

R217	Régulation et asservissements simples	CRSn° 1
§Boucle Ouverte	Etude des procédés en Boucle Ouverte	Page 0/6

## Programme de l'exposé

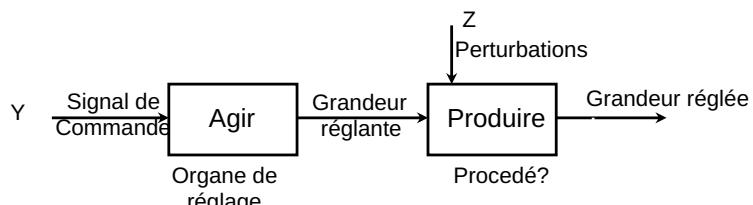
### Table des matières

<b>1 Présentation</b>	<b>1</b>
<b>2 Type de procédé étudié</b>	<b>1</b>
2.1 Procédés continus ou discontinus . . . . .	1
2.2 Procédés mono ou multivariables . . . . .	1
<b>3 Etude statique des procédés</b>	<b>1</b>
3.1 Caractéristiques statiques . . . . .	2
3.2 Procédé direct ou inverse . . . . .	2
3.2.1 Définition . . . . .	2
3.2.2 Exemple de procédé direct ou inverse . . . . .	2
3.3 Procédé linéaire ou non linéaire . . . . .	2
3.3.1 Définition . . . . .	2
3.3.2 Exemple de procédé linéaire . . . . .	3
3.3.3 Exemple de procédé non-linéaire . . . . .	3
3.4 Notion de point de fonctionnement . . . . .	3
3.5 Gain statique du procédé . . . . .	4
<b>4 Etude temporelle des procédés</b>	<b>4</b>
4.1 Signaux appliqués en entrée . . . . .	4
4.2 Procédé stable ou instable . . . . .	4
4.2.1 Définition . . . . .	4
4.2.2 exemple de procédé stable . . . . .	5
4.2.3 exemple de procédé instable . . . . .	5
4.3 classe et ordre d'un procédé . . . . .	6
4.3.1 définitions . . . . .	6
4.3.2 Exemples de réponses temporelles . . . . .	6
4.4 Temps de réponse en Boucle Ouverte . . . . .	6
4.4.1 Définition . . . . .	6
<b>5 Etude fréquentielle des procédés</b>	<b>6</b>
<b>A Formule de Torricelli</b>	<b>7</b>

R217	Régulation et asservissements simples	CRSn° 1
§Boucle Ouverte	Etude des procédés en Boucle Ouverte	Page 1/6

# 1 Présentation

Une étape essentielle dans l'élaboration d'une stratégie de régulation est l'étude du procédé en lui-même, ou plutôt, du procédé, de son actionneur et de son capteur-transmetteur, ensemble que l'on a désigné par le terme « Boucle Ouverte » dans le cours n° 1.



## 2 Type de procédé étudié

### 2.1 Procédés continus ou discontinus

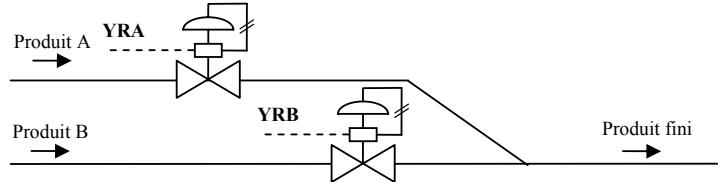
Dans un procédé, Les opérations nécessaires à l'élaboration du produit sont réalisées :

- En permanence dans un **procédé continu**.
- Les unes après les autres dans un **procédé discontinu**.

Un procédé discontinu est également désigné sous le terme de procédé **Batch**.

Exemple de procédé continu : Le mélange en ligne :

Deux liquides A et B sont mélangés au niveau de la convergence. La composition du produit en sortie s'obtient par modification des débits  $Q_A$  et  $Q_B$  par action sur des signaux de commandes  $Y_{rA}$  et  $Y_{rB}$  des vannes proportionnelles.



