



# R5.21 Robotique Avancée

## I. Contrôle Cinématique

José de Jesus CASTILLO ZAMORA

Maître de conférences,  
IUT de Béziers,  
Université de Montpellier,  
LIRMM

Licence professionnelle  
Robotique & Intelligence Artificielle

# Sommaire

- 1 Fonctions du contrôle cinématique
- 2 Types de trajectoires
- 3 Génération de trajectoires cartésiennes
- 4 Interpolation des trajectoires
- 5 Échantillonnage des trajectoires cartésiennes

# Sommaire

- 1 Fonctions du contrôle cinématique
- 2 Types de trajectoires
- 3 Génération de trajectoires cartésiennes
- 4 Interpolation des trajectoires
- 5 Échantillonnage des trajectoires cartésiennes

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Fonctions du contrôle cinématique

- Le contrôleur reçoit en entrée les données du programme du robot et, sur la base du modèle cinématique, établit les trajectoires de chaque articulation en fonction du temps.
- Les trajectoires doivent être échantillonnées avec une période  $T$  à définir, générant à chaque instant  $kT$  un vecteur de références articulaires pour le contrôle dynamique.

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

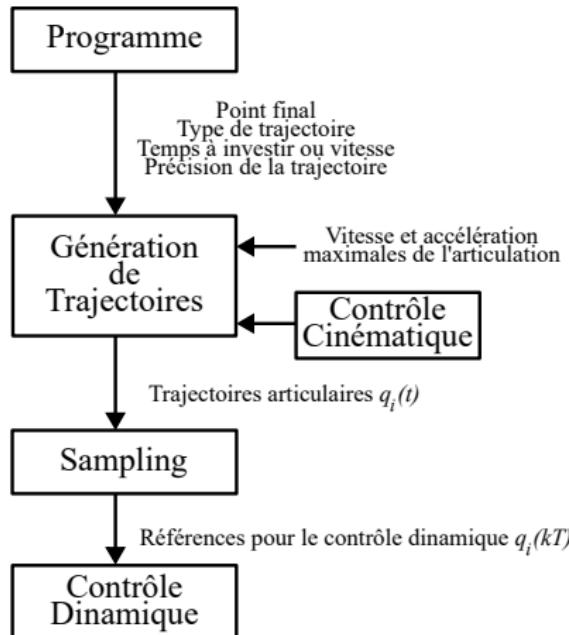


Figure 1 – Schéma fonctionnel du contrôleur cinématique

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Fonctions à remplir

- Convertir la spécification du mouvement en une trajectoire analytique dans l'espace cartésien.
- Échantillonner la trajectoire cartésienne en obtenant un nombre fini de points  $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ .
- En utilisant la transformation homogène inverse, convertir chacun de ces points en ses coordonnées articulaires  $(q_1, q_2, \dots, q_6)$ . Attention aux solutions multiples !

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Fonctions à remplir

- Interpolation des points articulaires obtenus, générant pour chaque variable articulaire une expression  $q_i(t)$  qui passe ou s'en approche de manière que, étant une trajectoire réalisable par les actionneurs, elle se transforme en une trajectoire cartésienne aussi proche que possible de celle spécifiée par l'utilisateur.
- Échantillonnage de la trajectoire articulaire pour générer des références au contrôle dynamique.

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Robot à 2 DDL

On souhaite qu'un robot à 2 DDL se déplace en ligne droite du point  $j_1 = (x_1, y_1)$  au point  $j_4 = (x_4, y_4)$  en un temps  $T$  (voir Fig. 2a).

