

Partie III

Codes Correcteurs d'erreurs

Taux d'erreurs

- $Taux \text{ d'erreur} = \frac{\text{Nbre bits erronés}}{\text{Nbre bits transmis}}$
- Exemple :
 - 10^{-5} sur ligne téléphonique
 - 10^{-7} à 10^{-8} sur ligne coaxiale
 - 10^{-10} à 10^{-12} sur fibre optique

Codes correcteurs d'erreurs

- Différentes techniques pour détecter les erreurs :
 - Détection par répétition ;
 - Détection par code ;
- Mais alors ... d'où :
 - Détection et correction d'erreurs par code.

Codes correcteurs d'erreurs

- Lorsqu'un message est reconnu comme faux, le récepteur en demande la répétition à l'émetteur !
- Mais cela implique :
 - Une voie de retour,
 - Une identification des messages reçus,
 - Une mémoire des messages émis
 - > une baisse du débit !

Codes correcteurs d'erreurs

- **Problème** : construire des codes qui détectent et corrigent un maximum d'erreurs, tout en allongeant le moins possible les messages, et qui soient faciles à décoder !
- **Dimension du code** : nbre de bits utiles ;
- **Longueur du code** : nbre total de bits après l'ajout du CCE.

Bit de parité

	Bit 1	Bit 2	Bit 3	Bit 4	Bit 5	Bit 6	Bit 7	VCR
H	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
O	1	1	1	1	0	0	1	1
LCR								

Bit de parité

	Bit 1	Bit 2	Bit 3	Bit 4	Bit 5	Bit 6	Bit 7	VCR
H	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
L	0	0	1	1	0	0	1	1
O	1	1	1	1	0	0	1	1
LCR	0	1	0	0	0	0	1	0

Code à redondance cyclique

- On ajoute à la suite de bits $P(x)$ des informations supplémentaires :
 - le reste de la division polynomiale de $x^m P(x)$ avec le polynôme générateur $g(x)$ de degré m .

Exemple

- séquence à envoyer : 1 1 0 1
- Polynôme générateur : $x^4 + x + 1$
(de degré 4)
- Division :

1 1 0 1 0 0 0 0

1 0 0 1 1

En réception ...

- En réception on doit avoir **le reste** de la division du polynôme reçu par le polynôme générateur $g(x)$ **nul**.

1 1 0 1 0 1 0 0		1 0 0 1 1

Code Reed-Solomon

- On ajoute à la suite de bits **des informations supplémentaires** :
- Exemple :
 - pour la suite 02 09 12
 - on transmet 02 09 12 23 56

Code de Hamming (codage convolutif)

- On fait correspondre à chaque mot un nouveau mot tel que 2 mots successifs diffèrent de k bits.
- k est la **distance de Hamming**
 - on peut alors *détecter $(k-1)$ erreurs* ;
 - on peut *corriger $(k-1)/2$ erreurs*.

Exemple

- 0 0 1 0 0 1 1
- 0 1 1 0 1 0 0
- 1 1 0 1 1 1 0
- 1 0 0 1 0 0 1

- distance de Hamming = 3

=> on détecte 2 erreurs ; on peut corriger 1 erreur

- le débit utile est multiplié par $5/2$!

En pratique

- TNT :
 - un codage Reed Solomon
 - ajoute à chaque paquet de 188 bits, 16 bits de correction ;
 - un codage convolutif
 - 3 bits au lieu de 2.
- GSM :
 - les 260 bits sont regroupées en 3 classes ; le débit passe alors à 22.8 kbits/s.

Partie IV

Compression

Compression d'un signal numérique

- Cette opération consiste à réduire la taille d'un fichier numérique (texte, image, son, vidéo...)
- Taux de compression :

$$TC = \frac{\text{nbre de bits image originale}}{\text{nbre de bits image compressée}}$$

Exemple de compression

- Nous sommes mardi 22 avril. J'arriverai à la gare demain soir : le mercredi 23 à 20h30.
- Serai à la gare le 23-4 à 20h30

Diminution de la robustesse aux erreurs

- Nous sommes mbrdi 22 avril. J'arriverai à la gare cemain soir : le mercredi 24 à 20h30.
- Serai à la gare le 23-4 à 21h30

2 types de compression

- Compression sans pertes
 - Ne fait que ré-écrire différemment la même information.
 - Parfois appelée codage.
- Compression avec pertes
 - Se permet d'éliminer quelques informations ; c'est donc une opération irréversible, les données perdues ne peuvent pas être récupérées.
 - Surtout pour les données multimédia.

2 types de compression

- Compression sans pertes
 - Codage RLE,
 - Codage Huffman,
 - Codage LZW ;
- Compression avec pertes
 - MP3, Ogg Vorbis,
 - JPEG,
 - MPEG.

Compression sans pertes

- **Codage RLE** (Run Length Encoding)
 - Toute suite de bits identiques est remplacée par un couple (nbre d'occurrence, bit)
- **Codage Huffman**
 - Coder ce qui est fréquent sur peu de place et coder sur des séquences plus longues ce qui revient rarement.

