

# Sémantique et traduction des langages

## Interprétation d'un sous-ensemble de Caml : mini-ML

### 1 Grammaire

$$\begin{aligned}
 Expr &\rightarrow Ident \\
 &| Const \\
 &| Expr \text{ Binaire } Expr \\
 &| Unaire Expr \\
 &| ( Expr ) \\
 &| \text{if } Expr \text{ then } Expr \text{ else } Expr \\
 &| \text{let } Ident = Expr \text{ in } Expr \\
 &| \text{fun } Ident \rightarrow Expr \\
 &| (Expr ) Expr \\
 &| \text{letrec } Ident = Expr \text{ in } Expr \\
 &| \text{ref } Expr \\
 &| ! Expr \\
 &| Expr := Expr \\
 &| Expr ; Expr \\
 \\ 
 Const &\rightarrow entier \mid booleen \\
 \\ 
 Unaire &\rightarrow - \mid ! \\
 \\ 
 Binaire &\rightarrow + \mid - \mid * \mid / \mid \% \mid \& \mid | \\
 &| == \mid != \mid < \mid <= \mid > \mid >=
 \end{aligned}$$

### 2 Sémantique opérationnelle

Un jugement d'évaluation s'écrit sous la forme  $\gamma \vdash [e, m_1] \Rightarrow [v, m_2]$ .

#### Constante

$$\gamma \vdash [entier, m] \Rightarrow [entier, m] \quad \gamma \vdash [booleen, m] \Rightarrow [booleen, m]$$

#### Accès à l'environnement

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = \langle e, \gamma_{def} \rangle \quad \gamma_{def} \vdash [e, m_1] \Rightarrow [v, m_2]}{\gamma \vdash [x, m_1] \Rightarrow [v, m_2]} \quad \frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = v \quad v \neq \langle e, \gamma_{def} \rangle}{\gamma \vdash [x, m] \Rightarrow [v, m]}$$

#### Opérateur binaire

$$\frac{\gamma \vdash [e_2, m_1] \Rightarrow [v_2, m_2] \quad \gamma \vdash [e_1, m_2] \Rightarrow [v_1, m_3] \quad v_1 \times v_2 \in dom \text{ op} \quad v = v_1 \text{ op } v_2}{\gamma \vdash [e_1 \text{ op } e_2, m_1] \Rightarrow [v, m_3]}$$

#### Opérateur unaire

$$\frac{\gamma \vdash [e, m] \Rightarrow [v, m'] \quad v \in dom \text{ op} \quad v' = op v}{\gamma \vdash [op e, m] \Rightarrow [v', m']}$$

### Conditionnelle

$$\frac{\gamma \vdash [e_1, m_1] \Rightarrow [\mathbf{true}, m_2] \quad \gamma \vdash [e_2, m_2] \Rightarrow [v, m_3]}{\gamma \vdash [\mathbf{if } e_1 \mathbf{ then } e_2 \mathbf{ else } e_3, m_1] \Rightarrow [v, m_3]} \quad \frac{\gamma \vdash [e_1, m_1] \Rightarrow [\mathbf{false}, m_2] \quad \gamma \vdash [e_3, m_2] \Rightarrow [v, m_3]}{\gamma \vdash [\mathbf{if } e_1 \mathbf{ then } e_2 \mathbf{ else } e_3, m_1] \Rightarrow [v, m_3]}$$

### Définition locale

$$\frac{\gamma \vdash [e_1, m_1] \Rightarrow [v_1, m_2] \quad \gamma :: \{x \mapsto v_1\} \vdash [e_2, m_2] \Rightarrow [v, m_3]}{\gamma \vdash [\mathbf{let } x = e_1 \mathbf{ in } e_2, m_1] \Rightarrow [v, m_3]}$$

### Définition de fonction

$$\gamma \vdash [\mathbf{fun } x \mathbf{ -> } e, m] \Rightarrow [\langle \mathbf{fun } x \mathbf{ -> } e, \gamma \rangle, m]$$

### Appel de fonction

$$\frac{\gamma \vdash [e_2, m_1] \Rightarrow [v_2, m_2] \quad \gamma \vdash [e_1, m_2] \Rightarrow [\langle \mathbf{fun } x \mathbf{ -> } e_3, \gamma_{def} \rangle, m_3] \quad \gamma_{def} :: \{x \mapsto v_2\} \vdash [e_3, m_3] \Rightarrow [v, m_4]}{\gamma \vdash [(e_1) e_2, m_1] \Rightarrow [v, m_4]}$$

### Définition récursive

$$\frac{\gamma :: \{x \mapsto \langle \mathbf{letrec } x = e_1 \mathbf{ in } e_1, \gamma \rangle\} \vdash [e_2, m_1] \Rightarrow [v, m_2]}{\gamma \vdash [\mathbf{letrec } x = e_1 \mathbf{ in } e_2, m_1] \Rightarrow [v, m_2]}$$

### Création de référence

$$\frac{\gamma \vdash [e, m_1] \Rightarrow [v, m_2] \quad @add \notin m_2}{\gamma \vdash [\mathbf{ref } e, m_1] \Rightarrow [@add, m_2 :: \{ @add \mapsto v \}]}$$

### Accès en lecture à une référence

$$\frac{\gamma \vdash [e, m_1] \Rightarrow [@add, m_2] \quad @add \in m_2 \quad m_2(@add) = v}{\gamma \vdash [! e, m_1] \Rightarrow [v, m_2]}$$

### Accès en écriture à une référence

$$\frac{\gamma \vdash [e_2, m_1] \Rightarrow [v, m_2] \quad \gamma \vdash [e_1, m_2] \Rightarrow [@add, m_3] \quad @add \in m_1}{\gamma \vdash [e_1 := e_2, m_1] \Rightarrow [(), m_3 :: \{ @add \mapsto v \}]}$$

### Séquence

$$\frac{\gamma \vdash [e_1, m_1] \Rightarrow [(), m_2] \quad \gamma \vdash [e_2, m_2] \Rightarrow [v, m_3]}{\gamma \vdash [e_1 ; e_2, m_1] \Rightarrow [v, m_3]}$$

### Gestion des erreurs

Il faut ajouter à ces règles, celles d'apparition et propagation des erreurs.