Exemple de procédé discontinu : Le réacteur chimique : Les réactifs A et B sont introduits dans le réacteur. Un agitateur homogénéise ensuite le mélange. Le réacteur est alors chauffé ou refroidi pour que la réaction chimique se déroule à température optimale. Une fois la réaction terminée, le produit est évacué par ouverture de la vanne de vidange.

### 2.2 Procédés mono ou multivariables

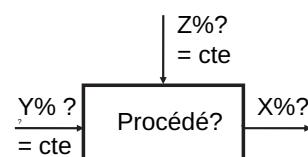
Un procédé est dit **monovariable** si on peut toujours trouver une grandeur réglée qui ne dépende que d'une seule grandeur d'entrée (grandeur réglante), ou d'autres grandeurs réglantes déjà associées à des grandeurs réglées.

Un procédé est dit **multivariable** s'il possède plusieurs grandeurs d'entrées (grandesurs réglantes) et plusieurs grandeurs de sortie (grandesurs réglées) et si toute variation faite sur une des entrées provoque une variation de plusieurs sorties.

Exemple : Dans le cas du mélange en ligne, le réglage simultané de la quantité totale de produit  $Q_A + Q_B$  et de la proportion de produit A dans le mélange est difficilement réalisable avec une stratégie monoboucle. En effet, si on cherche à régler avec  $VR_A$  la proportion de produit A, on joue également sur le débit total  $Q_A + Q_B$ . De même, si on cherche à régler le débit total produit avec la vanne  $VR_B$ , on joue aussi sur la proportion de produit A dans le mélange. Ce procédé est donc multivariable.

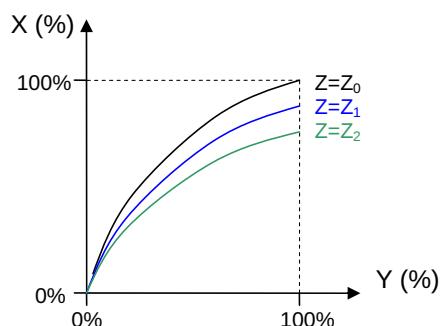
## 3 Etude statique des procédés

L'étude statique d'un procédé consiste à étudier la réponse  $X$  à **stabilisation** du procédé auquel on a appliqué une commande constante  $Y$ , pour une valeur constante de la perturbation  $Z$ .



### 3.1 Caractéristiques statiques

La caractéristique statique est la courbe donnant l'évolution de la mesure  $X$  en fonction de la commande  $Y$ , à **stabilisation du procédé**. En fait, ce n'est pas une caractéristique statique qu'il faut tracer pour étudier un procédé en Boucle Ouverte, mais un **réseau de caractéristiques statiques**, chaque courbe étant tracée pour une valeur donnée de perturbation  $Z$ .



### 3.2 Procédé direct ou inverse

#### 3.2.1 Définition

- Un procédé est dit **direct** si une augmentation de la grandeur réglante produit une augmentation de la grandeur réglée.
- Un procédé est dit **inverse** si une augmentation de la grandeur réglante produit une diminution de la grandeur réglée.

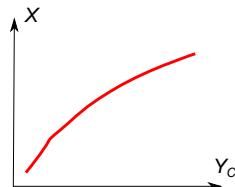
#### 3.2.2 Exemple de procédé direct ou inverse

Exemple : Centrale de Traitement de l'Air (CTA). De l'air neuf prélevé à l'extérieur est diffusé dans les différentes pièces d'un bâtiment. Dans la CTA, il passe par un filtre et par des batteries chaude ou froide qui permettent soit de le réchauffer, soit de le refroidir selon les besoins.

