

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ
КАФЕДРА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Лабораторна робота №1.2
з дисципліни «Інтелектуальні вбудовані системи»
на тему «Дослідження автокореляційної і взаємно-кореляційної
функцій випадкових сигналів »

Виконав:
студент гр. ІП-84
Дмитренко Олександр

Перевірив:
Регіда П.Г.

Основні теоретичні відомості

Значення автокореляційної функції фізично представляє зв'язок між значенням однієї і тієї ж величини, тобто для конкретних моментів t_k, τ_s , значення $R_{xx}(t, \tau)$ оцінюється друге змішаним центральним моментом 2-х перетинів випадкових процесів $x(t_k), x(t_k + \tau_s)$

$$R_{xx}(t, \tau_s) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \overbrace{(x_i(t_k) - M_x(t_k))}^{x(t_k)} \cdot \overbrace{(x_i(t_k + \tau_s) - M_x(t_k + \tau_s))}^{x(t_k + \tau_s)}$$

для кожного конкретного інтервалу потрібно проходити по всім t_k (перетинах).

Центральні значення можна замінити:

$$\begin{aligned} & \overline{x(t_k)}, \overline{x(t_k + \tau_s)}, \text{ тобто їх } M_x = 0 \\ & \left[\begin{aligned} R_{xx}(t, \tau) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \overline{x_i(t)} \cdot \overline{x_i(t + \tau)} \\ R_{xx}(t, \tau) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \overline{x_i(t)} \cdot \overline{x_i(t + \tau)} \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

Обчислення кореляційної функції $R_{xx}(t, \tau)$ є відносно складним, оскільки необхідно попереднє обчислення математичного очікування M_x для виконання кількісної оцінки, іноді виповнюється ковариационной функцією:

$$C_{xx}(t, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_i(t) \cdot x_i(t + \tau)$$

У завданнях управління частіше використовується нормована кореляційна функція:

$$S_{xx}(t, \tau) = \frac{R_{xx}(t, \tau)}{D_x(t)} < 1$$

Дослідження нестандартних випадкових сигналів вимагає значних обсягів пам'яті, тому в більшості наукових досліджень приймається гіпотеза про стаціонарності випадкового сигналу на інтервалі $(t_0 \dots t_1)$.

Кореляційна функція для стаціонарного сигналу:

$$\begin{aligned} R_x(\tau_s) &= \lim_{N \rightarrow 0} \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N \underbrace{(x_i(t_k) - M_x)}_{x(t_k)} \cdot \underbrace{(x_i(t_k + \tau_s) - M_x)}_{x(t_k + \tau_s)} = \\ &= \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n-1} \cdot (x_i(t_k) - M_x) \cdot (x_i(t_k + \tau_s) - M_x) \end{aligned}$$

$x(t)$ в межах однієї реалізації показує наскільки швидко змінюється сигнал.

Коваріаційна функція для стаціонарного сигналу:

$$C_{xx}(\tau) = \lim_{N \rightarrow 0} \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n Lx(t_k) \cdot x(t_k + \tau)$$

показує ступінь зв'язності між значеннями одного і того ж сигналу.

Таким чином для стаціонарних і ергодичні процесів обчислення параметрів сигналів реалізуються шляхом усереднення за часом у межах однієї реалізації.

Статистичне вимірювання зв'язків між двома стаціонарними випадковими процесами

Дуже важливим виявляється не тільки обчислення автокореляційної функції $R_{xx}(\tau)$, але і обчислення взаємної кореляційної функції $R_{xy}(\tau)$ для двох випадкових процесів $x(t)$, $y(t)$, для якої не можна на основі зовнішнього спостереження сказати, чи є залежність між ними. Для розрахунку взаємної кореляційної функції:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{n \rightarrow \infty} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n \underbrace{(x_i(t_k) - M_x)}_{X(t_k)} \cdot \underbrace{(y(t_k + \tau) - M_y)}_{Y(t_k + \tau)} =$$

τ - випробувальний інтервал, на конкретному значенні якого досліджується взаємний вплив.

