

**Г.А.ЗВЕНИГОРОДСКИЙ**

---

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ  
ТЕХНИКА**

**И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ**

---

---

Г.А.ЗВЕНИГОРОДСКИЙ

---

# **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ**

ПОСОБИЕ  
для учителя

Рекомендовано  
Главным управлением школ  
Министерства просвещения СССР

МОСКВА «ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1987

Рецензенты:  
проректор по учебной работе Омского педагогического института,  
канд. пед. наук, доцент *М. П. Лапчик*;  
учитель школы № 52 с углубленным изучением математики  
(г. Москва) *В. А. Симановская*

**Геннадий Анатольевич Звенигородский**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА  
И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ**

Зав. редакцией *Р. А. Хабиб*  
Редактор *Н. А. Песина*  
Младшие редакторы *Л. Е. Козырева, Е. А. Сафронова*  
Обложка художника *Б. Л. Николаева*,  
рисунки художника *В. В. Костина*  
Художественный редактор *Е. Н. Карасик*  
Технический редактор *С. С. Якушкина*  
Корректор *З. А. Безпалова*

**ИБ № 10401**

Сдано в набор 21.07.86. Подписано к печати 17.11.86. Формат 60 × 90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага типогр. № 2.  
Гарнитура литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 3,0. Усл. кр.-отт. 3,25. Уч.-изд. л. 2,53.  
Тираж 100 000 экз. Заказ 382. Цена 5 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 129846, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Росглавополиграф-  
прома Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 410004,  
Саратов, ул. Чернышевского, 59.

**Звенигородский Г. А.**  
**З-43** Вычислительная техника и ее применение: Пособие для  
учителя.— М.: Просвещение, 1987.— 48 с.: ил.

Книга поможет учителю в подготовке к проведению классных и внеклассных учебных  
занятий по теме «Вычисления на микрокалькуляторе» в курсе алгебры VII—VIII классов,  
а также факультативных занятий по этому материалу.

**З**  $\frac{4306010000-224}{103 (03) - 87}$  134—87

**ББК 74.262**

© Издательство «Просвещение», 1987

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Пособие предназначено для подготовки учителей к проведению учебных занятий по теме «Вычисления на микрокалькуляторе» в курсе алгебры VII—VIII классов, а также факультативных занятий по этому материалу.

Изложение материала ведется на примере микрокалькуляторов «БЗ-23» и «БЗ-36», как наиболее используемых в школах. В качестве примера персональной ЭВМ выбран персональный компьютер «Агат». Это первая отечественная персональная ЭВМ, которыми оснащаются школьные вычислительные кабинеты.

Условные обозначения, приведенные после номера каждого параграфа, имеют следующее содержание:

[\*] — обязательный материал;

[в] — материал, предназначенный для выборочного изложения в ходе уроков;

[и] — материал, предназначенный для подробного изучения на уроках. Эти параграфы могут быть использованы в качестве пособия для школьников;

[ф] — материал для факультативных занятий;

[п] — материал, предназначенный для изложения в школах и классах с углубленным изучением дисциплин физико-математического цикла при наличии в кабинете полного комплекта инженерных микрокалькуляторов.

## КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ИСТОРИИ, ОСНОВНЫМ РАЗНОВИДНОСТЯМ И ВАЖНЕЙШИМ ОБЛАСТЯМ ПРИМЕНЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

### § 1.1. [★] ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Создание и массовое распространение электронно-вычислительных машин (ЭВМ) по праву считается одним из важнейших научно-технических достижений нашего времени. История электронно-вычислительной техники насчитывает немногим более трех десятков лет, хотя ее предыстория исчисляется тысячелетиями.

Разнообразные счетные приспособления известны с глубокой древности. В развалинах древнего Стоунхеджа, создание которого относят к позднему каменному веку (около 2 тысяч лет до нашей эры), найдены счетные устройства — так называемые лунки Обри.

Устройства, напоминающие современные русские счеты — абак, суанпань и другие, были известны в Древнем Египте, Греции, Китае. От латинского названия абак — *calculi* — происходит название самого распространенного современного вычислительного прибора — микрокалькулятора.

Приспособления для счета использовались в вычислительной практике гораздо раньше, чем были разработаны приемы письменных вычислений. Важную роль в ускорении вычислений сыграли логарифмы, изобретенные Джоном Непером. В 1614 году были опубликованы первые логарифмические таблицы, а в 20-х годах XVII века была изобретена первая логарифмическая линейка. Однако все эти приборы — от абак до логарифмической линейки — сами не выполняют арифметических операций, а только помогают человеку их выполнять. По-видимому, самый ранний из известных в настоящее время проектов механических вычислительных устройств, способных от начала и до конца выполнить арифметическую операцию самостоятельно, принадлежит Леонардо да Винчи. Первый реально построенный механический вычислитель был создан Блезом Паскалем в 1642 году. За прошедшие с тех пор три с лишним века было предложено множество разновидностей механических арифмометров. Одна из наиболее удачных конструкций была разработана В. Однером в 1879 году. Усовершенствованный арифмометр Однера выпускался в нашей стране до конца 50-х годов под названием «Феликс».

Прямой предшественницей современных вычислительных ма-

шин можно считать «Аналитическую машину», проект которой разрабатывался Чарлзом Бэббиджем в середине прошлого века (первоначальный замысел относится к 1834 году). Машина Бэббиджа должна была выполнять без вмешательства человека сложные арифметические и логические действия по заданной программе. Идея Бэббиджа более чем на сто лет опередили свое время, и его проект так и не был полностью реализован.

В конце 30-х — начале 40-х годов нашего столетия было спроектировано и построено несколько вычислительных машин на основе *электромагнитных реле* и других электромеханических устройств. Наиболее известная из них — «Марк-1» — была построена в США под руководством Г. Айкена в 1944 году. Машина могла выполнять в среднем три сложения или вычитания за одну секунду, умножение занимало 5,7 с, деление — 15,3 с. Ее запоминающее устройство позволяло хранить около ста чисел.

Использование *электронных ламп* вместо механических и электромеханических устройств в вычислительных машинах позволило в тысячи раз увеличить скорость вычислений. В 1937 году Д. Атанасов (США) начал работу над проектом вычислительной машины на электронных лампах. Идея Атанасова были использованы В. Моучли и Д. Эккертом при разработке первой в мире электронно-вычислительной машины, получившей название ЭНИАК. Эта машина вступила в строй в 1945 году. Она представляла собой огромное инженерное сооружение, занимавшее площадь около 170 м<sup>2</sup> и содержавшее 18 тысяч электронных ламп. ЭНИАК выполняла за одну секунду около 5000 сложений и около 400 умножений.

Первая советская электронная вычислительная машина — МЭСМ — была создана под руководством С. А. Лебедева в 1951 году, а уже в следующем году была сдана в эксплуатацию БЭСМ — самая быстрая в то время ЭВМ, выполнявшая свыше 8 тысяч операций в секунду и способная хранить в запоминающем устройстве 2048 чисел.

В истории последующего тридцатилетия принято выделять четыре периода, соответствующие четырем **поколениям ЭВМ**.

К **первому поколению** относятся машины на электронных лампах, в том числе упоминавшиеся выше ЭНИАК, МЭСМ и БЭСМ. Машины этого поколения обладали максимальным быстродействием в десятки тысяч арифметических операций в секунду.

Создание вычислительных машин **второго поколения** связано с заменой электронных ламп на малогабаритные полупроводниковые устройства — транзисторы. Это позволило уменьшить размеры машин и потребляемую ими мощность почти в 10 раз, а производительность примерно во столько же раз увеличить. ЭВМ второго поколения имели быстродействие в сотни тысяч операций в секунду, а лучшая из советских транзисторных ЭВМ — БЭСМ-6, вступившая в строй в 1967 году, выполняет за одну секунду свыше миллиона арифметических операций. Эту машину

принято считать промежуточной между вторым и третьим поколениями.

Переход к следующему, **третьему поколению** связан с разработкой способов изготовления нескольких транзисторов на одном кристалле полупроводника, что привело к созданию *интегральных схем* (ИС).

Большинство вычислительных машин, находящихся в настоящее время в эксплуатации в СССР (серии СМ и ЕС), относятся именно к третьему поколению. Наиболее производительные машины этих серий выполняют несколько миллионов операций в секунду, могут хранить в запоминающих устройствах миллионы чисел и способны обслуживать одновременно несколько десятков рабочих мест программистов. Методы изготовления интегральных схем совершенствовались очень быстро и уже в 70-х годах стало возможным формировать на одной пластинке полупроводника размером  $5 \times 5$  мм до ста тысяч элементов, в том числе более двадцати тысяч транзисторов. Иначе говоря, всю ЭНИАК можно уместить сегодня на однокопеечной монете, причем работать она будет в сотни раз быстрее, а энергии потреблять в миллионы (!) раз меньше, чем ламповый. Такие полупроводниковые приборы получили название *больших интегральных схем* (БИС).

Большие интегральные схемы составляют основу вычислительных машин **четвертого поколения**, приходящего сегодня на смену третьему.

Однако значение современного этапа развития вычислительной техники не ограничивается очередным увеличением скорости и объема памяти вычислительных машин. Массовое производство БИС (а их выпуск во всем мире исчисляется сотнями миллионов штук в год) позволило вплотную приблизить вычислительную технику к рабочим местам представителей самых различных профессий. Поэтому основные знания и умения, необходимые для эффективного использования электронно-вычислительной техники, становятся сегодня важной составной частью общего образования, а умение использовать доступную вычислительную технику для решения математических задач становится необходимым элементом математической культуры. По словам академика СССР А. П. Ершова, программирование становится сегодня *второй грамотностью* каждого образованного человека [1].

## **§ 1.2. [\*в] КЛАССИФИКАЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН И ОСНОВНЫЕ ОБЛАСТИ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ**

Вычислительные машины традиционно разделяют на *большие*, *средние* и *малые*, хотя сегодня эта классификация определяется не столько геометрическими размерами, сколько возможностями той или иной машины.

Большие и сверхбольшие ЭВМ предназначены для решения сложнейших научно-технических и экономических задач, таких,

как моделирование процессов, происходящих в атмосфере и океане, прогнозирование землетрясений, расчет траекторий движения космических летательных аппаратов, составление долгосрочных народно-хозяйственных планов. Такие машины изготавливают в небольшом количестве и устанавливают в крупнейших вычислительных центрах. Примером современной большой ЭВМ может служить советская машина «Эльбрус», способная выполнять десятки миллионов операций в секунду.

Вычислительные машины среднего класса обладают несколькими меньшими возможностями и, соответственно, более низкой стоимостью. Они предназначены для использования всюду, где приходится постоянно обрабатывать большое количество числовых данных, например в автоматизированных системах управления промышленными предприятиями. Быстродействие таких машин колеблется от ста тысяч до миллионов операций в секунду, а объем запоминающего устройства — от тысяч до нескольких миллионов чисел. К среднему классу относится большинство ЭВМ из упоминавшейся в предыдущем параграфе серии ЕС.

Малые ЭВМ составляют сегодня самый многочисленный и быстро-развивающийся класс ЭВМ. К этому классу традиционно относят так называемые **мини-ЭВМ** (семейство СМ), хотя по быстродействию и объему памяти эти машины не уступают многим ЭВМ среднего класса. Основное их отличие в том, что они приспособлены для обработки нечисловой информации и могут быстро реагировать на сигналы, поступающие по линиям связи. Такие машины широко применяются для управления сложными видами оборудования (ускорители, прокатные станы, химические реакторы и т. д.) и для решения научно-технических задач, имеющих сложную логическую структуру, но не требующих большого объема вычислений.

