

Exercice 1 - Mesurables ! - $L3$ - ★★

Prouver que les fonctions suivantes sont mesurables (boréliennes) :

1. la fonction indicatrice de \mathbb{Q} ;
2. la fonction $x \mapsto x + 1$ si $x > 0$ et $-x$ si $x \leq 0$;
3. la dérivée f' d'une fonction dérivable f .

Exercice 2 - Fonctions monotones - $L3$ - ★★

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction monotone.

1. Montrer que, pour tout $c \in \mathbb{R}$, $f^{-1}(]-\infty, c])$ est convexe.
2. En déduire que f est mesurable.

Exercice 3 - Fonction et son module - $L3$ - ★★

Donner un exemple d'espace mesurable (E, \mathcal{T}) et d'application $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ qui n'est pas mesurable, mais telle que $|f|$ est mesurable.

Si vous trouvez une erreur, une faute de frappe, etc... dans ces exercices, merci de la signaler à geolabo@bibmath.net Venez poursuivre le dialogue sur notre forum :

<http://www.bibmath.net/forums>