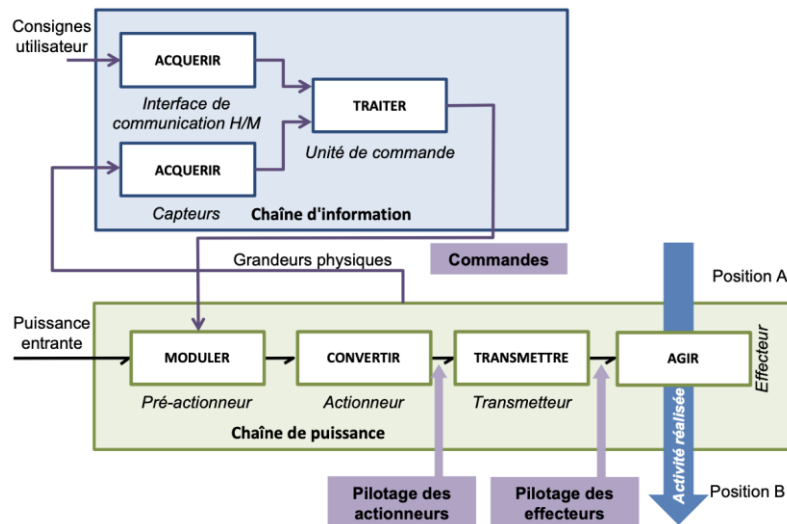


1. Loi entrée-sortie cinématique d'un transmetteur

1.1 Définition

L'objectif du cours est de définir les lois de **pilotage des actionneurs** à partir des lois de pilotage des effecteurs. Pour cela, il est nécessaire de **modéliser le comportement cinématique des transmetteurs**.



La **relation mathématique** entre les grandeurs cinématiques **d'entrée** et de **sortie** est appelée **loi d'entrée-sortie cinématique**.

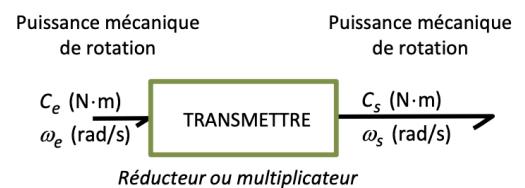
Elle **caractérise le comportement cinématique** du transmetteur.

Nous nous limiterons dans ce cours aux **transmetteurs linéaires**. La loi d'entrée-sortie est alors une simple **relation de proportionnalité**.

1.2 Rapport de transmission

La puissance mécanique de rotation en sortie d'actionneur est rarement directement utilisable par l'effecteur.

Un transmetteur (réducteur ou multiplicateur) adapte la **puissance mécanique de rotation**.



Le rapport de **transmission** r est défini comme étant un rapport entre les vitesses de rotation de sortie, ω_s , et d'entrée, ω_e :

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = r$$

Pour un **réducteur** $r < 1$ et pour un **multiplicateur** $r > 1$

Remarque : On utilisera **N** lorsque la vitesse de rotation est en **tr/min**, appelé **fréquence de rotation**.

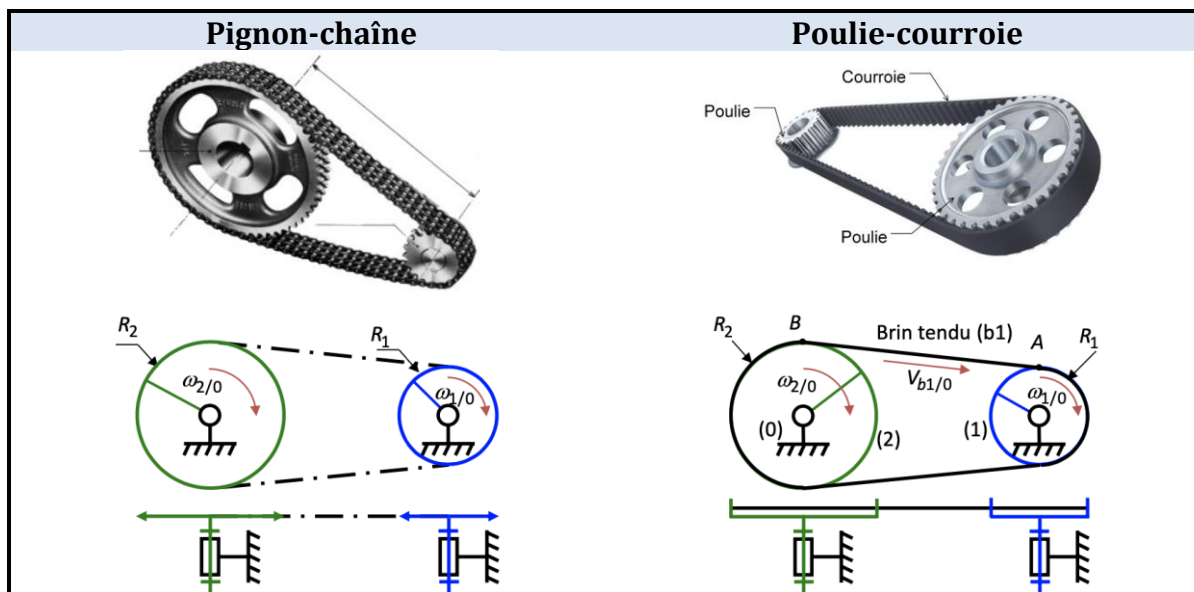
$$\omega = \frac{2\pi}{60} N \quad \text{avec } \omega : \text{rad/s} \quad \text{et} \quad N : \text{tr/min}$$