В 70-х годах появилась новая разновидность малых вычислительных машин — так называемые **персональные ЭВМ**. Это сравнительно дешевые и малогабаритные (размером не больше пишущей машинки) компьютеры, которые могут быть установлены на рабочих столах, вмонтированы в станок или исследовательский прибор. Несмотря на малые размеры, они сохраняют все основные возможности больших машин, но имеют сравнительно малое быстродействие и небольшую память. Все персональные машины хорошо приспособлены для использования человеком прямо на рабочем месте: задания для них набираются на клавиатуре, напоминающей клавиатуру пишущей машинки, а результаты решения можно увидеть на телевизионном экране в числовой, текстовой или графической форме, в зависимости от характера задачи.

Производство персональных ЭВМ достигает несколько сотен тысяч экземпляров в год, и темпы их выпуска быстро возрастают.

Еще более широкий размах приобрело производство **микропроцессоров** — больших интегральных схем, способных выполнять



арифметические и логические операции по заданной программе. Микропроцессор — важная составная часть любой малой ЭВМ, но может использоваться и самостоятельно. В отличие от вычислительной машины в целом, микропроцессор способен воспринимать и вырабатывать только электрические сигналы. Для взаимодействия с человеком это, разумеется, не годится, но для управления разнообразными приборами и устройствами таких сигналов вполне достаточно. Микропроцессорами сейчас оборудуются не только станки и научные приборы, но и разнообразная бытовая техника: стиральные и швейные машины, электроплиты, фотоаппараты, телевизоры и даже пылесосы. Большие интегральные схемы — главная составная часть таких распространенных устройств, как микрокалькуляторы, электронные часы, телевизионные игры.

С точки зрения общего математического образования наибольший интерес представляют те разновидности электронно-вычислительной техники, которые предназначены для индивидуального использования и могут применяться при решении разнообразных математических задач, возникающих в ходе обучения и в процессе профессиональной деятельности представителей различных специальностей. Такие устройства можно назвать *вычислительной техникой индивидуального пользования*.

### **§ 1.3. [\*] ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА ИНДИВИДУАЛЬНОГО ПОЛЬЗОВАНИЯ: КЛАССИФИКАЦИЯ И ЭЛЕМЕНТЫ УСТРОЙСТВА**

К вычислительной технике индивидуального пользования относятся микрокалькуляторы и персональные ЭВМ (персональные компьютеры)\*.

**Микрокалькулятор** — малогабаритное электронное устройство индивидуального пользования, предназначенное для выполнения разнообразных вычислений. Достижения современной микроэлектроники позволяют изготавливать весьма миниатюрные калькуляторы: существуют модели, вмонтированные в авторучки и наручные часы. Однако работать с такими устройствами очень неудобно, поэтому чаще всего калькуляторы имеют карманный или настольный формат.

По своим возможностям калькуляторы подразделяются на **простейшие, инженерные и программируемые**. Простейшие калькуляторы выполняют четыре арифметических действия с целыми и дробными числами. Некоторые модели позволяют также вычислять квадратные корни, выполнять действия с процентами и производить другие вспомогательные операции.

Внешний вид типичного простейшего калькулятора «Электроника БЗ-23» показан на рисунке 1.

Для набора чисел и знаков арифметических операций предназначена **клавиатура**, состоящая из 18 клавиш. **Дисплей** (иногда

---

\* Термины «ЭВМ» и «компьютер» в русском языке имеют одинаковое новое содержание и в этом пособии употребляются как синонимы.



Рис. 1

его называют **индикатор**) отображает исходные данные и результаты операций. Внутри корпуса расположен микропроцессор, схема управления дисплеем и батарейки, обеспечивающие калькулятор электроэнергией.

Расшифровка клавиш простейшего калькулятора «Электроника БЗ-23»:

☐ — сброс, при ее нажатии очищаются память и индикатор

☐ — деление

☐ — умножение

**Инженерные** калькуляторы имеют более широкие возможности, чем простейшие. Они позволяют вычислять значения тригонометрических и некоторых других специальных функций, выполнять арифметические операции с использованием скобок, запоминать промежуточные результаты в дополнительных блоках памяти. По внешнему виду эти калькуляторы почти не отличаются от простейших, но имеют несколько другую клавиатуру.

Клавиатура инженерного калькулятора «Электроника БЗ-36» изображена на рисунке 2. Почти каждая клавиша такого калькулятора имеет двойное обозначение: на самой клавише и на корпусе калькулятора над ней. Это означает, что она может выполнять несколько различных действий, в зависимости от того, в каком режиме она была нажата. Для переключения режимов служит клавиша **[F]**. Если ее не нажимать, клавиатура будет работать в обычном режиме, а если нажать, то следующая за ней клавиша работает в так называемом *режиме совмещенной функции*.

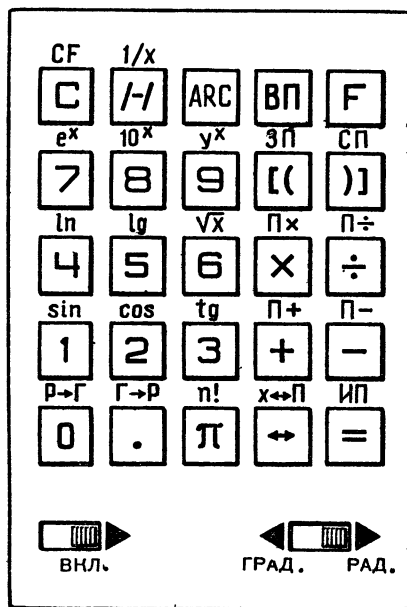


Рис. 2

Расшифровка клавиш инженерного калькулятора «Электроника БЗ-36»:

- C** — сброс, очищает регистр индикатора (РИ)
- $y^x$  — возведение положительных чисел в степень с произвольным рациональным показателем.
- ВП** — ввод порядка числа
- F** — переключение режимов (совмещенный режим)
- /—/** — ввод отрицательного порядка (ввод знака)
- 3П** — запись в память
- СП** — очистка регистра памяти
- Пх, П÷, П+, П—** — для работы с регистрами памяти (РП)
- Р→Г, Г→Р** — перевод числа из радианной меры в градусную и обратно
- х↔П** — для перестановки чисел
- π** — ввод числа  $\pi$  с точностью до  $10^{-7}$

**Персональный компьютер** — самый совершенный представитель вычислительной техники индивидуального пользования. Внешний вид персонального компьютера «Агат» изображен на рисунке 3, а схема его клавиатуры на рисунке 4.

Перечислим основные особенности персональных компьютеров по сравнению с калькуляторами.

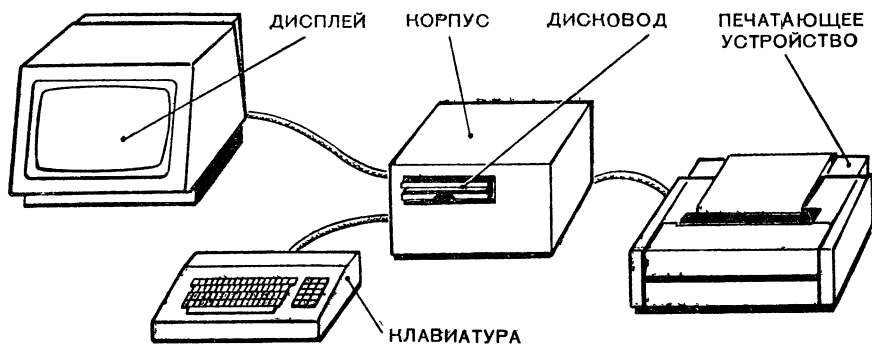


Рис. 3

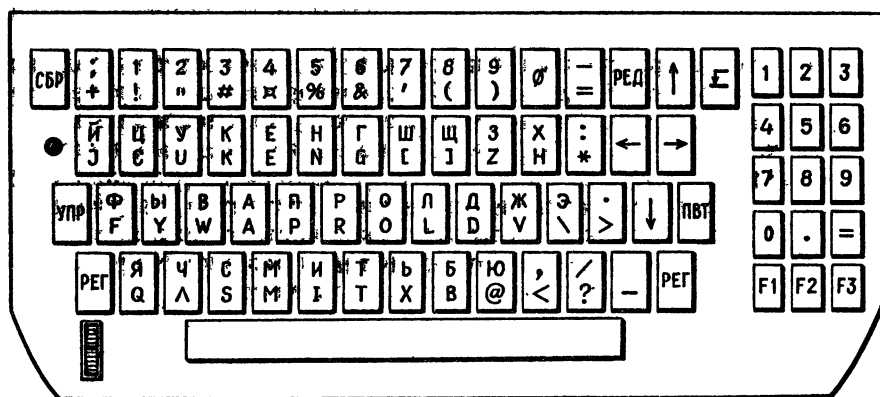


Рис. 4

1. Запоминающее устройство компьютера «Агат» позволяет хранить 96 тысяч чисел, а быстродействие этого компьютера составляет около 300 тысяч операций в секунду. Это в тысячи раз превосходит возможности лучших калькуляторов и позволяет решать почти любую задачу по тематике школьных учебных предметов.

2. Клавиатура компьютера, изображенная на рисунке 4, содержит все буквы русского и латинского алфавитов, что позволяет набирать с ее помощью не только числа, но и любые тексты на различных языках\*.

3. Программы для компьютеров составляются не из цифровых команд, как в программируемых калькуляторах, а из предложений специально разработанных языков, которые называются языками

\* Расшифровку клавиш компьютера «Агат» см. в Приложении.

**программирования.** Такие программы проще составлять и во много раз легче понять, чем программы для калькуляторов. Перевод их в команды, которые может исполнить микропроцессор, осуществляет специальная программа, называемая **транслятором**. Используя разные трансляторы, можно работать с одним и тем же компьютером на различных языках или, наоборот, на одном и том же языке работать с разными компьютерами.

4. Все компьютеры позволяют записать программу или набор данных на магнитную ленту или **гибкий магнитный диск**, напоминающий гибкую грампластинку. Это позволяет составить библиотеку программ и использовать их, если возникает необходимость вновь решить похожую задачу. На лентах и дисках можно хранить и готовые программы, разработанные профессиональными программистами. Для записи программ и данных на магнитный диск в «Агат» встроен портативный **дисковод** (рис. 3). Можно подключить к компьютеру кассетный магнитофон и записать программы на ленту.

5. В качестве дисплея к персональным компьютерам подключается черно-белый или цветной телевизор. На его экране компьютер может отображать не только числа, но и тексты на любых языках, рисунки и программы. Это позволяет решать с помощью компьютера не только вычислительные задачи, но и задачи текстового характера (например, проверять диктанты), задачи с использованием рисунков (геометрические построения и преобразования, изображение действующих моделей различных приборов с использованием элементов мультипликации) и т. д.

6. Набор операций, выполняемых компьютером, предусматривает не только арифметические действия, но и операции с множествами, векторами и другими математическими объектами.

7. В корпус компьютера вмонтирован динамик, что позволяет подавать звуковые сигналы и исполнять несложные музыкальные произведения.

8. Несколько персональных компьютеров могут быть соединены между собой или **подключены** к одной большой ЭВМ. Это дает возможность решать такие задачи, для которых возможности одного компьютера оказываются недостаточными.

При описании работы с персональными компьютерами в этом пособии используется язык программирования Рапира. Транслятор для этого языка входит в состав программной системы «Школьница», которой оснащаются персональные компьютеры, устанавливаемые в школьных вычислительных кабинетах.

Программная система «Школьница» специально разработана для преподавания нового предмета, введенного в школьный курс «Основы информатики и вычислительной техники», учащимся средней школы. Система поддерживает изучение **основных** понятий информатики и базовых конструкций языков программирования, обеспечивает практикум по программированию и разработку прикладных программ.

## ПРИМЕНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ЧИСЛОВЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

### § 2.1. [\*в] ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

При решении многих математических задач конечный результат должен быть получен в виде одного или нескольких чисел. Получение числового ответа особенно важно в задачах с практическим содержанием, при обработке результатов лабораторных работ и в других случаях применения математики. Умение доводить решение задачи до числа — важная составная часть общей математической культуры.

