

머신러닝 3장

(회귀 알고리즘과 모델 규제)

혼자 공부하는 머신러닝+딥러닝

목차

- k -최근접 이웃 회귀
- 선형 회귀
- 특성 공학과 규제
- 마무리 정리

03-1 k-최근접 이웃 회귀

회귀 (Regression)

■ 지도 학습 (Supervised Learning)

- 훈련을 위한 데이터(training data)와 정답이 필요

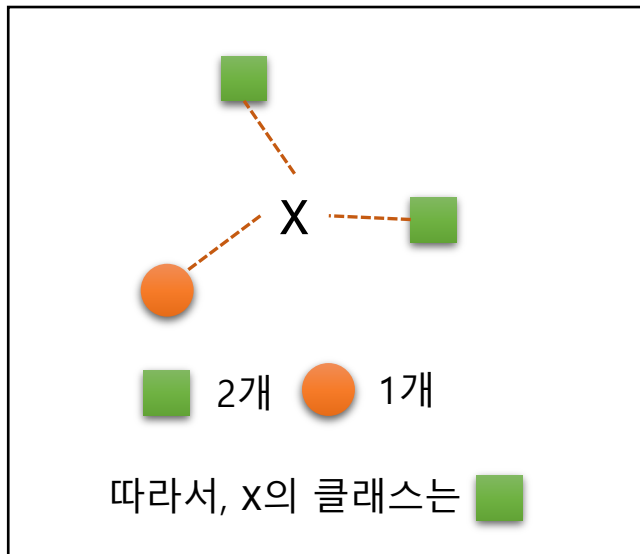
훈련 데이터 = 입력(input) + 정답(target)

- 알고리즘이 정답을 맞추는지 학습
- 분류(Classification): 2장
 - 테스트 세트의 샘플을 정확하게 분류한 개수의 비율: 정확도
 - 정답을 맞힌 개수의 비율 (정확도)
- 회귀(Regression)
 - 두 변수 사이의 상관 관계를 분석하는 방법
 - 기존 데이터를 이용해서 임의의 숫자를 예측하는 문제: 결정계수(R^2)
 - 정확한 숫자를 맞춘다는 것은 불가능
 - Example
 - 내년 경제 성장률 예측
 - 배달 도착 시간 예측
 - 농어의 무게 예측

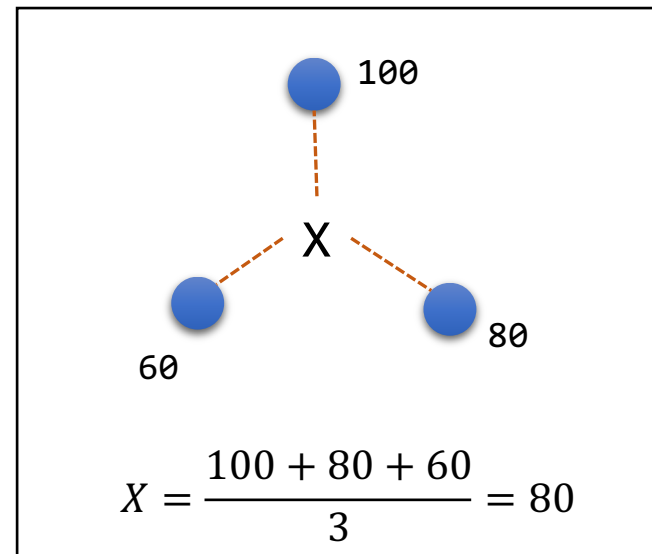
k-최근접 이웃 회귀

- k-최근접 이웃 분류 (2장)
 - 예측하려는 샘플에 가장 가까운 이웃을 k개를 선택
 - 이웃들의 클래스를 확인
 - 샘플 주변의 다수의 클래스를 샘플의 클래스로 예측
- k-최근접 이웃 회귀
 - 예측하려는 샘플에 가장 가까운 이웃 k개를 선택
 - 이웃의 평균을 구함

k-최근접 이웃 분류



k-최근접 이웃 회귀



데이터 준비

- 농어(perch)의 길이로 무게를 잘 예측할 수 있을까?

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

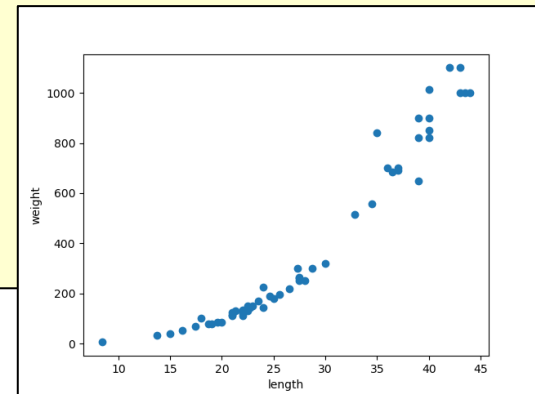


```
perch_length = np.array([8.4, 13.7, 15.0, 16.2, 17.4, 18.0, 18.7, 19.0, 19.6, 20.0,
                        21.0, 21.0, 21.0, 21.3, 22.0, 22.0, 22.0, 22.0, 22.0, 22.5,
                        22.5, 22.7, 23.0, 23.5, 24.0, 24.0, 24.6, 25.0, 25.6, 26.5,
                        27.3, 27.5, 27.5, 27.5, 28.0, 28.7, 30.0, 32.8, 34.5, 35.0,
                        36.5, 36.0, 37.0, 37.0, 39.0, 39.0, 39.0, 40.0, 40.0, 40.0,
                        40.0, 42.0, 43.0, 43.0, 43.5, 44.0])

perch_weight = np.array([5.9, 32.0, 40.0, 51.5, 70.0, 100.0, 78.0, 80.0, 85.0, 85.0,
                        110.0, 115.0, 125.0, 130.0, 120.0, 120.0, 130.0, 135.0, 110.0, 130.0,
                        150.0, 145.0, 150.0, 170.0, 225.0, 145.0, 188.0, 180.0, 197.0, 218.0,
                        300.0, 260.0, 265.0, 250.0, 250.0, 300.0, 320.0, 514.0, 556.0, 840.0,
                        685.0, 700.0, 700.0, 690.0, 900.0, 650.0, 820.0, 850.0, 900.0, 1015.0,
                        820.0, 1100.0, 1000.0, 1100.0, 1000.0, 1000.0])
```

산점도 확인

```
plt.scatter(perch_length, perch_weight)
plt.xlabel('length')
plt.ylabel('weight')
plt.show()
```



훈련 세트와 테스트 세트 준비

- `train_test_split()` 함수 사용
 - 1개의 데이터 세트(`perch_length`)만 사용
 - `scikit-learn`의 훈련 세트는 2차원 배열을 사용
 - 입력 데이터 세트를 2차원 배열 형태로 변경이 필요
 - `reshape(row, col)` 함수 사용
 - `(42,)` -> `(42, 1)` 형태로 변경

```
from sklearn.model_selection import train_test_split

train_input, test_input, train_target, test_target = train_test_split(
    perch_length, perch_weight, random_state=42)

print(train_input.shape, test_input.shape)
# reshape(-1, 1): -1: 행의 크기를 자동 지정
train_input = train_input.reshape(-1, 1) # 2차원 배열로 변경
test_input = test_input.reshape(-1, 1) # 2차원 배열로 변경

print(train_input.shape, test_input.shape)
```

```
(42,) (14,)
(42, 1) (14, 1)
```

k-최근접 이웃 회귀 알고리즘 정확도 계산

- k-최근접 이웃 회귀 알고리즘
 - `KNeighborsRegressor` 클래스 사용
 - `n_neighbors`: 기본 값=5

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsRegressor

knr = KNeighborsRegressor()
# 모델 훈련
knr.fit(train_input, train_target)

