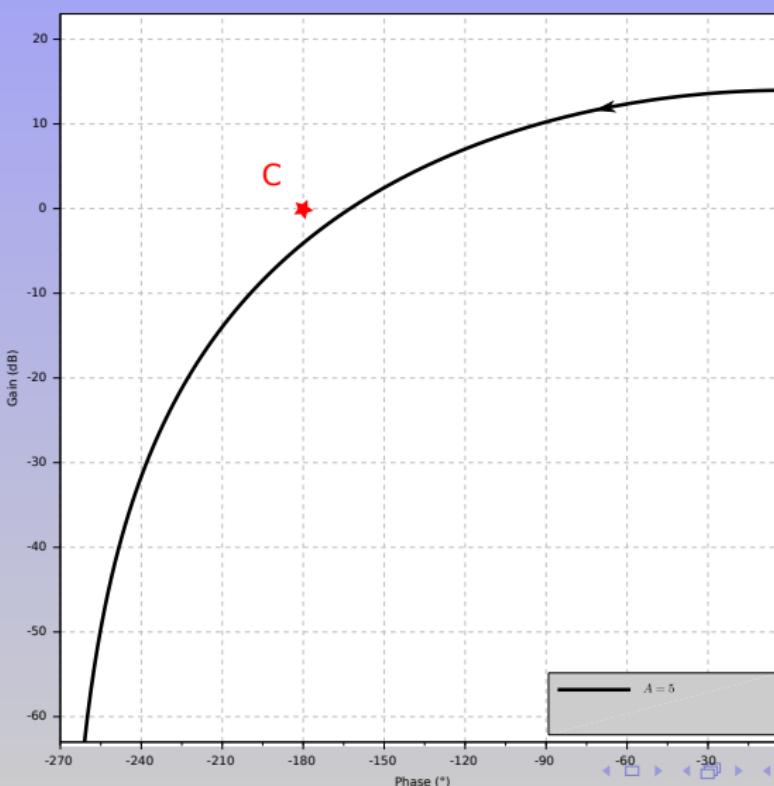
$\epsilon_s = 0$ . le rôle principal de l'action I est de supprimer l'écart statique.

### Exemple : Action I sur le lieu de $H_4(j\omega)$

A partir du tracé du diagramme de Black de  $H_4(j\omega)$  réalisée en annexe 2, tracer les lieux de  $T_4(j\omega)$  pour un correcteur PI série  $C(p) = A(1 + \frac{1}{Ti_p})$  avec  $A = 5$  et  $Ti = 3s$ .