Для получения ответа в виде числа обычно бывает нужно найти значения некоторых числовых выражений. Если такие выражения имеют достаточно сложную структуру, т. е. содержат большое число арифметических операций над многозначными числами, скобок, специальных функций, то вычисление их значений вручную оказывается громоздкой задачей и занимает много времени. Применяя вычислительную технику индивидуального пользования, можно вычислить значение самого сложного выражения в течение нескольких минут или даже секунд. Обычно для этого достаточно набрать вычисляемое выражение на клавиатуре компьютера или калькулятора.

Однако правила набора выражений на клавиатурах различных вычислительных устройств отличаются от общепринятых правил математической записи. Поэтому все выражения, кроме самых простых, необходимо преобразовать перед набором на клавиатуре. Такое преобразование мы будем называть *приведением к виду, удобному для машинных вычислений*.

Для разных видов вычислительной техники требуются различные преобразования. Например, для компьютера правила приведения очень просты, и после некоторой тренировки они могут выполняться устно, в процессе работы на клавиатуре. Для инженерного калькулятора эти правила несколько сложнее, и приведение выражений, содержащих арифметические операции разных приоритетов, рекомендуется выполнять письменно.

Порядок выполнения вычислений на калькуляторах и компьютерах и правила приведения выражений к виду, удобному для машинных вычислений, описываются в следующих параграфах.

## § 2.2. [\*] ВЫПОЛНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

Для выполнения элементарных арифметических операций — сложения, вычитания, умножения и деления на всех типах микрокалькуляторов\* и на большинстве персональных компьютеров не требуется никаких специальных знаний.

Последовательность нажатия клавиш на клавиатуре микрокалькуляторов при выполнении таких вычислений в точности соответствует последовательности написания цифр и знаков арифметических операций при записи условий примера на бумаге. Например, чтобы вычислить  $138 \times 271$ , необходимо нажимать клавиши калькулятора в следующем порядке:

1 3 8  $\times$  2 7 1 =

Сразу после нажатия клавиши = на дисплее появится результат операции — число 37 398.

На персональных ЭВМ, оснащенных программной системой «Школьница», порядок нажатия клавиш будет несколько иным: *перед* вычисляемым выражением нужно набрать вопросительный знак (?), а *после* него поставить точку с запятой (;) и нажать клавишу  $\downarrow$ \*\*, вызывающую переход к следующей строке на экране дисплея. Таким образом, чтобы вычислить  $12\,345 + 67\,890$ , необходимо нажать клавиши в следующем порядке:

? 1 2 3 4 5 + 6 7 8 9 0 ;  $\downarrow$

### Упражнения к § 2.2

1. В какой последовательности нужно нажимать клавиши для вычисления перечисленных ниже выражений:

а) на калькуляторе? б) на персональном компьютере?

$$2547 + 9146;$$

$$41\,946 + 598\,459;$$

$$5900 - 4192;$$

$$2\,115\,213 - 1\,231\,567.$$

$$548 + 20045;$$

2. Вычислить вручную значение выражений:

$$597\,496 + 493\,215;$$

$$4391:59;$$

$$4931 \times 4586;$$

$$31\,519 - 41\,596.$$

## § 2.3. [\*] ОСОБЕННОСТИ ЗАПИСЕЙ ЧИСЕЛ И ЗНАКОВ ОПЕРАЦИИ

**Десятичная точка.** На всех современных микрокалькуляторах и компьютерах при записи десятичных дробей принято использовать точку (.) вместо запятой (,), для отделения целой части числа от дробной. Например, число 12,5 (двенадцать це-

\* За исключением «БЗ-19 М» и других аналогичных моделей с так называемым инверсным вводом операндов.

\*\* На некоторых ЭВМ клавиша перевода строки обозначается по-другому.

лых и пять десятых) на клавиатуре нужно набирать 12.5, вместо 0,128—0.128.

Чтобы не создавать путаницу в обозначениях, рекомендуется при работе с вычислительной техникой записывать в таком виде все исходные данные, а также промежуточные и итоговые результаты вычислений. Всюду в этом пособии будет использоваться только такая форма записи.

**Знаки операций.** Для обозначения сложения и вычитания на всех вычислительных машинах используются те же знаки, что и в обычной математической записи: плюс и минус (+ и —). А вот умножение и деление обозначаются по-разному. На микрокалькуляторах операция умножения обозначается знаком « $\times$ », а операция деления — знаком « $\div$ ».

На персональных компьютерах умножение обозначается звездочкой (\*), а деление — наклонной чертой (/). Таким образом, для вычисления

$$35.68 \times 51.96$$

на микрокалькуляторе необходимо набрать:

$$35.68 \times 51.96 =$$

на компьютере:

$$? 35.68 * 51.96 ; *$$

Для вычисления

$$591 : 12.56$$

на калькуляторе набирается:

$$591 \div 12.56 =$$

на компьютере:

$$? 591 / 12.56 ;$$

**[ф] Числа с плавающей точкой.** Для расширения диапазона чисел, с которыми можно производить вычисления, на персональных компьютерах и на многих микрокалькуляторах (за исключением простейших) предусмотрено представление чисел в форме *с плавающей точкой*, т. е. с отдельной записью мантиссы и порядка числа. Напомним, что любое действительное число может быть представлено в виде  $a \times 10^b$ , где  $a$  — действительное число, а  $b$  — целое.


Например:

$$125.31 = 1.2531 \times 10^2 = 0.12531 \times 10^3 = 12\,531 \times 10^{-2} = 125.31 \times 10^0$$

и т. д.

Число  $a$  при такой форме записи называют **мантиссой**,

---

\* Как указывалось в § 2.2, после точки с запятой нужно перевести строку (нажать клавишу ). В записи примера эту клавишу указывать необязательно.



а число  $b$  — порядком. Уже из приведенного выше примера очевидно, что всякое число может быть представлено в форме с плавающей точкой несколькими способами (строго говоря, таких способов бесконечно много). Чаще всего используется представление, при котором целая часть мантиссы содержит одну цифру:

$$\begin{aligned} 1\,256\,789 &= 1.256\,789 \times 10^6 \\ -15\,300\,000\,000 &= -1.53 \times 10^{10} \\ 0.000\,012 &= 1.2 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

Форма с плавающей точкой широко употребляется для записи физических величин, которые в используемой системе единиц выражаются очень большими либо, наоборот, очень маленькими числами. Например, заряд электрона удобно записывать в виде

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ кулон,}$$

а массу Солнца в виде

$$M_c = 1.991 \times 10^{30} \text{ кг.}$$

**Ввод чисел с плавающей точкой.** В инженерных и программируемых микрокалькуляторах для ввода порядка чисел предусмотрены специальные клавиши. Например, в «БЗ-36», «БЗ-38» и «СЗ-15» такая клавиша обозначена **ВП** («ввод порядка»). Чтобы набрать на клавиатуре таких калькуляторов число в форме с плавающей точкой, нужно сначала набрать мантиссу, затем нажать клавишу **ВП** и набрать цифры порядка (не более двух). Если порядок отрицателен, после его цифр нужно набрать знак «—» с помощью специальной клавиши **/—/**. Например, для ввода числа  $1.991 \times 10^{30}$  нужно нажимать клавиши в таком порядке:

**1** **.** **9** **9** **1** **ВП** **3** **0**

а для ввода числа  $-1.6 \times 10^{-19}$  в таком:

**—** **1** **.** **6** **ВП** **1** **9** **/—/**

Порядок изображается на индикаторе в двух правых разрядах.

На персональных ЭВМ для ввода порядка используется буква **Е**. Например, чтобы ввести в упомянутое выше число  $-1.6 \times 10^{-19}$ , нужно нажать такие клавиши:

**—** **1** **.** **6** **Е** **—** **1** **9**

На экране дисплея это число будет выглядеть так:

$$-1.6E-19$$

На калькуляторах и ЭВМ, допускающих запись чисел с плавающей точкой, результаты вычислений могут быть представ-

лены в такой форме даже тогда, когда исходные данные имели традиционный вид. Например, в упоминавшемся калькуляторе «БЗ-36» любое число, меньшее единицы, автоматически переводится в форму с плавающей точкой: если, например, набрать на клавиатуре число 0.001 и нажать любую клавишу со знаком операции, то это число будет преобразовано к виду  $1 \times 10^{-3}$ . Результат операции  $12:150$  на этом калькуляторе будет выглядеть как  $8 \times 10^{-2}$ .

### Упражнения к § 2.3

1. [в] Записать для вычисления 1) на калькуляторе; 2) на компьютере следующие выражения:
  - а)  $538,23 \times 519,15$ ;
  - б)  $25698,48:512,41$ .
2. [и] Вычислить значение выражений:
  - а)  $12\,485.519:45.15$ ;
  - б)  $984 \times 560.02$ ;
  - в)  $0.002 \times 519.296$ .
3. [ф] Записать в форме с плавающей точкой:
  - а) 12 300 000 000 000;
  - б) 0.0 000 000 596.
4. [ф] Вычислить значение выражений:
  - а)  $5.96 \times 10^2 + 2.93 \times 10^{22}$ ;
  - б)  $(2.93 \times 10^{10}) \times (5.563 \times 10^{-8})$ ;
  - в)  $596:(5 \times 10^{12})$ .

### § 2.4. [\*] ПРИВЕДЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ К ВИДУ, УДОБНОМУ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ НА КОМПЬЮТЕРАХ

На персональных компьютерах, оснащенных программной системой «Школьница», для вычисления значения любого числового выражения достаточно набрать вопросительный знак, саму формулу и точку с запятой, а затем выполнить перевод строчки. Например, чтобы вычислить

$$156 + (8.14 - 49) \times (5.12 + 41.8 \times 10^5),$$

нужно набрать:

$$?156+(8.14-49)*(5.12+41.8E5);$$

Отличия в записи формул от принятой в математической литературе системы обозначений сводятся к следующему:

1. В дробных числах используется точка вместо запятой.
2. Умножение и деление обозначаются знаками «\*» и «/» соответственно.
3. Для записи чисел в форме с плавающей точкой используется буква E.
4. Возведение в степень обозначается знаком «\*\*», например,  $5^{10}$  записывается как  $5 ** 10$ .

5. Знак умножения обязательно указывается всюду, где требуется операция умножения, в том числе в одночленах, между скобками и т. д. Например, вместо  $(2+3)(2-3)$  нужно писать  $(2+3) * (2-3)$ , вместо  $2AB - 2 * A * B$  (об использовании букв см. главу 3).

6. Горизонтальную дробную черту, используемую в обычной записи, нельзя набрать на клавиатуре компьютера, поэтому вместо нее используется наклонная черта — знак деления. В связи с этим для сохранения правильного порядка действий необходимо, как правило, *заключать в скобки составные знаменатели и числители дробей\**. Например, вместо  $\frac{10+12}{24 \times 2.8}$  необходимо писать:  $(10+12) / (24 * 2.8)$ .

Эта особенность записи формул для компьютеров вызывает наибольшее число ошибок у начинающих. Легко видеть, что невыполнение этого правила для приведенного выше примера приводит к ошибочной записи

$$10+12/24 * 2.8,$$

означающей

$$10 + \frac{12}{24} \times 2.8.$$

7. Аргументы тригонометрических, логарифмических и других стандартных функций *заключаются в круглые скобки*, например, SIN (1.15) или COS (26.8). Список математических стандартных функций, предусмотренных в программной системе «Школьница», приведен в таблице 1 [\*в].

Таблица 1 [\*в]

Математическое обозначение	Обозначение на персональной ЭВМ	Примечание
sin x	SIN (X)	аргумент в радианах —»— —»—
cos x	COS (X)	
tg x	TG (X)	—1 ≤ x ≤ 1 x > 0
arctg x	ARCTG (X)	
arcsin x	ARCSIN (X)	x ≥ 0
ln x	LN (X)	
e <sup>x</sup>	EXP (X)	при x < 0 значением функции TRUNC (X) будет [x]+1
$\sqrt{x}$	SQRT (X)	
x	ABS (X)	
[x]	TRUNC (X)	

\* Можно не заключать в скобки составной числитель, если он содержит только операции умножения и возведения в степень, и составной знаменатель, если он содержит только возведение в степень.