# score(): 훈련 모델 점수 확인, 결정 계수( $R^2$ )를 리턴
print(knr.score(test_input, test_target))
```

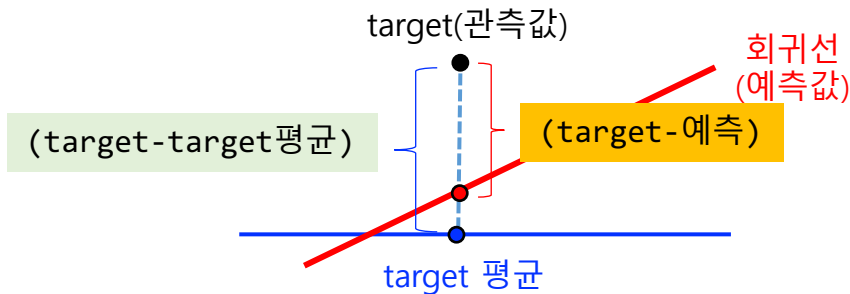
0.992809406101064

결정 계수

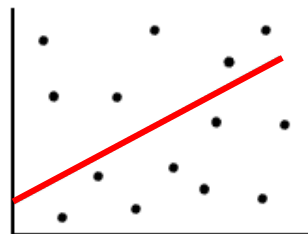
- `score()`
 - 결정 계수(R^2)를 리턴함
 - 출력하는 값이 높을수록 정확도가 높음

결정 계수(R^2)

- 결정 계수 (R^2) 값
 - 회귀식이 얼마나 정확한지를 나타내는 숫자 ($0 \leq R^2 \leq 1$)
 - 0에 가까울수록, 회귀식의 정확도는 낮음
 - 1에 가까울수록, 회귀식의 정확도는 높음

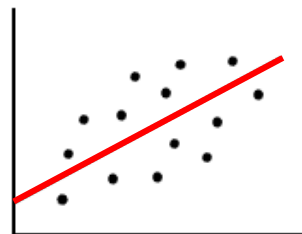


$$R^2 = 1 - \frac{(target - 예측)^2 \text{의 합}}{(target - target\text{평균})^2 \text{의 합}}$$

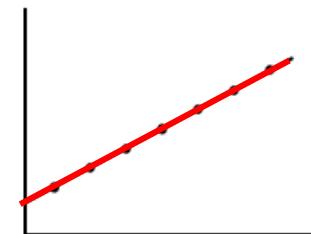


$R^2 = 0$

평균값과 예측값이 비슷
(분모, 분자가 비슷)



$R^2 = 0.5$



$R^2 = 1$

$(target - 예측)^2$ 의 값이 작아져야 됨
(분자가 0에 가까워짐)

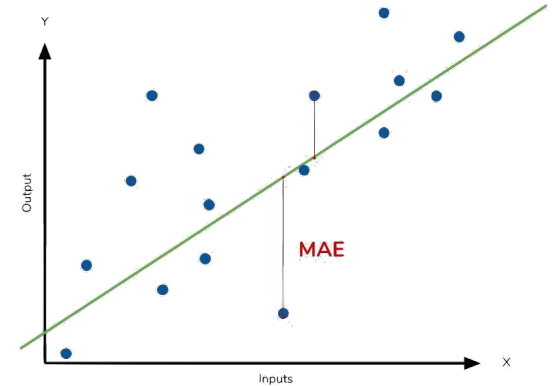
mean_absolute_error

■ mean_absolute_error (MAE): 평균 절대 오차

- 타킷(실제 값)과 예측 값의 절대값 오차 평균

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |target_i - 예측값_i|$$

- 절대값을 사용: **에러의 크기를 반영**
- sklearn.metrics 패키지 포함



```
from sklearn.metrics import mean_absolute_error

# 테스트 세트에 대한 예측값 계산
test_prediction = knr.predict(test_input)

# 테스트 세트에 대한 평균 절대 오차 계산
mae = mean_absolute_error(test_target, test_prediction)
print(mae)
```

19.157142857142862 # 19g 정도의 오차 발생

과대적합 vs 과소적합

- 과대적합(Overfitting)
 - 훈련 세트에만 잘 맞는 모델
 - 테스트 세트에서는 점수가 굉장히 나쁨
 - 일반성이 떨어짐
- 과소적합(Underfitting)
 - 훈련 세트보다 테스트 세트의 점수가 높거나,
 - 훈련 세트와 테스트 세트의 두 점수가 모두 낮음
 - 모델이 너무 단순해서 훈련 세트로 훈련이 되지 않은 경우
- 앞 예제에서 훈련 세트와 테스트 세트의 score() 비교
 - 테스트 세트의 점수가 더 높음: 과소 적합(underfitting)

```
# 테스트 세트를 사용하여 R2값 계산  
print(knr.score(test_input, test_target))
```

0.992809406101064

테스트 세트의 값

```
# 훈련 세트 R2값 계산  
print(knr.score(train_input, train_target))
```

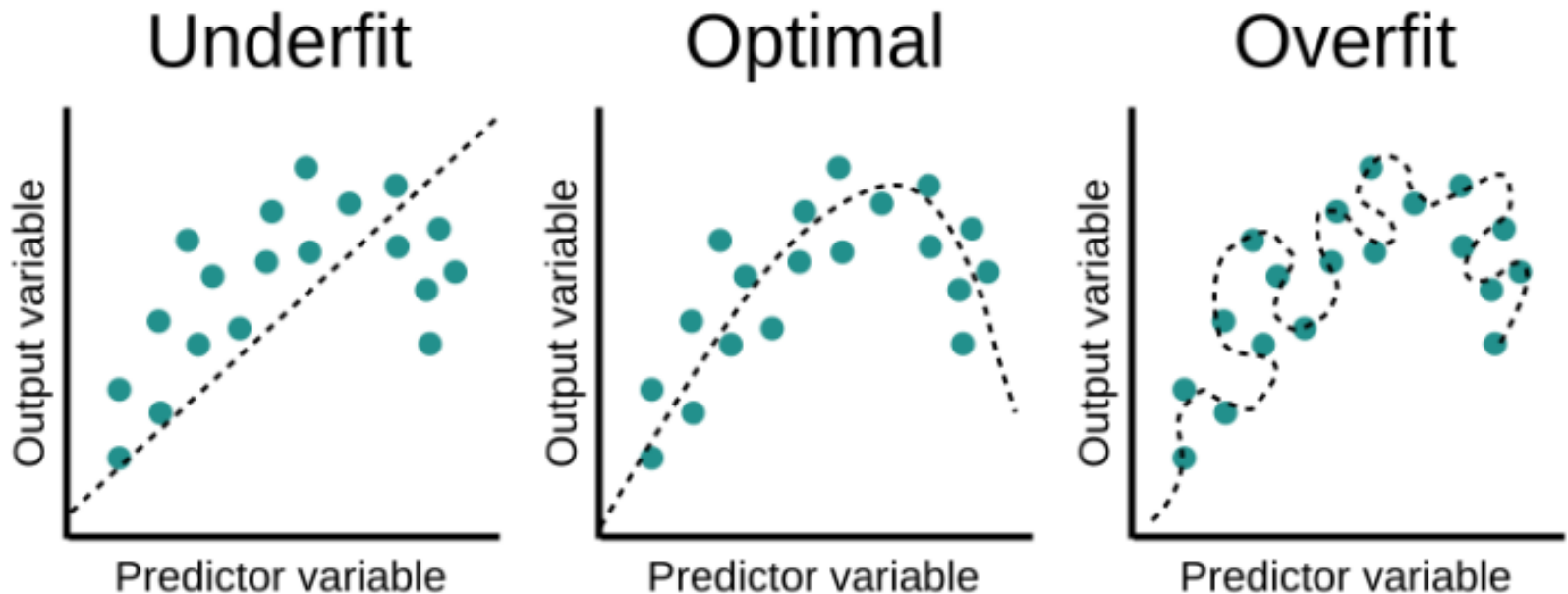
0.9698823289099254

훈련 세트의 값

>

과대적합 vs 과소적합

- 과대적합, 과소적합



모델 개선: 이웃 개수 줄이기

- 과소 적합 해결 방안: 이웃의 개수 줄임
 - 기본 값 5에서 `n_neighbors = 3`으로 변경
 - 모델이 더 복잡해짐
 - 훈련 세트의 국지적 패턴에 더 민감해짐

