Programme de l'exposé

Table des matières

1 Introduction

La fonction d'une boucle fermée est de ramener la mesure X ou M à la valeur de la consigne W. Il existe deux types de boucle fermée :

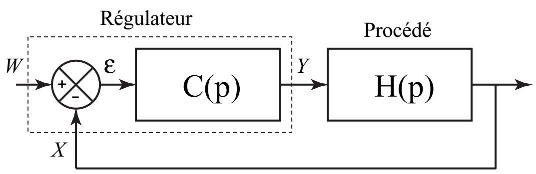
— ***Boucle d'asservissement***, aussi appelée *régulation de poursuite*. Dans ce type de boucle fermée, les perturbations sont considérées comme fixes et la *consigne variable*.

— ***Boucle de régulation***, aussi appelée *régulation de maintien*. Dans ce type de boucle fermée, la consigne est fixe et les *perturbations variables*.

2 Boucle d'asservissement

2.1 Structure générale d'une boucle d'asservissement

On rappelle que le schéma fonctionnel d'une boucle de régulation est constitué des blocs suivants.



Les signaux $w(t)$, $x(t)$,$y(t)$ et $\epsilon(t)$, représentent respectivement (cf. cours n° 1) les signaux de consigne, de mesure, de commande et d'erreur de la boucle fermée. $W(p)$, $X(p)$,$Y(p)$ et $\epsilon(p)$ représentent les transformées de Laplace de ces différents signaux. L'erreur $\epsilon(p)$ vaut :

$$\epsilon(p) = \begin{cases} X(p) - W(p) & \text{si le régulateur est à action } \textit{directe} \\ W(p) - X(p) & \text{si le régulateur est à action } \textit{inverse} \end{cases}$$

On définit les fonctions de transfert correspondant aux différents blocs de cette structure :

$$H(p) = \frac{X(p)}{Y(p)} \qquad C(p) = \frac{Y(p)}{\epsilon(p)} \qquad T(p) = \frac{X(p)}{\epsilon(p)} = C(p).H(p)$$

— $H(p)$est la fonction de transfert du procédé.

— $C(p)$est la fonction de transfert du correcteur.

— $T(p)$ est appelée *fonction de transfert en boucle ouverte* (FTBO).

2.2 Fonction de transfert en boucle fermée d'asservissement

D'aprés la structure de cette boucle, on peut déterminer la *fonction de transfert en boucle fermée* (FTBF) de l'asservissement (voir la démonstration en annexe 1) :

$$F(p) = \frac{X(p)}{W(p)} \quad \text{donc,} \quad F(p) = \frac{T(p)}{1+T(p)}$$

L'erreur statique est donnée par la formule (voir la démonstration en annexe 2) : $\epsilon(p) = \dfrac{W(p)}{1+T(p)}$

2.3 Critères de performance d'un asservissement

On juge de la qualité d'un asservissement en fonction des critères suivants :

— *précision* en régime permanent (RP)

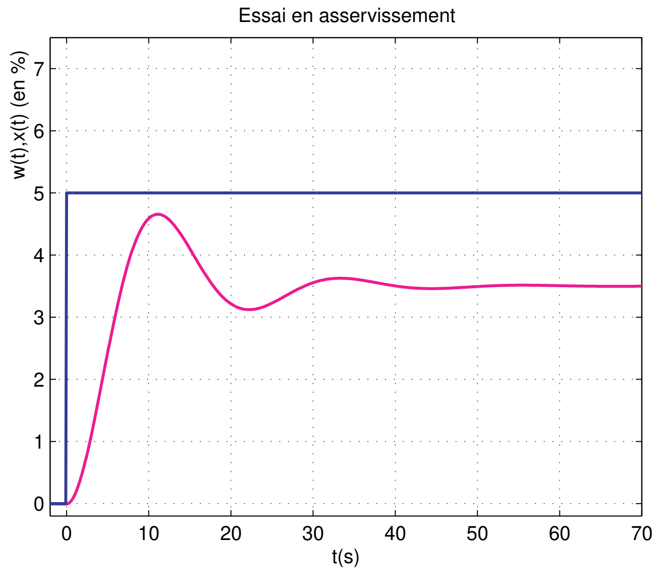
— *rapidité* (à atteindre le régime permanent)

— degré de stabilité

  — *stabilité absolue* : si la réponse du procédé ne comporte pas d'oscillations

  — ou *stabilité relative* : si la réponse du procédé présente des rebonds

A chaque critère de qualité on associe des paramètres chiffrés. Le tableau ci-dessous récapitule ces différents paramètres, et la figure ci-contre montre comment les déterminer à partir d'un essai indiciel en boucle fermée.