Codage Huffman

- R R R R & & & & T T T 1 1 A

_ & R T 1 A

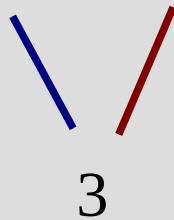
14 5 4 3 2 1

Codage Huffman

- R R R R & & & & T T T 1 1 A

_ & R T 1 A

14 5 4 3 2 1

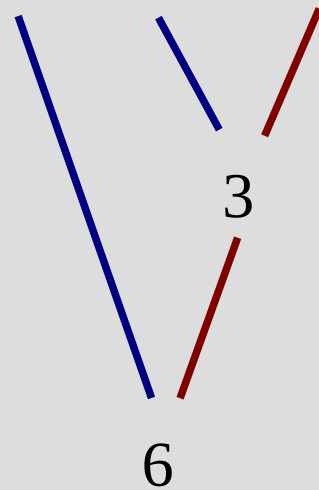


Codage Huffman

- R R R R & & & & T T T 1 1 A

_ & R T 1 A

14 5 4 3 2 1

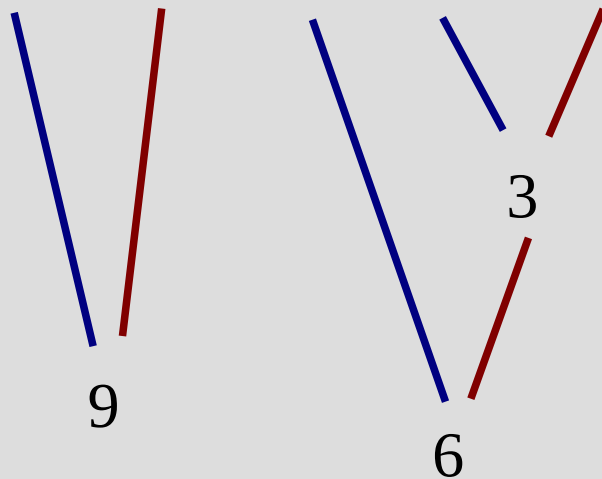


Codage Huffman

- R R R R & & & & & T T T 1 1 A

_ & R T 1 A

14 5 4 3 2 1

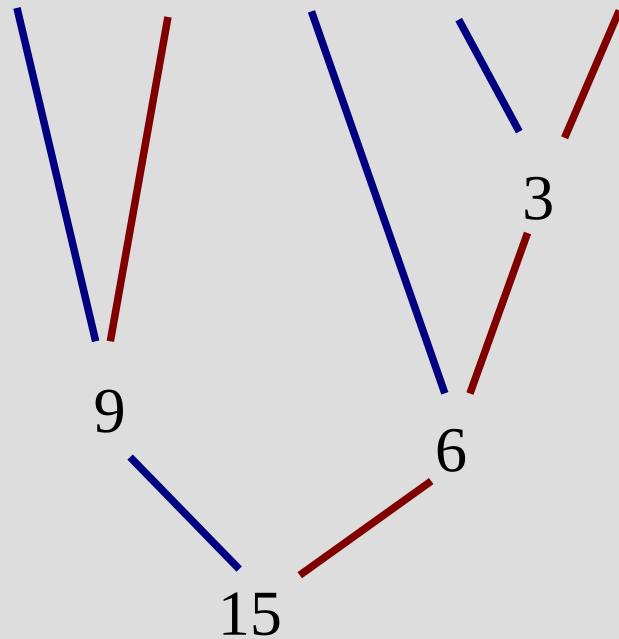


Codage Huffman

- R R R R & & & & & T T T 1 1 A

_ & R T 1 A

14 5 4 3 2 1

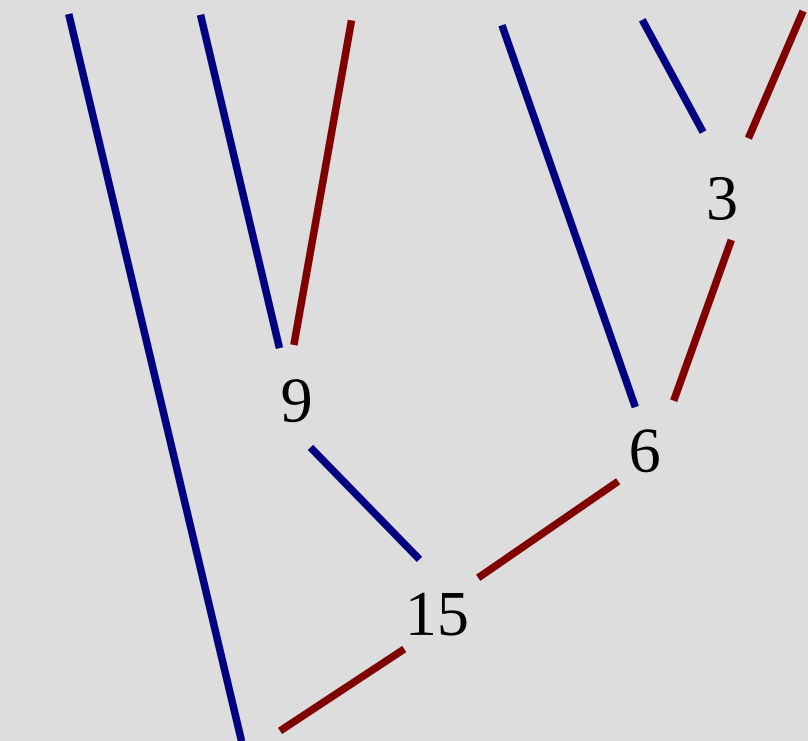


Codage Huffman

• R R R R & & & & & T T T 1 1 A

_ & R T 1 A

14 5 4 3 2 1



A 1111
_ 0
& 100

Taux de compression

- Avant compression

6 caractères différents

=> 3 bits / caractère

$29 * 3 = 87$ bits

- Après compression

4 R => $4 * 3$

5 & => $5 * 3$

3 T => $3 * 3$

2 1 => $2 * 4$

1 A => $1 * 4$

14 _ => $14 * 1$

62 bits

mais ...

