Programme de l'exposé

Table des matières

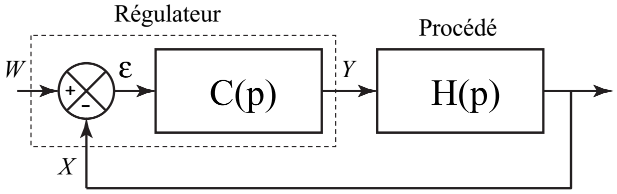
1 Introduction

On considère les fonctions de transfert de 2 procédés :

$$H_1(p) = \frac{0,2}{p(1+6p)} \qquad H_2(p) = \frac{1}{1+2p+3p^2}$$

Ces 2 procédés sont commandés en Boucle Fermée à l'aide d'un correcteur PID de gain A, de constantes de temps d'intégration Ti et de dérivation Td. On souhaite déterminer :

- Si le système en boucle fermée sera stable.
- Les valeurs de A, Td, Ti, qui permettront d'obtenir des performances optimales pour la boucle.



Mais avant d'évoquer ces différents critères, il faut définir ce qu'est la stabilité d'une fonction de transfert.

2 Stabilité d'une fonction de transfert

2.1 Définition (Rappel)

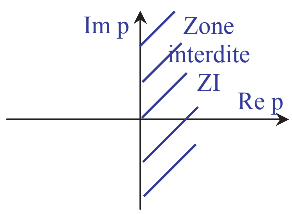
Un procédé est dit stable quand il tend à revenir à une position d'équilibre suite à une variation finie en entrée.

- Un procédé est stable en Boucle Ouverte si, après une variation finie ΔY de commande ou ΔZ de perturbation, la mesure X tend vers une valeur constante quand t tend vers l'infini.
- Un procédé est stable en Boucle Fermée si, après une variation finie ΔW de consigne ou ΔZ de perturbation, la mesure X tend vers une valeur constante quand t tend vers l'infini.

2.2 Pôles d'une fonction de transfert

Soit une fonction de transfert $H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$ pouvant être mise sous la forme d'une fraction rationnelle. Les *pôles* de cette fonction de transfert $H(p)$ sont les racines de l'équation $D(p) = 0$ annulant le dénominateur.

2.3 Critère général de stabilité



Un système quelconque (bouclé ou non bouclé), de fonction de transfert $H(p)$, est stable si tous les pôles de $H(p)$ sont à partie réelle strictement négative ($\Re(p) < 0$).

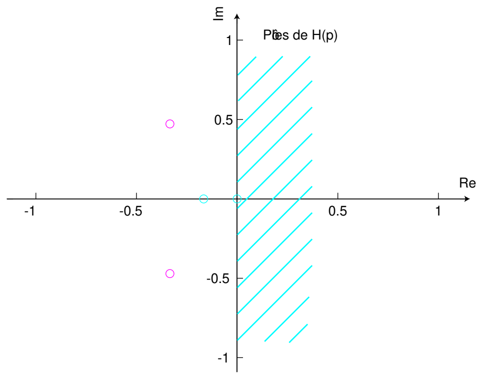
<u>Remarque</u> : Si un seul pôle est à $\Re(p)(>$ ou $=)0 \Rightarrow$ système instable.

Exemple : *Stabilité des fonctions de transfert H_1 et H_2 en BO*

$$H_1(p) = \frac{0,2}{p(1+6p)} \qquad H_2(p) = \frac{1}{1+2p+3p^2}$$

- pôles de H_1 :

- pôles de H_2 :



3 Cas des systèmes bouclés

3.1 pôles de la FTBF

On sait que la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) s'écrit :

$F(p) = \frac{T(p)}{1+T(p)}$ où $T(p)$ est la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) de la boucle de régulation.

De ce qui précède, on déduit que :

Un système en boucle fermée est stable si les racines de l'équation $1+T(p)$ sont à partie réelle négative ($\Re(p) < 0$).

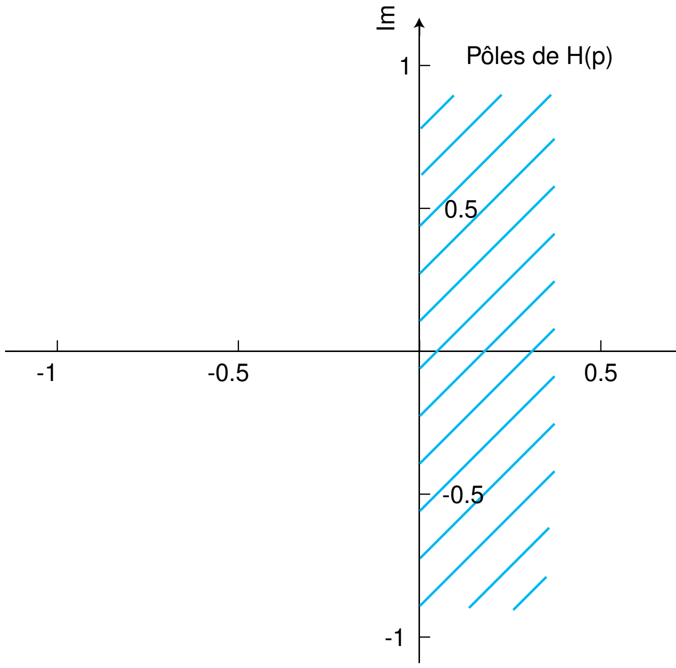
Remarque : Si $T(p)$ et une fraction rationnelle : $T(p) = \dfrac{N(p)}{D(p)}$, alors les pôles de $F(p)$ sont les racines de l'équation $N(p) + D(p) = 0$

Exemple : Stabilité en BF des fonctions de transfert H_1 et H_2 avec un gain proportionnel $A = 10$

— $1 + T_1(p) = 0 \Leftrightarrow$:

— $1 + T_2(p) = 0 \Leftrightarrow$:

3.2 robustesse



Un système peut être stable et présenter des oscillations inacceptables lors d'une réponse indicielle. En pratique, les pôles ne doivent pas être trop proches de l'axe des imaginaires pour que la régulation soit robuste.

Exemple : Oscillations de H_1 en B.F. avec un gain $A = 10$.

La réponse indicielle de la boucle est stable, mais présente de nombreuses oscillations.

Les pôles de $F_1(p)$ sont en effet trop proches de l'axe des imaginaires.

4 annexe