Учебник по Алгебре 8 класса

Здесь есть:

Квадратный корень из числа. Арифметический квадратный корень
Множество иррациональных чисел. Множество действительных чисел
Свойства квадратных корней
Применение свойств квадратных корней
Числовые промежутки.
Объединение и пересечение числовых промежутков
Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной.
Решение двойных неравенств
Квадратные уравнения.
Решение неполных квадратных уравнений
Формулы корней квадратного уравнения
Теорема Виета

Квадратный трехчлен.

Разложение квадратного трехчлена на множители
Решение целых рациональных уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям
Квадратичная функция и ее свойства
Монотонность, промежутки знакопостоянства квадратичной функции
Квадратные неравенства
Системы и совокупности квадратных неравенств
Свойства и график функции $y = k/x$, ***где*** $k \neq 0$
Свойства и график функции $y = x^3$
Свойства и график функции $y = |x|$
Свойства и график функции $y = \sqrt{x}$

§ 1. Квадратный корень из числа. Арифметический квадратный корень

Квадратным корнем из числа а называется число, квадрат которого равен а.

Например, квадратные корни из числа 0,25 — это числа 0,5 и −0,5, так как $0{,}5^2 = 0{,}25$ и $(-0{,}5)^2 = 0{,}25$.

Из числа 0 существует только один квадратный корень — это число 0.

Квадратный корень из числа −100 не существует, так как **квадрат любого числа есть число неотрицательное**.

Так как квадраты противоположных чисел равны, то из **положительного числа существует два квадратных корня**.

Один из них — положительный — называется **арифметическим квадратным корнем** из этого числа.

Арифметический квадратный корень из нуля равен нулю.

$$\sqrt{a} = b$$
$$b \geqslant 0,\ b^2 = a$$

Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число,квадрат которого равен а.

Например, 6 — арифметический квадратный корень из числа 36, поскольку $6 > 0$ и $6^2 = 36$.

Действие нахождения арифметического квадратного корня из числа называют еще **извлечением квадратного корня из числа**.

§ 2. Множество иррациональных чисел. Множество действительных чисел

Иррациональные числа — бесконечные непериодические десятичные дроби. Множество иррациональных чисел обозначают буквой ***I***.

Не существует рационального числа, квадрат которого равен 2.

Иными словами, иррациональными числами являются числа, из которых нельзя извлечь арифметический квадратный корень. К иррациональным числам также относится число π = 3,1415... . Бесконечная непериодическая десятичная дробь 2,121121112111... (количество цифр 1 после каждой цифры 2 увеличивается на одну) также является иррациональным числом.

Объединение множеств рациональных и иррациональных чисел называют **множеством действительных чисел** и обозначают буквой ***R***.

С помощью кругов Эйлера можно изобразить соотношения между числовыми множествами.

§ 3. Свойства квадратных корней

Подкоренные выражения принимают только неотрицательные значения. То есть корня из отрицательного числа не существует.

$$\sqrt{a},$$
a — подкоренное выражение,
$$a \geqslant 0$$

Из определения арифметического квадратного корня следует:

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a, \text{ где } a \geqslant 0$$

Например,

$$\left(\sqrt{25}\right)^2 = 25;$$
$$\left(\sqrt{3{,}59}\right)^2 = 3{,}59;$$
$$\left(\sqrt{2\frac{6}{19}}\right)^2 = 2\frac{6}{19}.$$
$$\frac{6\sqrt{2}-9}{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}.$$

Свойство 1. Квадратный корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b},$$
где $a \geqslant 0$,
$$b \geqslant 0$$

Свойство 2. Квадратный корень из частного равен частному корней из делимого и делителя, если делимое — неотрицательное число, а делитель — положительное.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}},$$

где $a \geqslant 0,\ b > 0$

Свойства квадратных корней применяются как слева направо, так и справа налево:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \text{ где } a \geqslant 0,\ b \geqslant 0; \qquad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ где } a \geqslant 0,\ b > 0.$$

Свойство 3. **Квадратный корень из квадрата числа равен модулю этого числа.**

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

§ 4. Применение свойств квадратных корней

Вынесение множителя за знак корня

Чтобы вынести множитель за знак корня, нужно:

1. Представить подкоренное выражение в виде произведения, содержащего квадрат выражения.
2. Применить свойство корня из произведения.
3. Найти корень из квадрата выражения.
4. Записать произведение полученного множителя и корня.