- Nécessité d'envoyer le dictionnaire !

=> ne convient que pour des messages longs.

Codage LZW

(Format .zip et .gif)

- Lempel Ziv Welch
- Des successions de caractères se retrouvent plus souvent que d'autres ; on les remplace par un nouveau caractère, en construisant au fur et à mesure un dictionnaire.

(principe compression)

c	a	g	t	a	a	g	a	g	a	a		w	écrit	ajouté
	↑											c	99	ca, 257
		↑										a	97	ag, 258
			↑									g	103	gt, 259
				↑								t	116	ta, 260
					↑							a	97	aa, 261
						↑						a		
							↑					ag	258	aga, 262
								↑				a		
									↑			ag		
										↑		aga	262	agaa, 263
												a		
										↑			97	
													256	

Codage LZW

Algorithme de compression

```
w = Nul;  
tant que (lecture d'un caractère c) faire  
    si (wc existe dans le dictionnaire) alors  
        w = wc;  
    sinon  
        ajouter wc au dictionnaire;  
        écrire le code de w;  
        w = c;  
    fin si  
fin tant que  
écrire le code de w.
```


Codage LZW

(principe décompression)

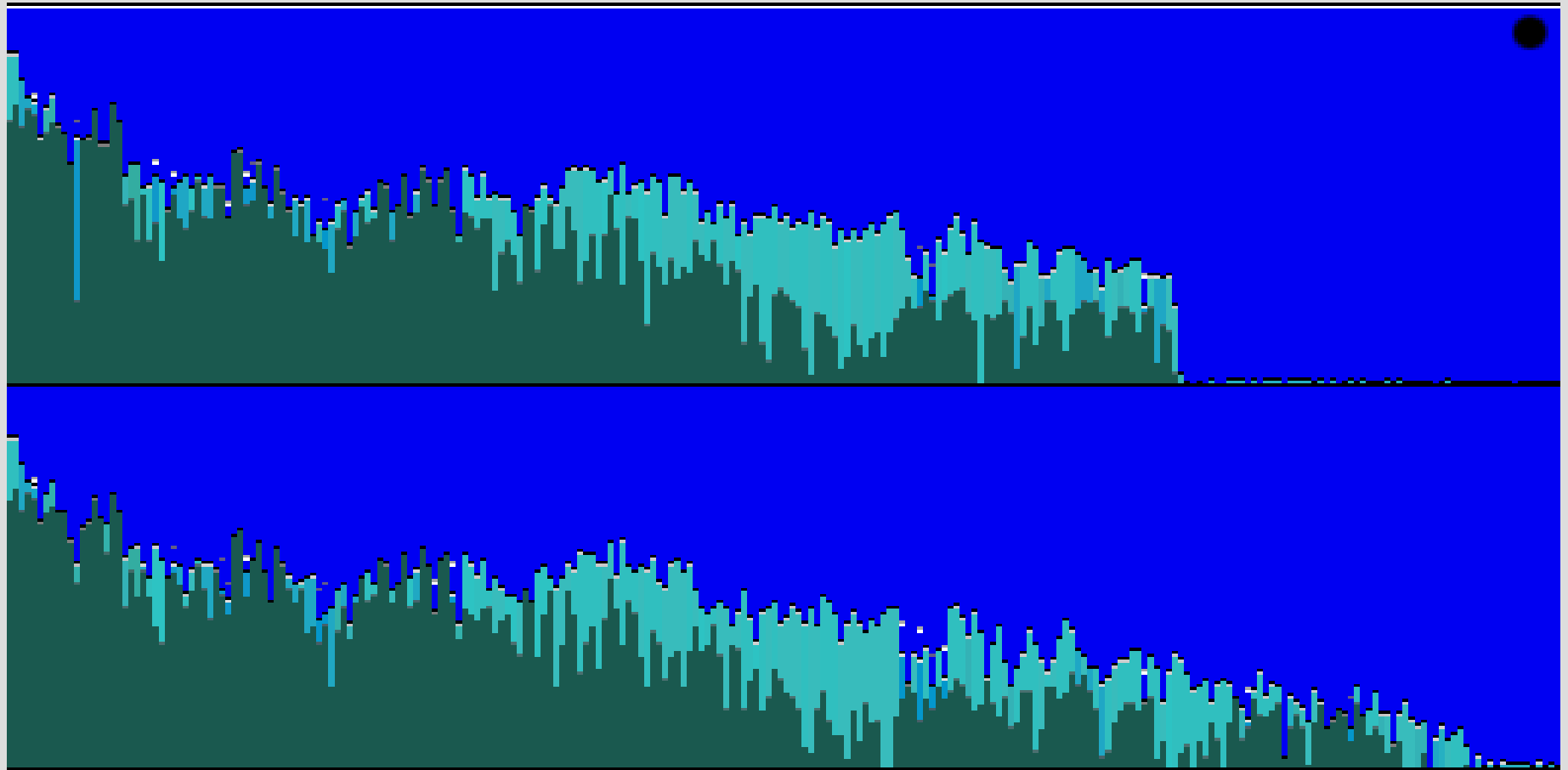
lu	écrit	ajouté
99	c	
97	a	ca, 257
103	g	ag, 258
116	t	gt, 259
97	a	ta, 260
258	ag	aa, 261
262	aga	aga, 262
97	a	agaa, 263
256		

Compression avec pertes

- **MP3** : on enlève les fréquences inaudibles et les fréquences masquées.
- **Ogg Vorbis** : format à débit variable, mais qualité sonore constante.
- **JPEG** : sous-échantillonnage de la chrominance, découpage en blocs 8*8 points, DCT et quantification de la matrice « fréquentielle ».
- **MPEG** : JPEG et prédiction de la redondance temporelle.

