М. Ф. Поснова
Н. Н. Поснов

МИКРО-КАЛЬКУЛЯТОРЫ С ПРОГРАММНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ В УЧЕБНОЙ ЛАБОРАТОРИИ

М. Ф. Поснова
Н. Н. Поснов

МИКРО-КАЛЬКУЛЯТОРЫ С ПРОГРАММНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ В УЧЕБНОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования БССР в качестве учебного пособия для студентов вузов по специальностям «Радиофизика и электроника», «Физика»

Минск
Издательство «Университетское»
1985

621.38 УДК 681.321-181.48-529
397473

ББК 32.974я73
П 62
УДК 681.321 : 621.382.049.77.004.13(075.8)

Рецензенты:

кафедра электронных вычислительных машин
Минского радиотехнического института
(зав. кафедрой *Г. М. Ревяко*);

Т. Б. Романовский, кандидат физико-математических наук

Поснова М. Ф., Поснов Н. Н.

П62 Микрокалькуляторы с программным управлением в учебной лаборатории: [Учеб. пособие по спец. «Радиофизика и электроника», «Физика»].— Мн.: изд-во «Университетское», 1985.— 207 с., ил.

В пер.: 70 к.

Рассматриваются две группы микрокалькуляторов с программным управлением серии «Электроника» (Б3-21, МК-46, МК-64 и Б3-34, МК-54, МК-56). Излагаются принципы методики выполнения вычислений на них, приводятся примеры решения некоторых типовых задач.

Пособие будет полезно преподавателям и студентам — химикам, биологам, социологам и т. д., учащимся старших классов.

$\frac{2405000000-069}{М317(05)-85}$ 25—86 ББК 32.974я73

© Издательство «Университетское», 1985.

ОТ АВТОРОВ

Микрокалькуляторы с программным управлением — класс доступных портативных и экономичных вычислительных средств, предназначенных для решения неотложных, сравнительно простых математических задач, необходимость решения которых возникает в практической деятельности специалистов различных направлений.

Микрокалькулятор в современной учебной лаборатории — необычайно мобильное средство, которое способствует приобретению практических навыков работы с вычислительными средствами (алгоритмизация, программирование), позволяет студенту глубже вникать в проблемы изучаемого предмета. Умение программировать (хотя бы на микрокалькуляторах) необходимо не только для проведения расчетов, но и для формирования определенного стиля мышления. Такие навыки умственных действий способны сделать более эффективной творческую деятельность человека.

Важным фактором ускорения научно-технического прогресса в стране должно стать всестороннее и глубокое овладение молодежью вычислительной техникой. В связи с этим на состоявшемся в марте 1985 г. заседании Политбюро ЦК КПСС определены меры по обеспечению компьютерной грамотности учащихся средних учебных заведений и широкому внедрению электронно-вычислительной техники в учебный процесс. Министерством высшего и среднего специального образования СССР также включены в учебные планы всех специальностей вопросы изучения микропроцессорной техники.

В пособии кратко излагаются основные сведения по численным методам, применяемым для математической обработки результатов измерений, которые наиболее часто употребляются в учебной лаборатории (гл. 1), рассматриваются этапы проведения вычислительной работы (гл. 2). Эти главы обязательны для чтения независимо от модели изучаемого микрокалькулятора. В главах 3,4 рассматриваются две группы микрокалькуляторов серии «Электроника» с различными системами команд: Б3-21, МК-46, МК-64 и Б3-34, МК-54, МК-56. При подготовке учебного пособия к печати освоен выпуск новой модели программируемого микрокалькулятора МК-61. Краткие сведения о ней даны в гл. 4, § 8.

При написании книги использован опыт авторов по проведению лабораторных занятий на факультете радиофизики и электроники Белгосуниверситета им. В. И. Ленина.

Авторы выражают благодарность кандидату физико-математических наук, доценту Т. Б. Романовскому и коллективу кафедры ЭВМ Минского радиотехнического института, возглавляемого кандидатом технических наук, доцентом Г. М. Ревяко, за ряд полезных замечаний и конструктивных предложений, способствовавших улучшению книги.

Глава 1

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Физической величиной называют свойство, общее в качественном отношении многим физическим объектам, принимающим участие в каком-либо явлении, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них. Под измерением понимают нахождение значения физической величины экспериментальным путем.

Если искомую величину отсчитывают по прибору, измерение называют прямым, если вычисляют как функцию величин, получаемых в результате прямых измерений,— косвенным. Значение величины, найденное в процессе измерения, называют результатом измерения.

Результаты любого эксперимента получают с определенной точностью. Равноточные измерения проводятся в одинаковых условиях (тип и класс прибора, число измерений, внешние условия и т. д.). Неравноточные измерения не отвечают таким условиям.

Точность измерения характеризуется точностью прибора и метода измерения. Точность прибора в свою очередь определяется степенью приближения его показаний к истинному значению искомой величины, а точность метода — физическим явлением, на котором он основан. Часть любого эксперимента составляет оценка точности измерений, которая определяется найденной погрешностью измерений.

§ 1. СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ И ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

По форме числового представления различают абсолютные, относительные и приведенные погрешности.

Абсолютная погрешность — разность между результатом измерения x физической величины и ее истинным значением x_0, выраженная в единицах измерения: $\Delta x = x - x_0$.

Относительная погрешность — погрешность, приходящаяся на единицу измеряемой величины и выраженная в процентах: $\delta = (\Delta x/x) \cdot 100\ \%$.

Приведенная погрешность — отношение абсолютной погрешности к максимальному значению измеряемой величины или к максимальному значению шкалы прибора: x_{max} : $\delta_{пр} = (\Delta x/x_{max}) \cdot 100\ \%$.

По закономерности появления различают ошибки, систематические и случайные погрешности.

Ошибки (грубые погрешности или промахи) возникают в результате нарушения условий измерения, просчета экспериментатора или неисправности средств измерения. Внешний признак появления ошибки в измерении — резкое отличие содержащего ее результата от остальных результатов измерений. При обнаружении ошибки измерение надо повторить, а содержащий ошибку результат исключить. Поэтому можно считать, что результаты измерений, подвергаемые математической обработке, ошибок не имеют.

Систематические погрешности могут быть постоянными либо изменяться. Выявление систематических погрешностей требует специальных исследований, которыми занимаются разделы физики, где разрабатывается методика эксперимента. При обнаружении систематических погрешностей и расчете их величины они должны быть устранены путем внесения соответствующих поправок в результаты измерений.

Единственным видом систематической погрешности, которую нельзя устранить (и поэтому необходимо учитывать при обработке результатов), является *приборная погрешность*. Она рассматривается применительно к нормальным условиям работы прибора и определяется его классом точности (предельным значением приведенной погрешности $\delta_{пр}$).

В прямых измерениях абсолютная приборная погрешность определяется как $\Delta x = \delta_{пр} \cdot x$.

В косвенных измерениях, когда $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, приборная погрешность определяется по так называемым формулам предельной погрешности:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 (\Delta x_1)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 (\Delta x_2)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 (\Delta x_n)^2},$$

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2 (\Delta x_1)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2 (\Delta x_2)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\right)^2 (\Delta x_n)^2}.$$

Случайные погрешности, принимающие заранее неизвестные значения, не могут быть исключены из результатов измерений. Они рассчитываются, если известны чис-

ловые характеристики закона распределения погрешностей измерений.

Для количественной оценки случайной погрешности используются следующие характеристики:

средняя погрешность

$$|\overline{\Delta x}| = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\Delta x_i|;$$

средняя арифметическая погрешность

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i;$$

среднеквадратическая погрешность отдельного измерения (если число измерений ограничено)

$$s_n = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i)^2} = \sqrt{\frac{(x_1-x_0)^2+\ldots+(x_n-x_0)^2}{n-1}}.$$

При неограниченном числе измерений среднеквадратическая погрешность определяется как

$$\sigma = \lim_{n\to\infty} s_n = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty}(x-x_0)^2 f(x)\,dx},$$

где $f(x)$ — закон распределения данной случайной величины.

Среднеквадратическая погрешность является важнейшей характеристикой результатов измерений и остается постоянной при неизменяемости условий эксперимента. Она полнее характеризует точность измерений, так как получена из закона распределения случайных величин. Величины s_n^2 и σ^2 — соответственно выборочная и генеральная дисперсии погрешности. Вычисление среднеквадратической погрешности облегчается рядом теорем, что делает ее очень приемлемым параметром.

Часто в качестве закона распределения случайных погрешностей результатов измерения принимается нормальный закон распределения, в котором $p(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\times\left(-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}\right)$.

Вероятность попадания случайной погрешности в симметричный интервал $(\pm\Delta x_1)$ при нормальном распределении вычисляется по формуле $P(-\Delta x_1<\Delta x<\Delta x_1) = P(|\Delta x|<\Delta x_1) = 2\Phi(\Delta x_1/\sigma)$, где

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt = \frac{1}{2}P(|\Delta x|<t\sigma),\ t>0.$$

Функция $\Phi(t)$ называется интегралом вероятностей, или функцией Лапласа.

Вероятность попадания случайной погрешности в любой интервал $(\Delta x_1, \Delta x_2)$ в случае нормального распределения вычисляется по формуле

$$P(\Delta x_1<\Delta x<\Delta x_2) = \Phi\left(\frac{\Delta x_2}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\Delta x_1}{\sigma}\right).$$

Вероятность того, что случайная погрешность выйдет за границы $\pm t\sigma\,(t>0)$, равна $P(|\Delta x|>t\sigma) = 1-2\Phi(t)$.

Если все n измерений величины x проведены с одинаковой точностью (равноточные измерения), то в качестве оценки истинного значения (x_0) измеряемой величины применяют среднее арифметическое значение результатов измерений

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i.$$

Если измерения неравноточны, но известны веса измерений, т. е. числа $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n$, обратно пропорциональные дисперсиям погрешностей $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2$, то в качестве оценки истинного значения измеряемой величины применяют взвешенное среднее арифметическое значение

$$x_0 \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\rho_i x_i}{\sum_{i=1}^{n}\rho_i}.$$

Вычисление средних значений упрощается, если ввести линейную замену $x_i = c + hu_i$, $i=1, 2, \ldots, n$, удачно выбрав начало отсчета c и шаг изменения h, поскольку формулы для их расчета принимают вид $\bar{x} = c + h\bar{u}$, где $\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}m_i u_i$. Если результаты $x_1, x_2, \ldots, x_k$ встречаются соответственно $m_1, m_2, \ldots, m_k$ раз $(m_1+\ldots+m_k=n)$, то

$$s_n = h\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i (u_i - \bar{u})^2} = h\sqrt{\overline{u^2} - (\bar{u})^2},$$

где $\overline{u^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i u_i^2$.

Поскольку каждый из результатов измерений x_1, $x_2, \ldots, x_n$ выступает как значение некоторой случайной величины x_0, то среднее значение $\bar{x}$ может толковаться как приближенное значение теоретического среднего — математического ожидания величины x_0. Математическое ожидание величины x_0 обозначается через Mx_0 и определяется по формуле

$$Mx_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)\,dx,$$

где $p(x)$ — плотность распределения величины x_0.

Если имеются k независимых случайных величин x_{01}, $x_{02}, \ldots, x_{0k}$ с плотностями распределения $p_1(x_1)$, $p_2(x_2), \ldots, p_k(x_k)$, то математическое ожидание функции

$$Mf(x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0n}) = \int_{-\infty}^{+\infty}\ldots\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2, \ldots, x_n)p_1(x_1), \ldots$$

$$\ldots, p_k(x_k)\,dx_1\ldots dx_n.$$

Среднее арифметическое значение результатов измерений функции $y=f(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ определяется так: $\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_k)$.

§ 2. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Целью экспериментального (эмпирического) изучения некоторого явления часто бывает определение аналитической формулы, связывающей независимую переменную (аргумент) x и зависящую от нее переменную (функцию) y, которую можно записать в виде

$$y=f(a_0, a_1, \ldots, a_k, x). \qquad (1.1)$$

Пусть для решения такой задачи поставлен эксперимент, в ходе которого получены некоторые значения измеряемых величин $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и соответствующие им $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Особенность аналитического представления искомой функциональной зависимости заключается в том, что наличие случайных погрешностей измерения

делает невозможным выбор формулы, в которую входили бы все экспериментальные величины. Иными словами, график искомой функции не должен проходить через все экспериментально полученные узлы, а по возможности — сглаживать погрешности. Если даже вид формулы (1.1) известен заранее из теоретических соображений, то параметры $a_0, a_1, \ldots, a_k$ нельзя определить точно по экспериментальным значениям функции $y_1, y_2, \ldots, y_n$ и аргумента $x_1, x_2, \ldots, x_n$, так как они содержат погрешности. Речь может идти только о получении приемлемых оценок искомых параметров.

Получить такие оценки параметров $a_0, a_1, \ldots, a_k$, если известен вид функции $f(a_0, a_1, \ldots, a_k, x)$, позволяет аппроксимация по методу наименьших квадратов. Суть метода заключается в том, что если все измерения значений функции $y_1, y_2, \ldots, y_n$ проведены с одинаковой точностью, то оценки параметров $a_0, a_1, \ldots, a_k$ определяются из условий минимальности суммы квадратов отклонений измеренных значений y_i от расчетных $f(a_0, a_1, \ldots, a_k, x_i)$, т. е.

$$s = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(a_0, a_1, \ldots, a_k, x_i)]^2 = \min. \qquad (1.2)$$

Если измерения неравноточны, то условие (1.2) приобретает вид

$$s = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(a_0, a_1, \ldots, a_k, x_i)]^2 \rho_i = \min. \qquad (1.3)$$

Если все измерения значений функции проведены с одинаковой точностью, но при каждом значении аргумента x_i проводится серия из m_i измерений (в качестве y_i берется среднее арифметическое результатов измерений в серии), то весами измерений могут служить количества измерений в сериях $\rho_i = m_i$, $i=1, 2, \ldots, n$. Условие (1.3) сохраняется и для определения оценок параметров функций нескольких переменных. Так, для функции z от переменных x, y оценки параметров $a_0, a_1, \ldots, a_k$ определяются из условия минимальности суммы:

$$s = \sum_{i=1}^{n} [z_i - f(a_0, a_1, \ldots, a_k, x_i, y_i)]^2 \rho_i = \min. \qquad (1.4)$$

Нахождение значений параметров $a_0, a_1, \ldots, a_k$, которые определяют наименьшее значение функции $s=s(a_0,$

$a_1, \ldots, a_k$), приводит к необходимости решения системы уравнений

$$\frac{\partial s}{\partial a_0} = 0, \quad \frac{\partial s}{\partial a_1} = 0, \quad \ldots, \quad \frac{\partial s}{\partial a_k} = 0. \qquad (1.5)$$

Система (1.5) содержит столько уравнений, сколько неизвестных параметров a_i.

2.1. Линейная функция

Если уравнение искомой функции можно представить в виде $y = a_0 + a_1 x$, то система уравнений (1.5) будет линейной. Решение такой системы наиболее просто. К тому же эта задача интересна в связи с тем, что сложную функциональную зависимость путем введения соответствующих переменных можно преобразовать в линейную.

Прямая всегда проходит через точку $(\bar{x}, \bar{y})$, координаты которой являются средними значениями координат имеющихся точек, т. е.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \rho_i}{\sum_{i=1}^{n} \rho_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \rho_i}{\sum_{i=1}^{n} \rho_i},$$

где ρ_i — веса измерений. Поэтому уравнение прямой может быть записано в виде

$$y - \bar{y} = a(x - \bar{x}), \qquad (1.6)$$

где параметр a определяется по формуле

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2},$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \rho_i}{\sum_{i=1}^{n} \rho_i}, \quad \overline{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \rho_i}{\sum_{i=1}^{n} \rho_i}.$$

При равноточных измерениях (все $\rho_i = 1$) эти формулы имеют вид

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i, \quad \overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2,$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i y_i.$$

Если к тому же n измерений проведено с постоянным шагом, т. е. $x_{i+1} - x_i = h$, то уравнение (1.6) может быть записано как

$$y - \bar{y} = ah \frac{x - \bar{x}}{h}, \qquad (1.7)$$

где параметр ah вычисляется следующим образом:

при нечетном числе измерений ($n = 2m - 1$)

$$ah = \frac{12}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^{n} y_i (i - m); \qquad (1.8)$$

при четном числе измерений ($n = 2m$)

$$ah = \frac{6}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^{n} y_i (2i - n - 1).$$

2.2. Квадратичная функция

Параметры квадратичной функции $y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ достаточно просто определяются при условии $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^3 \rho_i = 0$. При равноточных измерениях для выполнения данного условия достаточно измерить значения функции в точках, симметричных относительно $\bar{x}$. В этом случае квадратичную функцию целесообразно записывать в виде $y = a_2 (x - \bar{x})^2 + a_1 (x - \bar{x}) + a_0$, где

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \rho_i}{\sum_{i=1}^{n} \rho_i}.$$

Параметры a_2, a_1 и a_0 определяются по формулам

$$a_2 = \frac{1}{D} \left[\sum_{i=1}^{n} y_i (x_i - \bar{x})^2 \rho_i - s_2 \bar{y} \right],$$

$$a_1 = \frac{1}{s_2} \sum_{i=1}^{n} y_i (x_i - \bar{x}) \rho_i, \quad a_0 = \bar{y} - \frac{s_2 a_0}{s_0},$$

где $s_m=\sum_{i=0}^{n}(x_i-\bar{x})^m\rho_i$, $m=0, 2, 4$; $\bar{y}=\frac{1}{s_0}\sum_{i=1}^{n}y_i\rho_i$; $D=$

$=s_4-\frac{s_2^2}{s_0}$.

При равноточных измерениях полагают $\rho_0=\rho_1=\ldots=$

$=\rho_n=1$, тогда $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$, $\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$, $s_0=n$.

Если измерения значений аргумента x проведены с постоянным шагом, т. е. $x_{i+1}-x_i=h$, а измерения значений функции равноточны, то отсчет значений аргумента удобно вести от среднего значения $\bar{x}=(x_1+x_n)/2$ в целых частях шага h при нечетном числе измерений или в целых частях половинного шага $h/2$ при четном числе измерений. В этом случае квадратичная функция записывается в виде $y=a_2\left(\frac{x-\bar{x}}{h}\right)^2+a_1\left(\frac{x-\bar{x}}{h}\right)+a_0$, где параметры a_2, a_1 и a_0 определяются следующим образом:

при нечетном числе измерений $(n=2m-1)$

$$a_2=\frac{1}{3h_2}\left[3\sum_{i=1}^{n}y_i(i-m)^2-\frac{n^2-1}{4}\sum_{i=1}^{n}y_i\right],$$

$$a_1=\frac{1}{h_1}\sum_{i=1}^{n}y_i(i-m),\quad a_0=\bar{y}-\frac{h_1}{n}\bar{a}_2,$$

где $h_1=\frac{n(n^2-1)}{12}$, $h_2=\frac{n(n^2-1)(n^2-4)}{180}$;

при четном числе измерений $(n=2m)$

$$a_2=\frac{1}{12h_2}\left[3\sum_{i=1}^{n}y_1(2i-n-1)^2-(n^2-1)\sum_{i=1}^{n}y_i\right],$$

$$a_1=\frac{1}{2h_1}\sum_{i=1}^{n}y_i(2i-n-1),\quad a_0=\bar{y}-\frac{h_1}{n}a_2$$

при тех же значениях величин h_1 и h_2.

2.3. Многочлен

Для отыскания параметров многочлена $y=a_0+a_1x+$ $+\ldots+a_Nx^N$ его целесообразно записывать в виде

$$y=b_0P_0(x)+b_1P_1(x)+\ldots+b_NP_N(x), \qquad (1.9)$$

где $P_0(x)$, $P_1(x)$, ..., $P_N(x)$ — ортогональные многочлены Чебышева на множестве точек x_1, x_2, ..., x_n с весом $\rho_i=\rho(x_i)>0$. Это означает, что для всех $i\neq j$ выполняются соотношения $\sum_{k=1}^{n}P_i(x_k)P_j(x_k)\rho_k=0$.

Коэффициенты b_j в формуле (1.9) не зависят от степени N искомого многочлена и вычисляются следующим образом:

$$b_j=\frac{\sum_{j=1}^{n}y_kP_j(x_k)\rho_k}{\sum_{j=1}^{n}P_j^2(x_k)\rho_k}.$$

Ортогональные многочлены Чебышева младших степеней со старшим коэффициентом, равным единице, имеют вид

$$P_0(x)=1,\ P_1(x)=x-\bar{x},$$

$$P_2(x)=x^2-\frac{\overline{x^3}-\overline{x^2}\,\bar{x}}{\overline{x^2}-(\bar{x})^2}x+\frac{\overline{x^3}\,\bar{x}+(\overline{x^2})^2}{\overline{x^2}-(\bar{x})^2},$$

где

$$\bar{x}=\frac{\sum_{k=1}^{h}x_k\rho_k}{\sum_{k=1}^{n}\rho_k},\quad \overline{x^2}=\frac{\sum_{k=1}^{n}x_k^2\rho_k}{\sum_{k=1}^{n}\rho_k},\quad \overline{x^3}=\frac{\sum_{k=1}^{n}x_k^3\rho_k}{\sum_{k=1}^{n}\rho_k}.$$

Рекуррентные соотношения

$$P_{j+1}(x)=(x+\beta_{j+1})P_j(x)-\frac{H_j}{H_{j-1}}P_{j-1}(x),\ j=1,\ 2,\ \ldots,$$

где

$$H_j=\sum_{k=1}^{n}P_j^2(x_k)\rho_k\quad \beta_{j+1}=-\frac{1}{H_j}\sum_{k=1}^{n}x_kP_j^2(x_k)\rho_k,\quad j=0, 1, 2, \ldots$$

определяют ортогональные многочлены высших степеней со старшим коэффициентом, равным единице.

Расчеты существенно упрощаются, если все значения функции измеряются с одинаковой точностью и все выбранные точки x_k расположены симметрично относительно среднего значения $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_k$.

Применяя аппроксимацию по методу наименьших квадратов для получения приемлемых результатов, не следует забывать, что функция в исследуемой области не должна иметь особых точек, разрывов и т. п., т. е. кривая должна быть достаточно гладкой, а экспериментальные точки — располагаться по возможности равномерно.

§ 3. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ

Нередко встречаются задачи, для которых предварительный физический анализ не дает точного вида формулы. Тогда, если получено множество величин x_k, $k=1, 2, \ldots, n$, и соответствующих им y_k, представленное в виде таблицы, приходится говорить об интерполяции. Задача одномерной интерполяции заключается в построении такой функции f, что $f(x_k)=y_k$ для всех k. При этом $f(x)$ должна принимать «разумные» значения для x, лежащих между заданными точками.

Если ординаты $\{y_k\}$ происходят от гладкой математической функции и погрешности в них не превосходят уровня округлений, то можно полагать, что задача будет иметь удовлетворительное решение.

Среди многочисленных способов интерполяции наиболее распространен способ линейной интерполяции, когда приближение отыскивается в виде $f(x, a_1, a_2, \ldots, a_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i \varphi_i(x)$, где $\varphi_i(x)$ — фиксированные функции, а значения коэффициентов a_i определяются из условия совпадения с приближающей функцией в узлах интерполяции x_k:

$$f(x_k) = \sum_{i=1}^{n} a_i \varphi_i(x_k), \quad k = 1, 2, \ldots, n. \qquad (1.10)$$

Способ решения, при котором коэффициенты a_i определяются непосредственно решением системы (1.10), называется способом неопределенных коэффициентов.

Наиболее прост случай интерполирования многочленами $\sum_{i=1}^{n} a_i x^{i-1}$. Тогда $\varphi_i(x)=x^{i-1}$, $i=1, \ldots, n$, и система уравнений (1.10) принимает вид

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_k^{i-1} = f(x_k), \quad k = 1, 2, \ldots, n. \qquad (1.11)$$

При этом предполагают, что все x_k различны, определитель системы (1.11) отличен от нуля и, следовательно, алгебраический интерполяционный многочлен $P_n(x)$ всегда существует и единствен.

3.1. Интерполяционная формула Ньютона

При обработке результатов эксперимента удобна для вычислений с контролем точности интерполяционная формула Ньютона

$$f(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^{n} (x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{k-1}) \times \\ \times f(x_0, x_1, \ldots, x_k). \qquad (1.12)$$

Входящие в формулу значения $f(x_0, x_1, \ldots, x_k)$ называются разделенными разностями функции $f(x)$. Под разделенной разностью первого порядка для узлов x_k, x_{k+1} понимается величина, определяемая равенством

$$f(x_k, x_{k+1}) = \frac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{x_{k+1} - x_k};$$

под разделенной разностью порядка i — величина

$$f(x_k, \ldots, x_{k+i}) = \frac{f(x_{k+1}, \ldots, x_{k+i}) - f(x_k, \ldots, x_{k+i-1})}{x_{k+i} - x_i}$$

Если функция задана в точках $x_1, x_2, \ldots, x_n$, то удобно составить таблицу разделенных разностей диагонального типа (табл. 1.1). С ее помощью можно контролиро-

Таблица 1.1

x_k	$f(x_k)$	$f(x_0, x_k)$	$f(x_0, x_k, x_{k+1})$	$f(x_0, x_k, x_{k+1}, x_{k+2})$
x_0	f_0			
		$f(x_0, x_1)$		
x_1	f_1		$f(x_0, x_1, x_2)$	
		$f(x_1, x_2)$		$f(x_0, x_1, x_2, x_3)$
x_2	f_2		$f(x_1, x_2, x_3)$	
		$f(x_2, x_3)$		$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
x_3	f_3		$f(x_2, x_3, x_4)$	
		$f(x_3, x_4)$		
x_4	f_4		.....	.....
		.....		
...	...		$f(x_{n-2}, x_{n-1}, x_n)$	$f(x_{n-3}, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n)$
		$f(x_{n-1}, x_n)$		
x_n	f_n			

вать точность измерений, используя свойство разделенных разностей: если имеется многочлен степени n, первая разделенная разность которого — многочлен степени $n-1$ относительно x и в силу симметрии выражения относительно x_0; вторая разделенная разность — многочлен степени $n-2$; разделенная разность $(n-1)$-го порядка — многочлен нулевой степени, т. е. константа; более высокие разности тождественно равны нулю. Это утверждение верно лишь при условии, что значения функции и значения их разностей измерены и вычислены точно, без округлений. Если при измерении допущены ошибки, то разности $(n-1)$-го порядка могут оказаться неравными между собой, а разности n-го порядка не будут равны нулю.

Если функция $f(x)$ не является многочленом, указанное свойство разностей не выполняется: никакие разности того или иного порядка не будут постоянными. Однако если на данном промежутке изменение функции монотонно, то таблица разностей имеет некоторое сходство с таблицей разностей для многочлена: разности становятся почти постоянными. Ошибка в одном из значений функции влияет на разности высших порядков: в какой-то части таблицы разностей резко нарушается монотонность их изменения, обнаруживаются отклонения от других значений. Нарушение «плавности» таблицы разностей служит признаком того, что в измерении присутствует случайная погрешность, выходящая за пределы заданной точности измерений.

Формула (1.12) общая, пригодная для обработки результатов, снятых с переменным шагом $x_i - x_j \neq \text{const}$. Для результатов, снятых с постоянным шагом, можно ввести конечные разности $\Delta^n f$, связанные с разделенными разностями соотношением $\Delta^n f = n!\, f(x_0, x_1, \ldots, x_n)$.

Преимущество интерполяционной формулы Ньютона (1.12) перед другими формулами общего вида (например, Лагранжа, Гаусса, Грегори — Ньютона, Лапласа — Эверта) заключается в том, что для расчетов по ней порядок, в котором пронумерованы узлы интерполяции, можно не учитывать. Она может быть использована для обратного интерполирования, задача которого — нахождение x для произвольного y, если задана таблица $y_k = f(x_k)$. Для монотонных функций между прямым и обратным интерполированием нет разницы: можно читать таблицу как задание $x_k = x(y_k)$, помня при этом, что «обратная» таблица будет иметь переменный шаг, даже если

«прямая» имела постоянный шаг. Для достижения заданной точности прямое и обратное интерполирование требуют в общем случае разного числа узлов.

Следует заметить, что при ограниченном числе узлов и с постоянным шагом, введя обозначения

$$\bar{\Delta} x_k = x_{k+1} - x_k, \quad \bar{\Delta} y_k = f(x_k, x_{k+1}) = \frac{y_{k+1} - y_k}{\bar{\Delta} x_k},$$

$$\bar{\Delta}^2 x_k = x_{k+2} - x_k, \quad \bar{\Delta}^2 y_k = f(x_k, x_{k+1}, x_{k+2}) = \frac{\bar{\Delta} y_{k+1} - \bar{\Delta} y_k}{\bar{\Delta}^2 x_k},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\bar{\Delta}^n x_k = x_{k+n} - x_k, \quad \bar{\Delta}^n y_k = f(x_k, x_{k+1}, \ldots, x_{k+n}) = \frac{\bar{\Delta}^n y_{k+n} - \bar{\Delta}^n y_k}{\bar{\Delta}^n x_k},$$

или $\bar{\Delta}^n x_k = \bar{\Delta}^{n-1} x_{k+1} - \bar{\Delta} x_k$, $n > 1$,

формулу (1.12) удобно записать по схеме Горнера в виде

$$y^{(j)} = y_0 + (x^{(j)} - x_0)(\Delta y_0 + (x^{(j)} - x_1)(\bar{\Delta}^2 y_0 + \ldots) \ldots), \quad (1.13)$$

а табл. 1.1 — в виде табл. 1.2.

Таблица 1.2

x_k	y_k	$\bar{\Delta} x_k$	$\bar{\Delta} y_k$	$\bar{\Delta}^2 x_k$	$\bar{\Delta}^2 y_k$	$\bar{\Delta}^3 x_k$	$\bar{\Delta}^3 y_k$	$\bar{\Delta}^4 x_k$	$\bar{\Delta}^4 y_k$
x_0	y_0	$\bar{\Delta} x_0$	$\bar{\Delta} y_0$	$\bar{\Delta}^2 x_0$	$\bar{\Delta}^2 y_0$	$\bar{\Delta}^3 x_0$	$\bar{\Delta}^3 y_0$	$\bar{\Delta}^4 x_0$	$\bar{\Delta}^4 y_0$
x_1	y_1	$\bar{\Delta} x_1$	$\bar{\Delta} y_1$	$\bar{\Delta}^2 x_1$	$\bar{\Delta}^2 y_1$	$\bar{\Delta}^3 x_1$	$\bar{\Delta}^3 y_1$		
x_2	y_2	$\bar{\Delta} x_2$	$\bar{\Delta} y_2$	$\bar{\Delta}^2 x_2$	$\bar{\Delta}^2 y_2$				
x_3	y_3	$\bar{\Delta} x_3$	$\bar{\Delta} y_3$						
x_4	y_4								

3.2. Сплайн-интерполяция

Недавнее математическое изобретение — кубические сплайн-функции — моделирует старое механическое устройство. Когда необходимо провести график функции по известным точкам $y(x_k)$, $0 \leqslant k \leqslant n$, гибкую линейку (т. е. упругий брусок) ставят на ребро и изгибают, придерживая в нескольких местах так, чтобы ребро проходило сразу через все точки. Из теории сопротивления мате-

риалов известно, что закрепленный в узлах интерполяции сплайн принимает форму, минимизирующую его потенциальную энергию. Эта энергия пропорциональна интегралу по длине дуги от квадрата кривизны сплайна.

Если сплайн представить функцией $f(x)$, то при малых наклонах вторая производная $f''(x)$ приблизительно равна кривизне, а дифференциал длины дуги можно приближенно заменить на dx. Таким образом, энергия подобного линеаризованного сплайна пропорциональна интегралу $\int (f''(x))^2 dx$. Если заданы узлы $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, \ldots, (x_n, y_n)$, то линеаризованный сплайн $f(x)$ — функция, для которой $f(x_k) = y_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$, и при этом интеграл $\int\limits_{x_1}^{x_n} (f''(x))^2 dx$ имеет минимальное значение.

Поскольку механический сплайн не разрушается, следует считать, что f и f' непрерывны на $[x_1, x_2]$. Согласно теории сопротивления материалов $f(x)$ является кубическим многочленом между каждой соседней парой узлов, а соседние многочлены соединяются непрерывно, как их первые и вторые производные.

Кубическая сплайн-функция, удовлетворяющая условиям $f''(x_1) = f''(x_n) = 0$, называется естественным кубическим сплайном. Она является единственной функцией, обладающей свойством минимальной кривизны, среди всех функций, которые интерполируют заданные точки.

Построение кубического сплайна — простой и численно устойчивый процесс. В промежутке между парой соседних узлов $[x_{k-1}, x_k]$ интерполяционная функция является многочленом третьей степени, который можно записать в виде

$$f(x) = a_k + b_k(x - x_{k-1}) + c_k(x - x_{k-1})^2 + d_k(x - x_{k-1})^3. \tag{1.14}$$

Коэффициенты многочлена на каждом интервале определяют из условий в узлах, где многочлен должен принимать табличное значение функции:

$$y_{k-1} = f(x_{k-1}) = a_k, \quad 1 \leqslant k \leqslant n, \tag{1.15}$$

$$y_k = f(x_k) = a_k + b_k \bar{\Delta} x_k + c_k (\bar{\Delta} x_k)^2 + d_k (\bar{\Delta} x_k)^3,$$
$$\bar{\Delta} x_k = x_k - x_{k-1}. \tag{1.16}$$

Число этих уравнений вдвое меньше числа неизвестных коэффициентов, поэтому для определенности вычисляют первую и вторую производные многочлена (1.14):

$f'(x) = b_k + 2c_k(x - x_{k-1}) + 3d_k(x - x_{k-1})^2$, $f''(x) = 2c_k + 6d_k(x - x_{k-1})$, $x_{k-1} \leqslant x \leqslant x_k$, и требуют непрерывности их (т. е. гладкости функции) во всех точках, включая узлы. Приравнивание во внутреннем узле x_k правых и левых пределов производных дает

$$b_{k+1} = b_k + 2c_k \bar{\Delta} x_k + 3d_k (\bar{\Delta} x_k)^2, \quad 1 \leqslant k \leqslant n - 1, \tag{1.17}$$

$$c_{k+1} = c_k + 3d_k \bar{\Delta} x_k, \quad 1 \leqslant k \leqslant n - 1. \tag{1.18}$$

Недостающие два условия обычно получают из естественного предположения о нулевой кривизне графика на концах:

$$1/2 f''(x_0) = c_1 = 0, \quad 1/2 f''(x_n) = c_n + 3d_n \bar{\Delta} x_n = 0. \tag{1.19}$$

Это соответствует свободно опущенным концам линейки. Но если есть дополнительные сведения об асимптотике функции, то можно записать другие краевые условия.

Уравнения (1.15)—(1.19) образуют систему линейных уравнений для определения $4n$ неизвестных коэффициентов. Эту систему можно решить методом исключения Гаусса, но лучше привести ее к специальному виду:

$$d_k = (c_{k+1} - c_k)/3\bar{\Delta} x_k, \quad 1 \leqslant k \leqslant n - 1,$$
$$d_n = -c_n/3\bar{\Delta} x_n,$$
$$b_k = [(y_k - y_{k-1})/\bar{\Delta} x_k] - (1/3)\bar{\Delta} x_k (c_{k+1} + 2c_k), \quad 1 \leqslant k \leqslant n - 1,$$
$$b_n = [(y_n - y_{n-1})/\bar{\Delta} x_n] - (2/3)\bar{\Delta} x_n c_n,$$
$$c_1 = 0,$$
$$\bar{\Delta} x_{k-1} c_{k-1} + 2(\bar{\Delta} x_{k-1} + \bar{\Delta} x_k) c_k + \bar{\Delta} x_k c_{k+1} =$$
$$= 3[(y_k - y_{k-1})/\bar{\Delta} x_k - (y_{k-1} - y_{k-2})/\bar{\Delta} x_{k-1}], \quad 2 \leqslant k \leqslant n,$$
$$c_{n+1} = 0.$$

§ 4. ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

Полученную в результате измерений величин x и y (т. е. заданную таблично) функцию $y(x)$ невозможно продифференцировать аналитически. Производная $y'(x)$ в таком случае вычисляется численным дифференцированием.