Внесение множителя под знак корня

Чтобы внести множитель под знак корня, нужно:

1. Представить неотрицательный множитель в виде квадратного корня из квадрата этого множителя.
2. Применить свойство корня из произведения «справа налево».
3. Записать корень из произведения.

Преобразование выражений, содержащих корни

Выражения, содержащие корни, называются **иррациональными**.

Избавление от иррациональности в знаменателе дроби

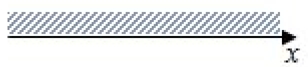
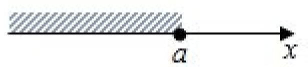
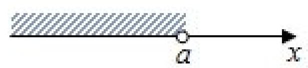
Если знаменатель дроби представляет собой корень, то числитель и знаменатель дроби можно умножить на знаменатель дроби, тогда получится дробь, в знаменателе которой нет иррациональности.

Если знаменатель дроби равен сумме (разности) выражений, содержащих корень, то числитель и знаменатель дроби умножают на разность (сумму) этих выражений (говорят — на сопряженное выражение). Тогда в знаменателе дроби получается рациональное число.

§ 5. Числовые промежутки. Объединение и пересечение числовых промежутков

Множество действительных чисел называют также **числовой прямой**.

В таблице приведены все подмножества множества действительных чисел или части числовой прямой, которые называют **числовыми промежутками**, а также их характеристики.

Название числового промежутка	*Изображение*	*Обозначение*	*Чтение*
Числовая прямая		$(-\infty;\ +\infty)$	Множество всех чисел от минус бесконечности до плюс бесконечности
Числовой луч		$[a;\ +\infty)$	Множество всех чисел от a включительно до плюс бесконечности
		$(-\infty;\ a]$	Множество всех чисел от минус бесконечности до a включительно
Открытый луч		$(a;\ +\infty)$	Множество всех чисел от a (не включая а) до плюс бесконечности
		$(-\infty;\ a)$	Множество всех чисел от минус бесконечности до a (не включая а)
Отрезок		$[a;\ b]$	Множество всех чисел от a включительно до b включительно
Интервал		$(a;\ b)$	Множество всех чисел от a (не включая a) до b (не включая b)
Полуинтервал		$[a;\ b)$	Множество всех чисел от a включительно до b (не включая b)
		$(a;\ b]$	Множество всех чисел от a (не включая a) до b включительно

Пересечение числовых промежутков

Рассмотрим пересечение множеств, которые являются числовыми промежутками. Например, найдем пересечение отрезка [2; 7] и полуинтервала (5; 9]. Отрезок отметим штриховкой выше координатной прямой, а полуинтервал — ниже. Их пересечение, т. е. общая часть, — это часть прямой с двойной штриховкой (и сверху, и снизу). Так отмечен полуинтервал (5; 7].

Запишем пересечение отрезка [2; 7] и полуинтервала (5; 9], используя знак пересечения множеств:

$[2; 7] \cap (5; 9] = (5; 7]$.

Объединение числовых промежутков

Найдем объединение двух числовых промежутков: отрезка [2; 7] и полуинтервала (5; 9], т. е. часть прямой, закрытую двумя этими промежутками. Штриховкой сверху или снизу отмечена часть прямой от 2 до 9. Значит, объединение этих промежутков есть отрезок [2; 9].

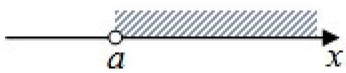
Используя знак объединения множеств, объединение отрезка [2; 7] и полуинтервала (5; 9]

можно записать так: $[2; 7] \cup (5; 9] = [2; 9]$.

§ 6. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной. Решение двойных неравенств

Для записи решений неравенств можно использовать **числовые промежутки**.

В следующей таблице даны различные способы (модели) представления решения неравенств.

Неравенство	*Изображение на координатной прямой*	*Запись решения в виде числового промежутка*
$x \geq a$		$[a;\ +\infty)$
$x \leq a$		$(-\infty;\ a]$
$x > a$		$(a;\ +\infty)$
$x < a$		$(-\infty;\ a)$

Системы неравенств

Решением системы неравенств называется значение переменной, удовлетворяющее каждому неравенству системы. **Решить систему неравенств** — значит найти множество всех ее решений.