```
knr.n_neighbors = 3
```

```
# 모델을 다시 훈련
```

```
knr.fit(train_input, train_target)
```

```
print(" 훈련 데이터로 모델의 정확도 점수 계산: ",
```

```
      knr.score(train_input, train_target))
```

```
print(" 테스트 데이터로 모델의 정확도 점수 계산: ",
```

```
      knr.score(test_input, test_target))
```

훈련 데이터로 모델의 정확도 점수 계산: 0.9804899950518966

테스트 데이터로 모델의 정확도 점수 계산: 0.9746459963987609

훈련 데이터의 점수가 높아짐
(기준: 0.9698823289099254)

이웃의 수에 따른 그래프 비교

- k-최근접 회귀 알고리즘에서 이웃의 수 변경: 1, 5, 10
 - 농어의 길이를 5~45까지 변경하면서 무게 예측

```
# k-최근접 이웃 회귀 객체 생성  
knr = KNeighborsRegressor()
```

```
# x: 농어의 길이 (5 ~ 45까지 범위 설정)  
x = np.arange(5, 45).reshape(-1, 1)  
# n=1, 5, 10일 때 예측 결과 그래프  
for n in [1, 5, 10]:
```

```
    # 모델 훈련
```

```
    knr.n_neighbors = n  
    knr.fit(train_input, train_target)
```

```
# 지정한 범위 x(농어의 길이)에 대한 농어 무게 예측하기  
prediction = knr.predict(x)
```

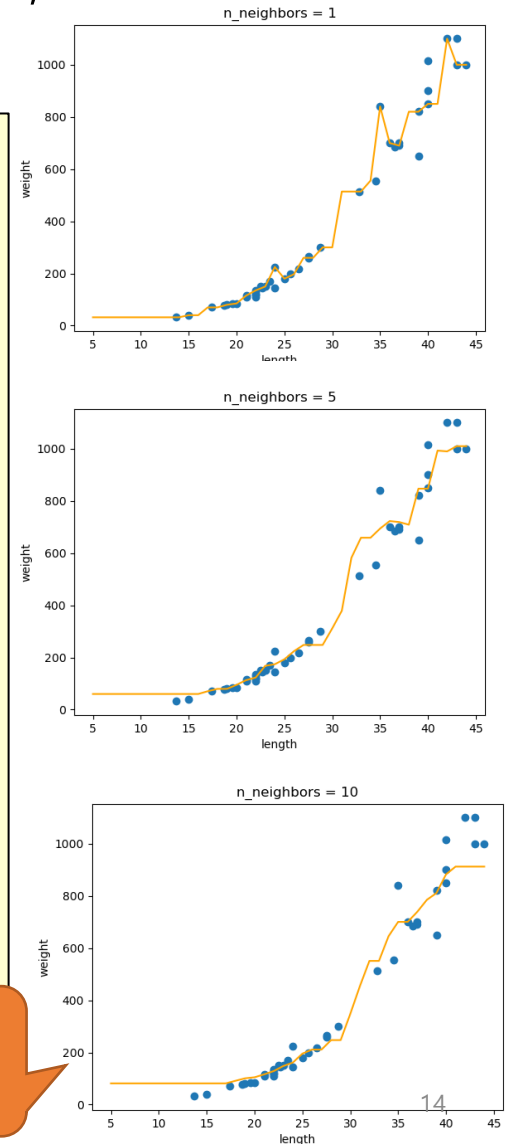
```
# 훈련 세트와 예측 결과 그래프 그리기
```

```
plt.scatter(train_input, train_target, label='train set')  
plt.plot(x, prediction, label='prediction', color='orange')
```

```
plt.title('n_neighbors = {}'.format(n))  
plt.xlabel('length')  
plt.ylabel('weight')  
plt.show()
```

n_neighbors의 값을
1, 5, 10으로
증가시키면서 모델 훈련

n의 값이 커질수록
모델이 단순
(과소적합)



마무리 정리

- 회귀(Regression)
 - 임의의 수치를 예측하는 문제
 - k-최근접 이웃 회귀
 - 가장 가까운 이웃 샘플을 찾고 타깃값을 평균하여 예측
- 과대 적합(Overfitting)
 - 훈련 세트에만 잘 맞음 (일반성이 떨어짐)
 - 훈련 세트의 성능 > 테스트 세트 성능
- 과소 적합(Underfitting)
 - 모델이 단순하여 훈련 세트의 패턴을 모두 잡아내지 못함
 - 훈련 세트와 테스트 세트의 성능이 모두 낮거나
 - 훈련 세트의 성능 < 테스트 세트의 성능

03-2 선형 회귀

k-최근접 이웃 알고리즘의 문제점 #1

- k-최근접 이웃 회귀 알고리즘의 문제점
 - 가장 가까운 샘플을 찾아 평균값 계산
 - 새로운 샘플이 훈련 세트의 범위를 벗어나면 잘못된 예측을 함

```
import numpy as np

perch_length = np.array([8.4, 13.7, 15.0, 16.2, 17.4, 18.0, 18.7, 19.0, 19.6, 20.0,
                        21.0, 21.0, 21.0, 21.3, 22.0, 22.0, 22.0, 22.0, 22.0, 22.5,
                        22.5, 22.7, 23.0, 23.5, 24.0, 24.0, 24.6, 25.0, 25.6, 26.5,
                        27.3, 27.5, 27.5, 27.5, 28.0, 28.7, 30.0, 32.8, 34.5, 35.0,
                        36.5, 36.0, 37.0, 37.0, 39.0, 39.0, 39.0, 40.0, 40.0, 40.0,
                        40.0, 42.0, 43.0, 43.0, 43.5, 44.0])

perch_weight = np.array([5.9, 32.0, 40.0, 51.5, 70.0, 100.0, 78.0, 80.0, 85.0, 85.0,
                        110.0, 115.0, 125.0, 130.0, 120.0, 120.0, 130.0, 135.0, 110.0, 130.0,
                        150.0, 145.0, 150.0, 170.0, 225.0, 145.0, 188.0, 180.0, 197.0, 218.0,
                        300.0, 260.0, 265.0, 250.0, 250.0, 300.0, 320.0, 514.0, 556.0, 840.0,
                        685.0, 700.0, 700.0, 690.0, 900.0, 650.0, 820.0, 850.0, 900.0, 1015.0,
                        820.0, 1100.0, 1000.0, 1100.0, 1000.0, 1000.0])
```

k-최근접 이웃 알고리즘의 문제점 #2

- 훈련 세트 밖의 샘플 예측
 - 50cm, 100cm 길이의 농어 무게 예측: 동일한 예측값