2. Réducteur de vitesse

Les réducteurs permettent d'adapter le couple et la vitesse de rotation d'un moteur en un couple et une vitesse sur l'arbre de sortie. La vitesse d'un moteur est souvent élevée et le couple faible alors que la vitesse souhaitée sur l'arbre récepteur est beaucoup plus faible et le couple bien plus élevé.

2.1 Transmission par liens flexibles

Le transmission poulies courroie est une transmission de puissance très ancienne. Elle permet de véhiculer l'énergie mécanique entre deux arbres parallèles éloignés.



Dans les transmissions par liens flexibles, les **poulies** ou les **pignons** tournent dans le **même sens**. Le rapport de transmission s'écrit :

$$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{D_1}{D_2} \quad (\text{croisement des indices})$$

2.2 Engrenages

Les engrenages sont constitués de roues dentées engrenant l'une avec l'autre. Chaque roue est en mouvement de rotation autour d'un axe. La transmission de mouvement entre les deux roues se fait par obstacle.

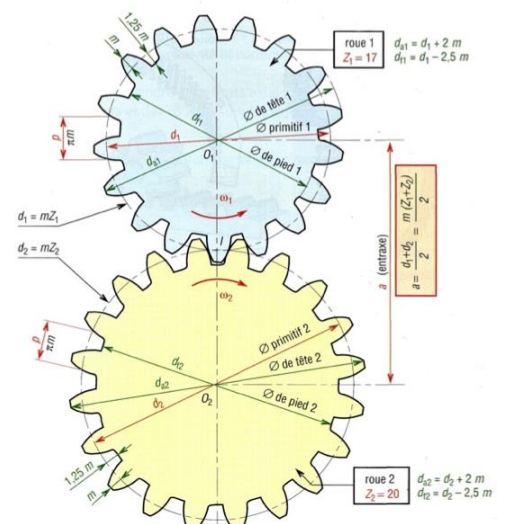
L'engrènement des dentures se fait sur les cercles primitifs d_1 et d_2 . Il y a roulement sans glissement au contact en I, ces cercles sont fictifs.

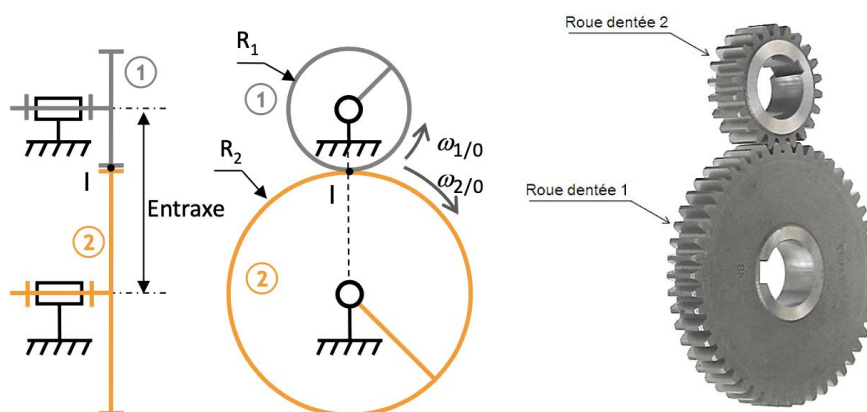
Nombre de dent : Z

Module : m (en mm) même module pour engrener

Diamètre primitif : $d = m \cdot Z$ (en mm)

