Alliage	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cuivre	10	10	40	60	30	30	30	50	20
Zinc	10	30	50	30	30	40	20	40	30
Fer	80	60	10	10	40	30	50	10	50
Coût	4	5	6	6	8	8	7	6	7

Quels alliages l'industriel doit acheter et dans quelles proportions pour minimiser sont cout d'achat ?
Ecrire la formulation mathématique associée à ce problème (sans le résoudre).

Recherche Opérationnelle
Mercredi 26 Janvier
Durée 2Heures

1. (4 Points) On a décomposé un projet en 12 tâches élémentaires A,B,..K,L.

Tâche	**Durée**	**Tâches Précédentes**
A	7	-
B	5	-
C	4	-
D	2	~~A~~
E	10	B,D
F	3	~~A~~
G	6	B,D
H	2	B,D
I	5	C,E
J	4	F,G
K	7	F,G
L	1	H,I,J

a) Représentez le Réseau décrivant ce projet
- Quelle est la durée minimale de réalisation de ce projet

c) Donner pour chaque tâche
- la durée au plus tôt
- la date au plus tard
- la marge
- Indiquez les tâches critiques.

2. (5 Points) La réalisation d'un projet inclut la réalisation de 7 tâches A,B,..G ou :

A	<	D,F et G
C	<	E et G
D,B,E	<	G

Tâche	**Durée Normale**	**Durée Minimale**	**Coût Unitaire pour réduction**
A	3	2	50
B	6	4	60
C	2	1	25
D	5	3	40
E	2	2	
F	7	5	30
G	4	3	70

- Quelle est la durée Minimum d'exécution du projet si on ne dépense rien pour diminuer la durée d'exécution des tâches ?
- Quelle est la durée Minimum d'exécution du projet si on dispose d'un budget illimité pour réduire la durée d'exécution des tâches ?
- Dans les conditions de la question précédente, quel est le budget minimum B nécessaire pour réduire la durée d'exécution du projet à son minimum?.

3. (5 Points) Considérons le projet aux 7 tâches A..G avec les données suivantes.

Tâche	Prédécesseurs	Temps Optimiste	Probable	Pessimiste
A	-	2	5	8
B	A	6	9	12
C	A	5	14	17
D	B	5	8	11
E	C,D	3	6	9
F	-	3	12	21
G	E,F	1	4	7
		a	m	b

- Représentez le Réseau
- Déterminez la durée moyenne et la variance de chaque tâche
- Quelle est la durée du projet et sa variance
- Quelle est la probabilité de finir le projet 3 Jours avant la date prévue?

4. (3 Points) Résoudre le problème du voyageur de commerce associé à la matrice suivante.

	A	B	C	D	E	F
A	-	60	52	23	55	54
B	24	-	58	60	16	49
C	23	11	-	27	52	34
D	44	40	29	-	37	12
E	8	38	15	7	-	52
F	55	48	11	54	9	-

5. (3 Points) Résoudre le problème d'affectation associé à la matrice suivante.

	A	B	C	D	E	F	
A	20	22	17	15	27	24	15
B	25	18	15	17	23	19	15
C	22	29	24	26	37	22	22
D	25	17	12	21	19	25	12
E	15	12	19	21	24	25	12
F	20	15	22	14	25	30	14

EHTP
Département de Mathématique
Année universitaire 2009-2010

Contrôle de Recherche Opérationnelle
Session de rattrapage

Exercice 1

La mise en exploitation d'un nouveau gisement minier demande la réalisation d'un certain nombre de tâches. Le tableau suivant représente ces différentes tâches avec leurs relations d'antériorité.

Tâche	Description	Durée (en jours)	Tâches antérieures
A	obtention d'un permis d'exploitation	120	-
B	établissement d'une piste de 6 km	180	A
C	transport et installation à pied d'œuvre de 2 sondeuses	3	B
D	création de bâtiments provisoires pour le bureau des plans, le logement des ouvriers sondeurs	30	B
E	goudronnage de la piste	60	B
F	adduction d'eau	90	D
G	campagne de sondage	240	C,D
H	forage et équipement de trois puits	180	E,F,G
I	transport et installation au fond du matériel d'exploitation	30	J,H
J	construction de bureaux et logements, ouvriers et ingénieurs	240	E,F,G
K	traçage et aménagement du fond	360	J,H
L	construction d'une laverie	240	J,H

Déterminez un ordonnancement optimal ainsi que un chemin critique

Exercice 2

La table ci-dessous décrit les allocations possibles de 5 tâches à 5 machines avec les coûts correspondants.

Machines

		1	2	3	4	5
Tâches	1	22	30	26	16	25
	2	27	29	28	20	32
	3	33	25	21	29	23
	4	24	24	30	19	26
	5	30	33	32	37	31

Trouvez une allocation de coût minimal de ces tâches.

