МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ
КАФЕДРА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Лабораторна робота №2.1
з дисципліни «Інтелектуальні вбудовані системи»

на тему «ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМУ ШВИДКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є З ПРОРІДЖУВАННЯМ ВІДЛІКІВ СИГНАЛІВ У ЧАСІ »

Виконав:
студент гр. ІП-84
Дмитренко Олександр

Перевірив:
Регіда П.Г.

Київ 2021

Основні теоретичні відомості

Швидкі алгоритми ПФ отримали назву схеми Кулі-Тьюкі. Всі ці алгоритми використовують регулярність самої процедури ДПФ і те, що будь-який складний коефіцієнт W_N^{pk} можна розкласти на прості комплексні коефіцієнти.

$$W_N^{pk} = W_N^1 W_N^2 W_N^3$$

Для стану таких груп коефіцієнтів процедура ДПФ повинна стати багаторівневою, не порушуючи загальних функціональних зв'язків графа процедури ДПФ.

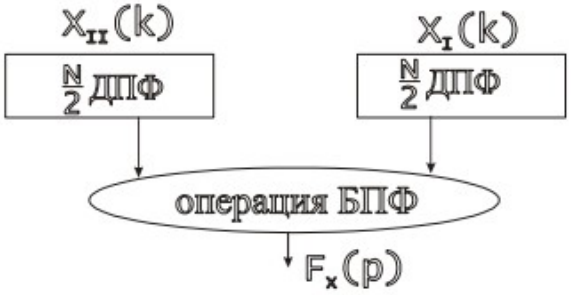
Існують формальні підходи для отримання регулярних графів ДПФ. Всі отримані алгоритми поділяються на 2 класи:

1) На основі реалізації принципу зріджені за часом $\mathbf{X_к}$

2)на основі реалізації принципу зріджені відліків шуканого спектру **F(p).**

Найпростіший принцип зріджені - поділу на парні/непарні пів-послідовності, які потім обробляють паралельно. А потім знаходять алгоритм, як отримати шуканий спектр.

Якщо нам вдасться ефективно розділити, а потім алгоритм отримання спектра, то ми можемо перейти від **N** ДПФ до **N/2** ДПФ.



Розглянемо формальний висновок алгоритму ШПФ, який реалізує в одноразовому застосуванні принцип проріджування по часу:

$$F_x(p)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{pk}=\sum_{k=0}^{N-2}X_{II}(k)W_N^{pk}+\sum_{k=1}^{N-2}X_I(k)W_N^{pk}$$

$$X_{II}(k)\to X(2k^*);\ X_I(k)\to X(2k^*+1);\ k^*=0;\frac{N}{2}-1$$

$$F_x(p)=\sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1}X(2k^*)W_N^{pk}+\sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1}X(2k^*+1)W_N^{p(2k^*+1)}$$

$$W_N^{p2k^*}=e^{-j\frac{2\pi}{N}p2k^*}=e^{-j\frac{2\pi}{N/2}pk^*}=W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}$$

У цій першій сумі з'явилися коефіцієнти в 2 рази менше.

У другій сумі з'явився множник, який не залежить від k * тобто він може бути винесений за знак суми.

$$W_N^{p(2k^*+1)}=W_N^{p2k^*}\cdot W_N^p=W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}W_N^p$$

$$F_x(p)=\underbrace{\sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1}X(2k^*)W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}}_{F_{II}(p^*)}+\underbrace{W_N^p\sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1}X(2k^*+1)W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}}_{F_I(p^*)}$$

Ми бачимо, що всі вирази можна розділити на 2 частини, які обчислюються паралельно.

$F_I(p^*)$ - проміжний спектр, побудований на парних відліку. У цьому алгоритмі передбачається, щоб отримати спектр **F(p)** треба виконати 2 незалежних **N/2** ШПФ.