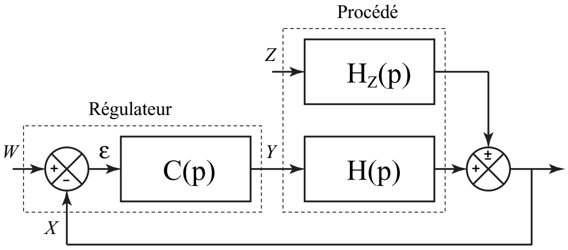


Critère	Paramètre associé	Valeur idéale
Précision	*Ecart statique relatif* : $\epsilon_{Srelatif} = \frac{\epsilon_S}{\Delta W} \cdot 100$ en %	$\epsilon_{Srelatif} = 0\%$
Rapidité	*Temps de réponse à 5%* : $t_{r5\%}$ ou t_{rBF} : durée que met la mesure pour rester entre $\pm 0,05 \times \Delta X$	$t_{r5\%}$ le plus faible possible. Un procédé est dit rapide si $\frac{t_{rBO}}{t_{rBF}} > 2$
Stabilité relative	*Premier dépassement relatif* : $D_{1relatif} = \frac{D_1}{\Delta X} \cdot 100$ en %	$D_{1relatif}$ le plus faible possible (10%Maximum). Nombre d'oscillations le plus faible possible

3 Boucle de régulation

3.1 Structure générale d'une boucle de régulation

Si l'on prend en compte l'influence des perturbations, le schéma fonctionnel d'une boucle de régulation devient :



$z(t)$ est la perturbation principale du procédé. $Z(p)$ est sa transformée de Laplace. $H_Z(p)$ est la fonction de transfert perturbatrice du procédé.

3.2 Fonction de transfert en boucle fermée de régulation

En fonction du schéma fonctionnel ci-dessus, l'expression de X(p) devient :

$$X(p) = T(p).\epsilon(p) \pm H_Z(p).Z(p)$$

On distingue alors deux cas de figure :

— *Cas n° 1* : Le signal de perturbation est constant, donc $Z(p) = 0$. La consigne varie. On fonctionne en asservissement. On retrouve l'expression de la fonction de transfert du système bouclé vue précédemment.

$$F(p) = \frac{T(p)}{1 + T(p)}$$

— *Cas n° 2* : Le signal de consigne est constant, donc $W(p) = 0$. La perturbation varie. On fonctionne en régulation. On obtient l'expression de la fonction de transfert suivante pour le système bouclé.

$$F_Z(p) = \frac{H_Z(p)}{1 + T(p)}$$

3.3 critères de performance d'une régulation

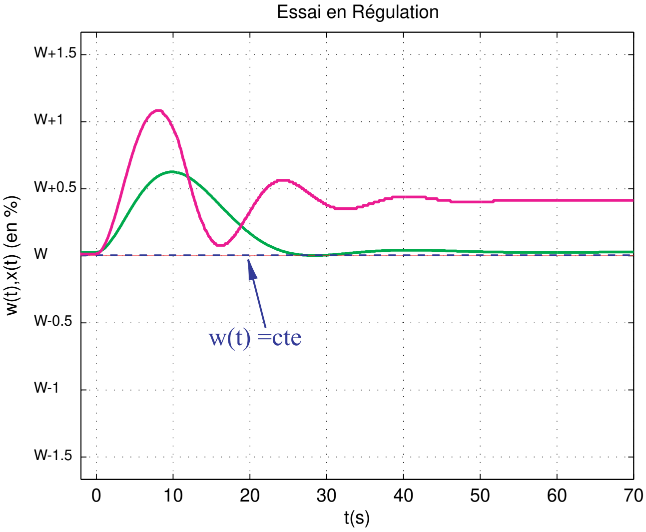
Les qualités d'une régulation sont les mêmes que celles d'un asservissement :

— la précision est liée à la valeur de l'écart statique ϵ_S,

— la rapidité est liée au temps de retour à stabilisation $tr_{0\%}$,

— la stabilité est liée au nombre d'oscillations et de l'écart relatif maximal :

$$\epsilon_{maxrelatif} = \frac{\epsilon_{max}}{W} \cdot 100 \quad (\text{en } \%)$$



4 Influence des actions Proportionnelle, Intégrale ou Dérivée

Pour étudier l'influence des différents réglages du régulateur sur le comportement de la mesure $x(t)$ en régulation et en asservissement, on s'appuiera dans cette partie sur un procédé industriel modélisé par la fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{0.25}{(1+10p)^2}$$

— Pour les essais en asservissement, on étudiera la réponse du procédé à un échelon de consigne de 5% $w(t) = 5.u(t)$.