Чтобы решить систему линейных неравенств, нужно:

1. Привести каждое из неравенств системы к виду $x > a$; $x < a$; $x \geq a$ или $x \leq a$.
2. На координатной прямой штриховкой отметить решения каждого неравенства системы.
3. Найти **пересечение** числовых промежутков.
4. Записать ответ.

Совокупности неравенств

Решением совокупности неравенств называется значение переменной, удовлетворяющее хотя бы одному из неравенств. **Решить совокупность неравенств** — значит найти множество всех ее решений.

Чтобы решить совокупность линейных неравенств, нужно:

1. Привести каждое из неравенств совокупности к виду $x > a$; $x < a$; $x \geq a$ или $x \leq a$.
2. На координатной прямой штриховкой отметить решения каждого неравенства совокупности.
3. Найти **объединение** числовых промежутков.
4. Записать ответ.

Решение двойных неравенств

Двойное неравенство $a < x < b$ можно рассматривать как систему неравенств

$$\begin{cases} x > a, \\ x < b. \end{cases}$$

§ 7. Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x — переменная, a, b, c — некоторые числа, причем **a ≠ 0**, называется **квадратным уравнением**. Число a называется **первым (старшим) коэффициентом**, b — **вторым (средним) коэффициентом**, c — **свободным членом**.

Например, уравнение $2x^2 - 5x + 3 = 0$ является квадратным, в нем первый коэффициент a = 2, второй коэффициент b = −5, свободный член c = 3.

В уравнении $4x^2 - x = 0$ первый коэффициент a = 4, второй коэффициент b = −1, свободный член c = 0.

В уравнении $3x^2 - 2 = 0$ первый коэффициент a = 3, второй коэффициент b = 0, свободный член c = −2.

В уравнении $12x^2 = 0$ первый коэффициент a = 12, второй коэффициент b = 0, свободный член c = 0.

Квадратные уравнения, в которых или коэффициент b, или свободный член c, или и b и c равны нулю, называются **неполными квадратными уравнениями**.

Решение неполных квадратных уравнений

Произведение нескольких множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей произведения равен нулю. Справедливо и обратное: если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0, \\ b = 0. \end{array}\right.$$

Знак «$\Leftrightarrow$» означает, что уравнение $a \cdot b = 0$ равносильно совокупности уравнений

$$\left[\begin{array}{l} a = 0, \\ b = 0. \end{array}\right.$$

Чтобы решить неполное квадратное уравнение, нужно:

1. Привести уравнение к одному из видов:

а) $ax^2 + bx = 0$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$;

б) $ax^2 + c = 0$, где $a \neq 0$, $c \neq 0$;

в) $ax^2 = 0$, где $a \neq 0$.

2. Разложить левую часть уравнения на множители (вынести общий множитель за скобки, применить формулу "разность квадратов").

3. Применить свойство о равенстве нулю произведения: произведение нескольких множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей произведения равен нулю.

4. Решить полученное уравнение (совокупность уравнение).

Неполное квадратное уравнение	**Решение уравнения**
$ax^2 + bx = 0$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$	Уравнение имеет два корня, один из которых равен нулю
$ax^2 + c = 0$, где $a \neq 0$, $c \neq 0$	Если a и c — числа разных знаков, то уравнение имеет два корня.

	Если а и с — числа одного знака, то уравнение не имеет корней.
$ax^2 = 0$, где $a \neq 0$	Уравнение имеет единственный корень, равный нулю

§ 8. Формулы корней квадратного уравнения

Рассмотрим квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, в котором ни один из коэффициентов не равен нулю, и найдем его корни.

Если первый коэффициент в квадратном уравнении равен единице, то **уравнение** называется **приведенным**.

Выражение **$b^2 - 4ac$** называется **дискриминантом** квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, обозначается буквой ***D***.

В зависимости от знака дискриминанта, уравнение может иметь два корня, один корень и не иметь корней.