Для других функций ( $\operatorname{ctg} x$ ,  $\lg x$  и т. д.) стандартные обозначения не предусмотрены, но они легко могут быть вычислены по известным формулам. Например,

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}; \quad \lg x = 0.4343 \times \ln x.$$

8. Если формула не помещается на одной строке, ее можно перенести на следующую, но знак операции при этом повторять нельзя. Например, можно писать:

$$? (2.48 + 41.986) * 491.95 + \\ + 591 * (21/268.97);$$

Но нельзя писать так:

$$? (2.48 + 41.986) * 491.95 + \\ + 591 * (21/268.97);$$

### У п р а ж н е н и я к § 2.4

1. [в] Преобразовать к виду, удобному для вычисления на компьютерах следующие формулы:

а)  $5 \cdot 8^2 + 12 \cdot 8 - 25 : 12$ ;

б)  $(5 + 17,24)(48 - 496,21)$ ;

в)  $\frac{17 + 6(5 - 12,3)}{141 + 865,12(41,18 - 56,5)}$ ;

г)  $\frac{156 - 41 \sin 0,8}{5 \cos^2 0,7 + 415}$ .

2. [п] Выполнить вычисления по формулам а) — г).

### § 2.5. [п] ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ НА ИНЖЕНЕРНЫХ КАЛЬКУЛЯТОРАХ

На инженерных калькуляторах предусмотрено автоматическое вычисление тригонометрических и некоторых других специальных функций. Например, на «БЗ-36» (рис. 2) предусмотрено автоматическое вычисление следующих функций:  $1/x$ ,  $e^x$ ,  $\ln x$ ,  $\lg x$ ,

$$\sqrt{x}, \sin x, \cos x, \operatorname{tg} x, \operatorname{arcsin} x, \operatorname{arccos} x, \operatorname{arctg} x, x!$$

(для натуральных  $x$ ). Кроме того, на этом калькуляторе выполняется возведение положительных чисел в степень с произвольным рациональным показателем (обозначение:  $y^x$ ), перевод из радианной меры в градусную и обратно ( $P \rightarrow G$  и  $G \rightarrow P$ ) и автоматический ввод числа  $\pi$ . Как видно из рисунка 2, обозначения всех перечисленных операций (кроме ввода числа  $\pi$ ) нанесены не на клавиши, а на корпус калькулятора рядом с клавишами. Это означает, что для исполнения требуемой операции нужно нажать специальную клавишу **[F]** (так называемую клавишу совмещенной функции), а затем уже клавишу с соответствующим обозначением.

Общий порядок вычисления специальных функций на «БЗ-36» и других аналогичных калькуляторах следующий. Сперва нужно

набрать аргумент функции, затем нажать клавишу **[F]** и клавишу с обозначением требуемой функции. Через 1—2 секунды после этого на индикаторе появится результат.

Для обратных тригонометрических функций порядок немножко другой: после набора аргумента нужно нажать клавишу **[ARC]**, а затем клавишу с обозначением соответствующей прямой тригонометрической функции.

Аргументы тригонометрических функций и, соответственно, результаты вычисления обратных тригонометрических функций могут быть выражены в градусах или в радианах, в зависимости от положения переключателя (рис. 2, внизу справа). В отличие от описанных функций, возведение в степень выполняется в таком же порядке, как и другие арифметические операции, т. е. сначала нужно набрать основание степени, затем нажать клавиши **[F]** и **[y<sup>x</sup>]**, потом показатель степени и клавишу **[=]** (если показатель отрицателен, после его ввода нужно нажать клавишу **[/-/]**).

### Примеры

Нужно вычислить	Порядок нажатия клавиш
$\sin \pi/8$	$\pi \div 8 [F] [1]$ SIN
$\cos (-0.5)$	$0 . 5 [/ - /] [F] [2]$ COS
$\sin 20^\circ$	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center;"> <math>\leftarrow</math> Град.         </div> <div style="margin: 0 10px;"> <math>\xrightarrow{\text{RAD}} \rightarrow</math> Рад.         </div> <div> <math>2 0 [F] [1]</math> SIN         </div> </div>
$\arcsin (-0.4)$	$0 . 4 [/ - /] [ARC] [1]$ SIN
$512.21^{-0.28}$	$5 1 2 . 2 1 [F] [y^x] 9 0 . 2 8$ $[/ - /] [=]$

[и] Вычислить:

- а)  $\cos \pi/13$ ; г)  $\arccos 0.81$ ;  
 б)  $\ln 15$ ; д)  $10^{-0.15}$ ;  
 в)  $\sin (-15^\circ)$ ; е)  $2961.186^{521}$ .

## § 2.6. [п] ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СКОБОК НА КАЛЬКУЛЯТОРАХ

На большинстве инженерных и программируемых калькуляторах можно выполнять вычисления по формулам, содержащим скобки. Порядок нажатия клавиш в этом случае почти такой же, как на персональных ЭВМ. Например, для вычисления выражения  $\frac{24.8+419.12}{45.6 \times 21.9}$  нужно сначала преобразовать к виду  $(24.8 + 419.12) \div (45.6 \times 21.9)$ , а затем набрать на клавиатуре в таком порядке:

$$(24.8 + 419.12) \div (45.6 \times 21.9) =$$

Однако, в отличие от ЭВМ, микрокалькуляторы *не различают приоритетов арифметических операций\**. Например, если набрать на клавиатуре калькулятора

$$2 + 8 \times 10 =$$

то эти действия будут выполнены в таком порядке: сначала к числу 2 будет прибавлено 8, а затем сумма будет умножена на 10. В результате на индикаторе появится число 100, а не 82, как нужно было бы по правилам.

Персональные компьютеры свободны от этого недостатка: набрав

$$? 2 + 8 * 10;$$

мы получим 82.

Поэтому в выражениях, содержащих операции с различными приоритетами, перед вычислением на калькуляторе необходимо расставить скобки, чтобы обеспечить правильный порядок выполнения арифметических операций.

Например, выражение

$$3 + 8 - 12 \times 10 / 24.8 + 12 \times 2.5^{10} / 25 - 8$$

для вычислений на калькуляторе нужно привести к виду:

$$3 + 8 - (12 \times 10 / 24.8) + (12 \times (2.5^{10}) / 25) - 8.$$

---

\* Напоминаем, что самый **высокий** приоритет имеет возведение в степень, более низкий — умножение и деление и самый **низкий** — сложение и вычитание.

## § 2.7. [\*] ОБЩИЕ ПРАВИЛА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ

В предыдущих параграфах было показано, что для выполнения расчетов с использованием любой вычислительной техники необходимо преобразовать расчетные формулы, чтобы привести их к виду, удобному для вычисления. В этом параграфе описывается рекомендуемая последовательность преобразований.

1. **Замена функций.** Если в формуле использованы тригонометрические и другие специальные функции, отсутствующие на используемом калькуляторе или компьютере, их необходимо выразить через доступные для вычисления функции. Например,  $\operatorname{ctg} x$

нужно заменить на  $\frac{1}{\operatorname{tg} x}$ ,  $\sqrt[3]{x}$  — на  $x^{\frac{1}{3}}$  и т. д. Если углы выражены в градусах, то для вычислений на ЭВМ нужно предусмотреть коэффициент пересчета для перевода в радианы:  $180/\pi = 57.29578$ . Например, вместо  $\operatorname{tg} 27^\circ$  нужно записать  $\operatorname{tg} (27/57.29578)$ .

2. **Замена формы записи чисел (точка и E).** Если в записи чисел использована десятичная запятая, ее нужно заменить на точку, а конструкцию « $\times 10^x$ », использованную в записи чисел, заменить на E (см. § 2.3). Например, вместо

$$2,5 \times 10^{-10}$$

нужно писать

$$2.5E-10$$

3. **Расстановка знаков умножения и возведения в степень.** Необходимо поставить знаки умножения ( $\times$  или  $*$ ) и возведения в степень ( $**$ ) всюду, где должны выполняться эти операции (см. § 2.3). Например,

$$5(25+8)(41-6)^5$$

нужно привести к виду:

$$5 * (25 + 8) * (41 - 6) ** 5$$

4. **Перевод дробей в линейную запись.** Если в выражении используется дробная черта, ее нужно заменить знаком деления ( $/$  или « $\div$ »), заключив при необходимости в скобки числитель и знаменатель (см. § 2.4). Например,

$$8 \frac{2+3}{41+95}$$

нужно привести к виду:

$$8 * (2 + 3) / (41 + 95)$$

5. **Обозначение специальных функций:**

а) Для вычислений на ЭВМ необходимо заключить в скобки аргументы специальных функций и в случае необходимости заменить обозначение функции в соответствии с таблицей 1 (см. § 2.4).

б) Для вычислений на калькуляторе рекомендуется обвести овалом обозначение функции и отметить стрелкой место нажатия клавиши (после аргумента!). Если аргумент отрицателен, та же операция должна быть проделана со знаком «-» (клавиша  $\boxed{/-/}$ ).

### Примеры

Выражение

$$\arcsin 0.5 + \operatorname{tg} 2.8 + \sin (-1.3)$$

для вычисления на ЭВМ нужно привести к виду:

$$\operatorname{ARCSIN}(0.5) + \operatorname{TG}(2.8) + \operatorname{SIN}(-1.3),$$

а для вычислений на калькуляторе к виду:

$$\arcsin 0.5 + \operatorname{tg} 2.8 + \sin \boxed{/-/} 1.3 .$$

Порядок нажатия клавиш на калькуляторе будет таким:

$\boxed{0} \boxed{.} \boxed{5} \boxed{\operatorname{ARC}} \boxed{\operatorname{SIN}} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{.} \boxed{8} \boxed{\operatorname{F}} \boxed{\operatorname{T}} \boxed{\operatorname{G}} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{.} \boxed{3} \boxed{/-/}$   
 $\boxed{\operatorname{F}} \boxed{\operatorname{SIN}} \boxed{=}$

После выполнения описанных преобразований выражение любой степени сложности можно набирать на клавиатуре компьютера. Если же вычисления должны производить на калькуляторе, то необходимо выполнить еще одно преобразование — расстановку скобок.

**6. Расстановка скобок.** В выражении, предназначенном для вычисления на калькуляторе, необходимо расставить скобки, чтобы обеспечить правильный порядок выполнения операций. При этом можно руководствоваться таким правилом: цепочку чисел, соединенных знаками операций одного и того же приоритета, нужно заключить в скобки, если вокруг нее или перед ней стоят знаки операций более низкого приоритета. Если знаки таких операций встречаются только после цепочки, то скобки ставить необязательно, так как выражения вычисляются слева направо и благодаря этому все операции будут выполнены в правильном порядке и без скобок. Например, в выражениях

$$5 + 83 - 24 \times 48 / 52 + 41 \text{ и } 41 + 5 \times 49 / 50 \times 46$$

скобки поставить необходимо:

$$5 + 83 - (24 \times 48 / 52) + 41 \text{ и } 41 + (5 \times 49 / 50 \times 46).$$

Напротив, в выражении



$$5 \times 49/50 \times 46 + 41$$

скобки необязательны.

### Упражнения к § 2.7

1. Привести к виду, удобному для вычислений на компьютере:

а)  $(57,96 + \sin 0,8)(5,91 - 41)$ ;

б)  $\frac{56,9 + 45}{85,3} - \frac{24,9 - 84,41}{51,6 + 94,8}$ ;

в)  $\frac{45 \cdot 58}{24,9 \cdot 541} + \frac{41^2}{22 \cdot 21,5} - \frac{96 \cdot 25 + 14^3}{15,6 - 92 \cdot 16,2}$ ;

г)  $\frac{5 \sin 0,3}{\cos^2 0,5} + \frac{\operatorname{tg} 0,5 + \operatorname{tg} 1,5}{\cos 0,3 \cdot \sin 1,8}$ .