В результате дифференцирования интерполяционных формул получаются простейшие формулы численного дифференцирования. Функцию $y(x)$ аппроксимируют легко вычисляемой функцией $f(x, a_k)$ и приближенно по-

лагают $y'(x)=f'(x, a_k)$. Способы аппроксимации при этом могут быть различными. Рассмотрим аппроксимацию интерполирующим многочленом Ньютона (1.12). Введя обозначение $\xi_k=x-x_k$, запишем этот многочлен и продифференцируем его почленно:

$$f(x)=y(x_0)+\xi_0 y(x_0, x_1)+\xi_0\xi_1 y(x_0, x_1, x_2)+ \\ +\xi_0\xi_1\xi_2 y(x_0, x_1, x_2, x_3)+\ldots, \quad f'(x)=y(x_0, x_1)+ \\ +(\xi_0+\xi_1)y(x_0, x_1, x_2)+(\xi_0\xi_1+\xi_0\xi_2+\xi_1\xi_2)y(x_0, x_1, x_2, x_3)+\ldots, \\ f''(x)=2y(x_0, x_1, x_2)+2(\xi_0+\xi_1+\xi_2)y(x_0, x_1, x_2, x_3)+\ldots. \tag{1.20}$$

Общая формула может быть записана в виде

$$f^{(k)}(x)=k!\,[y(x_0, x_1, \ldots, x_k)+\Big(\sum_{i=1}^{k}\xi_i\Big)y(x_0, x_1, \ldots, x_{k+1})+ \\ +\Big(\sum_{i>j>0}^{i=k+1}\xi_i\xi_j\Big)y(x_0, x_1, \ldots, x_{k+2})+\Big(\sum_{i>j>l>0}^{i=k+2}\xi_i\xi_j\xi_l\Big)\times \\ \times y(x_0, x_1, \ldots, x_{k+3})+\ldots]. \tag{1.21}$$

Приближенное выражение для соответствующей производной получают, обрывая ряд на некотором числе членов, а наиболее простые выражения — если в формуле (1.21) оставлен только первый член. Выражение (1.21) может быть использовано для обработки измерений, снятых с неравномерным шагом. При этом, если шаг сетки достаточно мал, погрешность формулы близка к первому отброшенному члену. Иначе говоря, порядок точности этой формулы по отношению к шагу сетки равен числу оставленных в ней членов, или, что то же самое,— числу узлов интерполяции минус порядок производной. Поэтому минимальное число узлов, необходимое для вычисления k-й производной, равно $k+1$. При этом получаем

$$y'(x)\approx y(x_0, x_1)=[y(x_0)-y(x_1)]/(x_0-x_1),$$

$$\frac{1}{2}y''(x)\approx y(x_0, x_1, x_2)=\frac{1}{x_0-x_2}\left(\frac{y_0-y_1}{x_0-x_1}-\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\right),$$

. . . . . .

$$\frac{1}{k!}y^{(k)}(x)\approx y(x_0, x_1, \ldots, x_k)=\sum_{k=0}^{n}y_k\prod_{\substack{i=0,\\ i\neq k}}^{n}(x_k-x_i)^{-1},$$

что обеспечивает первый порядок точности.

Если использовать данные с равным шагом изменения аргумента $\Delta x=h$, первую производную (как правило, вычисляемую в физическом эксперименте) можно представить в значительно упрощенном виде

$$y'(x_0)\approx[y(x_1)-y(x_0)]/h, \tag{1.22}$$

с остаточным членом $\delta_1=[y''(x)h]/2$.

Так как $|y''(x)|\leqslant M_2$, где $M_2=\max y''(x)$ в рассматриваемом интервале, то погрешность формулы (1.22) с $n+1$ узлами $|\delta_1|\leqslant M_2\cdot h/2$.

Если значения функции $y(x_i)$ вычисляются с некоторыми погрешностями $\delta_{y_i}\leqslant E$, то погрешность $y'(x)$ будет содержать дополнительное слагаемое $\delta_2=[\delta_{y_1}-\delta_{y_2}]/h$, $|\delta_2|\leqslant 2E/h$. Полная погрешность в таком случае определится суммой погрешностей δ_1 и δ_2: $|\delta|\leqslant|\delta_1|+|\delta_2|\leqslant\leqslant(M^2h)/2+2E/h=g(h)$. Для уменьшения погрешности необходимо уменьшение h, но при этом растет второе слагаемое, т. е. уменьшение погрешности метода решения может приводить к росту влияния погрешности исходных данных. Оптимальная величина шага h получается из условия $g(h)=0$ и равна $h_0=2\sqrt{E/M_2}$.

В последующих главах первую производную будем вычислять по формуле (1.20), переписав ее в виде

$$f'(x)=\bar{\Delta}y_0+(\xi_0+\xi_1)\bar{\Delta}^2y_0+(\xi_0\xi_1+\xi_0\xi_2+\xi_1\xi_2)\bar{\Delta}^3y_0. \tag{1.23}$$

§ 5. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Если интегрируемая функция $f(x)$ задана таблицей, приближенное вычисление интеграла $I=\int_a^b f(x)\,dx$ может быть проведено по формуле прямоугольников

$$\int_a^b f(x)dx=h\sum_{k=0}^{n-1}f(\beta+kh)+R_n(f), \tag{1.24}$$

где β может принимать значения a, $a+h/2$, $a+h$. Если $\beta=a$, $\beta=a+h/2$, $\beta=a+h$, то формула (1.24) соответственно называется формулой левых, средних и правых прямоугольников.

Чтобы дать геометрическую интерпретацию формулы левых прямоугольников, изобразим интересующую нас функцию кривой на рис. 1.1. Разобьем участок интегрирования $[a, b]$ на n частей так, что $x_k=x_{k-1}+h$, где $h=$

$=(b-a)/n$ и $k=1, 2, \ldots, n-1$. Интегральная сумма составится из прямоугольников, каждый из которых будет иметь основание h и соответственно высоты $y_0, y_1, \ldots, y_{n-1}$. Остаточные члены формул левых, средних и правых прямоугольников соответственно равны: $R_n(f)=\frac{(b-a)^2}{2n}f'(\xi)$, $R_n(f)=\frac{(b-a)^2}{24n^2}f''(\xi)$, $R_n(f)=-\frac{(b-a)^2}{2n}\times f'(\xi)$, $a<\xi<b$.

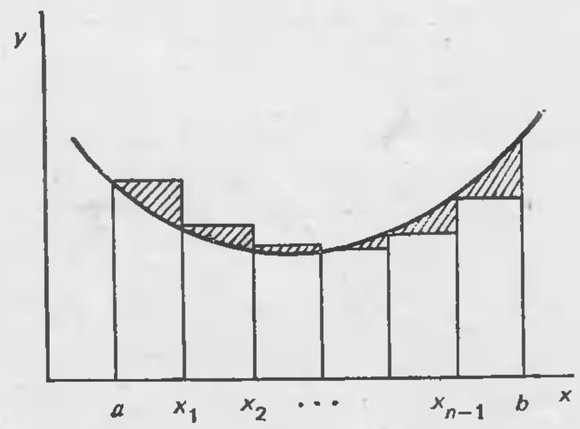

Рис. 1.1

Необходимо отметить, что измеренные значения y_k могут не совпадать со значениями $f(x)$ в точках x_k, так как результаты измерений содержат погрешности эксперимента. Поэтому полная погрешность вычислений интеграла, кроме аналитической, вызванной заменой интегральной кривой ступенчатой функцией, содержит и эмпирическую погрешность.

Более точной является формула трапеций

$$I\approx h(y_0/2+y_1+y_2+\ldots+y_{n-1}+y_n/2). \qquad (1.25а)$$

Если значения функции измерены с переменным шагом, то формула трапеций имеет вид

$$I\approx\sum_{k=0}^{n-1}\frac{y_k+y_{k+1}}{2}h_k,$$

где $h_k=x_{k+1}-x_k$, $k=0,1,\ldots,n-1$.

Если функция $f(x)$ может быть интерполирована многочленом второй степени, т. е. записана в виде $f(x)\approx Ax^2+Bx+C$, и имеется четное число экспериментальных данных, то интеграл с достаточной точностью вычисляется по формуле Симпсона (формуле парабол):

$$\int_a^b f(x)\,dx\approx\frac{b-a}{6n}[(y_6+y_{2n})+2(y_2+y_4+\ldots$$
$$\ldots+y_{2n-2})+4(y_1+y_3+\ldots+y_{2n-1})]. \qquad (1.25б)$$

Если функция $f(x)$ задана аналитически, то часто для получения результата на микрокалькуляторе за меньшее время удобно воспользоваться формулами Гаусса или Чебышева.

Формула Гаусса

$$\int_{-1}^{1}f(x)\,dx=\sum_{k=1}^{n}c_kf(x_k)+\frac{2^{2n+1}(n!)^4}{[(2n)!]^3(2n+1)}f^{(2n)}(\xi),$$
$$-1<\xi<1, \qquad (1.25в)$$

некоторые значения n, $x_k^{(n)}$, $c_k^{(n)}$, $R_n(f)$ приведены в табл. 1.3.

Замечание 1. При вычислении интеграла $\int_a^b f(t)\,dt$ по формуле Гаусса следует пользоваться формулой

$$\int_a^b f(t)\,dt=\frac{b-a}{2}\sum_{k=1}^{n}c_kf(t_k)+R_n^*(f),$$

где $t_k=\frac{b+a}{2}+\frac{b-a}{2}x_k$; $R_n^*(f)=\left(\frac{b-a}{2}\right)^{2n-1}R_n(f)$; x_k, c_k, $R_n(f)$ — соответственно узлы, коэффициенты и остаточный член формулы Гаусса для интеграла $\int_{-1}^{1}f(x)\,dx$.

Формула Чебышева

$$\int_{-1}^{1}f(x)\,dx=\frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n}f(x_k)+R_n(f), \qquad (1.25г)$$

некоторые значения n, $x_k^{(n)}$, $R_n(f)$ приведены в табл. 1.4.

Замечание 2. При вычислении интеграла $\int_a^b f(t)\,dt$ по формуле Чебышева следует пользоваться формулой

$$\int_a^b f(t)\,dt=\frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n}f(t_k)+R_n^*(f),$$

где $t_k=\frac{b+a}{2}+\frac{b-a}{2}x_k$, $R_n^*(f)=\left(\frac{b-a}{2}\right)^{p+3}R_n(f)$, $p=2\left[\frac{n}{2}\right]$;

Таблица 1.3

n	$x_k^{(n)}$	$c_k^{(n)}$	$R_n(f)$
2	$-x_2 = x_2 = 0,57735027$	$c_1 = c_2 = 1$	$\frac{1}{180}\frac{1}{4!}(b-a)^5 f^{(4)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
3	$-x_1 = x_3 = 0,77459667$ $x_2 = 0$	$c_1 = 0,55555556$ $c_2 = 0,88888889$	$\frac{1}{2800}\frac{1}{6!}(b-a)^7 f^{(4)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
4	$-x_1 = x_4 = 0,86113631$ $-x_2 = x_3 = 0,33998104$	$c_1 = c_4 = 0,34785485$ $c_2 = c_3 = 0,65214515$	$\frac{1}{44100}\frac{1}{8!}(b-a)^9 f^{(8)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
5	$-x_1 = x_5 = 0,90617985$ $-x_2 = x_4 = 0,53840931$ $x_3 = 0$	$c_1 = c_5 = 0,23692689$ $c_2 = c_4 = 0,47862867$ $c_3 = 0,56888889$	$\frac{1}{698544}\frac{1}{10!}(b-a)^{11} f^{(10)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
6	$-x_1 = x_6 = 0,93246951$ $-x_2 = x_5 = 0,66120939$ $-x_3 = x_4 = 0,23861919$	$c_1 = c_6 = 0,17132449$ $c_2 = c_5 = 0,36076157$ $c_3 = c_4 = 0,46791393$	$\frac{1}{11099088}\frac{1}{12!}(b-a)^{13} f^{(12)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
7	$-x_1 = x_7 = 0,94910791$ $-x_2 = x_6 = 0,74153119$ $-x_3 = x_5 = 0,40584515$ $x_4 = 0$	$c_1 = c_7 = 0,12948497$ $c_2 = c_6 = 0,97970554$ $c_3 = c_5 = 0,38183005$ $c_4 = 0,41795918$	$\frac{1}{176679360}\frac{1}{14!}(b-a)^{15} f^{(14)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
8	$-x_1 = x_8 = 0,96028986$ $-x_2 = x_7 = 0,79666648$ $-x_3 = x_6 = 0,525553241$ $-x_4 = x_5 = 0,18343464$	$c_1 = c_8 = 0,10122854$ $c_2 = c_7 = 0,22223810$ $c_3 = c_6 = 0,31370665$ $c_4 = c_5 = 0,36268378$	$\frac{1}{2815897300}\frac{1}{16!}(b-a)^{17} f^{(16)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$

Таблица 1.4

n	$x_k^{(n)}$	$R_n(f)$
2	$-x_1 = x_2 = 0,57735026$	$\frac{1}{180}\frac{1}{4!}(b-a)^5 f^{(4)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
3	$-x_1 = x_3 = 0,70710678$ $x_2 = 0$	$\frac{1}{480}\frac{1}{4!}(b-a)^5 f^{(4)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
4	$-x_1 = x_4 = 0,79465448$ $-x_2 = x_3 = 0,18759248$	$\frac{1}{3780}\frac{1}{6!}(b-a)^7 f^{(6)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
5	$-x_1 = x_5 = 0,83248748$ $-x_2 = x_4 = 0,37454144$ $x_3 = 0$	$\frac{1}{7444}\frac{1}{6!}(b-a)^7 f^{(6)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
6	$-x_1 = x_6 = 0,86624682$ $-x_2 = x_5 = 0,42251866$ $-x_3 = x_4 = 0,26663540$	$\frac{1}{50400}\frac{1}{8!}(b-a)^9 f^{(8)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
7	$-x_1 = x_7 = 0,88386170$ $-x_2 = x_6 = 0,52965678$ $-x_3 = x_5 = 0,32391182$ $x_4 = 0$	$\frac{1}{88552}\frac{1}{8!}(b-a)^9 f^{(8)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$
9	$-x_1 = x_9 = 0,91158930$ $-x_2 = x_8 = 0,60101866$ $-x_3 = x_7 = 0,52876178$ $-x_4 = x_6 = 0,16790618$ $x_5 = 0$	$\frac{1}{822180}\frac{1}{10!}(b-a)^{11} f^{(10)}\left(\frac{a+b}{2}\right)$

x_k, $R_n(f)$ — соответственно узлы и остаточный член формулы Чебышева для интеграла $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

Мы не рассматриваем проблем выбора наиболее удачной формулы для вычисления интеграла с заданной точностью *. Приведем лишь общие соображения.

Если функция $f(x)$ имеет непрерывные производные достаточно высокого порядка, то при одинаковом числе узлов рассмотренные формулы в порядке возрастания точности можно расположить так: формула прямоугольников, формула трапеций, формула Симпсона, формула Чебышева, формула Гаусса.

* *Бахвалов Н. С.* Численные методы.— М.: Наука, 1975, с. 95—201; *Калиткин Н. Н.* Численные методы.— М.: Наука, 1978, с. 85—125.

На практике для оценки погрешности интеграл вычисляется по двум различным квадратурным формулам и полученные результаты сравниваются. Совпадающие цифры старших разрядов считаются верными, а погрешность интегрирования — не превосходящей единицы последнего из совпадающих разрядов.

При интегрировании по формулам с равностоящими узлами часто используется так называемый метод двойного пересчета — интеграл вычисляется при заданном n и удвоенном n. Если разность двух значений вычисленных интегралов больше заданной точности, то считают интеграл с учетверенным n, сравнивают $|I_{2n}-I_{4n}|$ и т. д.

§ 6. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим только проблему нахождения вещественных корней уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[a, b]$. Задача нахождения корней распадается на две части: отделение корней (определение малых отрезков, в которых находится один и только один корень) и проблему уточнения значений отделенных корней до заданной точности.

6.1. Отделение вещественных корней

Пусть функция $f(x)$ уравнения $f(x)=0$ определена и непрерывна в некотором конечном интервале $[a, b]$. Всякое значение λ, обращающее $f(\lambda)$ в нуль, называется корнем уравнения, или нулем функции $f(x)$. Все корни считаем изолированными, т. е. для каждого существует окрестность, не содержащая других корней этого уравнения.

Для упрощения задачи будем считать, что у рассматриваемых уравнений имеется несколько корней и расстояние между ними на оси x больше некоторого H. Тогда проблема отделения корней может быть решена графически — грубое построение кривой $f(x)$, учитывая наводящие соображения экспериментального характера. Если построение графика затруднено, то проблему приходится решать с помощью микрокалькулятора. Тогда вычисляется значение функции $f(a)$ на границе отрезка (чтобы выяснить знак результата), затем — значение функции $f(a+h)$, где $h<H$. Если знаки вычисленных функций совпадают (рис. 1.2, *а*, *б*), то в этом отрезке корня нет. Тогда запоминают $f(a+h)$, вычисляют $f(a+2h)$ и сравнивают знаки функций на концах отрезков $a+h$ и $a+2h$.

Если, к примеру, они не совпадают (рис. 1.3, *а*, *б*), то на отрезке $[a+h, a+2h]$ имеется корень. В этом случае границы отрезка запоминаются (корень отделен) и вычисления продолжаются до определения значения функции на

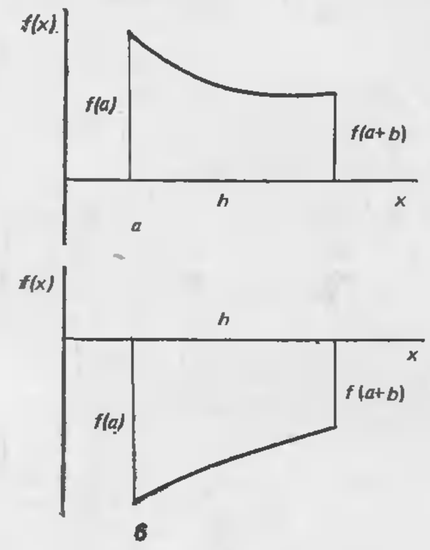

Рис. 1.2

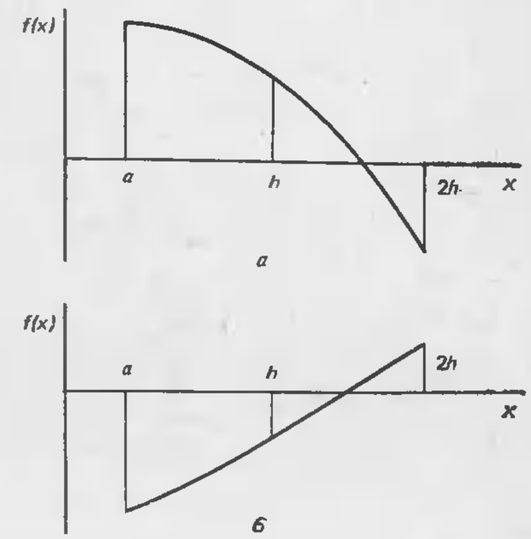

Рис. 1.3

другом конце $f(b)$. Вообще говоря, при этом (что мало вероятно) можно определить корень, т. е. $f(x+nh)=0$. Тогда необходимо запомнить его значение, добавить еще одно n и продолжить отделение корней.

6.2. Методы уточнения корней

Задан отрезок $[a, b]$, на границах которого функция $f(x)$ принимает значения разных знаков, и известно, что внутри отрезка имеется только один корень. Необходимо получить значение корня с заданной точностью.

Рассмотрим только два метода решения этой задачи.

Метод половинного деления. Возможные случаи пересечения кривой $f(x)$ с осью x: функция убывает от a к b, функция возрастает от a к b показаны соответственно на рис. 1.4, *а*, *б*. При этом выполняем операции:

1) вычисляем значение функции в точке $a: f(x)=f(a)$;

2) делим отрезок $[a, b]$ пополам, вычисляем точку $c=(a+b)/2$ и значение функции в ней: $f(x)=f(c)$;

3) подсчитываем произведение $d=f(a)\cdot f(c)$.

Здесь возможны три случая:

а) $d<0$; корень находится в левой половине отрезка, при этом соблюдаются неравенства $f(a)>0$ и $f(c)<0$ (рис. 1.5, *а*) или $f(a)<0$ и $f(c)>0$ (рис. 1.5, *б*). Тогда

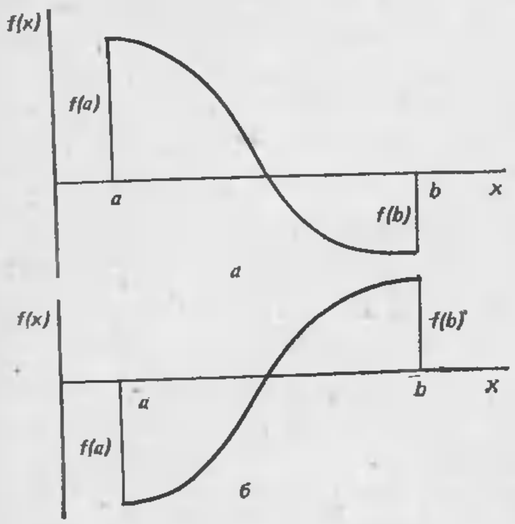

Рис. 1.4

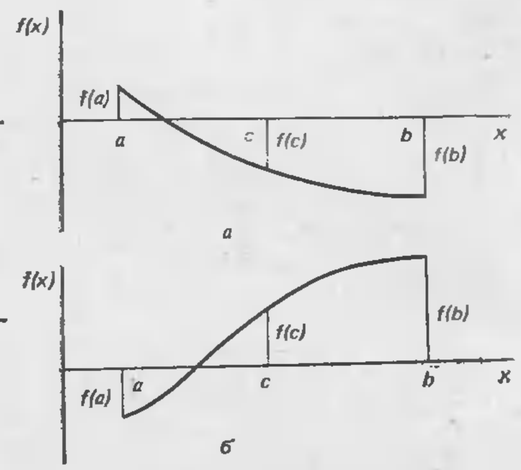

Рис. 1.5

для достижения цикличности в вычислениях назовем точку *c* точкой *b* и получим вдвое меньший отрезок $[a, b]$. Если новый отрезок $[a, b]$ не меньше заданной погрешности ε, т. е. $|b-a|>\varepsilon$, выполняют пп. 2) и 3) до тех пор, пока данное неравенство не будет выполненным. Если же длина отрезка $[a, b]$ меньше заданной погрешности, корнем уравнения может быть взята любая точка внутри отрезка, удовлетворяющего условию $|b-a|<\varepsilon$;

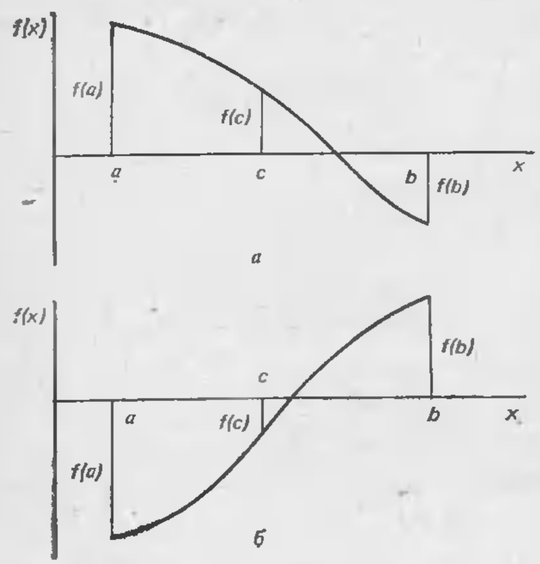

Рис. 1.6

б) $d>0$; корень находится в правой половине отрезка, так как либо $f(a)>0$ и $f(c)>0$ (рис. 1.6, *а*), либо $f(a)<0$ и $f(c)<0$ (рис. 1.6, *б*). В этом случае для получения отрезка, вдвое меньше исходного, по оговоренным выше причинам назовем точку *c* точкой *a* и значение в ней будем считать равным ранее вычисленному в точке *c*, т. е. $f(a)=f(c)$. Критерием необходимости продолжения работы по делению отрезка и здесь является неравенство $|b-a|<\varepsilon$, так как соблюдение его означает, что корень найден с заданной точностью;

в) $d=0$; корень находится в точке *c*.

В рассматриваемом приближенном методе погрешность решения находится в прямой зависимости от числа проведенных делений отрезка пополам. При *n* проведенных делениях погрешность равна $|b-a|/2^n$.

Метод Ньютона. Этот метод относится к так называемым итерационным методам и в общем случае имеет вид $x_{n+1}=F(x_n)$. Следуя указанному методу, выполняем операции: 1) задаем начальное приближение x_0; 2) вычисляя и подставляя в правую часть найденные значения, получаем последовательность $x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots$.

Пусть на отрезке $[a, b]$ имеется единственный корень уравнения $f(x)=0$. Функция на $[a, b]$ имеет непрерывные производные $f'(x)$ и $f''(x)$, которые не обращаются в нуль. Начальное приближение x_0 нужно выбрать так, чтобы выполнялось неравенство $f(x_0)\cdot f''(x_0)>0$.

Формула метода Ньютона имеет вид

$$x_{n+1}=x_n-f(x_n)/f'(x_n). \qquad (1.26)$$

Процесс итераций заканчивается, как только $|x_{n+1}-x_n|<\varepsilon$, где ε — заданная погрешность, или $|f(x_n)/f'(x_n)|<\varepsilon$.

Метод Ньютона приводит к нужному результату быстрее, чем метод половинного деления, но требует дополнительно вычисления производной $f'(x)$. В результате может получиться программа, не вмещающаяся в память машины.

§ 7. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Интегрирование обыкновенного дифференциального уравнения методом Эйлера, который применяется для грубых вычислений, интересно реализацией алгоритма метода приближенных вычислений.

Суть метода в следующем. Пусть имеется дифференциальное уравнение $y'=f(x, y)$ ($y(x_0)=y_0$ — начальное условие), которое требуется проинтегрировать на отрезке $[x_0, x_k]$. Разобьем этот отрезок на *n* частей длиной $h=(x_k-x_0)/n$ (рис. 1.7). Значение функции y_1 в точке x_1 может быть вычислено по формуле $y_1=y_0+h\cdot f(x_0, y_0)$. Так как $f(x_0, y_0)$, являясь производной, равна угловому коэффициенту касательной к интегральной кривой в точке x_0, то, как видно из рис. 1.7, это значение получено с

положительной погрешностью. Значение функции y в точке x_2, таким образом, равно $y_2=y_1+h\,f(x_1, y_1)$. В общем случае

$$y_{n+1}=y_n+hf(x_n, y_n), \qquad (1.27)$$

где $x_{n+1}=x_n+h$.

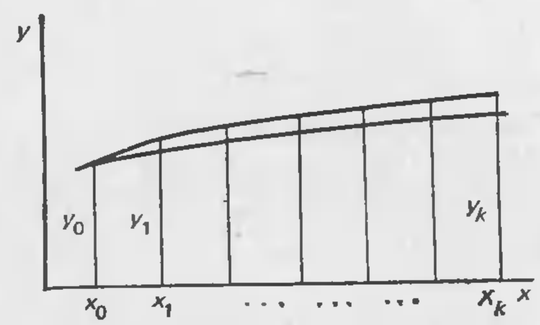

Рис. 1.7

В модифицированном методе Эйлера используется среднее значение производной в начале и конце интервала. Здесь сначала вычисляется значение функции в точке $y^*_{n+1}=y_n+hf(x_n, y_n)$, применяемое в дальнейшем для нахождения приближенного значения производной в конце интервала $f(x_{n+1}, y^*_{n+1})$. Затем определяется среднее между этим значением производной и ее значением в начале интервала, находится более точное значение y_{n+1}:

$$y_{n+1}=y_n+1/2h\,[f(x_n, y_n)+f(x_{n+1}, y^*_{n+1})]. \qquad (1.28)$$

С помощью рассмотренных методов вычисляют последующие значения y, соответствующие дискретным значениям независимой переменной x.

Глава 2

ЭТАПЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Расчеты на микрокалькуляторах требуют тщательной подготовки, которая обусловлена выполнением сложных вычислений с множеством чисел (исходные данные, промежуточные и окончательные результаты). Помимо этого при решении задач, которые превышают программные возможности машины (например, решение систем линейных алгебраических уравнений), необходимо оперировать с командными клавишами, считывать с индикатора промежуточные результаты с последующей записью их в расчетную схему. Все это приводит к появлению описок, неправильных наборов или считываний результатов. Проведение вычислений чрезвычайно утомительно, поэтому число ошибок быстро возрастает с каждым последующим часом работы.

Перед началом вычислений нужно подготовить рабочее место:

1) обеспечить достаточное освещение;

2) по возможности исключить внешние помехи, которые являются основным источником ошибок;

3) приобрести большие листы бумаги (минимум 30×40 см);

4) приготовить несколько мягких, хорошо отточенных простых карандашей, два или три цветных карандаша, мягкую резинку и линейку.

Расчетные схемы и бланки программ лучше чертить цветными карандашами, а числа и команды вносить простым карандашом. Пользоваться чернилами нельзя, так как будет потеряна возможность переписать неправильную запись.

Приступая к работе, следует помнить, что в ходе вычислений необходимо отказаться от поспешности, чтобы не получить неверные результаты, на основе которых будет строиться дальнейшая работа. Вычисления по программе, записанной в расчетной схеме или на программном бланке, нужно выполнять автоматически, не думая о том, какие действия производятся и что при этом должно получиться.

§ 1. ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Процесс проведения вычислений на микрокалькуляторах можно разбить на семь этапов (рис. 2.1).

1. *Математическая формулировка задачи.* Результатом выполнения этого этапа должна быть сформулированная задача, которую необходимо численно решить.

2. *Выбор метода решения задачи.* При этом, если известно аналитическое решение задачи и исходные данные определены без погрешностей, то вопрос о выборе метода

решения трудности не представляет, так как задача решается прямой подстановкой исходных данных в соответствующую формулу. В противном случае выбирается нужный метод приближенного решения задачи. В сложных случаях, когда не удается найти подходящий метод решения, необходим возврат к этапу 1.

3. *Разработка вычислительного алгоритма.* На этом этапе процесс решения задачи представляется последовательностью определенных действий, дающих решение задачи в удобном для программирования виде. При этом возможен возврат к этапу 2, если для данного метода невозможно выбрать алгоритм, удобный для программирования на данную модель.

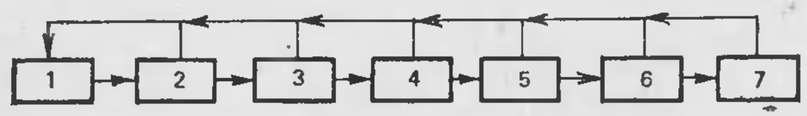

Рис. 2.1

4. *Составление блок-схемы программы.* Этот этап предполагает представление разработанного алгоритма решения задачи графически в виде блок-схемы, в которой все действия алгоритма изображаются геометрическими фигурами (прямоугольниками, трапециями, ромбами и т. д.). Между ними восстанавливаются связи, показывающие последовательность выполнения действий. Блок-схема составляется так, чтобы каждому блоку соответствовала определенная часть программы. Работа над блок-схемой позволяет обнаружить ошибки, допущенные при разработке алгоритма.

5. *Составление программы.* Отметив возможность возврата здесь к этапам 4—2, подробно описание работы по составлению программы рассмотрим в главах 3, 4.

6. *Отладка программы.* На данном этапе работы нужно убедиться в правильности составленной программы (для моделей машин с программным управлением, кроме того,— в правильности введения программы в машину). Возможен возврат к этапам 5—3.

7. *Счет задачи с помощью машины.* Подробно этот этап для каждой модели будет рассмотрен в главах 3, 4. Следует заметить, что при получении нелепых промежуточных результатов (например, отрицательный аргумент при вычислении логарифма) либо окончательных результатов, не соответствующих результатам эксперимента, возможен возврат к этапам 6—1.

§ 2. РАЗРАБОТКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА

В общем случае алгоритм — конечное множество правил, определяющих процесс переработки исходных данных в конечный результат (в нашем случае — в результат решения задачи). Для описания алгоритма будем использовать общепринятые математические символы, сопровождая их пояснительным текстом. Вид алгоритма часто определяется типом применяемой вычислительной машины, поэтому сущность разработки алгоритмов рассмотрим на примерах задач, приведенных в гл. 1, опираясь на возможности рассматриваемых в данном пособии микрокалькуляторов.

Составление таблицы функции. Имеем многочлен

$$y=5x^7+2{,}7x^6-3x^5+0{,}5x^4+1{,}1x^3-0{,}9x^2+x+1. \quad (2.1)$$

Требуется составить таблицу функции y, если аргумент x пробегает значения от 1 до 1,5 с шагом 0,01. В дальнейшем это условие будем записывать так: $x=1(0{,}01)1{,}5$.

Таблица 2.1

x	y
x_1	y_1
x_2	y_2
...	...
x_n	y_n

По числу выполняемых операций данная задача достаточно трудоемка, так как для полного решения необходимо найти 51 значение y. Поэтому без вычислительной машины решить ее практически невозможно.

Метод решения задачи прямой, т. е. заключается в последовательной подстановке значений x в правую часть формулы (2.1). Погрешность вычислений возникает лишь за счет округления чисел. Полученные значения записывают в виде табл. 2.1.

Вначале найдем y для одного значения x, применив схему Горнера

$$y=((((((0\cdot x+5)\cdot x+2{,}7)\cdot x-3)\cdot x+ \\ +0{,}5)\cdot x+1{,}1)\cdot x-0{,}9)\cdot x+1)\cdot x+1. \quad (2.2)$$

Вычисление значения многочлена при одном значении аргумента x осуществляется в цикле, параметром которого являются индексы коэффициентов многочлена:

$$s_1=0\cdot x+5; \quad s_2=s_1\cdot x+2{,}7; \quad s_3=s_2\cdot x-3;$$
$$s_4=s_3\cdot x+0{,}5; \quad s_5=s_4\cdot x+1{,}1; \quad s_6=s_5\cdot x-0{,}9;$$
$$s_7=s_6\cdot x+1; \quad s_8=s_7\cdot x+1; \quad y=s_8.$$

3. Зак. 1320

В общем случае $s_k = s_{k-1} \cdot x + a_k$, где $k=1, 2, \ldots, 8$, $s_0=0$; $a_1=5{,}0$; $a_2=2{,}7$ и т. д.

Процесс вычисления зададим следующим алгоритмом.

Шаг 1. Положить $s=0$ и $k=0$.

Шаг 2. Увеличить значение k на единицу.

Шаг 3. Если $k>8$, то перейти к шагу 5, иначе — к шагу 4.

Шаг 4. Величине s присвоить значение выражения $s:=s \cdot x + a_k$, перейти к шагу 2.

Шаг 5. Принять значение s в качестве значения многочлена и прекратить вычисления.

Приведенная запись алгоритма хорошо отражает его свойства, выражающиеся в определенности правил вычисления и надежности получаемого результата.

Вспомним первоначальную постановку задачи: $x=1(0{,}01)1{,}5$. Здесь в алгоритме появляется еще один, теперь уже внешний, цикл, в котором с каждым его прохождением задается новое значение x и соответственно получается новое значение y. Учитывая это, полный алгоритм рассматриваемой задачи состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Положить $x=1$.

Шаг 2. Положить $s=0$ и $k=0$.

Шаг 3. Увеличить значение k на единицу.

Шаг 4. Если $k>8$, то перейти к шагу 6, иначе — к шагу 5.

Шаг 5. Величине s присвоить значение выражения $s:=s \cdot x + a_k$, перейти к шагу 3.

Шаг 6. Принять значение s в качестве значения многочлена, записать в расчетную схему значения x и y.

Шаг 7. Величине x присвоить значение выражения $x:=x+0{,}01$.

Шаг 8. Если $x>1{,}5$, то перейти к шагу 9, иначе — к шагу 2.

Шаг 9. Прекратить вычисления.

Этот же алгоритм будет иметь другой вид, если шаги 7 и 8 поместить после шага 1, но при этом в шаге 1 надо положить $x=0{,}9$.

Метод наименьших квадратов. Будем считать, что имеются 15 измерений, проведенных с постоянным шагом. В этом случае ah находится по формуле (1.8), $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — по формулам $\bar{x} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} y_i$.

Алгоритм решения задачи следующий:

Шаг 1. Вычислить $H=12/(n(n^2-1))$.

Шаг 2. Вычислить $m=(n+1)/2$.

Шаг 3. Положить $i=1$; $s, x, y=0$.

Шаг 4. Выполнить операции присваивания: $s:=s+y_i(i-m)$, $x:=x+x_i$, $y:=y+y_i$.

Шаг 5. Увеличить i на единицу.

Шаг 6. Если $i>n$, то перейти к шагу 7, иначе — к шагу 4.

Шаг 7. Вычислить $\bar{x}=x/n$, $\bar{y}=y/n$, $ah=H \cdot s$.

Шаг 8. Записать результат и прекратить вычисления.

Интерполирование функции. Пусть задана таблица функции $y_i=f(x_i)$, где $i=0, 1, \ldots, 4$. Используя записанную по схеме Горнера интерполяционную формулу Ньютона (1.13) и табл. 1.2, найти значения $y^{(j)}=f(x^{(j)})$, где $j=1, 2, \ldots, 5$ и $x_0<x^{(j)}<x_y$.

Решение задачи разобьем на две части: составление таблицы разделенных разностей и нахождение значений функции по формуле (1.13).

Алгоритм составления таблицы. Пусть таблица функции содержит пять значений аргумента x_i и функции y_i, т. е. два первых столбца табл. 1.2 уже заполнены. Если теперь ввести обозначения $y_i=\bar{\Delta}^0 y_i$ и $\bar{\Delta}^1 y_i=\bar{\Delta}^0 y_{i+1}-\bar{\Delta} y_i$, то алгоритм будет иметь следующий вид:

Шаг 1. Положить $m=1$.

Шаг 2. Положить $i=0$.

Шаг 3. Вычислить $\bar{\Delta}^m x_i=x_{i+m}-x_i$ и записать полученное значение в соответствующий столбец.