Завдання

Для згенерованого випадкового сигналу з Лабораторної роботи N 1 відповідно до заданого варіантом (Додаток 1) розрахувати його автокореляційної функцію. Згенерувати копію даного сигналу і розрахувати взаємнокореляційну функцію для 2-х сигналів. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

Варіант

Номер залікової книжки - **8507**

Варіант в таблиці — **7**

Число гармонік в сигналі $n = 10$

Гранична частота $\omega_{gr} = 2700$

Кількість дискретних відліків $N = 256$

Лістинг програми

```
import numpy as np          # math operations
import matplotlib.pyplot as plt  #graphs

n = 10          # harmonics
w = 2700        #frequency
N = 256         # discrete calls
```

```

def signalsGenerator(n,w,N):
    signals = np.zeros(N)
    W = w / n

    for harmonic in range(n):
        amplitude = np.random.rand()
        phase = np.random.rand()

        for t in range(N):
            signals[t] += (amplitude * np.sin(W * t + phase))
        W += W
    return signals

def correlFunction(signalFirst, signalSec):

    result = []
    lngth = len(signalFirst) // 2
    mathExpect_1 = np.average(signalFirst)
    mathExpect_2 = np.average(signalSec)
    def_1, def_2 = np.std(signalFirst), np.std(signalSec)      #deflection

    for t in range(lngth):
        cov = 0      #covariance

        for l in range(lngth):
            cov += (signalFirst[l]-mathExpect_1)*(signalSec[l+t]-mathExpect_2) / (lngth)

        result.append((cov / def_1 * def_2))

    return result

def autocorrelFunction(signal):
    return correlFunction(signal, signal)

signal1 = signalsGenerator(n,w,N)
signal2 = signalsGenerator(n,w,N)

print('Average: ', np.average(signal1))
print('Dispersion: ', np.var(signal1))

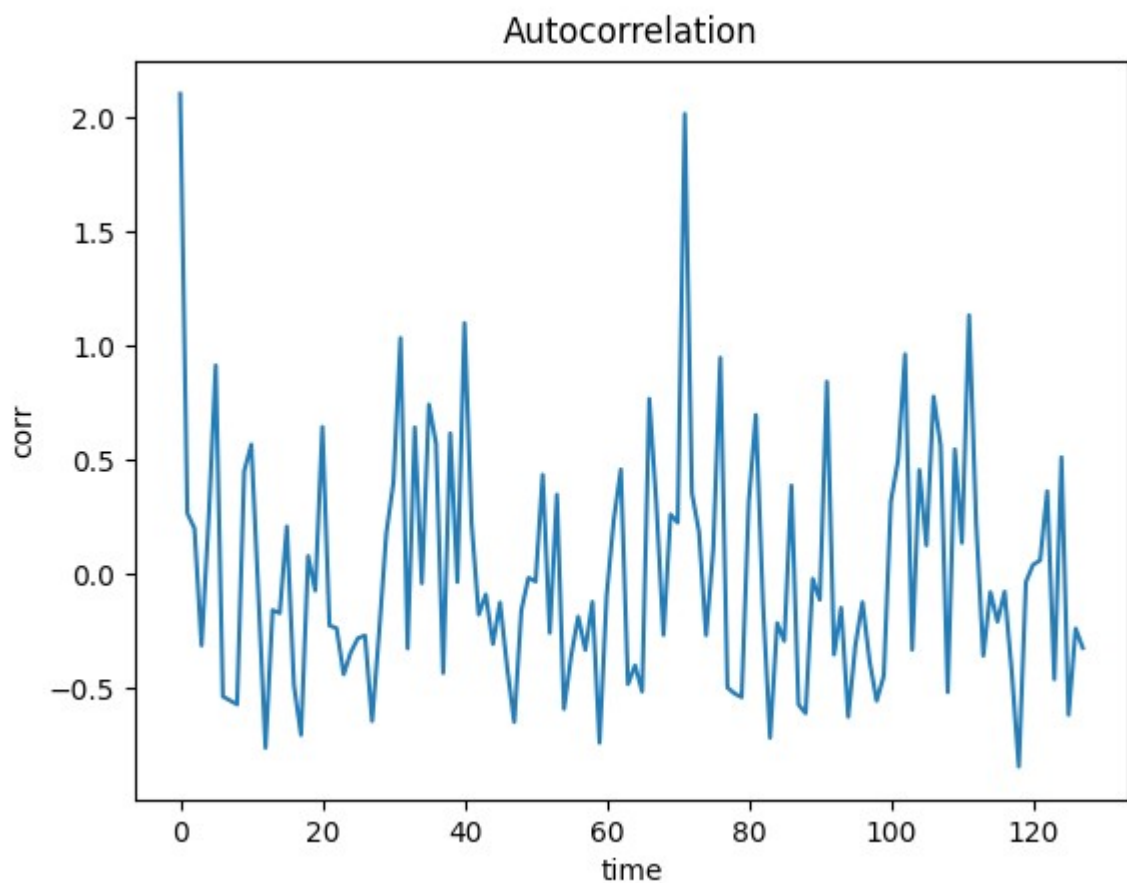