2. Расставить скобки для вычислений на калькуляторе:

а)  $541 + 96 \times 52 - 142/146 \times 54 + 25 \times 44$ ;

б)  $(93 + 15) \times (45 + 92) + 51/(42 \times 16) + 24 \times 57$ .

3. Привести к виду, удобному для вычислений на калькуляторе:

а)  $\frac{51 \cdot 92,6}{93,8 - 19} + \frac{244,82 + 541,15}{124,5 \cdot 512}$ ;

б)  $8 \cos^2 0,3 - \operatorname{tg}^3 5,4 + 6 \sin 1,3$ .

### § 2.8. [\*] ВЛОЖЕННЫЕ СКОБКИ

В числовых выражениях часто встречаются скобки, расположенные внутри других скобок, например:

$$256.8 + (41 * 596.8 / (596 + 45)).$$

Такие скобки называются **вложенными**. Для каждой арифметической операции в выражении с вложенными скобками можно определить **скобочный уровень**, равный числу пар скобок, внутри которых находится знак этой операции, например:

$$256.8 \overset{0}{+} (41 \overset{1}{\times} 596.8 \overset{1}{/} (596 \overset{2}{+} 45)).$$

Наибольший для данного выражения скобочный уровень называется **уровнем вложенности** скобок в этом выражении. Например, для приведенного выше выражения уровень вложенности скобок равен двум, а для выражения:

$$56 \overset{0}{\times} 48 \overset{0}{+} (56 \overset{1}{*} 5 \overset{1}{/} (48 \overset{2}{*} (6 \overset{3}{**} 5.2)) \overset{1}{+} 41) \overset{0}{*} 56.18$$

он равен трем цифрам (цифры над знаками операций показывают их скобочный уровень).

На компьютерах можно вычислять выражения практически с любым уровнем вложенности (например, в программной системе «Школьная» допускается до 128 вложенных пар скобок). Большинство инженерных калькуляторов позволяет работать со

скобками, уровень вложенности которых не превосходит двух, а на простейших калькуляторах скобки вообще не предусмотрены\*.

Если после приведения выражения к виду, удобному для вычислений, уровень вложенности скобок соответствует возможностям используемой техники, то преобразованное выражение можно сразу набирать на клавиатуре. Если вложенных скобок слишком много, то, как правило, необходимо подготовить план вычислений этого выражения с записью промежуточных результатов (см. главу 3). Однако в некоторых случаях итоговое выражение удастся упростить, сократив количество скобок, что позволяет обойтись без промежуточной записи. Приемы такого упрощения весьма разнообразны и не всегда могут быть сведены к системе строгих правил. Здесь приведем только три рекомендации, следующие непосредственно из свойств арифметических операций и особенностей микрокалькуляторов.

### 1. Устранение тривиальных скобок

В предыдущем параграфе уже говорилось, что калькуляторы не различают приоритетов арифметических операций. Это заставляет использовать дополнительные скобки, чтобы обеспечить правильный порядок действий. Но эта же особенность калькуляторов позволяет устранить некоторые скобки, присутствовавшие в исходной формуле. Например, в формуле

$$(8.596 + 4.96) \times 94.516$$

скобки не нужно набирать на клавиатуре калькулятора, так как и без них действия будут выполнены в нужном порядке, слева направо.

Общее правило можно сформулировать так: если порядок действий, определяемый скобками, совпадает с порядком записи операций в выражении (слева направо), то такие скобки можно устранить.

Устраняемые скобки не рекомендуется вычеркивать, так как в этом случае выражение не будет соответствовать правилам математической записи, что может привести к недоразумениям. Лучше подчеркивать такие скобки или обозначать их каким-то другим значком, означающим, что набирать на клавиатуре их не нужно.

### Пример

Выражение

$$((53 - 48.9) * 53) + 44 - 15$$

---

\* Чтобы определить уровень вложенности скобок, допустимых для данного калькулятора, достаточно посмотреть на клавиатуру: если на ней предусмотрены клавиши  $[([)]$  и  $[\)])]$ , то калькулятор может работать со скобками, уровень вложенности которых равен двум. Если есть только клавиши  $[( )]$ , то работа с вложенными скобками на калькуляторе не предусмотрена.

можно записать в виде:

$$\underline{((53 - 48.9) * 53)} + 44 - 15$$

И вообще, если выражение начинается одной или несколькими скобками, то их наверняка можно устранить.

## 2. Перестановка операндов

Изменяя порядок записи операндов (объект, над которым выполняется операция или действие) в операциях, подчиняющихся переместительному закону, часто удается сместить скобки к началу выражения, что позволяет затем их устранить. Например, в выражении

$$54.41 - 24 + (84.9 \times 35.56)$$

можно изменить порядок записи:

$$\underline{(84.9 \times 35.56)} + 54.41 - 24$$

Подчеркнутые скобки можно не набирать на клавиатуре калькулятора.

## 3. Вычисление многочленов по схеме Горнера

Для вычисления на калькуляторах значений многочленов и полученных из них числовых выражений существует удобный метод, основанный на широко известной схеме Горнера, в соответствии с которой возведение в степень заменяется последовательными сложениями и умножениями. Например, выражение

$$5 \times 8^3 + 16 \times 8^2 - 24 \times 8 + 56$$

можно привести к виду:

$$\underline{((5 \times 8 + 16) \times 8 - 24) \times 8 + 56}$$

Здесь все скобки можно устранить и вычислить получившееся выражение можно на любом калькуляторе.

## Упражнения к § 2.8

1. [в] Определить скобочный уровень для каждого знака операции и уровень вложенности скобок для выражения в целом:

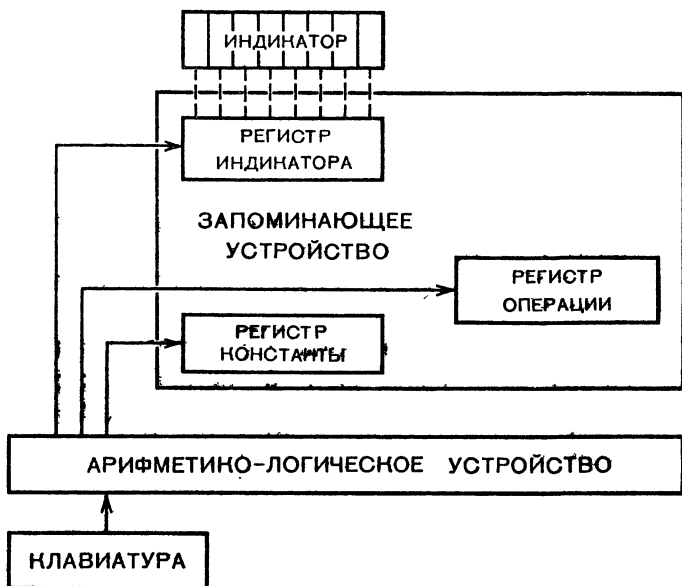
$$(541 + 92) \times (91 - 48 / (54 \times (52 - 6.5) / (2514 \times (45 - 8))))$$

2. [в] Привести выражение к виду, удобному для вычисления на калькуляторе, устранив лишние скобки:

$$\begin{aligned} &(((51 - 8) \times 56 + 41 \times (5 + 8)) \times 41) - (54 \times 5) / 48 \\ &51 - 16 + ((48.9 \times 56) / 46) + 51 \end{aligned}$$

3. [в] Привести к виду, удобному для вычисления на калькуляторе:

$$6 \cdot 5^4 - 41 \cdot 5^3 + 54.6 \cdot 5^2 - 946.15 \cdot 5 + 1024$$



4. [п] Вычислить значения выражений, приведенных в упражнениях 1—3.

#### § 2.9. [\*в] ЦЕПЧНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ И РАСЧЕТЫ С КОНСТАНТОЙ

На простейших калькуляторах использование скобок невозможно, но и на этих устройствах можно производить более сложные операции, чем неоднократное выполнение арифметических действий. Чтобы освоить дополнительные возможности таких калькуляторов, необходимо познакомиться с некоторыми деталями их устройства.

Даже самые простые калькуляторы имеют **запоминающее устройство**, состоящее по крайней мере из трех **блоков**. В двух блоках могут храниться числа, в третьем — признак выполняемой операции. Структура запоминающего устройства простейшего калькулятора изображена на рисунке 5, на котором видно, что содержимое одного из блоков памяти — так называемого **регистра индикатора (РИ)** — непрерывно отображается на индикаторе, тогда как содержимое двух других регистров непосредственно наблюдать нельзя.

Проследим за работой калькулятора при вычислении выражения  $254.8 + 321.21$ .

1. Сразу после включения прибора все блоки его запоминающего устройства *очищаются*, т. е. в **РИ** и **регистр команд (РК)** заносится нули, а в **регистр операции (РО)** — признак отсутствия операции (в таблице 2 он обозначен  $\otimes$ ). Это состояние изображено на таблице 2а.

Таблица 2а

РИ	0
РО	⊗
РК	0.

Таблица 2б

РИ	254.8
РО	⊗
РК	0

2. По мере набора цифр первого числа они будут появляться на индикаторе. Это означает, что набираемое число сразу попадает в блок РИ. При этом в РК сохраняется ноль, а в РО — ⊗ (табл. 2б).

3. В момент нажатия клавиши  $\boxed{+}$  число, находящееся в регистре индикатора, копируется в регистр констант. Это удобно обозначить так: РИ→РК. Признак операции — в данном случае знак  $\boxed{+}$  — запоминается в РО (табл. 2в).

Таблица 2в

РИ	254.8
РО	⊗
РК	254.8

Таблица 2г

РИ	321.21
РО	+
РК	254.8

В то же время первое число еще сохраняется в РИ, поэтому мы продолжаем видеть его на индикаторе.

4. Как только начинается набор второго числа (321.21), регистр индикатора очищается (это хорошо видно на индикаторе). После окончания набора содержимое блоков памяти выглядит так (табл. 2г).

5. При нажатии на клавиши  $\boxed{=}$  калькулятор выполнит операцию, признак которой хранится в РО, и запишет результат в РИ, а прежнее содержимое этого регистра скопирует в РК\* (табл. 2д).

Таблица 2д

РИ	576.01
РО	+
РК	321.21

Таким образом, после завершения вычислений в РИ оказывается результат операции (его-то мы и видим на индикаторе), в РО сохраняется признак той же операции, а в РК — последний операнд.

Как можно использовать содержимое этих блоков? Очевидно, это можно сделать различными способами.

\* В некоторых простейших калькуляторах, например «БЗ-30», «БЗ-39», «МК-60», копирование РИ → РК предусмотрено только при выполнении деления.

1. В большинстве калькуляторов при *повторных* нажатиях клавиши [=] содержимое регистра констант не меняется. При этом каждый раз будет выполняться *та же самая операция* над содержимым регистров индикации и констант и результат вновь будет записан в регистр индикации. Например, для вычисления по формуле

$$254.8 + 321.21 + 321.21 + 321.21$$

достаточно нажать такие клавиши:

[2][5][4][.][8][+][3][2][1][.][2][1][=][=][=]

Заново набирать второй операнд для нового сложения не нужно.

Это свойство часто используется для возведения чисел в степень с натуральным показателем на калькуляторах, где такая операция не предусмотрена. Например, для возведения числа 12 в 6-ю степень на любом калькуляторе достаточно нажать такие клавиши:

[1][2][×][=][=][=][=][=]

2. Если набрать новое число на клавиатуре и нажать клавишу [=], то будет выполнена *та же самая операция* (хранящаяся в блоке PO!) над вновь набранным числом и числом, хранящимся в регистре констант. Это позволяет при повторении одинаковых операций с одним и тем же вторым операндом не набирать заново знак операции и операнд. Например, если нужно последовательно вычислить

$$531:22.5; 256:22.5; 5941:22.5$$

достаточно нажать следующие клавиши:

[5][3][1][÷][2][2][.][5][=] → записываем первый результат

[2][5][6][=] → записываем второй результат

[5][9][4][1][=] → записываем третий результат

Такой прием называется **вычислением с константой**.