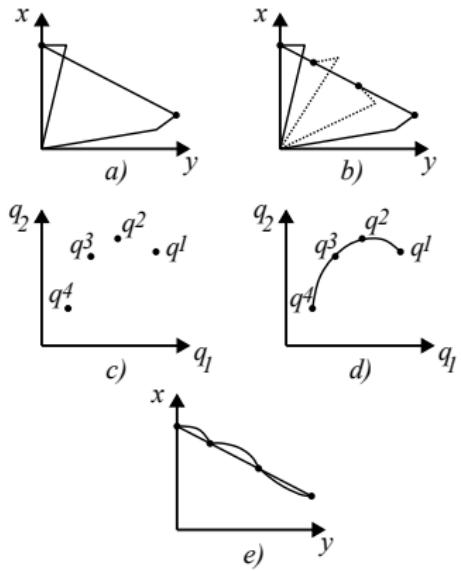


Figure 2 – Contrôle cinématique d'un robot à 2 DDL

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Robot à 2 DDL

- Fig. 3b : 4 points de la trajectoire sont sélectionnés  $j_1, j_2, j_3$  et  $j_4$ .
- Fig. 3c : Grâce à la transformation homogène inverse, les vecteurs articulaires  $q_1, q_2, q_3$  et  $q_4$  sont obtenus.

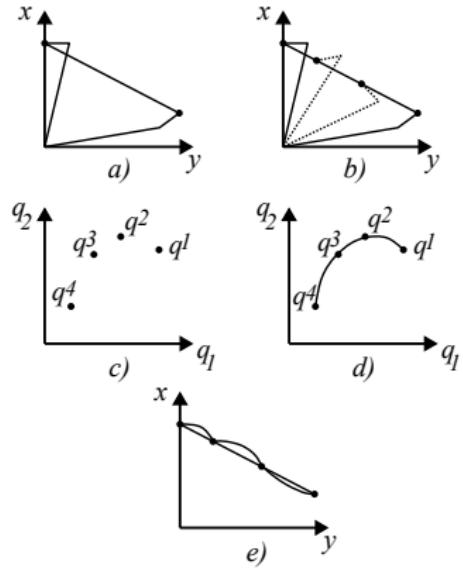


Figure 3 – Contrôle cinématique d'un robot à 2 DDL

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Robot à 2 DDL

- Fig. 4d : Il tente ensuite de relier ces points en garantissant la fluidité et ne dépassant pas les vitesses et accélérations maximales.
- Fig. 4e : Le mouvement de l'extrémité du robot est une trajectoire qui se rapproche d'une ligne droite.

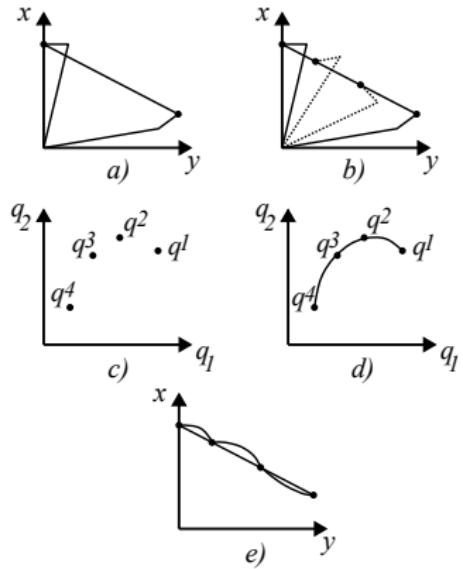


Figure 4 – Contrôle cinématique d'un robot à 2 DDL

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Le principal inconvénient

Il réside dans la nécessité de résoudre à plusieurs reprises la transformation homogène inverse. Une alternative consiste à utiliser une procédure basée sur la matrice jacobienne.

## Matrice Jacobienne

Pour une localisation  $q$  donnée, elle permet de connaître les vitesses cartésiennes à partir des vitesses articulaires :

$$\dot{r}(t) = J(q) \dot{q}(t) \quad (1)$$

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Relation entre les vitesses

En supposant que  $J(q)$  soit inversible (ce qui est toujours le cas lorsque les dimensions de l'espace articulaire et de la tâche sont identiques) et que  $q$  ne soit pas un point singulier, on aura que :

$$\dot{q}(t) = J^{-1}(q) \dot{j}(t) \quad (2)$$

# 1. Fonctions du contrôle cinématique

## Relation entre les vitesses

- À partir de la trajectoire cartésienne souhaitée pour l'extrémité du robot  $j(t)$ , il est possible d'obtenir sa dérivée et, grâce à l'[Eq. \(2\)](#), la vitesse que doit suivre chacune des articulations.
- Il est nécessaire de mettre à jour en permanence les valeurs des éléments de la matrice  $J$ .
- La mise en œuvre de cette procédure nécessite la discrétisation de la trajectoire  $j(t)$  et de sa dérivée en un nombre fini de points qui devront être interpolés.