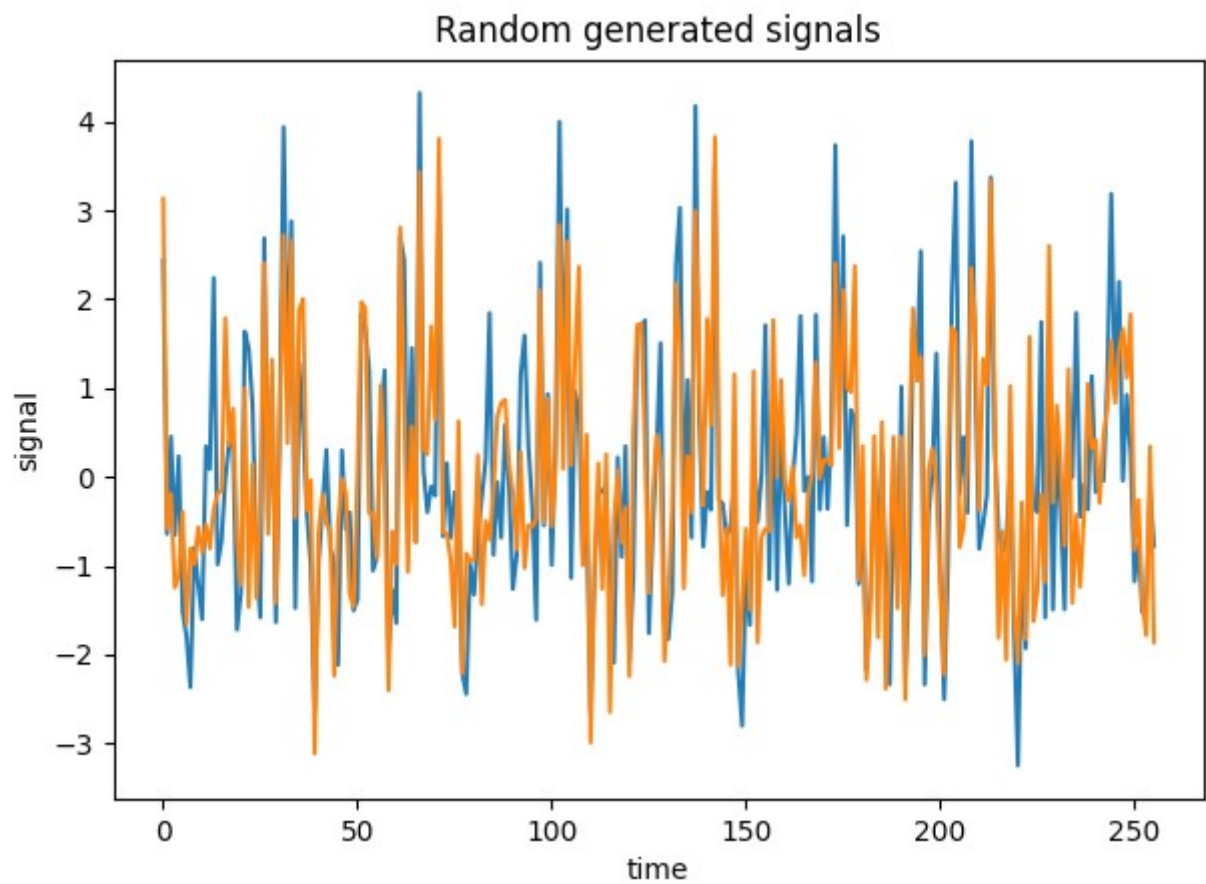
plt.plot(signal1)
plt.plot(signal2)
plt.title('Random generated signals')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('signal')
plt.figure()

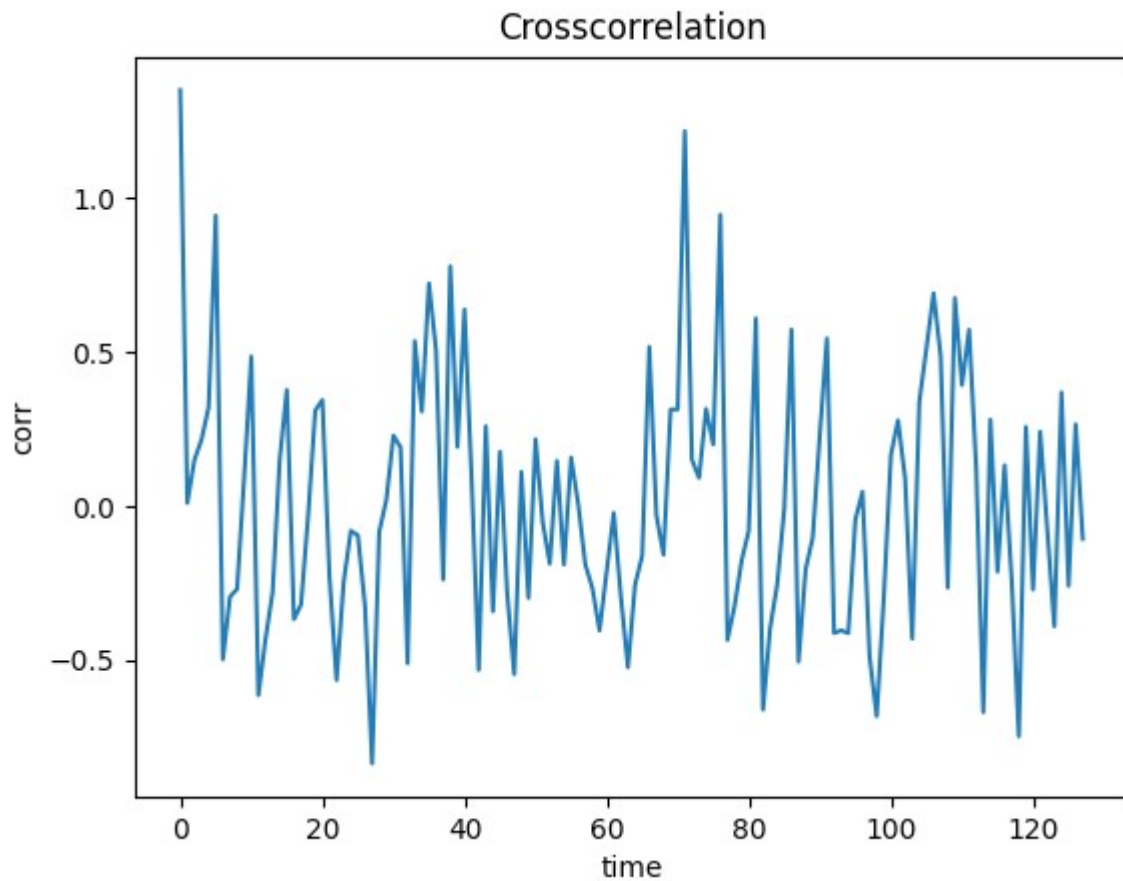
plt.plot(autocorrelFunction(signal1))
plt.title('Autocorrelation')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('corr')
plt.figure()

plt.plot(correlFunction(signal1, signal2))
plt.title('Crosscorrelation')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('corr')
plt.show()

```

Результат роботи програми





```
Average: -0.010003373895612556  
Dispersion: 2.130216391981727
```

Висновки

У ході виконання лабораторної роботи я ознайомився з методами обчислення кореляційних функцій. Було реалізовано програму на мові Python, результатом якої стало обчислення автокореляції сигналу та взаємної кореляції сигналів, також виведення їх графіків відповідно.