Знак дискриминанта	Число корней уравнения
$D > 0$	Два корня $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$
$D = 0$	Один корень $x = -\frac{b}{2a}$
$D < 0$	Нет корней

Чтобы решить квадратное уравнение, нужно:

1. Определить коэффициенты уравнения.
2. По формуле $D = b^2 - 4ac$ найти дискриминант квадратного уравнения и определить его знак.

3. В зависимости от знака дискриминанта найти корни уравнения.
4. Записать ответ.

§ 9. Теорема Виета

Теорема Виета. Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна его второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение — свободному члену.

$$x^2 + px + q = 0 \ (D \geq 0), \ x_1 + x_2 = -p, \ x_1 \cdot x_2 = q$$

Теорема, обратная теореме Виета. Если числа x_1 и x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$, то они являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

§ 10. Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на множители

Многочлен $ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$, называется **квадратным трехчленом**.

Значение переменной, при котором значение квадратного трехчлена равно нулю, называется **корнем квадратного трехчлена**.

Чтобы найти корни квадратного трехчлена, нужно решить квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$.

Разложение квадратного трехчлена на множители

Чтобы разложить квадратный трехчлен на множители, нужно:

1. Найти корни квадратного трехчлена x_1 и x_2.

2. По формуле $ax^2 + bx + c = = a(x - x_1)(x - x_2)$ записать произведение трех множителей: первого коэффициента а и разностей

$x - x_1$ и $x - x_2$.

Если дискриминант квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ равен нулю, то квадратный трехчлен можно представить в виде $a(x - x_1)^2$, где x_1 — корень квадратного трехчлена.

Если дискриминант квадратного трехчлена отрицательный, то квадратный трехчлен нельзя разложить на множители.

§ 12. Решение целых рациональных уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

Для решения задач с помощью квадратных уравнений можно выполнить следующую последовательность действий:

1. Выяснить, о каких величинах в задаче идет речь.
2. Выяснить известные и неизвестные значения величин и зависимости между ними.
3. Одну из неизвестных величин обозначить через х, а остальные величины выразить через х и зависимости между величинами.
4. Составить уравнение в соответствии с зависимостями между величинами.
5. Решить уравнение и записать ответ в соответствии со смыслом задачи.

Среди методов решения уравнений одним из основных является метод сведения одного уравнения к другому, способ решения которого известен. Таким методом является **метод замены переменной**.

Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$, **где** $a \neq 0$,

называется **биквадратным**.

Биквадратные уравнения относятся к целым рациональным уравнениям.

Целыми рациональными уравнениями называются уравнения, у которых в левой и правой частях — только многочлены.

§ 13. Квадратичная функция и ее свойства

Функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где a, b и c — некоторые числа, причем $a \neq 0$, называется **квадратичной**.

Графиком квадратичной функции является **парабола.**

Квадратичную функцию можно записать:

1) в виде многочлена: $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$;

например, $y = 4x^2 - 24x + 20$;

2) в виде разложения на множители (если корни соответствующего квадратного трехчлена существуют): $y = a(x - x_1)(x - x_2)$;

например, $y = 4(x - 1)(x - 5)$;

3) в виде выделенного полного квадрата: $y = a(x - m)^2 + n$;

например, $y = 4(x - 3)^2 - 16$.

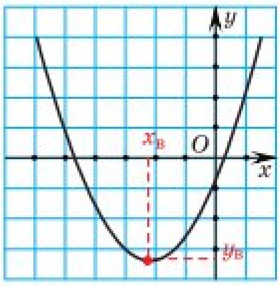
Свойства квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$

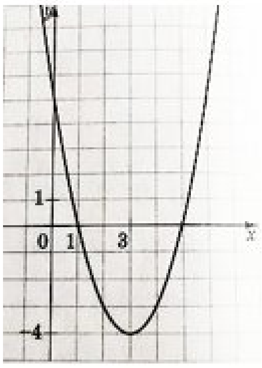
1. **<u>Область определения функции</u>** — все действительные числа, т. е. **D** = ***R***.

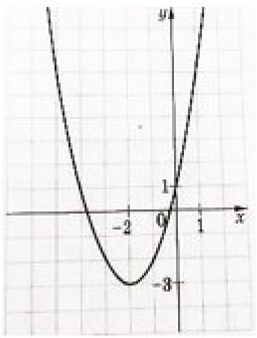
2. **<u>Множество значений функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.</u>**

Если а > 0, то Е = [$y_в$; +∞); сли а < 0, то Е = (−∞; $y_в$], где $x_в$ и $y_в$ — координаты вершины паработы;

$y_в = y(x_в)$, $x_в = -{}^{b}/_{2a}$.