# Sommaire

1 Fonctions du contrôle cinématique

2 Types de trajectoires

- Trajectoires point à point
- Trajectoires coordonnées ou isochrones
- Trajectoires continues

3 Génération de trajectoires cartésiennes

4 Interpolation des trajectoires

5 Échantillonnage des trajectoires cartésiennes

## 2. Types de trajectoires

### Types de trajectoires

Pour se déplacer d'un point de départ à un point d'arrivée, le robot peut suivre une infinité de trajectoires spatiales. Cependant, la plupart des robots commerciaux disposent de trajectoires point à point, coordonnées et continues.

## 2. Types de trajectoires

### 1. Trajectoires point à point

#### Description des trajectoires

- Chaque type d'articulation évolue de sa position initiale à sa position finale sans tenir compte de l'état ou de l'évolution des autres articulations.
- Normalement, chaque articulation tente d'amener son articulation à destination dans les plus brefs délais, ce qui permet de distinguer deux cas.

## 2. Types de trajectoires

### 1. Trajectoires point à point

#### Mouvement axe par axe

- Un seul axe se déplace à la fois.
- Le premier joint commence à bouger, puis, une fois qu'il a atteint son point final, le deuxième joint se met en mouvement, et ainsi de suite.
- Ce type de mouvement entraîne un allongement du temps de cycle, mais présente l'avantage de réduire la consommation instantanée d'énergie des actionneurs.

## 2. Types de trajectoires

### 1. Trajectoires point à point

#### Mouvement simultané des axes

- Tous les actionneurs commencent simultanément à déplacer plusieurs articulations à une vitesse spécifique pour chacune.
- Étant donné que les distances à parcourir et les vitesses seront généralement différentes, chacune terminera son mouvement à un moment différent.
- Le temps total consacré au mouvement correspondra à celui de l'axe qui prend le plus de temps pour effectuer son mouvement particulier.
- Cela peut entraîner que les autres actionneurs aient forcé leur mouvement à une vitesse et une accélération élevées.

## 2. Types de trajectoires

### 2. Trajectoires coordonnées ou isochrones

#### Considérations

- Pour éviter que certains actionneurs fonctionnent en forçant leurs vitesses et leurs accélérations, il est possible d'effectuer un calcul préalable afin de déterminer quelle est l'articulation la plus lente et combien de temps elle prendra.
- Le mouvement des autres axes sera alors ralenti afin qu'ils prennent le même temps pour effectuer leur mouvement et qu'ils terminent tous simultanément.

## 2. Types de trajectoires

### 2. Trajectoires coordonnées ou isochrones

#### Considérations

- Toutes les articulations doivent être coordonnées, commençant et terminant leur mouvement en même temps, en s'adaptant à la plus lente.
- Du point de vue de l'utilisateur, la trajectoire décrite par l'extrémité du robot n'est pas significative, car elle est imprévisible, mais elle peut être calculée si l'on connaît le modèle et le contrôle cinématique du robot.

## 2. Types de trajectoires

### 3. Trajectoires continues

#### Trajectoires continues

- Lorsque l'on souhaite que la trajectoire suivie par l'extrémité du robot soit connue par l'utilisateur, il est nécessaire de calculer en continu les trajectoires articulaires.
- En général, les trajectoires demandées par l'utilisateur sont des lignes droites ou des arcs de cercle. Chaque articulation suit un mouvement apparemment chaotique, mais, le résultat sera que l'extrémité du robot suivra la trajectoire souhaitée.