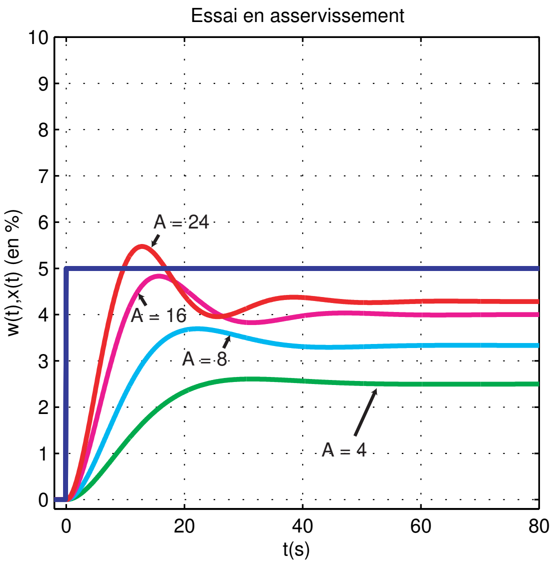
— Pour les essais en régulation, on étudiera la réponse du procédé à un échelon de perturbation de 5% $z(t) = 5.u(t)$.

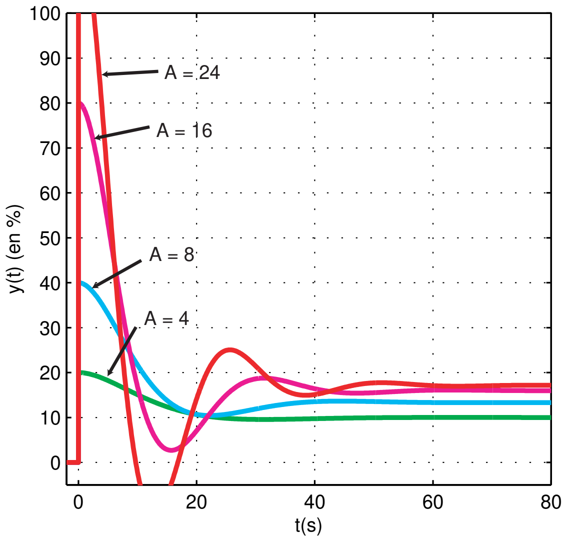
4.1 Action proportionnelle

Le rôle de l'action proportionnelle est **d'accéler la réponse de la mesure**, ce qui a pour conséquence de **réduire l'écart entre la mesure et la consigne**. La sortie de la commande $y(t)$ en sortie du régulateur est donnée par la relation :

$$y(t) = A.\epsilon(t) \quad \text{,et donc} \quad Y(p) = A.\epsilon(p)$$

A est appelé *gain du régulateur*. Mais on saisit dans certains régulateurs la *bande proportionnelle* BP : $BP = \frac{100}{A}$





Les figures ci-dessus donnent la réponse du procédé en boucle fermée à un échelon de consigne de 5% lorsque le régulateur est configuré en proportionnel seul : $A = 4, 8, 16$ ou 24, les actions intégrales et dérivées sont nulles : $Ti = OFF$ et $Td = 0$. Trois constations peuvent être faites : Plus le gain du régulateur A est élevé,

— plus le temps de montée de $x(t)$ est faible.

— plus l'écart statique ϵ_S est réduit.

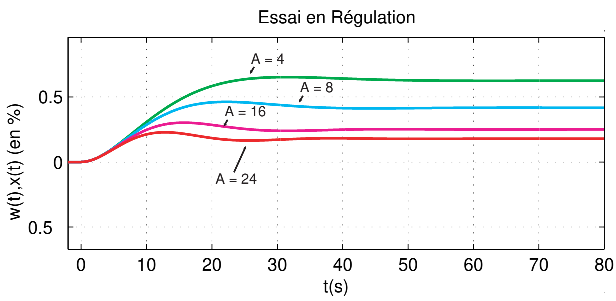
— moins le procédé est stable en boucle fermée (oscillations de plus en plus grandes de $x(t)$)

— plus l'actionneur est sollicité à $t = 0$.