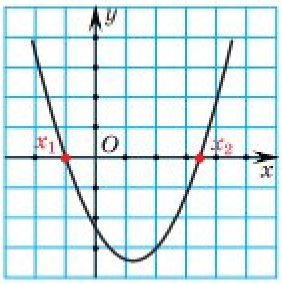


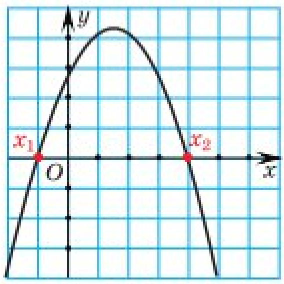




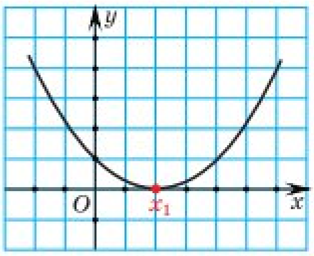
3. **<u>Нули функции.</u>** Значения аргумента, при которых значения функции $y = ax^2 + bx + c$ равны нулю, являются корнями квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$.

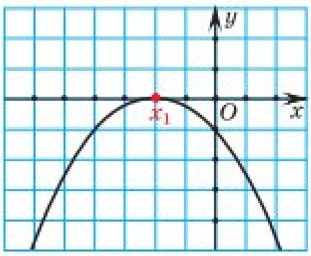
● Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках с координатами (x_1; 0), (x_2; 0).



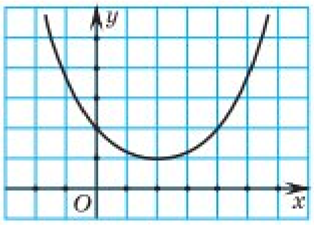


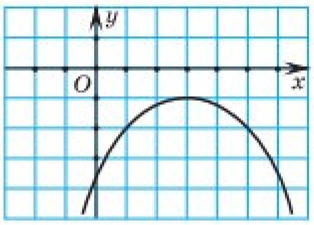
● Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_1, то парабола имеет с осью абсцисс единственную общую точку с координатами $(x_1; 0)$.



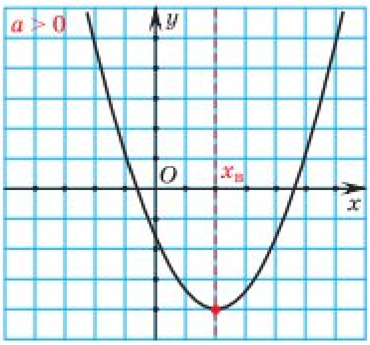


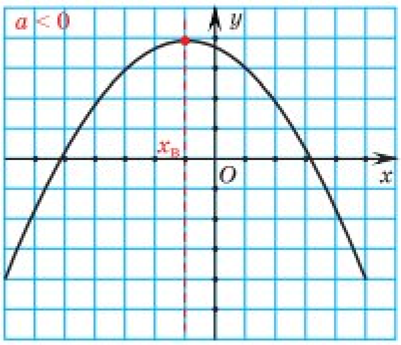
● Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ не имеет корней, то парабола не имеет с осью абсцисс общих точек.





4. <u>Ось симметрии параболы.</u> Осью симметрии параболы является прямая, проходящая через вершину параболы параллельно оси ординат. Уравнение оси симметрии **$x = -{}^{b}/_{2a}$**. Симметричные части графика называются **ветвями параболы**. Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх. Если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз.





Чтобы построить график квадратичной функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$, нужно:

1. Определить направление ветвей параболы. (Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх. Если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз.)
2. Определить координаты вершины параболы: $x_в = -{}^{b}/_{2a}$, $y_в = f(x_в)$. Построить вершину параболы и ось симметрии параболы $x = x_в$.
3. Найти нули функции, если они есть, и отметить их на оси абсцисс.
4. Определить точку пересечения параболы с осью ординат. (Если $x = 0$, то значение функции $f(x) = ax^2 + bx + c$ равно c.) Построить точку с координатами $(0; c)$ и точку, ей симметричную относительно прямой $x = x_в$.
5. Соединив отмеченные точки плавной линией, построить график функции.