3. Если нажать клавишу с обозначением новой операции, то содержимое регистра индикатора будет скопировано в регистр констант и его можно использовать в качестве операнда для следующей операции. Поэтому последовательные вычисления без скобок можно выполнять без записи промежуточных результатов. Например, для вычисления по формулам

$$253 + 419 + 83.8 - 45.6 + 16 - 84$$

$$24.5 \times 196:25$$

$$15 * 48.4 + 98.45 - 41$$

порядок нажатия клавиш, как и для простейших арифметических операций, соответствует записи на бумаге. Такие вычисления, в которых результат предшествующей операции используется в последующей, называются **цепочными**.

Далеко не всякая формула, не содержащая скобок, пригодна для цепочного вычисления на простейшем калькуляторе. Например, формула

$$15 + 8/21$$

для этого непригодна, так как деление в ней должно выполняться раньше сложения, а записано позже. С другой стороны, некоторые формулы, содержащие скобки, подходят для таких вычислений, например:

$$(15 + 8)/21.$$

Общее правило может быть сформулировано так: формула пригодна для цепочных вычислений, если порядок выполнения арифметических операций в ней (с учетом скобок и приоритетов) совпадает с порядком *записи* этих операций в формуле (примеры приведены в § 2.8).

4. Комбинируя описанные приемы, можно производить без записи промежуточных результатов и более сложные вычисления. Соответствующие приемы описываются в заводских инструкциях к различным калькуляторам и в популярной литературе. Однако пользоваться этими приемами нужно с осторожностью, так как при этом возрастает опасность ошибок.

Если возможности используемого калькулятора недостаточны для вычислений без записи промежуточных результатов, нужно использовать приемы планирования вычислений, описанные в следующем разделе.

#### **§ 2.10. [\*в] ВОЗМОЖНЫЕ ОШИБКИ И ИХ ИСПРАВЛЕНИЕ**

Микрокалькуляторы и персональные ЭВМ работают с высокой степенью точности, и ошибки в вычислениях, связанные с неправильной работой этих приборов, возникают крайне редко. Гораздо чаще ошибки в результатах машинных вычислений вызываются неправильным преобразованием формул, нажатием не тех клавиш, ошибками в наборе исходных данных. Поэтому работа с вычислительной техникой всегда требует внимания, аккуратности и тщательной проверки каждого шага.

Избежать ошибок, связанных с преобразованием формул, можно единственным способом — тщательной проверкой преобразованных формул. При подготовке вычислений бывает полезно выполнить «обратный» переход к традиционной форме записи и сравнение результата с исходной формулой. Ошибки этого типа чаще всего возникают при первом знакомстве с вычислительной техникой и по мере приобретения опыта практически исчезают.

В противоположность этому ошибки, связанные с неправильным нажатием клавиш, довольно часто возникают и у опытных специалистов, поэтому каждый, кому приходится иметь дело с вычислительной техникой, должен владеть основными приемами предупреждения, обнаружения и исправления таких ошибок.

На персональных компьютерах обнаружить и исправить ошибку сравнительно легко: набранное выражение видно на экране целиком и до, и после выполнения всех вычислений, поэтому проверку можно проводить после завершения набора. Для такой проверки достаточно сравнить (подробно и тщательно, по одному символу!) выражение на экране с его записью на бумаге. Если при этом обнаружена ошибка, **исправить ее можно** здесь же на экране, используя специальные **редактирующие клавиши**.

Грубые ошибки в выражениях (непарность скобок, ошибки в записи чисел и знаков операций и т. д.) обнаруживаются компьютером автоматически, при этом на экран выдается сообщение об ошибке (например, «требуется закрывающая скобка»). Эти свойства вычислительных машин существенно облегчают обнаружение и исправление ошибок.

При работе с калькуляторами найти и устранить ошибку гораздо труднее. Во-первых, преобразование выражений для вычислений на калькуляторах намного сложнее, чем для компьютеров, и окончательный вид выражения, подготовленного для таких вычислений, сильнее отличается от традиционной математической записи. Поэтому подготовленные для вычислений на калькуляторах выражения нуждаются в особенно аккуратной проверке. Во-вторых, каждое число видно на индикаторе только во время набора, следовательно, ошибку в наборе необходимо обнаружить и исправить немедленно. Поэтому каждое число после набора на клавиатуре нужно сравнить с оригиналом для проверки. В-третьих, знаки операций на индикаторе вообще не отображаются, поэтому нажатие неправильной клавиши может остаться незамеченным. Для повышения надежности вычислений рекомендуется набирать каждую формулу дважды (по возможности с измененным порядком операций) и сравнивать полученные результаты между собой.

Если во время набора обнаружена ошибка в записи числа, нужно нажать клавишу **[C]** («сброс»). Однократное нажатие этой клавиши в большинстве калькуляторов очищает регистр индикатора, сохраняя неизменными остальные блоки памяти. После этого нужно набрать число и заново продолжить вычисления. Если ошибочно набран знак операции, можно устранить последствия этой ошибки, набрав «нейтральный» операнд: 1 для умножения и деления, 0 для сложения и вычитания. Если ошибка уже привела к порче промежуточных результатов, необходимо очистить все блоки памяти и начать вычисления



сначала. Для этого в большинстве калькуляторов нужно дважды нажать клавишу  $\boxed{C}$  \*.

Перед набором каждой новой формулы также рекомендуется очистить все блоки памяти.

Хорошее средство контроля при вычислениях — грубая прикидка вручную, позволяющая приблизительно оценить ожидаемый результат.

В заключение необходимо еще раз подчеркнуть, что современная вычислительная техника позволяет получать надежные результаты расчетов при условии аккуратной и внимательной работы, тщательного самоконтроля и проверки результатов.

## **§ 2.11. [\*в] ОГРАНИЧЕНИЯ ТОЧНОСТИ И ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ**

Большинство микрокалькуляторов позволяют хранить целые и дробные числа в блоках памяти и отображать их на дисплее (индикаторе) с точностью, не превосходящей 8 значащих цифр. Компьютеры, оснащенные программной системой «Школьная», обеспечивают точность 12 значащих цифр для дробных чисел и 128 цифр для целых.

Если в процессе вычислений получается число с большим количеством цифр, то оно будет округлено по обычным правилам. Из-за этого в последнем десятичном знаке результата возникает погрешность. Например, при делении 1 на 3 получается периодическая дробь  $0,(\overline{3})$ . При выполнении этого действия на калькуляторе все десятичные знаки, начиная с восьмого, будут отброшены, получится 0.3333333. Такого рода погрешности становятся особенно заметными, если при работе с целыми числами получаются дробные промежуточные результаты, например, на компьютере в результате вычисления выражения

$$1/3 * 3$$

получится

$$0.999999999999.$$

хотя в результате вычисления

$$3 * 1/3$$

получается 1.

Таким образом, ограниченная емкость блоков памяти компьютеров и калькуляторов может вызвать погрешность, которую необходимо учитывать в процессе вычислений.

Однако гораздо чаще возникает противоположная ситуация, когда точность вычислений на компьютере или калькулято-

---

\* В некоторых моделях калькуляторов для очистки регистра индикатора есть отдельная клавиша  $\boxed{CK}$  или  $\boxed{CX}$ , а клавиша  $\boxed{C}$  очищает все блоки памяти.

ре превосходит точность исходных данных, поэтому не все цифры результата нужно сохранять. Например, если требуется вычислить среднюю скорость автомобиля, проехавшего 167 км за четыре с половиной часа, то калькулятор выдаст ответ в виде:

37.111111

Однако одно из исходных данных — расстояние — известно с тремя значащими цифрами, а второе — время — только с двумя, поэтому в результате нужно сохранить только две первые цифры:  $\approx 37$  км/ч.

Легко видеть, что дополнительная погрешность в девятой цифре, связанная с ограниченной точностью самого калькулятора, никак не влияет на результат.

Итак, при вычислениях с приближенными числами на компьютерах и калькуляторах необходимо оценивать точность результата по обычным правилам приближенных вычислений. При этом необходимо помнить, что из-за ограниченной точности представления чисел вычислительные устройства могут вносить дополнительную погрешность, которая обычно значительно меньше, чем погрешность в исходных данных.

## ПЛАНИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

### § 3.1. [\*] ПОЭТАПНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ СЛОЖНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ. ЗАПИСЬ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ. ПРИМЕНЕНИЕ ИМЕН

Вычисление сложных выражений на микрокалькуляторах далеко не всегда удастся провести «в один прием». Часто приходится разделять такие вычисления на несколько этапов, записывая промежуточные результаты на бумаге. Например, на простейшем калькуляторе выражение

$$256 \times 148 + 541.92 \times 259.48$$

нужно вычислять в два этапа: сначала вычислить произведение  $541.92 \times 259.48$ , записать результат на бумаге, а затем вычислить произведение и прибавить к нему полученный результат.

Для более сложных выражений может понадобиться несколько этапов и, соответственно, несколько промежуточных результатов. Чтобы не ошибиться при их использовании, рекомендуется обозначить каждый результат какой-либо буквой или словом. Такие обозначения принято называть именами переменных или просто именами.

Для проведения вычислений по сложным формулам полезно составить план, определяющий, в каком порядке нужно проводить вычисления и каким именем обозначается каждый промежуточный результат. При этом на каждом следующем этапе вместо выражений, значения которых должны быть вычислены к этому времени, подставляются их имена. Например, для выражения

$$293^2 + (253 + 2.91) \times 8 + 35.91^3$$

план вычислений для простейшего калькулятора может выглядеть так:

$$\begin{aligned} 293 \times 293 &\rightarrow X; \\ 35.91 \times 35.91 \times 35.91 &\rightarrow Y; \\ (253 + 2.91) \times 8 &\rightarrow Z; \\ X + Y + Z &\rightarrow \text{ОТВЕТ}; \end{aligned}$$

Стрелка « $\rightarrow$ » означает, что результат вычисления нужно записать на бумагу и обозначить указанным именем. Произносит-

ся она так: «записать» или «присвоить». Например, первую формулу из приведенного плана можно прочитать так:

«293 умножить на 293 и присвоить имени X».

Перед тем как начинать вычисления по этому плану, целесообразно нарисовать на листе бумаги **таблицу имен**:

Имя	Значение
X	
Y	
Z	
ОТВЕТ	

В процессе вычислений в каждую строку таблицы будет записан соответствующий результат. На последнем этапе вычислений вместо имени нужно использовать его значение, взятое из таблицы. После завершения вычислений в строке таблицы с именем ОТВЕТ будет записан окончательный результат.

### Пример

Выражение, преобразованное для вычислений на калькуляторе:

$$(252 \times 41) - (512 \times 496) + (41 \div 53) + (52 \times 21)$$

План вычислений для простейшего калькулятора:

$$\begin{aligned} 512 \times 496 &\rightarrow X; \\ 41 \div 53 &\rightarrow Y; \\ 52 \times 21 &\rightarrow Z; \\ 252 \times 41 - X + Y + Z &\rightarrow \text{ОТВЕТ}; \end{aligned}$$

Таблица имен перед началом вычислений:

Имя	Значение
X	
Y	
Z	
ОТВЕТ	

Таблица имен после завершения вычислений:

Имя	Значение
X	253952
Y	<u>0.7735849</u>
Z	1092
ОТВЕТ	-242527.23

### § 3.2. [\*] ДРУГИЕ ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИМЕН

Таблицу имен удобно применять во всех случаях, когда исходное выражение (или несколько выражений) приведены в алгебраической записи с использованием буквенных обозначений. Буквы, использованные в выражении, удобно считать именами и составить для них такую же таблицу, какая была изображена на с. 35. Выражения в такой записи удобно преобразовывать, для них легко составить план вычислений, а таблица имен позволяет в любой момент подставить вместо букв их численные значения.