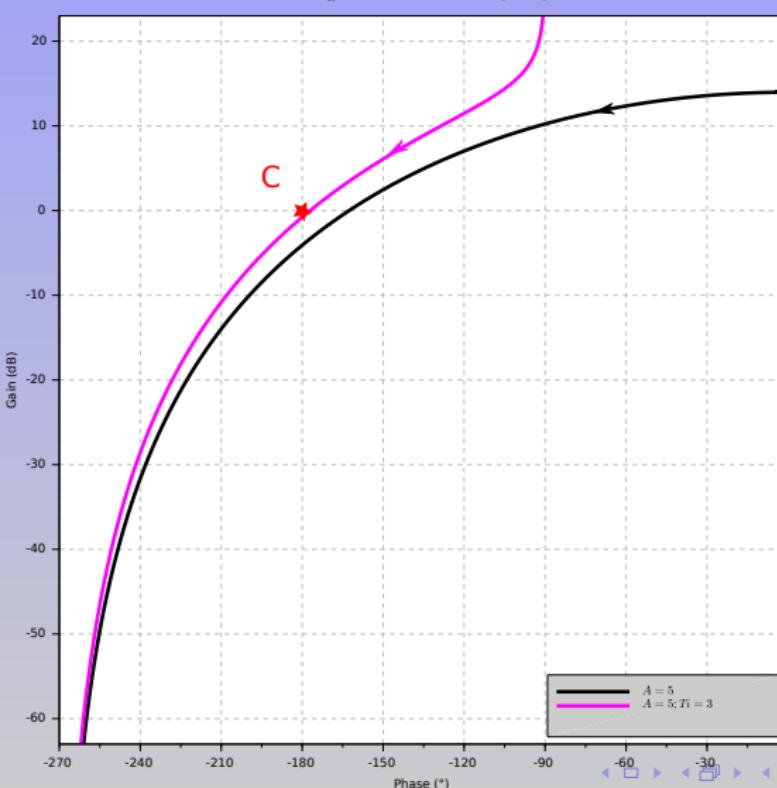
# Diagramme de Black de $H_4$

Diagramme de Black de  $H_4$  et  $T_4$



# Diagramme de Black de $H_4$

Diagramme de Black de  $H_4$  et  $T_4$

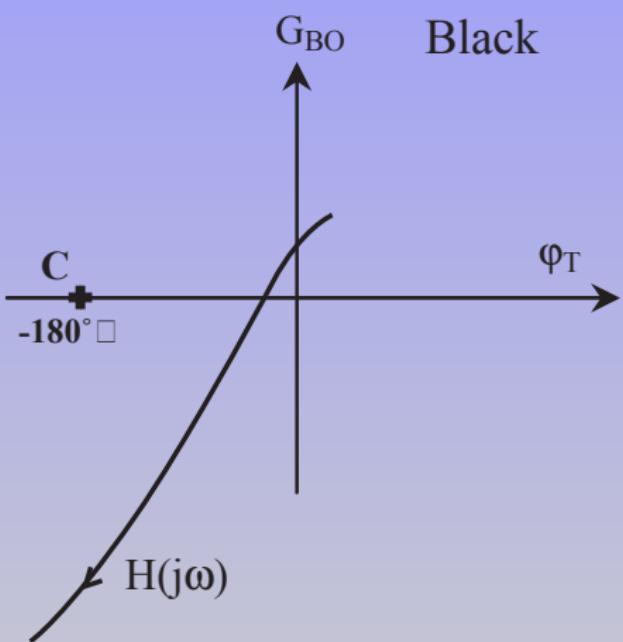


correcteur PD de gain  $A = 1$

$$C(p) = 1 + T_d p \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + jT_d\omega.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $\underline{C}(j\omega) \approx 1$ . Donc  $|C| \rightarrow 1$   
 et  $G_C dB \rightarrow 0$ ;  $\varphi_C \rightarrow 0$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $\underline{C}(j\omega) \approx jT_d\omega$ . Donc  
 $|C| \rightarrow +\infty$  et  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$ ;  
 $\varphi_C \rightarrow +90^\circ$

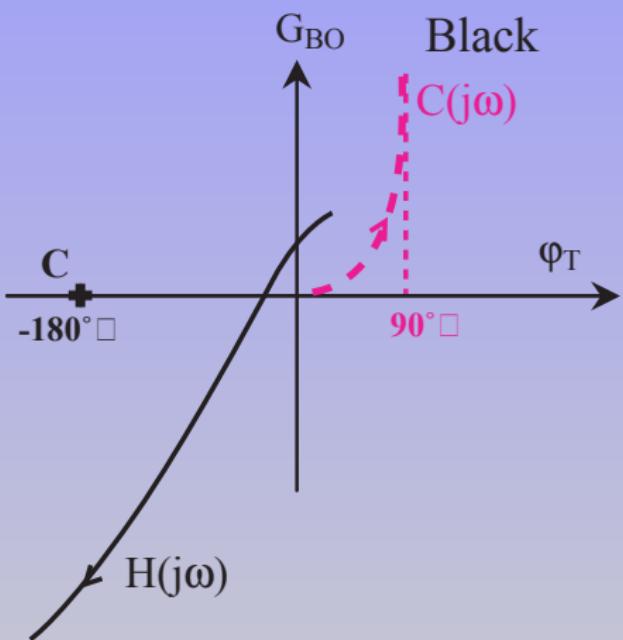


correcteur PD de gain  $A = 1$

$$C(p) = 1 + T_d p \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + jT_d\omega.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $\underline{C}(j\omega) \approx 1$ . Donc  $|C| \rightarrow 1$   
 et  $G_C dB \rightarrow 0$ ;  $\varphi_C \rightarrow 0$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $\underline{C}(j\omega) \approx jT_d\omega$ . Donc  
 $|C| \rightarrow +\infty$  et  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$ ;  
 $\varphi_C \rightarrow +90^\circ$

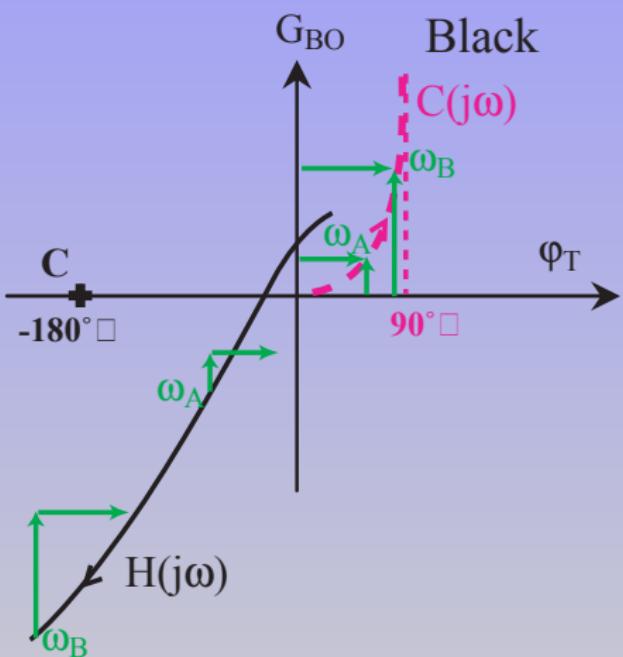


correcteur PD de gain  $A = 1$

$$C(p) = 1 + T_d p \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + jT_d\omega.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $\underline{C}(j\omega) \approx 1$ . Donc  $|C| \rightarrow 1$   
 et  $G_C dB \rightarrow 0$ ;  $\varphi_C \rightarrow 0$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $\underline{C}(j\omega) \approx jT_d\omega$ . Donc  
 $|C| \rightarrow +\infty$  et  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$ ;  
 $\varphi_C \rightarrow +90^\circ$