§ 14. Монотонность, промежутки знакопостоянства квадратичной функции

Промежутки монотонности квадратичной функции

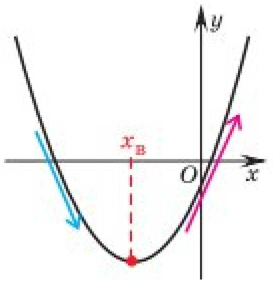
Функция возрастает на некотором промежутке, **если большему значению аргумента** из этого промежутка **соответствует большее значение функции**.

Функция убывает на некотором промежутке, **если большему значению аргумента** из этого промежутка **соответствует меньшее значение функции**.

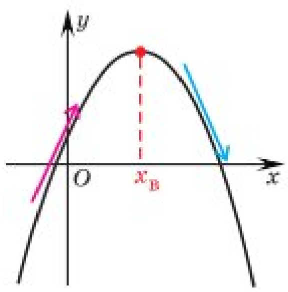
Промежутки убывания и возрастания функции называются **промежутками монотонности функции**.

В общем случае для функции $f(x) = ax^2 + bx + c$:

- если $a > 0$ (ветви параболы направлены вверх), то функция убывает на промежутке $(-\infty; x_в]$ и возрастает на промежутке $[x_в; +\infty)$



- если $a < 0$ (ветви параболы направлены вниз), то функция убывает на промежутке $[x_в; +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty; x_в]$



Чтобы определить промежутки возрастания и убывания квадратичной функции, нужно:

1) Определить абсциссу вершины параболы $x_в = -{}^{b}/_{2a}$.

2) Определить знак первого коэффициента.

3) Заполнить таблицу изменения функции в зависимости от изменения значений аргумента.

4) Записать ответ:

если $a > 0$, то функция убывает на промежутке $(-\infty; x_в]$ и возрастает на промежутке $[x_в; +\infty)$;

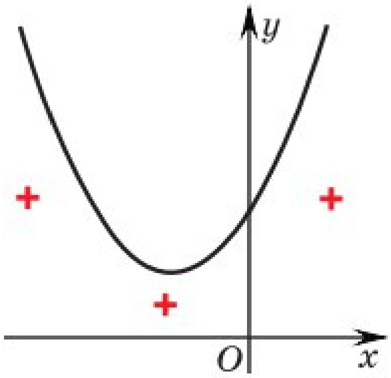
если $a < 0$, то функция убывает на промежутке $[x_в; +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty; x_в]$.

x	$-\infty \quad x_в \quad +\infty$
$f(x)$, $a > 0$	↘ ↗

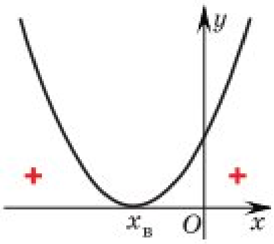
x	$-\infty \quad x_в \quad +\infty$
$f(x)$, $a < 0$	↗ ↘

Промежутки знакопостоянства квадратичной функции

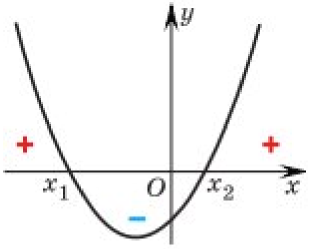
Промежутки, на которых функция принимает только положительные или только отрицательные значения, называются **промежутками знакопостоянства функции**.



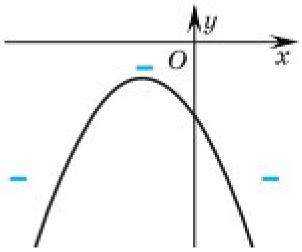
Квадратичная функция принимает только положительные значения при всех значениях аргумента, так как при всех $x \in R$ график этой функции расположен выше оси абсцисс, т. е. $y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$.