Entraxe : $a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}$ (en mm)





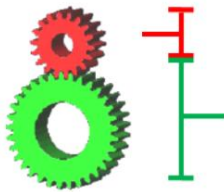

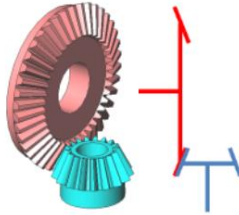
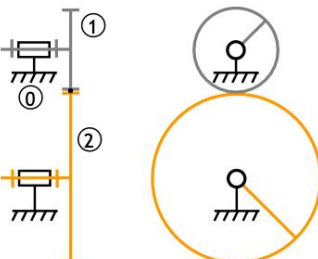
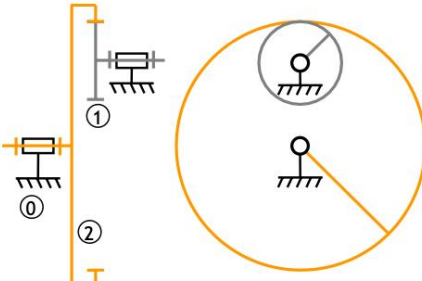
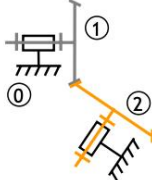
Pour les engrenages : $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \pm \frac{Z_1}{Z_2}$

Signe - si contact extérieur, inversion du sens de rotation

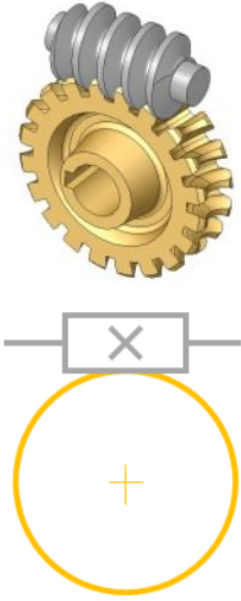
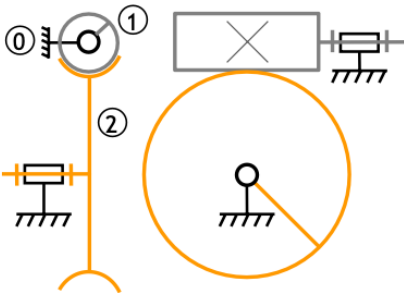
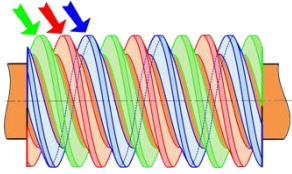
Signe + si contact intérieur, pas d'inversion du sens de rotation

Croisement des indices

Engrenages usuels

	Engrenage cylindrique extérieur	Engrenage cylindrique intérieur	Engrenage conique
Forme générale			
Axes de rotation	 Parallèles	 Parallèles	 concourants
Signe et rapport	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{R_1}{R_2}$	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = +\frac{Z_1}{Z_2} = +\frac{R_1}{R_2}$	Signe dépendant des conventions

2.3 Roue et vis sans fin

Forme générale	Axe de rotation	Rapport de transmission
	<p>Perpendiculaires non concourants</p> 	$\frac{\omega_{Roue/0}}{\omega_{Vis/0}} = \frac{Z_{Vis}}{Z_{Roue}}$ <p>Z_{Vis} est le nombre de filets de la vis</p> <p>Exemple d'une vis avec 3 filets</p> 
<p>Avantages : rapport de réduction important (jusqu'à 150) et généralement irréversibilité.</p> <p>Inconvénients : Les frottements importants, au niveau de la denture, engendrent un rendement faible (60%) et une usure importante.</p>		

2.4 Trains d'engrenages

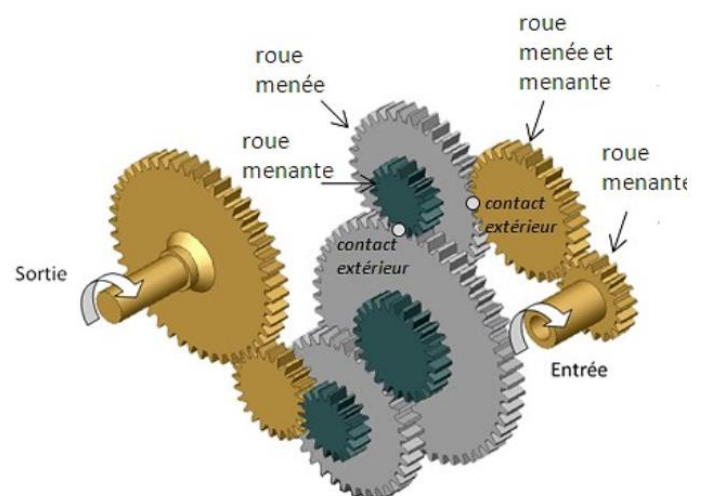
Un train d'engrenages est une succession d'engrenages en série. Cela permet d'augmenter le rapport de réduction.