```
from sklearn.model_selection import train_test_split

# 훈련 세트와 테스트 세트로 나눔
train_input, test_input, train_target, test_target = train_test_split(
    perch_length, perch_weight, random_state=42)

# 훈련 세트와 테스트 세트를 2차원 배열로 변경
train_input = train_input.reshape(-1, 1)
test_input = test_input.reshape(-1, 1)

from sklearn.neighbors import KNeighborsRegressor

knr = KNeighborsRegressor(n_neighbors=3)
# k-최근접 이웃 회귀 모델을 훈련
knr.fit(train_input, train_target)

print('50cm:', knr.predict([[50]]))
print('100cm:', knr.predict([[100]]))
```

100cm 농어의 예측값은
50cm 농어의 예측값과
동일: 1033g

```
50cm: [1033.33333333]
100cm: [1033.33333333]
```

k-최근접 이웃 알고리즘의 문제점 #3

- 50cm, 100cm 길이의 농어의 이웃 및 산점도 비교

```
# 50cm 농어의 이웃을 구함
distances_50, indexes_50 = knr.kneighbors([[50]])
# 100cm 농어의 이웃을 구함
distances_100, indexes_100 = knr.kneighbors([[100]])

# 훈련 세트의 산점도
plt.scatter(train_input, train_target, label='train set')

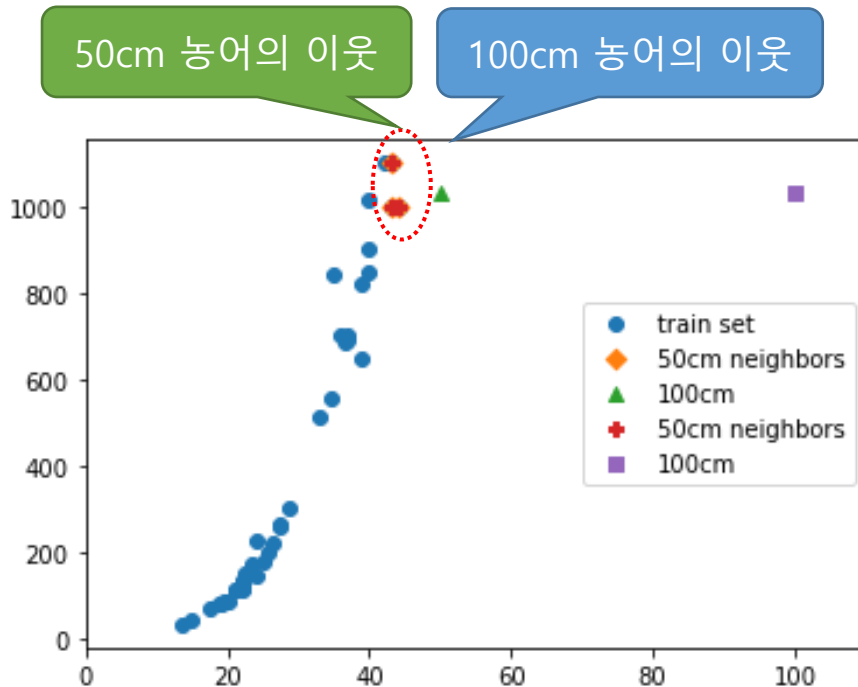
# 훈련 세트 중에서 50cm 농어의 이웃 데이터만 다시 그림
plt.scatter(train_input[indexes_50], train_target[indexes_50],
            marker='D', label='50cm neighbors')
# 50cm 농어 데이터
plt.scatter(50, 1033, marker='^', label='100cm')

# 훈련 세트 중에서 100cm 농어의 이웃 데이터만 다시 그림
plt.scatter(train_input[indexes_100], train_target[indexes_100],
            marker='P', label='100cm neighbors')
# 100cm 농어 데이터
plt.scatter(100, 1033, marker='s', label='100cm')

plt.xlim(0, 110)
plt.legend(loc=5)
plt.show()
```

k-최근접 이웃 회귀 알고리즘의 문제점 #4

50cm 농어와 100cm 농어의 이웃 비교



훈련데이터에서 이웃 데이터의 인덱스 확인

```
print('50cm neighbor indexes:', indexes_50)  
print('100cm neighbor indexes:', indexes_100)
```

```
50cm neighbor indexes: [[34  8 14]]  
100cm neighbor indexes: [[34  8 14]]
```

이웃 데이터의 무게 평균 계산

```
print(np.mean(train_target[indexes_50]))  
print(np.mean(train_target[indexes_100]))
```

```
1033.3333333333333  
1033.3333333333333
```

k-최근접 이웃 회귀: 이웃의 평균을 구함

- 50cm 농어의 이웃과 100cm 농어의 이웃이 동일함
- 서로 다른 길이의 무게 예측: 이웃의 평균값을 사용
- 50cm 농어와 100cm 농어의 무게 예측값(1033g)이 동일한 문제점 발생

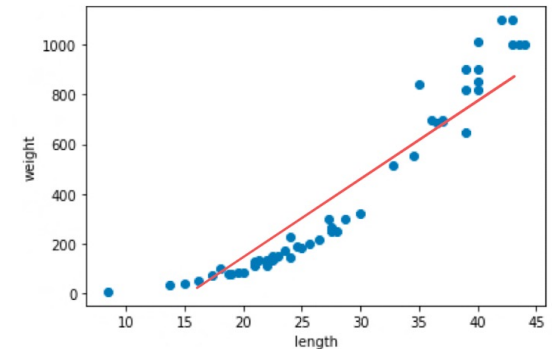
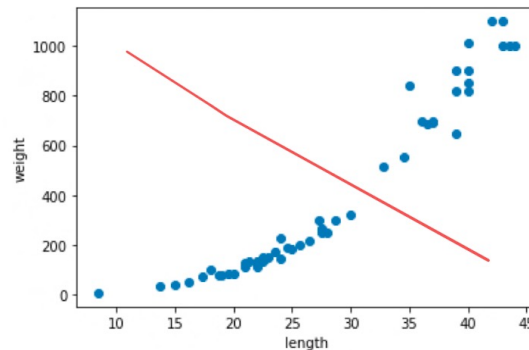
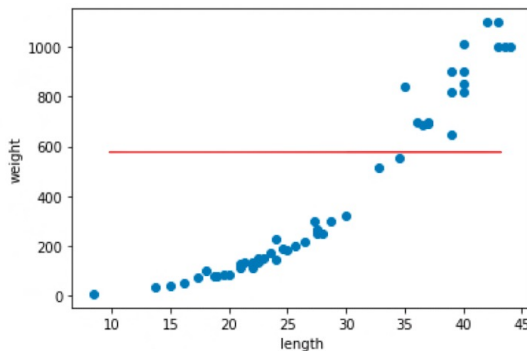
해결 방안?

선형 회귀(Linear Regression)

■ 선형 회귀

- 데이터를 가장 잘 표현할 수 있는 직선 방정식을 찾는 알고리즘
- 특성과 타킷 사이의 관계를 가장 잘 나타내는 선형 방정식을 찾음
 - 특성과 타킷 사이의 관계: 선형 방정식의 계수(기울기)와 절편에 저장
- `LinearRegression` 클래스 사용
 - `sklearn.linear_model` 패키지
 - `fit()`, `score()`, `predict()` 메소드

머신러닝 알고리즘이
해당 직선을 찾음



훈련 데이터를 이용한 직선 방정식 구하기

```
from sklearn.linear_model import LinearRegression

lr = LinearRegression()
# 선형 회귀 모델 훈련
lr.fit(train_input, train_target)
# 50cm 농어에 대한 예측
print('50cm: ', lr.predict([[50]]))