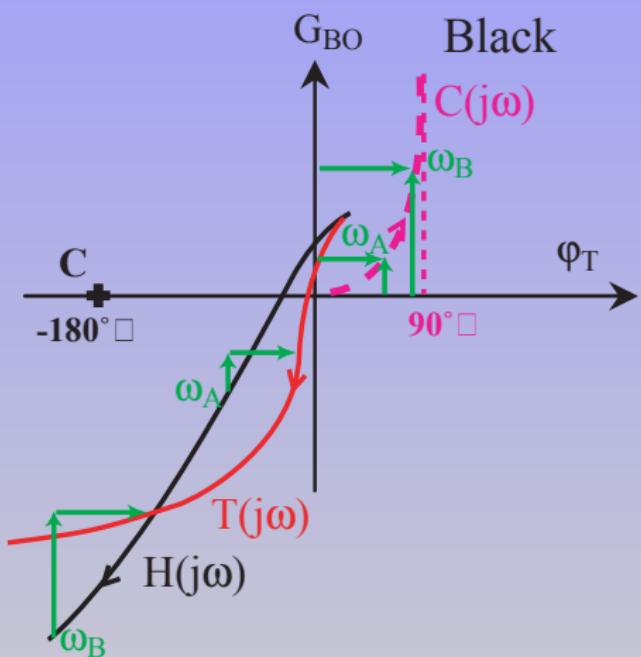


correcteur PD de gain  $A = 1$

$$C(p) = 1 + T_d p \text{ et}$$

$$\underline{C}(j\omega) = 1 + jT_d\omega.$$

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , alors  
 $\underline{C}(j\omega) \approx 1$ . Donc  $|C| \rightarrow 1$   
 et  $G_C dB \rightarrow 0$ ;  $\varphi_C \rightarrow 0$
- Quand  $\omega \rightarrow \infty$ , alors  
 $\underline{C}(j\omega) \approx jT_d\omega$ . Donc  
 $|C| \rightarrow +\infty$  et  
 $G_C dB \rightarrow +\infty$ ;  
 $\varphi_C \rightarrow +90^\circ$



## Influence sur la stabilité

la marge de phase  $\varphi_M \nearrow$  et celle de gain  $G_M \searrow$ . Les deux effets sont contraires. L'action dérivée peut stabiliser le procédé, mais cela n'est pas systématique.

## Influence sur la stabilité

la marge de phase  $\varphi_M \nearrow$  et celle de gain  $G_M \searrow$ . Les deux effets sont contraires. L'action dérivée peut stabiliser le procédé, mais cela n'est pas systématique.

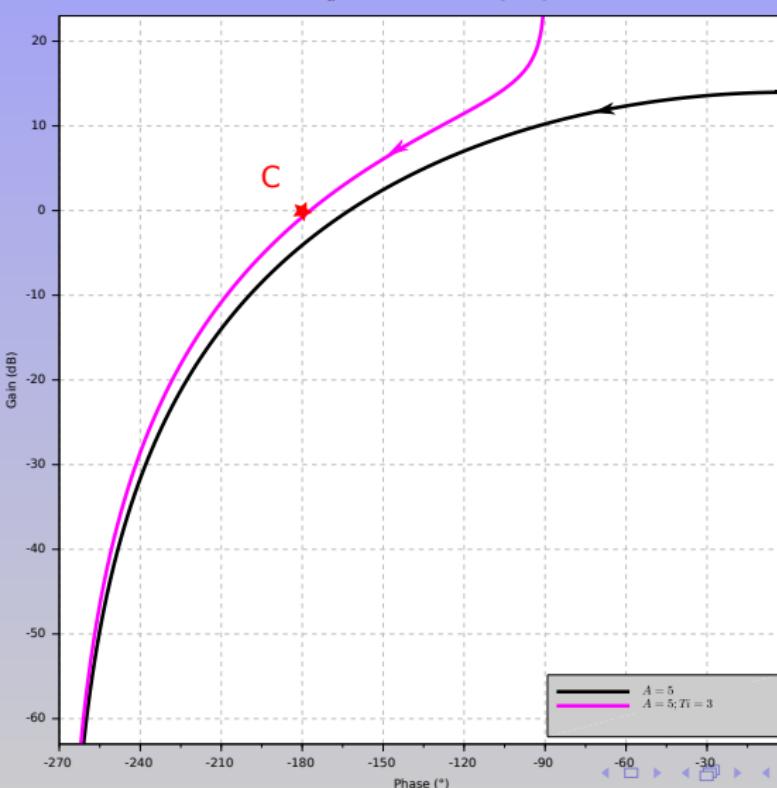
### Exemple : Action D sur le lieu de $H_4(j\omega)$

A partir du tracé du diagramme de Black de  $H_4(j\omega)$  réalisée en annexe 2, tracer les lieux de  $T_4(j\omega)$  pour un correcteur PID mixte

$$C(p) = A(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p) \text{ avec } A = 5, T_i = 3s \text{ et } T_d = 2,4s.$$