Compression MP3 Musique

Compression MP3



Opérations mathématiques

- Transformée de Fourier

$$F_u(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

- Transformée de Fourier Discrète

$$U(k) = \sum_{n=0}^{N-1} u(nT_e) e^{-j\frac{2\pi k}{N}nT_e}$$

- Transformée en Cosinus Discrète

$$\text{DCT}(i,j) = \frac{2}{N} C_i C_j \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \text{pixel}(x,y) \cos\left[\frac{(2x+1)}{2N} i\pi\right] \cos\left[\frac{(2y+1)}{2N} j\pi\right]$$

Différents formats Audio

- format **.wav** : valeurs des échantillons tous les T_e .
- format **.mp3** : valeurs de l'amplitude correspondant aux différentes fréquences.

Compression JPEG Image

Une image

- Taille : 5 222 400 octets
- Dimensions : 4320 x 3240
- Espace colorimétrique : RGB

Image non compressée



Une image

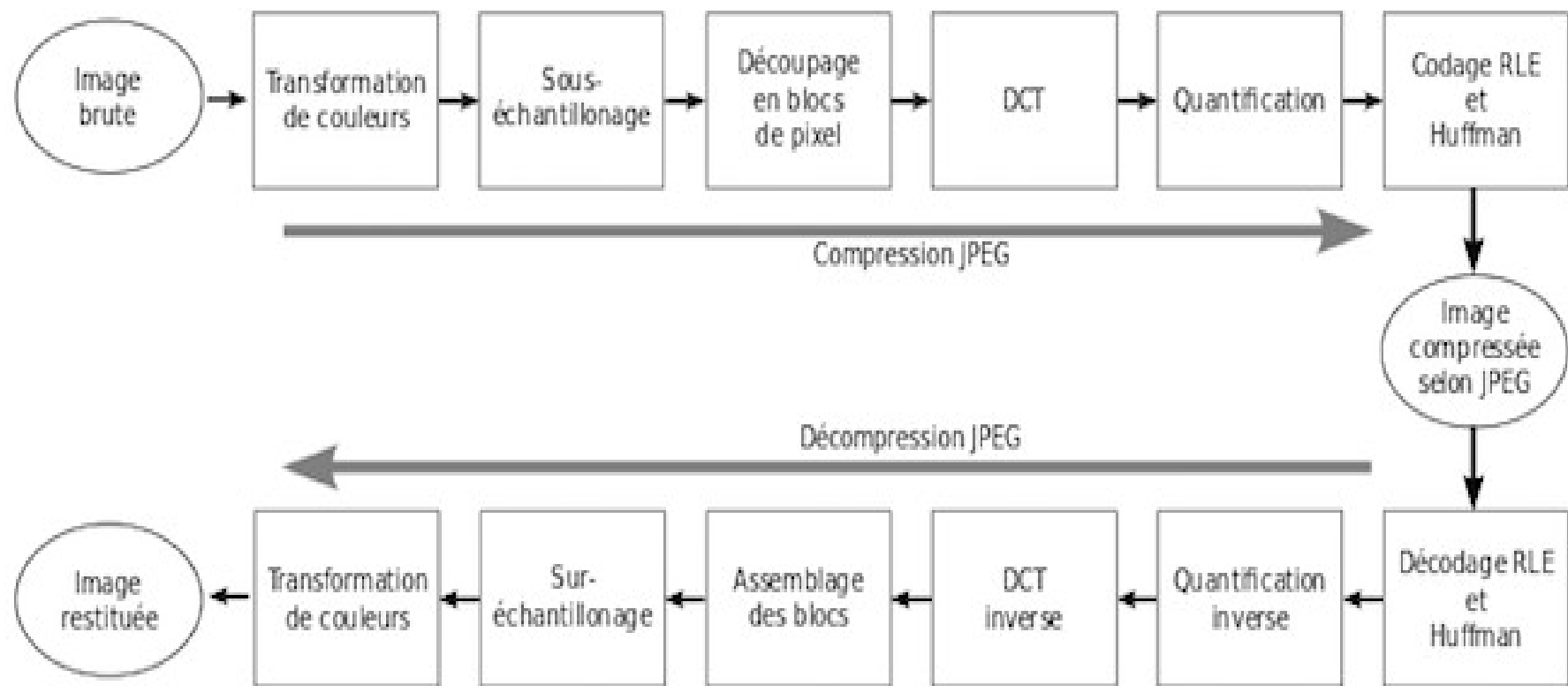
- 3 matrices !

