Γ分布$f(x;\alpha,\lambda)=\begin{cases}\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\lambda x},\ x>0\\ 0,x\le 0\end{cases}$

Γ函数$\Gamma(x)=\int_0^{+\infty}x^{\alpha-1}e^{-x}dx$；$X\sim\Gamma(\alpha,\lambda),E(X)=\frac{\alpha}{\lambda},D(X)=\frac{\alpha}{\lambda^2}$ $\ \sum_{i=1}^n X_i\sim\Gamma(\sum_{i=1}^n\alpha_i,\lambda)$（$X_i\ \ i.i.d$） $\alpha=1,X\sim Exp(\lambda)$(指数分布) $f(x;\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x},\ x>0\\ 0,x\le 0\end{cases}$

β分布$f(x;a,b)=\begin{cases}\frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{B(a,b)},\ 1>x>0\\ 0,其他\end{cases}$ $X\sim\beta(a,b),E(X)=\frac{a}{a+b},D(X)=\frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$ $\ B(a,b)=\int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1}dx$ ；$X\sim\Gamma(a,1),Y\sim\Gamma(b,1),(X,Y\ \ i.i.d)\ Z=\frac{X}{X+Y}\sim\beta(a,b)$

χ^2分布$\chi^2(x;n)=\begin{cases}\frac{x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})},x>0\\ 0,x\le 0\end{cases}$ 记$X\sim\chi^2(n)$自由度为 n 的χ^2分布，$E(X)=n,D(X)=2n,X_i\sim\chi^2(n_i),\sum_{i=1}^k X_i\sim\chi^2(\sum_{i=1}^k n_i)$（$X_i\ \ i.i.d$）

$n\to\infty\ \ \frac{X-n}{\sqrt{2n}}\sim N(0,1)\quad X_i\sim N(0,1),(X_i\ \ i.i.d)\to\ \sum_{i=1}^n X_i^2\sim\chi^2(n)$

t 分布$t(x;n)=\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{2\pi}\Gamma(\frac{n}{2})}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$ $T\sim t(n)$自由度为 n 的 t 分布 $n\to\infty\ T\sim N(0,1),E(T)=0,D(T)=\frac{n}{n-2}\ \ (n>2)$

顺序统计量密度函数$f_{(k)}(x)=\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}[F(x)]^{k-1}[1-F(x)]^{n-k}f(x)$

$X\sim\Gamma(a,1),Y\sim\Gamma(b,1),(X,Y\ \ i.i.d)\ Z=\frac{X}{X+Y}\sim\beta(a,b)$

$X_i\sim N(0,1),(X_i\ \ i.i.d)\to\ \sum_{i=1}^n X_i^2\sim\chi^2(n)$

$X\sim N(0,1),Y\sim\chi^2(n)\ \ (X,Y\ \ i.i.d)\ \ T=\frac{X}{\sqrt{Y/n}}\sim t(n)$

$F\sim F(m,n)\to\frac{1}{F}\sim F(n,m),T\to t(n)\to T^2\sim F(1,n)$

$X\sim\chi^2(n_1),Y\sim\chi^2(n_2)\ \ (X,Y\ \ i.i.d)\ \ F=\frac{X/n_1}{Y/n_2}\sim F(n_1,n_2)$

$X_i\sim N(\mu,\sigma^2)\to\ (1)\bar{X}\sim N\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right)\quad(2)\frac{(n-1)S^{*2}}{\sigma^2}=\frac{nS^2}{\sigma^2}=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2\sim\chi^2(n-1)$

(3)$\bar{X}与S^{*2}相互独立$ (4)$T=\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S^*}\sim t(n-1)$

$X_i\sim N(\mu_1,\sigma^2)\ \ Y_i\sim N(\mu_2,\sigma^2)\ \ (X_i,Y_i\ \ i.i.d)\ \ T=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_W\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)\ \ S_w=\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^{*2}+(n_2-1)S_2^{*2}}{n_1+n_2-2}}$