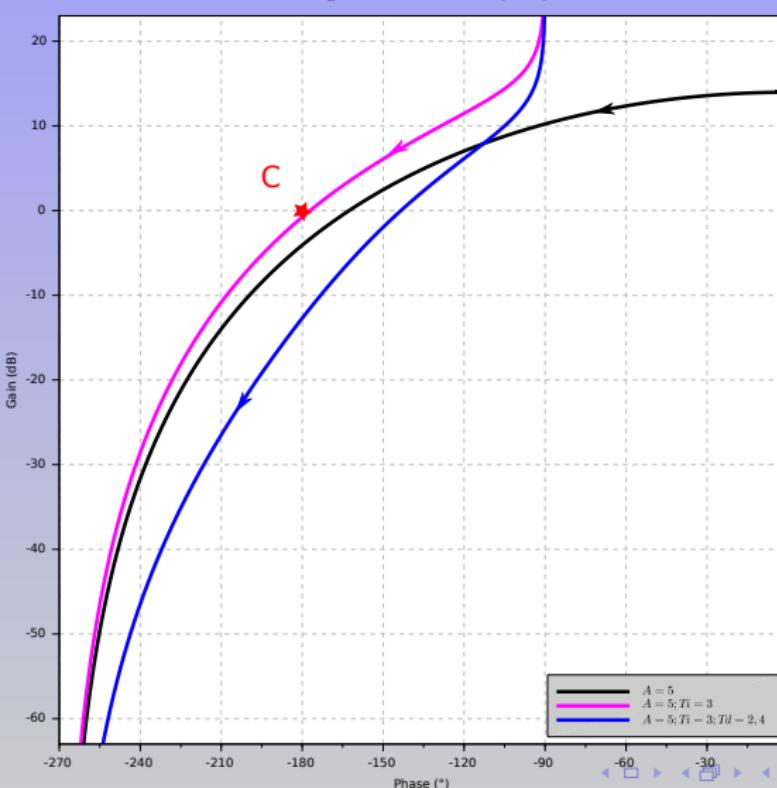
# Diagramme de Black de $H_4$

Diagramme de Black de  $H_4$  et  $T_4$



# Diagramme de Black de $H_4$

Diagramme de Black de  $H_4$  et  $T_4$



## Diagramme de Black-Nichols

Sur le diagramme de Black, on fait figurer les courbes de gain constant (isogain) et de phase constante (isophase), lorsque le système fonctionne en BF. Avec ce double réseau ( $\varphi_T, G_T$ ) et ( $\varphi_F, G_F$ ), on peut donc passer facilement de la BO à la BF et vice versa.

## Diagramme de Black-Nichols

Sur le diagramme de Black, on fait figurer les courbes de gain constant (isogain) et de phase constante (isophase), lorsque le système fonctionne en BF. Avec ce double réseau ( $\varphi_T, G_T$ ) et ( $\varphi_F, G_F$ ), on peut donc passer facilement de la BO à la BF et vice versa.

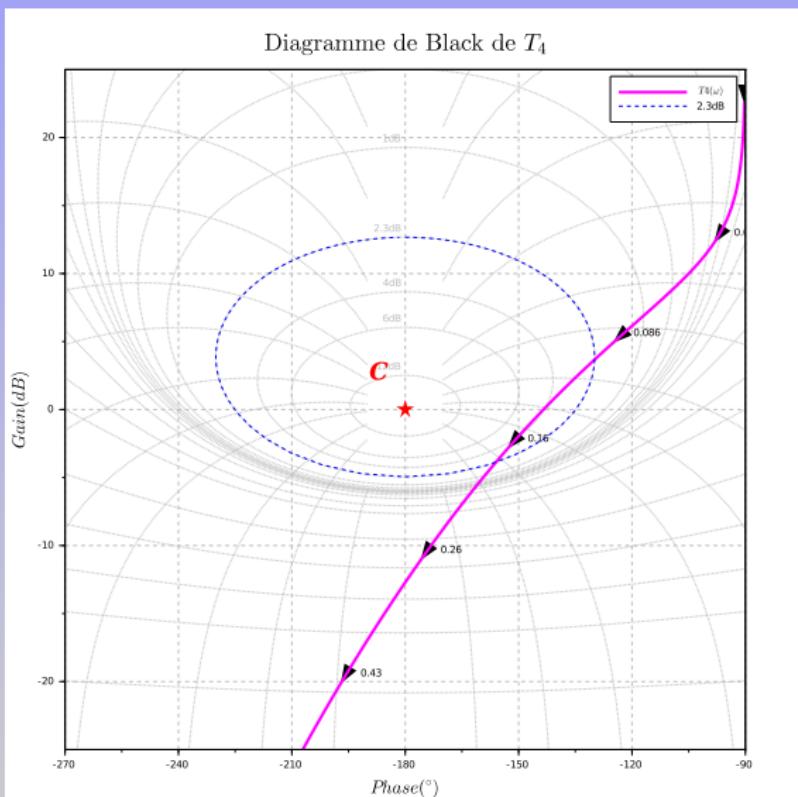
### Exemple :

Reporter le tracé de  $T_4(j\omega)$  (cas du correcteur PID réalisé précédemment) sur le diagramme de Black-Nichols . En déduire la valeur du gain en boucle fermée lorsque la phase en BF vaut  $\varphi_F = -90^\circ$  et  $-120^\circ$