## 2. Types de trajectoires

### 3. Trajectoires continues

#### Exemple SCARA

Fig. 5 représente les trajectoires articulaires  $q_1$  et  $q_2$  et le résultat final dans l'espace de la tâche ( $x, y$ ) pour un robot de type SCARA

correspondant aux quatre types de trajectoires indiqués.

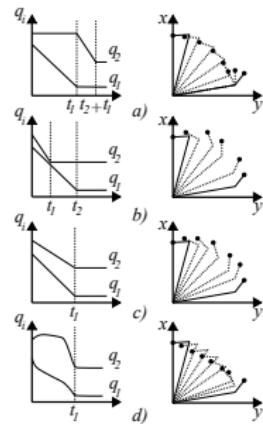


Figure 5 – Trajectoires articulaires : a) mouvement axe par axe b) mouvement simultané c) trajectoire coordonnée d) trajectoire continue

# Sommaire

- 1 Fonctions du contrôle cinématique
- 2 Types de trajectoires
- 3 Génération de trajectoires cartésiennes
  - Évolution de l'orientation
- 4 Interpolation des trajectoires
- 5 Échantillonnage des trajectoires cartésiennes

### 3. Génération de trajectoires cartésiennes

#### Introduction

- Normalement, l'utilisateur du robot indique le mouvement que celui-ci doit effectuer, en précisant les emplacements spatiaux par lesquels l'extrémité doit passer, ainsi que d'autres données.
- Il est alors nécessaire d'établir un interpolateur entre les emplacements exprimés dans l'espace de la tâche, qui donnera comme résultat une expression analytique de l'évolution de chaque coordonnée (nous y reviendrons plus tard).

### 3. Génération de trajectoires cartésiennes

#### Interpolateur linéaire

Cependant, on utilise généralement une interpolation linéaire de position de la forme :

$$j(t) = (j^f - j^i) \frac{(t - t_i)}{(t_f - t_i)} + j^i \quad (3)$$

Où  $t_i$  et  $t_f$  sont les instants auxquels on souhaite atteindre respectivement la localisation initiale  $j^i$  et finale  $j^f$ .

### 3. Génération de trajectoires cartésiennes

#### 1. Évolution de l'orientation

##### Description de l'orientation : Matrices de rotation

- La spécification de l'orientation peut être donnée à l'aide de différents outils.
- L'utilisation de matrices de rotation conduit à des résultats incohérents.
- L'interpolation linéaire entre une matrice de rotation initiale et une matrice finale conduit à des matrices intermédiaires non orthonormales qui, par conséquent, ne sont pas des matrices de rotation.

### 3. Génération de trajectoires cartésiennes

#### 1. Évolution de l'orientation

Description de l'orientation : Angles d'Euler

Ils ne présentent pas l'inconvénient susmentionné, ce qui permet d'utiliser l'[Eq \(3\)](#) :

$$\phi(t) = (\phi^f - \phi^i) \frac{(t - t_i)}{(t_f - t_i)} + \phi^i \quad (4)$$

$$\theta(t) = (\theta^f - \theta^i) \frac{(t - t_i)}{(t_f - t_i)} + \theta^i \quad (5)$$

$$\psi(t) = (\psi^f - \psi^i) \frac{(t - t_i)}{(t_f - t_i)} + \psi^i \quad (6)$$

Le seul inconvénient est que la trajectoire n'est pas intuitive.

### 3. Génération de trajectoires cartésiennes

#### 1. Évolution de l'orientation

##### Description de l'orientation : Quaternions

- L'évolution la plus naturelle, d'une orientation initiale à une orientation finale, serait celle qui tourne progressivement autour d'un axe de rotation fixe.
- C'est pourquoi l'utilisation du couple de rotation, ou son équivalent, les quaternions, est le moyen le plus approprié pour générer la trajectoire cartésienne de l'orientation.

