1 Équilibre d'un système matériel

Il s'agit de présenter la loi définissant les conditions sur les actions mécaniques appliquées à un système matériel pour que celui-ci soit en équilibre.

Un système matériel E est en équilibre, c'est-à-dire immobile, par rapport à un repère R si, et seulement si, les coordonnées de tout point de E sont invariantes dans le temps.

2 Isolement d'un système matériel

2.1 Frontière d'isolement

L'isolement consiste à définir une **frontière fictive** qui englobe tout le système isolé E que l'on cherche à étudier. Cette frontière fictive permet d'identifier un **milieu intérieur** au système isolé et **un milieu extérieur $\overline{E}$** au système isolé.

Le système matériel isolé E peut être un solide, une portion de solide, un ensemble de solides, le mécanisme entier, ...

Lorsque l'on réalise un isolement d'un système E il ne faut jamais isoler le bâti seul ou inclure le bâti dans le système E.

On n'isole JAMAIS le bâti !!!

2.2 Bilan des action mécaniques

On définit des **actions mécaniques extérieures** qui correspondent à toutes les actions mécaniques **exercées par le milieu extérieur** (1) qui agissent **sur** un **élément du système isolé**.

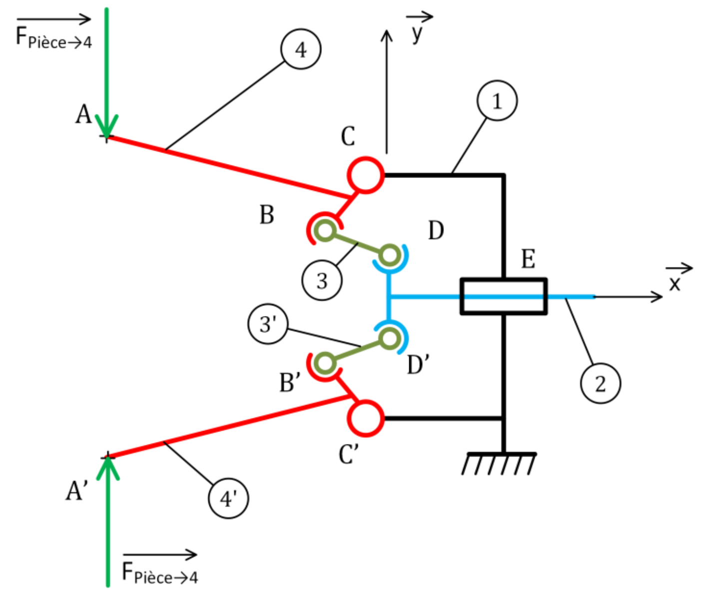
On définit des **actions mécaniques intérieures** qui correspondent à toutes les actions mécaniques exercées par un **élément appartenant au système isolé** (2) qui agissent **sur** un **élément du système isolé**.

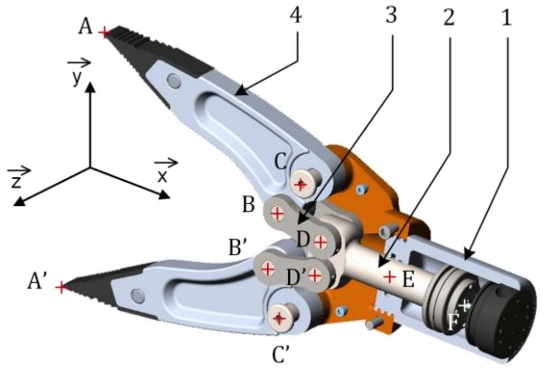
Les actions mécaniques intérieures au système isolé E ne sont jamais prises en compte lors de l'écriture du principe fondamental de la statique !

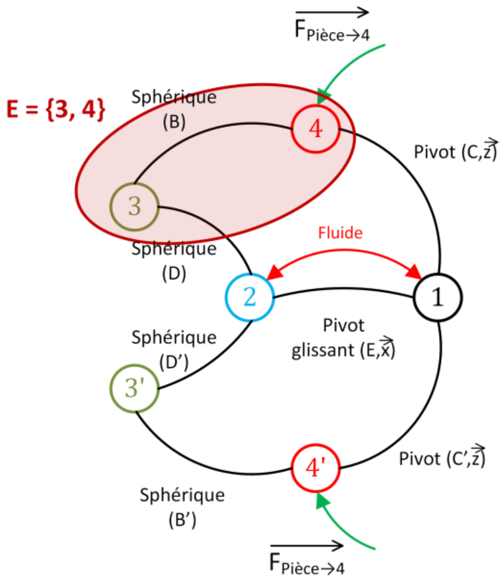
Dans la pratique, on ajoute les actions mécaniques extérieures et certaines actions mécaniques intérieures (action d'un fluide, action d'un ressort…) agissant sur le système sur le graphe des liaisons, il s'appelle alors **le graphe de d'analyse**.
On peut également ajouter les actions mécaniques extérieures sur le schéma cinématique afin de mieux appréhender le problème.