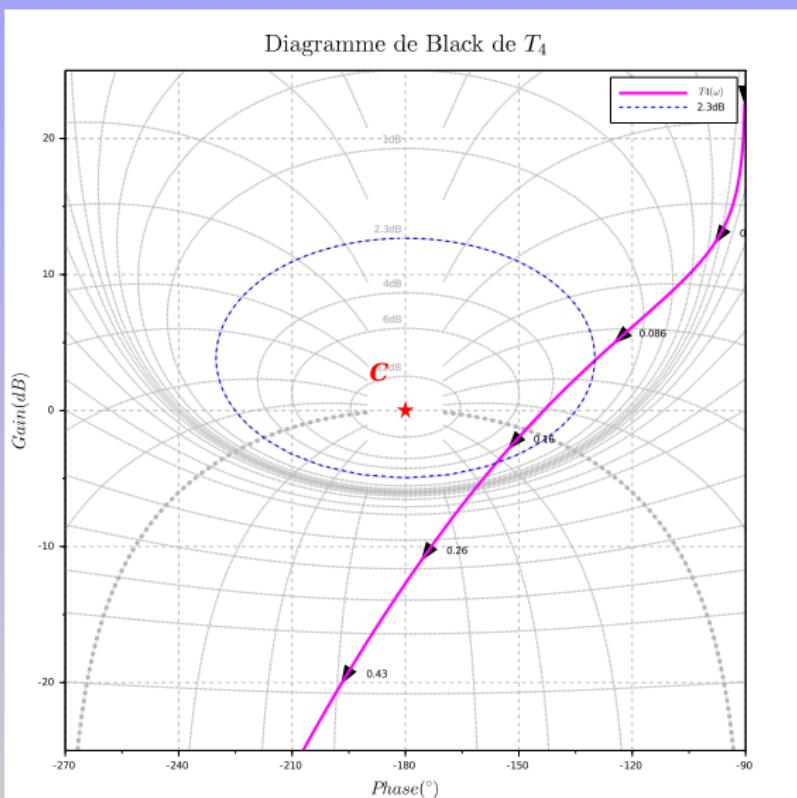
courbes isogain et isophase

# Diagramme de Black-Nichols

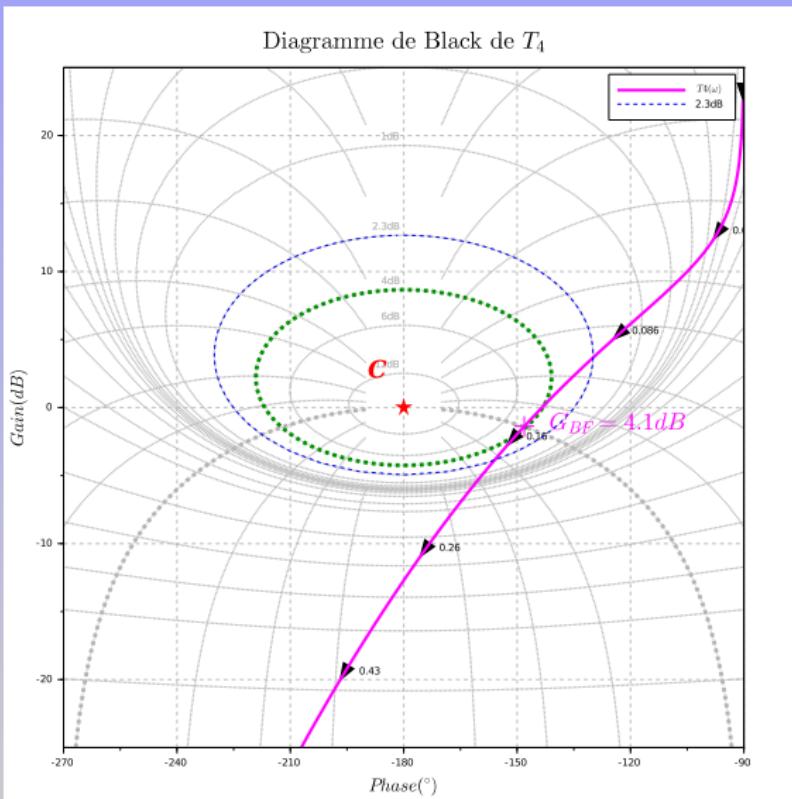
# Diagramme de Black-Nichols



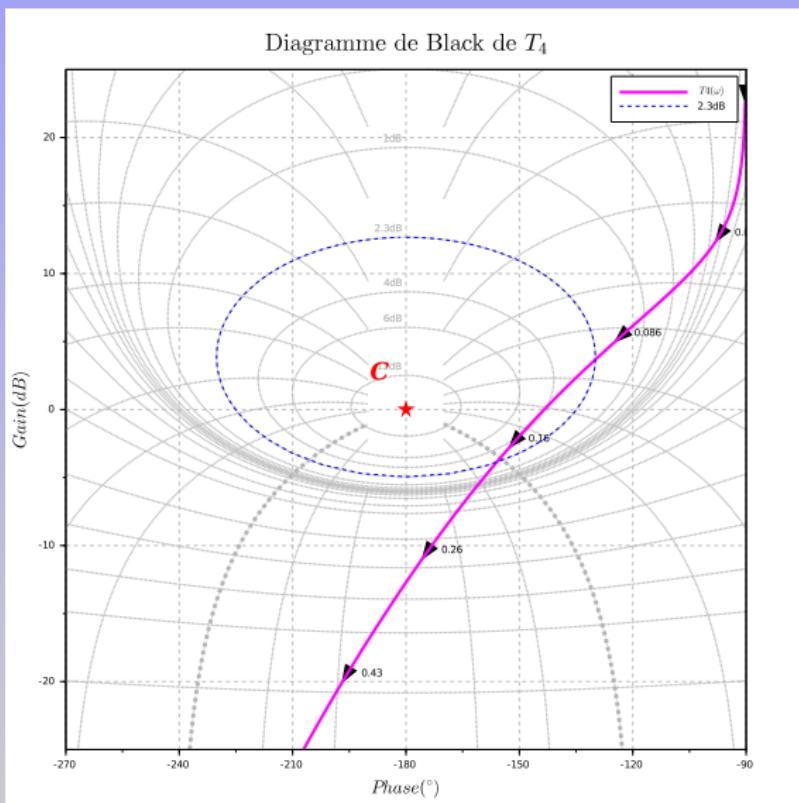
# Diagramme de Black-Nichols



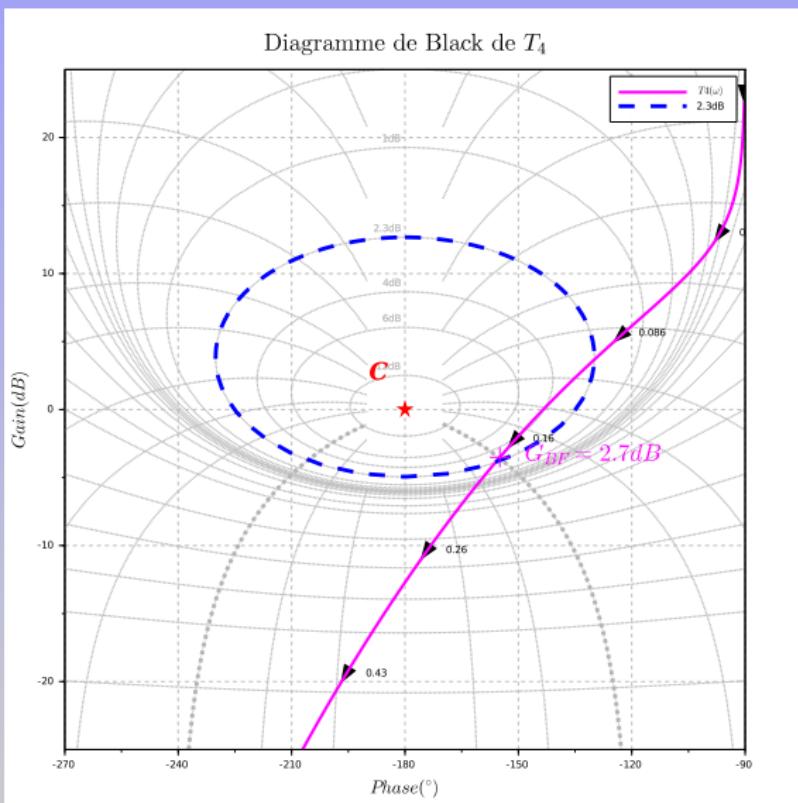
# Diagramme de Black-Nichols



# Diagramme de Black-Nichols



# Diagramme de Black-Nichols



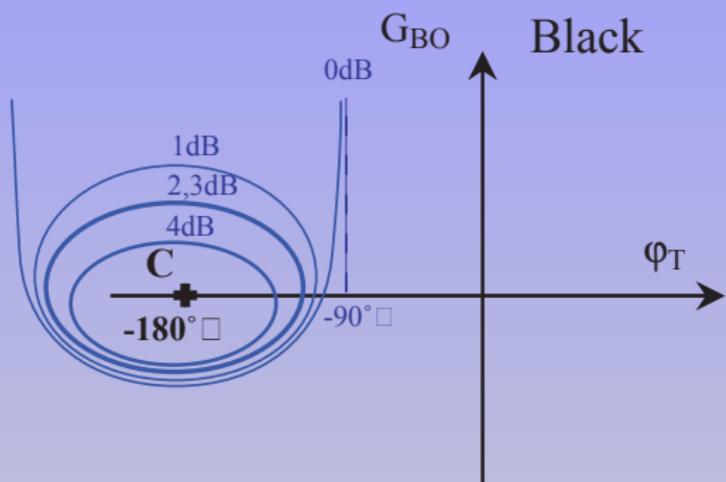
# Diagramme de Black-Nichols

*Exemple :*