[Controle de Recherche Opérationnelle]

La durée du contrôle est de 1h: 30 mn Les documents ne sont pas autorisés.

Exercice no. 2

Utiliser la **méthode simpliciale à inverse implicite** pour trouver une solution ~~réalisable~~ optimale du problème suivant :

$$
\begin{array}{lrrcr}
\text{maximiser} & 3\,x_1 & +\,x_2 & & \\
\text{sous contraintes} & 2\,x_1 & +\,x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & -\,x_2 & \leq & -1 \\
 & -x_1 & -\,x_2 & \leq & -3 \\
 & x_1 & ,\ x_2 & \geq & 0.
\end{array}
$$

N.B. 1) Les colonnes de toute matrice seront classées en ordre croissant

2) utiliser la règle suivante: les variables d'entrée et de sortie sont celles dont l'indice est le plus peti parmi toutes les candidates

Exercice no.2

Considérons le problème de programmation linéaire suivant :

$$
(\text{LP\_Primal}) = \left\{
\begin{array}{lrrrrcr}
\max & 7x_1 & +9x_2 & +18x_3 & +17x_4 & & \\
\text{s.c.} & 2x_1 & +4x_2 & +\ 5x_3 & +7x_4 & \leq & 42 \\
 & x_1 & +\ x_2 & +\ 2x_3 & +2x_4 & \leq & 17 \\
 & x_1 & +2x_2 & +\ 3x_3 & +3x_4 & \leq & 24 \\
 & x_1 & ,\ x_2 & ,\ x_3 & ,\ x_4 & \geq & 0.
\end{array}
\right.
$$

Quel est son problème dual ?

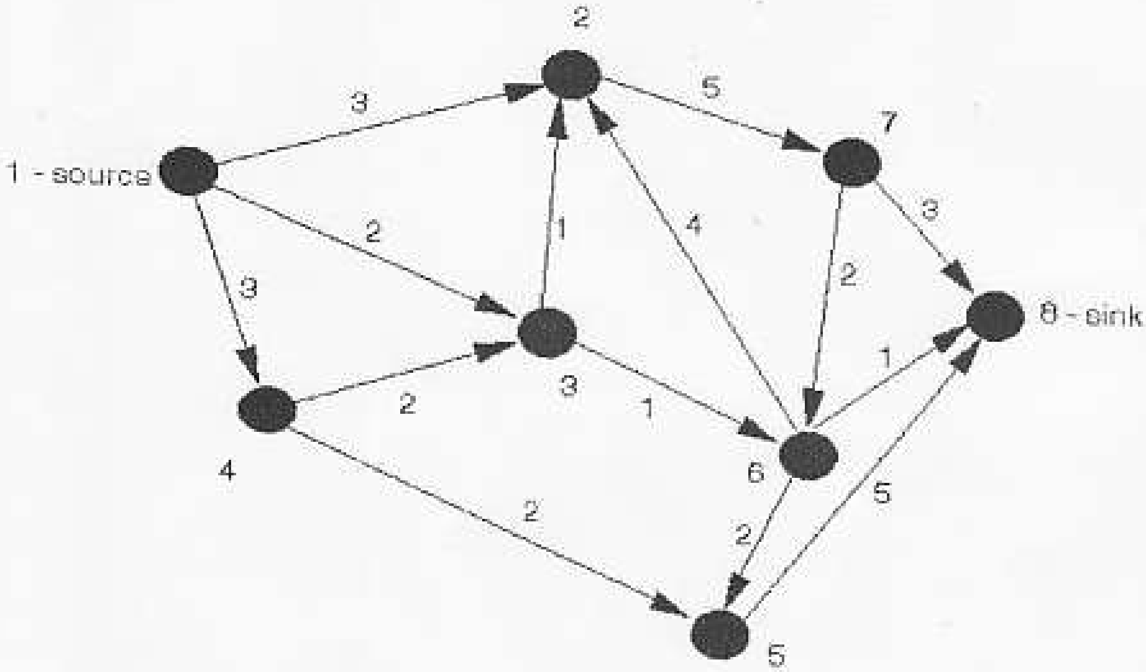
On propose la solution

$$x_1^* = 3;\ \ x_2^* = 0;\ \ x_3^* = 7;\ \ x_4^* = 0;\ \ x_5^* = 7;\ \ x_6^* = 0;$$

pour le problème (LP_Primal). Est-ce correct?

Exercice 3

Trouvez le flot maximum entre les sommets 1 et 8.