1) $$F_{II}(p^*)=\sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1}X(2k^*)W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}\qquad p^*=0,\frac{N}{2}-1$$

2) $$F_I(p^*)=\sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1}X(2k^*+1)W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}$$

А на наступному кроці буде реалізована швидка збірка, тобто ШПФ з зрідженим за часом за формулою:

$$F_\tau(p^*)=F_{II}(p^*)+W_N^{p^*}F_I(p^*)$$

Але в цьому виразі різні **p** для зв'язку їх

Якщо $p<N/2$, то $p=p^*$ 1-а половина спектру

Якщо $p\geq N/2$, то $p=p^*+N/2$ 2-а половина спектру

Завдання

Для згенерованого випадкового сигналу з Лабораторної роботи N 1 відповідно до заданого варіантом (Додаток 1) побудувати його спектр, використовуючи процедуру швидкого перетворення Фур'є з проріджуванням відліків сигналу за часом. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

Варіант

Номер залікової книжки - **8507**
Варіант в таблиці — **7**

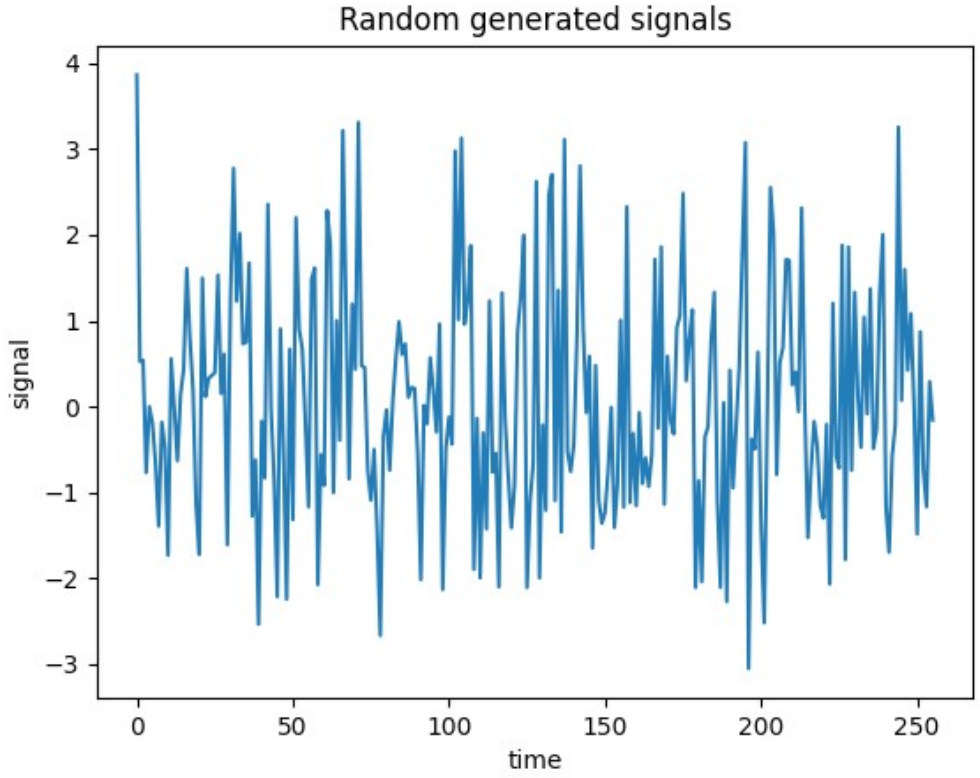
Число гармонік в сигналі n = 10
Гранична частота ω гр = 2700
Кількість дискретних відліків N = 256