Lorsque toutes les roues dentées sont en liaison pivot par rapport à un même bâti, on définit un « **train simple** ».

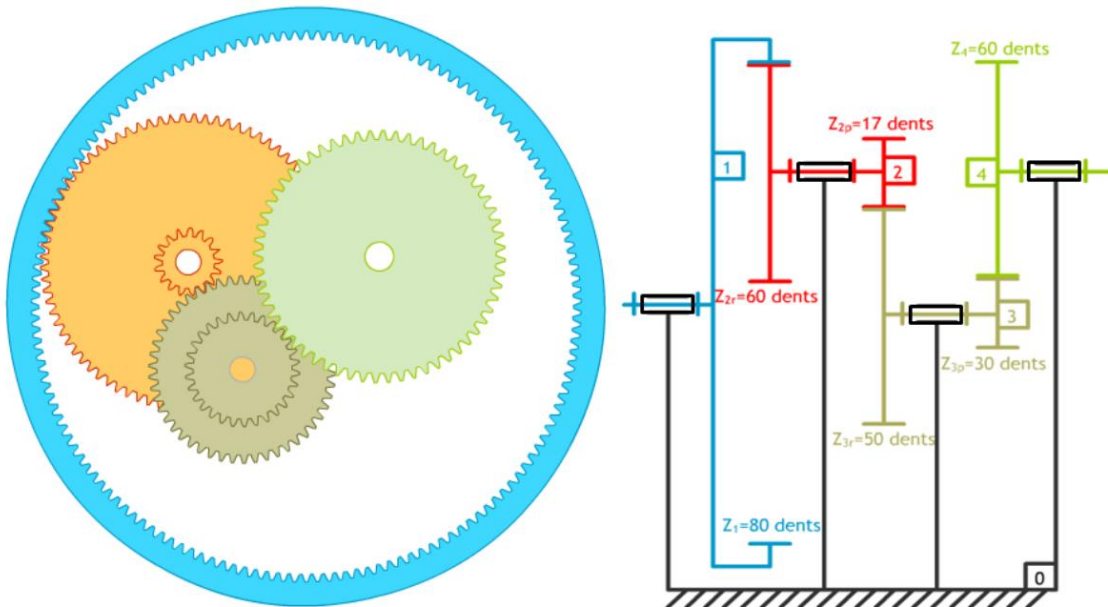
$$\frac{\omega_{sortie/0}}{\omega_{entrée/0}} = (-1)^k \frac{\text{produit des } Z \text{ roues menantes}}{\text{produit des } Z \text{ roues menées}}$$

k : le nombre de **contacts extérieurs** entre roues dentées

Dans un train d'engrenage, on qualifie de roue **menante** toute roue **motrice** lorsque l'**entrée** est motrice, et de roue **menée** toute roue **réceptrice**.



Exemple : Rapport de transmission d'un réducteur à train simple



Déterminer le rapport de transmission $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$:

1 étant l'entrée, alors 1 est menant.

Le rapport de transmission est tel que :

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = (-1)^2 \frac{Z_1}{Z_{2r}} \times \frac{Z_{2p}}{Z_{3r}} \times \frac{Z_{3p}}{Z_4} = \frac{80 \times 17 \times 30}{60 \times 50 \times 60} = \frac{17}{75} \approx 0,23$$