$X_i\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)\ \ Y_i\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)\ \ (X_i,Y_i\ \ i.i.d)\ \ F=\frac{\sigma_2^2S_1^{*2}}{\sigma_1^2S_2^{*2}}=\frac{S_1^{*2}/\sigma_1^2}{S_2^{*2}/\sigma_2^2}=\frac{S_1^{*2}/S_2^{*2}}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$

方差来源	平均和	自由度	均方和	F 值
因素 A	$Q_A=s\sum_{i=1}^r(\bar{X}_{i\cdot}-\bar{X})^2$	$r-1$	$\bar{Q}_A=\frac{Q_A}{r-1}$	$F_A=\frac{\bar{Q}_A}{\bar{Q}_E}$
因素 B	$Q_B=r\sum_{j=1}^s(\bar{X}_{\cdot j}-\bar{X})^2$	$s-1$	$\bar{Q}_B=\frac{Q_B}{s-1}$	$F_B=\frac{\bar{Q}_B}{\bar{Q}_E}$
误差	$Q_E=\sum_{i=1}^r\sum_{j=1}^s(\bar{X}_{ij}-\bar{X}_{i\cdot}-\bar{X}_{\cdot j}-\bar{X})^2$	$(r-1)(s-1)$	$\bar{Q}_E=\frac{Q_E}{(r-1)(s-1)}$	
总和	$Q_T=\sum_{i=1}^r\sum_{j=1}^s(X_{ij}-\bar{X})^2=Q_A+Q_B+Q_E$	$rs-1$		

方差来源	平方和	自由度	均方和	F 值
回归	$Q_r=\sum_{i=1}^n(\hat{y}_i-\bar{y})^2$	k	$\bar{Q}_r=\frac{Q_r}{k}$	$F=\frac{\bar{Q}_r}{\bar{Q}_e}$
误差	$Q_e=\sum_{i=1}^n(y_i-\hat{y}_i)^2$	$n-k-1$	$\bar{Q}_e=\frac{Q_e}{n-k-1}$	
总和	$Q_t=\sum_{i=1}^n(y_i-\bar{y})^2=Q_r+Q_e$	$n-1$		

列号 / 试验号	因素	指标
	r	y_i
i	正交表	每次试验指标
T_{lj}	第 r 因素第 l 水平指标总和	$\sum y_i$
R_j	第 r 因素第 l 水平指标总和的极差	

大样本总体$U=\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\sim N(0,1)\quad X\sim Exp(\lambda)\to 2n\lambda\bar{X}\sim\chi^2(2n)$

$U=\{\hat{\theta}:E_\theta(\hat{\theta})=\theta,D_\theta(\hat{\theta})<\infty,\forall\theta\in\Theta\}$

$U_0=\{\hat{\theta}:E_\theta(\hat{\theta}_0)=0,D_\theta(\hat{\theta}_0)<\infty,\forall\theta\in\Theta\}$

$\hat{\theta}^*$**为一致最小方差无偏估计的充要条件**：对每一个$\hat{\theta}_0\in U_0$都有$E_\theta(\hat{\theta}^*\theta)=0,\theta\in\Theta$

R-C 下界:(T 为$g(\theta)$的无偏估计)：$I(\theta)=E(\frac{\partial lnf(X;\theta)}{\partial\theta})^2=-E(\frac{\partial^2 lnf(X;\theta)}{\partial\theta^2})$（Fisher 信息量）；$D(T)\ge\frac{[g'(\theta)]^2}{nI(\theta)}$ ；$g(\theta)=\theta\to D(T)\ge\frac{1}{nI(\theta)}$

若$g(\theta)$的无偏估计 T 的方差达到 R-C 下界，则称 T 为$g(\theta)$的**有效估计**

T 为$g(\theta)$的有效估计的充要条件：$\frac{\partial lnL(\theta)}{\partial\theta}=C(\theta)[T-g(\theta)]$，$L(\theta)$是$\theta$的似然函数，$C(\theta)\ne 0$是仅依赖于$\theta$的函数