##### Cas d'un procédé "Chaud"

$$Y_C \nearrow \Rightarrow Q_C \nearrow \Rightarrow T_{air} \nearrow \Rightarrow X \nearrow$$

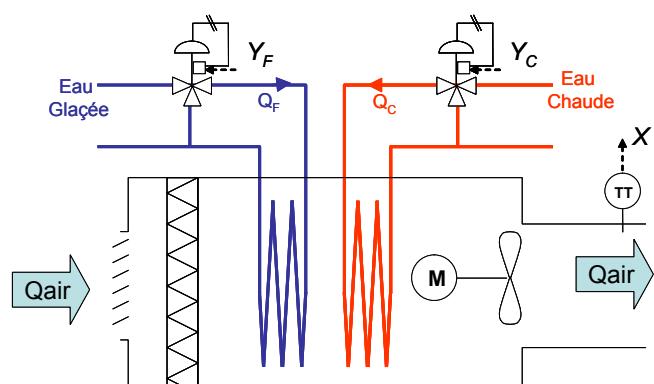
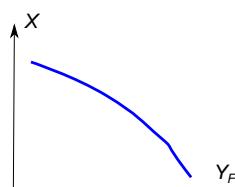
Le procédé est donc *direct*.



##### Cas d'un procédé "Froid"

$$Y_F \nearrow \Rightarrow Q_F \nearrow \Rightarrow T_{air} \searrow \Rightarrow X \searrow$$

Le procédé est donc *inverse*.



### 3.3 Procédé linéaire ou non linéaire

#### 3.3.1 Définition

- Un procédé est dit **linéaire** si des écarts égaux de la grandeur réglante produisent des écarts égaux de la grandeur réglée.
- Un procédé est dit **non-linéaire** si des écarts égaux de la grandeur réglante produisent des écarts inégaux de la grandeur réglée.

R217	Régulation et asservissements simples	CRSn° 1
§Boucle Ouverte	Etude des procédés en Boucle Ouverte	Page 3/6

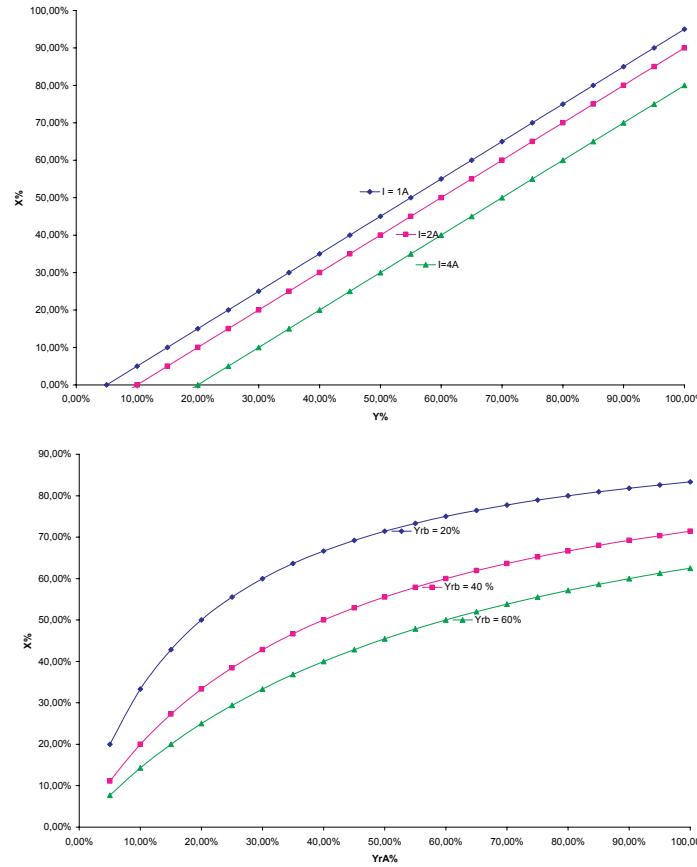
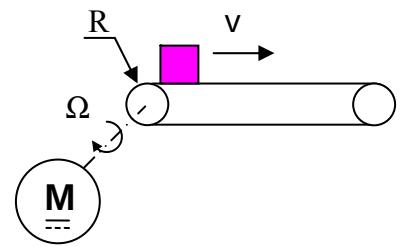
### 3.3.2 Exemple de procédé linéaire