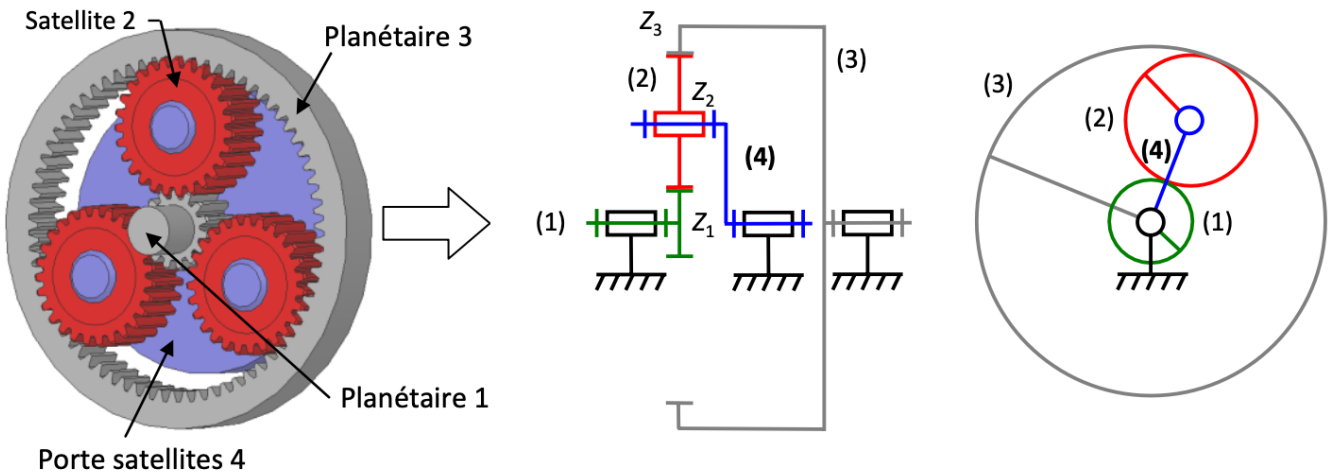
Le rapport de transmission étant inférieur à 1, c'est un réducteur. Il n'y a pas d'inversion du sens de rotation.

2.5 Train épicycloïdal

Le réducteur épicycloïdal présente l'avantage de proposer un grand rapport de réduction dans un encombrement faible avec un bon rendement (de l'ordre de 95 % pour un étage de réduction). Ils sont très souvent associés aux moteurs électriques.



2.5.1 Structure d'un train épicycloïdal



Structure et modèle de comportement cinématique d'un train épicycloïdal

Le modèle cinématique d'un **train épicycloïdal** comprend **2 engrenages en série**, notés (1)-(2) et (2)-(3) sur le schéma.

L'**ensemble intermédiaire** (2) est appelé **satellite**, les autres pignons (1) et (3) sont les **planétaires**.

Les engrenages sont donc : planétaire 1 – satellite et satellite – planétaire 2.

Les **spécificités** d'un train épicycloïdal sont que :

- le **satellite est en liaison pivot avec le porte-satellite** et le **porte-satellite est en liaison pivot avec le bâti** ;
- pour des raisons de répartition des efforts, il peut y avoir **plusieurs satellites**. La prise en compte **d'un seul** est suffisante d'un point de vue **cinématique**.

Constituants	
Porte-satellite	Pièce en liaison pivot avec le bâti et les satellites
Satellite	Ensemble engrenant avec les 2 planétaires
Planétaires	Pignon ou roue engrenant avec le satellite

2.5.2 Relations fondamentales

Par rapport au porte-satellite, un train épicycloïdal est un train plan ayant pour entrée un planétaire et pour sortie l'autre planétaire. Pour déterminer la loi entrée-sortie d'un train épicycloïdal, on considère le **train simple relativement au porte-satellite** (on bloque le porte satellite) :

Soit λ , rapport de transmission du train d'engrenages simple par rapport au porte-satellite :

$$\lambda = \frac{\omega_{PA/PS}}{\omega_{PB/PS}} = (-1)^k \frac{\text{produit des } Z \text{ roues menantes}}{\text{produit des } Z \text{ roues menées}}$$

Relation de WILLIS

$$\frac{\omega_{PA/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{PB/0} - \omega_{PS/0}} = \lambda$$

Avec PA = planétaire A (entrée) PB = planétaire B (sortie) PS = porte satellite

Exemple : soit le train épicycloïdal défini ci-contre. Le solide **1** est l'entrée, on cherche le rapport de transmission $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$

- 2 est le satellite, il engrène avec 2 pignons ;
4 est le porte satellite ;
1 et 0 sont les planétaires. 0 est aussi le bâti
- Choix : Planétaire A = 0. Planétaire B = 1 (entrée)
On pose $PA=0$ et $PB=1$.