则$D_\theta(T)=\frac{[g'(\theta)]^2}{nI(\theta)}=\frac{g'(\theta)}{C(\theta)},I(\theta)=\frac{C(\theta)g'(\theta)}{n}$，当$g(\theta)=\theta$时，$D_\theta(T)=\frac{1}{C(\theta)},I(\theta)=\frac{C(\theta)}{n}$

相合性：若$\lim_{n\to\infty}P\{|T_n-g(\theta)|\ge\varepsilon\}=0$，记$(P)\lim_{n\to\infty}T_n=g(\theta)$，称$T_n$为$g(\theta)$的相合估计。若$\lim_{n\to\infty}E[T_n-g(\theta)]^2=0$，记$(M.S.)\lim_{n\to\infty}T_n=g(\theta)$，称$T_n$为$g(\theta)$均方相合估计，均方相合估计必为相合估计。

区间估计：（1）构造关于θ的一个较好的点估计（2）围绕$\hat{\theta}$构造关于$X_1,\dots,X_n,\theta$的函数 G（3）$P\{\lambda_1<G<\lambda_2\}=1-\alpha$（4）解出$\lambda_1$和$\lambda_2$

参数假设检验：（1）提出统计假设（2）选择检验统计量（3）确定拒绝域形式和拒绝域（4）根据样本数据计算，做出判断或决策

通常由H_1确定拒绝域。两类错误：弃真错误、存伪错误

χ^2拟合检验：（1）提出假设H_0:X的分布函数$F=F_0$；（2）分组：将 X 所有可能值的集合 S 分成 r 个互不相交的子集$S_i(i=1,2,\dots,r)$；（3）当H_0成立时，计算$P_i=P_{F_0}\{X\in S_i\}\ \ (i=1,2,\dots,r)$；（4）计算$m_i$:即$X_1,X_2,\dots,X_n$落在$S_i$内的频数；（5）$\chi^2$拟合：$K_n=\sum_{i=1}^r\frac{n}{P_i}(\frac{m_i}{n}-P_i)^2=\sum_{i=1}^r\frac{(m_i-nP_i)^2}{nP_i}=\sum_{i=1}^r\frac{m_i^2}{nP_i}-n\sim\chi^2(r-1)$；（6）确定拒绝域，即$P\{K_n\ge c\}=\alpha$，得$W=\{K_n\ge\chi_\alpha^2(r-1)\}$；（7）决策判断。若$F_\theta$带参数$\theta$，则先求出$\theta$的最大似然估计$\hat{\theta}$，用$\hat{\theta}$替代$\theta$得到无参数的$F_{\hat{\theta}}$，再按上述步骤检验，这里$K_n\sim\chi^2(r-k-1)$，r 为组数，k 为未知参数个数，r>k+1

独立性检验：（1）提出假设H_0:$F(x,y)\equiv F_X(x)F_Y(y)$,$H_1$:$F(x,y)\ne F_X(x)F_Y(y)$；（2）分组（互不相交）:$X\to A_1,\dots,A_r$，$Y\to B_1,\dots,B_s$；（3）画表：（其中$n_{ij}$表示落在$d_{ij}$中的样本数）。$d_{ij}=\{(x,y):x\in A_i,y\in B_j\}=A_i\times B_j$ ；$p_{ij}=\{x\in A_i,y\in B_j\},p_{i\cdot}=\{x\in A_i\}=\sum_{j=1}^s p_{ij},p_{\cdot j}=\{y\in B_j\}=\sum_{i=1}^r p_{ij}$