Шаг 4. Вычислить $\bar{\Delta}^m y_i=(\bar{\Delta}^{m-1} y_{i+1}-\bar{\Delta}^{m-1} y_i)/\bar{\Delta}^m x_i$ и записать полученное значение в соответствующий столбец.

Шаг 5. Увеличить значение i на единицу.

Шаг 6. Если $i>4-m$, то перейти к шагу 7, иначе — к шагу 3.

Шаг 7. Увеличить значение m на единицу.

Шаг 8. Если $m>4$, то перейти к шагу 9, иначе — к шагу 2.

Шаг 9. Прекратить составление таблицы разделенных разностей.

Алгоритм решения интерполяционной задачи. Для составления алгоритма решения задачи интерполирования с использованием формулы (1.13) перепишем последнюю в принятых обозначениях:

$$y^{(j)} = \bar{\Delta}^0 y_0 + (x^{(j)} - x_0)(\bar{\Delta}^1 y_0 + (x^{(j)} - x_1)(\bar{\Delta}^2 y_0 +$$

$$+ (x^{(j)} - x_2)(\bar{\Delta}^3 y_0 + (x^{(j)} - x_3) \cdot (\bar{\Delta}^4 y_0 + 0)))). \quad (2.3)$$

Алгоритм будет таким:

Шаг 1. Положить $j=1$.

Шаг 2. Выбрать значение $x^{(j)}$ и положить $s=0$.

Шаг 3. Положить $m=4$.

Шаг 4. Выполнить операцию присваивания $s:=s+\bar{\Delta}^m y_0$.

Шаг 5. Уменьшить m на единицу.

Шаг 6. Если $m<0$, то перейти к шагу 9, иначе — к шагу 7.

Шаг 7. Выполнить операцию присваивания $s:=s\cdot(x^{(j)}-x_m)$.

Шаг 8. Перейти к шагу 4.

Шаг 9. Положить $y^{(j)}=s$ и записать результат.

Шаг 10. Увеличить j на единицу.

Шаг 11. Если $j>15$, то перейти к шагу 12, иначе — к шагу 2.

Шаг 12. Прекратить вычисления.

Вычисление первой производной. Пользуясь формулой (1.21) и табл. 1.2, вычислить значение первых производных в точках $x_1<x^{(j)}<x_3$, где $j=1, \ldots, 4$.

Алгоритм данной задачи следующий:

Шаг 1. Положить $j=1$.

Шаг 2. Выбрать значение $x^{(j)}$.

Шаг 3. Вычислить $\xi_0=x^{(j)}-x_0$, $\xi_1=x^{(j)}-x_1$, $\xi_2=x^{(j)}-x_2$.

Шаг 4. Вычислить $R_1=(\xi_0+\xi_1)\cdot\bar{\Delta}^2 y_0$, $R_2=(\xi_0\cdot\xi_1+\xi_0\cdot\xi_2+\xi_1\cdot\xi_2)\cdot\bar{\Delta}^3 y_0$.

Шаг 5. Вычислить $y^{(j)}=\bar{\Delta} y_0+R_1+R_2$.

Шаг 6. Записать результат.

Шаг 7. Увеличить j на единицу.

Шаг 8. Если $j>4$, то перейти к шагу 9, иначе — к шагу 2.

Шаг 9. Прекратить вычисления.

Вычисление определенного интеграла. Вычислить определенный интеграл $I=\int_a^b f(x)\,dx$ методом левых прямоугольников при заданном n. Для вычислений используем формулу (1.24).

Алгоритм вычислений для данной задачи следующий:

Шаг 1. Положить $k=n$, $x=a$, $s=0$; вычислить $h=(b-a)/n$.

Шаг 2. Вычислить $f(x)$.

Шаг 3. Выполнить операцию присваивания $s:=s+f(x)$.

Шаг 4. Выполнить операцию присваивания $x:=x+h$.

Шаг 5. Увеличить k на единицу.

Шаг 6. Если $k>10$, то перейти к шагу 7, иначе — к шагу 2.

Шаг 7. Вычислить $I=h\cdot s$ и прекратить вычисления.

Вычислить определенный интеграл $I=\int_a^b f(t)dt$ по формуле Гаусса (1.25в) при $n=6$.

Учитывая, что узлы формулы симметричны около нуля, а соответствующие коэффициенты совпадают, предлагаем алгоритм, экономящий регистровую память микрокалькулятора.

Шаг 1. Положить $A=a$, $B=b$, $k=1$, $s=0$; вычислить $R_1=(B-A)/2$, $R_2=(B+A)/2$.

Шаг 2. Извлечь из табл. 1.3 $|x_k|$ и вычислить $t_k=R_2-R_1\cdot x_k$.

Шаг 3. Вычислить $f(t_k)$.

Шаг 4. Извлечь из табл. 1.3 c_k и вычислить $s:=s+c_k\cdot f(t_k)$.

Шаг 5. Вычислить $t_k=R_2+R_1\cdot x_k$.

Шаг 6. Вычислить $f(t_k)$.

Шаг 7. Вычислить $s:=s+c_k\cdot f(t_k)$.

Шаг 8. Вычислить $k:=k+1$.

Шаг 9. Если $k>3$, то перейти к шагу 10, иначе — к шагу 2.

Шаг 10. Вычислить $I=R_1\cdot s$.

Шаг 11. Прекратить вычисления.

Вариант $c_k\cdot(f(-x_k)+f(x_k))$ не всегда проходит, так как требует лишнего запоминающего регистра для хранения $f(-x_k)$.

Отделение корней трансцендентного уравнения. На отрезке $[a, b]$ (см. § 6 гл. 1) отделить корни трансцендентного уравнения $f(x)=0$.

Алгоритм будет таким:

Шаг 1. Положить $x_1:=a$.

Шаг 2. Вычислить $f(x_1)$.

Шаг 3. Вычислить $x_2:=x_1+h$.

Шаг 4. Если $x_2>b$, то перейти к шагу 10, иначе — к шагу 5.

Шаг 5. Вычислить $f(x_2)$.

Шаг 6. Вычислить $d:=f(x_1)\cdot f(x_2)$.

Шаг 7. Если $d>0$, положить $x_1:=x_2$, $f(x_1):=f(x_2)$ и перейти к шагу 3, иначе — к шагу 8.

Шаг 8. Если $d<0$, записать границы отрезка $[x_1, x_2]$, внутри которого находится корень. Положить $x_1:=x_2$, $f(x_1):=f(x_2)$ и перейти к шагу 3, иначе — к шагу 9.

Шаг 9. Если $d=0$, записать в качестве корня значение x_2, положить $x_1:=x_2+h$ и перейти к шагу 2.

Шаг 10. Прекратить вычисления.

Уточнение корня трансцендентного уравнения. Методом деления отрезка пополам (см. § 6 гл. 1) уточнить с точностью до 10^{-4} значение корня на отрезке $[a, b]$. В данном случае в качестве отрезка $[a, b]$ рассмотрим малый отрезок $[x_k, x_k+h]$, внутри которого отделен корень.

Алгоритм может иметь вид:

Шаг 1. Вычислить $f(a)$.

Шаг 2. Вычислить $c=(a+b)/2$.

Шаг 3. Вычислить $f(c)$.

Шаг 4. Вычислить $d=f(a)\cdot f(c)$.

Шаг 5. Если $d=0$, то перейти к шагу 10, иначе — к шагу 6.

Шаг 6. Если $d<0$, то перейти к шагу 7, иначе — к шагу 8.

Шаг 7. Положить $b:=c$ и перейти к шагу 9.

Шаг 8. Положить $a:=c$, $f(a):=f(c)$.

Шаг 9. Если $|a-c|<10^{-4}$, то перейти к шагу 10, иначе — к шагу 2.

Шаг 10. Положить значение корня $\lambda:=c$ и прекратить вычисления.

Интегрирование дифференциальных уравнений. Проинтегрировать дифференциальное уравнение $y'=f(x, y)$ на отрезке $[x_0, x_k]$ с шагом h при начальных условиях $y(x_0)=y_0$ методом Эйлера (формула (1.27)).

Алгоритм имеет вид:

Шаг 1. Положить $x:=x_0$, $y:=y_0$.

Шаг 2. Вычислить $h\cdot f(x, y)$.

Шаг 3. Вычислить $y_1:=y+h\cdot f(x, y)$.

Шаг 4. Вычислить $x_1:=x+h$; записать в расчетную схему x_1 и y_1.

Шаг 5. Если $x_1>x_k$, то перейти к шагу 6, иначе — положить $x:=x_1$, $y:=y_1$ и перейти к шагу 2.

Шаг 6. Прекратить вычисления.

Из приведенных примеров видно, что алгоритм решения той или иной задачи может быть составлен по-разному. Решающим здесь, как правило, является вкус программиста. Например, в последнем алгоритме шаги 2 и

3 можно объединить в один. Все это говорит о том, что для конкретной задачи может быть составлено несколько алгоритмов. Мы не касаемся проблемы составления оптимального алгоритма. Отметим лишь, что, если алгоритм имеет большое количество шагов, он становится плохо обозримым. Это привело к тому, что опытные вычислители часто записывают алгоритм решения задачи в графической форме, т. е. в виде так называемой блок-схемы программы.

Алгоритм разрабатывается для того, чтобы упростить процесс составления программы решения задачи. Поэтому каждый шаг или блок его должны иметь законченный вид, позволяющий получать достаточно независимые части программы.

§ 3. БЛОК-СХЕМА ПРОГРАММЫ

При составлении блок-схемы (в соответствии с ГОСТом 19.003-80 «Схемы алгоритмов и программ») используем четыре вида геометрических фигур: параллелограммы — для блоков ввода дан-

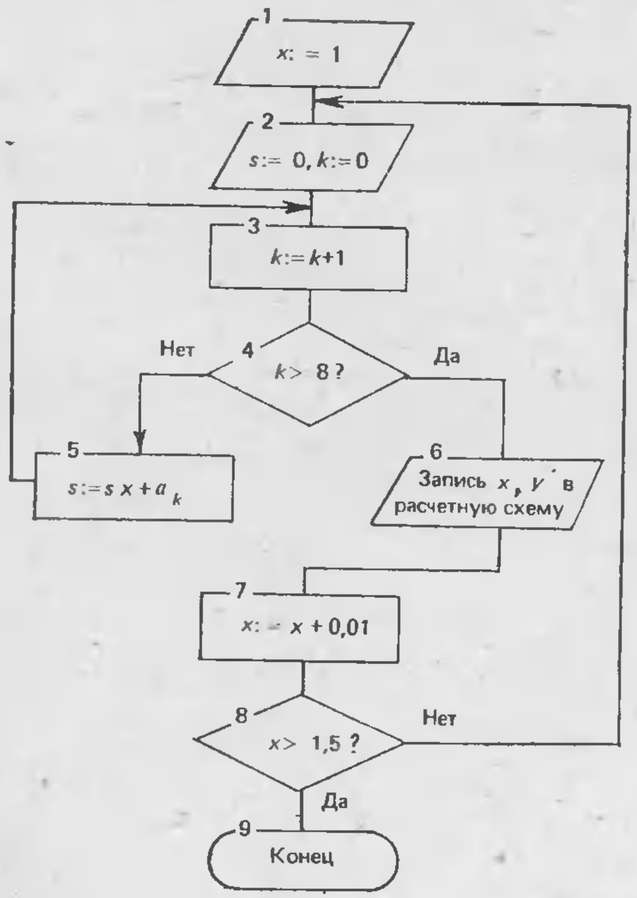

Рис. 2.2

ных в машину (записи в расчетной схеме) и вывода данных из машины (результаты на индикаторе); прямоугольники — для блоков вычислительных действий; ромбы — для указания условных переходов (например, переход к тому или иному шагу алгоритма в зависимости от выполнения какого-либо условия); прямоугольники с двумя вертикальными линиями — для вычислений в подпрограмме.

Изобразим некоторые из приведенных в предыдущем параграфе алгоритмов в графической форме.

Составление таблицы функции. На блок-схеме изобразим алгоритм полной задачи по составлению таблицы функции (см. табл. 2.1) при $x=1(0{,}01)1{,}5$ (рис. 2.2). В блоках 3,5 и 7 записаны так называемые операции присваивания, которые означают необходимость действий, предписанных выражением справа от знака равенства, и присвоения полученного значения переменной, стоящей слева от знака равенства.

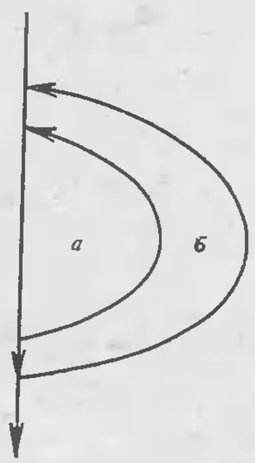

Рис. 2.3

Рис. 2.4

Блоки условного перехода 4,8 нужно понимать так: если в блоке 4 условие $k>8$ выполнено, то нужно перейти к блоку 6, иначе — совершается переход к блоку 5.

В данной блок-схеме четко прослеживаются два цикла. Внутренний цикл составляют блоки 3—5, определяющие вычисление многочлена для определенного x_k. Внешний цикл образуют блоки 2—8. В нем реализуется переход от x_k к x_{k+i}. Внутренний цикл вложен во внешний и

если внешний цикл повторяется 51 раз, то внутренний — $51 \cdot 8 = 408$ раз.

Для иллюстрации сказанного изобразим блок-схему в упрощенном виде, обозначив область внутреннего цикла буквой *а*, область внешнего цикла — буквой *б* (рис. 2.3).

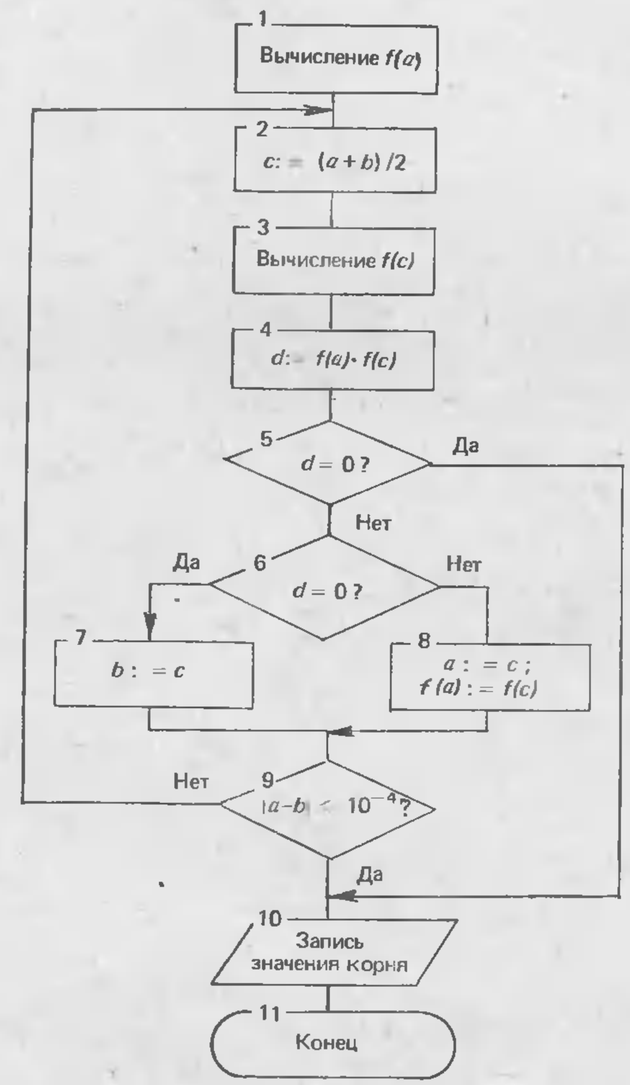

Рис. 2.5

Вычисление первой производной. Блок-схема алгоритма для вычисления первой производной имеет одиночный, образованный блоками 2—8, цикл (рис. 2.4).

Уточнение корня трансцендентного уравнения. В блок-схеме (рис. 2.5) имеется одиночный цикл с двумя разветвлениями и внутренним выходом из цикла.

В заключение отметим, что для успешного решения задачи этапу программирования обязательно должно

предшествовать составление блок-схемы программы. Оно обычно требует длительного размышления и тщательной подготовки, чтобы превратить программирование в почти автоматическое расписывание команд программы по блокам.

§ 4. ПРОГРАММИРОВАНИЕ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

На любой вычислительной машине можно выполнять конечный набор операций — так называемый список команд. Его необходимо дополнить командами, организующими ввод-вывод данных и условные и безусловные переходы. Полный список команд позволяет приступить к составлению программы вычислений, представляющей последовательность пронумерованных команд. Обычно имеет место линейная последовательность выполнения программы, которая нарушается командами условных и безусловных переходов. Составленная из команд программа является руководством к действию для решения задачи.

В модель с автоматическим управлением программа вводится в запоминающее устройство, которое, выбирая команду за командой, реализует ее без участия программиста.

При работе в полуавтоматическом (или неавтоматическом) режиме в качестве «устройства управления» выступает программист. Программа должна быть записана в удобной для реализации форме, четким шрифтом, форма записи стандартная. При решении задач совершается много ошибок по вине работающего на машине человека, поэтому через 40—45 мин необходим 15-минутный перерыв. Рабочий день неопытного вычислителя не должен превышать четырех часов.

После составления программы ее необходимо отладить, т. е. найти и исправить ошибки. К сожалению, дать четких и однозначных рекомендаций по отладке программы нельзя. Все зависит от ее сложности, объема вычислений, формы записи результатов задачи и внешних условий. Однако некоторые соображения могут быть высказаны.

Наилучшие варианты — работа «в две руки» или (сверхидеальный случай) «в три руки», т. е. одной задачей занимаются два или три человека. Первые два этапа (постановка задачи и выбор метода решения) обсуждаются совместно. Начиная с третьего этапа работают раз-

дельно, желательно в разных помещениях (известно немало случаев появления одинаковых ошибок у работающих рядом).

После выбора метода решения договариваются о том, какие промежуточные результаты будут сравниваться в процессе вычислений. Если после очередного сравнения результаты с точностью до погрешностей округления совпадают, то работу продолжают; если не совпадают, начинается поиск ошибки. На первом этапе ошибку ищут

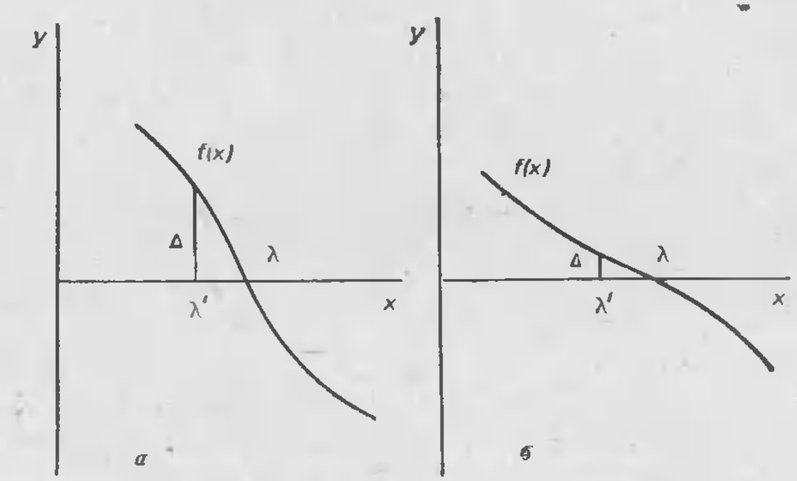

Рис. 2.6

раздельно. Если ошибка не обнаруживается, ее ищут совместно. Затем снова работают раздельно до получения окончательных результатов.

Если работает один человек, выбираются два метода счета и составляются две программы решения задачи. Желательно, чтобы обе программы существенно различались. Счет задачи ведется сначала по одной, затем по другой программе до отмеченного сравнения и т. д. Такой метод работы самый предпочтительный. Однако полезно использовать и все последующие рекомендации.

Если при постановке задачи известна область, в которой должно находиться решение, то по отклонениям от нее полученного результата можно судить о его достоверности. Так, если найденное решение находится вне означенной области, оно неверно, т. е. при решении допущена грубая ошибка. Если же решение попадает в нужную область, можно утверждать, что допущена не очень грубая ошибка или получено верное решение.

Для некоторых задач можно выполнить дополнительные вычисления, результаты которых дадут информацию о верности или неверности полученного решения.

При составлении таблицы функции дополнительно можно составить таблицу разделенных или конечных разностей. Поведение третьих или четвертых разностей может дать хорошую информацию об ошибках, полученных при решении задачи. Однако систематическую ошибку (например, при разработке алгоритма или составлении программы) можно не обнаружить, так как будет составлена таблица другой функции, разности которой вполне приемлемы.

Для проверки правильности полученного решения при отыскании корней алгебраических и трансцендентных уравнений значение каждого корня необходимо подставить в уравнение. Однако нельзя считать, что после такой подстановки будет получен нуль. Дело в том, что значение корня получается с погрешностью, которая приводит к результату, отличному от нуля (так называемая невязка). Даже при получении значения корня с достаточно большой точностью невязка может значительно отличаться от нуля (рис. 2.6, *а*), где λ — истинное значение корня; λ' — вычисленное значение корня; Δ — невязка. Из рисунка видно, что если функция круто пересекает ось x в окрестности корня, то невязка может быть достаточно большой. Возможен и обратный случай: корень найден с малой точностью, а невязка получается небольшой (рис. 2.6, *б*).

При решении систем линейных алгебраических уравнений найденные результаты должны быть подставлены во все уравнения. Только в этом случае можно утверждать, что они правильные. Здесь справедливы все замечания, приведенные выше.

Глава 3

МЕТОДЫ РАБОТЫ НА МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ ЭЛЕКТРОНИКА Б3-21, ЭЛЕКТРОНИКА МК-46, ЭЛЕКТРОНИКА МК-64

§ 1. БЛОК ПИТАНИЯ И ИНДИКАТОР

Питание рассматриваемых микрокалькуляторов может осуществляться либо непосредственно от сети с обычным напряжением 220 В, либо от аккумуляторов.

При работе от сети используется блок питания БП2-3, паспорт которого прилагается вместе с руководством по эксплуатации. Сначала розетка блока питания подключается к микрокалькулятору (благодаря определенному срезу на розетке включение ее возможно единственным образом). Переключатель блока питания устанавливается в положение «Р». Затем блок питания подключается к сети переменного тока 220 В$\pm$10—15 % и частотой 50$\pm$1 Гц и включается в работу переключателем на панели микрокалькулятора. В этом случае он может работать круглосуточно, что очень важно при многократном использовании введенной в машину программы решения задачи.

Следует помнить, что в блоке питания БП2-3 имеются элементы, находящиеся под напряжением 220 В. Поэтому запрещается проводить его разборку или ремонт во включенном состоянии.

В автономном режиме микрокалькулятор может работать от аккумуляторов Д1,55СУ1.1 непрерывно в течение двух — трех часов. Разрядка аккумуляторов индицируется высвечиванием большого количества точек в нижней части индикатора. В этом случае аккумуляторы нужно перезарядить при помощи блока питания БП2-3. Переключатель блока устанавливается в положение «З». Время полной зарядки аккумуляторов — 16 ч. При этом микрокалькулятором можно пользоваться, считая, что он питается от обычной сети.

При проведении лабораторных занятий в стационарных условиях аккумуляторы в микрокалькулятор можно не вставлять.

В рассматриваемых микрокалькуляторах индикатор выполнен в виде табло со светящимися цифрами и зна-

Рис. 3.1

ками и состоит из двенадцати позиций (рис. 3.1). Он высвечивает число, которое в данный момент хранится в операционном регистре (рег. X), или цифровые коды команд при вводе программы в машину.

§ 2. ДИАПАЗОН ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧИСЕЛ

Числа в машине представляются в двух формах: *с естественной запятой* и *с плавающей запятой*.

В форме с естественной запятой представляются числа, находящиеся в диапазоне $1 \leqslant |x| \leqslant 99999999 = 10^8 - 1$ и $|x| = 0$. Они высвечиваются на индикаторе следующим образом: цифровая часть числа располагается в позициях 2—9; в позиции 1 высвечивается «—»; запятая занимает цифровую позицию.

При записи числа, высвечиваемого на индикаторе, будем обозначать все позиции индикатора. Если в каких-либо из них ничего не высвечивается, ставим точки. Здесь и далее число записываем слева, запись на индикаторе — справа.

Примеры:

1	.1, ... ;
—2,75	—2,75..... ;
597536,2	.597536,2... ;
—99999999	—99999999... .

В последнем случае при высвечивании восьмиразрядного целого числа запятая не высвечивается.

В форме с плавающей запятой представляются числа в виде $x = \pm a \cdot 10^{\pm p}$, где $\pm a$ — мантисса числа, $\pm p$ — порядок числа. Такая форма часто применяется для сокращения записи числа, например: $0{,}0000000025 = 2{,}5 \cdot 10^{-9}$; $-750000000000 = -7{,}5 \cdot 10^{11}$. В форме с плавающей запятой представляются числа в пределах: $1 \cdot 10^{-99} \leqslant |x| < 1$ и $1 \cdot 10^{8} \leqslant |x| \leqslant 1 \cdot 10^{99}$. С одной стороны,

речь идет о дробных, с другой — о целых числах, больших или равных $1 \cdot 10^8$.

Числа с плавающей запятой в машине всегда нормированы. Это означает, что мантисса числа находится в пределах $1 \leqslant |a| \leqslant 9$, т. е. перед запятой всегда стоит цифра, отличная от нуля.

Примеры:

0,999999	.9,99999.—01;
$9{,}999999 \cdot 10^{-1}$	.9,999999—01;
$-0{,}3245678 \cdot 10^{-19}$	—3,245678—20;
$-8{,}900766 \cdot 10^{-32}$	—8,900766—32;
$1 \cdot 10^{-99}$	.1,.....—99;
$0{,}1 \cdot 10^{-99}$	.0,.....;
$9{,}999999 \cdot 10^{99}$	.9,999999.99;
$10 \cdot 10^{99}$	010,.....99.

Результаты, оказавшиеся меньше $1 \cdot 10^{-99}$, машина автоматически превращает в нуль, а результаты, превышающие $1 \cdot 10^{99}$, вызывают сигнал переполнения — цифра 0 в знаковом разряде мантиссы (позиция 1 индикатора).

Приведенные примеры показывают, что при выводе числа с плавающей запятой на индикатор значение мантиссы числа высвечивается в позициях 1—9, а значение порядка со знаком — в позициях 10—12.

Следут иметь в виду, что, несмотря на огромный диапазон чисел, которые представляются с плавающей запятой, мантисса охватывает только семь знаков, высвечиваемых на индикаторе, и восьмой — дополнительный, не высвечиваемый, но участвующий в работе. Любая цифра, не укладывающаяся в этот интервал, автоматически теряется. При выполнении арифметических операций округление ведется по восьмой цифре мантиссы. Для высвечивания на индикаторе цифры восьмого разряда достаточно вычесть $a_m \cdot 10^n$, где a_m — первая значащая цифра. Например, при вычислении 1/7 получим 1,428571—01, но при вычитании из него числа $1 \cdot 10^{-1}$ получим 4,285714—02.

При вводе чисел с клавиатуры можно использовать любую форму независимо от их значения. При нажатии одной из операционных клавиш число автоматически преобразуется в одну из форм представления в зависимости от того диапазона, в котором находится.

Однако при вычислении функций $\sin x$, $\cos x$, e^x, e^{ix}, $\ln x$, если найденное значение меньше единицы, число высвечивается на индикаторе в форме с естественной запя-

той, например: sin0,5 — 0,479425; cos1 — 0,540302; e^{-2} — 0,135335. Но при выполнении любых операций, даже таких, как (↑) и (/—/), число автоматически преобразуется в форму с плавающей запятой. Если после вычисления e^{-2}—0,13535 нажать клавишу (/—/), то в индикаторе появится —1,353353—01.

§ 3. БЛОК-СХЕМА МАШИНЫ И ПУТИ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Упрощенная блок-схема машины и возможные пути передачи информации приведены на рис. 3.2. Информация, набираемая на цифровых клавишах, заносится в операционный регистр (рег. X) и высвечивается на индикаторе. Если набор числа производится после выполнения какой-либо операции, то прежнее содержимое рег. X передается в другой операционный регистр (рег. Y), а набираемое число заносится в рег. X. В модели Б3-21 имеются *регистровое, стековое* и *программное* (пока не рассматриваем) *запоминающие устройства.*

Регистровое запоминающее устройство состоит из восьми регистров, которые связаны с рег. X. Имеется два вида передачи информации: рег. X→рег. n и рег. n→рег. X, где $n=1, \ldots, 8$. Как правило, рег. 1 будем называть рег Y. В этом регистре и в рег. X находятся операнды при выполнении арифметических операций и вычислении x^y. Информация из рег. X в рег. Y может быть передана, кроме обычного способа, путем нажатия клавиши (↑).

При передачах типа рег. X→рег. n или рег. n→рег. X передающий регистр сохраняет содержимое, а принимающий регистр сбрасывает старое содержимое и в него заносится передаваемая информация. После передачи одна и та же информация будет находиться в передающем и принимающем регистрах.

При нажатии клавиши $(\overleftarrow{XY})$ через арифметическое устройство происходит обмен информацией, находящейся в рег. X и рег. Y.

Стековая память (стек) состоит из шести регистров (P1—P6), связана с рег. X и работает следующим образом. Рассмотрим передачу информации против часовой стрелки. В этом случае содержимое рег. X передается в P6, прежнее содержимое P6 — в P5 и т. д., прежнее содержимое P1 — в рег. X. В кольцо объединены семь регистров: шесть регистров стековых и рег. X. Передачу информации можно осуществлять по часовой стрелке.

В этом случае содержимое рег. X засылается в P1, прежнее содержимое P1 — в P2 и т. д. и, наконец, прежнее содержимое P6 — в рег. X. Таким образом, при нажатии со-

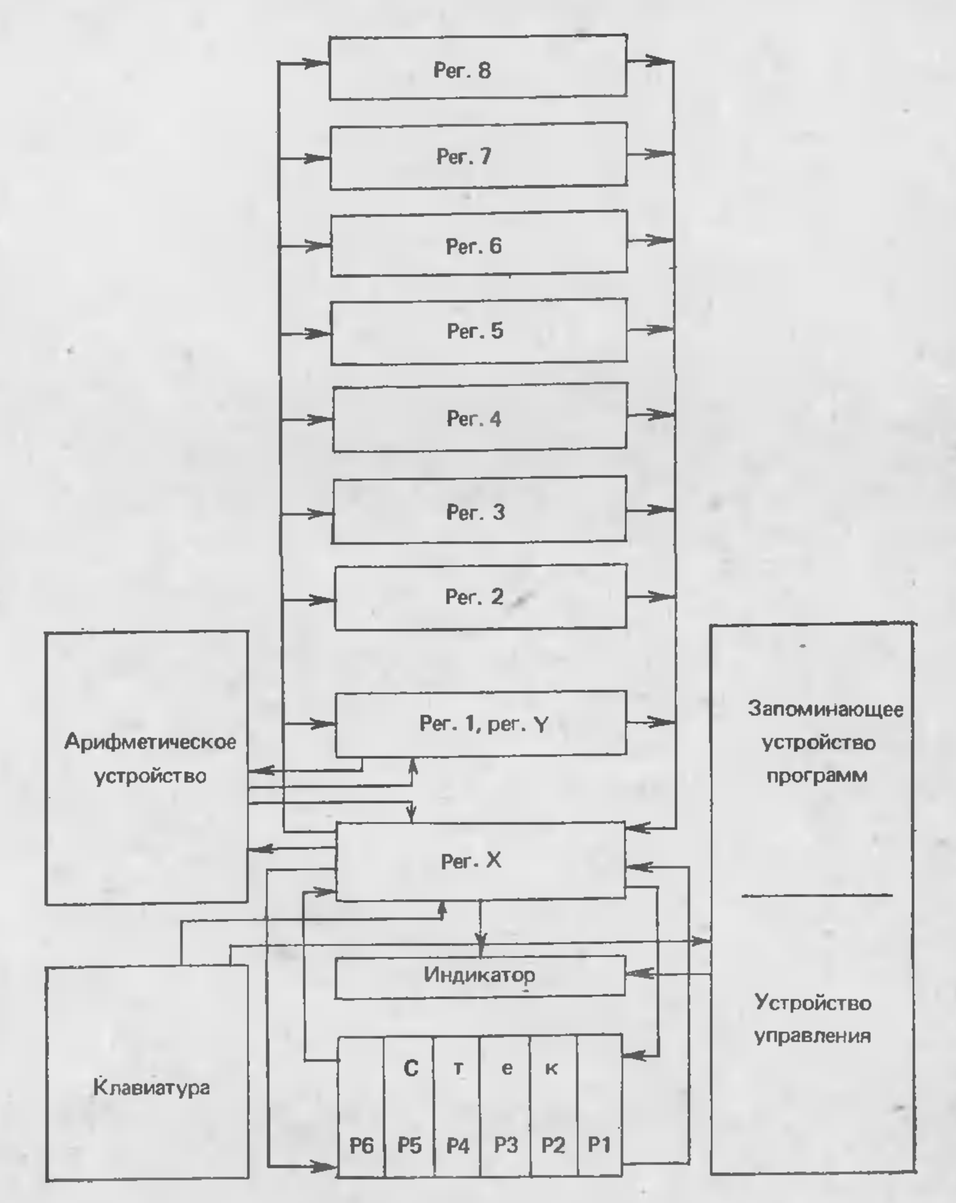

Рис. 3.2

ответствующих клавиш содержимое стековой памяти смещается на позицию в ту или другую сторону.

Предупреждение. При кользовании стековой памятью необходимо учитывать, что при вычислении функций x^y, e^x, e^{ix}, $\sin x$, $\cos x$ в некоторые регистры стека заносятся произвольные коды в позиции, где размещается порядок, что не позволяет использовать их (или использовать с большими предосторожностями). Момент занесения помехи в регистр стека зависит от времени, затрачиваемого на

приведение аргумента в область сходимости ряда, по которому автоматически вычисляется функция. Поэтому возможно определение регистров стека, которые не могут использоваться в зависимости от значений аргумента функции. Тогда при известном интервале аргумента функции использование стека допустимо, за исключением регистров, номера которых приведены в табл. 3.1. В связи со сложностью определения таких аргументов функции x^y они не приведены в таблице и при вычислении ее стек использовать не следует. Перед началом работы с моделью Б3-21 необходимо убедиться, как работает стек. Для этого следует ввести с клавиатуры в рег. X, например, 1, затем нажать две клавиши (P) (+), вычислить sin 1 (0,841471); переместить в рег. X Р6 стека (P) (,). Если в рег. X появится комбинация .0,.....—00, то стеком надо пользоваться осторожно. Появление на индикаторе .0,..... разрешает работу с ним.

Таблица 3.1

sin x, cos x		e^x		e^{ix}	
Интервал	Регистр	Интервал	Регистр	Интервал	Регистр
[0, π[	6	[0, 3ln10]	—	[0, π[	—
[π, 3π[	2	]3ln10, 9ln10]	2	[π, 3π[	4
[3π, 10[	—	]9ln10, 10ln10]	—	[3π, 10[	5
[10, 5π]	3	]10ln10, 11ln10]	6	[10, 5π]	5
]5π, 7π[	—	]11ln10, 12ln10]	1	]5π, 7π]	1
[7π, 9π]	5	]12ln10, 13ln10]	6	]7π, 9π]	—
]9π, 10π[	1	]13ln10, 14ln10]	1	]9π, 10π[	3
[10π, 11π]	4	]14ln10, 15ln10]	6	[10π, 11π]	6
]11π, 13π]	—	]15ln10, 16ln10]	1	]11π, 13π]	2
]13π, 16π]	6	]16ln10, 17ln10]	6	]13π, 15π]	—

Арифметическое устройство при выполнении арифметических операций получает операнды из рег. X и рег. Y. Результат операции всегда засылается в рег. X. При вычислении значений функции аргумент выбирается из рег. X. Результат (значение функции) засылается в рег. X. Исключением является функция x^y: показатель степени должен находиться в рег. Y, а основание степени — в рег. X. Результат засылается в рег. X. При вычислении функции e^{ix}, где $i=\sqrt{-1}$, аргумент должен находиться в рег. X. Вещественная часть результата засылается в рег. X, мнимая часть — в рег. Y. Подчеркиваем еще раз, что на индикаторе всегда высвечивается содержимое рег. X.

§ 4. РАБОТА МАШИНЫ В НЕАВТОМАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

ЭЛЕКТРОНИКА Б3-21 — модель с программным управлением. Это означает, что в нее можно ввести программу решения задачи. Однако для лучшего усвоения программных возможностей модели рассмотрим методы работы на машине в неавтоматическом режиме.

4.1. Клавиатура

Клавиатура содержит 29 клавиш (рис. 3.3). Набор числа и обращение к запоминающим регистрам осуществляются следующим образом. Каждая из клавиш (0)—(9), кроме (0), (9), выполняет две функции: ввод в рег. X цифр числа и обращение к регистровой памяти. Нажатие подряд клавиш (P) (n) и F(n), где $n=1, \ldots, 8$, вызывает соответственно пересылку содержимого рег. X в рег. n и содержимого рег. n в рег. X (содержимое рег. X и рег. n сохраняется). Комбинации (P) (1) и (F) (1) вызывают соответственно передачи рег. X→рег. Y и рег. Y→→рег. X.