Reporter le tracé de  $T_4(j\omega)$  (cas du correcteur PID réalisé précédemment) sur le diagramme de Black-Nichols . En déduire la valeur du gain en boucle fermée lorsque la phase en BF vaut  $\varphi_F = -90^\circ$  et  $-120^\circ$   $0dB$ ,  $-0,5dB$  et  $-1dB$

Résonance

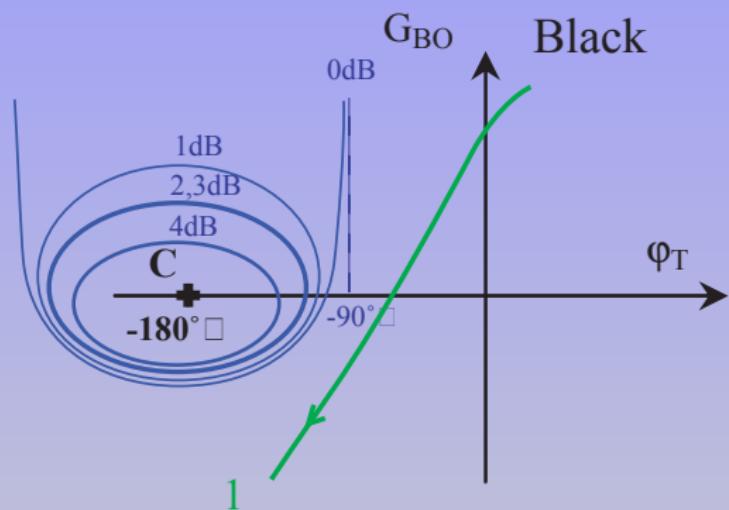
Si  $G_{BF} > 0$ , il y *résonance*.  
Cette résonance a lieu pour le  
point de tangence et une  
courbe isogain.



## Résonance

Si  $G_{BF} > 0$ , il y résonance.  
Cette résonance a lieu pour le point de tangence et une courbe isogain.