Recherche Opérationnelle
Contrôle du 05/01/2011
Durée 1 heure 45 Min

1. **Sur 12 Points.**

Soit (P) le Problème de programmation linéaire suivant :

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Minimize	4	3	1	2		
C1	2	1	4	-3	>=	80
C2	2	2	-2	1	>=	100
C3	2	-3	2	1	<=	70
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

- **Résoudre (P) par la méthode du simplexe.**
- **La solution de (P) est-elle unique ? Si oui pourquoi et sinon donnez une 2ème solution.**
- **Trouvez le dual (P*) de (P)**
- **Trouvez le tableau final associé à (P*) à partir de celui de (P)**
- **Si l'on change la 2ème contrainte de (P) en prenant 120 au lieu de 100 sur la colonne R.H.S. que devient le tableau final ?**

2. **Sur 4 Points.**

Résoudre le problème de transport associé à la matrice suivante.
(Source I, Destination J) Indique le coût de transport unitaire de I vers J.

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Supply
Source 1	5	6	4	8	10	80
Source 2	7	9	10	5	6	50
Source 3	8	3	6	2	4	70
Demand	40	20	60	30	50	

3. **Sur 4 Points.**

Résoudre le problème d'affectation associé à la matrice suivante :

From \ To	A	B	C	D
John	3	6	7	10
Peter	5	6	3	8
Tozhi	2	8	4	16
Rudy	8	6	5	9

Recherche Opérationnelle
Contrôle du 14/03/2011
Durée 1 heure 30 Min

1. Sur 8 Points.

Soit (P) le Problème de programmation linéaire suivant :

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Minimize	4	3	1		
C1	2	1	4	>=	80
C2	2	2	1	>=	70
C3	2	1	2	<=	100
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

- **Résoudre (P) par la méthode du simplexe.**
- **La solution de (P) est-elle unique ? Si oui pourquoi et sinon donnez une 2ème solution.**
- **Trouvez le dual (P*) de (P)**
- **Trouvez le tableau final associé à (P*) à partir de celui de (P)**
- **Si l'on change la 3ème contrainte de (P) en prenant 120 au lieu de 100 sur la colonne R.H.S. que devient le tableau final ?**

2. Sur 4 Points.

Résoudre le problème de transport associé à la matrice suivante.
(Source I, Destination J) Indique le coût de transport unitaire de I vers J.

From \ To	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Supply
Source 1	5	6	4	8	7	80
Source 2	7	3	4	5	6	50
Source 3	6	3	6	2	4	70
Demand	30	20	40	55	50	

3. Sur 8 Points. « Les durées sont en semaines »

Activity Number	Activity Name	Immediate Predecessor (list number/name, separated by ',')	Optimistic time (a)	Most likely time (m)	Pessimistic time (b)
1	A		2	3	4
2	B	A	2	3	4
3	C		3	4	5
4	D	C	1	1	2
5	E	B,D	2	3	4
6	F	A,B,D	1	2	3
7	G	C,F	1	2	3
8	H	G	3	4	5
9	I	C	1	1	2
10	J	E,G	2	3	4
11	K	F,H,I	4	5	6

- **Représentez le réseau décrivant ce projet**
- **Déterminez la durée moyenne et la variance de chaque tâche**
- **Donnez la représentation Tableau « par tâche » associée à ce projet**
- **Quelle est la durée de ce projet**
- **Indiquez le ou les chemins critiques de ce projet.**
- **Quelle est la probabilité de finir le projet UNE (1) semaine avant la date prévue.**

Recherche Opérationnelle
Contrôle du 09/12/2009
Durée 1 heure 30 Min

1. **Soit (P) le Problème de programmation linéaire suivant :**

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Minimize	2	3	1	2		
C1	2	1	-4	3	>=	80
C2	2	2	3	1	>=	100
C3	2	-1	2	1	<=	70
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

- **Résoudre (P) par la méthode du simplexe.**
- **Trouvez le dual (P*) de (P)**
- **Trouvez le tableau final associé à (P*) à partir de celui de (P)**
- **Si l'on change la fonction Economique et la $2^{ème}$ contrainte de (P) pour obtenir (P')**

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Minimize	6	3	1	2		
C1	2	1	-4	3	>=	80
C2	2	2	1	1	>=	100
C3	2	-1	2	1	<=	70
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

- **Quel est le tableau final de (P') à partir de celui de (P).**
- **La solution de (P') est-elle unique ? Si oui pourquoi et sinon donnez une $2^{ème}$ solution.**

2. **Soit (P) le Problème de programmation linéaire suivant :**

$$\text{Min} \quad x0 = 3\,x1 + x2 - 5\,x3$$
$$3\,x1 + 2\,x3 >= 2$$
$$x1 + x2 + x3 = 1$$
$$x1 + 2\,x2 <= 3$$
$$x1, x2, x3 >= 0$$

Trouvez (P*) le dual de (P) .

3. **Un industriel veut fabriquer un alliage dont la composition est de 30% de zinc et 40% de Fer. Il trouve disponible sur le marché 9 sortes d'alliage dont les compositions et les prix sont donnés sur le tableau suivant :**