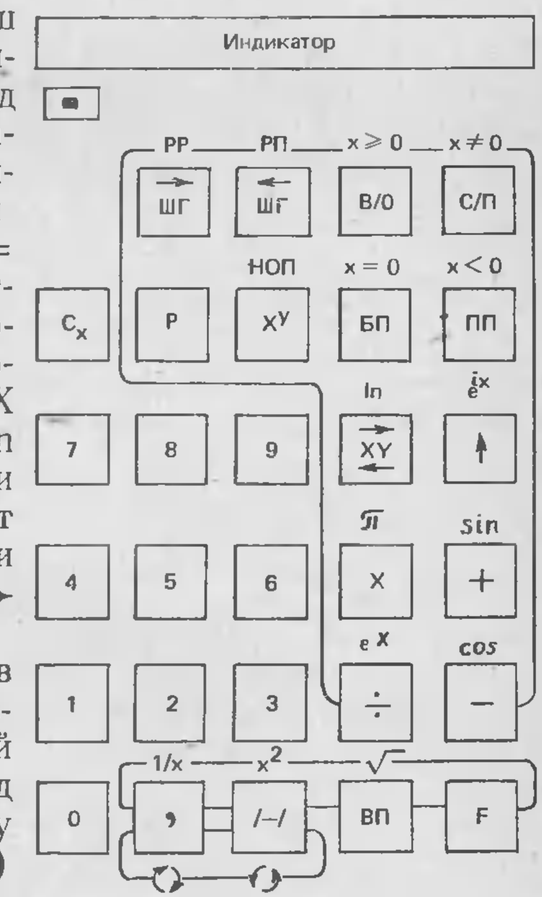

Рис. 3.3

Клавиша (,) — запятая в мантиссе набираемого числа. Для набора дробной мантиссы необходимо перед запятой нажать клавишу (0). Нажатие клавиш (P) (,) вызывает обращение к стековой памяти по часовой стрелке. Осуществляется цепочка передач: рег. X→P1→P2→P3→P4→P5→P6→→рег. X.

Клавиша (/—/) — перемена знака мантиссы или порядка на противоположный при наборе числа. Ее можно нажимать только после полного набора мантиссы и в любой момент при наборе порядка. Нажатие клавиш (P) (/—/) вызывает обращение к стековой памяти против

часовой стрелки. Осуществляется цепочка передач: рег. X→P6→P5→P4→P3→P2→P1→рег. X.

Клавиша (ВП) — ввод порядка. При нажатии ее в крайних правых позициях индикатора загораются два нуля. При последующем нажатии цифровой клавиши цифра заносится в правую позицию, предшествующее содержимое смещается в левую. Содержимое левой позиции пропадает. Нажатие клавиши (/—/) меняет знак порядка на противоположный. При наборе числа с порядком сначала набирается мантисса, затем нажимается клавиша (ВП) и набирается порядок числа.

Клавиши (↑), ($\overleftarrow{XY}$), (C_x) осуществляют соответственно пересылку содержимого рег. X в рег. Y (рег. 1), обмен информацией между рег. X и рег. Y, сброс содержимого рег. X до нуля.

Набор числа с помощью цифровых клавиш после выполнения любой машинной операции, включая ($\overleftarrow{XY}$) (↑) и (/—/), вызывает передачу содержимого рег. X в рег. Y. В рег. X заносится набираемое число.

4.2. Арифметические операции

В примерах, поясняющих осуществление операций, набираемые на клавиатуре числа заключены в прямоугольники: отдельно мантисса и отдельно порядок (если он есть). Результат операции, заносимый в рег. X, в прямоугольник не заключается.

Сложение чисел, находящихся в рег. X и рег. Y, осуществляет клавиша (+). Результат заносится в рег. X. Слагаемое, находившееся в рег. Y, сохраняется.

Примеры:

0,25+0,398=0,648;

[0,25] [↑] [0,398] [+] 6,48 —01.

$-15{,}75\cdot10^{12}+2{,}398\cdot10^{11}=-15{,}5102\cdot10^{12}$;

[15,75] [/—/] [ВП] [12] [↑] [2,398] [ВП] [11] [+]

— 1,55102..13.

27 + 98 + 43 + 24 = 192;

[27] [↑] [98] [+] 125 [43] [+] 168 [24] [+] 192.

Вычитание чисел осуществляется клавишей (—). Уменьшаемое должно находиться в рег. Y, вычитаемое — в рег. X. Разность засылается в рег. X. Уменьшаемое в рег. Y сохраняется.

Примеры:

9,388—8,934=0,454;

[9,388] [↑] [8,934] [—] 4,54 —01.

$-0{,}238\cdot10^{-10}-0{,}397\cdot10^{-9}=-0{,}4208\cdot10^{-9}$;

[0,238] [/—/] [ВП] [/—/] [10] [↑] [0,397] [ВП]

[09] [/—/] [—] —4,208 —10.

18 — 19,5 — (—23) — 14,3 = 7,2;

[18] [↑] [19,5] [—] — 1,5 [23] [/—/] [—] 21,5

[14,3] [—] 7,2.

Умножение чисел, находящихся в рег. X и рег. Y, осуществляет клавиша (×). Произведение засылается в рег. X. Сомножитель, находившийся в рег. Y, сохраняется.

Примеры:

2·3=6;

[2] [↑] [3] [×] 6.

$-0{,}28765\cdot10^{12}\cdot0{,}997364\cdot10^{-23}=-0{,}2868917\cdot10^{-11}$;

[0,28765] [/—/] [ВП] [12] [↑] [0,997364] [ВП] [23]

[/—/] [×] —2,868917 —12.

$2{,}75\cdot(-3\cdot10^{5})\cdot0{,}017\cdot(-5\cdot10^{-3})=70{,}125$;

[2,75] [↑] [3] [/—/] [ВП] [05] [×] —825000

[0,017] [×] —14025 [5] [/—/] [ВП] [/—/] [03]

[×] 70,125.

Деление чисел осуществляет клавиша (÷). Делимое должно находиться в рег. Y, делитель — в рег. X. Частное засылается в рег. X. Делимое в рег. Y сохраняется.

Примеры:

25:7,5=3,333333;

[25] [↑] [7,5] [÷] 3,333333.

$3{,}10082 \cdot 10^{-13} : 4{,}25374 \cdot 10^{-16} = 7{,}28963 \cdot 10^{2}$;

[3,10082] [ВП] [/—/] [13] [↑] [4,25374] [ВП] [/—/] [16] [÷] 728,9632.

$2{,}78 : 3 \cdot 10^{4} : (-5{,}5 \cdot 10^{-2}) : 0{,}025 = -6{,}739393 \cdot 10^{-2}$;

[2,78] [↑] [3] [ВП] [04] [÷] 9,266666 —05 [5,5] [/—/] [ВП] [/—/] [02] [÷] —1,684848 —03 [0,025] [÷] —6,739393 —02.

При выполнении арифметических операций возможно переполнение, признаком которого является нуль в позиции 1 индикатора при смещении запятой, по крайней мере, на позицию вправо.

Примеры:

$2 \cdot 10^{56} \cdot 3 \cdot 10^{55} = 6 \cdot 10^{111}$;

[2] [ВП] [56] [↑] [3] [ВП] [55] [×] 03, ...55.

$5 : 0 = \infty$;

[5] [↑] [C_x] [÷] 00.

4.3. Вычисление значений функций

Для вычисления тригонометрических функций в модели Б3-21 используется радианная мера измерения углов. Всегда необходимо помнить о допустимых значениях аргумента (например, для $1/x$, $x \neq 0$), а также о том, что получаемые значения имеют погрешность.

Клавиша (X^y) — возведение в степень. Показатель степени должен находиться в рег. Y, основание степени — в рег. X. Результат заносится в рег. X. Содержимое рег. Y после выполнения операции сохраняется. Операция выполняется с использованием логарифмической функции, поэтому основание степени должно быть больше нуля. Признак невыполнения операции — появление нуля в позиции 1 индикатора со смещением запятой вправо.

Примеры:

$2^3 = 8$;

[3] [↑] [2] [X^y] 7,999999.

$12^4 = 20736$;

[4] [↑] [12] [X^y] 20735,99.

$0{,}275^{-0{,}025} \approx 1{,}032801$;

[0,025] [/—/] [↑] [0,275] [X^y] 1,032801.

$(2^{3,5})^{7,1} \approx 30240654$;

[3,5] [↑] [2] [X^y] 11,31370 [7,1] [←XY→] [X^y] 30240654.

$-5^3 = -125$;

[3] [↑] [5] [/—/] [X^y] 05 (невозможная операция).

Клавиши (P) (↑) — $e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$. Аргумент должен находиться в рег. X. Вещественная часть результата засылается в рег. X, мнимая — в рег. Y.

Примеры:

$e^{i \cdot 12} = 0{,}843853 - i \cdot 0{,}536573$;

[12] [P] [↑] 0,843853 [←XY→] —0,536573.

$e^{i \cdot (-0{,}027)} = 0{,}999635 - i \cdot 0{,}026996$;

[0,027] [/—/] [P] [↑] 0,999635 [F] [1] —0,026996.

Для чтения значения мнимой части в первом примере мы поменяли местами содержимое рег. X и рег. Y, нажав

$(\overleftarrow{XY})$; во втором — содержимое рег. Y переслали в рег. X, нажав (F) (1).

Клавиши (P) (x) — засылка в рег. X числа $\pi = 3{,}141592$. Вычислим длину окружности $l = 2\pi r$ при $r = 2{,}083$:

$l = 2\pi \cdot 2{,}083 = 13{,}08787$;

[P] [×] 3,141592 [2] [×] 6,283185 [2,083] [×] 13,08787.

Для всех функций, описываемых далее, аргумент должен находиться в рег. X. Результат также заносится в рег. X; рег. Y участия в работе не принимает.

Клавиши (P) $(\overleftarrow{XY})$ — вычисление натурального логарифма (аргумент $x > 0$). Модуль десятичных логарифмов равен $M = 0{,}4342945$. Тогда $\lg x = 0{,}4342945 \cdot \ln x$:

$\ln 0{,}323475 = -1{,}128633$;

[0,323475] [P] [$\overleftarrow{XY}$] — 1,128633.

$\lg 2 = M \cdot \ln 2 = 0{,}30103$;

[2] [P] [$\overleftarrow{XY}$] 0,693147 [4,342945] [ВП] [/—/] [01] [×] 3,010300 — 01.

Клавиши (P) (÷) — вычисление функции e^x (аргумент $x < 230{,}2586$):

$e^{28{,}2093} = 1{,}782966 \cdot 10^{12}$;

[28,2093] [P] [÷] 1,782966.12.

$e^{-0{,}0493} = 0{,}951895$;

[0,0493] [/—/] [P] [÷] 0,951895.

Клавиши (P) (+) — вычисление функции $\sin x$:

$\sin 1{,}56324 = 0{,}999971$;

[1,56324] [P] [+] 0,999971.

$\sin 174{,}28 = -0{,}996928$;

[174,28] [P] [+] — 0,996928.

Клавиши (P) (—) — вычисление функции $\cos x$:

$\cos 0{,}00927 = 0{,}999957$;

[0,00927] [P] [—] 0,999957.

$\cos(-2{,}94048) = -0{,}979845$;

[2,94048] [/—/] [P] [—] — 0,979845.

Клавиши (F) (ВП) — извлечение квадратного корня ($\sqrt{}$):

$\sqrt{287 \cdot 10^{19}} = 0{,}535724 \cdot 10^{11}$;

[287] [ВП] [19] [F] [ВП] .5,357238.10.

$\sqrt{0{,}00000008} = 0{,}282843 \cdot 10^{-3}$;

[8] [ВП] [/—/] [8] [F] [ВП] 2,828427 — 04.

Клавиши (F) (/—/) — вычисление функции x^2 (аргумент $x < 10^{49}$):

$-17{,}35^2 = 301{,}0225$;

[17,35] [/—/] [F] [/—/] 301,0225.

$(5{,}7 \cdot 10^{-17})^2 = 0{,}328329 \cdot 10^{-32}$;

[5,73] [ВП] [/—/] [17] [F] [/—/] 3,28329. — 33.

Клавиши (F) (,) — вычисление обратной величины $1/x$:

$1 : 275 \cdot 10^{15} = 0{,}363636 \cdot 10^{-17}$;

[275] [ВП] [15] [F] [,] 3,636363 — 18.

4.4. Составление программы вычислений

Рассмотрим методы решения задач без использования программных возможностей машины.

Программа решения задачи состоит из команд. Будем различать три группы команд.

Первая группа — команды, реализуемые с помощью операционных клавиш машины (при перечислении клавиш скобки опущены): +, —, ×, ÷, ↑, $\overleftarrow{XY}$, C_x, X^y, P1 (рег. X→рег. 1), ..., P8 (рег. X→рег. 8), $\overrightarrow{F1}$ (рег. 1→→рег. X),..., F8 (рег. 8→рег. X), P, (рег. X→в стек), P/—/(рег.X → в стек), P$\overleftarrow{XY}$(ln), P↑(e^{ix}), P×(π), P+(sin), P÷(e^x), P—(cos), F, (1/x), F/—/(x^2), FВП($\sqrt{x}$).

Вторая группа — команды ввода-вывода информации. Эта группа команд связана с расчетной схемой (табл. 3.2), в которую до начала работы должны быть записаны значения исходных данных. По ходу решения задачи в нее, если это нужно, заносятся промежуточные и окончательные результаты. Если вычисления имеют циклический характер, то каждому циклу, как правило, соответствует одна строка расчетной схемы. Команд второй группы на клавиатуре нет. Они выполняются вычислителем совокупностью действий. В группе ввода-вывода три команды: ЗАН(n), ЗАН с и ЧТЕН(n).

Таблица 3.2

i	Исходные данные			Результаты		
				промежуточные		окончательные
	a	*b*	*c*	*g*	*f* (*a*)	*f* (*c*)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)

Команда ЗАН(n) — прочитать в столбце (n) число и ввести его с помощью цифровых клавиш в машину. Номер соответствующей строки расчетной схемы, как правило, определяется номером цикла. Обычно нужная строка выделяется с помощью линейки.

Команда ЗАН с (с — числовая константа) — занести с клавиатуры в рег. X указанную в команде числовую константу.

Команда ЧТЕН(n) — прочитать на индикаторе число и записать его в столбец (n) расчетной схемы.

Третья группа — команды условного и безусловного переходов. В эту группу входят две команды: БПm и УП($x \leqslant 0$)m_1, m_2. Все команды программы должны быть пронумерованы (*m* — адрес команды, которая должна быть выполнена после команды перехода).

Команда БПm означает, что следующей выполняется команда с адресом *m*.

Команда УП($x=0$)m_1, m_2 является условным переходом по нулю. Если содержимое рег. X равно нулю, то следующей выполняется команда с адресом m_1, в противном случае — команда с адресом m_2. В круглые скобки записывается условие, необходимое по ходу решения задачи.

Таблица 3.3

i	*x*	*y*
(1)	(2)	(3)
1	1,0	0,606531
2	1,2	0,929853
3	1,4	1,156134
4	1,6	1,269519
5	1,8	1,270467
6	2,0	1,176489

Рассмотрим примеры программ.

Пример 1. Составить таблицу значений функции $y = (\ln x + x^3)/\sqrt{e^{x^2}}$ при $x = 1(0{,}2)\,2$.

Метод расчета — подстановка в правую часть формулы значения *x* с получением соответствующего значения *y*. Рассмотрим два варианта программы. Расчетная схема для них имеет общий вид (табл. 3.3). Вначале заполняются столбцы (1), (2), затем, выполняя программу работы,— столбец (3).

Вариант 1. Подсчет числа повторений цикла будем осуществлять последовательным перемещением линейки в расчетной схеме. Из блок-схемы программы (рис. 3.4) видно, что реализуется одиночный цикл, который будет повторен 6 раз.

Рекомендуемая форма бланка для записи программ приведена в табл. 3.4. Для машинных команд записывается обозначение одной или двух клавиш, нажатие которых реализует команду. Команды, связанные с расчетной схемой, имеют адреса 2 и 18; реализующие циклическое повторение программы — 1, 19, 20. Команда 20 означает: если при перемещении линейки исходные данные исчерпаны, то следует перейти к команде 21, если нет — к команде 2 (условие в скобках не выполнено). В столбцах (3) и (4) прочерк указывает на отсутствие изменений содержимого рег. X и рег. Y.

Таблица 3.4

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	Отметка первой строки расчетной схемы				1
2	ЗАН (2)	x_i	—	$x_i \to$ рег. X	2
3	P2	—	—	Рег. X → рег. 2	3
4	F /—/	x_i^2	—		
5	P÷	$e^{x_i^2}$	—		
6	FВП	$\sqrt{e^{x_i^2}}$	—		
7	P3	—	—	Рег. X → рег. 3	
8	F2	x_i	—	Рег. 2 → рег. X	
9	+	—	x_i	Рег. X → рег. Y	
10	×	x_i^2	—		
11	×	x_i^3	—		
12	$\overset{\leftarrow}{\underset{\rightarrow}{XY}}$	x_i	x_i^3	Рег. X ⇄ рег. Y	
13	P $\overset{\leftarrow}{\underset{\rightarrow}{XY}}$	$\ln x_i$	—		
14	+	$\ln x_i + x_i^3$	—		
15	↑	—	$\ln x_i + x_i^3$	Рег. X → рег. Y	
16	F3	$\sqrt{e^{x_i^2}}$	—	Рег. 3 → рег. X	
17	÷	y_i	—		
18	ЧТЕН (3)			Рег. X → расчетная схема	4
19	Отметка следующей строки расчетной схемы				5
20	УП (следующая строка пустая?) 21, 2				6
21	Стоп				

Порядок работы:

1) составление программы работы машины;
2) заполнение столбцов (1), (2) расчетной схемы;
3) отметка первой строки расчетной схемы;

4) выполнение на машине программы (команды 2—20);
5) отметка второй строки расчетной схемы;
6) выполнение на машине программы для нового значения аргумента x.

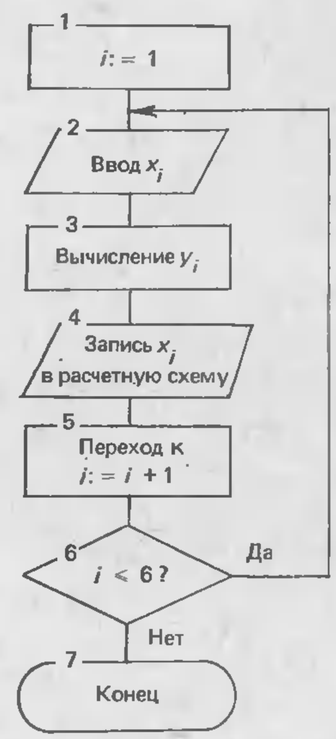

Рис. 3.4

Рис. 3.5

Расчет продолжается до появления в расчетной схеме пустой строки. Выполнять программу рекомендуется механически.

Вариант 2. Покажем возможность использования стековой памяти и автоматического наращивания аргумента. Эта программа длиннее предыдущей, но полезна в учебном плане.

Блок-схема программы приведена на рис. 3.5, программа — в табл. 3.5. Здесь команды 1, 2 заносят в рег. 8 шаг изменения аргумента 0,2; команда 3 — в рег. X начальное значение аргумента; команда 4, стоящая в начале цикла,— текущее значение аргумента для хранения в рег. 2. Команды 5—18 реализуют вычисление очередного значения y. Команда 19 заносит вычисленное значение y в стековую память (по часовой стрелке). Команды 20—23 увеличивают на h значение аргумента. Команда 24 — условный переход. Если новое значение аргумен-

Таблица 3.5

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	ЗАН 0,2	h	—	$h \to$ рег. X	
2	P8	—	—	Рег. X $\to$ рег. 8	1
3	ЗАН 1,0	x_1	—	$x_1 \to$ рег. X	
4	P2	x_i	—	Рег. X $\to$ рег. 2	
5	F/—/	x_i^2	—		
6	P÷	$e^{x_i^2}$	—		
7	FBП	$\sqrt{e^{x_i^2}}$	—		
8	P3	—	—	Рег. X $\to$ рег. 3	
9	F2	x_i	—	Рег. 2 $\to$ рег. X	
10	↑	—	x_i	Рег. X $\to$ рег. Y	
11	×	x_i^2	—		2
12	×	x_i^3	—		
13	$\overleftarrow{\underset{\rightarrow}{XY}}$	x_i	x_i^3	Рег. X $\rightleftarrows$ рег. Y	
14	$\overleftarrow{\underset{\rightarrow}{PXY}}$	$\ln x_i$	—		
15	+	$\ln x_i + x_i^3$	—		
16	↑	—	$\ln x_i + x_i^3$	Рег. X $\to$ рег. Y	
17	F3	$\sqrt{e^{x_i^2}}$	—	Рег. 3 $\to$ рег. X	
18	÷	y_i	—		
19	P,	—	—	Рег. X $\to$ стек	3
20	F2	x_i	—	Рег. 2 $\to$ рег. X	
21	↑	—	x_i	Рег. X $\to$ рег. Y	4
22	F8	h	—	Рег. 8 $\to$ рег. X	
23	+	$x_i + h$	—		
24	УП ($x \leqslant 2$) 4, 25				5

Продолжение табл. 3.5

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
25	P,	y_i	—	Стек $\to$ рег. X	
26	ЧТЕН (3)	—	—	Рег. X $\to$ расчетная схема	6
27	Отметка строки расчетной схемы				
28	УП (следующая строка пустая?) 29, 25				
29	Стоп				

та (число, светящееся на индикаторе,— содержимое рег. X после выполнения команды 23) меньше или равно двум (условие выполнено), то следующей выполняется команда 4; если текущее значение рег. X больше двух (условие не выполнено),— команда 25. С помощью команд 25—28 из стека, перемещая его по часовой стрелке, считываются полученные значения функции.

Пример 2. Составить таблицу значений функции

$$z = \begin{cases} y^3 + x^{0,2}, & \text{если } y < 0; \\ y^2 - e^x, & \text{если } 0 \leqslant y < 1; \\ y + \ln x, & \text{если } y \geqslant 1, \end{cases}$$

где $y = \cos^3 x^2 + \sin^2 x^3$, $x = \{0,2;\ 0,4;\ 0,7;\ 1,15;\ 1,8\}$.

Таблица 3.6

i	x	z	Примечания
(1)	(2)	(3)	(4)
1	0,2	—0,226065	$0 \leqslant y < 1$
2	0,4	—0,558167	$0 \leqslant y < 1$
3	0,7	—1,373731	$0 \leqslant y < 1$
4	1,15	1,152113	$y \geqslant 1$
5	1,8	0,621468	$y < 0$

На блок-схеме (рис. 3.6) показана структура программы — одиночный цикл с разветвлениями внутри цикла. Расчетная схема приведена в табл. 3.6. Перед началом вычислений заполняются столбцы (1), (2); столбцы (3),

(4) — в процессе вычислений. Программа работы приведена в табл. 3.7. Команды 1, 45, 46 реализуют пятикратное повторение цикла (для пяти значений аргумента). По команде 2 в рег. X каждый раз заносится новое значение аргумента x. Блок 3 вычисляет значение y. Коман-

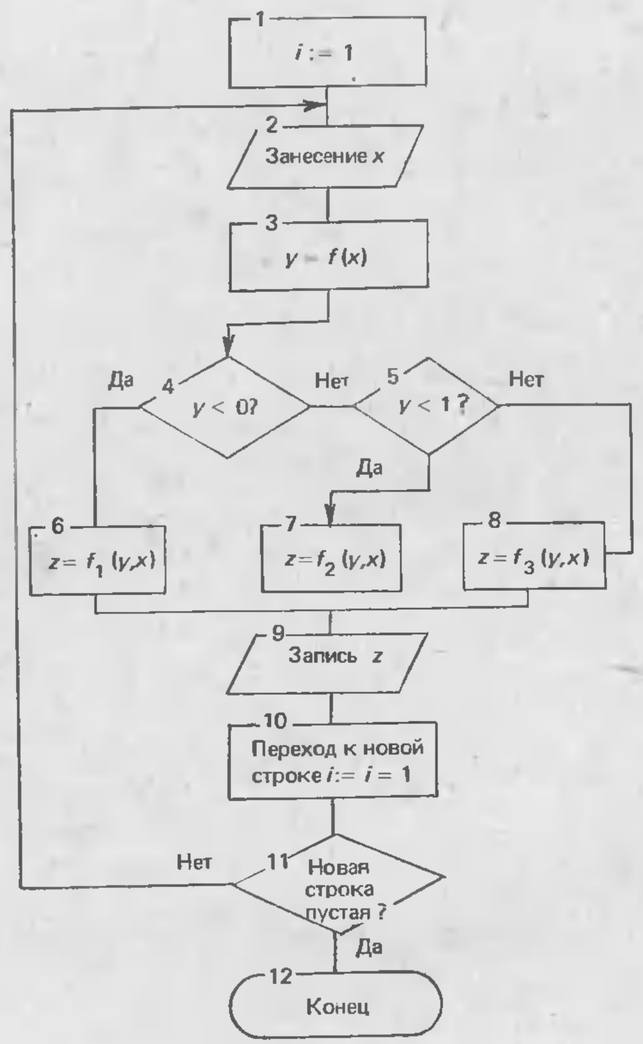

Рис. 3.6

ды условных переходов (19, 20) реализуют тройную развилку. Если $y<0$, то управление передается блоку 6; если $0\leqslant y<1$,— блоку 7; если $y\geqslant 1$,— блоку 8. Каждый из блоков 6—8 после вычисления z по своей формуле должен передать управление блоку 9, поэтому в конце блока 6 (команда 32) стоит команда безусловного перехода БП44 (следующей выполняется команда 44). Такая же команда стоит в конце блока 7 (команда 39).

Таблица 3.7

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	Отметка первой строки расчетной схемы				1
2	ЗАН (2)	x_i	—	$x_i \to$ рег. X	2
3	P2	—	—	Рег. X → рег. 2	
4	F/—/	x_i^2	—		
5	P—	$\cos x_i^2$	—		
6	↑	—	$\cos x_i^2$	Рег. X → рег. Y	
7	×	$\cos^2 x_i^2$	—		
8	×	$\cos^3 x_i^3$	—		
9	P3	—	—	Рег. X → рег. 3	3
10	F2	x_i	—	Рег. 2 → рег. X	
11	↑	—	x_i	Рег. X → рег. Y	
12	×	x_i^2	—		
13	×	x_i^3	—		
14	P+	$\sin x_i^3$	—		
15	F/—/	$\sin^2 x_i^3$	—		
16	↑	—	$\sin^2 x_i^3$	Рег. X → рег. Y	
17	F3	$\cos^3 x_i^2$	—	Рег. 3 → рег. X	
18	+	y_i	—		
19	УП ($y<0$) 21, 20				4
20	УП ($y<1$) 33, 40				5
21	↑	—	y_i	Рег. X → рег. Y	
22	×	y_i^2	—		
23	×	y_i^3	—		
24	P3	—	—	Рег. X → рег. 3	
25	ЗАН 0,2	0,2	y_i^3	0,2 → рег. X	

5. Зак. 1320

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
26	↑	—	0,2	Рег. X → рег. Y	6
27	F2	x_i	—	Рег. 2 → рег. X	
28	Xy	$x_i^{0,2}$	—		
29	↑	—	$x_i^{0,2}$	Рег. X → рег. Y	
30	F3	y_i^3	—	Рег. 3 → рег. X	
31	+	z_i	—		
32	БП 44	—	—		
33	F/—/	y_i^2	—		
34	↑	—	y_i^2	Рег. X → рег. Y	
35	F2	x_i	—	Рег. 2 → рег. X	
36	P÷	e^{x_i}	—		7
37	/—/	$-e^{x_i}$	—		
38	+	z_i	—		
39	БП 44	—	—		
40	↑	—	y_i	Рег. X → рег. Y	
41	F2	x_i	—	Рег. 2 → рег. X	8
42	P↔XY	$\ln x_i$	—		
43	+	z_i	—		
44	ЧТЕН (3)			Рег. X → расчетная схема	9
45	Отметка следующей строки расчетной схемы				10
46	УП (следующая строка пустая?) 47, 2				11
47	Стоп				

Пример 3. Вычислить значение многочлена

$$p(x)=x^6+2{,}7348x^5-3{,}2445x^4+0{,}5098x^3+1{,}1122x^2-$$
$$-0{,}9547x+1{,}7321,$$

где $x=0{,}2(0{,}3)1{,}4$.

Алгоритм решения этой задачи приведен в § 2 гл. 2 с той разницей, что степень вычисляемого многочлена на единицу меньше. Вычисление значения многочлена при одном значении аргумента x — внутренний цикл, параметром которого являются индексы коэффициентов многочлена:

$$s_1 = 0\cdot x + 1; \qquad s_2 = s_1\cdot x + 2{,}7348;$$
$$s_3 = s_2\cdot x - 3{,}2445; \qquad s_4 = s_3\cdot x + 0{,}5098;$$
$$s_5 = s_4\cdot x + 1{,}1122; \qquad s_6 = s_5\cdot x - 0{,}9547;$$
$$s_7 = s_6\cdot x + 1{,}7321; \qquad p(x) = s_7.$$

В общем случае $s_{j+1}=s_jx+a_j$, где $j=0,1,\ldots,6$; $s_0=0$; $a_0=1$; $a_1=2{,}7348$ и т. д. Для хранения коэффициентов используем стековую память. Так как $a_1=1$, то в стек занесем лишь $a_2,\ldots,a_7$. Заметим, что $s_1=1$, поэтому внутренний цикл должен повторяться только 6 раз. Значения многочлена необходимо вычислить при различных значениях аргумента x_i, индекс которого является параметром второго — внешнего цикла.

Таблица 3.8

j	a_j	i	x_i	$p(x_i)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	2,7348	1	0,2	1,585474
2	—3,2445	2	0,5	1,494831
3	0,5098	3	0,8	1,770501
4	1,1122	4	1,1	4,131947
5	—0,9547	5	1,4	13,74819
6	1,7321	—	—	—

Вариант расчетной схемы показан в табл. 3.8. Перед началом счета заполняются столбцы (1)—(4). Столбец (4) можно опустить, так как формировать значение аргумента во внешнем цикле будем в машине. Блок-схема программы изображена на рис. 3.7, программа — в табл. 3.9.

Поясним смысл блоков 1, 4. После выполнения блока 1 коэффициенты многочлена размещены в стеке (рис. 3.8). Содержимое рег. X не влияет на результат. В блоке 4 команда 13 будет засылать в рег. X содержимое рег. 6 (a_j). Содержимое рег. 6 несущественно для первого прохождения внутреннего цикла. При последующих прохождениях его к началу блока 4 в рег. 6 всегда будет находиться использованное a_j, которое засылается в рег. X, затем стек сдвигается по часовой стрелке. Использованное a_j уходит в стек, на его место в рег. X из стека заносится a_{j+1}. Этим восстанавливаются значения коэффициентов многочлена в стековой памяти к началу прохождения внешнего цикла при новом значении x_i. Значение последнего коэффициента a_7 заносится в стек в блоке 8 (команды 29, 30) (рис. 3.8).

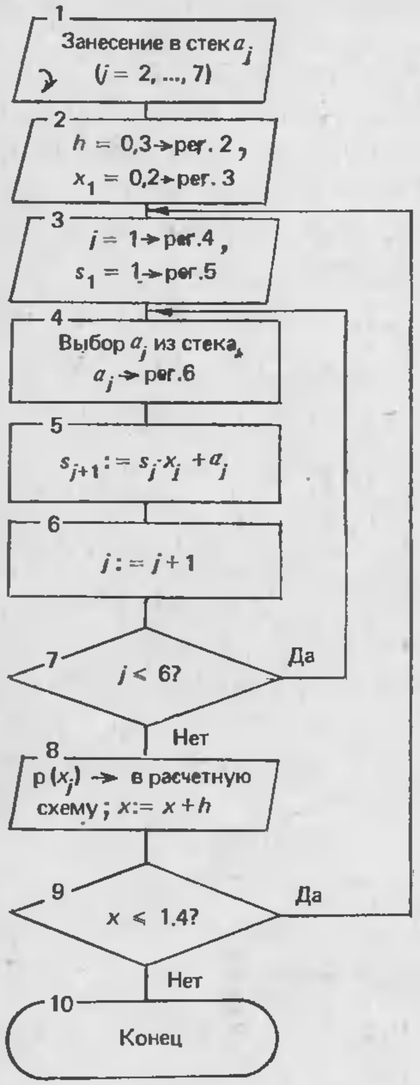

Рис. 3.7

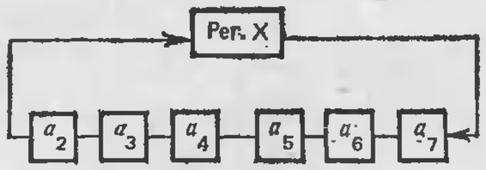

Рис. 3.8

§ 5. РАБОТА МАШИНЫ В АВТОМАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОГРАММЫ

5.1. Система команд

Следует различать две группы команд: команды ввода-вывода информации и машинные команды.

Первая группа — команды ввода-вывода информации — связана с расчетной схемой и в основном нам знакома (ЗАН(n), ЗАН с, ЧТЕН(n)).

Таблица 3.9

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	Отметка первой строки расчетной схемы (столбцы (1), (2))				
2	ЗАН (2)	a_j	—	Расчетная схема → рег. X	
3	Р.	—	—	Рег. X → стек	1
4	Отметка следующей строки расчетной схемы				
5	УП (следующая строка пустая?) 6, 2				
6	ЗАН 0,3	h	—	h → рег. X	
7	Р2	—	—	Рег. X → рег. 2	2
8	ЗАН 0,2	x_1	h	x_1 → рег. X	
9	Р3	—	—	Рег. X → рег. 3	
10	ЗАН 1	1	x_i	1 → рег. X	
11	Р4	—	—	Рег. X → рег. 4	3
12	Р5	—	—	Рег. X → рег. 5	
13	F6	a_{j-1}	—	Рег. 6 → рег. X	
14	Р.	a_j	—	Стек → рег. X; стек ←	4
15	Р6	—	—	Рег. X → рег. 6	
16	F3	x_i	—	Рег. 3 → рег. X	
17	↑	—	x_i		
18	F5	s_j	—	Рег. 5 → рег. X	
19	×	$s_j \cdot x_i$	—		5
20	↑	—	$s_j \cdot x_i$		
21	F6	a_j	—	Рег. 6 → рег. X	
22	+	s_{j+1}	—		
23	Р5	—	—	Рег. X → рег. 5	
24	F4	j	—	Рег. 4 → рег. X	
25	ЗАН 1	1	j	1 → рег. X	6
26	+	$j+1$	—		
27	Р4	—	—	Рег. X → рег. 4	

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
28	УП (рег. X ⩽ 6) 13, 29				7
29	F6	a_j	—	Рег. 6 → рег. X	
30	P.	—	—	Рег. X → стек	
31	F5	$p(x_i)$	—	Рег. 5 → рег. X	
32	ЧТЕН (5)	—	—	Рег. X. → расчетная схема	
33	Отметка следующей строки расчетной схемы				8
34	F3	x_i	—	Рег. 3 → рег. X	
35	↑	—	x_i	Рег. X → рег. Y	
36	F2	h	—	Рег. 2 → рег. X	
37	+	$x_i + h$	—		
38	P3	—	—	Рег. X → рег. 3	
39	УП (рег. X ⩽ 1,4) 10, 40				9
40	Стоп				

При использовании стековой памяти применяются команды:

$\underset{\longrightarrow}{\text{mЗАН(n)}}$, $\underset{\longleftarrow}{\text{mЗАН(n)}}$ — прочитать в столбце (n) расчетной схемы m чисел и последовательно ввести их в стековую память по часовой (→) или против часовой (←) стрелки;

$\underset{\longrightarrow}{\text{mЧТЕН(n)}}$, $\underset{\longleftarrow}{\text{mЧТЕН(n)}}$ — прочитать по часовой (→) или против часовой (←) стрелки из стековой памяти m чисел и последовательно записать их в столбец (n) расчетной схемы.

Вторая группа — машинные команды (всего 61). Почти все команды имеют цифровой код и связаны с одной либо двумя клавишами. Клавишное изображение и соответствующий цифровой код приведены в табл. 3.10, где прочерк означает, что команда с данным кодом не задействована. Команды передачи управления рассмотрим после знакомства с блок-схемой управления машины.