(1) Solide, fluide, ressort, pesanteur, …
(2) Solide, fluide, ressort, …

2.3 Exemple : Écarteur







On réalise dans un 1ier temps le bilan complet des actions mécaniques agissant sur l'écarteur.
On ajoute ces données sur le graphe d'analyse et éventuellement sur le schéma cinématique.

- La pièce à écarter exerce une action mécanique sur le bras 4 en A $\overrightarrow{F_{Pièce\to 4}} = -F.\vec{y}$ et sur le bras 4' en A' $\overrightarrow{F_{Pièce\to 4'}} = F.\vec{y}$.
- Le fluide (huile) exerce une action mécanique sur le corps 1 et la tige 2.
- Dans ce problème, nous négligeons l'action de la pesanteur sur le système devant les actions mécaniques mises en jeu.

On peut ensuite décider d'isoler par exemple le système matériel *E = {3, 4}* et on entoure sur le graphe d'analyse cet ensemble *3+4*.

- L'ensemble *3+4* fait donc parti du milieu intérieur au système isolé puisqu'il est à l'intérieur de la frontière d'isolement alors que 1, 2, 3' et 4' font partie du milieu extérieur au système isolé puisqu'ils sont à l'extérieur de la frontière d'isolement.
- L'action mécanique du solide 1 sur le solide 4 (liaison pivot $(C, \vec{x})$), l'action mécanique du solide 2 sur le solide 3 (liaison sphérique (D)) et l'action de la pièce sur 4 ($\overrightarrow{F_{Pièce\to 4}}$) sont les actions mécaniques extérieures agissant sur l'ensemble *E*.
- L'action mécanique du solide 3 sur le solide 4 (liaison sphérique (B)) est l'action mécanique intérieure de *E* (cette action mécanique ne sera pas prise en compte dans le bilan).

3 Principe fondamental de la statique (PFS)

3.1 Référentiel Galiléen

Un référentiel Galiléen est l'association d'un repère géométrique et d'un repère temporel pour lequel le Principe Fondamental de la Statique est vrai. En mécanique, on considère Galiléen :

- Tout repère fixe (i.e. sans mouvement) par rapport à la Terre.
- Ou tout repère en mouvement de translation rectiligne(3) uniforme(4) par rapport à la terre.

(3) Sa trajectoire est une droite.
(4) Sa vitesse est constante.

3.2 Équilibre

Un système E est en équilibre dans un référentiel Galiléen si, au cours du temps, chaque point de E conserve la même position par rapport au repère géométrique du référentiel.

3.3 Énoncé du PFS

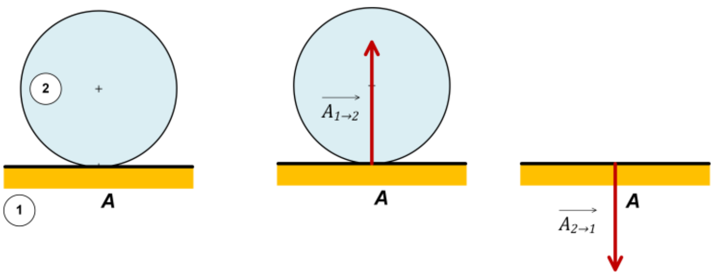
Un système matériel E est en équilibre par rapport à un référentiel Galiléen sous l'action de n actions mécaniques extérieures reste en équilibre si :

L'énoncé du PFS conduit à l'écriture de deux équations vectorielles soit :

- **Théorème de la résultante statique :** $\vec{F}_{(\bar{E}\to E)} = \vec{0}$
- **Théorème du moment statique :** $\overrightarrow{M_{P}}_{(\bar{E}\to E)} = \vec{0}$ au même point P

3.4 Théorème des action mutuelles (ou réciproques)

$$\overrightarrow{A_{1\to 2}} = -\overrightarrow{A_{2\to 1}}$$



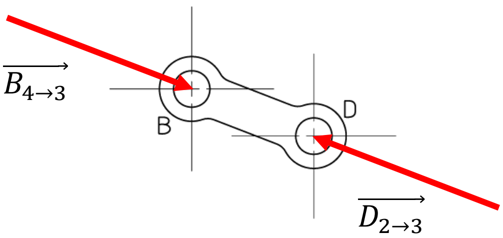
3.5 Solide soumis à l'action de deux forces

Un solide soumis à l'action de deux forces reste en équilibre si les deux forces sont directement opposées (même direction, même norme et sens opposé).