（4）由极大似然估计$p_{i\cdot}$和$p_{\cdot j}$,得$\hat{p}_{i\cdot}=\frac{n_{i\cdot}}{n},\hat{p}_{\cdot j}=\frac{n_{\cdot j}}{n}$；（5）构造统计量(在$H_0$成立条件下)；$n$ 充分大时，$K_n=\sum_{i=1}^r\sum_{j=1}^s\frac{(n_{ij}-n\hat{p}_{ij})^2}{n\hat{p}_{ij}}=\sum_{i=1}^r\sum_{j=1}^s\frac{(n_{ij}-n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j})^2}{n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j}}=\sum_{i=1}^r\sum_{j=1}^s\frac{(n_{ij}-\frac{n_{i\cdot}n_{\cdot j}}{n})^2}{\frac{n_{i\cdot}n_{\cdot j}}{n}}\sim\chi^2((r-1)(s-1))$；（6）确定拒绝域$W=\{K_n\ge\chi_\alpha^2((r-1)(s-1))\}$；（7）决策判断。特别的，$r$=$s$=2 时，$K_n=\frac{n(n_{11}n_{22}-n_{12}n_{21})^2}{n_{1\cdot}n_{2\cdot}n_{\cdot 1}n_{\cdot 2}}$，拒绝域$W=\{K_n\ge\chi_\alpha^2(1)\}$

方差分析（基本假设：正态总体、同方差、独立样本）

单因素方差分析：（1）提出假设H_0:$\delta_1=\cdots=\delta_r=0\leftrightarrow\delta_1,\dots,\delta_r$不全为 0；（2）列出方差分析表；（3）确定拒绝域$W=\{F\ge F_\alpha(r-1,n-r)\}$；（4）决策判断。若拒绝$H_0$，则需估计各水平的效应，则$\hat{\mu}=\bar{X},\hat{\mu}_i=\bar{X}_i,\hat{\delta}_i=\bar{X}_i-\bar{X},\hat{\sigma}^2=\frac{Q_E}{n-r}=\bar{Q}_E$；$\mu_i-\mu_k\ \ (i\ne k)$的区间估计：选统计量为$T=\frac{(\bar{X}_i-\bar{X}_k)-(\mu_i-\mu_k)}{\sqrt{(\frac{1}{n_i}-\frac{1}{n_k})\bar{Q}_E}}\sim t(n-r)$，则$\mu_i-\mu_k$的置信度为$1-\alpha$的置信区间为

$(X_i - X_k \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(\mathrm{n-r})\sqrt{(\frac{1}{n_i}-\frac{1}{n_k})\bar{Q}_E})$

双因素无重复试方差分析：（1）提出假设$H_{01}:\alpha_1=\cdots=\alpha_r=0$；$H_{02}:\beta_1=\cdots=\beta_s=0$；（2）列出方差分析表；（3）拒绝域：$H_{01}$的拒绝域：$W=\{F_A\ge F_\alpha(r-1,(r-1)(s-1))\}$；，$H_{02}$的拒绝域：$W=\{F_B\ge F_\alpha(s-1,(r-1)(s-1))\}$；；（4）决策判断

正交试验设计：符号：$L_n(s_1\times s_2\times\ldots\times s_r)$，n 表示正交表的行数，即试验次数；r 表示正交表的列数，即表示至多安排的因素个数；s_j表示第 j 因素的水平数。（正交表特点：对于任何因素，各水平试验次数相同；对于任何两因素组合，各水平组合试验次数相同）**设计步骤**：（1）确定试验中变化因素个数和各因素水平数；（2）判断有无交互作用（若有交互作用，则交互作用当成一个虚因素，利用交互作用表安排其所在列数）；（3）选用正交表，安排试验；（4）试验结果分析

列表；（4.1）直观分析：按R_j的大小排出因素间的主次顺序，R_j越大说明对应因素对试验指标影响越大，根据实际，从T_{lj}中得出个因素的最佳水平组合 1。如果该组合不在试验表中，则需要进一步试验，用该组合水平进行试验，与正交表中出现的最佳水平组合 2 结果比较，若水平组合 1 结果更优，则选择该组合为最佳水平组合，否则，还需进一步试验。若有交互作用，则对比该交互因素不同水平组合的指标，根据实际情况选择最优的（最大或最小）

