一.（本题满分 14 分）

已知某零件的长度服从正态分布$N(u,\sigma^2)$，其中$\sigma^2=5.5mm^2$，从一大堆这种零件中随机抽取 n 个，测量其长度。现用子样均值$\overline{X}$来估计母体均值u，此时：

（1） 若要估计量的标准差在 1 mm^2之下，n 应取多大？

（2） 若要估计误差的绝对值超过 1 mm 的概率在 1%以下，n 应取多大？

解：

二.（本题满分 20 分）

判断下列命题的真伪并简述理由：

1.“统计量”与“估计量”是同一概念。（错，用作估计的统计量称为估计量，因此统计量的概念大一些）

2.“点估计”与“区间估计”的关系为：前者是后者的一种特殊形式，即区间估计的区间长度为一个点即为点估计。

3.设母体 X 的均值和方差都存在，X_1,X_2,X_3为来自母体 X 的一个简单随机子样，则$\theta_1=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$与$\theta_2=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{6}X_3$都是$E(X)$的无偏估计，且$\hat{\theta}_1$比$\hat{\theta}_2$有效。（对，利用方差比较，越小越有效）

（4）在一个确定的假设检验问题中，其判断结果不但与其检验水平α有关，而且与抽到的子样有关。（对，因此才会存在第一、二类错误）

四.（本题满分 14 分）

已知某种设备的工作温度服从正态分布，现作十次测量，得数据（$^\circ C$）

1250　1275　1265　1245　1260　1255　1270　1265　1250　1240

（1） 求温度的母体均值u的 95%置信区间。

（2） 求温度母体标准差σ的 95%置信区间。

解：

（1）枢轴量

$$T=\frac{\overline{X}-\mu}{S^*/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$$

（2）枢轴量

$$\chi^2=\frac{(n-1)S^*}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$$

五.（本题满分 14 分）

设有两个独立的来自不同的正态母体的子样：

（-4.4，4.0，2.0，-4.8）　（6.0，1.0，3.2，-4.0）

问能否认为两个字样来自同一母体（$\alpha=0.05$）？

解：

（先检验两个子样的方差是否相同，再证明两个子样的均值是否相同）

六.（本题满分 12 分）

下面的数据给出了三个地区人的血液中的胆固醇的含量

地区	测量值						
1	403	304	259	336	259	253	290
2	362	322	362	420	420	386	274
3	361	344	353	235	349	260	226

试用单因素方差分析法，检验不同地区人的血液中胆固醇的平均量之间是否存在显著差别？（$\alpha=0.05$）

解：

方差来源	平方和	自由度	均方和	F 值
因素 A （组间）		$r-1$		
误差 E （组内）		$n-r$		
总和				

七.（本题满分 15 分）

在某乡镇，随机地走访了十户居民加，得其家庭月收入（x）与日常开支（y）的子样数据如下（单位：元）

收入 x：820　930　1050　1300　1440　1500　1600　1800　2000　2700

支出 y：750　850　920　1050　1200　1300　1300　1450　1560　2000

（1）　求日常开支 y 与家庭月收入 x 间的经验回归方程；

（2） 检验回归效果是否显著？（$\alpha = 0.05$）

（3） 对 $x_0 = 2200$（元），给出 y 的置信概率为 95%的预测区间。

解：

（1）

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

（2）检验假设为 $H_0 : b = 0 \leftrightarrow H_1 : b \neq 0$，检验统计量为

$$T = \frac{b}{\hat{\sigma}^* \Big/ \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}} \sim t(n-2)$$

（3）枢轴量

$$T = \frac{y_0 - \hat{y}_0}{\hat{\sigma}^* \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}\right)}} \sim t(n-2)$$

八.（本题满分 6 分）

已知母体 X 为一个连续型随机变量，X 的分布函数是 $F(x)$，设 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 是来自母体 X 的简单随机子样，试证随机变量 $Y = -2\sum_{i=1}^{n}\ln[F(X_i)]$ 服从 $\chi^2(2n)$ 分布。