### 3. Génération de trajectoires cartésiennes

#### 1. Évolution de l'orientation

##### Quaternions

- Soit un système orthonormal initial et un autre final pivoté par rapport au premier, il existe un seul axe  $k$  qui permet de passer d'un système initial à un système final en pivotant d'un angle  $\theta$  par rapport à  $k$ .
- Pour que l'extrémité du robot évolue de l'orientation initiale à l'orientation finale, il est possible de rechercher le couple  $(k, \theta)$  qui relie les systèmes de coordonnées orthonormaux associés aux deux orientations.

### 3. Génération de trajectoires cartésiennes

#### 1. Évolution de l'orientation

##### Quaternions

- On peut donc réaliser l'évolution temporelle en tournant autour de l'axe  $k$  de valeur :

$$\theta(t) = \theta \frac{(t - t_i)}{(t_f - t_i)} \quad (7)$$

- À partir de cette valeur, pour des instants précis, il sera possible de connaître immédiatement le quaternion correspondant.

# Sommaire

- 1 Fonctions du contrôle cinématique
- 2 Types de trajectoires
- 3 Génération de trajectoires cartésiennes
- 4 Interpolation des trajectoires
  - Interpolations linéaires
  - Interpolateurs cubiques
  - Interpolateurs par segments
  - Autres interpolateurs
- 5 Échantillonnage des trajectoires cartésiennes

Licence professionnelle - Robotique & Intelligence Artificielle

## 4. Interpolation des trajectoires

### Introduction

- L'une des fonctions du contrôle cinématique consiste à relier une succession de points dans l'espace articulaire par lesquels on souhaite que les articulations passent à un instant donné.
- Il est conseillé d'ajouter des restrictions de vitesse et d'accélération de passage par les points, afin de garantir la fluidité de la trajectoire.
- Pour ce faire, il faut sélectionner un type de fonction dont les paramètres s'ajustent en imposant des conditions limites : positions, vitesses ou accélérations.
- La simplicité de la fonction est un facteur à considérer.

## 4. Interpolation des trajectoires

### Considérations importantes

- Les fonctions suivantes seront développées pour un seul DDL.
- Il faut donc tenir compte du fait que le calcul doit être répété pour chacun des DDL du robot.
- Bien que les techniques d'interpolation dans l'espace articulaire soient présentées, elles sont aussi applicables à l'espace de la tâche.

## 4. Interpolation des trajectoires

### 1. Interpolations linéaires

#### Garantie : Continuité de la position

Supposons que l'articulation  $q$  du robot passe successivement par les valeurs  $q^i$  aux instants  $t^i$ . Une solution à ce problème consiste à maintenir constante la vitesse de déplacement entre chaque paire de valeurs successives  $(q^{i-1}, q^i)$ .

La trajectoire entre ces points serait alors :

$$q(t) = (q^i - q^{i-1}) \frac{t-t^{i-1}}{T} + q^{i-1} \quad \text{pour } t^{i-1} < t < t^i \quad (8)$$

$$T = t^i - t^{i-1} \quad (9)$$

# 4. Interpolation des trajectoires

## 1. Interpolations linéaires

### Inconvenient

- Elle provoque des sauts brusques dans la vitesse et nécessite une valeur infinie de l'accélération, ce qui est impossible.
- Pour la sélection des instants de passage  $t^i$  par les points  $q^i$ , il faut considérer la [Section 2](#).

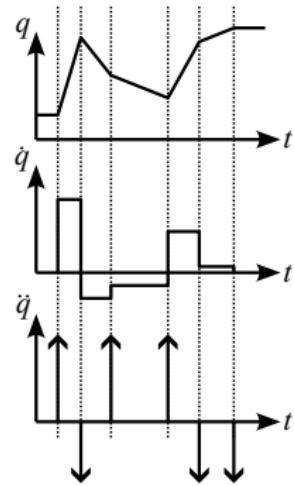


Figure 6 – Position, vitesse et accélération pour un interpolateur linéaire

## 4. Interpolation des trajectoires

### 2. Interpolateurs cubiques

#### Garantie : Continuité de la vitesse

- On utilise un polynôme de degré 3 qui relie chaque paire de points adjacents.
- Avec quatre paramètres disponibles, il est possible d'imposer quatre conditions d'environnement : deux de position et deux de vitesse.
- Les valeurs des vitesses de passage doivent être prises a priori, ce qui n'est pas une tâche facile.