线性回归：$\begin{cases}\hat b=\frac{\sum_{i=1}^n x_iy_i-n\bar x\bar y}{\sum_{i=1}^n x_i^2-n\bar x^2}=\frac{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar x)(y_i-\bar y)}{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar x)^2}\\ \hat a=\bar y-\hat b\bar x\end{cases}$，则经验回归方程为$\hat y=\hat a+\hat bx=\bar y+\hat b(x-\bar x)$，其中$\hat a$，$\hat b$为经验回归系数；$\sigma^2$的矩估计$\hat\sigma^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(y_i-\hat a-\hat bx_i)^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(y_i-\bar y)^2-\frac{\hat b^2}{n}\sum_{i=1}^n(x_i-\bar x)^2$；$l_{xx}\triangleq\sum_{i=1}^n(x_i-\bar x)^2, l_{yy}\triangleq\sum_{i=1}^n(y_i-\bar y)^2, l_{xy}\triangleq\sum_{i=1}^n(x_i-\bar x)(y_i-\bar y)=\sum_{i=1}^n(x_i-\bar x)y_i$ ；$\hat b\sim N\left(b,\frac{\sigma^2}{l_{xx}}\right),\hat a\sim N\left(a,[\frac{1}{n}-\frac{\bar x^2}{l_{xx}}]\sigma^2\right)$

$Q_e=\sum_{i=1}^n(y_i-\hat y_i)^2$ 残差平方和，（1）$\frac{Q_e}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-2)$，（2）$\bar y,\hat b,Q_e$相互独立，（3）$E(\hat\sigma^2)=\frac{n-2}{n}\sigma^2$，（4）$\hat\sigma^{*2}=\frac{Q_e}{n-2}$

一元线性回归假设检验：（1）假设$H_0:b=0$；（2）H_0成立时，$t=\frac{\hat b}{\hat\sigma^*}\sqrt{l_{xx}}\sim t(n-2)$；（3）拒绝域$W=\{|t|\ge t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\}$；（4）决策判断。

经验相关系数$r\triangleq\frac{l_{xx}}{\sqrt{l_{xx}l_{yy}}}\to$①$0<|r|<1$,②$Q_e=0\Leftrightarrow|r|=1$,③$Q_e=\sum_{i=1}^n(y_i-\bar y)^2\Leftrightarrow r=0$

区间估计$(\hat y_0\mp\delta(x_0)),\delta(x_0)=t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\hat\sigma^*\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(x_0-\bar x)^2}{l_{xx}}}$

i \ j	Y B_1	B_2	$\cdots$	B_s	$n_{i\cdot}$
X A_1	n_{11}	n_{12}	$\cdots$	n_{1s}	$n_{1\cdot}$
A_2	n_{21}	n_{22}	$\cdots$	n_{2s}	$n_{2\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
A_r	n_{r1}	n_{r2}	$\cdots$	n_{rs}	$n_{r\cdot}$
$n_{\cdot j}$	$n_{\cdot 1}$	$n_{\cdot 2}$	$\cdots$	$n_{\cdot s}$	n

多元线性回归假设检验：（1）假设$H_0:b_1=b_2=\cdots=b_k=0$；（2）列表；（3）拒绝域$W=\{F\ge F_\alpha(k,n-k-1)\}$；（4）结论

多元回归显著性检验：（1）假设$H_{0j}:b_j=0$，其中 j 固定且$1\le j\le k$；（2）$\hat b_j\sim N(b_j,\sigma^2c_{jj}),C=(X^TX)^{-1}=(c_{ij})_{(k+1)\times(k+1)}$，当$H_{0j}$成立时，$\frac{\hat b_j}{\sigma\sqrt{c_{jj}}}\sim N(0,1),\frac{Q_e}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-k-1),t_j=\frac{\hat b_j/\sqrt{c_{jj}}}{\sqrt{Q_e/(n-k-1)}}\sim t(\mathrm{n-k-1})$；（3）拒绝域$W_j=\{|t_j|\ge t_{\alpha/2}(n-k-1)\}$；（4）决策判断，若拒绝$H_{0j}$，则认为$x_j$对 y 的影响显著；若接收$H_{0j}$，则认为$x_j$对 y 的影响不显著，应当给予剔除。区间估计$(\hat y_0\mp t_{\frac{\alpha}{2}}(n-k-1)\sqrt{1+\sum_{i=0}^k\sum_{j=0}^k c_{ij}x_{0i}x_{0j}}\sqrt{\frac{Q_e}{n-k-1}})$