Rouge

Vert

Bleu

Organigramme de compression

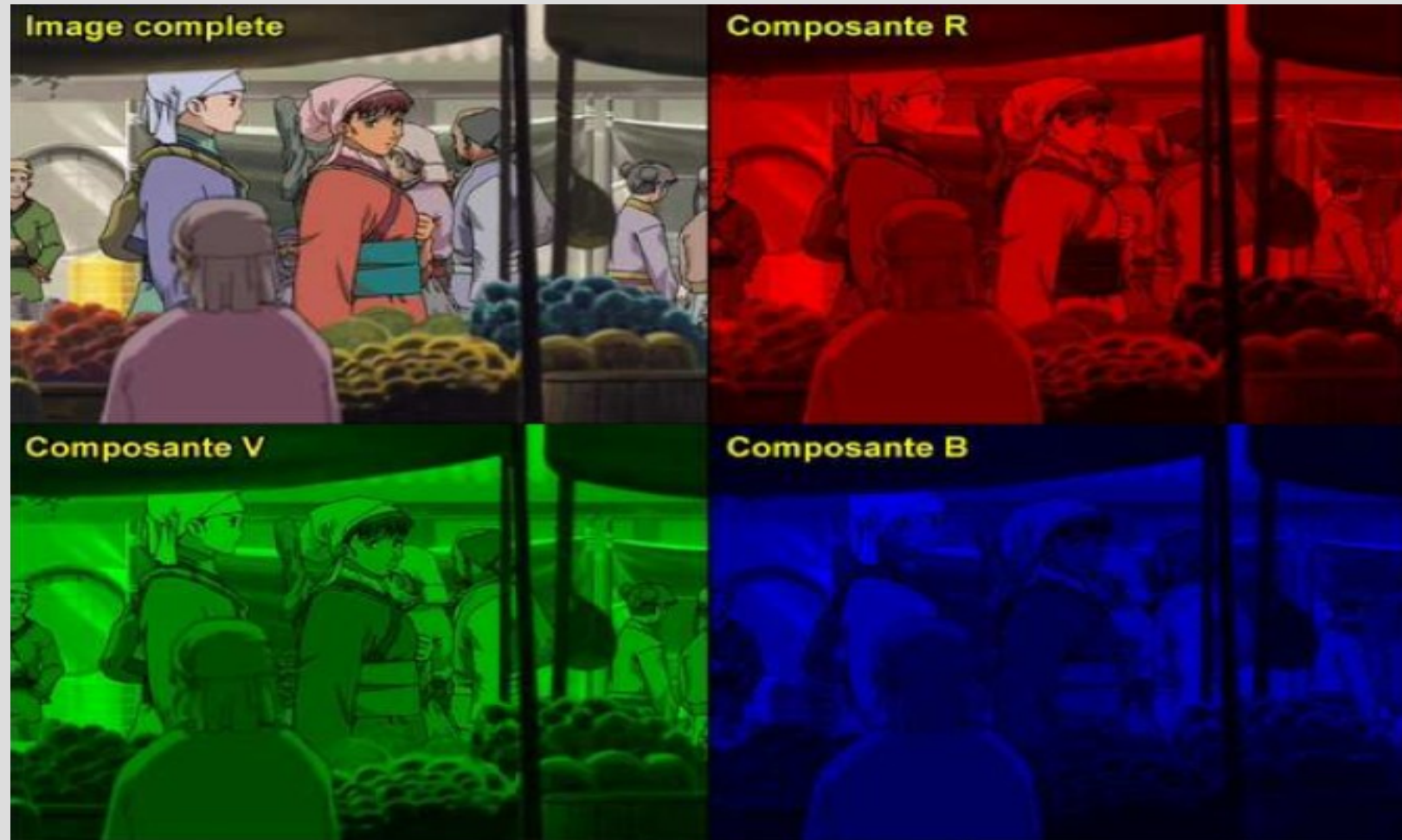


Rouge / Vert / Bleu

Luminance / Chrominance

- **Luminance**, intensité lumineuse produite :
 - $Y = 0.299 R + 0.587 G + 0.114 B$
- **Chrominance**, information de couleur :
 - $U = 0.436(B-Y) / (1-0.114)$ *différence de bleu*
 - $V = 0.615(R-Y) / (1-0.299)$ *différence de rouge*
- **Sous-échantillonnage** : 2h1v, 2h2v.