## 4. Interpolation des trajectoires

### 2. Interpolateurs cubiques

#### Splines

Les splines sont des trajectoires composées d'une série de polynômes cubiques, chacun valable entre deux points consécutifs. Ainsi, l'expression de la trajectoire qui relie deux points adjacents  $(q^{i-1}, q^i)$  sera :

$$q(t) = a + b(t - t^{i-1}) + c(t - t^{i-1})^2 + d(t - t^{i-1})^3 \quad (10)$$

$$a = q^{i-1} \quad , \quad b = \dot{q}^{i-1},$$

$$c = \frac{3}{T^2} (q^i - q^{i-1}) - \frac{2}{T^2} \dot{q}^{i-1} - \frac{1}{T^2} \ddot{q}_i,$$

$$d = -\frac{2}{T^3} (q^i - q^{i-1}) + \frac{1}{T^2} (\ddot{q}^{i-1} + \ddot{q}^i),$$

$$T = t^i - t^{i-1} \quad , \quad \forall t^{i-1} < t < t^i$$

## 4. Interpolation des trajectoires

### 2. Interpolateurs cubiques

#### Sélection des vitesses de passage

Pour calculer les valeurs des coefficients, il est nécessaire de connaître les vitesses de passage  $\dot{q}^i$ .

Un premier critère pour les sélectionner peut être :

$$\dot{q}^i = \begin{cases} 0 & \text{si } \text{sign}(q^i - q^{i-1}) \neq \text{sign}(q^{i+1} - q^i) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{q^{i+1} - q^i}{t^{i+1} - t^i} + \frac{q^i - q^{i-1}}{t^i - t^{i-1}} \right) & \text{si } \text{sign}(q^i - q^{i-1}) = \text{sign}(q^{i+1} - q^i) \end{cases}$$

Ce qui est simple, mais ne pose aucune condition sur la continuité de l'accélération.

## 4. Interpolation des trajectoires

### 2. Interpolateurs cubiques

#### Alternatives pour la sélection des vitesses de passage

- On peut également choisir les vitesses de passage, de sorte que chaque spline soit continue en position, vitesse et accélération avec les deux polynômes adjacents.
- De cette manière, les coefficients des  $k - 1$  polynômes qui passent par les points  $q^i(i \in [1, k])$  seront ceux donnés par l'Eq. (10).

## 4. Interpolation des trajectoires

### 2. Interpolateurs cubiques

Alternatives pour la sélection des vitesses de passage

- Dans l'Eq. (10), les vitesses de passage par les points sont obtenues en résolvant le système d'équations linéaires :

$$\begin{bmatrix} t^3 & 2(t^2 + t^3) & t^2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & t^4 & 2(t^3 + t^4) & t^3 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & t^5 & 2(t^4 + t^5) & t^4 & \dots \\ \dots & \dots & 0 & t^6 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}^1 \\ \dot{q}^2 \\ \dot{q}^3 \\ \vdots \\ \dot{q}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{t^2 t^3} \left[ (t^2)^2 (q^3 - q^2) + (t^3)^2 (q^2 - q^1) \right] \\ \frac{3}{t^3 t^4} \left[ (t^3)^2 (q^4 - q^3) + (t^4)^2 (q^3 - q^2) \right] \\ \vdots \\ \frac{3}{t^{k-1} t^k} \left[ (t^{k-1})^2 (q^k - q^{k-1}) + (t^k)^2 (q^{k-1} - q^{k-2}) \right] \end{bmatrix} \quad (11)$$