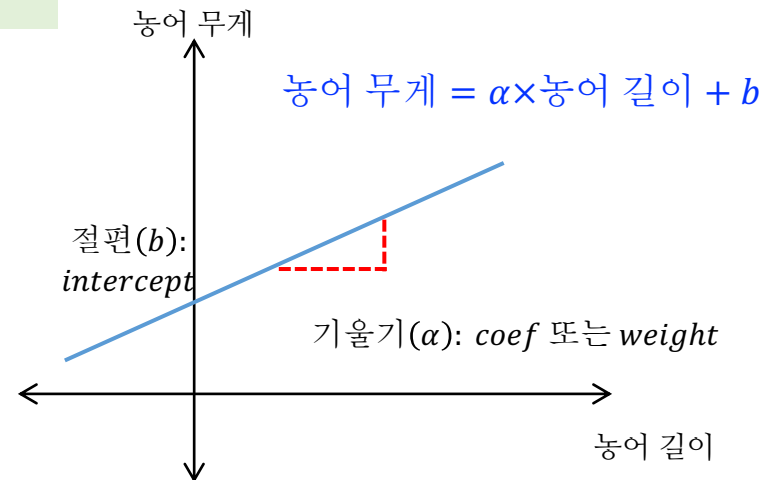
# 기울기(a): coef_, 절편(bias): intercept_
print(lr.coef_, lr.intercept_)
```

```
50cm: [1241.83860323]
[39.01714496] -709.0186449535477
```

하나의 특성(농어의 길이)만 사용
했기 때문에 배열의 원소는 1개

기울기(α) = 39.01714496

절편(b) = -709.0186449535477



산점도 및 직선 그래프 그리기

■ 기울기와 절편을 이용한 1차 방정식 그래프

```
import matplotlib.pyplot as plt

plt.scatter(train_input, train_target)

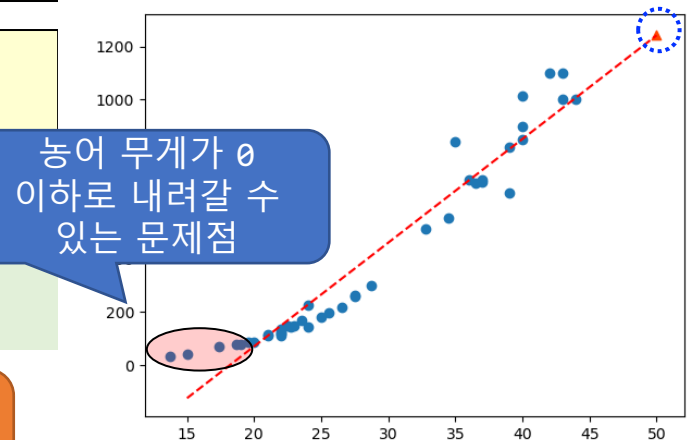
# 15에서 50까지 1차 방정식 그래프 그리기
# plot([x축 데이터:시작, 끝], [y축 데이터:시작, 끝])
plt.plot([15, 50], [15*lr.coef_ + lr.intercept_, 50*lr.coef_ + lr.intercept_],
         color='red', linestyle='--')

# 50cm 농어 데이터
plt.scatter(50, 1241.8, marker='^', color='orangered')
plt.show()
```

```
print('train data score: ',
      lr.score(train_input, train_target))
print('test data score: ',
      lr.score(test_input, test_target))
```

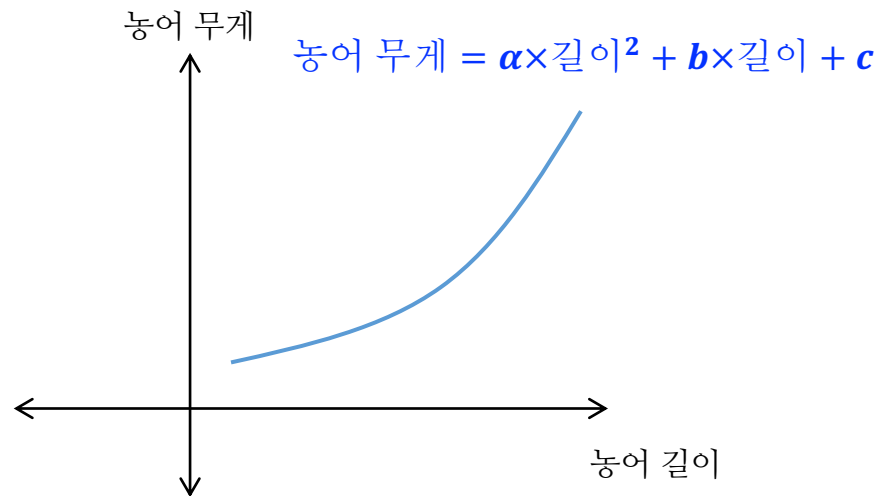
train data score: 0.939846333997604
test data score: 0.8247503123313558

전체적으로 과소 적합
(훈련 세트와 테스트 세트의
점수가 모두 낮음)



다항 회귀(Polynomial Regression)

- 농어의 길이와 무게에 대한 산점도
 - 일직선(1차 방정식)으로 표현하기 어려움
 - 무게가 0 이하일 가능성 발생
 - 모델이 더 복잡할 필요성이 있음
- 최적의 곡선(2차 방정식)을 구함
 - 길이를 제공한 항을 훈련 세트에 추가해야 됨



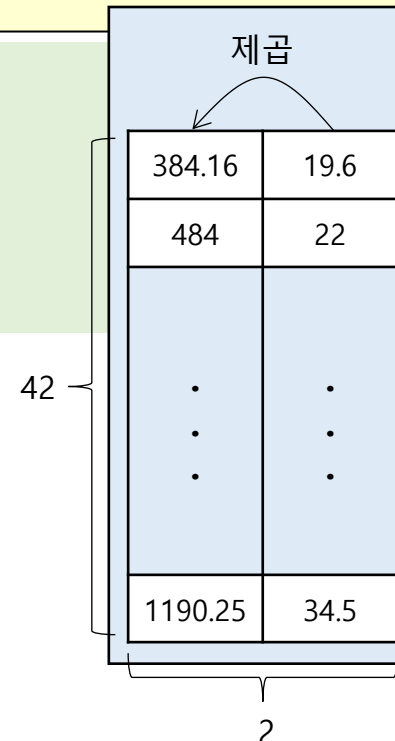
훈련 세트에 데이터 추가

- 길이를 제공한 데이터를 훈련 세트에 추가
 - `column_stack()` 사용
 - broadcasting 적용

```
train_poly = np.column_stack((train_input**2, train_input))
test_poly = np.column_stack((test_input**2, test_input))
```

```
print(train_poly[0:5])
print(train_poly.shape, test_poly.shape)
```

```
[[ 384.16  19.6 ]
 [ 484.    22.  ]
 [ 349.69  18.7 ]
 [ 302.76  17.4 ]
 [1296.    36.  ]]
(42, 2) (14, 2)
```



다항 회귀식 구하기

- 선형 회귀 모델 재훈련
 - 제공한 데이터를 이용하여 선형 회귀 모델을 다시 훈련
 - 타깃값은 그대로 사용함

```
lr = LinearRegression()  
lr.fit(train_poly, train_target)  
  
print(lr.predict([[50**2, 50]])) # 50cm 농어의 무게 예측  
print(lr.coef_, lr.intercept_)
```