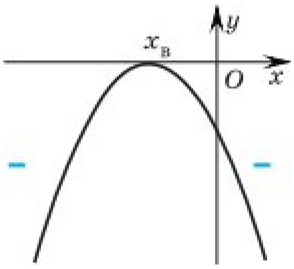
Квадратичная функция принимает только положительные значения при всех значениях аргумента, кроме $x = x_в$, так как при всех $x \neq x_в$ график функции расположен выше оси абсцисс. Значит, $y > 0$ при $x \in (-\infty; x_в) \cup (x_в; +\infty)$.



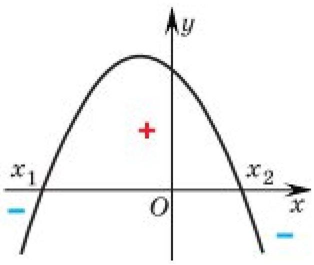
Квадратичная функция принимает положительные значения на промежутках $(-\infty; x_1)$ и $(x_2; +\infty)$, отрицательные значения — между нулями функции, т. е. на промежутке $(x_1; x_2)$.



Квадратичная функция принимает только отрицательные значения при всех значениях аргумента, так как при всех $x \in R$ график этой функции расположен ниже оси абсцисс, т. е. $y < 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$.



Квадратичная функция принимает только отрицательные значения при всех значениях аргумента, кроме $x = x_в$, так как при всех $x \neq x_в$ график функции расположен ниже оси абсцисс. Значит, $y < 0$ при $x \in (-\infty; x_в) \cup (x_в; +\infty)$.



Квадратичная функция принимает положительные значения между нулями функции, т. е. на промежутке $(x_1; x_2)$. Отрицательные значения эта функция принимает на промежутках $(-\infty; x_1)$ и $(x_2; +\infty)$.

§ 15. Квадратные неравенства

Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, где $a \neq 0$, называются **квадратными**.

Для того чтобы найти значения переменной, при которых трехчлен $ax^2 + bx + c$ принимает положительные, отрицательные, неположительные или неотрицательные значения, т. е. решить квадратное неравенство, можно использовать свойства функции
$y = ax^2 + bx + c$.

Для решения квадратного неравенства достаточно построить схему графика функции $y = ax^2 + bx + c$, определив ее нули.

Чтобы решить квадратное неравенство, можно:

1) Построить схему графика функции $y = ax^2 + bx + c$.
2) В соответствии со знаком неравенства определить значения переменной x, удовлетворяющие неравенству.
3) Записать ответ.

§ 16. Системы и совокупности квадратных неравенств

Чтобы решить систему квадратных неравенств, можно:

1) Решить каждое неравенство.
2) Найти пересечение множеств решений первого и второго неравенств.
3) Записать ответ.

Чтобы решить совокупность квадратных неравенств, можно:

1) Решить каждое неравенство.

2) Найти объединение множеств решений первого и второго неравенств.

3) Записать ответ.

§ 17. Свойства и график функции y = k/x, где k ≠ 0

Формула **$y = {}^{k}/_{x}$, где k ≠ 0**, задает функцию, которая называется **обратной пропорциональностью**.

Свойства и график функции

1. Область определения функции. Так как дробь $^{k}/_{x}$ имеет смысл при всех значениях x, кроме нуля, то D = (-∞; 0) U (0; +∞).

Графически это означает, что график функции $y = {}^{k}/_{x}$ не пересекает ось ординат.

2. Множество значений функции. Так как k ≠ 0, то $^{k}/_{x} \neq 0$, значит, y ≠ 0, т. е. E = (-∞; 0) U (0; +∞).Графически это означает, что график функции не пересекает ось абсцисс.

3. Нули функции. Так как y ≠ 0, то функция $y = {}^{k}/_{x}$ не имеет нулей.

4. Промежутки знакопостоянства функции.

Если k > 0, то y > 0 при x ∈ (0; +∞), y < 0 при x ∈ (−∞; 0).

Если k < 0, то y > 0 при x ∈ (−∞; 0), y < 0 при x ∈ (0; +∞).

5. График функции.График обратной пропорциональности называется **гиперболой**. Гипербола имеет две ветви. Ветви гиперболы симметричны относительно начала координат.

Если k > 0, то график обратной пропорциональности расположен в первой и третьей координатных четвертях.

Если k < 0, то график обратной пропорциональности расположен во второй и четвертой координатных четвертях.