Клавиша	Количество нажимаемых клавиш: одна		две, первой (F)		две, первой (P)	
	Операция	Код	Операция	Код	Операция	Код
(0)	Занесение цифры 0	04	—	02	—	01
(1)	» » 1	14	Рег. 1 → рег. X	12	Рег. X → рег. 1	11
(2)	» » 2	24	Рег. 2 → рег. X	22	Рег. X → рег. 2	21
(3)	» » 3	34	Рег. 3 → рег. X	32	Рег. X → рег. 3	31
(4)	» » 4	44	Рег. 4 → рег. X	42	Рег. X → рег. 4	41
(5)	» » 5	54	Рег. 5 → рег. X	52	Рег. X → рег. 5	51
(6)	» » 6	64	Рег. 6 → рег. X	62	Рег. X → рег. 6	61
(7)	» » 7	74	Рег. 7 → рег. X	72	Рег. X → рег. 7	71
(8)	» » 8	84	Рег. 8 → рег. X	82	Рег. X → рег. 8	81
(9)	» » 9	94	—	92	—	91
(,)	Запятая	46	Вычисление $1/x$	45	Обращение к стеку по часовой стрелке	43
(/—/)	Перемена знака	56	» x^2	55	Обращение к стеку против часовой стрелки	53
(ВП)	Ввод порядка	66	» $\sqrt{x}$	65	—	63
(+)	Сложение	96	—	95	Вычисление $\sin x$	93
(—)	Вычитание	86	—	85	» $\cos x$	83
(×)	Умножение	26	—	25	Вызов константы π	23
(÷)	Деление	36	—	35	Вычисление e^x	33
(↑)	Рег. X → рег. Y	06	—	05	» e^{ix}	03
(X⇄Y)	Обмен содержимым между рег. X и рег. Y	16	—	15	» $\ln x$	13
(C_x)	Сброс рег. X	76	—	75	—	73
(X^y)	Вычисление x^y	38	—	37	Нет операции	39
(В/0)	Возврат из подпрограммы. Засылка нуля в счетчик команд	48	—	47	Проверка условия $x \geqslant 0$	49
(БП)	Безусловный переход	58	—	57	Проверка условия $x = 0$	59

Продолжение табл. 3.10

Клавиша	Количество нажимаемых клавиш					
	одна		две, первой (F)		две, первой (P)	
	Операция	Код	Операция	Код	Операция	Код
(ПП)	Обращение к подпрограмме. Работа в тактовом режиме	68	—	67	Проверка условия $x < 0$	69
(С/П)	Стоп/пуск	78	—	77	Проверка условия $x \neq 0$	79
($\overrightarrow{\text{ШГ}}$)	Увеличение на единицу счетчика команд	—	—	—	Переход в режим «Работа»	—
($\overleftarrow{\text{ШГ}}$)	Уменьшение на единицу счетчика команд	—	—	—	Переход в режим программирования	—

5.2. Блок-схема устройства управления. Методика ввода программы

Модель Б3-21 имеет устройство для запоминания программ в виде программного стека на 60 ячеек. Четыре ячейки стека (рис. 3.9) выделены, так как связаны

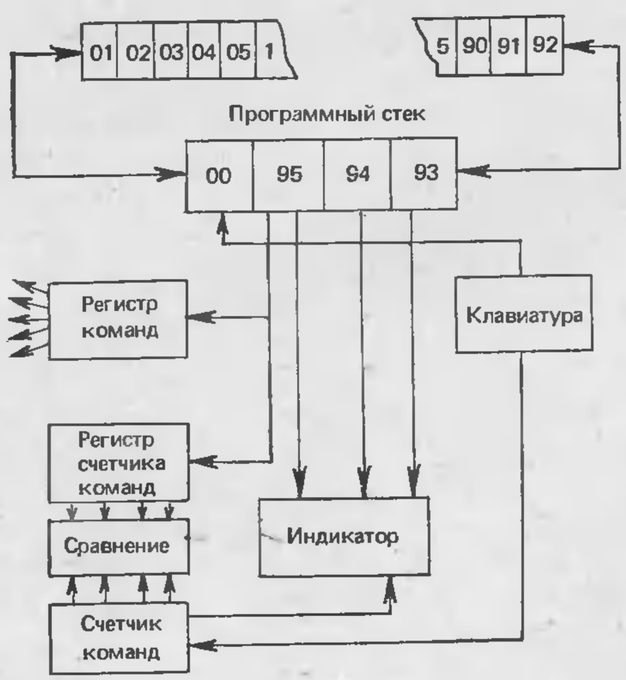

Рис. 3.9

с индикатором и клавиатурой. Остальные 56 ячеек изображены выше, причем на рисунке сделан разрыв. Перемещение информации в программном стеке возможно по часовой и против часовой стрелки. В каждую ячейку стека помещается двузначное десятичное число — цифровой код команды.

Все ячейки стековой памяти пронумерованы и разделены на 10 групп по шесть ячеек памяти. Номер каждой группы указывается старшей десятичной цифрой от 0 до 9, номер ячейки — младшей десятичной цифрой от 0 до 5. Таким образом, последовательность номеров ячеек имеет вид: 00, 01, 02, 03, 04, 05, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 24, 25, . . . , 80, 81, 82, 83, 84, 85, 90, 91, 92, 93, 94, 95.

В машине реализуются: *рабочий режим* (устанавливается автоматически после включения машины или после нажатия клавиш (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$)) и *режим программирования* (вызывается нажатием клавиш (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$)).

В последнем из них в программный стек можно заносить программу, просматривать и исправлять ее. После включения машины и нажатия клавиш (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$) в счетчик команд заносится 00. В разрядах 11 и 12 индикатора загорается 00. Это означает, что первая набранная команда будет занесена в ячейку 00. Заносим первую команду программы (например, +). В нулевую ячейку стека записывается цифровой код команды — 96. После занесения команды содержимое счетчика команд увеличивается на единицу. Содержимое программного стека сдвигается на ячейку против часовой стрелки. В индикаторе в позициях 1, 2 высвечивается 96 (код набранной команды), в позициях 11 и 12 — 01 (номер ячейки, в которую будет занесена следующая команда). После набора второй команды (например, (Р) (+)) содержимое счетчика команд опять увеличивается на единицу, а стек сдвигается против часовой стрелки на ячейку. В индикаторе в позициях 1, 2 высвечивается 93, в позициях 4,5 — 96, в позициях 11,12 — 02. После набора третьей команды (например, (Р) (2)) вид индикатора следующий: 21 93 96 03. После набора четвертой команды код первой команды (96) из индикатора исчезнет, так как высвечивается содержимое ячеек 03, 02, 01. Так, команда за командой в программный стек заносится программа решения задачи.

Если в процессе набора допущена ошибка, то стек можно вернуть нажатием клавиши ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$). В этом случае

содержимое счетчика команд уменьшится на единицу. Нажатием клавиши ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$) стек перемещается против часовой стрелки с увеличением на единицу содержимого счетчика команд. Если, нажимая многократно клавишу передвижения стека, пропустим ячейку 95, то в счетчике команд появится не 00, а —0. Это означает, что произошел переход за последнюю ячейку программного стека. Нажимая клавиши ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$) и ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$), можно просматривать и исправлять программу. Для замены неверной команды нужно добиться того, чтобы в счетчике команд находился ее адрес. Затем следует ввести верную команду. Если команду надо удалить, рекомендуется на ее место ввести команду «Нет операции», нажав клавиши (Р) (X^y). В противном случае оставшуюся часть программы придется набирать заново.

5.3. Работа машины по программе

Для того чтобы с помощью машины автоматически по программе решить задачу, необходимо выполнение следующих этапов:

1) составление программы работы машины;
2) введение в машину программы;
3) переход в рабочий режим, введение значений исходных данных;
4) пуск программы на счет.

Рассмотрим детально методику выполнения пп. 2)—4). Перед вводом программы машину нужно перевести в режим программирования (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$). Программу можно вводить, начиная с любой ячейки памяти. После включения машины в счетчике команд автоматически устанавливается адрес ячейки 00. Если нужно начать ввод с ненулевой ячейки, то в рабочем режиме необходимо нажать клавишу (БП), затем клавиши, соответствующие нужному адресу ячейки, увеличенному на единицу, и перейти в режим программирования. Нажатие клавиши (В/0) в рабочем режиме устанавливает счетчик команд в 00. После ввода и проверки программы необходимо перейти в рабочий режим (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$) и осуществить ввод исходных данных в соответствующие регистры.

Перед пуском задачи на счет необходимо заслать в

счетчик команд адрес ячейки памяти, в которой находится первая команда программы. Если начинаем с адреса 00, то достаточно нажать клавишу (В/0). Если первая команда программы находится в ячейке *n*, то нужно набрать команды (БП) и (n+1). Заслав в счетчик команд нужный адрес, нажатием клавиши (С/П) пускаем задачу на счет. Признак работы машины — мерцание индикатора. Если решение надо прервать, нажимается клавиша (С/П). Повторное нажатие ее позволит продолжить счет задачи. Если машина остановлена, то можно снова перейти в режим программирования, проверить и, если нужно, исправить программу, вернуться в рабочий режим и с нужного места продолжить решение задачи.

Рис. 3.10

Часто полезно отлаживать программу по шагам. Для этого в рабочем режиме вместо клавиши (С/П) нажимают клавишу (П/П). Тогда выполняется только одна команда программы и машина останавливается. Во время остановки, кроме рег. X (индикатор), можно просмотреть содержимое любых регистров числовой памяти. Следует помнить, что в этом случае необходимо перед выполнением следующей команды восстановить содержимое рег. X, если оно было испорчено.

В заключение рассмотрим табл. 3.11, с помощью которой можно легко определить клавишный набор для нужного адреса перехода. В таблице не указаны коды 00, 10, 20 и т. д., так как приведены увеличенные на единицу адреса переходов. Именно поэтому фигурируют адреса 06, 16, . . . , 96.

Пример. Вычислить значение функции

$$y = (\sin^3 x^2 + \operatorname{ctg} x)^{\cos x} / \sqrt{\sin x + \cos x},$$

где $x = 25°17'$.

Напоминаем, что для вычисления тригонометрических функций аргумент должен быть задан в радианах. Блок-схема программы приведена на рис. 3.10, программа — в табл. 3.12, расчетная схема — в табл. 3.13.

Таблица 3.11

Адрес перехода	Клавиша	Адрес перехода	Клавиша	Адрес перехода	Клавиша
01	(P) (0)	33	(P) (÷)	65	(F) (ВП)
02	(F) (0)	34	(3)	66	(ВП)
03	(P) (↑)	35	(F) (÷)	71	(P) (7)
04	(0)	36	(÷)	72	(F) (7)
05	(F) (↑)	41	(P) (4)	73	(P) (C_x)
06	(↑)	42	(F) (4)	74	(7)
11	(P) (1)	43	(P) (,)	75	(F) (C_x)
12	(F) (1)	44	(4)	76	(C_x)
13	(P) ($\overleftarrow{XY}$)	45	(F) (,)	81	(P) (8)
14	(1)	46	(,)	82	(F) (8)
15	(F) ($\overleftarrow{XY}$)	51	(P) (5)	83	(P) (—)
16	($\overleftarrow{XY}$)	52	(F) (5)	84	(8)
21	(P) (2)	53	(P) (/—/)	85	(F) (—)
22	(F) (2)	54	(5)	86	(—)
23	(P) (×)	55	(F) (/—/)	91	(P) (9)
24	(2)	56	(/—/)	92	(F) (9)
25	(F) (×)	61	(P) (6)	93	(P) (+)
26	(×)	62	(F) (6)	94	(9)
31	(P) (3)	63	(P) (ВП)	95	(F) (+)
32	(F) (3)	64	(6)	96	(+)

Порядок работы:

1) включение машины (установление рабочего режима);
2) ввод исходных данных (блок 1);
3) переход в режим программирования (P) ($\overleftarrow{ШГ}$);
4) ввод программы с адреса 00;
5) переход в рабочий режим (P) ($\overrightarrow{ШГ}$);
6) установка счетчика команд в 00 (В/0);
7) пуск задачи на счет (С/П);
8) чтение результата — 1,7129.

Время счета — 15 с.

Таблица 3.12

№ (1)	Команда (2)	Код (3)	Рег. X (4)	Рег. Y (5)	Пересылки (6)	Блок (7)
	ЗАН 180	—	180	—	180 → рег. X	1
	P2	—	—	—	Рег. X → рег. 2	
	ЗАН 60	—	60	—	60 → рег. X	
	P3	—	—	—	Рег. X → рег. 3	
	ЗАН 25	—	25	—	25 → рег. X	
	P4	—	—	—	Рег. X → рег. 4	
	ЗАН 17	—	17	—	17 → рег. X	
	P5	—	—	—	Рег. X → рег. 5	
00	P×	23	π	—	π → рег. X	2
01	↑	06	—	π	Рег. X → рег. Y	
02	F2	22	180	—	Рег. 2 → рег. X	
03	÷	36	π/180	—		
04	↑	06	—	π/180	Рег. X → рег. Y	
05	F4	42	25°	—	Рег. 4 → рег. X	
10	×	26	25° · π/180	—		
11	P4	41	—	—	Рег. X → рег. 4	
12	F3	32	60	—	Рег. 3 → рег. X	
13	÷	36	α=π/(180·60)	—		
14	↑	06	—	α	Рег. X → рег. Y	
15	F5	52	17'	—	Рег. 5 → рег. X	
20	×	26	17' · α	—		
21	↑	06	—	17' · α	Рег. X → рег. Y	
22	F4	42	25° · π/180	—	Рег. 4 → рег. X	
23	+	96	x в рад	—		
24	↑	06	—	x в рад	Рег. X → рег. Y	3
25	P+	93	sin x	—		
30	P2	21	—	—	Рег. X → рег. 2	
31	F1	12	x в рад	—	Рег. Y → рег. X	
32	P—	83	cos x	—		
33	P3	31	—	—	Рег. X → рег. 3	

Продолжение табл. 3.12

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
34	F1	12	x в рад	—	Рег. Y → рег. X	
35	×	26	x^2	—		
40	P+	93	$\sin x^2$	—		
41	↑	06	—	$\sin x^2$	Рег. X → рег. Y	
42	×	26	$\sin^2 x^2$	—		
43	×	26	$\sin^3 x^2$	—		
44	P4	41	—	—	Рег. X → рег. 4	
45	F3	32	$\cos x$	—	Рег. 3 → рег. X	
50	↑	06	—	$\cos x$		
51	F2	22	$\sin x$	—	Рег. 2 → рег. X	
52	+	96	$\sin x + \cos x$	—		
53	FВП	65	$\sqrt{\sin x + \cos x}$	—		
54	P5	51	—	—	Рег. X → рег. 5	4
55	F2	22	$\sin x$	—	Рег. 2 → рег. X	
60	÷	36	$\operatorname{ctg} x$	—		
61	↑	06	—	$\operatorname{ctg} x$	Рег. X → рег. Y	
62	F4	42	$\sin^3 x^2$	—	Рег. 4 → рег. X	
63	+	96	$\sin^3 x^2 + \operatorname{ctg} x$	—		
64	↑	06	—	$\sin^3 x^2 + \operatorname{ctg} x$	Рег. X → рег. Y	
65	F3	32	$\cos x$	—	Рег. 3 → рег. X	
70	$\overleftarrow{XY}$	16	$\sin^3 x^2 + \operatorname{ctg} x$	$\cos x$	Рег. X ⇆ рег. Y	
71	$\overrightarrow{X^y}$	38	Числитель	—		
72	↑	06	—	Числитель	Рег. X → рег. Y	
73	F5	52	Знаменатель	—	Рег. 5 → рег. X	
74	÷	36	y	—		
75	С/П	78	—	—		5
80	ЧТЕН(2)				Рег. X → расчетная схема	6

Таблица 3.13

x	$y = f(x)$
(1)	(2)
25°17′	1,712940

§ 6. ОРГАНИЗАЦИЯ РАЗВЕТВЛЕНИЙ И ЦИКЛОВ В ПРОГРАММАХ

Цикл — повторение одной из частей программы, которое проводится с новыми значениями переменных величин (параметров цикла). Для организации цикла необходимо задать начальные значения параметров, правила их изменения и условие его окончания.

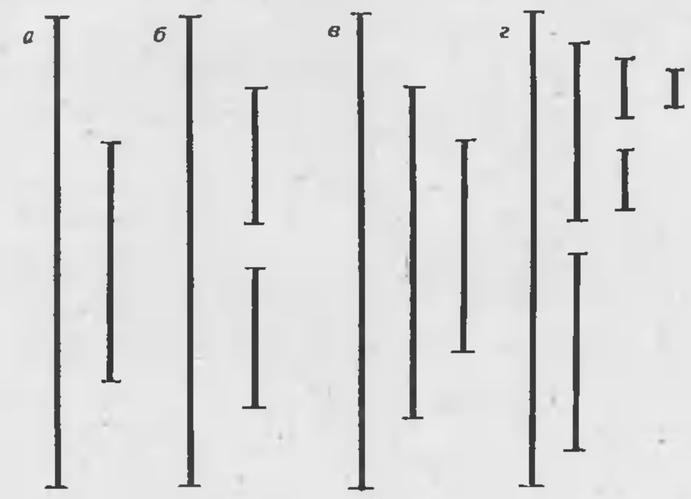

Рис. 3.11

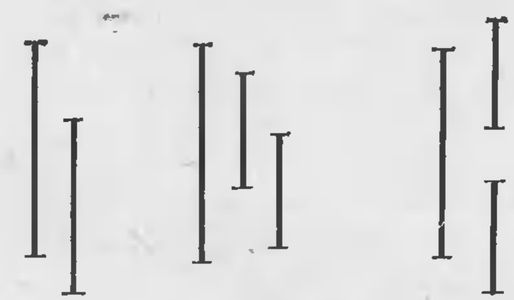

Рис. 3.12

Известны различные способы построения циклических программ. Независимо от способа в структуре цикла можно выделить подготовительную часть, рабочую часть, изменение параметров и проверку на окончание.

Для увеличения скорости циклических программ в рабочую часть цикла следует включать только вычисления, в которых используются его параметры. Внутри цикла может находиться один или несколько внутренних циклов. Примеры правильной и неправильной организации циклов приведены соответственно на рис. 3.11, 3.12.

6.1. Команды безусловного и условного переходов

В списке команд имеются: команда безусловного перехода (БП); команды условного перехода (Р)(В/0), (Р)(С/П), (Р)(БП), (Р)(ПП); команда перехода в под-

программу (ПП). Каждая из команд занимает в программном стеке две ячейки. В первой из них находится собственно команда, во второй — обязательно увеличенный на единицу адрес перехода (адрес команды, которая должна быть выполнена после команды перехода).

После пуска программы (нажатие клавиши С/П) программа в стековой памяти сдвигается на шаг против часовой стрелки. Адрес очередной команды (см. рис. 3.9) поступает в регистр команд, расшифровывается и исполняется. Затем программа в стеке снова сдвигается на шаг и выполняется следующая команда, пока не встретится команда перехода или команда «Стоп» (клавиша (С/П), код 78).

Если среди команд программы имеется команда перехода, то линейная последовательность их выполнения нарушается. Во второй ячейке за командой перехода указан увеличенный на единицу адрес ячейки стека, в которой находится следующая выполняемая команда. Схема реализации безусловного перехода такова. Адрес новой команды поступает в регистр счетчика команд. Если его содержимое меньше, то стек перемещается против часовой стрелки (в счетчик команд при каждом сдвиге добавляется единица) до тех пор, пока содержимое счетчика команд не совпадет с содержимым регистра счетчика команд. Если содержимое счетчика команд больше, то стек сдвигается по часовой стрелке (из счетчика команд при каждом сдвиге вычитается единица) до сравнения с регистром счетчика команд. Таким образом, в рабочее положение подводится нужная команда программы.

Команды условного перехода реализуются иначе. Имеются четыре команды, проверяющие выполнение различных условий: содержимое рег. $X \geqslant 0$ — (Р) (В/0), код 49; содержимое рег. $X \neq 0$ — (Р) (С/П), код 79; содержимое рег. $X = 0$ — (Р) (БП), код 59; содержимое рег. $X < 0$ — (Р) (ПП), код 69.

Если указанное в коде команды условие удовлетворено, то по программе выполняется следующая за адресом перехода команда. В этом случае стек сделает лишний сдвиг, чтобы пропустить адрес перехода. Содержимое счетчика команд увеличится на два. Адрес перехода в регистр счетчика команд не попадает. Если условие, стоящее в коде команды условного перехода, не выполнено, то команда превращается в команду безусловного перехода и выполняется, как описано выше.

Команда перехода к подпрограмме (клавиша (ПП), код 68) реализуется как команда безусловного перехода с той разницей, что после перехода запоминается адрес возврата. Возврат из подпрограммы произойдет к команде, стоящей за адресом перехода. Подпрограмма завершается всегда командой «Возврат из подпрограммы» (клавиша (В/0), код 48). Подпрограмма может располагаться в любом месте программной памяти (обычно — после основной программы). Глубина вложенности подпрограмм равна пяти. При шестидесяти программных шагах эта возможность явно излишняя.

Следует заметить, что команду (ПП) нельзя помещать в стековое запоминающее устройство программ в ячейки 55, 65, 70, 80, 81, 91, 92, так как в этом случае она не выполняется.

6.2. Циклы со счетчиком

Циклы со счетчиком строятся тогда, когда известно число повторений цикла. Для их организации обычно используется команда условного перехода (Р) (БП) ($x=0$, код 59). Один из регистров памяти отводится для счетчика цикла, куда вначале засылается число повторений. Затем описывается рабочая часть и в конце ставится группа команд: (F) (n) — вызов счетчика из рег. n в рег. X; (1) — пересылка счетчика в рег. Y и занесение 1 в рег. X; (—) — из содержимого счетчика вычитается единица; (Р) (n) — содержимое счетчика пересылается в рег. n; (Р) (БП) — если содержимое рег. X равно нулю, то цикл закончен. В противном случае — возврат в начало цикла по следующей команде.

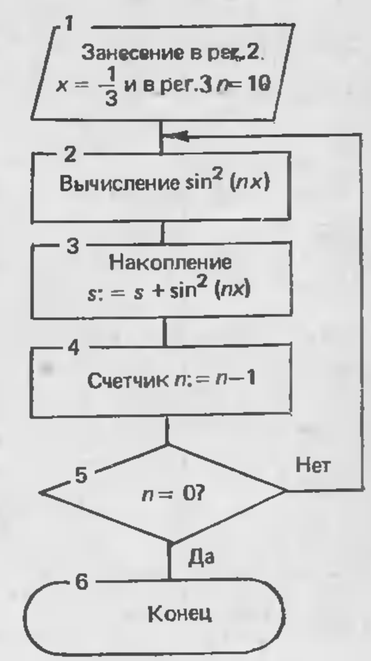

Рис. 3.13

Пример. Вычислить

$$s = \sum_{n=1}^{10} \sin^2(nx),$$

где $x = 1/3$.

Суммирование проведем в обратном порядке: вычислим последний член ряда при $n=10$, затем предпоследний при $n=9$ и т. д. Блок-схема программы приведена на рис. 3.13, программа — в табл. 3.14.

Таблица 3.14

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
00	1	14	1	—	1 → рег. X	1
01	↑	06	—	1	Рег. X → рег. Y	
02	3	34	3	—	3 → рег. X	
03	÷	36	1/3	—		
04	P2	21	—	—	Рег. X → рег. 2	
05	1	14	1	—	1 → рег. X	
10	0	04	10(n)	—	10 → рег. X	
11	P3	31	—	—	Рег. X → рег. 3	
12	↑	06	—	n	Рег. X → рег. Y	2
13	F2	22	x	—	Рег. 2 → рег. X	
14	×	26	$n \cdot x$	—		
15	P+	93	$\sin(n \cdot x)$	—		
20	F/—/	55	$\sin^2(n \cdot x)$	—		
21	↑	06	—	$\sin^2(n \cdot x)$	Рег. X → рег. Y	3
22	F4	42	s	—	Рег. 4 → рег. X	
23	+	96	$s + \sin^2(n \cdot x)$	—		
24	P4	41	—	—	Рег. X → рег. 4	
25	F3	32	n	—	Рег. 3 → рег. X	4
30	1	14	1	n	Рег. X → рег. Y	
31	—	86	$n - 1$	—		
32	P3	31	—	—	Рег. X → рег. 3	
33	РБП	59	Проверка рег. X = 0			5
34	$\overleftarrow{\text{PXY}}$ $\rightarrow$	13	Переход к команде 12			
35	F4	42	—	—	Рег. 4 → рег. X	6
40	С/П	78	—	—		

Порядок работы:

1) включение машины;

2) переход в режим программирования (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$) (в счетчике команд стоит номер 00);

3) ввод программы в запоминающее устройство с команды 00;

4) переход в рабочий режим (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$);

5) установка счетчика команд в 00 (В/0);

6) пуск задачи на счет (С/П);

7) чтение результата — 4,748015.

Время счета — 50 с.

Просчитаем этот ряд при $x = \pi/2$. Здесь вместо первых пяти команд в машину введем команды из табл. 3.15.

Таблица 3.15

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Пересылки
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
00	P×	23	π	—	π → рег. X
01	2	24	2	π	Рег. X → рег. Y 2 → рег. X
02	÷	36	$\pi/2$	—	
03	P2	21	—	—	Рег. X → рег. 2
04	PX^{y}	39	НОП	—	

Порядок работы:

1) установка счетчика команд в 00 (В/0);

2) переход в режим программирования (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$);

3) набор первых пяти команд (пятая команда «Нет операции»);

4) переход в рабочий режим (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$);

5) установка счетчика команд в 00 (В/0);

6) занесение нуля в рег. 4, так как там осталась сумма предыдущего варианта (C_x) (Р) (4);

7) пуск задачи на счет (С/П);

8) чтение результата — 5,000000.

Время счета — 50 с.

В табл. 3.14 команду НОП можно поставить в начале, соответственно сместив остальные команды на ячей-

ку памяти; команду 04 можно было не менять на НОП (см. табл. 3.13), тогда $\pi/2$ дважды будет заслано в рег. 2.

Суммирование в этом примере можно вести и в прямом порядке: вычислить первый член ряда при $n=1$, затем второй при $n=2$ и т. д. Тогда перед входом в цикл надо положить $n=1$ (1→рег. 3). В блоке 4 увеличить n на единицу (см. рис. 3.13), в блоке 5 составить разность $d=10-n$. Пока $d\geqslant 0$, циклы должны повторяться, но как только $d<0$ — (Р) (ПП), осуществляется выход из цикла.

6.3. Циклы с монотонно изменяющейся величиной

Циклы с монотонно изменяющейся величиной организуются, если в программе имеются переменные, по величине которых можно принять решения об окончании цикла. При каждом прохождении цикла такая величина изменяется. Оценивая это новое значение величины, можно определить момент окончания работы цикла.

Пример. Вычислить функцию

$$z=\begin{cases} x^3, & \text{если } y<1, \\ x(x+1), & \text{если } y\geqslant 1, \end{cases}$$

где $y=\sin x+\cos x$, $x=3(2)9$.

Блок-схема программы приведена на рис. 3.14. Здесь цикл повторяется 4 раза при $x=3$, 5, 7, 9. Полученные значения будем засылать в стековую память. После останова машины прочтем содержимое стековой памяти (четыре значения). Программа приведена в табл. 3.16, расчетная схема — в табл. 3.17. Столбец (2) расчетной схемы будем заполнять снизу вверх. Здесь для запоминания результатов мы использовали только четыре стековых регистра, учитывая предупреждение на с. 49. При попытке прочитать пятый результат (Р) (,) получим .0,.....—00.

Проиллюстрируем возможность размещения программы с началом в любой ячейке памяти, например с ячейки 20.

Порядок работы:

1) включение машины;

2) занесение исходных данных (3→рег. 2, 2→рег. 3, 10→рег. 4);

3) занесение в счетчик команд 20 — адреса первой команды (БП) (Р) (2);

4) переход в режим программирования (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$);

5) ввод программы в память машины с ячейки 20;

6) переход в рабочий режим (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$);

7) занесение в счетчик команд 20 — адреса первой команды (БП) (Р) (2);

8) пуск задачи на счет (С/П);

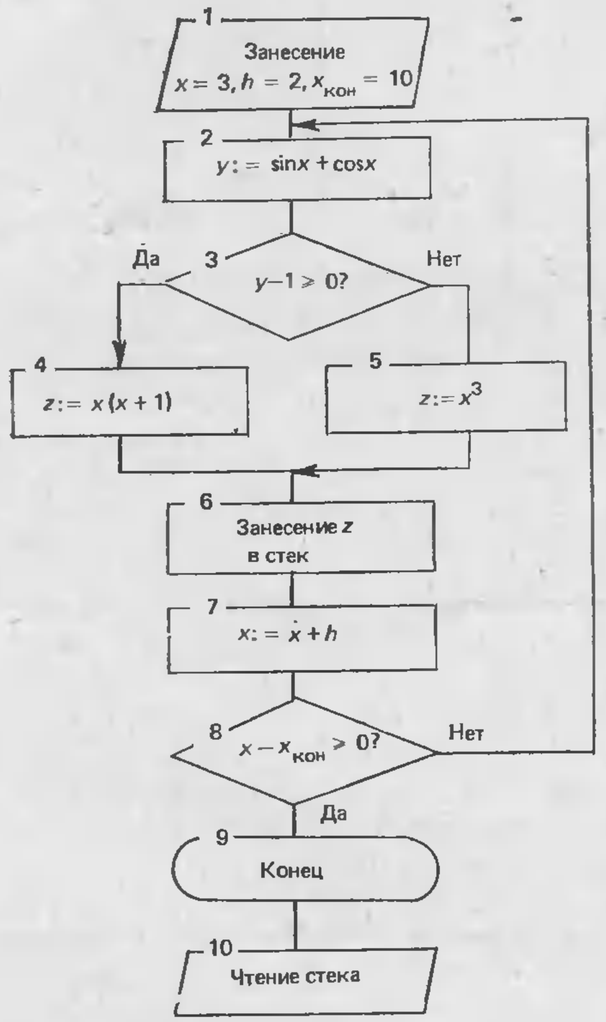

Рис. 3.14

9) чтение из стека результатов, 4 раза нажимая клавиши (Р) (,). Результаты будут считываться в обратном порядке.

Время счета — 35 с.

6.4. Итерационные циклы

Итерационные циклы характеризуются тем, что вычисления выполняются по одним формулам, но при этом результат используется как исходное данное при следую-

Таблица 3.16

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	ЗАН 3	—	3	—	3 → рег. X	1
	P2	—	—	—	Рег. X → рег. 2	
	ЗАН 2	—	2	—	2 → рег. X	
	P3	—	—	—	Рег. X → рег. 3	
	ЗАН 10	—	10	—	10 → рег. X	
	P4	—	—	—	Рег. X → рег. 4	
20	F2	22	x	—	Рег. 2 → рег. X	2
21	↑	06	—	x	Рег. X → рег. Y	
22	P+	93	$\sin x$	—		
23	←XY	16	x	$\sin x$		
24	→P—	83	$\cos x$	—		
25	+	96	y	—		
30	1	14	1	y	Рег. X → рег. Y 1 → рег. X	3
31	—	86	$y-1$	—		
32	PB/0	49	Проверка условия рег. X $\geqslant$ 0?			
33	F.	45	Переход к команде 44			
34	F2	22	x	—	Рег. 2 → рег. X	4
35	1	14	1	x	Рег. X → рег. Y 1 → рег. X	
40	+	96	$x+1$	—		
41	×	26	$z=x(x+1)$	—		
42	БП	58	Безусловный переход к команде 52			
43	P/—/	53				
44	F2	22	x	—	Рег. 2 → рег. X	5
45	↑	06	—	x	Рег. X → рег. Y	
50	×	26	x^2	—		
51	×	26	$z=x^3$	—		

Продолжение табл. 3.16

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Пересылки	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
52	P/—/	53	—	—	Рег. X → стек	6
53	F2	22	x	—	Рег. 2 → рег. X	7
54	↑	06	—	x	Рег. X → рег. Y	
55	F3	32	h	—	Рег. 3 → рег. X	
60	+	96	$x+h$	—		
61	P2	21	—	—	Рег. X → рег. 2	
62	↑	06	—	x	Рег. X → рег. Y	8
63	F4	42	$x_{кон}$	—	Рег. 4 → рег. X	
64	—	86	$x-x_{кон}$	—		
65	PB/0	49	Проверка условия рег. X $\geqslant$ 0?			
70	P2	21	Переход к команде 20			
71	С/П	78				9
	4ЧТЕН(2) ←					10

Таблица 3.17

x	z
(1)	(2)
3	27
5	125
7	56
9	729

Таблица 3.18

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	ЗАН 0,78365	—	0,78365	—	$x \to$ рег. 2	
	Р2	—	—	—		
	ЗАН 0	—	0	—	$n \to$ рег. X	
	Р3	—	—	—	$n \to$ рег. 3	
	ЗАН 1	—	1	—		1
	Р4	—	—	—	$s_0 \to$ рег. 4	
	Р5	—	—	—	$u_0 \to$ рег. 5	
	ЗАН 10^{-6}	—	$1 \cdot 10^{-6}$	—		
	Р6	—	—	—	$1 \cdot 10^{-6} \to$ рег. 6	
00	F3	32	n	—		
01	1	14	1	n		
02	+	96	$n+1$	—		
03	Р3	31	—	—	$n+1 \to$ рег. 3	
04	↑	06	—	$n+1$		
05	F2	22	x	—		2
10	$\overleftarrow{\text{XY}}$	16	$n+1$	x		
11	$\overrightarrow{\div}$	36	$x/(n+1)$	—		
12	↑	06	—	$x/(n+1)$		
13	F5	52	u_n	—		
14	×	26	$u_n \cdot x/(n+1)$	—		
15	Р5	51	—	—	$u_{n+1} \to$ рег. 5	
20	РПП	69	Проверка условия рег. X < 0?		Взятие модуля	
21	2	24	Переход к команде 23			
22	/—/	56	$\lvert u_{n+1} \rvert$	—		
23	↑	06	—	$\lvert u_{n+1} \rvert$		3
24	F6	62	10^{-6}	—		
25	—	86	$\lvert u_{n+1} \rvert - 10^{-6}$	—		
30	РВ/0	49	Проверка условия рег. X ⩾ 0?			
31	4	44	Переход к команде 43			
32	F5	52	u_{n+1}	—		
33	↑	06	—	u_{n+1}		4
34	F4	42	s_n	—		

Продолжение табл. 3.18

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
35	+	96	s_{n+1}	—		
40	Р4	41	—	—	$s_{n+1} \to$ рег. 4	4
41	БП	58	Безусловный переход			
42	Р0	01	к команде 00			
43	F4	42	s_{n+1}	—		5
44	С/П	78	—	—		

щем прохождении цикла. Так, если для некоторых исходных данных x, y, z были применены расчетные формулы и в результате получены x_1, y_1, z_1, то при повторном входе в цикл x_1, y_1, z_1 будут использоваться как исходные данные для расчета x_2, y_2, z_2 и т. д. Окончание работы таких циклов происходит тогда, когда результаты счета при выполнении цикла отличаются от предыдущих не больше чем на некоторую заданную величину.

Пример. Составить программу вычисления e^x при помощи степенного ряда $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \ldots$.

Вычисления прекратить, когда очередной член ряда будет меньше заданной величины 10^{-6}. При составлении программы воспользуемся рекуррентными соотношениями для вычисления частичной суммы ряда и очередного слагаемого: $s_{n+1} = s_n + u_{n+1}$, $u_{n+1} = u_n \cdot x/(n+1)$. Начальные значения $n=0$, $s_0=1$, $u_0=1$. В данном примере e^x будем вычислять при $x=0{,}78365$. Блок-схема программы приведена на рис. 3.15, программа — в табл. 3.18.

Порядок работы:

1) включение машины;
2) занесение исходных данных;
3) переход в режим программирования (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$);
4) ввод программы;
5) переход в рабочий режим (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$);
6) занесение в счетчик команд 00 (В/0);
7) пуск задачи на счет (С/П);

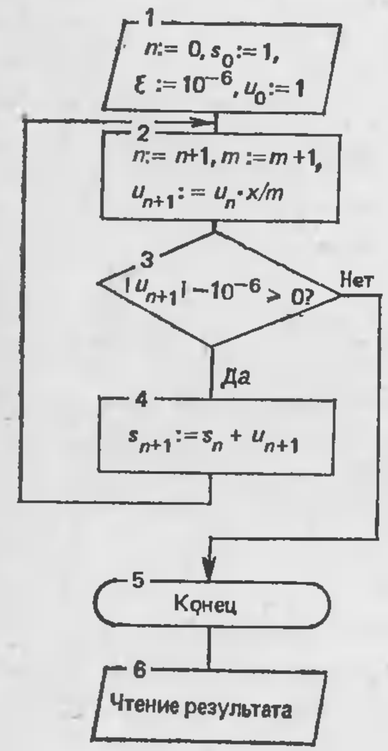

Рис. 3.15

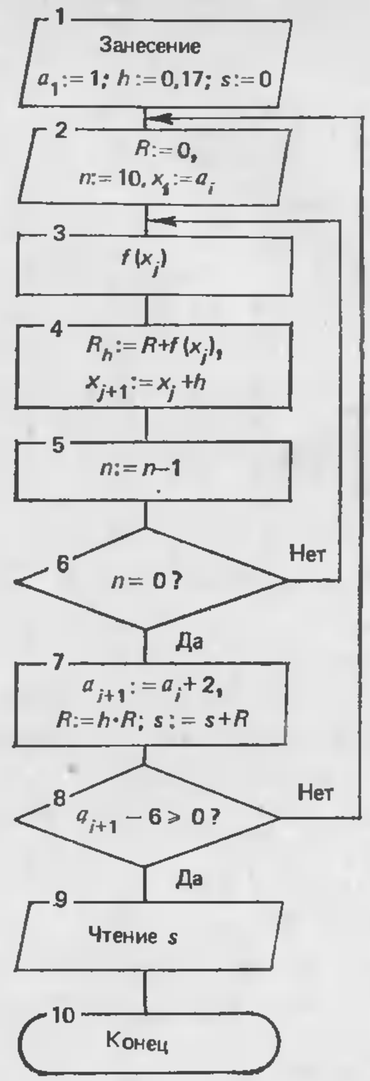

Рис. 3.16

8) чтение результата — 2,189448.