- la courbe 1 n'admet pas de résonance

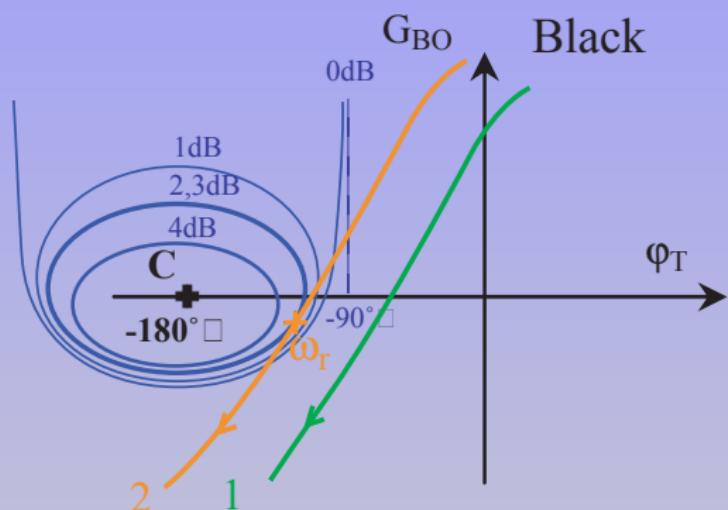


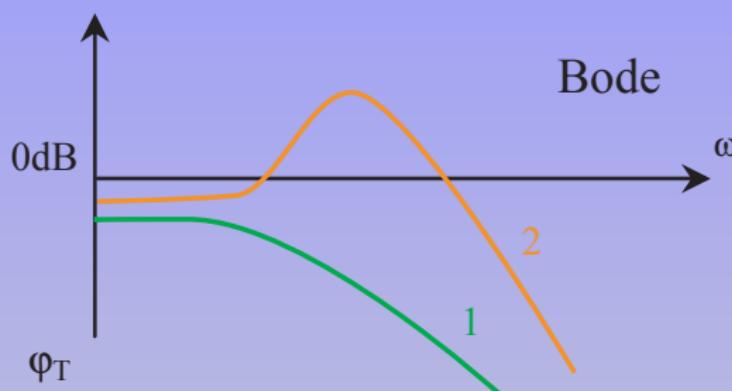
## Résonance

Si  $G_{BF} > 0$ , il y résonance.

Cette résonance a lieu pour le point de tangence et une courbe isogain.

- la courbe 1 n'admet pas de résonance
- la courbe 2 admet une résonance à la pulsation  $\omega_r$

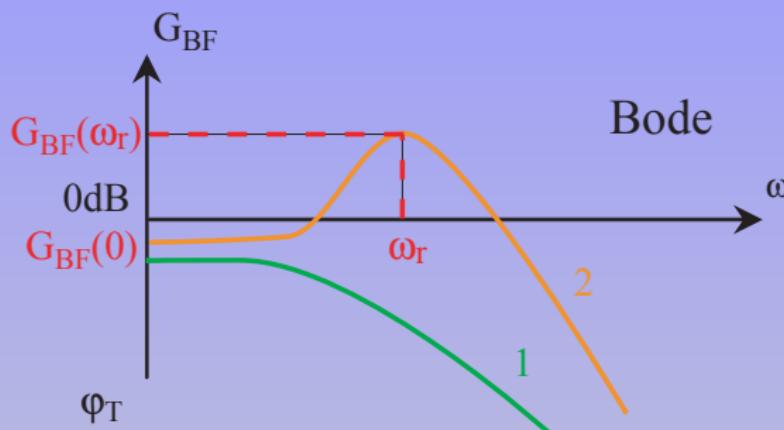




### facteur de résonance $Q$

$$Q_{dB} = 20 \log(Q) = G_{BF}(\omega_r) - G_{BF}(0)$$

, où  $G_{BF}(\omega_r)$  est la valeur du gain en dB à la pulsation de résonance , et  $G_{BF}(0)$  est la valeur du gain en dB à  $\omega = 0$ .



*facteur de résonance Q*

$$Q_{dB} = 20 \log(Q) = G_{BF}(\omega_r) - G_{BF}(0)$$

, où  $G_{BF}(\omega_r)$  est la valeur du gain en dB à la pulsation de résonance , et  $G_{BF}(0)$  est la valeur du gain en dB à  $\omega = 0$ .

En fonction de la valeur du facteur de résonance on peut estimer la valeur du dépassement du procédé du second ordre équivalent à  $\underline{T}(j\omega)$  (cf cours second ordre).

Q(dB)	$\lambda$	$D1r$
0	0,707	4,32
1,00	0,52	14,57
2,30	0,42	23,02
4,00	0,33	32,75
6,00	0,26	42,99
8,00	0,20	52,08

En fonction de la valeur du facteur de résonance on peut estimer la valeur du dépassement du procédé du second ordre équivalent à  $\underline{T}(j\omega)$  (cf cours second ordre).

Q(dB)	$\lambda$	$D1r$
0	0,707	4,32
1,00	0,52	14,57
2,30	0,42	23,02
4,00	0,33	32,75
6,00	0,26	42,99
8,00	0,20	52,08

## Résonance de $H_3$

A partir du diagramme de Black-Nichols de  $T_3$  , déterminer la valeur du facteur de résonance  $Q(dB)$  et en déduire une estimation de la valeur de  $D1r$  suite à un essai en asservissement.