```
[1573.98423528]  
[ 1.01433211 -21.55792498] 116.05021078278259 # 순서대로 a, b, c로 사용
```

$$\begin{aligned}\text{농어 무게} &= a \times \text{길이}^2 + b \times \text{길이} + c \\ &= 1.01 \times \text{길이}^2 - 21.6 \times \text{길이} + 116.05\end{aligned}$$

다항 회귀식
(Polynomial Regression)

다항 회귀식을 이용한 그래프 그리기

■ 훈련 세트의 산점도와 2차 방정식 그래프

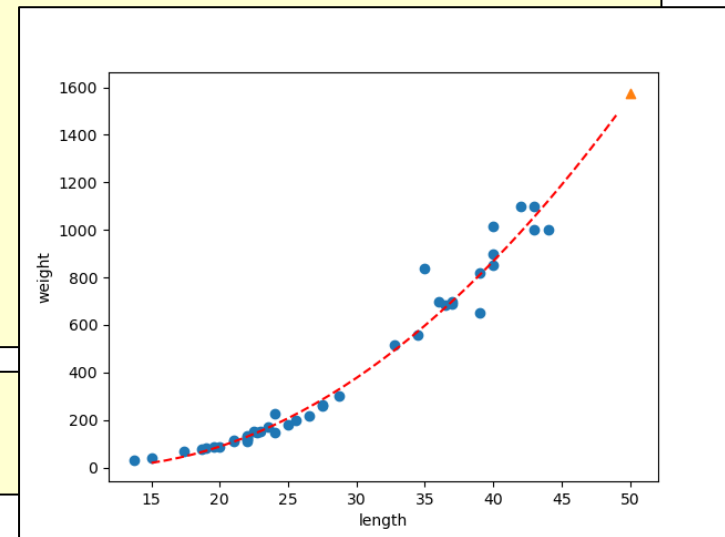
```
# 구간별 직선을 그리기 위해 15에서 49까지 정수 배열을 만듦
point= np.arange(15, 50)
# 훈련 세트의 산점도 그리기
plt.scatter(train_input, train_target)

# 15에서 49까지 2차 방정식 그래프 그리기
plt.plot(point, 1.01*point**2 - 21.6*point + 116.05,
         color='red', linestyle='--')

# 50cm 농어 데이터(무게:1574g)
plt.scatter([50], [1574], marker='^')
plt.xlabel('length')
plt.ylabel('weight')
plt.show()
```

```
print(lr.score(train_poly, train_target))
print(lr.score(test_poly, test_target))
```

```
0.9706807451768623
0.9775935108325121
```



테스트 세트의 점수가 높음
(과소 적합이 남아 있음)

내용 정리

- k-최근접 이웃 회귀
 - 거리에 상관 없이 가장 가까운 이웃의 값을 평균하여 예측
 - 50cm와 100cm 길이의 농어 무게를 동일하게 예측
 - 훈련 세트 범위 밖의 샘플을 예측할 수 없음
- 선형 회귀
 - 훈련 세트에 잘 맞는 직선 방정식을 구함
 - 기울기(coef_)와 절편(intercept_)을 계산
 - 훈련 세트를 벗어난 범위의 데이터를 예측할 수 있음
 - 모델이 단순: 농어의 무게가 음수일 가능성 발생
- 다항 회귀
 - 선형 회귀의 문제점을 해결하기 위해 다항 회귀 사용
 - 2차 방정식의 그래프 형태
 - 여전히 과속 적합이 존재

03-3 특성 공학과 규제

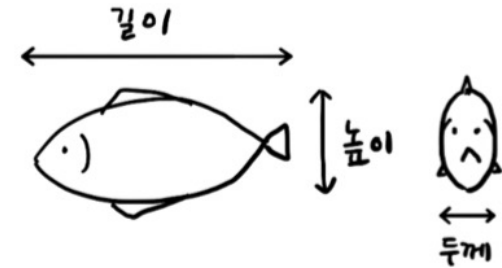
다중 회귀 (Multiple Regression)

■ 다중 회귀

- 여러 특성을 사용한 선형 회귀

- 길이, 높이, 두께 사용
- 다양한 특성의 조합을 생성

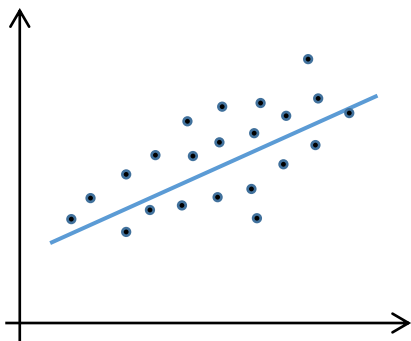
- PolynomialFeatures 클래스 사용



■ 특성 공학 (Feature engineering)

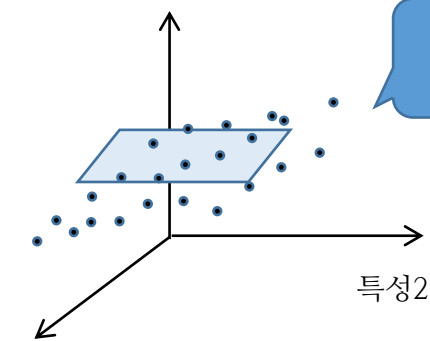
- 기존의 특성을 사용하여 새로운 특성을 뽑아내는 작업

Target



특성1

Target



특성1

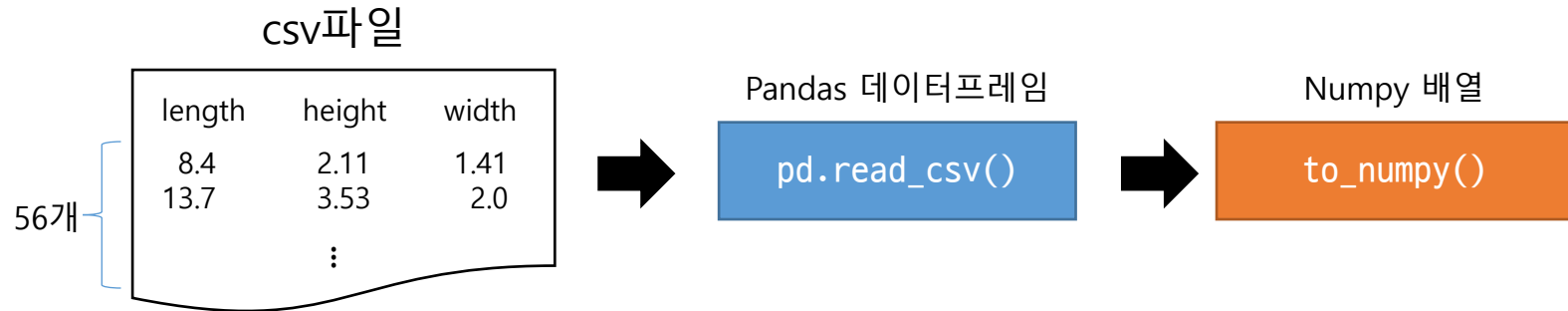
특성2

특성이 2개인 경우,
평면을 학습

Pandas로 데이터 준비

■ 데이터 준비

- https://bit.ly/perch_csv



```
import pandas as pd
```

```
df = pd.read_csv('https://bit.ly/perch_csv')
```

```
perch_full = df.to_numpy() # DataFrame을 Numpy의 array로 변환
```

```
print(perch_full[:5])
```

```
print(perch_full.shape)
```

```
[[ 8.4  2.11  1.41]
 [13.7  3.53  2.  ]
 [15.   3.82  2.43]
 [16.2  4.59  2.63]
 [17.4  4.59  2.94]]
(56, 3)
```

훈련 세트와 테스트 세트로 분리

- target 데이터(perch_weight)는 기존과 동일
- `perch_full`, `perch_weight`를 훈련 세트와 테스트 세트로 분리