Remarque : Une amplification excessive entraîne une réponse trop brusque des actionneurs, ce qui est inenvisageable dans la plupart des procédés industriels. Notamment, on observe sur la courbe ci-dessus une saturation de $y(t)$ pour une amplification de $A = 24$. En pratique, on se limite à des gains en boucle ouverte $A \times K$ de 3 ou 4.

L'influence du gain du régulateur sur l'écart statique peut se démontrer en utilisant le théorème de la valeur finale (voir TD).

L'essai en régulation réalisé ci-contre permet d'aboutir aux mêmes conclusions. Plus le gain A du régulateur est important, plus l'erreur statique est faible.



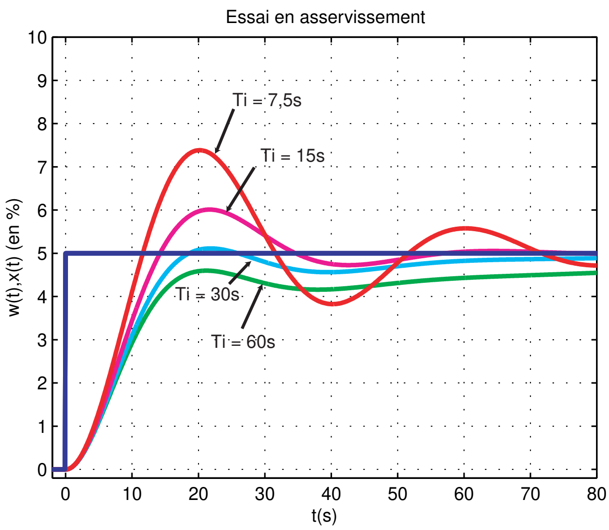
4.2 Action intégrale

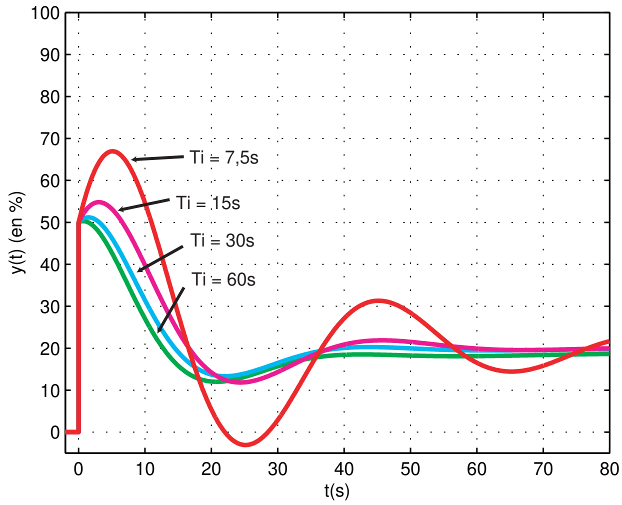
Le rôle de l'action intégrale est de **supprimer l'écart statique**. Une augmentation excessive peut toutefois déstabiliser le procédé.

$$y(t) = \frac{1}{Ti}\int_0^t \epsilon(t).dt \quad \text{,et donc} \quad Y(p) = \frac{\epsilon(p)}{Ti.p}$$

L'augmentation de l'action intégrale dans un régulateur se fait *en diminuant* la valeur du temps d'intégration Ti. Il faut donc en théorie régler la valeur de ce temps à $+\infty$ pour disposer d'une action intégrale nulle. Néanmoins, sur la plupart des régulateurs, la saisie de $Ti = 0s$ entraîne une valeur $Ti = +\infty$ et donc une action intégrale nulle. Il s'agit d'une précaution prise par les constructeurs, la saisie $Ti = 0s$ étant considérée comme une erreur de l'opérateur.
Les figures ci-dessous donnent la réponse du procédé en boucle fermée à un échelon de consigne de 5% lorsque le régulateur utilise une action intégrale $Ti = 60, 30, 15$ ou $7,5s$, l'action proportionnelle étant réglée à $A = 10$. L'action dérivée est nulle : $Td = 0$. On constate sur les essais en asservissement donnés ci-dessous : Plus le paramètre Ti du régulateur est faible,