方差来源	平方和	自由度	均方和	F 值
因素 A（组间）	$Q_A=\sum_{i=1}^r n_i(\bar x_i-\bar x)^2$	$r-1$	$\bar Q_A=\frac{Q_A}{r-1}$	$F=\frac{\bar Q_A}{\bar Q_E}$
误差 E（组内）	$Q_E=\sum_{i=1}^r\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij}-\bar x_i)^2$	$n-r$	$\bar Q_E=\frac{Q_E}{n-r}$	
总和	$Q_T=\sum_{i=1}^r\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij}-\bar x)^2=Q_A+Q_E$	$n-1$		

决策统计与贝叶斯推断：状态集$\Theta=\{\theta\}$，行动集$\mathscr{A}=\{a\}$，损失函数

仅用先验信息→无数据决策；仅用样本信息→统计决策；先验信息+样本信息→贝叶斯决策

（1）事件形式：$A_1,A_2,\ldots,A_n$为互斥完备事件群，$B\subset\cup A_j$为另一事件，则$P(A_k|B)=\frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_j P(A_j)P(B|A_j)}$，$P(A_j)$为先验概率，$P(A_j|B)$为后验概率

（2）随机变量形式：$f_{X|Y}(x|y)=\frac{f_X(x)f_{Y|X}(y|x)}{\int_{-\infty}^{+\infty}f_X(x)f_{Y|X}(y|x)dx}$，$f_{Y|X}(y|x)=\frac{f_Y(y)f_{X|Y}(x|y)}{\int_{-\infty}^{+\infty}f_Y(y)f_{X|Y}(x|y)dy}$，$f(x,y)=f_X(x)f_{Y|X}(y|x)=f_Y(y)f_{X|Y}(x|y)$

$\pi(\theta)\to\theta$的先验分布；$p(x|\theta)\to$样本分布；$f(x,\theta)\to X$和θ的联合分布；

$f(x,\theta)=\pi(\theta)p(x|\theta)$；$m(x)=\int_\Theta f(x,\theta)d\theta=\int_\Theta\pi(\theta)p(x|\theta)d\theta$；$\theta$的后验分布$\pi(\theta|x)=\frac{\pi(\theta)p(x|\theta)}{m(x)}$

先验风险准则：$B(d)\triangleq E_\theta[R(\theta,d)]=\int_\Theta R(\theta,d)\pi(\theta)d\theta$，称为决策 d 的**贝叶斯风险**，$d^*\in\mathscr{D}$，若$B(d^*)=\inf_{d\in D}B(d)$，称$d^*$为决策类$\mathscr{D}$在贝叶斯先验风险准则下的最优决策函数，简称**贝叶斯决策函数**或**贝叶斯解**。因为$R(\theta,d)=E_{X|\theta}[L(\theta,d(X))]$，因此$B(d)=E_\theta\{E_{X|\theta}[L(\theta,d(X))]\}=E_{(X,\theta)}[L(\theta,d(X))]$

后验风险准则：$R(d|x)\triangleq E_{\theta|x}[L(\theta,d(x))]=\int_\Theta L(\theta,d(x))\pi(\theta|x)d\theta$，称为为**贝叶斯后验风险**，$d^*\in\mathscr{D}$，若$R(d^*|x)=\inf_{d\in D}R(d|x),x\in\mathscr{X}$，则称$d^*$为决策类$\mathscr{D}$在贝叶斯后验风险准则下的最优决策函数，或称**贝叶斯后验型决策函数**。

贝叶斯推断：$p(x|\theta)=\prod_{i=1}^n f(x_i|\theta)$表示**样本分布**

贝叶斯估计量：（1）$L(\theta,d)=(\theta-d)^2$，θ的贝叶斯估计为$E(\theta|x)$或$E_{\theta|x}(\theta)$，称为后验期望贝叶斯估计量（2）0-1 损失函数，θ的贝叶斯估计为使得后验分布$\pi(\theta|x)$达到最大值的点，称为最大后验估计，或者后验众数估计。（3）$L(\theta,d)=|\theta-d|$，θ的贝叶斯估计为后验分布$\pi(\theta|x)$的中位数，称为后验中位数估计。