Exemple 1 : Vitesse d'avance d'un tapis roulant. Des pièces sont transportées sur un tapis roulant mû par un moteur à courant continu. Le courant absorbé par le moteur est fonction de la charge du tapis et constitue une grandeur perturbatrice. La vitesse du tapis est la grandeur réglée, la grandeur réglante est la tension d'alimentation du moteur. On a :

$$v = R \cdot \Omega \text{ avec}$$

$$U = E + r \cdot I = K_{\Phi} \cdot \Omega + r \cdot I$$

et donc,  $v = \frac{R \cdot (U - r \cdot I)}{K_{\Phi}}$



### 3.3.3 Exemple de procédé non-linéaire

Exemple 2 : Mélange en ligne. La grandeur réglée est la proportion de produit A après la confluence. La grandeur réglante est le débit de produit A  $Q_a$ . Le débit  $Q_b$  est considéré comme une perturbation. Les vannes ont un signal de commande  $Y_{ra}$  et  $Y_{rb}$  qui sont directement proportionnels à  $Q_a$  et  $Q_b$ . Dans ce cas, on peut écrire que la composition du produit après la confluence vaut :

$$X\% = \frac{Q_a}{(Q_a + Q_b)} = \frac{Y_{ra}}{(Y_{ra} + Y_{rb})}$$

Comme le montre le graphique de la figure ci-dessus, la courbe qui donne la variation de  $X$  en fonction de  $Y$  n'est pas une droite. Deux variations égales  $\Delta Y$  du signal de commande provoquent des variations inégales  $\Delta X_1$  et  $\Delta X_2$  du signal de mesure. Le système est donc **non linéaire**.

## 3.4 Notion de point de fonctionnement

La plupart des procédés qu'on rencontre dans les industries de procédés sont non-linéaires. Or les théories mathématiques qui sont utilisées pour élaborer des stratégies de régulation partent de l'hypothèse que le système est linéaire. Comment faire pour résoudre cette contradiction ? La solution consiste à n'étudier le système qu'autour d'un **point**

R217	Régulation et asservissements simples	CRSn° 1
§Boucle Ouverte	Etude des procédés en Boucle Ouverte	Page 4/6

**de fonctionnement.** Autour de ce point de fonctionnement, la caractéristique est considérée comme un segment de droite et la variation des grandeurs  $Y$  et  $X$  est considérée comme linéaire. On définit :

$$Y = Y_0 + y \quad \text{et} \quad X = X_0 + x$$

où  $y$  et  $x$  sont les variations de  $Y$  et  $X$  autour du point de fonctionnement  $(Y_0, X_0)$ .

On peut alors appliquer les méthodes de calcul des systèmes linéaires aux variations  $x$  et  $y$  du signal.

### 3.5 Gain statique du procédé

Le **gain statique autour du point de fonctionnement**  $(Y_0, X_0)$  est donné par la formule :  $K_S = \frac{\Delta X}{\Delta Y}$ , où  $\Delta X$  et  $\Delta Y$  sont de **petits** écarts autour de  $(Y_0, X_0)$ . le gain statique  $K_S$  est le coefficient directeur de la tangente au point de fonctionnement.

#### Exercice d'application

Sur la caractéristique statique du tapis roulant  $I = 1A$ , et sur la caractéristique statique du mélange en ligne  $Y_{RB} = 20\%$ , déterminer la valeur du gain statique pour :