```
import numpy as np

perch_weight = np.array(
    [5.9, 32.0, 40.0, 51.5, 70.0, 100.0, 78.0, 80.0, 85.0, 85.0,
     110.0, 115.0, 125.0, 130.0, 120.0, 120.0, 130.0, 135.0, 110.0,
     130.0, 150.0, 145.0, 150.0, 170.0, 225.0, 145.0, 188.0, 180.0,
     197.0, 218.0, 300.0, 260.0, 265.0, 250.0, 250.0, 300.0, 320.0,
     514.0, 556.0, 840.0, 685.0, 700.0, 700.0, 690.0, 900.0, 650.0,
     820.0, 850.0, 900.0, 1015.0, 820.0, 1100.0, 1000.0, 1100.0,
     1000.0, 1000.0])
```

```
from sklearn.model_selection import train_test_split

train_input, test_input, train_target, test_target = train_test_split(
    perch_full, perch_weight, random_state = 42)
```


사이킷런의 변환기 (Transformer)

■ 다항 특성 만들기

- `PolynomialFeatures` 클래스 사용
 - 각 특성을 제공한 항을 추가하고, 특성끼리 서로 곱한 항을 추가
- `PolynomialFeatures(include_bias=True)`
 - `include_bias=True`: bias(절편, 0차항) 추가
 - `include_bias=False`: bias 삭제
- `fit([a, b])`: 특성 조합을 찾음
 - `[1, a, b, a*b, a^2, b^2]` 추가
- `transform([[a, b]])`: 특성 조합을 실제 데이터로 변환
 - `[1, a, b, a*b, a^2, b^2]` 로 변환

PolynomialFeatures 간단 예제

■ PolynomialFeatures(include_bias=True)

```
from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures

poly = PolynomialFeatures()      # include_bias=True (기본값)
poly.fit([[2, 3]])              # 2, 3의 조합을 찾음(2^2, 3^2, 2x3)
print(poly.transform([[2, 3]])) # 특성 조합을 데이터로 변환
```

```
[[1.  2.  3.  4.  6.  9.]]
```

2**2 2 x 3 3**2

■ PolynomialFeatures(include_bias=False)

```
poly = PolynomialFeatures(include_bias=False) # include_bias=False: 1 제거
poly.fit([[2, 3]])
print(poly.transform([[2, 3]]))
```

```
[[2.  3.  4.  6.  9.]]
```

다항 특성 만들기

- 훈련 세트(train_input)을 사용하여 다항 특성 만들기

```
from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures

poly = PolynomialFeatures(include_bias=False)
poly.fit(train_input)
train_poly = poly.transform(train_input) # train_input 데이터를 이용하여
# 총 9개의 특성이 만들어짐

print(train_poly[0:3])
print(train_poly.shape)
test_poly = poly.transform(test_input) # 테스트 세트 변환: fit()호출 안함
```

훈련 세트를 기준으로 만들어진 특성을
이용하여 테스트 세트를 변환하기 위함

```
[ [ 19.6      5.14      3.04     384.16    100.744    59.584     26.4196    15.6256     9.2416]
  [ 22.       5.88      3.52     484.      129.36     77.44      34.5744    20.6976    12.3904]
  [ 18.7      5.2       3.12     349.69     97.24     58.344     27.04      16.224     9.7344]]
(42, 9)
```

- get_feature_names()
 - 각 특성의 조합을 알려줌

```
print(poly.get_feature_names())
```

```
['x0', 'x1', 'x2', 'x0^2', 'x0 x1', 'x0 x2', 'x1^2', 'x1 x2', 'x2^2']
```

length width height length² length x width length x height width² width x height height²

다중 회귀 모델 훈련 #1

■ 다중 회귀 모델 훈련

- 선형 회귀 모델 훈련과 동일 (여러 개의 특성을 사용할 뿐임)
 - 특성이 늘어나면 선형 회귀의 정확도 증가

```
from sklearn.linear_model import LinearRegression
```

```
lr = LinearRegression()  
lr.fit(train_poly, train_target)  
print(lr.score(train_poly, train_target))
```

```
0.9903183436982125
```

```
print(lr.score(test_poly, test_target))
```

```
0.9714559911594155
```

다중 회귀 모델 훈련 #2

- degree 증가
 - 고차항의 최대 차수 지정
 - 3제곱, 4제곱, 5제곱 항 추가

고차항의 최대 차수 증가 (5차)

```
poly = PolynomialFeatures(degree=5, include_bias=False)
```

```
poly.fit(train_input)
```

```
train_poly = poly.transform(train_input)
```

```
test_poly = poly.transform(test_input)
```

```
print(train_poly.shape)
```

(42, 55)

- 선형 회귀 모델 훈련 및 점수 계산

선형 회귀 모델 훈련 및 훈련 세트 점수 계산

```
lr.fit(train_poly, train_target)
```

```
print(lr.score(train_poly, train_target))
```

테스트 세트 점수 계산

```
print(lr.score(test_poly, test_target))
```

0.9999999999938143

-144.40744533753661

훈련 세트에 과대 적합

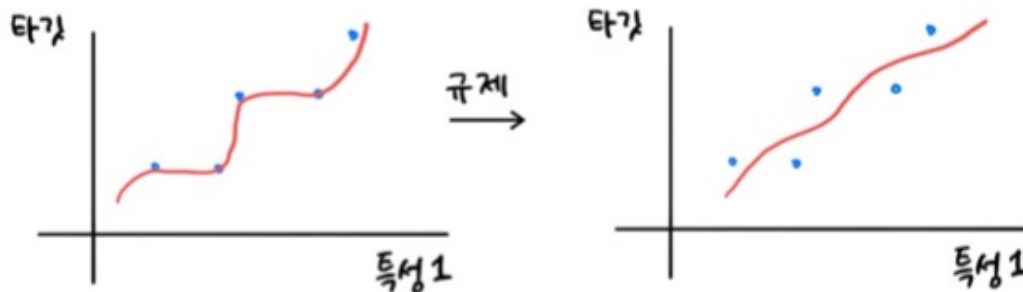
규제 (Regularization)

■ 규제

- 모델이 훈련 세트에 **과대 적합되는 것을 방지**
- 선형 회귀 모델: 특성에 곱해지는 계수의 크기를 작게 줄임
- L1 규제 (L1 Regularization)
 - 계수(가중치)의 합을 더한 값에 규제 강도(λ)를 곱하여 오차에 더함
 - 어떤 가중치는 0이 됨
- L2 규제 (L2 Regularization)
 - 각 계수(가중치) 제곱의 합에 규제 강도(λ)를 곱함
 - λ 를 크게 하면 가중치가 더 감소(규제 강화), λ 를 작게 하면 가중치가 증가

■ 규제 전에 **표준화 과정**이 필요

- **각 특성의 크기(스케일)가 다르기 때문에** 표준화 과정이 필요
- StandardScaler 클래스 사용



표준화

- StandardScaler 클래스를 사용한 표준화
 - 평균과 표준 편차 사용
 - fit(), transform() 사용

```
from sklearn.preprocessing import StandardScaler

ss = StandardScaler()
ss.fit(train_poly)
train_scaled = ss.transform(train_poly)
test_scaled = ss.transform(test_poly)
```

- 규제 모델
 - 릿지(Ridge) 모델: L2 regularization
 - 계수를 제공한 값을 기준으로 규제
 - 라쏘(Lasso) 모델: L1 regularization
 - 계수(가중치)의 절대값을 기준으로 규제

릿지 회귀

■ 릿지 회귀

- sklearn.linear_model 패키지
- fit()로 훈련, score()메소드로 평가
- Ridge(alpha=1.0)
 - alpha값이 크면 규제 강도가 세짐 (계수 값을 더 줄임)

