



ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

METODY UKŁADANIA ALGORYTMÓW: PROGRAMOWANIE DYNAMICZNE

Programowanie dynamiczne stosuje się wtedy, gdy podproblemy *nie są niezależne*, tzn., kiedy podproblemy mogą zawierać te same podproblemy, co powoduje wielokrotne rozwiązywanie tego samego problemu. Przykładem takiego problemu jest ciąg Fibonacciego w wersji rekurencyjnej. W algorytmie opartym na programowaniu dynamicznym rozwiązuje się każdy podproblem tylko raz, a następnie zapamiętuje się wynik w *odpowiedniej tabeli*, unikając w ten sposób wielokrotnych obliczeń dla tego samego problemu.

Zadanie 1. Korzystając z techniki programowania dynamicznego napisz program obliczania elementów ciągu Fibonacciego:

$$fib(n) = \begin{cases} 0 & \text{dla } n = 0 \\ 1 & \text{dla } n = 1 \\ fib(n-1) + fib(n-2) & \text{dla } n > 1 \end{cases}$$

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	F_{16}	F_{17}	F_{18}	F_{19}
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1597	2584	4181

Zadanie 2. Korzystając z techniki programowania dynamicznego wyznacz wartość wyrażenia:

$$P(i, j) = \begin{cases} 0 & \text{dla } i > 0, j = 0 \\ 1 & \text{dla } i = 0, j > 0 \\ \frac{P(i-1, j) + P(i, j-1)}{2} & \text{dla } i > 0, j > 0 \end{cases}$$

dla $i = 5, j = 5$.

(Pliki do wykorzystania: [zadanie_2.xlsx](#))

Zadanie 3. Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $S(n)$ zdefiniowany rekurencyjnie:

$$S(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0, \\ 1 & \text{dla } n = 1, \\ 2S(n-1) - S(n-2) & \text{dla } n > 1. \end{cases}$$

Zaproponuj algorytm obliczania n -tego wyrazu tego ciągu, wykorzystujący metodę programowania dynamicznego.

Zadanie 4*. Korzystając z techniki programowania dynamicznego ułóż algorytm wyznaczania współczynnika dwumianowego $\binom{n}{m}$.

Przy rozwiązywaniu zadania skorzystamy z następujących zależności:

$$\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m} + \binom{n-1}{m-1} \quad \text{dla } 0 \leq m \leq n$$

$$\binom{n}{0} = 1 \quad \binom{n}{n} = 1 \quad \text{dla } n \geq 0$$