- Transmission du train simple

$$\lambda = \frac{\omega_{PA/PS}}{\omega_{PB/PS}} = \frac{\omega_{0/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^2 \frac{Z_1}{Z_{2a}} \times \frac{Z_{2b}}{Z_0} = \lambda$$

- Relation de WILLIS

$$\frac{\omega_{PA/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{PB/0} - \omega_{PS/0}} = \lambda$$

$$\frac{\omega_{0/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \lambda$$

$$\frac{-\omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \lambda$$

$$-\omega_{4/0} = \lambda(\omega_{1/0} - \omega_{4/0})$$

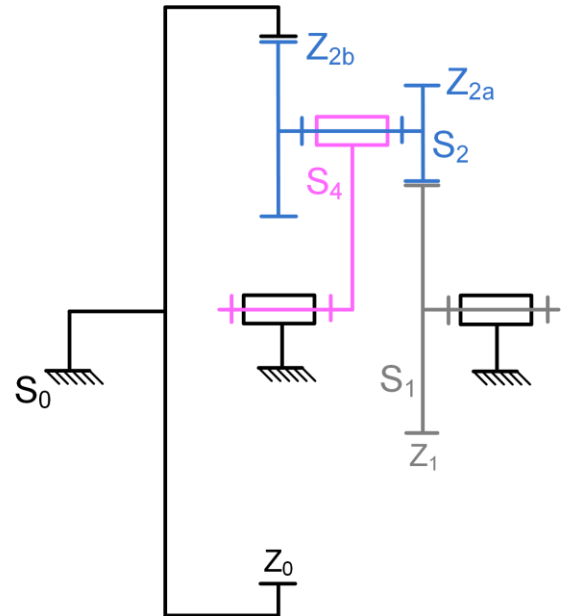
$$-\omega_{4/0} = \lambda\omega_{1/0} - \lambda\omega_{4/0}$$

$$\lambda\omega_{4/0} - \omega_{4/0} = \lambda\omega_{1/0}$$

$$\omega_{4/0}(\lambda - 1) = \lambda\omega_{1/0}$$

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\lambda}{(\lambda - 1)} = \frac{\frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_0}}{\frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_0} - 1} = \frac{\frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_0}}{\frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_0} - \frac{Z_{2a} \cdot Z_0}{Z_{2a} \cdot Z_0}} = \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_1 \cdot Z_{2b} - Z_{2a} \cdot Z_0}$$

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_1 \cdot Z_{2b} - Z_{2a} \cdot Z_0}$$



3. Transformation de mouvement

3.1 Vis-écrou

La cinématique du système vis-écrou est défini par le pas de vis p .

$$V_{vis/écrou} = \frac{p}{2\pi} \omega_{vis/écrou}$$

Rotation d'un tour \rightarrow translation de x mm



Transformation : Rotation continue en translation continue.

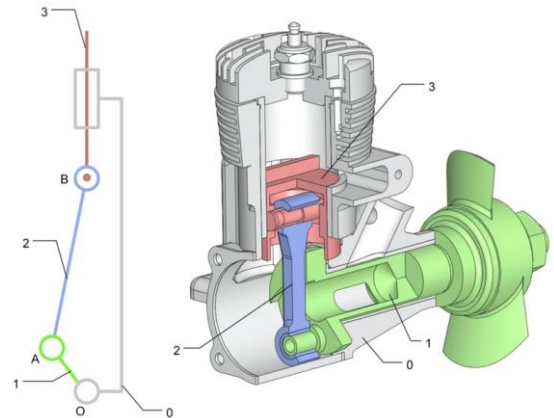
Caractéristiques : Pas de la vis et sens de l'hélice.

Réversibilité : Ce système est souvent irréversible lorsqu'on n'a pas interposition d'éléments roulants limitant le frottement.

Application : Vérin électrique, chariots de machine outils...

3.2 Système à bielle-manivelle

Ce système de transformation de mouvement est un des plus connu car il est utilisé dans les motorisations des véhicules thermiques.



Transformation : Rotation continue en translation alternative (ou l'inverse).

Caractéristiques : Excentration $e = [OA]$ et longueur bielle $L = [AB]$, points morts haut et bas sont obtenus quand O, A et B sont alignés.

Réversibilité : Oui.

Application : Moteurs thermiques, compresseurs, certaines pompes et moteurs hydrauliques...

3.3 Pignon crémaillère

Cette transformation fait partie de la famille des engrenages. La vitesse de translation de la crémaillère est fonction du diamètre de la roue dentée.

$$V_{Crémaillère} = R \cdot \omega_{pignon}$$

Transformation : Rotation continue en translation continue.

Caractéristiques : Rayon du pignon R

Réversibilité : Oui.

Application : Direction de voiture, porte de garage...