## 4. Interpolation des trajectoires

### 2. Interpolateurs cubiques

#### Alternatives pour la sélection des vitesses de passage

- Le système précédent comporte  $k - 2$  équations et  $k$  inconnues. Pour compléter le nombre d'équations afin que le système soit défini, on peut considérer que :

$$\dot{q}^1 = \dot{q}^k = 0 \quad (12)$$

## 4. Interpolation des trajectoires

### 2. Interpolateurs cubiques

#### Alternatives pour la sélection des vitesses de passage

- Une dernière alternative pour obtenir les vitesses de passage  $\dot{q}^t$  serait de partir des vitesses de passage souhaitées dans l'espace de la tâche.
- De cette manière, à partir du modèle cinématique (en utilisant la Jacobienne), on peut obtenir les vitesses articulaires  $\dot{q}^t$ .
- Il est nécessaire de considérer les problèmes liés à l'existence possible de points singuliers dans la trajectoire cartésienne, ce qui donnerait lieu à des vitesses articulaires infinies.

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

#### Décomposition de la trajectoire

- Une solution intermédiaire entre les deux précédentes consiste à décomposer en trois segments consécutifs la trajectoire qui relie deux points  $q^0$  et  $q^1$ .
- Dans le segment central, on utilise un interpolateur linéaire, tandis que dans les segments initial et final, on utilise un polynôme du second degré.

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

#### Décomposition de la trajectoire

On obtient ainsi que dans les segments initial et final, l'accélération prend des valeurs constantes différentes de 0, tandis que dans le segment intermédiaire, l'accélération est nulle.

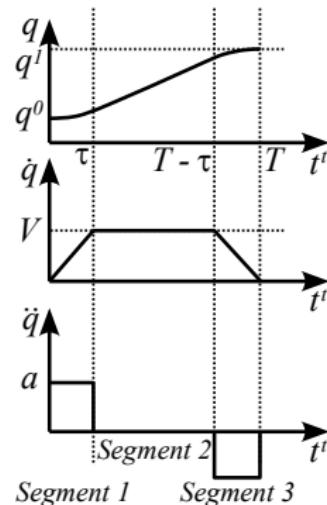


Figure 7 – Interpolation en trois segments

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

Pour le cas le plus simple...

Dans le cas simple d'une trajectoire avec seulement deux points de vitesse initiale et finale nulle (Fig. 7), les équations des trois segments seraient les suivantes :

$$q(t) = \begin{cases} q^0 + s\frac{a}{2}t^2 & t \leq \tau \\ q^0 - s\frac{V^2}{2a} + sVt & \tau < t \leq T - \tau \\ q^1 + s\left(-\frac{aT^2}{2} + aTt - \frac{a}{2}t^2\right) & T - \tau < t < T \end{cases} \quad (13)$$

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

Pour le cas le plus simple...

Étant donné que :

$$\tau = \frac{V}{a}$$

$$T = s \frac{q^1 - q^0}{V} + \frac{V}{a}$$

$V$  : vitesse maximale

$a$  : accélération à utiliser

$s$  : sign  $(q^1 - q^0)$

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

#### Ajustement parabolique

- Dans le cas d'une trajectoire formée de plusieurs points, la vitesse de passage par les points intermédiaires ne devrait pas être nulle, car cela entraînerait un mouvement discontinu.
- Cela peut être évité si l'on autorise la trajectoire à ne pas passer exactement par les deux points.

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

#### Ajustement parabolique

- La trajectoire finale coïnciderait avec les trajectoires rectilignes qui relient les points deux à deux, sauf à proximité de ceux-ci où un polynôme de degré 2 permettrait de faire varier la vitesse progressivement (Fig. 8).

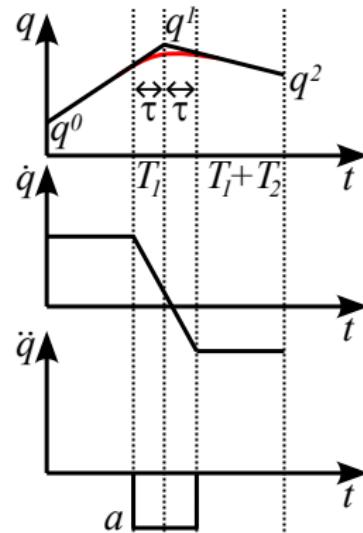


Figure 8 – Interpolation avec ajustement parabolique

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

#### Ajustement parabolique

Ainsi, si l'on souhaite passer par les points  $q^0$ ,  $q^1$  et  $q^2$  aux instants  $t = 0$ ,  $t = T_1$  et  $t = T_1 + T_2$ , respectivement, l'équation des trois segments qui composent la trajectoire reliant deux points consécutifs serait :