```
from sklearn.linear_model import Ridge

ridge = Ridge() # alpha=1.0
ridge.fit(train_scaled, train_target)
print(ridge.score(train_scaled, train_target)) #훈련 세트 점수 확인
```

```
0.9896101671037343
```

- 테스트 세트의 점수가 정상으로 돌아옴

```
print(ridge.score(test_scaled, test_target))
```

```
0.9790693977615386
```


릿지 회귀: 적절한 규제 강도 찾기

■ 적절한 alpha 값 찾기

- alpha값을 변경하면서 결정 계수(R^2)의 값을 비교
 - $\alpha=0.1$ (-1은 \log 적용 10^{-1})일 때, 두 그래프가 가장 가까움

적절한 alpha값 찾기

```
import matplotlib.pyplot as plt
train_score = []
test_score = []
```

```
alpha_list = [0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100]
```

```
for alpha in alpha_list:
```

```
    ridge = Ridge(alpha=alpha)
    ridge.fit(train_scaled, train_target)
```

```
#훈련 세트와 테스트 세트 점수를 저장
```

```
train_score.append(ridge.score(train_scaled, train_target))
```

```
test_score.append(ridge.score(test_scaled, test_target))
```

```
plt.plot(np.log10(alpha_list), train_score,
         label='train_set score', marker='o', markersize=3)
```

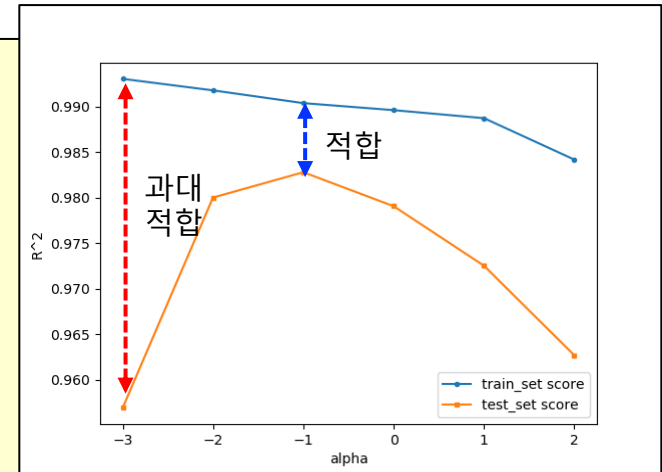
```
plt.plot(np.log10(alpha_list), test_score,
         label='test_set score', marker='s', markersize=3)
```

```
plt.xlabel('alpha')
```

```
plt.ylabel('R^2')
```

```
plt.legend()
```

```
plt.show()
```



릿지 회귀: 최적의 alpha 적용

- alpha=0.1 적용시 점수 확인

```
# alpha=0.1 적용
ridge = Ridge(alpha=0.1)
ridge.fit(train_scaled, train_target)

print(ridge.score(train_scaled, train_target))
print(ridge.score(test_scaled, test_target))
```

```
0.9903815817570368
0.9827976465386896
```

라쏘(Lasso) 회귀

■ 라쏘 회귀

- 불필요한 계수를 급격히 감소, 0으로 만들어 제거
- sklearn.linear_model 패키지
- fit()로 훈련, score()메소드로 평가
- Lasso(alpha=1.0)
 - alpha값이 크면 규제 강도가 세짐 (계수 값을 더 줄임)
 - alpha=0.0: 기존 선형 회귀와 동일

```
from sklearn.linear_model import Lasso
```

```
lasso = Lasso()  
lasso.fit(train_scaled, train_target)  
print(lasso.score(train_scaled, train_target))
```

```
0.989789897208096
```

```
print(lasso.score(test_scaled, test_target))
```

```
0.9800593698421886
```

라쏘 회귀: 적절한 규제 강도 찾기

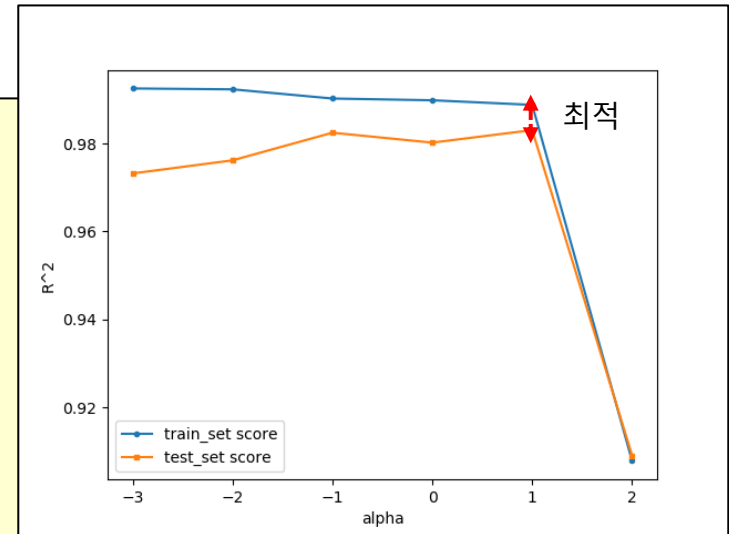
■ 적절한 alpha 값 찾기

- alpha값을 변경하면서 결정 계수(R^2)의 값을 비교
 - alpha=10일 때, 최적 ($10^1=10$)

```
train_score = []
test_score = []

alpha_list = [0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100]
for alpha in alpha_list:
    # 라쏘 모델을 만듭니다
    lasso = Lasso(alpha=alpha, max_iter=10000)
    # 라쏘 모델을 훈련합니다
    lasso.fit(train_scaled, train_target)
    # 훈련 점수와 테스트 점수를 저장합니다
    train_score.append(lasso.score(train_scaled, train_target))
    test_score.append(lasso.score(test_scaled, test_target))

plt.plot(np.log10(alpha_list), train_score,
         label='train_set score', marker='o', markersize=3)
plt.plot(np.log10(alpha_list), test_score,
         label='test_set score', marker='s', markersize=3)
plt.xlabel('alpha')
plt.ylabel('R^2')
plt.legend()
plt.show()
```



라쏘 회귀: 최적의 alpha 적용

- alpha=10

```
lasso = Lasso(alpha=10)
lasso.fit(train_scaled, train_target)

print(lasso.score(train_scaled, train_target))
print(lasso.score(test_scaled, test_target))
```

```
0.9888067471131866
0.9824470598706695
```

참고자료

표준화, 정규화 차이

■ 피쳐 스케일링

- 서로 다른 변수의 값 범위를 일정한 수준으로 맞추는 작업

■ 표준화(Standardization)

- Z-score: 평균(μ)이 0이고, 표준편차(σ) 1인 정규분포 생성
- 이상치(outlier)를 파악
- 선형 회귀는 데이터가 정규 분포를 가진다는 가정하에 구현되어 있음
- `StandardScaler` 클래스 사용

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (x: \text{특성값}, \mu: \text{평균}, \sigma: \text{표준편차})$$

■ 정규화(Normalization)

- 모든 값을 0~1 사이의 값으로 바꿈
- 특성들의 크기가 다를 때 크기를 통일하기 위해 사용
- `MinMaxScaler` 클래스 사용

$$x' = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (x_{max}: \text{최대값}, x_{min}: \text{최소값})$$



Questions?