- $Y_1 = 25\% ;$
- $Y_2 = 70\% ;$

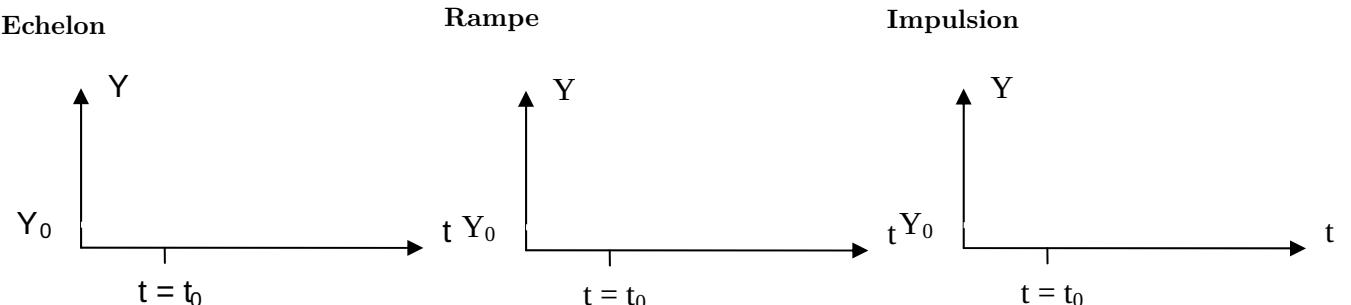
## 4 Etude temporelle des procédés

L'étude temporelle, ou dynamique, d'un procédé consiste à étudier la réponse  $x(t)$  du procédé auquel on a appliqué une **petite variation**  $y(t)$  du signal de commande  $Y$ . Cette étude nécessite l'enregistrement de  $x(t)$  en fonction du temps.



### 4.1 Signaux appliqués en entrée

pour réaliser l'étude dynamique du procédé, on utilise en entrée de la boucle ouverte l'un des signaux de commande suivants :

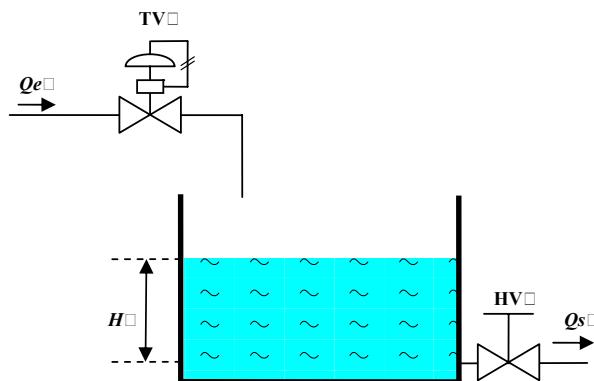


### 4.2 Procédé stable ou instable

#### 4.2.1 Définition

- Un procédé est dit **stable** quand il tend à revenir à une position d'équilibre suite à une perturbation.
- Un procédé est dit **instable** quand il tend à s'écartier indéfiniment d'une position d'équilibre suite à une perturbation.

#### 4.2.2 exemple de procédé stable



Exemple 1 : On cherche à contrôler le niveau  $H$  dans un bac par action sur le débit de sortie  $Q_s$  à l'aide d'une vanne manuelle  $HV$ . La grandeur réglante est donc le débit d'entrée  $Q_e$ , et le débit de sortie  $Q_s$  est considéré comme une perturbation.

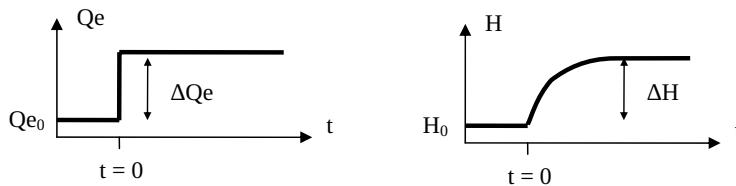
A l'équilibre (niveau stable), on a :  $Q_e = Q_s$

Que se passe-t-il lorsque l'on ouvre légèrement la vanne  $TV$  ?

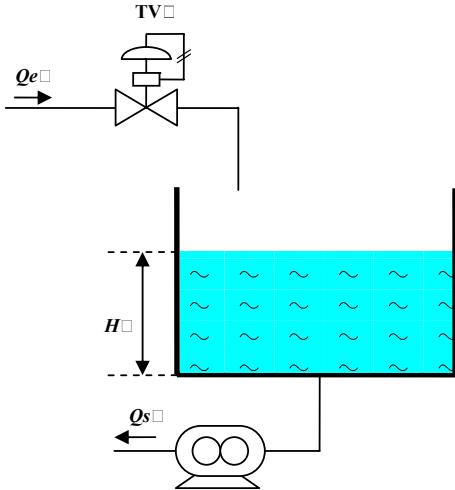
$$Q'_e = Q_e + \Delta Q_e \quad : \text{Le niveau monte.}$$

on sait d'après la formule de Torricelli que,  $Q_s = S_{HV} \sqrt{2gH}$ . Donc  $Q_s$  est proportionnel à  $\sqrt{H}$  : si  $H$  augmente, il arrivera un moment où  $Q_s$  sera de nouveau égal à  $Q_e$  : Le système sera de nouveau **stable**.