Особенно полезной эта таблица становится тогда, когда одна и та же буква употребляется в выражении несколько раз или когда вычисления по одной и той же формуле нужно провести несколько раз для различных значений.

Если вычисления нужно проводить поэтапно, то имена промежуточных результатов записываются в ту же таблицу.

#### Пример

Вычислить значения

$$a = (x - 10)^2 + (y - 25)^2$$

для следующих пар координат  $x$  и  $y$ :

$$\begin{array}{ll} x=10; & y=15; \\ x=25; & y=20; \\ x=30; & y=40. \end{array}$$

Решение.

План вычислений:

$$\begin{array}{l} (x-10) \times (x-10) \rightarrow X_1; \\ (y-25) \times (y-25) + x_1 \rightarrow A; \end{array}$$

Таблица имен

Имя	Значение		
	1	2	3
X	10	25	30
Y	15	20	40
X <sub>1</sub>	0	225	400
A	100	250	625

### § 3.3. [\*v] ТАБЛИЦА ИМЕН КАК ЗАПОМИНАЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО

Нарисованная на бумаге таблица имен может служить моделью запоминающего устройства вычислительной машины. И не только моделью: если таблица имен применяется для организации вычислений, то она и в самом деле играет роль дополнительного запоминающего устройства для микрокалькулятора. Каждая строчка таблицы — это отдельный блок памяти. В отличие от внутренних регистров калькулятора количество таких блоков может быть очень большим, что позволяет проводить вычисления по формулам произвольной степени сложности. Запись чисел в такое запоминающее устройство и поиск чисел, нужных для очередного этапа вычислений, производит человек. Для поиска блоков в таблице используются имена.

Однако у «бумажного» устройства памяти есть большой недостаток: время записи или поиска одного числа в нем составляет несколько секунд, что в тысячи (!) раз больше, чем время выполнения арифметической операции. Поэтому при вычислениях на калькуляторе почти все время уходит на запись промежуточных результатов и на их последующий ввод с клавиатуры, а сами арифметические операции выполняются микропроцессором, входящим в состав калькулятора, в течение тысячных долей секунды.

### § 3.4. [\*и] ПРИМЕНЕНИЕ ИМЕН В ПРОГРАММАХ ДЛЯ ЭВМ

Одно из важнейших преимуществ вычислительных машин (компьютеров) по сравнению с калькуляторами заключается в том, что компьютеры имеют достаточно емкое запоминающее устройство, в котором можно хранить и промежуточные результаты, и сам план вычислений. Время записи и поиска числа в таком устройстве составляет тысячные, а в некоторых ЭВМ даже миллионные доли секунды.

Программа для решения вычислительной задачи на ЭВМ — это план вычислений, записанный по определенным правилам.

Например, план, приведенный на с. 34, удовлетворяет этим правилам и может быть использован в качестве программы. Блоки памяти ЭВМ, как и блоки нашего «бумажного» запоминающего устройства, различаются по именам. Можно придумать любые имена с учетом следующих правил:

1. Именем может быть буква, слово или набор букв и цифр, начинающийся с буквы.

2. Можно использовать русские и латинские буквы.

3. Длина имен не ограничивается, хотя слишком длинные имена трудно запомнить и тяжело набирать на клавиатуре. Обычно длина имен колеблется от 1 до 10 букв и цифр.

4. Другие знаки, кроме букв и цифр, в именах использовать нельзя.

Примеры правильных имен: X, Y5, СКОРОСТЬ, SPEED, ИЛ62.

Примеры неправильных:

X<sub>1</sub> (индекс нельзя набрать с клавиатуры)

Y—5 (минус — не буква и не цифра)

6НЗП (имя не может начинаться с цифры)

СКОРОСТЬ СПУСКА (это два имени, а не одно)

Стрелка «→» в программе означает, что вычисленное значение нужно записать в блок памяти с указанным именем. Справа от стрелки записывается это имя, а слева — выражение. Например:

$$5 + 29.5 \rightarrow X;$$

$$\sin(x + 8) * 41 ** y \rightarrow \text{СКОРОСТЬ};$$

$$8 \rightarrow \text{ВРЕМЯ};$$

$$x \rightarrow T;$$

Как видно из этих примеров, в формулах можно использовать имена. В этом случае при вычислении будут использованы значения этих имен (т. е. числа, записанные в блоках памяти с такими именами). Иначе говоря, компьютер при вычислении выражений ведет себя так же, как человек, использующий таблицу имен: встретив в формуле имя, заглядывает в таблицу и подставляет записанное в нужной строке число, а встретив стрелку, записывает результат вычисления в блок памяти с соответствующим именем.

Вопросительный знак («?»), встречавшийся в примерах, означает, что значение указанной после него формулы нужно вычислить, а результат показать на экране дисплея. Обычно его используют для вывода на экран окончательных результатов.

Конструкции, содержащие «?» и «→» в наших примерах, называются предписаниями. Последовательность предписаний, разделенных точками с запятой (;), и образует программу для ЭВМ. С некоторыми другими разновидностями предписаний мы познакомимся в главе 5.

## Упражнения к § 3.4

1. Составить программу для вычисления на компьютере значения выражений

а)  $x^2 - z^2 + y^3$ ;

б)  $x^2 - z^3 + y^2$ ;

в)  $x^2 + z^2 + y^2$ .

При  $x = 256,51$ ;  $y = 1024,48$ ;  $z = 506,53$ .

2. Выполнить вычисления по этой программе на ЭВМ.

### § 3.5. [п] ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ РЕГИСТРЫ ПАМЯТИ В МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ

Все инженерные и программируемые, а также некоторые простейшие калькуляторы (например, «МК-60») имеют по крайней мере один дополнительный регистр памяти, который можно использовать для хранения промежуточных результатов без записи их на бумагу. Опишем некоторые приемы работы с использованием дополнительного регистра.

Обычно такой регистр обозначается буквами П или РП, и для работы с ним предусматриваются клавиши, описанные в таблице 3:

Таблица 3

Обозначение клавиши	Операция	Обозначение в плане вычислений
<b>ЗП</b>	Копирование регистра индикатора в регистр памяти: РИ → РП	... → П;
<b>ИП</b>	Копирование регистра памяти в регистр индикатора: РП → РИ	... П ... (употребление имени П в формуле);
<b>СП</b>	Стирание регистра памяти 0 → РП	0 → П;
<b>X ↔ П</b>	Обмен содержимым между регистрами памяти и индикатора РП ↔ РИ	_____
<b>П+</b>	Прибавление содержимого к РП (РИ + РП → РП)	... + П → П;
<b>П-</b>	Вычитание содержимого РИ из РП: (РП - РИ → РП)	П - ... → П; или (... - П) × (-1) → П;
<b>П×</b>	Умножение содержимого РИ на РП: (РИ × РП → РП)	... × П → П;
<b>П÷</b>	Деление содержимого РП на РИ: (РП / РИ → РП)	П / ... → П;

При выполнении операций ЗП, СП, П+, П-, П×, П÷ содержимое РИ не меняется. Нажатие клавиши сброса (С) не меняет содержимого РП.



Можно рекомендовать следующий порядок использования регистра памяти.

Если при составлении плана поэтапного вычисления по заданной формуле удается обойтись одним именем, то вместо записи таблицы на бумаге можно использовать РП. Используемое имя удобно обозначить буквой П.

В процессе вычислений по плану вместо  $\rightarrow \text{П}$ ; нужно нажимать клавишу **[ЗП]**, а для каждого вхождения имени П в формулу вместо подстановки числа из таблицы имен достаточно нажимать клавишу **[ИП]**.

Если в плане встречается конструкция вида  $\dots + \text{П} \rightarrow \text{П}$ ;, где  $\dots$  — произвольная формула, то удобно воспользоваться клавишей **[П+]**. Точно так же, если встречаются другие конструкции, указанные в третьем столбце таблицы 4, можно использовать другие аналогичные клавиши. Более сложные приемы работы с дополнительным регистром описаны в литературе (см. [3, 5]).

### § 3.6. [••] ПЛАНИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Составление плана — важный этап решения любой задачи, независимо от того, используются при ее решении какие-либо вычислительные устройства или нет. Полезно составлять планы для выполнения разнообразных расчетов вручную (т. е. карандашом на бумаге); на счетах, на логарифмической линейке и так далее.

Если для решения задачи используется ЭВМ, то составление плана (программы) становится **обязательным** и, по сути, **единственным** этапом вычислений: все расчеты по этой программе вычислительная машина выполнит автоматически. При этом план должен быть составлен в соответствии со строгими правилами той системы программирования, которой оснащена используемая ЭВМ, например по правилам программной системы «Школьника». Малейшее нарушение этих правил, например пропуск точки с запятой после предписания или знака умножения между скобками, приведет к тому, что машина не поймет программу и не сможет ее исполнить.

Если план предназначен для работы на других разновидностях вычислительной техники, то исполнять его будет не машина, а человек. Для записи такого плана можно использовать различные системы обозначений, лишь бы они были понятны тому, кто будет по нему работать. Рекомендуется, однако, всегда записывать план вычислений по правилам программной системы «Школьника». Во-первых, единая система обозначений облегчает взаимопонимание между автором плана и исполнителем вычислений. Во-вторых, если появляется возможность

использовать для работы персональную ЭВМ, то такие планы можно будет набирать на ее клавиатуре без всяких изменений.

### **§ 3.7. [\*и] КРАТКАЯ СВОДКА ПРАВИЛ ЗАПИСИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ**

1. Программа состоит из отдельных предписаний. После каждого предписания ставится точка с запятой.

2. Для выполнения вычислений используются два типа предписаний: **присваивание** и **вывод**.

3. Предписание присваивания имеет вид:

выражение  $\rightarrow$  имя;

Такая запись означает, что нужно вычислить значение выражения и записать результат в блок памяти с указанным именем (при работе с калькулятором или вручную — записать в таблицу имен). В простейшем случае в качестве выражения может использоваться отдельное число или имя.

4. Предписание вывода имеет вид:

?выражение;  
или  
**ВЫВОД:** выражение;

Обе эти записи означают, что нужно вычислить значение выражения и вывести результат на экран дисплея (при работе без ЭВМ — записать на бумагу отдельно от таблицы имен в качестве окончательного результата). В предписании вывода может записываться несколько выражений через запятую.

Пример:

**ВЫВОД:** X, X \*\* 2, X \*\* 3;

5. Имена начинаются с буквы и могут содержать любое число русских и латинских букв или цифр (см. § 3.4).

6. Выражение состоит из чисел, имен и обозначений специальных функций, соединенных правильно расставленными знаками арифметических операций и круглыми скобками. Используются следующие знаки операций: «+» — сложение, «-» — вычитание, «\*» — умножение, «/» — деление, «\*\*» — возведение в степень. Обозначения специальных функций приведены в таблице 1 на с. 18. Правила записи выражений и порядок выполнения операций практически совпадают с общепринятыми, некоторые незначительные отличия перечислены в § 2.5.

## ПЛАНИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

### § 4.1. [\*в] ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПРЕДПИСАНИЯ

Применение вычислительной техники, в том числе микрокалькуляторов, оказывается особенно полезным в тех случаях, когда вычисления по одним и тем же формулам необходимо проводить многократно, например при построении таблиц и графиков функций, решении уравнений различными приближенными методами, суммировании рядов и т. д. Такие процессы принято называть **циклическими**.

Для планирования (программирования) циклических процессов используются специальные предписания, называемые **циклическими предписаниями** или просто **циклами**.

Примеры использования циклов в программах для ЭВМ и в планах для вычислений на калькуляторах приведены в следующих параграфах.

### § 4.2. [\*и] ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ НА ЭВМ

Рассмотрим следующую задачу:

Построить график функции

$$y = (30 \sin x^2 + 25 \operatorname{tg} x) (\sin x + \operatorname{tg} x)$$

на отрезке от 0 до 1, используя лист миллиметровой бумаги  $20 \times 20$  см.