Composantes RGB



Composantes

Luminance / Chrominance



Une image

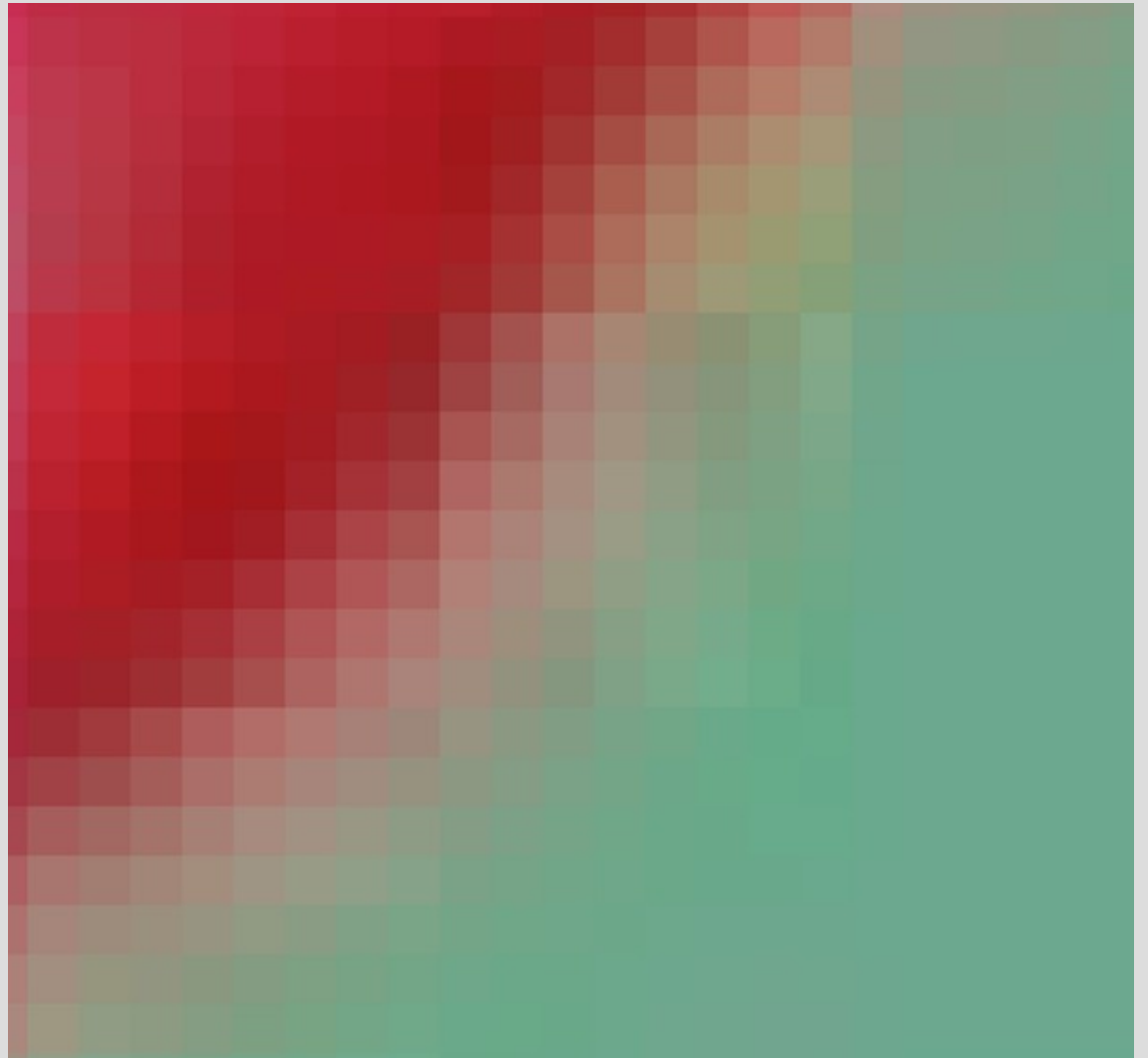
- 3 matrices !

Luminance

U

V

Image compressée : partagée en blocs



Retour à la DCT

Matrice d'origine

139	144	149	153	155	155	155	155
144	151	153	156	159	156	156	156
150	155	160	163	158	156	156	156
159	161	162	160	160	159	159	159
159	160	161	162	162	155	155	155
161	161	161	161	160	157	157	157
162	162	161	163	162	157	157	157
162	162	161	161	163	158	158	158

Retour à la DCT

Matrice après la DCT

1260	-1	-12	-5	2	-2	-3	1
-23	-17	-6	-3	-3	0	0	-1
-11	-9	-2	2	0	-1	-1	0
-7	-2	0	1	1	0	0	0
-1	-1	1	2	0	-1	1	1
2	0	2	0	-1	1	1	-1
-1	0	0	-1	0	2	1	-1
-3	2	-4	-2	2	1	-1	0

JPEG : suite

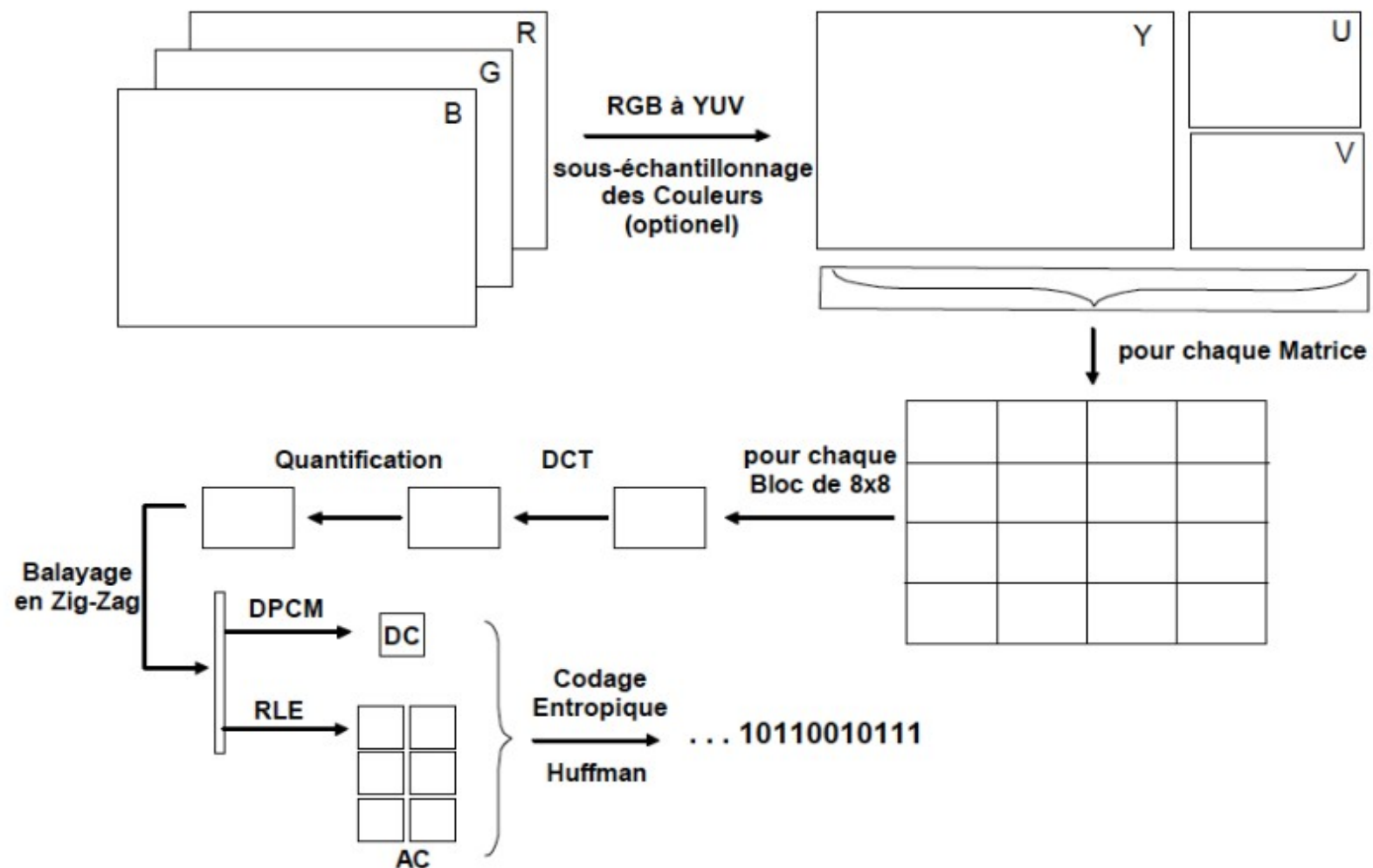
- Après la DCT, la matrice est quantifiée ;
- Les différentes valeurs de la matrice sont lues en Zig-Zag avant d'être codées (compressées) avec Huffman ou RLE.

