西安交通大学研究生课程考试题（数理统计 2007）

附表：

标准正态分布的分布函数值：$\Phi(1.96)=0.9750$

t 分布的上侧分位数：

n \ α	0.025	0.05
12	2.1788	1.7823
15	2.1314	1.7531
18	2.1009	1.7341

χ^2 分布的上侧分位数：

n \ α	0.05	0.95
15	24.996	7.261

F 分布的上侧分位数：$F_{0.025}(9,9)=4.03$，$F_{0.05}(2,12)=3.89$。

一．填空题（本题分值为 30）

(1) 设 $X_1,\cdots,X_n$ 为 **i.i.d.**，其含义是____。

(2) 设 $U\sim N(0,1)$，若有 $P\{|U|<c\}=\alpha\quad(0<\alpha<1)$，则 c=_________（用 $N(0,1)$ 分布的上侧分位数符号表示）。

(3) 设 $X_1,\cdots,X_n,X_{n+1},\cdots,X_{n+m}$ 为正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，若要

$$a\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2}{\sum_{i=n+1}^{n+m}X_i^2}\sim F(b,c)$$

则 $a=$____________，$b=$______________，$c=$_____________。

(4) 写出估计参数最常用的三种方法：

______________________，________________________，_________________________。

(5) 若参数假设问题 $H_0:\theta\in\Theta_0\leftrightarrow H_1:\theta\in\Theta_1$ 的拒绝域为 W，则该检验犯第 I 类错误的概率 $p_1=$__________，犯第 II 类错误的概率 $p_2=$___________。

二．（本题分值为 12）已知总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\theta_1,\theta_2)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta_2}\exp\left\{-\dfrac{x-\theta_1}{\theta_2}\right\}, & x>\theta_1\\ 0, & x<\theta_1\end{cases},\quad(-\infty<\theta_1<+\infty,\theta_2>0)$$

设 $X_1,\cdots,X_n$ 是总体 X 的样本，求未知参数 θ_1,θ_2 的矩估计。

五．（本题分值为 12）

（1）完成下列方差分析表中欠缺的项目：

方差来源	离差平方和	自由度	均方离差	F 值
组间	2578.8		1289.4	
组内		12		
总和	6279.6			

（2）问这是几个因素几种水平试验的方差分析表？、

（3）由上述方差分析表，检验各组均值是否有显著差异 $(\alpha = 0.05)$ ？

（4）已知在因素的每一水平上进行等重复试验，且算得 $\bar{x}_1 = 87.2$，$\bar{x}_2 = 55.4$，求 $\mu_1 - \mu_2$ 的 95%置信区间

六.（本题分值为 6）假设 (x_i, y_i) 满足线性回归关系：

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i \text{，} \quad （i = 1, \cdots, n）$$

其中 $\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_n$ 为 **i.i.d.**且 $\varepsilon_1 \sim N(0, \sigma^2)$，$x_1, \cdots, x_n$ 不全相同，试用极大似然法估计参数 a, b。

七.（本题分值为 6）设 $X_1, \cdots, X_n$ 是取自 $N(0, \sigma^2)$ 的样本，其中 $\sigma > 0$ 为未知参数。

（1）问 $\sigma = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|X_i|$ 是否为 σ 的无偏估计？（若认为是 σ 的无偏估计，请给出证明；若认为不是，对它作适当的修正，给出 σ 的无偏估计。）

（2）针对（1）的讨论结果，求 σ 的无偏估计的（有）效率。

八.（本题分值为 5）设 $X \sim N(\mu, 1)$，其中 μ 为未知参数，$F(x)$ 为 X 的分布函数。又设常数 c 满足等式：$F(c) = 0.975$。先从总体 X 抽取一个样本，算得 $\bar{x} = 3.04$，求 c 的极大似然估计值。

九.（本题分值为 5）设 $X_1, \cdots, X_n$ 为取自总体 X 的样本，已知总体 X 的分布函数 $F(x)$ 为连续函数，证明 $F(X_{(1)}) \sim \beta(1, n)$，其中 $X_{(1)}$ 是第一顺序统计量（已知 $\beta(1, n)$ 分布的概率密度为 $f(x;1,n) = \begin{cases} n(1-x)^{n-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ）。