**Etude de la réponse temporelle du procédé à un échelon de commande :**



#### 4.2.3 exemple de procédé instable



Exemple 2 : Le procédé est le même que celui de l'exemple précédent, à la différence que le débit de sortie est fixé par une pompe volumétrique, et peut être considéré comme fixe.

A l'équilibre (niveau stable) , on a toujours :  $Q_e = Q_s$  Que se passe-t-il lorsque l'on ouvre légèrement la vanne  $TV$  ?

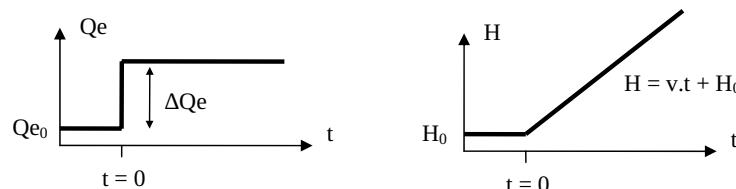
$$Q'_e = Q_e + \Delta Q_e \quad : \text{Le niveau monte.}$$

Le débit de sortie restant constant, le niveau monte à une vitesse constante.  $V = \Delta Q_e \cdot t$  est le volume excédentaire ajouté dans la cuve pendant l'intervalle de temps  $t$ . Si la cuve a une section constante  $S$ , alors :

$$S \cdot h = V = \Delta Q_e \cdot t \quad , \text{et donc} \quad h = \frac{\Delta Q_e}{S} \cdot t$$

Le niveau s'écarte indéfiniment de sa position d'équilibre et le système est **instable**.

**Etude de la réponse temporelle du procédé à un échelon de commande :**



*Remarque* : Ce type de réponse à un échelon est caractéristique d'un procédé dit **intégrateur**

R217	Régulation et asservissements simples	CRSn° 1
§Boucle Ouverte	Etude des procédés en Boucle Ouverte	Page 6/6

## 4.3 classe et ordre d'un procédé

### 4.3.1 définitions

On utilise les termes d'ordre et de classe pour caractériser les procédés dont la fonction de transfert se déduit d'une équation différentielle. L'ordre désigne le nombre de dérivations et la classe le nombre d'intégrations que comporte l'équation différentielle mise sous sa forme canonique :

- Système d'ordre  $n$  et de classe 0 (aucune intégration)

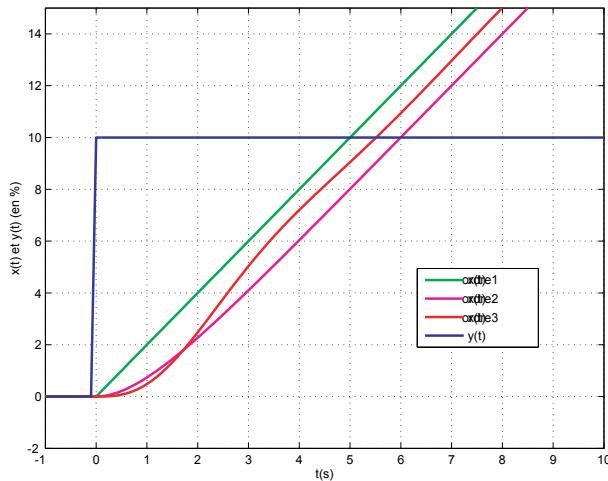
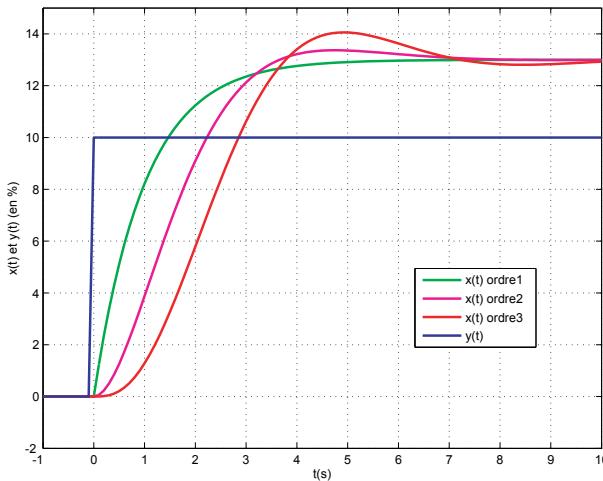
$$a_n \frac{d^n}{dt^n} x(t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} x(t) + x(t) = K y_r(t)$$