JPEG :

les différentes étapes

- Luminance / Chrominance ;
- Sous-échantillonnage de la chrominance ;
- Découpage par blocs ;
- DCT ;
- Quantification ;
- Codage RLE ou Huffman.

JPEG - MPEG



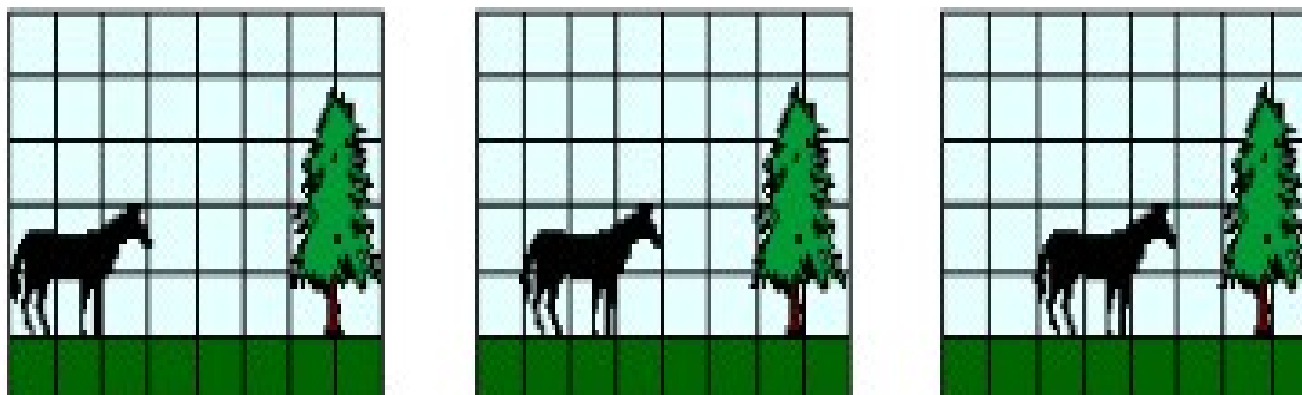
Compression MPEG Vidéo

Compression MPEG

- Redondance temporelle :
 - **Frame I** : codée en JPEG, indépendamment des autres,
 - **Frame P** : codée par différence avec l'image précédente,
 - **Frame B** : codée par différence avec l'image précédente ou suivante.
- I B B P B B P B B P B B I ...

Compression MPEG

Redondance temporelle



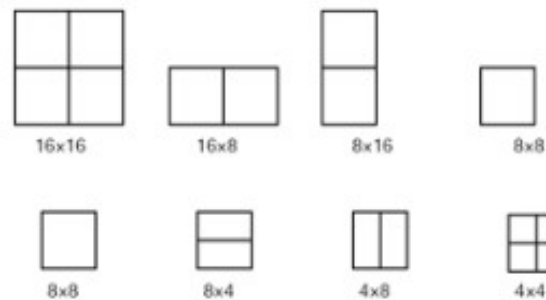
Trois images consécutives dans une séquence vidéo

Améliorations MPEG

- Redondance spatiale,
- Blocs de dimension et de forme variables,
- Codage entropique ...

Améliorations MPEG

Blocs de dimension et de forme variables



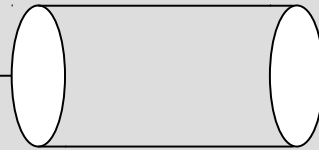
Conclusion

Synoptique d'une chaîne de
transmission numérique

Principe

Signal
analogique ou
numérique

Émetteur



Récepteur

Signal
analogique ou
numérique

Support physique :

- câble,
- fibre optique,
- atmosphère.