Время счета — 35 с. Число членов ряда содержится в рег. 3 ((F) (3)). Для данного примера $n=9$.

6.5. Двойной цикл

Организацию двойного цикла поясним на примере.

Пример. Вычислить

$$s=\sum_{i=1}^{3}\int_{a_i}^{b_i} e^{-x}dx\,(\sin x^2+x),$$

где $a_i=1(2)5$, $b_i=a_i+1{,}7$.

Интегралы считать при $n=10$ по формуле левых прямоугольников:

$$R=\int_a^b f(x)\,dx\approx h\sum_{j=1}^{n} f(x_j),$$

где $a=x_1$, $h=(b-a)/n$, $b-h=x_n$.

Блок-схема программы приведена на рис. 3.16. В блоке 1 заготавливаются начальные данные для внешнего цикла $a_1=1$, $s=0$ (накопитель для суммы s); в блоке 2 — начальные данные для внутреннего цикла (вычисление интеграла при заданных a_i, b_i). Блоки 6, 7 — соответственно выход из внутреннего и внешнего циклов.

Программа приведена в табл. 3.19, расчетная схема — в табл. 3.20. Время счета — 4 мин 20 с. Порядок работы с машиной обычный.

Таблица 3.19

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	ЗАН 1	—	1	—		
	Р2	—	—	—	$a_1\to$ рег. 2	
	ЗАН 0,17	—	0,17	—		1
	Р6	—	—	—	$h\to$ рег. 6	
	ЗАН 0	—	0	—		
	Р3	—	—	—	$s\to$ рег. 3	
00	1	14	1	—		
01	0	04	10	—	10 → рег. X	
02	Р4	41	—	—	$n\to$ рег. 4	2
03	0	04	0	—		
04	Р5	51	—	—	$I\to$ рег. 5	
05	F2	22	a_i	—		
10	Р7	71	—	—	$x_1=a_i\to$рег.7	
11	F7	72	x_j	—		
12	↑	06	—	x_j		3
13	×	26	x_j^2	—		

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
14	P+	93	$\sin x_j^2$	—		
15	+	96	Знаменатель	—		
20	$\overleftarrow{XY}$	16	x_j	Знаменатель		
21	$\overrightarrow{/-/}$	56	$-x_j$	—		3
22	P÷	33	e^{-x_j}	—		
23	$\overleftarrow{XY}$	16	Знаменатель	Числитель		
24	$\overrightarrow{\div}$	36	$f(x_j)$	—		
25	↑	06	—	$f(x_j)$		
30	F5	52	I	—		
31	+	96	$I+f(x_j)$	—		
32	P5	51	—	—	$I \to$ рег. 5	
33	F7	72	x_j	—		4
34	↑	06	—	x_j		
35	F6	62	h	—		
40	+	96	x_j+h	—		
41	P7	71	—	—	$x_{j+1} \to$ рег. 7	
42	F4	42	n	—		
43	1	14	1	—		5
44	—	86	$n-1$	—		
45	P4	41	—	—	$n-1 \to$ рег. 4	
50	РБП	59	Проверка условия рег. X = 0?			6
51	F1	12	Переход к команде 11			
52	F5	52	I	—		
53	↑	06	—	I		
54	F6	62	h	—		7
55	×	26	$h \times I$	—		
60	↑	06	—	$h \times I$		

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
61	F3	32	s	—		
62	+	96	$s+h \times I$	—		
63	P3	31	—	—	$s \to$ рег. 3	
64	F2	22	a_i	—		7
65	2	24	2	a_i		
70	+	96	a_i+2	—		
71	P2	21	—	—	$a_{i+1} \to$ рег. 2	
72	6	64	6	a_i+2		
73	—	86	$a_{i+1}-6$	—		8
74	РВ/0	49	Проверка условия рег. X ⩾ 0?			
75	P0	01	Переход к команде 00			
80	F3	32	s	—		9
81	С/П	78	—	—		

Таблица 3.20

a	b	s
(1)	(2)	(3)
1	2,7	0,1908778
3	4,7	—
5	6,7	—

§ 7. ПОДПРОГРАММЫ

Если в программе встречаются повторяющиеся одинаковые части, то их рекомендуется выделять в подпрограммы. В качестве подпрограммы может выступать любая программа, удовлетворяющая следующим условиям:

1) подпрограмма может размещаться в любом месте программной памяти;

Таблица 3.21

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	ЗАН —3	—	—3	—		1
	P2	—	—	—		
	ЗАН—2,8	—	—2,8	—		
	P3	—	—	—		
	ЗАН 10^{-4}	—	0,0001	—		
	P4	—	—	—		
00	F2	22	a	—		2
01	ПП	68	—	—		
02	P7	71	Переход к подпрограмме			
03	P5	51	$f(a)$	—		
04	F3	32	b	—		3
05	↑	06	—	b		
10	F2	22	a	—		
11	+	96	$a+b$	—		
12	2	24	2	$a+b$		
13	÷	36	$c=(a+b)/2$	—		
14	P6	61	—	—		
15	ПП	68	—	—		4
20	P7	71	Переход к подпрограмме			
21	↑	06	—	$f(c)$		5
22	F5	52	$f(a)$	—		
23	×	26	$d=f(a)\cdot f(c)$	—		
24	РПП	69	—	—	$d<0$?	6
25	F÷	35	—	—		
30	F6	62	c	—		8
31	P3	31	—	—	$c \to$ рег. 3 ($b=c$)	
32	БП	58	Безусловный переход			
33	F.	45	к команде 44			

Продолжение табл. 3.21

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
34	PC/П	79	—	—	Рег. X $\neq 0$?	7
35	FВП	65	—	—		
40	F6	62	c	—		9
41	P2	21	—	—	$a=c$	
42	F1	12	$f(c)$	—		
43	P5	51	—	—	$f(a)=f(c)$	
44	F3	32	b	—		10
45	↑	06	—	b		
50	F2	22	a	—		
51	—	86	$b-a$	—		
52	РПП	69	—	—	Рег. X <0?	
53	/—/	56	—	—		
54	/—/	56	$\lvert b-a \rvert$	—		
55	↑	06	—	$\lvert b-a \rvert$		
60	F4	42	ε	—		
61	—	86	$\lvert b-a \rvert-\varepsilon$	—		
62	РПП	69	—	—	Рег. X <0?	
63	F↑	05	—	—		
64	F6	62	c	—		11
65	C/П	78	—	—	Стоп	
70	P7	71	x	—	Подпрограмма	2,4
71	P+	93	$\sin x$	—		
72	F/—/	55	$\sin^2 x$	—		
73	↑	06	—	$\sin^2 x$		
74	F7	72	x	—		
75	P÷	33	e^x	—		
80	+	96	$e^x+\sin^2 x$	—		

№	Комаида	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
81	↑	06	—	$e^x+\sin^2 x$		
82	F7	72	x	—		
83	F/—/	55	x^2	—		2,4
84	P—	83	$\cos x^2$	—		
85	+	96	$f(x)$	—		
90	B/0	48	—	—		

2) последней командой подпрограммы является (В/0), код 48 — команда возврата в вызывающую программу;

3) в программной памяти должна находиться вызывающая программа, в которой один или несколько раз встречается команда (ПП), n+1 — переход в подпрограмму, первая команда которой находится в ячейке n.

Пример 1. Методом деления отрезка пополам с точностью до $\varepsilon=10^{-4}$ найти корень λ трансцендентного уравнения $\cos x^2+e^x+\sin^2 x=0$ на отрезке [—3,0; —2,8].

Суть метода изложена в § 6 гл. 1, алгоритм — в § 6 гл. 2; блок-схема приведена на рис. 3.17, программа с подпрограммой — в табл. 3.21. Исходные данные — концы отрезка a и b и задаваемую точность вычислений ε — разместим соответственно в регистрах 2—4. Вычисление значений функции $f(x)$ в точках a и c будем осуществлять по подпрограмме. Первый переход в подпрограмму реализован командами 01, 02. Команда (ПП), код 68 — переход к подпрограмме. В нашем случае аргумент a для подпрограммы находится в рег. X; (Р) (7), код 71 — адрес первой команды подпрограммы, которая размещена в ячейках 70—91. Подпрограмма всегда заканчивается командой (В/0), код 48. После выхода из подпрограммы управление будет передано команде 03, к этому моменту в рег. X находится значение функции $f(a)$.

Второй переход в подпрограмму реализуется командами 15—20. Аргумент c находится в рег. X. После выхода из подпрограммы выполняется команда 21. К этому моменту в рег. Y находится $f(c)$. Команды 52—54 вычисляют $|b-a|$, (Р) (ПП) — переход по условию рег. X<0. Если разность отрицательна, то выполняется команда 54

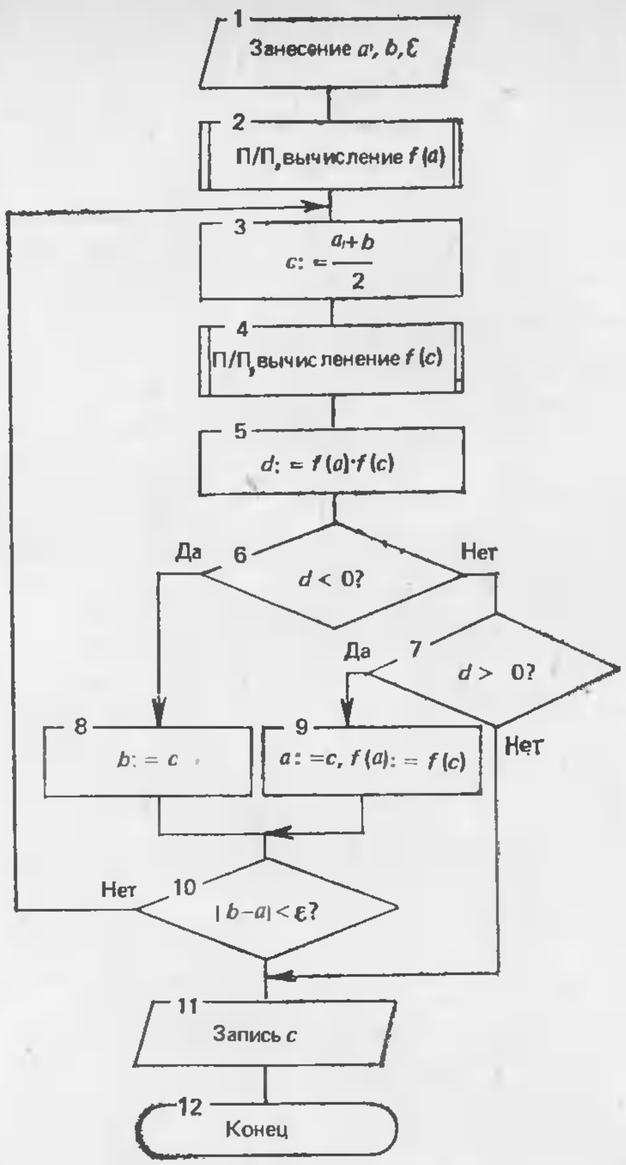

Рис. 3.17

Рис. 3.18

и изменяется знак разности; если положительна, то управление передается команде 55.

В результате счета получаем $\lambda=-2{,}8298$. Время счета — 2 мин 40 с.

Пример 2. Тем же методом на отрезке [0,5; 1,5] с точностью до $\varepsilon=10^{-5}$ найти корень λ трансцендентного уравнения $e^x-\cos x=0$.

Используем программу, составленную для предыдущего примера, изменив блок 1 и подпрограмму.

Порядок работы:

1) занесение в счетчик команд 70 — адреса первой команды подпрограммы (БП) (Р) (7);

2) переход в режим программирования (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$);

3) ввод в программную память новой подпрограммы (табл. 3.22) с ячейки 70;

4) переход в рабочий режим (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$);

5) установка счетчика команд в 00 (В/0);

6) реализация с помощью клавиатуры блока 1 (см. табл. 3.22);

7) пуск задачи на счет (С/П);

8) чтение результата — $\lambda = 1{,}29270$.

Время счета — 2 мин 45 с.

Таблица 3.22

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	ЗАН 0,5	—	0,5	—		1
	Р2	—	—	—		
	ЗАН 1,5	—	1,5	—		
	Р3	—	—	—		
	ЗАН 10^{-5}	—	10^{-5}	—		
	Р4	—	—	—		
70	↑	06	x	x	Подпрограмма	2, 4
71	/—/	56	$-x$	—		
72	Р÷	33	e^{-x}	—		
73	$\overleftarrow{\text{XY}}$	16	x	e^{-x}		
74	$\overrightarrow{\text{Р}}$—	83	$\cos x$	—		
75	—	86	$e^{-x} - \cos x$	—		
80	В/0	48	—	—		

Пример 3. Составить стандартную программу вычисления определенных интегралов методом Чебышева (см. § 5 гл. 1) при $n=6$:

$$\int_a^b f(t)dt \approx \frac{b-a}{6} \sum_{k=1}^{6} f(t_k), \quad t_k = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} x_k$$

(x_k приведены в табл. 1.4).

Подынтегральную функцию $f(t_k)$ опишем в подпрограмме. Коэффициенты x_k занесем в стековую память и

Таблица 3.23

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	6ЗАН(2) $\longrightarrow$	—	—	—	Занесение в стек шести коэффициентов из табл. 1.4	1
	$(b-a)/2$	—	—	—		
	Р2	—	—	—		
	$(b+a)/2$	—	—	—		
	Р3	—	—	—		
	$(b-a)/6$	—	—	—		
	Р8	—	—	—		
00	6	64	6	—	$n = 6 \to$ рег. 4	2
01	Р4	41	—	—		
02	0	04	0	—		
03	Р5	51	—	—		
04	Р·	43	x_k	—	$x_k \to$ рег. 6 на хранение	3
05	Р6	61	—	—		
10	↑	06	—	x_k		
11	F2	22	$(b-a)/2$	—		
12	×	26	$\frac{b-a}{2} \cdot x_k$	—		
13	↑	06	—	$\frac{b-a}{2} \cdot x_k$		
14	F3	32	$(b+a)/2$	—		
15	+	96	t_k	—		
20	ПП	68	Переход к подпрограмме с ячейки 60			4
21	Р6	61				
22	↑	06	—	$f(t_k)$		5
23	F5	52	s	—		
24	+	96	$s + f(t_k)$	—		
25	Р5	51	—	—	$s \to$ рег. 5	

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
30	P/—/	53	—	—	Стек ↰	6
31	F6	62	x_k	—		
32	P,	43	—	—	$x_k \to$ стек ↲	
33	F4	42	n	—		7
34	1	14	1	n		
35	—	86	$n-1$	—		
40	P4	41	—	—	$n \to$ рег. 4	
41	РБП	59	—	—	$x=0$?	8
42	F↑	05	—	—		
43	F8	82	$(b-a)/6$	—		9
44	↑	06	—	$(b-a)/6$		
45	F5	52	s	—		
50	×	26	$(b-a)\cdot s/6$	—		
51	С/П	78	—	—		10

будем стремиться к тому, чтобы после вычисления очередного интеграла содержимое стековой памяти восстанавливалось. Это значит, что при вычислении следующего интеграла необходимо заменить только подпрограмму. Коэффициенты x_k заново заносить не нужно.

Подынтегральная функция не должна содержать функций x^y, $\sin x$, $\cos x$, e^x и e^{ix}. В противном случае стек может быть испорчен (см. предупреждение на с. 49).

Для того чтобы основная программа была более компактна, будем вычислять $(b-a)/2 \to$ рег. 2, $(b+a)/2 \to$ рег. 3, $(b-a)/6 \to$ рег. 8 вне программы. Блок-схема программы изображена на рис. 3.18, программа — в табл. 3.23.

В табл. 3.24 записана подпрограмма вычисления интеграла

$$I = \int_0^1 \ln(1+t)/(1+t^2)\,dt.$$

Для хранения промежуточных результатов имеется только один свободный регистр (рег. 7), поэтому нужны команды 64—71.

Таблица 3.24

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
60	P7	71	—	—	$t_k \to$ рег. 7	4
61	F/—/	55	t_k^2	—		
62	1	14	1	t_k^2		
63	+	96	$1+t_k^2$	—		
64	↑	06	—	$1+t_k^2$		
65	F7	72	t_k	—	Рег. 7 → рег. X	
70	←XY	16	$1+t_k^2$	t_k		
71	→P7	71	—	—	$1+t_k^2 \to$ рег. 7	
72	F1	12	t_k	—		
73	1	14	1	t_k		
74	+	96	$1+t_k$	—		
75	←PXY	13	$\ln(1+t_k)$	—		
80	→↑	06	—	$\ln(1+t_k)$		
81	F7	72	$1+t_k^2$	—		
82	÷	36	$f(t_k)$	—		
83	B/0	48	—	—		

Порядок работы:

1) включение машины;
2) переход в режим программирования (Р) (←ШГ);
3) занесение основной программы в ячейки 00—51;
4) установка в счетчике команд 60, нажимая 4 раза клавишу (→ШГ);

5) занесение подпрограммы, размещение ее в ячейках 60 — . . . ;

6) переход в рабочий режим (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$);

7) занесение в стек по часовой стрелке шести коэффициентов формулы Чебышева (см. табл. 1.4);

8) вычисление и занесение в машину значений $(b-a)/2$, $(b+a)/2$, $(b-a)/6$;

9) пуск задачи на счет (С/П);

10) чтение результата — $I=0{,}27220$.

Время счета — 50 с.

В табл. 3.25 приведена подпрограмма вычисления интеграла

$$I = \int_0^{\pi/3} 1/(16+t^2)\,dt.$$

Таблица 3.25

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
60	F/—/	55	t_k^2	—	
61	1	14	1	t_k^2	
62	6	64	16	—	
63	+	96	$16+t_k^2$	—	4
64	F'	45	$1/(16+t_k^2)=f(t_k)$	—	
65	В/0	48	—	—	

Порядок работы:

1) установка счетчика команд в положение 60 — (БП) (Р) (6) (Р) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$);

2) введение подпрограммы (см. табл. 3.25);

3) перевод машины в рабочий режим (Р) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$);

4) вычисление и занесение $(b-a)/2$, $(b+a)/2$, $(b-a)/6$;

5) установка счетчика команд в 00 (В/0);

6) пуск задачи на счет (С/П);

7) чтение результата — $I=0{,}06401$.

Время счета — 30 с.

§ 8. ЗАДАЧИ, ПРЕВЫШАЮЩИЕ ПРОГРАММНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ МАШИНЫ

Составить программу полностью автоматического решения задачи (без вмешательства программиста) удается далеко не всегда. Объясняется это малой емкостью запоминающего устройства машины (8+6 регистров памяти) и небольшой емкостью запоминающего устройства команд (60 команд). Поэтому при решении многих задач приходится использовать комбинированный метод работы: составляются две программы — по одной работает программист, по другой — машина. В обоих случаях используется общая форма записи программ.

Интерполирование функций. Задана таблица функции $y_i=f(x_i)$ (табл. 3.26, где столбцы (2) и (3) — исходные данные задачи интерполирования). Найдем значения этой функции в точках $x^j=\{0{,}1170;\ 0{,}1934;\ 0{,}2567;\ 0{,}3218;\ 0{,}4825\}$, $j=1, 2, \ldots, 5$.

Таблица 3.26

i	x_i	$\overline{\Delta}^0 y_i=y_i$	$\overline{\Delta}^1 y_i$	$\overline{\Delta}^2 y_i$	$\overline{\Delta}^3 y_i$	$\overline{\Delta}^4 y_i$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
0	0,10	1,19500	1,86557	—0,49308	0,04052	0,07295
1	0,17	1,32559	1,80640	—0,48457	0,06970	
2	0,22	1,41591	1,73856	—0,46157		
3	0,31	1,57238	1,60932			
4	0,50	1,87815				

Решение задачи разобьем на две части: составление таблицы разделенных разностей и нахождение значений функции по интерполяционной формуле (см. § 2 гл. 2).

Расчетная схема составления таблицы разделенных разностей приведена в табл. 3.26. В процессе вычислений должны быть заполнены столбцы (4) — (7). Блок-схема решения задачи показана на рис. 3.19, где m — порядковый номер вычисляемой разности, n — количество разностей при данном m. Инструкция для работы с программой приведена в табл. 3.27. Блок-схема решения задачи интерполирования приведена на рис. 3.20. Блок 5 реализуется машиной по программе (табл. 3.28). Исход-

Рис. 3.19

Рис. 3.20

ные данные решения задачи интерполирования x^j записаны в расчетной схеме (табл. 3.29). Константы (x_i и $\bar{\Delta}^m y_0$), входящие в формулу Ньютона, для удобства переписаны из табл. 3.26 в табл. 3.30. Инструкция для работы с программой приведена в табл. 3.31, блок-схема программы работы машины — на рис. 3.21.

Основную сложность программы работы машины

Таблица 3.27

№	Команда	Код	Рег. X	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	Ввод программы (табл. 3.28), переход в рабочий режим (В/0)				1
2	Отметка столбца (3) расчетной схемы			$m = 1,\ n = 4$	
3	Отметка первой строки расчетной схемы			$i = 0$	2
4	ЗАН $(m+2)_i$	—	$\bar{\Delta}^{m-1} y_i$		3
5	Р2	—	—	Рег. X→рег. 2	
6	ЗАН $(m+2)_{i+1}$	—	$\bar{\Delta}^{m-1} y_{i+1}$		4
7	Р3	—	—	Рег. X → рег. 3	
8	ЗАН $(2)_i$	—	x_i		
9	Р4	—	—	Рег. X → рег. 4	
10	ЗАН $(2)_{i+m}$	—	x_{i+m}		
11	Пуск машины на счет (С/П)				5
12	ЧТЕН $(m+3)_i$				6
13	Отметка следующей строки расчетной схемы			$i := i+1$	7
14	УП (следующая строка пустая?) 15, 6			$(i = n)$	8
15	Отметка следующего столбца расчетной схемы ($m = m+1;\ n = n-1$)				9
16	УП (следующий столбец пустой?) 17, 3			$(m > 7)$	10
17	Стоп				

(табл. 3.32) представляют те части, которые организуют циркуляцию величин, введенных из табл. 3.30 (x_i и $\bar{\Delta}^m y_0$). Введенные значения x_i располагаются в регистрах 2—5. При каждом прохождении внутреннего цикла текущие значения x_i выбираются из рег. 2. Циркуляция данных реализуется командами 34—51 для того, чтобы текущее значение x_i всегда оказывалось в нужный момент в рег. 2.

Таблица 3.28

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
00	↑	06	—	x_{i+m}		
01	F4	42	x_i	—		
02	—	86	$x_{i+m} - x_i$	—		
03	P5	51	—	—		
04	F3	32	$\overline{\Delta}^{m-1} y_{i+1}$	—		
05	↑	06	—	$\overline{\Delta}^{m-1} y_{i+1}$		
10	F2	22	$\overline{\Delta}^{m-1} y_i$	—		
11	—	86	$\overline{\Delta}^{m-1} y_{i+1} - \overline{\Delta}^{m-1} y_i$	—		
12	$\overleftarrow{\text{XY}}$ $\overrightarrow{}$	16	$\overline{\Delta}^{m-1} y_{i+1}$	$\overline{\Delta}^{m-1} y_{i+1} - \overline{\Delta}^{m-1} y_i$		5
13	P2	21	—	—		
14	F5	52	$x_{i+m} - x_i$	—		
15	÷	36	$\overline{\Delta}^m y_i$	—		
20	С/П	78	—	—	Стоп, пуск	
21	БП	58	—	—	Переход к команде 00	
22	P0	01	—	—		

Таблица 3.29

j	$x^{(j)}$	$y^{(j)}$
(1)	(2)	(3)
1	0,1170	1,22716
2	0,1934	1,36816
3	0,2567	1,48065
4	0,3218	1,59232
5	0,4825	1,85131

Таблица 3.30

i	x_i	$\overline{\Delta}^m y_0$
(1)	(2)	(3)
0	0,10	1,19500
1	0,17	1,86557
2	0,22	—0,49308
3	0,31	0,04052
4	—	0,07295

Таблица 3.31

№	Команда	Код	Рег. X	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	Ввод программы (табл. 3.32), переход в рабочий режим (В/0)				1
2	5 ЗАН (3) $\overrightarrow{}$	—	$\overline{\Delta}^m y_0$	Рег. X → стек. $\overrightarrow{}$	
3	ЗАН $(2)_0$	—	x_0		
4	P5	—	—		
5	ЗАН $(2)_1$	—	x_1		
6	P4	—	—		2
7	ЗАН $(2)_2$	—	x_2		
8	P3	—	—		
9	ЗАН $(2)_3$	—	x_3		
10	P2	—	—		
11	Отметка первой строки расчетной схемы				3
12	ЗАН (2)	—	$x^{(j)}$		4
13	P8	—			
14	Пуск машины на счет (С/П)				5
15	ЧТЕН (3)	—	—	Рег. X → расчетная схема	6
16	Отметка следующей строки расчетной схемы				7
17	УП (следующая строка пустая?) 18, 12				8
18	Стоп				

Очередное значение $\overline{\Delta}^m y_0$ выбирается из стековой памяти. Для того чтобы после выхода из внутреннего цикла все значения оказались в исходном положении, в программу пришлось ввести команды 10—14 и 64—72. Команды 35 и 50 осуществляют временное хранение значения x_{i-1} в стековой памяти из-за ограниченности обычного запоминающего устройства.

Таблица 3.32

№	Ко-манда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
00	C_x	76	0	—	$0 \to$ рег. X	5.2
01	P6	61	—	—	$s \to$ рег. 6	
02	4	44	4	—	$4 \to$ рег. X	
03	P7	71	—	—	$m \to$ рег. 7	
04	P/—/	53	$\overline{\Delta}^m y_0$	—	Стек → рег. X ←	5.3
05	↑	06	—	$\overline{\Delta}^m y_0$		
10	P,	43	—	—	Стек → рег. X →	
11	P,	43	—	—	Стек → рег. X →	
12	F1	12	$\overline{\Delta}^m y_0$	—		
13	P/—/	53	—	—	Стек → рег. X ←	
14	P/—/	53	—	—	Стек → рег. X ←	
15	F6	62	s	—		
20	+	96	$s + \overline{\Delta}^m y_0$	—		
21	P6	61	—	—		
22	F8	82	$x^{(j)}$	—		
23	↑	06	—	$x^{(j)}$		
24	F2	22	x_{m-1}	—		
25	—	86	$x^{(j)} - x_{m-1}$	—		
30	↑	06	—	$x^{(j)} - x_{m-1}$		
31	F6	62	$s + \overline{\Delta}^m y_0$	—		
32	×	26	s	—		
33	P6	61	—	—		
34	F2	22	x_{m-1}	—	Стек → рег. X →	5.4
35	P,	43	—	—		
40	F3	32	x_{m-2}	—		
41	P2	21	—	—		
42	F4	42	x_{m-3}	—		
43	P3	31	—	—		

Продолжение табл. 3.32

№	Ко-манда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
44	F5	52	x_{m-4}	—		5.4
45	P4	41	—	—		
50	P/—/	53	x_{m-1}	—	Стек → рег. X ←	
51	P5	51	—	—		
52	F7	72	m	—		
53	1	14	1	m		
54	—	86	$m-1$	—		
55	P7	71	—	—		
60	РБП	59	УП (рег. X = 0?) 62, 4			5.5
61	F↑	05	—	—		
62	P/—/	53	y_0	—	Стек → рег. X ←	5.6
63	↑	06	—	y_0		
64	P,	43	—	—	Стек → рег. X →	
65	P,	43	—	—	Стек → рег. X →	
70	F1	12	—	—		
71	P/—/	53	—	—	Стек → рег. X ←	
72	P/—/	53	—	—	Стек → рег. X ←	
73	F6	62	s	—		
74	+	96	$y^{(j)}$	—		
75	С/П	78	—	—		5.7
80	БП	58	Безусловный переход к команде 00			5.8
81	P0	01				

Нахождение первой производной функции, заданной таблично. Используя табл. 3.26, вычислим значения производных в точках $x = \{0{,}12;\ 0{,}17;\ 0{,}20;\ 0{,}22;\ 0{,}28;\ 0{,}31;\ 0{,}45;\ 0{,}50\}$.

Вычисления будем вести по формуле (1.21). Алгоритм и блок-схема программы приведены в § 2, 3 гл. 2, расчетная схема — в табл. 3.33 (столбец (1) заполняется вначале, столбец (2) — по ходу работы). В табл. 3.34 перенесены необходимые данные из табл. 3.26. Как и в предыдущем случае, запишем инструкцию для работы с программой (табл. 3.35) и программу работы машины (табл. 3.36).

Метод наименьших квадратов. В табл. 3.37 приведены результаты измерения функции $y_i=f(x_i)$. Функциональную зависимость будем искать в виде линейной функции $y-\bar{y}=a(x-\bar{x})$ по формуле (1.8). Алгоритм рассматриваемого метода изложен в § 2 гл. 2. Однако, чтобы алгоритм реализовать на машине автоматически, его необходимо перестроить. В противном случае не хватит емкости запоминающего устройства команд. Поэтому формулы метода наименьших квадратов перепишем в виде

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^{n} x_i/n,\quad \bar{y}=\sum_{i=1}^{n} y_i/n,\quad ah=\sum_{i=1}^{n} H\cdot y_i(i-m).$$

Если вычисления $m=(n+1)/2$ и $H=12/(n(n^2-1))$ выполнять отдельно, алгоритм переделывать не нужно. В этом случае еще до ввода программы вычисляют отдельно значения m и H.

Итак, в новом алгоритме изменятся шаги 4, 7, 8.

Шаг 4. Выполнить операции присваивания $s:=s+y_i(i-m)/n$, $x:=x+x_i/n$, $y:=y+y_i/n$.

Таблица 3.33

x	y'
(1)	(2)
0,12	1,88044
0,17	1,83091
0,20	1,80149
0,22	1,78199
0,28	1,72408
0,31	1,69546
0,45	1,56477
0,50	1,51925

Таблица 3.34

m	x_{m-1}	$\bar{\Delta}^m y_0$
(1)	(2)	(3)
1	0,10	1,86557
2	0,17	—0,49308
3	0,22	0,04052

Таблица 3.35

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	Ввод программы (табл. 3.36), переход в рабочий режим (В/0)					
2	ЗАН $(2)_1$	—	x_0	—		
3	Р2	—	—	—	$x_0 \to$ рег. 2	
4	ЗАН $(2)_2$	—	x_1	—		
5	Р3	—	—	—	$x_1 \to$ рег. 3	
6	ЗАН $(2)_3$	—	x_2	—		
7	Р4	—	—	—	$x_2 \to$ рег. 4	
8	ЗАН $(3)_1$	—	$\bar{\Delta} y_0$	—		
9	Р,	—	—	—	$\bar{\Delta} y_0 \to$ стек	
10	ЗАН 0	—	0	—		
11	Р,	—	—	—	$0 \to$ стек	
12	ЗАН $(3)_2$	—	$\bar{\Delta}^2 y_0$	—		
13	Р,	—	—	—	$\bar{\Delta}^2 y_0 \to$ стек	
14	ЗАН 0	—	0	—		
15	Р,	—	—	—	$0 \to$ стек	
16	ЗАН $(3)_3$	—	$\bar{\Delta}^3 y_0$	—		
17	Р,	—	—	—	$\bar{\Delta}^3 y_0 \to$ стек	
18	ЗАН 0	—	0	—		
19	Р,	—	—	—	$0 \to$ стек	
20	Отметка первой строки расчетной схемы					1
21	ЗАН (1)	—	x	—		2
22	Пуск машины на счет (С/П)					3—5
23	ЧТЕН (2)	—	—	—		6
24	Отметка следующей строки расчетной схемы					7
25	УП (следующая строка пустая?) 26, 21					8
26	Стоп					9

Таблица 3.36

№	Ко-манда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечание	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
00	↑	06	—	x		
01	F2	22	x_0	—		
02	—	86	a_0	—		
03	P5	51	—	—	$a_0 \to$ рег. 5	
04	F3	32	x_1	—		3
05	—	86	a_1	—		
10	P6	61	—	—	$a_1 \to$ рег. 6	
11	F4	42	x_2	—		
12	—	86	a_2	—		
13	↑	06	—	a_2		
14	F5	52	a_0	—		
15	×	26	$a_0 \cdot a_2$	—		
20	P7	71	—	—		
21	F6	62	a_1	—		
22	×	26	$a_1 \cdot a_2$	—		
23	↑	06	—	$a_1 \cdot a_2$		
24	F7	72	$a_0 \cdot a_2$	—		
25	+	96	$a_0 \cdot a_2 + a_1 \cdot a_2$	—		
30	P7	71	—	—		
31	F5	52	a_0	—		
32	↑	06	—	a_0		4—5
33	F6	62	a_1	—		
34	+	96	$a_0 + a_1$	—		
35	P8	81	—	—		
40	F6	62	a_1	—		
41	×	26	$a_0 \cdot a_1$	—		
42	↑	06	—	$a_0 \cdot a_1$		
43	F7	72	$a_0 \cdot a_2 + a_1 \cdot a_2$	—		
44	+	96	$\Sigma a_i \cdot a_j$	—		
45	P7	71	—	—		
50	P,	43	$\bar{\Delta} y_0$	—	Стек → рег. X	

Продолжение табл. 3.36

№	Ко-манда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
51	P5	51	—	—		
52	P,	43	0	—	Стек → рег. X	
53	P,	43	$\bar{\Delta}^2 y_0$	—	Стек → рег. X	
54	↑	06	—	$\bar{\Delta}^2 y_0$		
55	P,	43	0	—	Стек → рег. X	
60	F8	82	$a_0 + a_1$	—		
61	×	26	$R1$	—		
62	↑	06	—	$R1$		
63	F5	52	$\bar{\Delta} y_0$	—		
64	+	96	$\bar{\Delta} y_0 + R1$	—		
65	P5	51	—	—		
70	P,	43	$\bar{\Delta}^3 y_0$	—	Стек → рег. X	4—5
71	↑	06	—	$\bar{\Delta}^3 y_0$		
72	P,	43	0	—	Стек → рег. X	
73	P,	43	—	—		
74	F7	72	$\Sigma a_i a_j$	—		
75	×	26	$R2$	—		
80	↑	06	—	$R2$		
81	F5	52	$\bar{\Delta} y_0 + R1$	—		
82	+	96	y'	—		
83	С/П	78	—	—		
84	БП	58	Безусловный переход			
85	P0	01	к команде 00			

Шаг 7. Исключается.

Шаг 8. Превращается в шаг 7.

Блок-схема программы приведена на рис. 3.22, инструкция для работы с программой — в табл. 3.38, программа работы машины — в табл. 3.39. Следует отметить, что блоки 5 и 6, реализованные в программе работы машины,

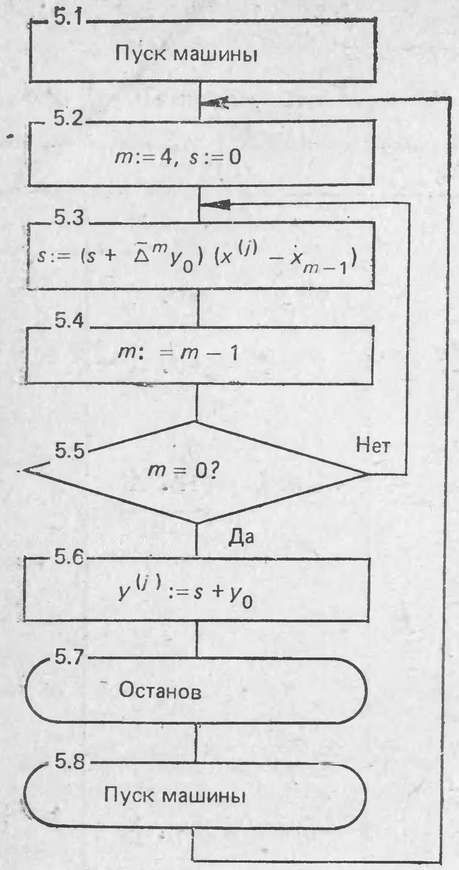

Рис. 3.21

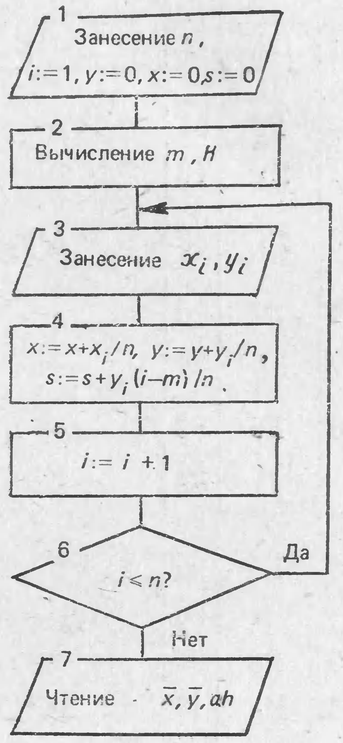

Рис. 3.22

Таблица 3.37

i	x_i	y_i	i	x_i	y_i
(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
1	2,1	2,041	9	2,9	2,430
2	2,2	2,121	10	3,0	2,521
3	2,3	2,140	11	3,1	2,534
4	2,4	2,173	12	3,2	2,619
5	2,5	2,266	13	3,3	2,652
6	2,6	2,325	14	3,4	2,679
7	2,7	2,332	15	3,5	2,773
8	2,8	2,413			

Таблица 3.38

№	Команда	Код	Рег. X	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	Ввод программы (табл. 3.39), (Р) (ШГ), (В/0)				
2	ЗАН n	—	n		1
3	Р7	—	—	$n \to$ рег. 7	
4	Пуск машины на счет (С/П)				2
5	Отметка первой строки расчетной схемы				3
6	ЗАН (2)	—	x_i		
7	Р,	—	—	$x_i \to$ стек	
8	ЗАН (3)	—	y_i		
9	Пуск машины на счет (С/П)				4
10	Отметка следующей строки расчетной схемы				5
11	УП (следующая строка пустая?) 12, 6				6
12	F2	—	$\bar{x}$		7
13	ЧТЕН x̄	—	—		
14	F3	—	$\bar{y}$		
15	ЧТЕН ȳ	—	—		
16	F4	—	ah		
17	ЧТЕН ah	—	—		

требуют участия программиста по занесению исходных данных из табл. 3.37. Результаты счета приведенного примера: $n=15$, $m=8$, $H=0{,}00357$, $\bar{x}=2{,}8$, $\bar{y}=2{,}40127$, $ah=0{,}05039$.