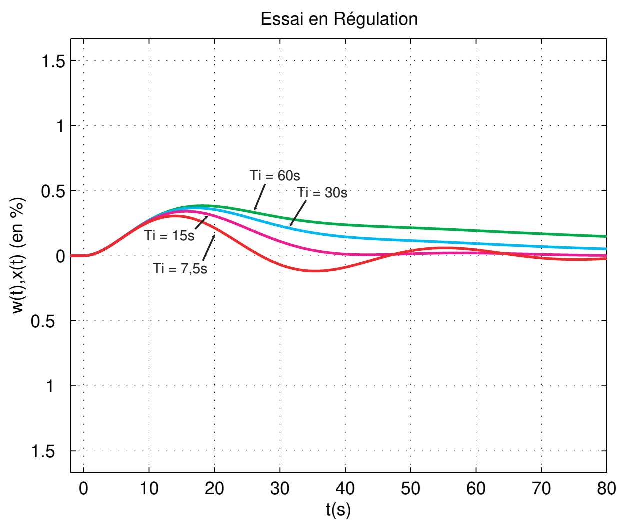
- Plus l'erreur statique est annulée rapidement
- Plus le procédé devient instable





On observe un premier dépassement croissant, à mesure que Ti diminue. Pour $Ti = 7,5s$, le premier dépassement relatif atteint la valeur de $D_{1R} = 50\%$. Il faut donc trouver une valeur de Ti permettant d'assurer un compromis entre une annulation rapide de l'écart mesure-consigne, et un premier dépassement acceptable. On parle de **compromis stabilité-précision**.

En ce qui concerne l'essai en régulation, on constate qu'une diminution de Ti entraîne une baisse de la valeur du dépassement, ce qui est contraire à ce qui avait été observé en asservissement. Par contre, une valeur excessive de Ti entraîne des oscillations qui retardent le retour à l'équilibre. Une même valeur de Ti donnera donc parfois un dépassement inacceptable en asservissement et une bon comportement en régulation. On a coutume de dire que la régulation nécessite des réglages plus durs que les réglages en asservissement.



4.3 Action dérivée

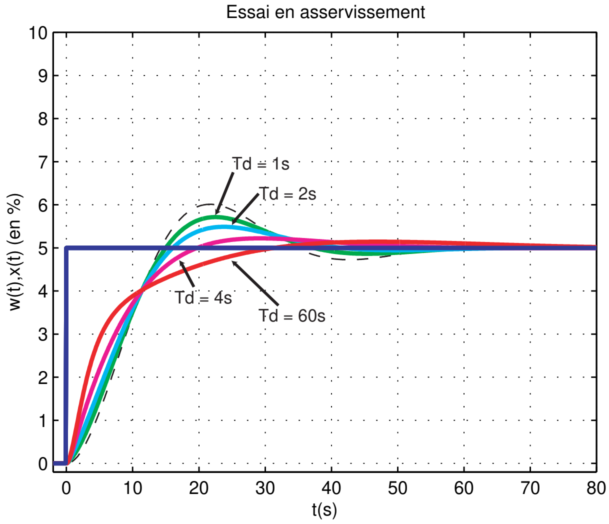
L'action dérivée sert à **compenser le temps mort du procédé**. Utilisée avec modération, elle permet également de stabiliser le procédé et notamment de **minimiser l'importance du premier dépassement**. L'augmentation de l'action dérivée dans un régulateur se fait en augmentant la constante de temps de l'action dérivée Td.

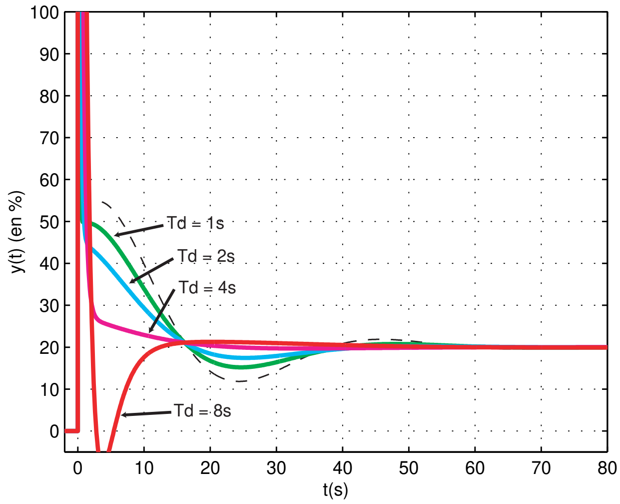
$$y(t) = Td.\frac{d}{dt}\epsilon(t) \quad \text{,et donc} \quad Y(p) = Td.p.\epsilon(p)$$

L'augmentation de l'action dérivée dans un régulateur se fait en augmentant Td.