Chaîne de transmission

- Source analogique

Chaîne de transmission

- Source analogique
- Numérisation

Chaîne de transmission

- Source analogique
- Numérisation
- Compression



Chaîne de transmission

- Source analogique
- Numérisation
- Compression
- Cryptage




Chaîne de transmission

- Source analogique
- Numérisation
- Compression
- Cryptage
- Code correcteur



Chaîne de transmission

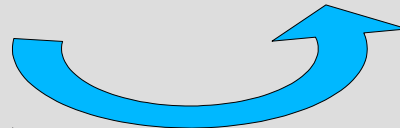
- Source analogique
 - Numérisation
 - Compression
 - Cryptage
 - Code correcteur
 - Mise en forme / modulation
- 

Chaîne de transmission

- Source analogique
 - Numérisation
 - Compression
 - Cryptage
 - Code correcteur
 - Mise en forme / modulation
 - Multiplexage
- 

Chaîne de transmission

- Source analogique
 - Numérisation
 - Compression
 - Cryptage
 - Code correcteur
 - Mise en forme / modulation
 - Multiplexage
- Récepteur



Chaîne de transmission

- Source analogique
- Numérisation
- Compression
- Cryptage
- Code correcteur
- Mise en forme / modulation
- Multiplexage
- Contrôleur d'accès
- Récepteur



Chaîne de transmission

- Source analogique
- Numérisation
- Compression
- Cryptage
- Code correcteur
- Mise en forme / modulation
- Multiplexage
- Démodulateur
- Contrôleur d'accès
- Récepteur



Chaîne de transmission

- Source analogique
- Numérisation
- Compression
- Cryptage
- Code correcteur
- Mise en forme / modulation
- Multiplexage
-
-
-
- Détecteur
- Démodulateur
- Contrôleur d'accès
- Récepteur




Chaîne de transmission

- Source analogique
- Numérisation
- Compression
- Cryptage
- Code correcteur
- Mise en forme / modulation
- Multiplexage
-
-
- Décodeur canal
- Détecteur
- Démodulateur
- Contrôleur d'accès
- Récepteur



Chaîne de transmission

- Source analogique
 - Numérisation
 - Compression
 - Cryptage
 - Code correcteur
 - Mise en forme / modulation
 - Multiplexage
 -
 - Unité de décryptage
 - Décodeur canal
 - Détecteur
 - Démodulateur
 - Contrôleur d'accès
 - Récepteur
- 

Chaîne de transmission

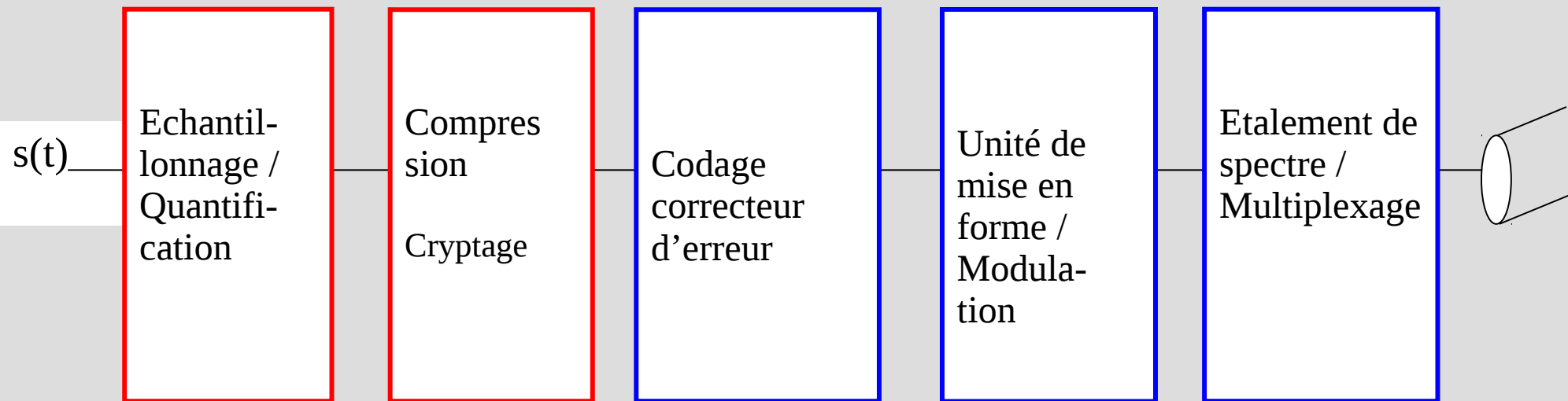
- Source analogique
- Numérisation
- Compression
- Cryptage
- Code correcteur
- Mise en forme / modulation
- Multiplexage
- Décodeur de source
- Unité de décryptage
- Décodeur canal
- Détecteur
- Démodulateur
- Contrôleur d'accès
- Récepteur



Qualité d'un système de transmission

- Qualité de la numérisation (différence signal émis / signal reçu)
- Complexité de l'émetteur
- Occupation spectrale / Débit
- Tenue aux erreurs de transmission
- Retard de reconstruction

Chaîne de transmission



Codage source / Codage canal

- **Codage source** : le signal est modifié en fonction de sa nature et de l'information que l'on veut transmettre.
- **Codage canal** : on choisit un type de signal électrique pour représenter l'information ; le signal est modifié en fonction du canal de transmission.