§ 9. МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРЫ ЭЛЕКТРОНИКА МК-46, ЭЛЕКТРОНИКА МК-64

Микрокалькуляторы ЭЛЕКТРОНИКА МК-46 (рис. 3.23), ЭЛЕКТРОНИКА МК-64 — модификации модели ЭЛЕКТРОНИКА Б3-21 в настольном исполнении.

Таблица 3.39

№	Ко-манда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
00	1	14	1	n	1 → рег. X	
01	P5	51	—	—	i → рег. 5	
02	+	96	$n+1$	—		
03	2	24	2	$n+1$	2 → рег. X	
04	÷	36	m	—		
05	P6	61	—	—	m → рег. 6	
10	F7	72	n	—	n → рег. X	
11	F/—/	55	n^2	—		
12	1	14	1	n^2	1 → рег. X	
13	—	86	n^2-1	—		2
14	↑	06	—	n^2-1		
15	F7	72	n	—	n → рег. X	
20	×	26	$n(n^2-1)$	—		
21	1	14	1	$n(n^2-1)$	1 → рег. X	
22	2	24	12	—	12 → рег. X	
23	$\overleftarrow{XY}$	16	$n(n^2-1)$	12		
24	$\overrightarrow{\div}$	36	H	—		
25	P8	81	—	—	H → рег. 8	
30	С/П	78	—	—		
31	↑	06	—	y_i		
32	P,	43	—	—	y_i → стек	3
33	F7	72	n	—	$\longrightarrow$ n → рег. X	
34	÷	36	y_i/n	—		
35	↑	06	—	y_i/n		
40	F3	32	y	—	y→рег. X	
41	+	96	$y+y_i/n$	—		
42	P3	31	—	—	y→рег. 3	4
43	F5	52	i	—	i→рег. X	
44	1	14	1	i	1→рег. X	
45	F6	62	m	—	m→рег. X	

Продолжение табл. 3.39

№	Ко-манда	Код	Рег. X	Рег. Y	Примечания	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
50	—	86	$i-m$	—		
51	↑	06	—	$i-m$		
52	P/—/	53	y_i	—	Стек→рег. X	
53	×	26	$y_i(i-m)$	—		
54	↑	06	—	$y_i(i-m)$		
55	F8	82	H	—	H→рег. X	
60	×	26	$H\cdot y_i(i-m)$	—		
61	↑	06	—	$H\cdot y_i(i-m)$		
62	F4	42	s	—	s→рег. X	
63	+	96	$s+H\cdot y_i(i-m)$	—		4
64	P4	41	—	—	s→рег. 4	
65	P/—/	53	x_i	—	x_i→рег. X	
70	↑	06	—	x_i		
71	F7	72	n	—	n→рег. X	
72	÷	36	x_i/n	—		
73	↑	06	—	x_i/n		
74	F2	22	x	—	x→рег. X	
75	+	96	$x+x_i/n$	—		
80	P2	21	—	—	x→рег. 2	
81	F5	52	i	—	i→рег. X	
82	1	14	1	i	1→рег. X	5
83	+	96	$i+1$	—		
84	P5	51	—	—	i→рег. 5	
85	↑	06	—	$i+1$		
90	F7	72	n	—	n→рег. X	
91	$\overleftarrow{XY}$	16	$i+1$	n		
92	$\overrightarrow{—}$	86	$n-(i+1)$	—		6
93	РПП	69	—	—	(рег. X<0?)	
94	P3	31	—	—	Переход к команде 30	
95	С/П	78	—	—		

К этим моделям можно одновременно подключать до семи внешних устройств, передающих цифровую информацию в машину. Каждое передаваемое число содержит не более трех десятичных разрядов (в коде 8 4 2 1). Имеется возможность сравнения цифровой информации с введенными границами допустимого диапазона. Кроме

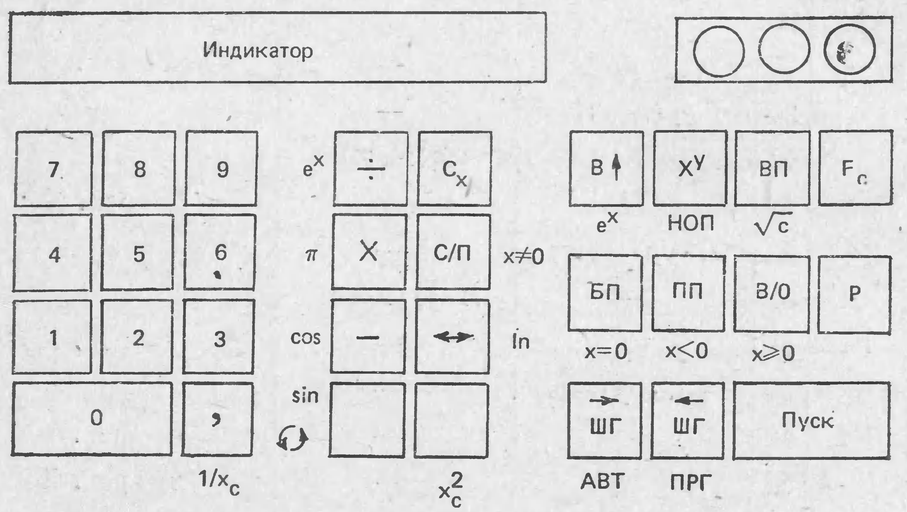

Рис. 3.23

того, принятая информация может обрабатываться по программе, введенной в программную память машины. В модели МК-64 имеется аналого-цифровой преобразователь.

Прием информации от подключенных внешних устройств может вестись в заданной последовательности в синхронном и асинхронном режимах. Предусмотрена также возможность вывода полноразрядной информации с плавающей запятой на печатающее устройство.

Отличия моделей МК-46, МК-64 от Б3-21: в регистровой памяти можно использовать рег. 9 (рег. X→рег. 9 (P) (9) и рег. 9→рег. X (F) (9)); обращение к стековой памяти можно осуществлять только против часовой стрелки. Программы решения задач, составленные для модели Б3-21, могут использоваться с учетом замечания о стеке для моделей МК-46 и МК-64.

Глава 4

МЕТОДЫ РАБОТЫ НА МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ ЭЛЕКТРОНИКА Б3-34, ЭЛЕКТРОНИКА МК-56, ЭЛЕКТРОНИКА МК-54

§ 1. БЛОК ПИТАНИЯ И ИНДИКАТОР

Рассматриваемые микрокалькуляторы имеют одинаковую систему команд. Модель Б3-34 незначительно отличается от остальных обозначением клавиш. Модели Б3-34 и МК-54 могут работать от сети переменного тока или с использованием аккумуляторов Д-0,55С (Б3-34) и элементов А-316 «Квант» (МК-54). Модель МК-56 — настольный вариант, всегда работает только от сети переменного тока.

При описании системы команд и методов работы используются обозначения клавиш моделей МК-56 и МК-54.

Индикатор всех моделей изображен на рис. 3.1.

§ 2. ДИАПАЗОН ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧИСЕЛ

Числа на индикаторе в диапазоне от 1 до $10^8-1=$ $=99999999$ изображаются в *естественной форме* в первых девяти позициях. В позиции 1 высвечивается «—», в позициях 2—9 — мантисса числа, а запятая — между позициями. Здесь и далее при записи чисел ставятся точки, если в позиции индикатора знак или цифра не высвечиваются.

Примеры:

1	.1, ... ;
—2,75	—2,75. . . . . ;
597536,24	.597536,24. . . ;
—99999999	—99999999, ...

Числа в диапазонах от 10^{-99} до 1 и от 10^8-1 до $9{,}9999999\cdot10^{99}$ изображаются *в форме с плавающей запятой*. В этом случае дополнительно используются позиции 10—12 индикатора для записи величины порядка со знаком. При изображении числа с плавающей запятой мантисса числа нормализована, запятая всегда высвечивается между второй и третьей позициями, а во второй — раз-

мещается, как правило, цифра, отличная от нуля. В машину можно вводить числа с плавающей запятой и с ненормализованной мантиссой. При первой же передаче введенного числа из рег. X в другие регистры или при выполнении какой-либо операции введенное число автоматически нормализуется.

Примеры:

0,8756642	.8,756642. —01;
$9{,}8657681 \cdot 10^{-1}$	.9,8657681—01;
$-0{,}5684752 \cdot 10^{-19}$	—5,684752. —20;
$-7{,}8006736 \cdot 10^{-32}$	—7,8006736 —32;
$2 \cdot 10^{-99}$	.2, ... —99;
$0{,}2 \cdot 10^{-99}$	.0, ...;
$9{,}9999999 \cdot 10^{99}$	.9,9999999. 99;
$10 \cdot 10^{99}$	.ЕГГОГ..... .

Результаты, оказавшиеся меньше $1 \cdot 10^{-99}$, машина автоматически превращает в нуль, а результаты, превышающие $1 \cdot 10^{99}$, вызывают сигнал переполнения .ЕГГОГ..... .

Ввод числа в естественной форме осуществляется последовательным нажатием цифровых клавиш (0) (1) ... (9). В соответствующий момент нажимается клавиша (,). Если вводится отрицательное число, то знак «—» (клавиша (/—/)) набирается последним.

При вводе числа с плавающей запятой после набора мантиссы числа со знаком «—» или без знака нажимается клавиша (ВП) — ввод порядка. В позициях 11, 12 высвечивается 00. Затем, нажимая цифровые клавиши, вводим в них значение порядка. Цифры порядка при вводе перемещаются справа налево. Набираемая цифра заносится в позицию 12, стоящая там переносится в позицию 11, цифра, которая находится в позиции 11, пропадает. Знак порядка (позиция 10) вводится нажатием клавиши (/—/) в любой момент набора порядка. Повторное нажатие клавиши (/—/) меняет знак на обратный.

§ 3. БЛОК-СХЕМА МАШИНЫ И ПУТИ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Блок-схема машины и возможные пути передачи информации приведены на рис. 4.1. Расположение клавиш на внешних панелях моделей МК-56 и Б3-34 показано соответственно на рис. 4.2 и 4.3.

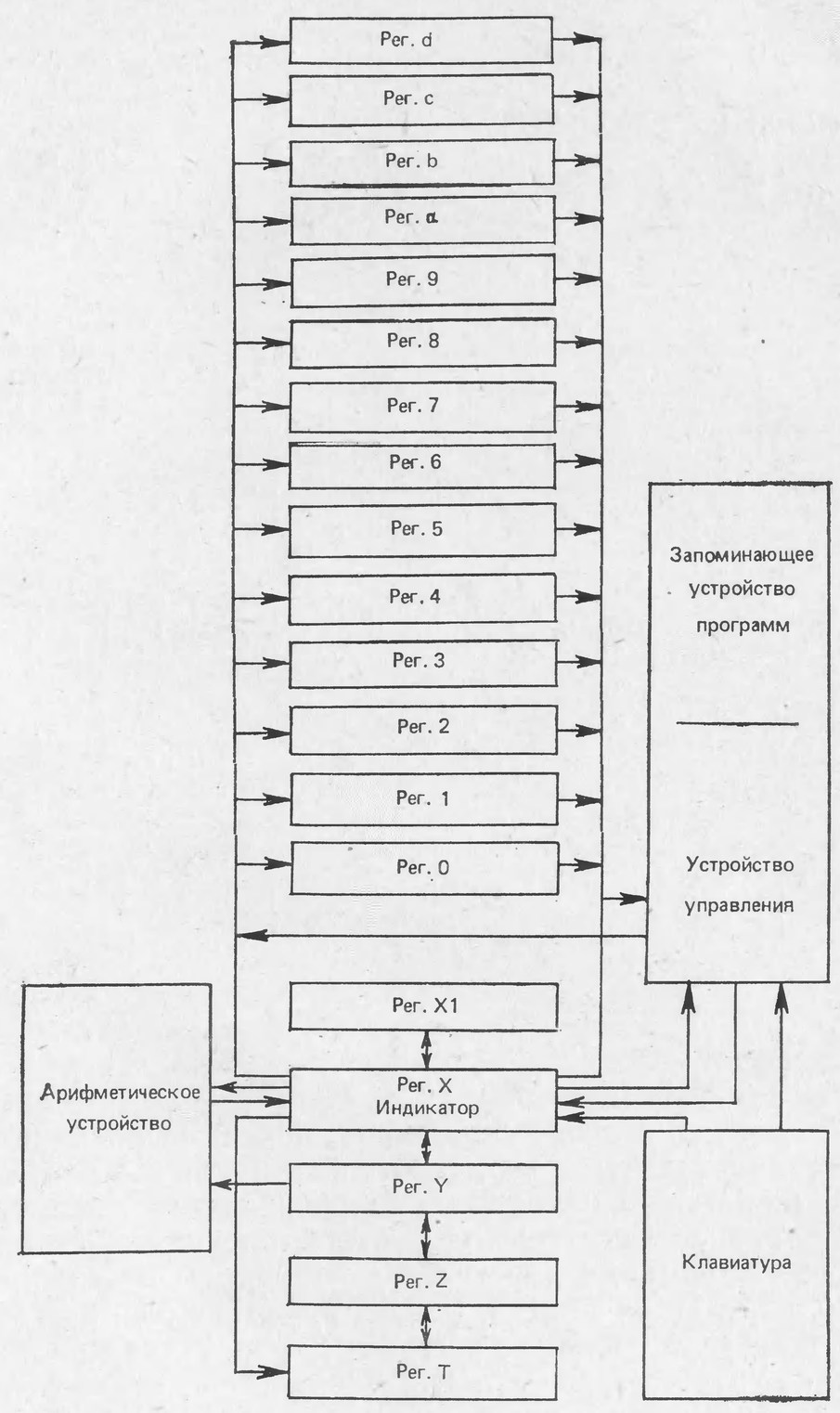

Рис. 4.1

Несовпадающие обозначения клавиш:

МК-56	Б3-34	МК-56	Б3-34
(X→П)	(П)	$\sin^{-1}$ (4)	arcsin (4)
(П→X)	(ИП)	$\cos^{-1}$ (5)	arccos (5)
(В↑)	(↑)	tg^{-1} (6)	arctg (6)
(↔)	(X⇄Y)		

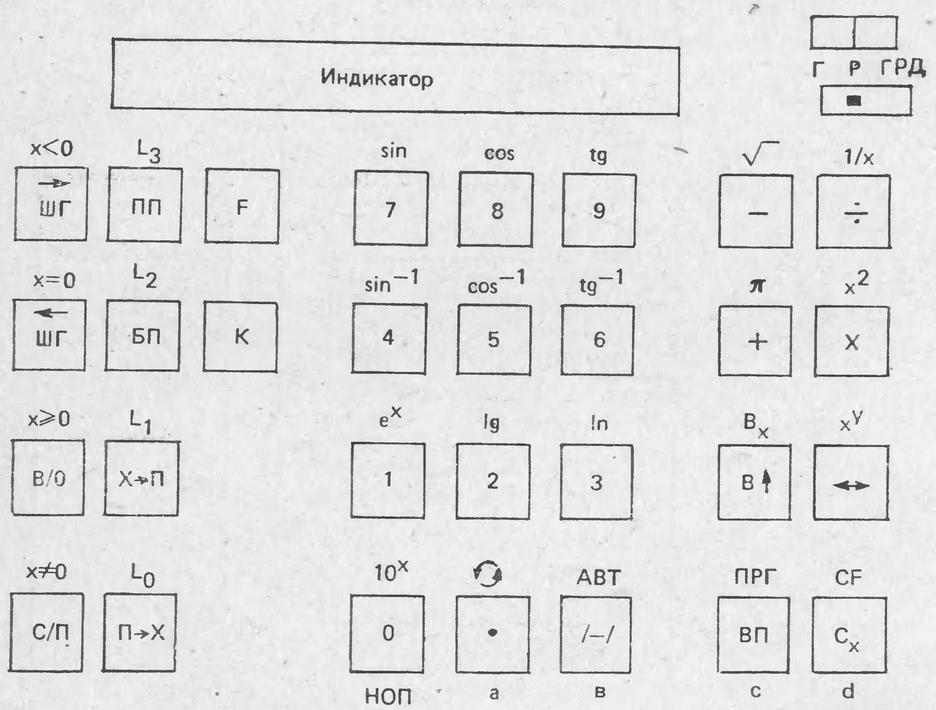

Рис. 4.2

Информация, набираемая с помощью цифровых клавиш и клавиш (,), (/—/), (ВП), фиксируется в рег. X и высвечивается на индикаторе. Нормально при вводе числа в рег. X с клавиатуры происходит следующее перемещение информации в регистрах машины. Содержимое рег. Z передается в рег. T (число, находившееся в рег. T, пропадает), содержимое рег. Y — в рег. Z, содержимое рег. X — в рег. Y, набираемое число заносится в рег. X (клавиатура→рег. X→рег. Y→рег. Z→рег. T). Если перед набором числа нажимается клавиша (В↑), то набираемое число заносится в рег. X и содержимое других регистров не изменяется.

В рассматриваемой модели машины имеется *регистровое, стековое* и *программное запоминающие устройства.* Программное запоминающее устройство и устройство управления пока рассматривать не будем.

Регистровое запоминающее устройство состоит из четырнадцати регистров: рег. 0, рег. 1, . . . , рег. 9, рег. a, рег. b, рег. c, рег. d (a, b, c, d введены для того, чтобы номер регистра обозначался одним символом).

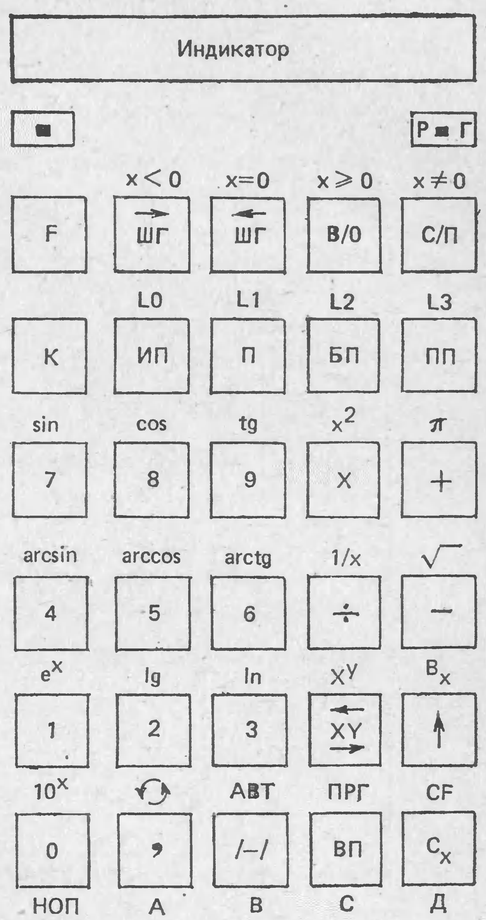

Рис. 4.3

Имеется два вида передачи информации:

а) рег. X→рег. n. Содержимое рег. X сохраняется (другие регистры, включая Y, Z, T, X1, не участвуют в работе);

б) рег. n→рег. X. При этом создается цепочка передач рег. n→рег. X→рег. Y→→рег. Z→рег. T. Содержимое рег. n не изменяется.

Стековое запоминающее устройство включает регистры X, Y, Z, T (иногда к этой цепочке подключается рег. X1).

Уже рассмотрены цепочки передач при вводе нового числа с клавиатуры и при передаче информации из рег. n в рег. X, и при передаче рег. X→рег. n. Другие возможности:

а) при нажатии клавиши (В↑) цепочка передач такова: рег. X→рег. Y→рег. Z→рег. T. Содержимое рег. X не изменяется;

б) (F) (,)—выполнение операции ↻ рег.X ⇄ рег.T→ рег.X1 →рег. Z→рег. Y→рег. X;

в) (F) (В↑) — вызов числа из рег. X1 (B_x) — рег. X1→→рег. X→рег. Y→рег. Z→рег. T;

г) (↔) — рег.X ⇄ рег. Y → рег. X. рег. X1

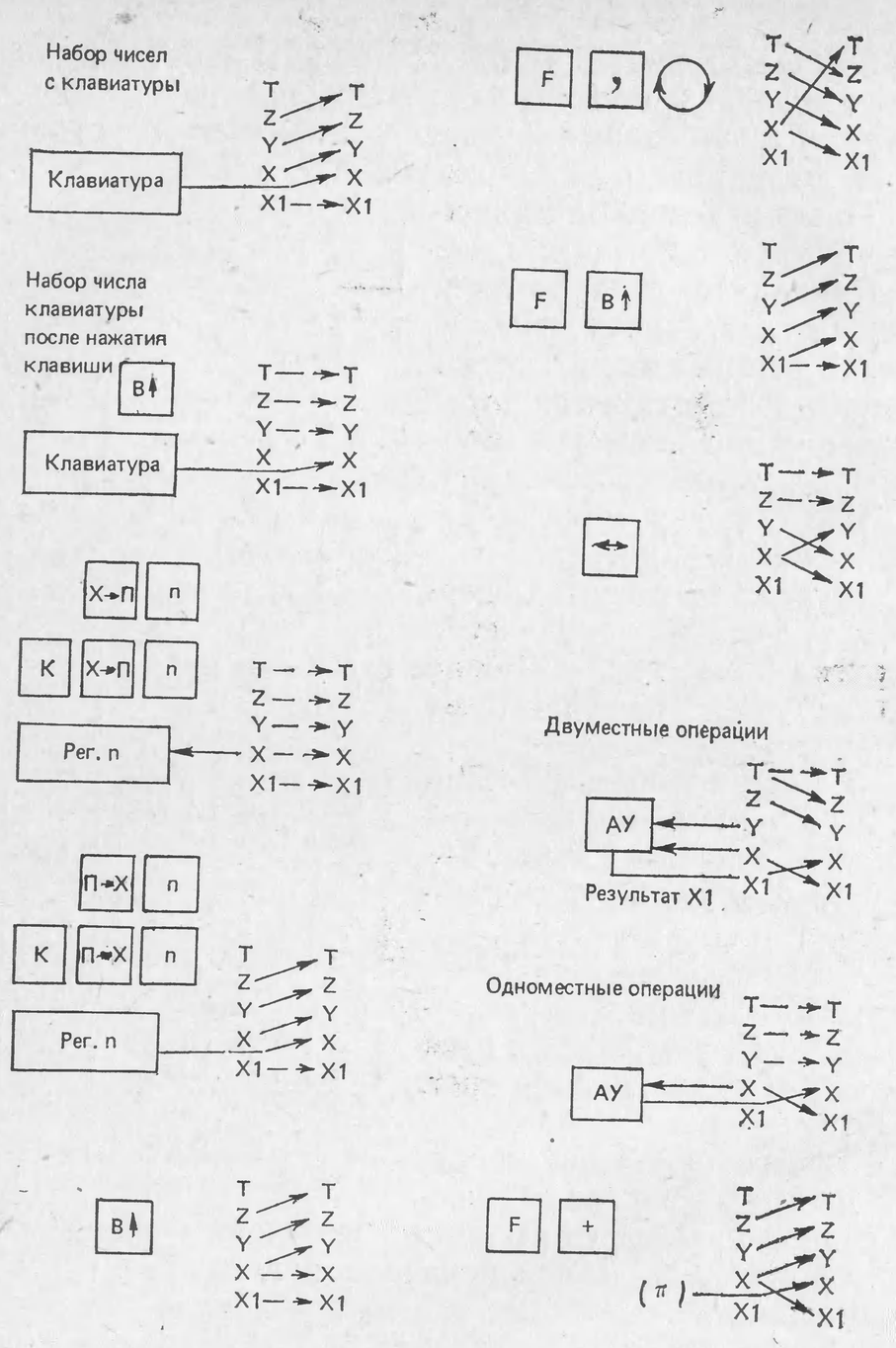

Рис. 4.4

Другие регистры не участвуют в работе.

Арифметическое устройство при выполнении двуместных (требующих двух операндов) операций +, —, ×, :, x^y получает операнды из рег. X и рег. Y. При вычислении показательной функции показатель степени должен находиться в рег. Y, а основание степени — в рег. X. Перемещения информации следующие:

а) рег. X ⇉ арифметическое устройство; рег. Y→ рег. X1 →арифметическое устройство;

б) результат операции → рег. X;

в) рег. T→рег. Z→рег. Y. Содержимое рег. T не изменяется.

При вычислении функции x^y указанные в пункте в) перемещения информации не происходят. Перемещается только содержимое рег. X в рег. X1, а в рег. X засылается вычисленное значение функции (см. одноместные операции).

При выполнении одноместных операций $1/x$, $\sqrt{x}$, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, x^2, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$, e^x, $\lg x$, $\ln x$, 10^x аргумент должен находиться в рег. X. Передачи следующие:

а) рег. X ⇉ арифметическое устройство; рег. X1

б) результат→рег. X.

Другие регистры не участвуют в работе.

Отдельно стоит операция — вызов в рег. X числа π ((F)(+)). После нажатия указанных клавиш происходит передача:

3,1415926 → рег. X ⇉ рег. Y → рег. Z → рег. T.
рег. X1

Перемещения информации в стековой памяти (регистры X, Y, Z, T, X1) при выполнении рассмотренных операций графически показаны на рис. 4.4. Пунктир (X1—→X1) означает, что содержимое регистра не изменилось.

§ 4. РАБОТА МАШИНЫ В НЕАВТОМАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

4.1. Клавиатура

Клавиатура содержит 30 клавиш, каждая из которых выполняет несколько функций.

Клавиши (0)—(9). 1. Ввод в рег. X цифр числа. 2. Обращение к регистровой памяти. Нажатие подряд клавиш (X→П) (n), где $n=0, 1, \ldots, 9$, вызывает пересылку рег. X в рег. n; нажатие клавиш (П→X) (n) — пересылку содержимого рег. n в рег. X с указанной в § 3 гл. 4 цепочкой передач в стековой памяти (содержимое рег. n сохраняется). 3. Вычисление написанных над клавишей функ-

ций (sin, cos, tg, arccos, arcsin, arctg, e^x, lg, ln, 10^x). В этом случае нажимается клавиша (F), затем соответствующая цифровая клавиша. Клавиша (0) может выполнять еще одну функцию — (К) (0) (НОП — «Нет операции»), которая будет рассмотрена ниже.

Клавиша (,). 1. Запятая в мантиссе набираемого числа. Для набора дробной мантиссы необходимо перед запятой нажать клавишу (0). 2. Указание рег. а при передачах рег. X→рег. а (X→П) (,) и рег. а→рег. X (П→X) (,). 3. Перемещение в стековой памяти — (F) (,).

Клавиша (/—/). 1. Перемена знака мантиссы или порядка на противоположный при наборе числа. Эту клавишу можно нажимать только после полного набора мантиссы и в любой момент при наборе порядка. Нажимая ее, можно изменить знак мантиссы полученного в рег. X результата. 2. Указание рег. b при передачах рег. X→рег. b (X→П) (/—/) и рег. b→рег. X (П→X) (/—/). Третью функцию рассмотрим ниже.

Клавиша (ВП). 1. Ввод порядка. Эта клавиша нажимается после ввода мантиссы и перед вводом порядка числа с плавающей запятой. 2. Указание рег. с при передачах рег. X→рег. с (X→П) (ВП) и рег. с→рег. X (П→X) (ВП). Третью функцию рассмотрим ниже.

Клавиша (C_x). 1. Сброс рег. X до нуля. 2. Указание рег. d при передачах рег. X→рег. d (X→П) (C_x) и рег. d→рег. X (П→X) (C_x). 3. Аннулирование нажатия клавиши (F)—(F) (C_x).

Клавиша (↔). 1. Обмен информацией между рег. X и рег. Y. Содержимое рег. X засылается в рег. Y и рег. X1, прежнее содержимое рег. Y — в рег. X. 2. Вычисление x^y—(F) (↔).

Предупреждение. В машине Б3-34 пользоваться операцией x^y практически нельзя, так как при получении в предыдущей операции в последнем (восьмом) разряде пяти или семи будет получен ошибочный результат. Например: $(47:7)^{2,3}=2{,}4997718$; правильный результат — 79,817772. Чтобы получить правильный результат, рекомендуется выполнить подряд две операции по вычислению $1/x$, т. е. нажать клавиши (F) (÷), (F) (÷), (F) (↔).

Клавиша (В↑) рассмотрена в § 3 гл. 4.

Клавиша (+). 1. Выполнение операции сложения чисел, находящихся в рег. X и рег. Y. 2. (F) (+) — вызов числа π в рег. X.

Клавиша (—). 1. Выполнение операции вычитания (уменьшаемое находится в рег. Y, вычитаемое — в рег. X). 2. (F) (—) — извлечение квадратного корня.

Клавиша (×). 1. Умножение. 2. (F) (×) — возведение содержимого рег. X в квадрат.

Клавиша (÷). 1. Деление (делимое находится в рег. Y, делитель — в рег. X). 2. (F) (÷) — вычисление обратной величины $1/x$, находящейся в рег. X.

Клавиша (X→П) — пересылка рег. X в рег. n.

Клавиша (П→X) — пересылка рег. n в рег. X.

Префиксная клавиша (F). После ее нажатия необходимо нажать другую клавишу, над которой обозначена соответствующая функция.

Здесь не рассмотрены клавиши и их функции, используемые в режиме программирования.

4.2. Арифметические операции

Выполнение арифметических операций поясним на примерах, в которых, как и ранее, числа, набираемые на клавиатуре, заключены в прямоугольники: отдельно — мантисса, отдельно — порядок, если он есть. Результат операции, заносимый в рег. X, в прямоугольник не заключается. Точки обозначают незадействованные позиции индикатора.

Примеры:

0,785+0,6578=1,4428;

[0,785] [В↑] [0,6578] [+] .1,4428..... .

$-27{,}38\cdot10^{11}+5{,}938\cdot10^{10}=-2{,}67862\cdot10^{12}$;

[27,38] [/—/] [ВП] [11] [В↑] [5,938] [ВП] [10] [+] —2,67862 ... 12.

37 + 42 + 34 + 65 = 178;

[37] [В↑] [42] [+] 79 [34] [+] 113 [65] [+] .178,..... .

8,277 — 7,823 = 0,454;

[8,277] [В↑] [7,823] [—] .4,54.....—01 .

$-0{,}127\cdot10^{-10}-0{,}286\cdot10^{-9}=-0{,}2987\cdot10^{-9}$;

[0,127] [/—/] [ВП] [/—/] [10] [В↑] [0,286] [ВП] [9] [/—/] [—] —2,987 .... —10 .

$25 - 14{,}5 - (-38) - 14{,}3 = 34{,}2;$

[25] [В↑] [14,5] [—] 10,5 [38] [/—/] [—] 48,5 [14,3] [—] .34,2..... .

$3 \times 4 = 12;$

[3] [В↑] [4] [×] .12, ...

$-0{,}78256 \cdot 10^{12} \times 0{,}799463 \cdot 10^{-23} = -0{,}62562777 \cdot 10^{-11};$

[0,78256] [/—/] [ВП] [12] [В↑] [0,799463] [ВП] [23] [/—/] [×] —6,2562777 —12.

$3{,}56 \times (-3 \cdot 10^{5}) \times 0{,}029 \times (-5 \cdot 10^{-3}) = 154{,}86;$

[3,56] [В↑] [3] [/—/] [ВП] [5] [×] —1068000 [0,029] [×] —30972 [5] [/—/] [ВП] [/—/] [3] [×] .154,86..... .

$50 : 7{,}5 = 6{,}6666666;$

[50] [В↑] [7,5] [÷] .6,6666666... .

$2{,}20028 \cdot 10^{-13} : 4{,}43547 \cdot 10^{-16} = 4{,}9606467 \cdot 10^{2};$

[2,20028] [ВП] [/—/] [13] [В↑] [4,43547] [ВП] [/—/] [16] [÷] .496,06467... .

$3{,}87 : 2 \cdot 10^{4} : (-6{,}7 \cdot 10^{-2}) : 0{,}038 = -0{,}76001571 \cdot 10^{-1};$

[3,87] [В↑] [2] [ВП] [4] [÷] 1,935—04 [6,7] [/—/] [ВП] [/—/] [2] [÷] —2,8880597—03 [0,038] [÷] — 7,6001571 — 02.

При выполнении арифметических операций возможно переполнение: .ЕГГОГ..... :

$3 \cdot 10^{55} \times 4 \cdot 10^{56} = 12 \cdot 10^{111};$

[3] [ВП] [55] [В↑] [4] [ВП] [56] [×] .ЕГГОГ..... .

$5 : 0 = \infty;$

[5] [В↑] [C_x] [÷] .ЕГГОГ..... .

4.3. Вычисление значений функций

В данной модели имеется переключатель, позволяющий при вычислении значений тригонометрических функций задавать аргумент в радианах, градусах и градах. Напоминаем, что в градовой мере прямой угол делится на 100 частей ($1^g = 0{,}9°$) и далее — на десятичные доли града. При вычислении показательных, логарифмических и других функций переключатель может находиться в любом положении. При измерении аргумента в радианах переключатель находится в положении «Р».

Примеры:

$\sin(1{,}56324) = 0{,}999972;$

[1,56324] [F] [7] .9,9997151 —01 .

$\sin(174{,}28) = -0{,}996929;$

[174,28] [F] [7] —9,9692918—01 .

$\cos(0{,}00927) = 0{,}999957;$

[0,00927] [F] [8] .9,9995708—01 .

$\cos(-2{,}94048) = -0{,}979845;$

[2,94048] [/—/] [F] [8] —9,7984495—01 .

$\mathrm{tg}(1{,}02736) = 1{,}65533;$

[1,02736] [F] [9] .1,6553268... .

$\mathrm{tg}(8{,}73421) = -0{,}826291;$

[8,73421] [F] [9] —8,262912. —01 .

$\arcsin(0{,}81526) = 0{,}953178;$

[0,81526] [F] [4] .9,53178..—01 .

arcsin (— 0,32457) = — 0,330557;

[0,32457] [/—/] [F] [4] —3,305571.—01 .

arccos (—0,987645) = 2,984236;

[0,987645] [/—/] [F] [5] .2,984236.... .

arccos (0,010516) = 1,56028;

[0,010516] [F] [5] .1,5602801... .

arctg (175,328) = 1,56509;

[175,328] [F] [6] .1,5650927... .

arctg (—0,280493) = — 0,273466;

[0,280493] [/—/] [F] [6] —2,734659.—01 .

При измерении аргумента в градусах переключатель находится в положении «Г».

Примеры:

sin (275,5°) = —0,995396;

[275,5] [F] [7] — 9,9539624 —01 .

cos (—38,25°) = 0,785317;

[38,25] [/—/] [F] [8] .7,8531696 —01 .

tg (0,135°) = $0{,}235620 \cdot 10^{-2}$;

[0,135] [F] [9] .2,3561987 —03 .

arcsin (0,81526) = 54,6131°;

[0,81526] [F] [4] .54,613078... .

arccos (0,998021) = 3,60523°;

[0,998021] [F] [5] .3,6052312... .

arctg (— 73,1985) = — 89,2173°;

[73,1985] [/—/] [F] [6] — 89,217304... .

При измерении аргумента в градах переключатель находится в положении «ГРД».

Примеры:

sin ($8{,}565^g$) = 0,134133;

[8,565] [F] [7] .1,3413319 —01 .

cos ($0{,}8345^g$) = 0,999914;

[0,8345] [F] [8] .9,9991409 —01 .

tg ($49{,}7518^g$) = 0,992233;

[49,7518] [F] [9] .9,922328. —01 .

arcsin (0,4025) = $26{,}37173^g$;

[0,4025] [F] [4] .26,371732... .

arccos (0,7528) = $45{,}74055^g$;

[0,7528] [F] [5] .45,74055.... .

arctg (0,3184) = $19{,}62386^g$;

[0,3184] [F] [6] .19,623861... .