Les figures ci-dessous donnent la réponse du procédé en boucle fermé à un échelon de consigne de 5% lorsque le régulateur utilise une action proportionnelle, intégrale et dérivée : $Td = 1, 2, 4$ ou $8s$, l'action proportionnelle est réglée à $A = 10$. L'action intégrale est réglée à : $Ti = 15s$. On constate sur les essais en asservissement donnés ci-dessous : Plus le paramètre Td du régulateur est important,

- Moins le premier dépassement est important
- Plus l'actionneur est sollicité à $t = 0$



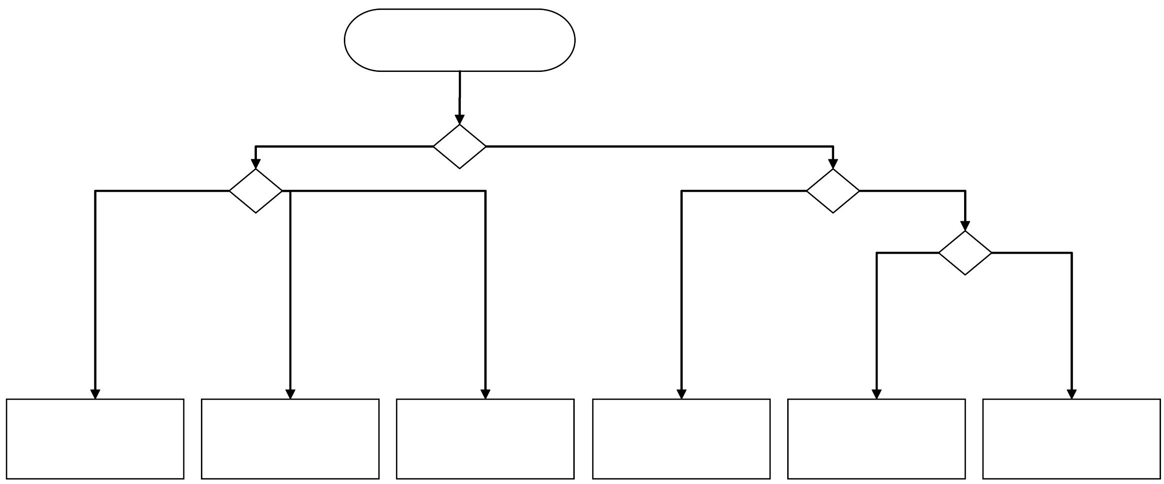


En effet, sur un échelon de consigne, la variation de l'écart mesure-consigne est infinie, ce qui entraîne une **saturation de l'actionneur**. Pour éviter ce phénomène, la plupart des régulateurs sont configurables de manière à ce que l'action dérivée ne porte **que sur la mesure** (voir CRS n° 9). En effet, la mesure d'un procédé physique varie rarement d'une manière brutale.

La mesure est souvant parasitée, c'est pourquoi l'action dérivée comporte un **terme de filtrage** (voir CRS n° 9).

5 Méthodes de réglage

Il existe de nombreuses méthodes de détermination des réglages des régulateurs PID. Les méthodes suivantes sont adaptées à la plupart des procédés vus en CIRA, dans le cas d'une boucle simple.



6 annexe1

$F(p) = \frac{T(p)}{1+T(p)}$ **: Détermination de la formule**

$$X(p) = T(p) \cdot \epsilon(p)$$

, or $\epsilon(p) = W(p) - X(p)$, donc

$$X(p) = T(p) \left(W(p) - X(p)\right)$$

$$X(p) = T(p) \cdot W(p) - T(p) \cdot X(p)$$

$$X(p) \left(1 + T(p)\right) = T(p) \cdot W(p)$$

$$\frac{X(p)}{W(p)} = \frac{T(p)}{1 + T(p)}$$

or $F(p) = \frac{X(p)}{W(p)}$ par définition, donc

$$F(p) = \frac{T(p)}{1 + T(p)}$$

7 annexe2

$\epsilon(p) = \frac{W(p)}{1+T(p)}$ **: Détermination de la formule**

$$\epsilon(p) = W(p) - X(p)$$

, or $X(p) = T(p) \cdot \epsilon(p)$, donc

$$\epsilon(p) = W(p) - T(p) \cdot \epsilon(p)$$

$$\epsilon(p) \left(1 + T(p)\right) = W(p)$$

$$\epsilon(p) = \frac{W(p)}{1 + T(p)}$$