Очевидно, что для решения этой задачи необходимо выбрать подходящий масштаб по осям, составить табличку значений функции на заданном интервале и нанести найденные точки на график: по оси абсцисс масштаб 20 см, а по оси ординат 2 мм. Для точного построения графика нужно вычислять значения функции через каждые 2 мм, т. е. через 0.02, в выбранном масштабе. Программа для решения этой задачи на ЭВМ может выглядеть так:

ДЛЯ X ОТ 0 ДО 1 ШАГ 0.02 ПОВТОРЯТЬ:

```
(30 * SIN (X ** 2) + 25 * TG (X)) * (SIN (X) + COS (X)) -> Y;  
ВЫВОД: X, Y;
```

## КОНЕЦ ПОВТОРЕНИЙ;

Первая строчка этой программы указывает, что все предписания, записанные от двоеточия до слов «КОНЕЦ ПОВТОРЕНИЙ», нужно выполнить несколько раз для всех значений имени X от 0 до 1 через каждые 0,02 радиана. Для большей наглядности повторяемые предписания обведены рамкой, что, конечно, необязательно.

При выполнении этой программы компьютер сначала присвоит имени X значение 0 (т. е. запишет число 0 в блок памяти с именем X). Затем он вычислит значение выражения и присвоит результат имени Y. После этого на экран дисплея будут выданы значения имен X и Y, т. е. координаты первой точки графика. Затем ЭВМ увеличит значение x на величину заданного шага, т. е. на 0,02, и вновь выполнит те же предписания и т. д. Так будет продолжаться до тех пор, пока значение x не станет больше единицы. Во время каждого шага повторения на экран дисплея будет выдаваться очередная пара чисел (значения имен X и Y). После завершения работы программы на экране останется 51 пара чисел — координаты всех точек графика.

Если используемая ЭВМ оснащена графической системой «Шпага», то она может сама изобразить на экране нужный график. Подробнее о системе «Шпага» можно прочитать в [4].

В записи предписания цикла допускаются следующие сокращения:

1. Слово «ПОВТОРЯТЬ» и следующее за ним двоеточие можно заменить знаком «::» (двойное двоеточие).

2. Вместо «КОНЕЦ ПОВТОРЕНИЙ» можно писать просто «ВСЕ».

3. Если шаг равен 1, то его можно не указывать.

### § 4.3. [п] ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КАЛЬКУЛЯТОРА

Для решения задачи, изложенной в предыдущем параграфе, можно использовать инженерный калькулятор. В этом случае целесообразно взять несколько больший шаг, например 0,1, хотя это и уменьшит точность построения графика.

Оформление цикла для калькулятора остается таким же, как для ЭВМ, но расчетную формулу нужно преобразовать по правилам, описанным в главе 3. Кроме того, предписание вывода в плане можно не указывать, так как значения x и y для каждого шага повторений записаны в таблице имен.

План вычислений приобретает такой вид:

ДЛЯ X ОТ 0 ДО 1 ШАГ 0.1 ПОВТОРЯТЬ:

$$(30 \times \boxed{\sin(x \times x)} + (25 \times \boxed{\text{tg } x})) \times (\boxed{\sin x} + \boxed{\text{tg } x}) \rightarrow y;$$

КОНЕЦ ПОВТОРЕНИЙ;

После завершения вычислений таблица имен будет выглядеть так:

Номер шага	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$y$	0	0.5621	2.5156	6.3085	12.46	21.62	34.55	52.29	76.26	108.7	153.9

По этой таблице легко может быть построен график.

#### § 4.4. [Ф] ВЫЧИСЛЕНИЕ СУММ И ПРОИЗВЕДЕНИЙ

Рассмотрим следующую задачу:

Вычислить сумму:

$$S = \sum_{x=1}^{20} \frac{1}{x^2}$$

Решение

Программа для ЭВМ:

```

0 → S;
ДЛЯ x от 1 ДО 20 ::
S + 1/x ** 2 → S;
ВСЕ;
ВЫВОД: S ;

```

План вычислений для инженерного калькулятора:

```

0 → П;
ДЛЯ x ОТ 1 ДО 20 ПОВТОРЯТЬ:
1 ÷ (x × x) + П → П;
клавиша П +

```

КОНЕЦ ПОВТОРЕНИЙ;

ВЫВОД: П;

План вычислений для простейшего калькулятора без дополнительного регистра памяти:

```

0 → x;
ДЛЯ x ОТ 1 ДО 20 ПОВТОРЯТЬ:
1 ÷ x ÷ x + S → S;
КОНЕЦ ПОВТОРЕНИЙ;
ВЫВОД: S;

```

На этих примерах хорошо видно, как использовать циклы для суммирования рядов и решения других аналогичных задач.

Основная цель изучения школьниками темы «Вычисления на микрокалькуляторе» в курсе математики заключается в подготовке учащихся к использованию микрокалькуляторов и компьютеров для решения различных практических задач, включая учебные задачи по школьным предметам. С этой целью у учащихся должны быть сформированы следующие представления и умения:

1. Общее представление о различных видах вычислительной техники (калькуляторы, компьютеры) и их возможностях.

2. Умение привести произвольное выражение к виду, удобному для вычисления на калькуляторе или компьютере.

3. Умение составить план вычислений с использованием имен для записи промежуточных результатов.

4. Умение использовать циклы и ветвления при составлении планов для решения различных вычислительных задач.

Перечисленные навыки могут быть сформированы независимо от наличия вычислительной техники в учебных кабинетах.

Если нет возможности использовать в классе электронно-вычислительную технику, то основное внимание при изучении этой темы необходимо уделять планированию вычислений с применением описанной в данном пособии нотации. При этом может быть рекомендована следующая последовательность изложения:

1. Краткая характеристика вычислительной техники (§ 1.1 и 1.2 выборочно).

2. Вычислительная техника индивидуального пользования (§ 1.3 выборочно, с использованием плакатов и наглядных пособий).

3. Краткие сведения о логарифмической линейке (или другой доступной вычислительной технике) в соответствии с действующей программой.

4. Преобразование выражений (§ 2.2—2.4).

5. Планирование вычислений (§ 3.1—3.4, 3.6—3.7, главу 4 выборочно).

В этом случае приемы планирования необходимо использовать для ручного выполнения вычислений, подчеркнув, что на компьютере все эти действия были бы выполнены автоматически.

В классах, оборудованных простейшими микрокалькуляторами, следует уделить основное внимание формированию устойчивых навыков выполнения вычислений на используемом калькуляторе (в том числе с записью промежуточных результатов). Рекомендуемая последовательность изложения:

1. § 1.1, 1.2 — выборочно.
2. § 1.3 — полностью, с подробным изучением используемого калькулятора.
3. § 2.1—2.4, 2.7, 2.8 — подробно.
4. § 2.9 — выборочно.
5. § 2.10—2.11 — подробно.
6. Главы 3 и 4 — полностью (кроме § 4.4).

После завершения изучения этой темы необходимо обеспечить применение калькуляторов для решения задач расчетного характера, обработки результатов лабораторных работ по различным предметам и т. д.

При изложении записи и приемов планирования вычислений, изложенных в данном пособии, необходимо иметь в виду, что для работы с калькуляторами могут использоваться различные формы записи, но используемая здесь нотация позволяет без затруднений перейти от калькуляторов к компьютерам. Поэтому при изучении этой темы необходимо строго контролировать соблюдение учащимися всех правил записи (§ 3.7 и глава 4), только в таком случае составленный ими план вычислений может быть использован в качестве программы для ЭВМ.

Во всех случаях в конце изучения темы рекомендуется организовать экскурсию на вычислительный центр. Желательно при этом обеспечить возможность запуска программ, составленных учащимися с использованием программной системы «Школьника». В классах, оборудованных комплектами персональных ЭВМ, можно ограничиться изложением кратких сведений о калькуляторах, уделив основное внимание изучению конструкций входных языков программной системы «Школьника». Для закрепления учебного материала необходимо подготовить большое число упражнений, используя в качестве образцов упражнения, приведенные в этом пособии. Ограниченный объем пособия не позволил включить в него полный комплект задач и примеров по рассматриваемой теме.

**СБР** — сброс программы

**РЕД** — выход из редактирующего режима

**УПР** — управляющий регистр

**ПВТ** — клавиша повтора

**РЕГ** — клавиша перехода с верхнего на нижний регистр и обратно

**F1**, **F2**, **F3** — функциональные клавиши

→, ← — стрелки управления курсором

↓, ↑

У модифицированного варианта компьютера «Агат» имеются клавиши

**РУС** — клавиша русского алфавита

**ЛАТ** — клавиша латинского алфавита

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ершов А. П. Программирование — вторая грамотность. — Квант. — 1982. — № 2.
2. Гутер Р. С., Полунин Ю. Л. От абака до компьютера. — М.: Знание. — 208 с.
3. Человек с микрокалькулятором. (Рубрика в журнале «Наука и жизнь» начиная с № 1 за 1984 г.)
4. Искусство программирования. (Рубрика в журнале «Квант» начиная с № 9 за 1979 г.)
5. Белый Ю. А. Считающая микроэлектроника — М.: Наука, 1983. — 120 с.
6. Блох А. Ш., Павловский А. И., Пенкрат В. В. Программирование на микрокалькуляторах. — Минск: Вышэйшая школа, 1981.
7. Ковалев М. П., Шварцбург С. И. Электроника помогает считать. — М.: Просвещение, 1978.



# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Глава 1. Краткие сведения по истории, основным разновидностям и важнейшим областям применения вычислительной техники . . . . .	4
§ 1.1. [*в] Основные этапы развития вычислительной техники . . . . .	4
§ 1.2. [*в] Классификация вычислительных машин и основные области их применения . . . . .	6
§ 1.3. [*и] Вычислительная техника индивидуального пользования: классификация и элементы устройства . . . . .	8
Глава 2. Применение вычислительной техники для нахождения значений числовых выражений . . . . .	13
§ 2.1. [*в] Общие положения . . . . .	13
§ 2.2. [*и] Выполнение элементарных арифметических операций . . . . .	14
§ 2.3. [*и] Особенности записи чисел и знаков операций . . . . .	14
§ 2.4. [*и] Приведение выражений к виду, удобному для вычисления на компьютерах . . . . .	17
§ 2.5. [п] Вычисление специальных функций на инженерных калькуляторах . . . . .	19
§ 2.6. [п] Использование скобок на калькуляторах . . . . .	21
§ 2.7. [*и] Общие правила преобразования выражений . . . . .	22
§ 2.8. [*в] Вложенные скобки . . . . .	24
§ 2.9. [*в] Цепочные вычисления и расчеты с константой . . . . .	27
§ 2.10. [*в] Возможные ошибки и их исправление . . . . .	30
§ 2.11 [*в] Ограничения точности и приближенные вычисления . . . . .	32
Глава 3. Планирование вычислений с промежуточными результатами . . . . .	34
§ 3.1. [*и] Поэтапное вычисление сложных выражений. Запись промежуточных результатов. Применение имен . . . . .	34
§ 3.2. [*и] Другие примеры использования имен . . . . .	36
§ 3.3. [*в] Таблица имен как запоминающее устройство . . . . .	37
§ 3.4. [*и] Применение имен в программах для ЭВМ . . . . .	37
§ 3.5. [п] Дополнительные регистры памяти в микрокалькуляторах . . . . .	39
§ 3.6. [*в] Планирование вычислений и программирование . . . . .	40
§ 3.7. [*и] Краткая сводка правил записи программы для ЭВМ . . . . .	41
Глава 4. Планирование циклических вычислительных процессов . . . . .	42
§ 4.1. [*в] Циклические предписания . . . . .	42
§ 4.2. [*и] Построение графика функции на ЭВМ . . . . .	42
§ 4.3. [п] Построение графика с использованием калькулятора . . . . .	43
§ 4.4. [ф] Вычисление сумм и произведений . . . . .	44
Глава 5. Методические рекомендации . . . . .	45
Приложение . . . . .	47
Литература . . . . .	47

5 к.