- Système d'ordre  $n + 1$  et de classe 1 (une intégration)

$$a_n \frac{d^n}{dt^n} x(t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} x(t) + x(t) = K \int y_r(t) dt$$

### 4.3.2 Exemples de réponses temporelles

Réponse d'un procédé stable d'ordre 1,2 ou 3 à un échelon      Réponse d'un procédé instable d'ordre 1,2 ou 3 à un échelon



## 4.4 Temps de réponse en Boucle Ouverte

### 4.4.1 Définition

Le temps de réponse en boucle ouverte  $tr_{BO}$  d'un procédé stable est l'intervalle de temps qui sépare l'instant de l'application d'un échelon de commande de l'instant où la mesure :

- rentre dans une fourchette comprise entre  $\pm 5\%$
- et n'en sort plus.

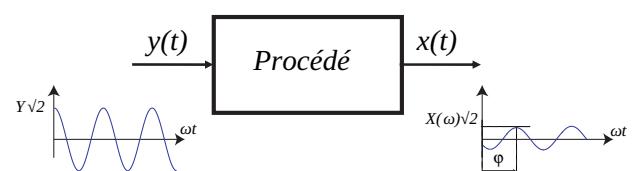
*Exemple*

Sur la figure précédente, donner le temps de réponse en boucle ouverte ( $tr_{BO}$ ), pour le procédé d'ordre 1, 2 ou 3.

Réponse :

## 5 Etude fréquentielle des procédés

L'étude fréquentielle d'un procédé consiste à étudier la réponse du procédé auquel on a appliqué un signal d'entrée  $y(t)$  sinusoïdal :  $y(t) = Y\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$ . L'étude est menée en faisant varier la fréquence  $f$  (en Hz), ou plus exactement la pulsation  $\omega = 2\pi \cdot f$  (en rad.s<sup>-1</sup>) du signal d'entrée.



### Remarque

*Remarque :* L'analyse fréquentielle est très peu menée en pratique dans les industries de procédés, du fait de la lenteur des procédés et de la durée excessive que prendraient les tests. L'étude fréquentielle est toutefois importante sur le plan théorique, dans la mesure où elle est à la base de l'étude de la stabilité des procédés (voir §10 "stabilité des procédés").

R217	Régulation et asservissements simples	CRSn° 1
§Boucle Ouverte	Etude des procédés en Boucle Ouverte	Page 7/6

## A Formule de Torricelli

Que fait le débit de sortie ? On sait d'après Bernoulli que :

$$(\frac{1}{2})\rho v^2 = \rho.g.H \quad , \text{ donc } v = \sqrt{2gH} \quad (\text{formule de Torricelli})$$

où

- $v$  est la vitesse du fluide en  $m.s^{-1}$ ,
- $H$  est la hauteur de fluide dans la cuve en  $m$ ,
- $g$  est l'accélération de la pesanteur  $m.s^{-2}$ .

Donc le débit de fluide en sortie  $Q_s(m^3.s^{-1})$  de cuve de section  $S_{HV}(m^2)$  vaut :

$$Q_s = S_{HV} \sqrt{2gH}$$