$$q(t) = \begin{cases} q^0 + \frac{q^1 - q^0}{T_1} t & 0 \leq t \leq T_1 - \tau \\ q^1 + \frac{(q^1 - q^0)}{T_1} (t - T_1) + \frac{a}{2} (t - T_1 + \tau)^2 & T_1 - \tau < t < T_1 + \tau \\ q^1 + \frac{q^2 - q^1}{T_2} (t - T_1) & T_1 + \tau < t < T_1 + T_2 \end{cases}$$

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

#### Ajustement parabolique : accélération

Où  $a$  est l'accélération constante qui permet de changer la vitesse d'un segment à l'autre, sa valeur étant :

$$a = \frac{T_1 (q^2 - q^1) - T_2 (q^1 - q^0)}{2\tau T_1 T_2} \quad (14)$$

Et  $2\tau$  est le temps utilisé pour faire varier la vitesse du mouvement, réparti symétriquement par rapport à l'instant  $T_1$ .

## 4. Interpolation des trajectoires

### 3. Interpolateurs par segments

#### Ajustement parabolique : erreur maximale

L'erreur maximale entre la trajectoire idéale (en passant par  $q^1$ ) et la trajectoire réelle se produit à  $t = T_1$  et prend la valeur :

$$e = \frac{a}{2}\tau^2 = \frac{T_1(q^2 - q^1) - T_2(q^1 - q^0)}{4T_1T_2}\tau \quad (15)$$

## 4. Interpolation des trajectoires

### 4. Autres interpolateurs

#### Fonctions sinusoïdales

On utilise souvent des fonctions sinusoïdales. Ainsi, pour relier deux points consécutifs, on pourrait utiliser des fonctions de la forme :

$$q(t) = a + bt + c \sin(\omega t) \quad (16)$$

En imposant les conditions aux limites en position, vitesse et accélération, on obtiendrait les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

# Sommaire

- 1 Fonctions du contrôle cinématique
- 2 Types de trajectoires
- 3 Génération de trajectoires cartésiennes
- 4 Interpolation des trajectoires
- 5 Échantillonnage des trajectoires cartésiennes

## 5. Échantillonnage des trajectoires cartesiennes

### Considérations

- La dernière étape consiste à établir les critères appropriés pour la sélection optimale des points de la trajectoire cartésienne.
- La ligne droite et le cercle ou une partie de celui-ci étant les trajectoires les plus courantes, et les deux pouvant être facilement décrites de manière analytique en fonction du temps, il est facile de connaître les coordonnées cartésiennes par lesquelles on souhaite que l'extrémité du robot passe à un instant donné.

## 5. Échantillonnage des trajectoires cartesiennes

### Considérations

- À première vue, on pourrait penser que plus le nombre d'instants d'échantillonnage de la trajectoire cartésienne est élevé, meilleurs seront les résultats obtenus.
- Cependant, le coût informatique, limité par la réponse en temps réel nécessaire du système de contrôle, déconseille d'augmenter de manière indiscriminée le nombre de points cartésiens à prendre.

## 5. Échantillonnage des trajectoires cartésiennes

### Considérations

- La non-linéarité du modèle géométrique du robot indique que, selon la cinématique et la position instantanée, l'erreur entre la trajectoire résultante et la trajectoire cartésienne souhaitée peut varier considérablement.
- Il convient de définir non seulement du nombre de points, mais aussi des points à prendre, en visant toujours un compromis entre le nombre de points et l'erreur entre les trajectoires.
- Dans la pratique, il suffit généralement de sélectionner des points équidistants aussi proches que possible.