6. Промежутки монотонности функции.
Если $k > 0$, то с увеличением значений аргумента значения функции уменьшаются на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$, т. е. функция убывает на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$.
Если $k < 0$, то с увеличением значения аргумента значения функции увеличиваются на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$, т. е. функция $y = {}^k/_x$ возрастает на каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$.

§ 18. Свойства и график функции $y = x^3$

Свойства и график функции

1. Область определения функции. Так как выражение x^3 является степенью с натуральным показателем, то оно имеет смысл для любого действительного числа x, значит, областью определения функции $y = x^3$ являются все действительные числа: $D = \mathbf{R}$.
2. Множество значений функции. Степень x^3 может принимать положительные и отрицательные значения, быть равной нулю. Множеством значений функции $y = x^3$ является промежуток $(-\infty; +\infty)$: $E = \mathbf{R}$.
3. Нули функции. Так как $y = 0$, т. е. $x^3 = 0$, при $x = 0$, то это значение аргумента есть нуль функции.
4. Промежутки знакопостоянства функции.
Функция принимает положительные значения ($y > 0$), если $x \in (0; +\infty)$.
Функция принимает отрицательные значения ($y < 0$), если $x \in (-\infty; 0)$.

5. График функции. График функции $y = x^3$ является линия, которая называется называется **кубической параболой**.

6. Промежутки монотонности функции.

С увеличением значений аргумента значения функции увеличиваются, т. е. функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$.

7. Точки графика функции $y = x^3$ **симметричны** относительно точки (0; 0).

§ 19. Свойства и график функции y = |x|

Свойства и график функции

1. Область определения функции. Так как |x| определяется для любого действительного числа, то областью определения функции y = |x| являются все действительные числа: D = **R**.

2. Множество значений функции. Так как по определению модуля числа значение выражения |x| неотрицательно для любого числа x, то множеством значений функции y = |x| является множество неотрицательных чисел: E = [0; +∞).

3. Нули функции. Так как y = 0, т. е. |x| = 0, при x = 0, то x = 0 есть нуль функции.

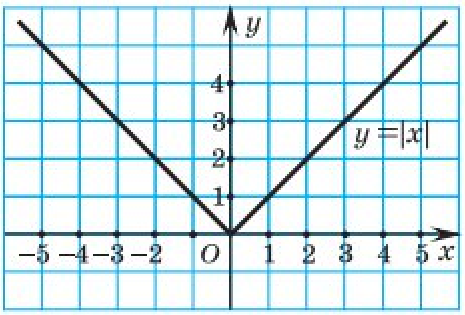
4. Промежутки знакопостоянства функции. y > 0 для x ∈ (−∞; 0) U (0; +∞).

5. График функции.

6. Промежутки монотонности функции.

Функция y = |x| возрастает на промежутке [0; +∞) и убывает на промежутке (−∞; 0].

7. Точки графика функции y = |x| **симметричны** относительно оси ординат.



§ 20. Свойства и график функции y = $\sqrt{x}$

Свойства и график функции

1. Область определения функции. Аргумент х принимает только неотрицательные значения, т. е. D = [0; +∞).

2. Множество значений функции. По определению арифметический квадратный корень из числа есть число неотрицательное, т. е. множеством значений функции y = $\sqrt{x}$ является множество неотрицательных чисел: E (y) = [0; +∞).

$\sqrt{x}$

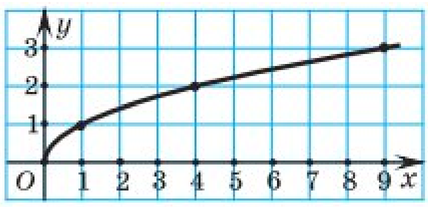
3. Нули функции. Так как y = 0, т. е. $\sqrt{x}$ = 0, при х = 0, то значение х = 0 является нулем функции.

$\sqrt{x}$

4. Промежутки знакопостоянства функции. y > 0 для х ∈ (0; +∞).

5. График функции. График функции y = $\sqrt{x}$ лежит в первой координатной четверти и проходит через начало координат.

$\sqrt{x}$



6. Промежутки монотонности функции. С увеличением значений аргумента х значения функции y = $\sqrt{x}$ увеличиваются, значит, функция y = $\sqrt{x}$ возрастает для всех х ∈ [0; +∞).

$\sqrt{x}$