

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηγανικών και Μηγανικών Υπολογιστών Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

## Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Άρ. Παγουρτζής, Δ. Φωτάκης, Δ. Σούλιου

3η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 18/2/2025

## Άσκηση 1: Συντόμευση Διαδρομής

Είμαστε στην αγαπημένη μας παραλία, όπου έχουμε πάει για μια χειμερινή βουτιά, και πρέπει να φτάσουμε σπίτι μας, για μια πολύ σημαντική τηλεδιάσκεψη, σε B ώρες ακριβώς!

Γνωρίζουμε το οδικό δίκτυο της χώρας, το οποίο αποτελείται από N πόλεις (αριθμημένες από 1 μέχρι N) και M δρόμους μονής κατεύθυνσης. Κάθε δρόμος e=(u,v) μας επιτρέπει να ταξιδέψουμε από την πόλη u, στη μία άκρη του, στην πόλη v, στην άλλη άκρη, σε  $\ell(e)$  ώρες. Η αγαπημένη μας παραλία βρίσκεται στην πόλη s και το σπίτι μας στην πόλη t. Υπό κανονικές συνθήκες, φαίνεται αδύνατον να διανύσουμε την απόσταση από την πόλη s στην πόλη t σε B μόλις ώρες. Ευτυχώς, όμως, το υπερσύγχρονο αυτοκίνητό μας έχει τη δυνατότητα να κινηθεί αστραπιαία κατά μήκος ενός δρόμου. Όταν συμβαίνει αυτό σε έναν δρόμο e=(u,v), διανύουμε την απόσταση από την πόλη u στην πόλη v σε ελάχιστα λεπτά, μηδενίζοντας πρακτικά το  $\ell(e)$ . Δυστυχώς αυτή η δυνατότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί λίγες φορές σε όλη τη διάρκεια ζωής του αυτοκινήτου μας.

Θέλουμε λοιπόν να υπολογίσουμε το ελάχιστο πλήθος δρόμων, όπου αν κινηθούμε αστραπιαία, μηδενίζοντας πρακτικά το χρόνο που χρειάζεται για να τους διασχίσουμε, θα καταφέρουμε να φτάσουμε από την αγαπημένη μας παραλία, στην πόλη s, στο σπίτι μας, στην πόλη t, σε B ώρες το πολύ, ώστε να είμαστε στην ώρα μας για την τηλεδιάσκεψη.

**Δεδομένα Εισόδου:** Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει από το standard input ένα κατευθυνόμενο γράφημα που αναπαριστά το οδικό δίκτυο της χώρας, τις πόλεις s και t, και το χρόνο B που έχουμε στη διάθεσή μας. Στην πρώτη γραμμή, θα δίνονται 5 φυσικοί αριθμοί, το πλήθος N των πόλεων, το πλήθος M των δρόμων, η πόλη sόπου βρίσκεται η αγαπημένη μας παραλία, η πόλη t όπου βρίσκεται το σπίτι μας, και ο χρόνος B (σε ώρες) που έχουμε στη διάθεσή μας. Θα ακολουθούν M γραμμές που περιγράφουν έναν δρόμο μονής κατεύθυνσης η κάθε μία. Στην i-οστή γραμμή, θα δίνονται 3 φυσικοί αριθμοί, που αντιστοιχούν στην αρχική πόλη  $u_i$  και στην τελική πόλη  $v_i$  του i-οστού δρόμου, και στη χρονική διάρκεια  $\ell_i$  (σε ώρες) που χρειάζεται για να διανύσουμε τον i-οστό δρόμο  $e_i = (u_i, v_i)$ .

**Δεδομένα Εζόδου:** Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) έναν ακέραιο που αντιστοιχεί στο ελάχιστο πλήθος δρόμων, όπου αν κινηθούμε με πολύ μεγάλη ταχύτητα, θα καταφέρουμε να φτάσουμε από την πόλη s στην πόλη t, σε B ώρες το πολύ.

Περιορισμοί:	Παράδειγμα Εισόδου:	Παράδειγμα Εξόδου:
$3 \le N \le 1.000$	6 9 3 6 15	2
$3 \le M \le 10.000$	2 1 4	
$1 \le B \le 10^9$	3 2 7	
$1 \le \ell_i \le 10^6$	4 5 6	
$1 \le s, t \le N, s \ne t$	1 3 8	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	1 4 4	
Όριο μνήμης: 64 ΜΒ.	5 2 8	
	5 6 10	
	1 5 5	
	4 2 5	

Σε testcases που αντιστοιχούν στο 25% της βαθμολογίας, θα υπάρχει ακριβώς μία διαδρομή από την s στην t. Σε testcases που αντιστοιχούν στο 25% της βαθμολογίας, θα είναι  $N \leq 100$  και  $M \leq 1000$ .

Εξήγηση Παραδείγματος: Θέλουμε να πάμε από την πόλη 3 στην πόλη 6 και έχουμε 15 ώρες στη διάθεσή μας. Αν κινηθούμε αστραπιαία στους δρόμους (3,2) και (2,1), ουσιαστικά μηδενίζοντας τα αντίστοιχα μήκη, μπορούμε να φτάσουμε στην πόλη 6 σε 15 ώρες ακριβώς. Υπάρχουν και άλλοι συνδυασμοί ζευγαριών δρόμων στους οποίους αν κινηθούμε αστραπιαία, θα φτάσουμε έγκαιρα στην πόλη 6 (π.χ.,  $\{(1,5),(5,6)\}$ ) ή  $\{(3,2),(5,6)\}$ ). Δεν υπάρχει όμως τρόπος να φτάσουμε έγκαιρα στην πόλη 6 κινούμενοι αστραπιαία σε έναν μόνο δρόμο.