区间估计：（1）$P\{\theta\in D|x\}=\int_D\pi(\theta|x)d\theta\ge1-\alpha$；（2）任给$\theta_1\in D,\theta_2\notin D$，总有$\pi(\theta_1|x)\ge\pi(\theta_2|x)$，称 D 是$\theta$的可信水平为$1-\alpha$的最大后验密度可信域，对于一维的$\theta$，D 为$\theta$的$1-\alpha$最大后验密度可信区间。**贝叶斯假设检验**：利用后验分布$\pi(\theta|x)$，分布计算假设H_0和H_1的后验概率$\alpha_i=P\{\theta\in\Theta_i|x\},i=0,1$，然后比较$\alpha_0$与$\alpha_1$的大小，若$\frac{\alpha_0}{\alpha_1}>1$，则接受$H_0$；若$\frac{\alpha_0}{\alpha_1}<1$，则拒绝$H_0$；若$\frac{\alpha_0}{\alpha_1}\approx1$，则不宜匆忙做决定，需要进一步抽样或收寻更多的先验信息。

对于简单假设$H_0:\theta=\theta_0\leftrightarrow H_1:\theta=\theta_1$且$\theta_0\ne\theta_1$。

（1）列出损失表：

采取的行动 \ θ的状态	d_0（接受H_0）	d_1（拒绝H_0）
$\theta=\theta_0$	0	1
$\theta=\theta_1$	1	0

$X\sim Exp(\lambda)$	λ	$2n\lambda\bar X\sim\chi^2(2n)$	$(\frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(2n)}{2n\bar X},\frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(2n)}{2n\bar X})$
$X\sim B(1,p)$	p	$U=\frac{\sum_{i=1}^n X_i-np}{\sqrt{np(1-p)}}=\frac{\sqrt n(\bar X-p)}{\sqrt{p(1-p)}}\sim N(0,1)$	$(\frac{1}{2a}\left(b-\sqrt{b^2-4ac}\right),\frac{1}{2a}\left(b+\sqrt{b^2-4ac}\right))$ $a=n+u^2_{\alpha/2}$,$b=2n\bar X+u^2_{\alpha/2}$,$c=n\bar X^2$
大样本	μ	$U=\frac{\bar X-\mu}{S/\sqrt n}\sim N(0,1)$	$(\bar X-\frac{S}{\sqrt n}u_{\frac{\alpha}{2}},\bar X+\frac{S}{\sqrt n}u_{\frac{\alpha}{2}})$

（2）确定θ的先验分布$\pi(\theta)$；（3）计算θ的后验概率$\pi(H_0|x)=\frac{\pi(H_0)p(x|H_0)}{\pi(H_0)p(x|H_0)+\pi(H_1)p(x|H_1)}$，$\pi(H_0|x)=\frac{\pi(H_1)p(x|H_1)}{\pi(H_0)p(x|H_0)+\pi(H_1)p(x|H_1)}$；（4）计算贝叶斯后验风险$R(d|x)=L(H_0,d)\pi(H_0|x)+L(H_1,d)\pi(H_1|x),d\in\mathscr{A}=\{d_0,d_1\}$；（5）决策判断：若$R(d_1|x)<R(d_0|x)$，则拒绝$H_0$。**先验分布的选取**（1）无信息先验分布：取均匀分布，则$\pi(\theta|x)\propto p(x|\theta),\theta\in D$;；（2）共轭先验分布：若由$\pi(\theta)$和$p(x|\theta)$决定的后验分布$\pi(\theta|x)$于$\pi(\theta)$是同一类型，则称先验分布$\pi(\theta)$为$p(x|\theta)$的共轭先验分布。**获得$\theta$的共轭先验分布方法**：先写出样本分布$p(x|\theta)=L(\theta)$（即似然函数），然后选取与$L(\theta)$具有相同的核的分布作为先验分布。