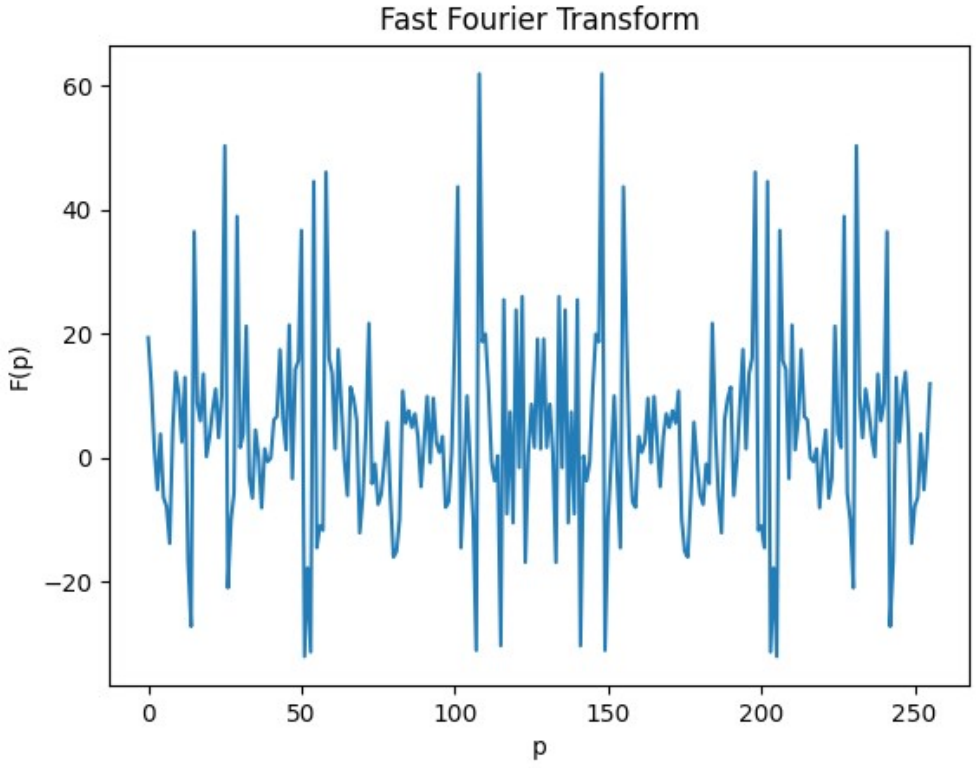
Лістинг програми

```python
import numpy as np      # math operations
import matplotlib.pyplot as plt     #graphs

n = 10      # harmonics
w = 2700    #frequency
N = 256     # discrete calls

def signalsGenerator(n,w,N):
    signals = np.zeros(N)
    W = w / n
    for _ in range(n):
        for t in range(N):
            amplitude = np.random.rand()
            phase = np.random.rand()
            signals[t] += (amplitude * np.sin(W * t + phase))
        W += W
    return signals
```

```
def fCoeff(pk, N):
    exp = 2*np.pi*pk/N
    return complex(np.cos(exp), -np.sin(exp))


# Fast  Fourier Transform
def ffTransform(signals):
    N = len(signals)
    l = int(N/2)
    spect = [0] * N

    if N ==1:
        return signals
    evens = ffTransform(signals[::2])
    odds = ffTransform(signals[1::2])

    for k in range(l):
        spect[k] = evens[k] + odds[k] * fCoeff(k, N)
        spect[k + l] = evens[k] - odds[k] * fCoeff(k, N)

    return spect


signal  = signalsGenerator(n,w,N)


plt.plot(signal)
plt.title('Random generated signals')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('signal')
plt.figure()

plt.plot(ffTransform(signal))
plt.title('Fast Fourier Transform')
plt.xlabel('p')
plt.ylabel('F(p)')
plt.show()
```

Результат роботи програми





Висновки

У ході виконання лабораторної роботи було ознайомлено з принципами реалізації спектрального аналізу випадкових сигналів на основі алгоритму швидкого перетворення Фур’є. Було реалізовано програму мові Python. В свою чергу вона обчислює спектр за допомогою швидкого перетворення Фур’є та в кінці виводить відповідний графік.