Diagramme de Black de  $T_4$

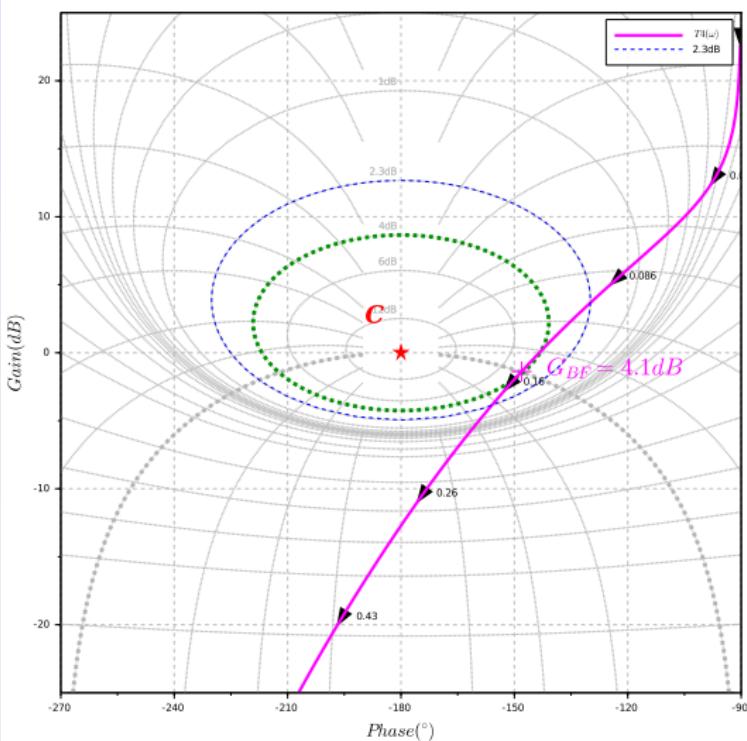
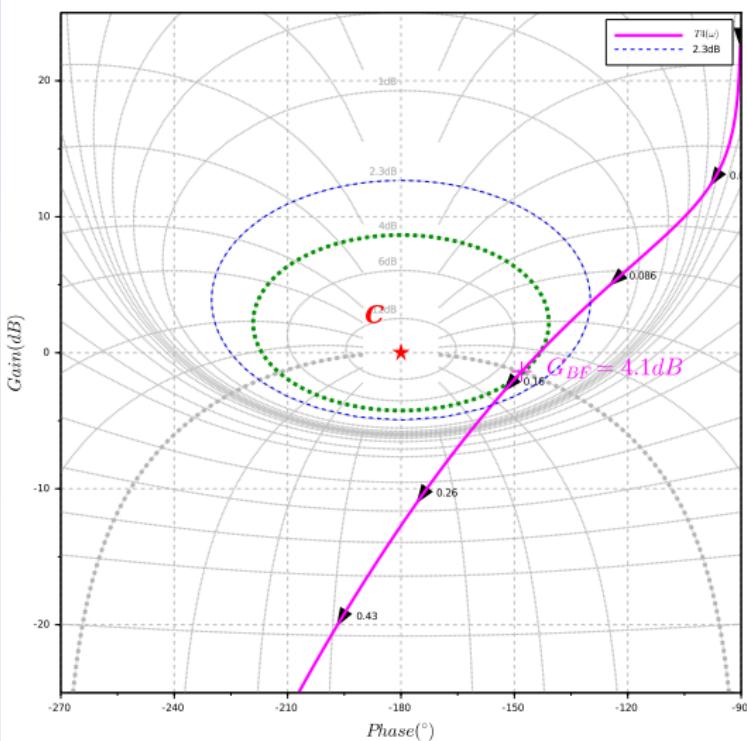


Diagramme de Black de  $T_4$



## Résonance de $H_3$

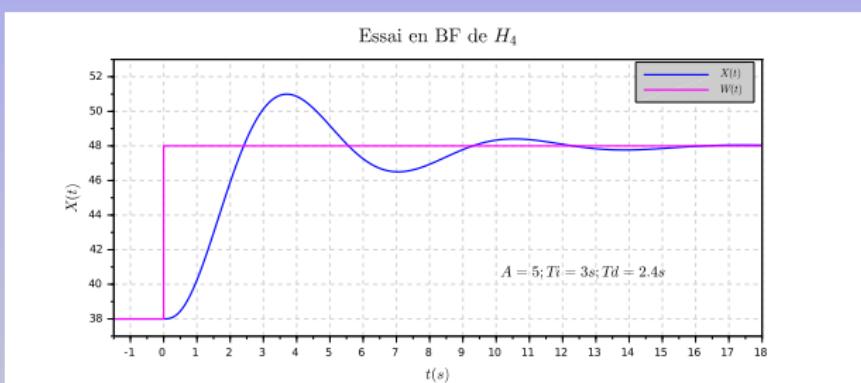
A partir du diagramme de Black-Nichols de  $T_3$ , déterminer la valeur du facteur de résonance  $Q(dB)$  et en déduire une estimation de la valeur de  $D1r$  suite à un essai en asservissement. la valeur maximale de  $G_{BF}$  vaut  $4,1dB$ . Donc  $Q = 4,1dB$  on peut estimer que  $D1r \approx 33\%$

## Essai en asservissement de $T_4$

Un essai en asservissement permet de confirmer que le 1° dépassement relatif sera proche de 33%

## Essai en asservissement de $T_4$

Un essai en asservissement permet de confirmer que le 1<sup>o</sup> dépassement relatif sera proche de 33%



## Essai en asservissement de $T_4$

Un essai en asservissement permet de confirmer que le 1<sup>o</sup> dépassement relatif sera proche de 33%