Remarque : *Généralement, l'isolement d'un solide soumis à 2 forces permet de déterminer* ***seulement la direction des forces*** *appliquées sur le solide. La détermination de la norme passera par l'isolement d'un autre solide.*

Exemple : Écarteur

La biellette 3 est soumise à deux forces, elles ont donc même norme, sont opposées et ont comme direction la droite (BD).



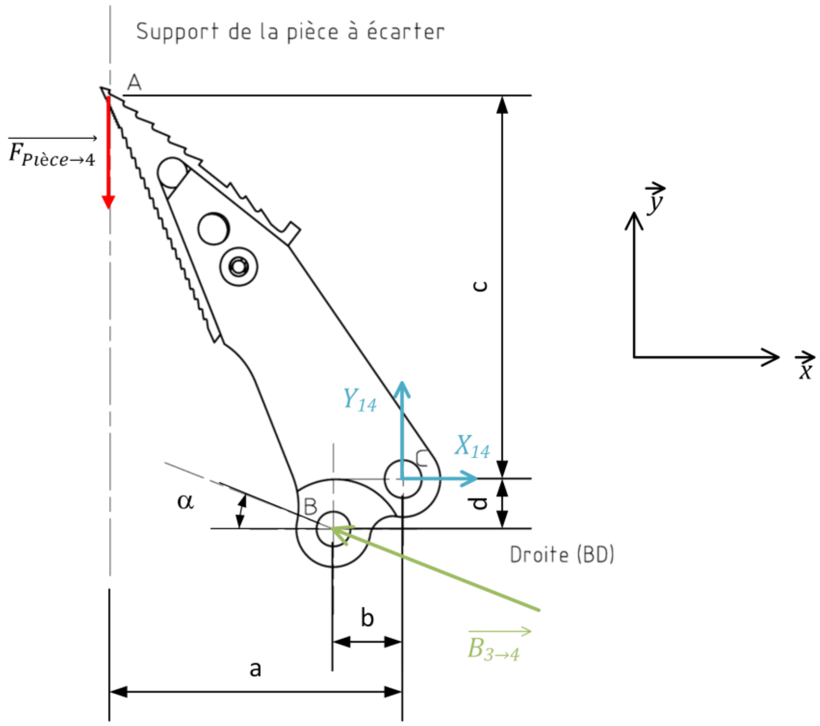
3.6 Solide soumis à l'action de trois forces

Un solide soumis à l'action de trois forces, est en équilibre si, la **somme vectorielle des trois forces est nulle** (théorème de la résultante statique en projection sur deux axes) et **la somme des moments en un point (à choisir judicieusement) est nulle** (point d'intersection des forces lorsqu'elles sont concourantes, *méthode graphique*).

Exemple : Écarteur

Objectif : L'objectif est de déterminer la force au point B, $\overrightarrow{B_{3\to4}}$ permettant de calculer la pression nécessaire pour écarter la pièce.

Afin de déterminer la force $\overrightarrow{B_{3\to4}}$ en fonction de la $\overrightarrow{F_{Pièce\to4}}$, il sera judicieux de calculer la somme des moments au point C.



3.7 Cas général

Théorème de la résultante statique : $\vec{F}_{(1\to n)} + \vec{F}_{(2\to n)} + \cdots + \vec{F}_{(i\to n)} = \vec{0}$

Donne deux équations scalaires en projection sur $\vec{x}$ et $\vec{y}$

$F_{x(1\to n)} + F_{x(2\to n)} + \cdots + F_{x(i\to n)} = 0$

$F_{y(1\to n)} + F_{y(2\to n)} + \cdots + F_{y(i\to n)} = 0$

Théorème du moment statique au point I : $\overrightarrow{M_I}_{(1\to n)} + \overrightarrow{M_I}_{(2\to n)} + \cdots + \overrightarrow{M_I}_{(i\to n)} = \vec{0}$

Donne une équation scalaire en projection sur $\vec{z}$

$M_{I_{(1\to n)}} + M_{I_{(2\to n)}} + \cdots + M_{I_{(i\to n)}} = 0$