Вычисление показательных, логарифмических и других функций также покажем на примерах:

$10^{0,398} = 2{,}50035$;

[0,398] [F] [0] .2,5003454... .

$10^{-69,403} = 3{,}95366 \cdot 10^{-70}$;

[69,403] [/—/] [F] [0] .3,953666. —70 .

$e^{28,2093} = 0{,}178297 \cdot 10^{13}$;

[28,2093] [F] [1] .1,7829663.12 .

$e^{-0,0493} = 0{,}951895$;

[0,0493] [/—/] [F] [1] .9,5189548 —01 .

$12^4 = 20736$;

[4] [В↑] [12] [F] [↔] .20735,993... .

$0{,}275^{-0{,}025} = 1{,}0328$;

[0,025] [/—/] [В↑] [0,275] [F] [↔] .1,0328011... .

$(2^{3{,}5})^{7{,}1} = 30240930$;

[3,5] [В↑] [2] [F] [↔] .11,313707 [7,1] [↔] 11,313707

[F] [↔] .30240930,... .

$-17{,}35^2 = 301{,}0225$;

[17,35] [/—/] [F] [×] .301,0225.... .

$(5{,}73 \cdot 10^{-17})^2 = 0{,}328329 \cdot 10^{-32}$;

[5,73] [ВП] [/—/] [17] [F] [×] .3,28329..—33 .

$\lg(3235{,}02) = 3{,}50988$;

[3235,02] [F] [2] .3,509877.... .

$\lg(0{,}168975 \cdot 10^{-18}) = -18{,}772177$;

[0,168975] [ВП] [18] [/—/] [F] [2] —18,772177... .

$\ln(0{,}323475) = -1{,}128633$;

[0,323475] [F] [3] —1,1286334... .

$\ln(5{,}75 \cdot 10^{12}) = 29{,}380221$;

[5,75] [ВП] [12] [F] [3] .29,380221... .

$1 : 275 \cdot 10^{15} = 0{,}363636 \cdot 10^{-17}$;

[275] [ВП] [15] [F] [÷] .3,6363636—18 .

$1 : 0{,}00019 = 5263{,}1578$;

[0,00019] [F] [÷] .5263,1578... .

$\sqrt{287 \cdot 10^{19}} = 0{,}535724 \cdot 10^{11}$;

[287] [ВП] [19] [F] [—] .5,357238..10 .

$\sqrt{0{,}00000008} = 0{,}282843 \cdot 10^{-3}$;

[8] [ВП] [/—/] [8] [F] [—] .2,8284271—04 .

Засылка в рег. X числа $\pi = 3{,}1415926$. Например, вычислим длину окружности $l = 2\pi r$ при $r = 2{,}083$:

$l = 2\pi \cdot 2{,}083 = 13{,}08788$;

[F] [+] .3,1415926... [2] [×] .6,2831852... [2,083]

[×] .13,087875... .

4.4. Составление программы вычислений

Программа состоит из команд, которые можно разбить на три группы.

Первая группа — команды, реализуемые с помощью операционных клавиш (рассмотрена в гл. 4).

Вторая группа — команды ввода-вывода информации — связана с расчетной схемой и подробно описана в § 4 гл. 3.

Третья группа — команды условного и безусловного переходов — описана там же.

Приведем примеры программ.

Пример 1. Составить таблицу значений функции

$$y = (\sin x + \cos x^3)/e^{\sqrt{x}},$$

где $x = 1\,(0{,}2)\,2$.

Программа носит циклический характер: y_i для соответствующих значений x_i считаются по одной и той же формуле. Покажем два варианта организации подсчета числа повторений цикла. Расчетная схема в обоих случаях одинакова (табл. 4.1).

Вариант 1. Блок-схема программы приведена на рис. 3.4. Перемещением линейки от строки к строке в расчетной схеме будем вести подсчет числа повторений цикла. Для успешного усвоения возможностей машины необходимо хорошо разобраться в пересылках информации между регистрами X, Y, Z, T, X1. Поэтому рекомендуется форма бланка (табл. 4.2), в которую занесена програм-

Таблица 4.1

i	x	y	i	x	y
(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
1	1,0	0,50833	4	1,6	0,11897
2	1,2	0,25931	5	1,8	0,48984
3	1,4	0,01944	6	2,0	0,18569

Таблица 4.2

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	Отметка первой строки расчетной схемы						1
2	ЗАН (2)	x_i	0	0	0	0	2
3	X→П0	—	—	—	—	—	
4	B↑	—	x_i	0	0	—	
5	F×	x_i^2	—	—	—	x_i	
6	×	x_i^3	0	0	—	x_i^2	
7	F8	$\cos x_i^3$	—	—	—	x_i^3	
8	П→X0	x_i	$\cos x_i^3$	0	0	—	3
9	F7	$\sin x_i$	—	—	—	x_i	
10	+	$\sin x_i + \cos x_i^3$	0	0	—	$\sin x_i$	
11	П→X0	x_i	$\sin x_i + \cos_i^3$	0	0	—	
12	F—	$\sqrt{x_i}$	—	—	—	x_i	
13	F1	$e^{\sqrt{x_i}}$	—	—	—	$\sqrt{x_i}$	
14	÷	y_i	0	0	—	$e^{\sqrt{x_i}}$	
15	ЧТЕН (3)	—	—	—	—	—	4
16	Отметка следующей строки расчетной схемы						5
17	УП (следующая строка пустая?) 18, 2						6
18	Стоп						

ма данного варианта. Все пересылки содержимого регистров после выполнения каждой команды будем записывать в соответствующих столбцах. Прочерк означает, что в регистре не произошло изменения. При циклических вычислениях иногда в регистр могут заноситься разные значения, что в соответствующем столбце отметится *.

Порядок работы:

1) составление блок-схемы программы;

2) составление программы работы;

3) заполнение столбцов (1), (2) расчетной схемы;

4) отметка первой строки расчетной схемы;

5) выполнение на машине программы (команды 2—17);

6) отметка второй строки расчетной схемы;

7) выполнение на машине программы для нового аргумента.

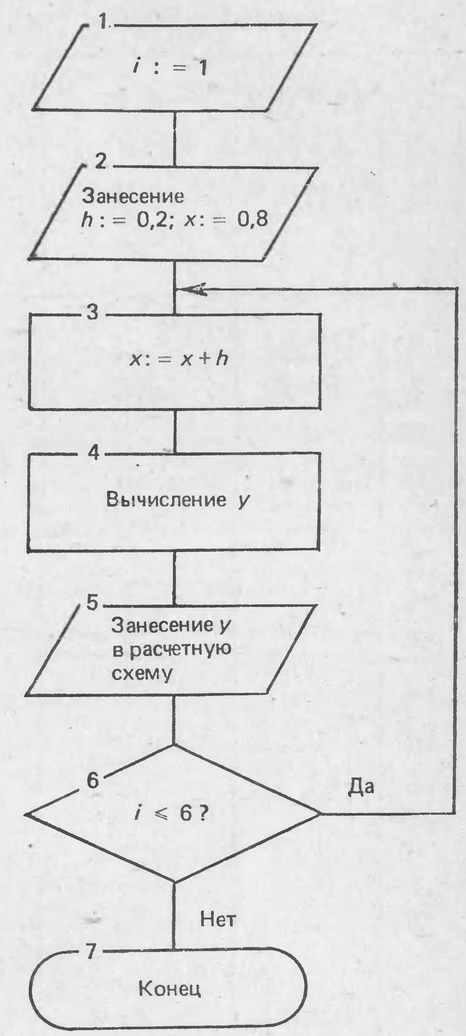

Рис. 4.5

Вариант 2. Блок-схема программы изображена на рис. 4.5, программа — в табл. 4.3. В этом варианте используется возможность автоматического наращивания аргумента (блок 3). Блок 4 реализуем только с использованием регистров X, Y, Z, T. Эта программа длиннее предыдущей, но полезна для усвоения программных возможностей машины.

Пример 2. Составить таблицу значений функции

$$z = \begin{cases} \sin(y^2) + \sqrt{x}, & \text{если } y < 0, \\ \cos y - e^x, & \text{если } 0 \leqslant y < 1, \\ \ln y^2 + \sqrt{x}, & \text{если } 1 \leqslant y, \end{cases}$$

где $y = \sin^3 x_i^2 - \cos^2 x_i^3 + x_i$, $x = \{0{,}2;\ 0{,}45;\ 0{,}75;\ 0{,}9;\ 1{,}05\}$.

Таблица 4.3

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	Отметка первой строки расчетной схемы						1
2	ЗАН 0,2	0,2	0	0	0	—	
3	X→П0	—	—	—	—	—	
4	ЗАН 0,8	0,8	0,2	0	0	—	2
5	X→П1	—	—	—	—	—	
6	П→X1	x_{i-1}	*	*	*	—	
7	П→X0	0,2	x_{i-1}	*	*	—	3
8	+	x_i	*	*	—	0,2	
9	X→П1	—	—	—	—	—	
10	B↑	—	x_i	*	*	—	
11	F×	x_i^2	—	—	—	x_i	
12	×	x_i^3	*	*	—	x_i^2	
13	F8	$\cos x_i^3$	—	—	—	x_i^3	
14	П→X1	x_i	$\cos x_i^3$	*	*	—	4
15	F7	$\sin x_i$	—	—	—	x_i	
16	+	$\sin x_i + \cos x_i^3$	*	*	—	$\sin x_i$	
17	П→X1	x_i	$\sin x_i + \cos x_i^3$	*	*	—	
18	F—	$\sqrt{x_i}$	—	—	—	x_i	
19	F1	$e^{\sqrt{x_i}}$	—	—	—	$\sqrt{x_i}$	
20	÷	y_i	*	*	—	$e^{\sqrt{x_i}}$	
21	ЧТЕН (3)	—	—	—	—	—	5
22	Отметка следующей строки расчетной схемы						6
23	УП (следующая строка пустая?) 24, 6						
24	Стоп						

Таблица 4.4

i	x	z	Примечания
(1)	(2)	(3)	(4)
1	0,2	1,044245	$y<0$
2	0,45	0,951702	$y<0$
3	0,75	—1,119403	$0\leqslant y<1$
4	0,9	—1,710227	$0\leqslant y<1$
5	1,05	1,963860	$y\geqslant 1$

Расчетная схема приведена в табл. 4.4, программа — в табл. 4.5. В программе описывается одиночный цикл с разветвлениями (блок-схема на рис. 4.6). Аргумент x задан в радианах, поэтому переключатель должен быть установлен в положение «Р». Следует помнить, что при прохождении программы выполняется либо блок 6, либо 7, либо 8.

Приведем задачу для самостоятельного решения.

Задача 1. Составить программу для решения задачи для ручного счета. Введя в рег. X заданное значение аргумента x, решить задачу, последовательно нажимая командные клавиши. При вычислении функции после нажатия соответствующей клавиши необходимо дождаться появления на индикаторе результата и лишь после этого нажимать следующую командную клавишу. Составленную программу сохранить; она будет использована при решении задачи 2.

1) $y=\sin(x^2+e^{\cos x}+\sin x)\sqrt[4]{\sin \pi x^2+\ln x^2}$ при $x=2{,}81$;

2) $y=\sqrt[4]{e^{\cos x}+\sin x+x^2}\cdot\sin(\sin \pi x^2+\ln x^2)$ при $x=4{,}11$;

3) $y=\dfrac{\cos e^x+\sqrt{1/x}+e^{x^2}+\ln(x+1)^2+\cos \pi x^3}{\sqrt{\cos \pi x^3+\ln(x+1)^2}}$ при $x=0{,}55$;

4) $y=\dfrac{(\ln(1+x)^2+\cos \pi x^3)^x}{\cos \pi x^3+e^{x^2}+\ln(x+1)^2+\sqrt{1/x}+\cos e^x}$ при $x=1{,}05$;

5) $y=(\cos \pi x^3+\ln(1+x)^2)^{(\cos e^x+\sqrt{1/x}+e^{x^2})}$ при $x=0{,}75$;

6) $y=(\sin \pi x^2+x^2+\sin x+e^{\cos x}+\ln x^2)(\sin \pi x^2+\ln x^2)^2$ при $x=0{,}45$;

7) $y=(e^{\cos x}+\ln x^2+\sin x+x^2+\sin \pi x^2)^{(\ln x^2+\sin \pi x^2)}$ при $x=0{,}35$;

8) $y=\dfrac{\sqrt[3]{\sin \pi x^2+\ln x^2+2}}{\sqrt[4]{x^2+\ln x^2+\sin \pi x^2+e^{\cos x}+\sin x}}$ при $x=0{,}62$;

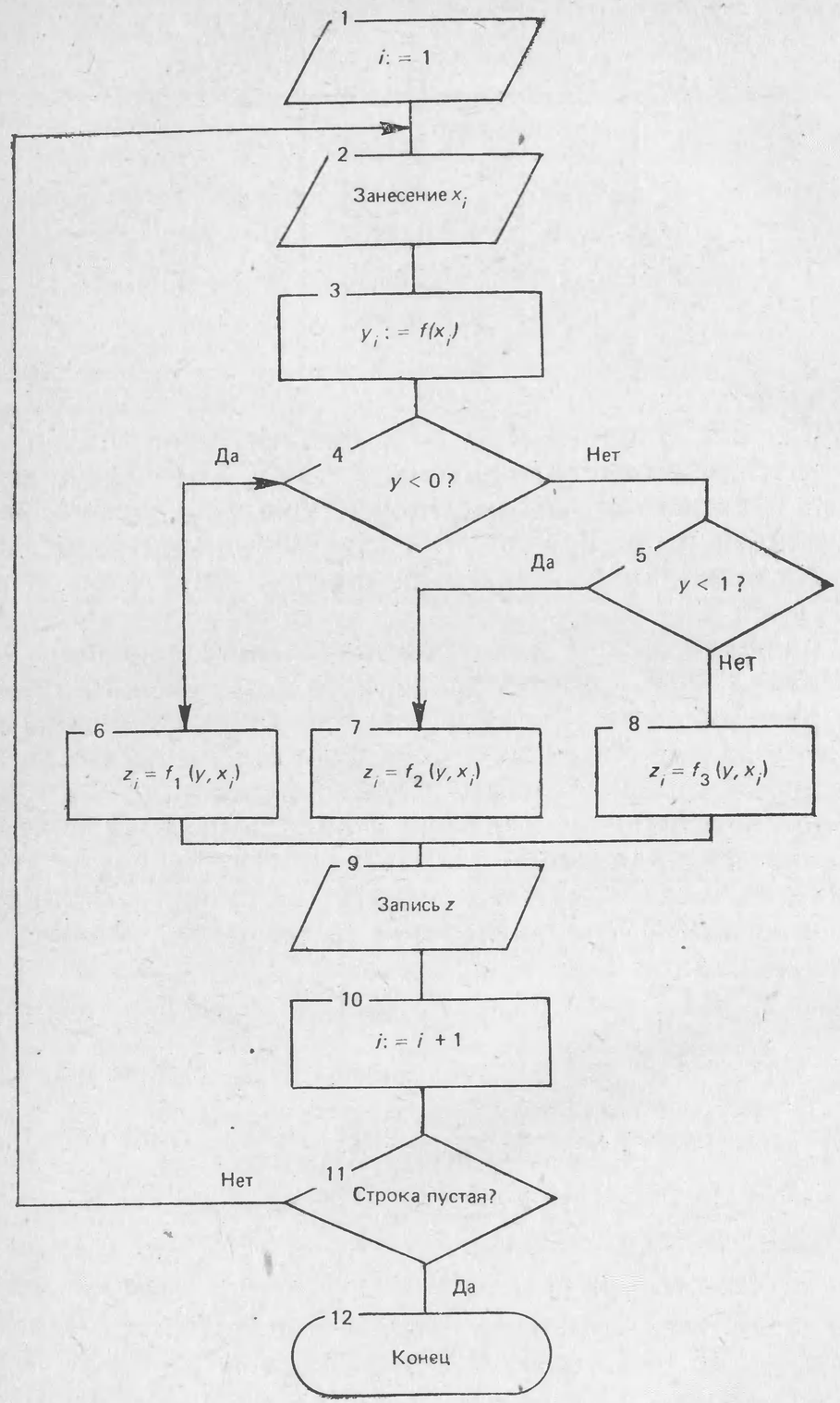

Рис. 4.6

Таблица 4.5

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	Отметка первой строки расчетной схемы						1
2	ЗАН (2)	x_i	*	*	*	—	2
3	X→П0	—	—	—	—	—	
4	B↑	—	x_i	*	*	—	
5	B↑	—	x_i	x_i	*	—	
6	B↑	—	x_i	x_i	x_i	—	
7	×	x_i^2	x_i	x_i	—	x_i	
8	F7	$\sin x_i^2$	—	—	—	x_i^2	
9	B↑	—	$\sin x_i^2$	x_i	x_i	—	
10	F×	$\sin^2 x_i^2$	—	—	—	$\sin x_i^2$	3
11	×	$\sin^3 x_i^2$	x_i	x_i	—	$\sin^2 x_i^2$	
12	+	$s = x_i + \sin^3 x_i^2$	x_i	x_i	—	$\sin^3 x_i^2$	
13	F,	x_i	x_i	x_i	s	s	
14	×	x_i^2	x_i	s	—	x_i	
15	×	x_i^3	s	s	—	x_i^2	
16	F8	$\cos x_i^3$	—	—	—	x_i^3	
17	F×	$\cos^2 x_i^3$	—	—	—	$\cos x_i^3$	
18	—	y_i	s	s	—	$\cos^2 x_i^3$	
19	УП ($y < 0$?) 21, 20						4
20	УП ($y < 1$?) 27, 32						5
21	F×	y_i^2	—	—	—	y_i	
22	F7	$\sin y_i^2$	—	—	—	y_i^2	
23	П→X0	x_i	$\sin y_i^2$	s	s	—	6
24	F—	$\sqrt{x_i}$	—	—	—	x_i	
25	+	z_i	s	s	—	$\sqrt{x_i}$	
26	БП 37	—	—	—	—	—	

Продолжение табл. 4.5

№	Команда	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
27	F8	$\cos y_i$	—	—	—	y_i	
28	П→X0	x_i	$\cos y_i$	s	s	—	
29	F1	e^{x_i}	—	—	—	x_i	7
30	—	z_i	s	s	—	e^{x_i}	
31	БП 37	—	—	—	—	—	
32	F×	y_i^2	—	—	—	y_i	
33	F3	$\ln y_i^2$	—	—	—	y_i^2	
34	П→X0	x_i	$\ln y_i^2$	s	s	—	8
35	F—	$\sqrt{x_i}$	—	—	—	x_i	
36	+	z_i	s	s	—	$\sqrt{x_i}$	
37	ЧТЕН (3)	—	—	—	—	—	9
38	Отметка следующей строки расчетной схемы						10
39	УП (следующая строка пустая?) 40, 2						11
40	Стоп						

9) $y = (\sqrt{1/x} + e^{x^2} + \cos e^x)^{\sqrt{\ln(1+x)^2+\cos\pi x^3}}$ при $x = 0{,}41$;

10) $y = \sqrt{(\cos e^x + e^{x^2} + \sqrt{1/x})^3 + (\ln(1+x)^2 + \cos\pi x^3)^2}$ при $x = 0{,}91$;

11) $y = \dfrac{\sqrt[4]{\ln x^2 + \sin\pi x^2}}{(x^2 + \ln x^2 + \sin\pi x^2 + e^{\cos x} + \sin x)^2}$ при $x = 5{,}33$;

12) $y = \dfrac{\ln x^2 + e^{\cos x} + \sin x + x^2 + \sin\pi x^2}{\sqrt{\sin\pi x^2 + \ln x^2}}$ при $x = 3{,}95$;

13) $y = \dfrac{(\sin\pi x^2 + \ln x^2)^x}{\sin\pi x^2 + \sin x + \ln x^2 + x^2 + e^{\cos x}}$ при $x = 4{,}4$;

14) $y = (\sin\pi x^2 + \ln x^2)^{(\sin x + e^{\cos x} + x^2)}$ при $x = 4{,}02$;

15) $y = (x^2 + e^{\cos x} + \sin x)^{\sqrt{\sin\pi x^2 + \ln x^2}}$ при $x = 3{,}7$;

16) $y = \sqrt{(\sin x + x^2 + e^{\cos x})^2 + (\ln x^2 + \sin\pi x^2)^3}$ при $x = 1{,}1$;

17) $y = (\ln(1+x)^2 + \cos\pi x^3)^{\sin x} + (e^{x^2} + \cos e^x + \sqrt{1/x})^{1/x}$ при $x = 4{,}01$;

18) $y = \dfrac{\sqrt[4]{\cos e^x + e^{x^2} + \sqrt{1/x}}}{(\cos\pi x^3 + \ln(1+x)^2)^{\sin x}}$ при $x = 3{,}95$;

19) $y = \dfrac{\sqrt[4]{\ln(1+x)^2 + \cos\pi x^3}}{(\cos e^x + \sqrt{1/x} + e^{x^2})^{\sin x}}$ при $x = 1{,}09$;

20) $y = \sqrt[4]{\cos\pi x^3 + \ln(1+x)^2}\cdot(e^x + \sqrt{1/x} + \cos e^x)$ при $x = 1{,}78$;

21) $y = \dfrac{(e^{x^2} + \sqrt{1/x} + \cos e^x)^{\sin x}}{\sqrt[4]{\ln(1+x)^2 + \cos\pi x^3}}$ при $x = 2{,}07$;

22) $y = (\cos\pi x^3 + \ln(1+x)^2)\sqrt[4]{e^{x^2} + \cos e^x + \sqrt{1/x}}$ при $x = 4{,}95$;

23) $y = (\ln x^2 + \sin\pi x^2)^{\sin x} + (x^2 + e^{\cos x} + \sin x)^{1/x}$ при $x = 4{,}31$;

24) $y = \dfrac{\sqrt[4]{x^2 + \sin x + e^{\cos x}}}{(\ln x^2 + \sin\pi x^2)^{\sin x}}$ при $x = 4{,}2$;

25) $y = \dfrac{\sqrt[4]{\sin\pi x^2 + \ln x^2}}{(\sin x + e^{\cos x} + x^2)^{\sin x}}$ при $x = 4{,}35$;

26) $y = (e^{\cos x} + x^2 + \sin x)\sqrt[4]{\sin\pi x^2 + \ln x^2}$ при $x = 4{,}0$;

27) $y = \dfrac{(x^2 + \sin x + e^{\cos x})^{\sin x}}{\sqrt[4]{\sin\pi x^2 + \ln x^2}}$ при $x = 4{,}33$;

28) $y = (\sin\pi x^2 + \ln x^2)^{\cos x}\cdot\sqrt[4]{e^{\cos x} + \sin x + x^2}$ при $x = 5{,}0$.

§ 5. РАБОТА МАШИНЫ В АВТОМАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОГРАММЫ

5.1. Система команд

Будем различать две группы команд: ввода-вывода информации и машинные команды.

Первую группу — команды ввода-вывода информации — дополним новыми командами. Все команды этой группы связаны с расчетной схемой. Расчетную схему будем составлять так же, как делали раньше (см. с. 58).

Команды ЗАН(n), ЧТЕН(n), ЗАН с нам знакомы.

При использовании регистровой памяти применяются команды:

Таблица 4.6

Клавиша	Количество нажимаемых клавиш: одна — Операция	Код	две, первой (F) — Операция	Код
(0)	Занесение цифры 0	00	Вычисление 10^x	15
(1)	» » 1	01	» e^x	16
(2)	» » 2	02	» $\lg x$	17
(3)	» » 3	03	» $\ln x$	18
(4)	» » 4	04	» $\arcsin x$	19
(5)	» » 5	05	» $\arccos x$	1—
(6)	» » 6	06	» $\mathrm{arctg}\, x$	1L
(7)	» » 7	07	» $\sin x$	1C
(8)	» » 8	08	» $\cos x$	1Г
(9)	» » 9	09	» $\mathrm{tg}\, x$	1E
(,)	Запятая в числе	0—	Кольцевые передвижения информации в стеке	25
(/—/)	Перемена знака числа или порядка	0L	Переход в рабочий режим (АВТ)	—
(ВП)	Ввод порядка	0C	Переход в режим программирования (ПРГ)	—
(C_x)	Сброс рег. X	0Г	Сброс действия префиксной клавиши	—
(В↑)	Передача информации в стеке	0E	Восстановление предыдущего результата	0
(+)	Сложение	10	Вызов константы π	20
(—)	Вычитание	11	Вычисление $\sqrt{x}$	21
(×)	Умножение	12	» x^2	22
(÷)	Деление	13	» $1/x$	23
(↔)	Обмен содержимым между рег. X и рег. Y	14	» x^y	24
(С/П)	Стоп, пуск	50	Проверка условия $x \neq 0$	57
(В/0)	Возврат из подпрограммы, засылка нуля в счетчик команд	52	Проверка условия $x \geqslant 0$	59
(←ШГ)	Счетчик команд —1	—	Проверка условия $x=0$	5E
(→ШГ)	Счетчик команд +1	—	Проверка условия $x<0$	5C

Продолжение табл. 4.6

Клавиша	Количество нажимаемых клавиш: одна — Операция	Код	две, первой (F) — Операция	Код
(П→X)	—	—	Организация цикла по рег. 0	5Г
(X→П)	—	—	Организация цикла по рег. 1	5L
(БП)	Безусловный переход	51	Организация цикла по рег. 2	58
(ПП)	Обращение к подпрограмме, работа в тактовом режиме	53	Организация цикла по рег. 3	5—
(К) (0)	Нет операции	54		

Таблица 4.7

Клавиши, нажимаемые первыми	Клавиши, нажимаемые последними: (0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(,)	(/—/)	(ВП)	(C_x)
(П→X)	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	6—	6L	6C	6Г
(X→П)	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	4—	4L	4C	4Г
(К) (П→X)	Г0	Г1	Г2	Г3	Г4	Г5	Г6	Г7	Г8	Г9	Г—	ГL	ГC	ГГ
(К) (X→П)	L0	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L—	LL	LC	LГ
(К) (БП)	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	8—	8L	8C	8Г
(К) (→ШГ)	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C—	CL	CC	CГ
(К) (←ШГ)	E0	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E—	EL	EC	EГ
(К) (В/0)	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	9—	9L	9C	9Г
(К) (С/П)	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	7—	7L	7C	7Г
(К) (ПП)	—0	—1	—2	—3	—4	—5	—6	—7	—8	—9	——	—L	—C	—Г

$\overrightarrow{\text{mЗАН(n)}}$ — 1, $\overleftarrow{\text{mЗАН(n)}}$ — 1 — прочитать в столбце (n) расчетной схемы m чисел и последовательно ввести их в регистровую память, начиная с регистра 1 в сторону возрастания (→) или в сторону убывания (←) номеров регистров;

$\overrightarrow{\text{mЧТЕН(n)}}$ — 1, $\overleftarrow{\text{mЧТЕН(n)}}$ — 1 — прочитать в регистровой памяти m чисел и последовательно записать их в

столбец (n) расчетной схемы, начиная с регистра 1 в сторону возрастания (→) или в сторону убывания (←) номеров регистров. При возрастании номеров регистров $m \leqslant 14-l$, при убывании — $m \leqslant l+1$.

Вторая группа — машинные команды (всего 194). Многие из них рассмотрены в предыдущем параграфе. Все команды имеют цифровой, символьный (—, L, C, Г, E) или смешанный код. Например, команда сложения имеет цифровой код 10, команда вычисления значений синуса — смешанный код 1C, команда перехода к подпрограмме по рег. 2 — смешанный код —2, а команда перехода к подпрограмме по рег. с — символьный код —C. Единственная команда, имеющая односимвольный код 0,— команда передачи чисел из рег. X1 в рег. X — (F) (В↑). Все команды связаны с одной или двумя клавишами, если первыми нажимаются клавиши (F), или (X—П), или (П→X). Если первой нажимается клавиша (К), то за ней идут подряд еще две клавиши (например, (К) (X→П) (6)). Исключение — команда (К) (0) — НОП («Нет операций»).

В дальнейшем при написании программ используется символьно-цифровое и клавишное изображение команд. Клавишное изображение команд и соответствующие им символьно-цифровые коды приведены в табл. 4.6. В табл. 4.7 даны символьно-цифровые коды команд передачи информации (П→X), (X→П) и команд косвенной переадресации, выполняющихся после нажатия клавиши (К).

5.2. Блок-схема устройства управления. Методика ввода программы

Блок-схема устройства управления приведена на рис. 4.7. Для запоминания программ имеется стек на 98 ячеек, перемещения информации в котором происходят по часовой и против часовой стрелки. В каждую ячейку стека помещается символьно-цифровой код команды. После включения машины и нажатия клавиш (F) (ВП) в счетчике команд находится 00. В позициях 11, 12 индикатора высвечивается 00. Это означает, что первая набранная на клавиатуре команда будет занесена в ячейку 00.

Заносим первую команду программы (например, +). В нулевую ячейку стека записывается 10 — код команды. Содержимое счетчика команд при этом увеличивается на единицу. Содержимое программного стека сдвигается на

ячейку против часовой стрелки. В индикаторе в позициях 2,3 высвечивается 10 (код набранной команды), в позициях 11 и 12 — 01 (адрес ячейки, в которую будет занесена следующая команда). После набора второй коман-

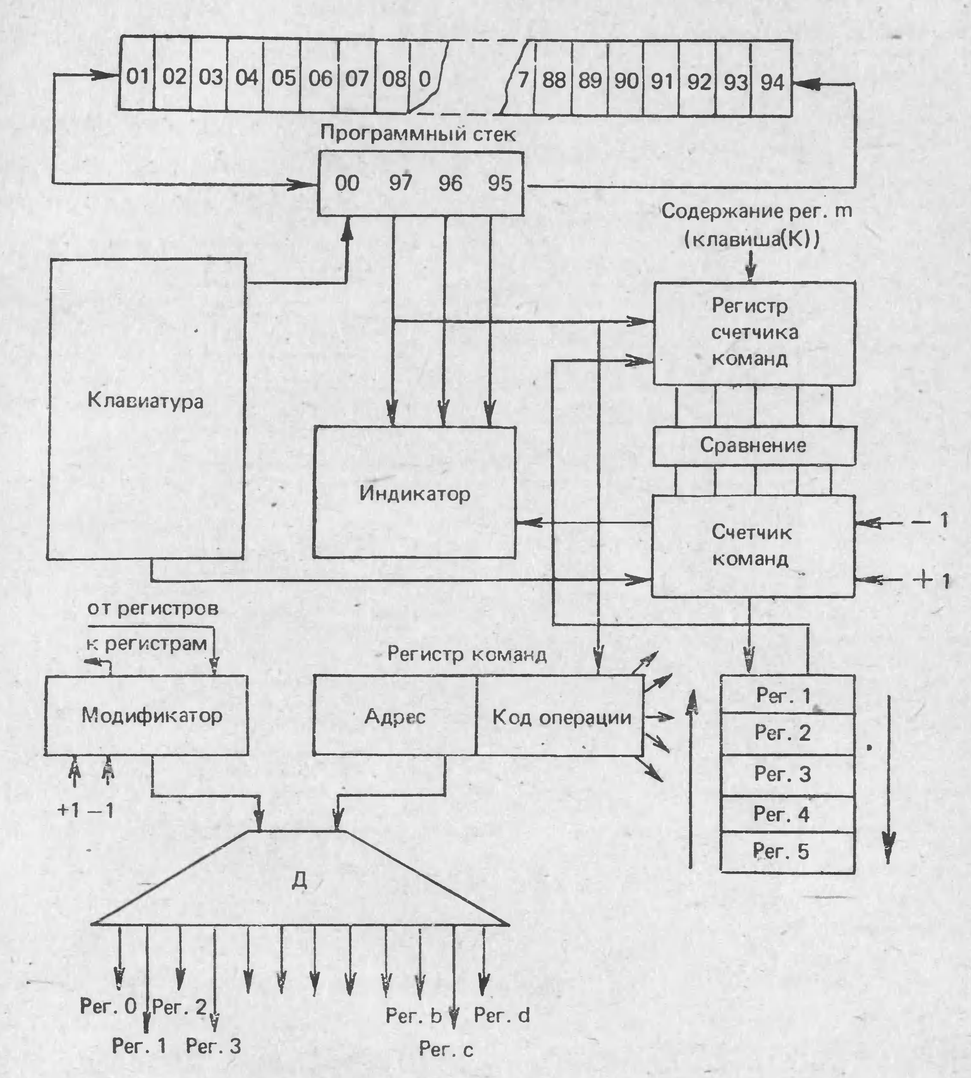

Рис. 4.7

ды, например (F) (7), содержимое счетчика команд опять увеличивается на единицу, а стек сдвигается против часовой стрелки на ячейку. В индикаторе высвечивается в позициях 2,3 — 1C; 5,6 — 10; 11,12 — 02. После набора третьей команды, например (П→X) (2), вид индикатора следующий: 62 1C 10 03. После набора четвертой команды код 10 первой команды из индикатора исчезнет, так как теперь высвечивается содержимое ячеек 03, 02, 01.

Таким образом, команда за командой в программный стек заносится программа решения задачи. Просмотр ее

осуществляется с помощью клавиш (←ШГ) и (→ШГ) (соответственно уменьшающих и увеличивающих содержимое счетчика команд). Обнаруженная при этом ошибка исправляется заменой команды. Для удаления команды рекомендуется на ее место ввести команду «Нет операции», нажимая клавиши (К) (0). Иначе оставшуюся часть программы придется набирать заново. Последовательность состояний индикатора при вводе программы и исправления команды показана на рис. 4.8.

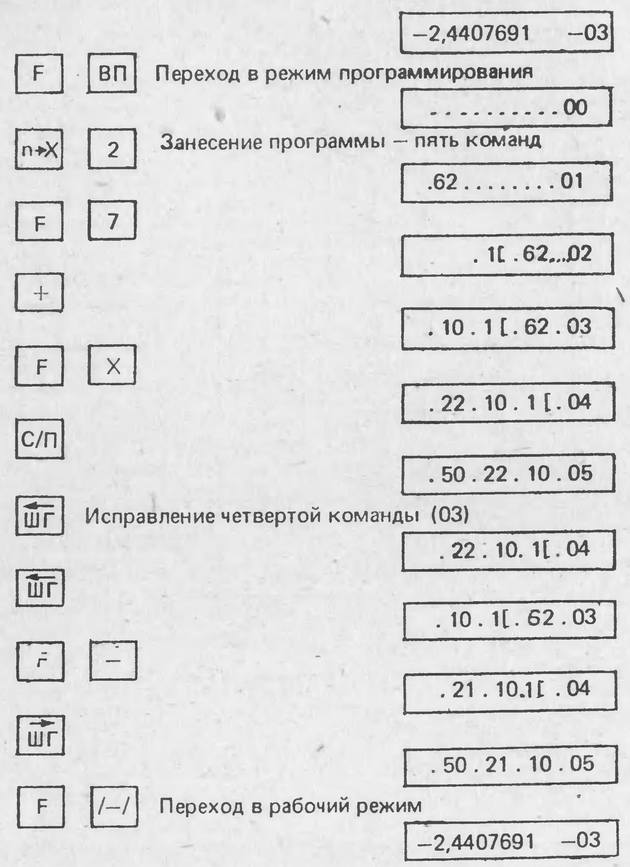

Рис. 4.8

Для того чтобы определить символьно-цифровой код какой-нибудь команды, нужно перейти в режим программирования, нажать соответствующий клавишный набор и в позициях 2,3 индикатора прочитать код.

5.3. Работа машины по программе

Программа вводится в машину в режиме программирования, в который переходят, нажимая клавиши (F) (ВП). Счетчик команд в этом случае устанавливается в 00, что видно на индикаторе. Иногда необходимо начать ввод с ячейки, имеющей другой адрес. Тогда в рабочем режиме нажимают клавишу (БП), затем цифровые клавиши, соответствующие нужному адресу. После этого переходят в режим программирования. Нажатие клавиши (В/0) в рабочем режиме устанавливает счетчик команд в 00.

Когда программа введена, проверена, переходят в рабочий режим (клавиши (F) (/—/)) и вводят исходные данные. Затем засылают в счетчик команд адрес ячейки памяти, в которой находится первая команда программы. Если счет начинается с адреса 00, то нажимают клавишу (В/0). Если начало программы помещено в ячейку *n*, то нажимаются клавиши (БП) (n). Задачу пускают на счет нажатием клавиши (С/П). Останов машины осуществляется также клавишей (С/П). Повторное ее нажатие продолжит счет задачи. При останове можно переходить в режим программирования (проверять и исправлять программу). Иногда удобно отлаживать программу по шагам. Это позволяет осуществлять клавиша (ПП). Ее нажатие в рабочем режиме приводит к тому, что выполняется только одна команда программы и машина останавливается. В этот момент можно посмотреть содержимое любых регистров. Но перед продолжением счета надо восстановить содержимое рег. X, а также, если это нужно, регистров стековой памяти Y, Z, T. Содержимое последних может быть изменено применением команды (П→X) (n).

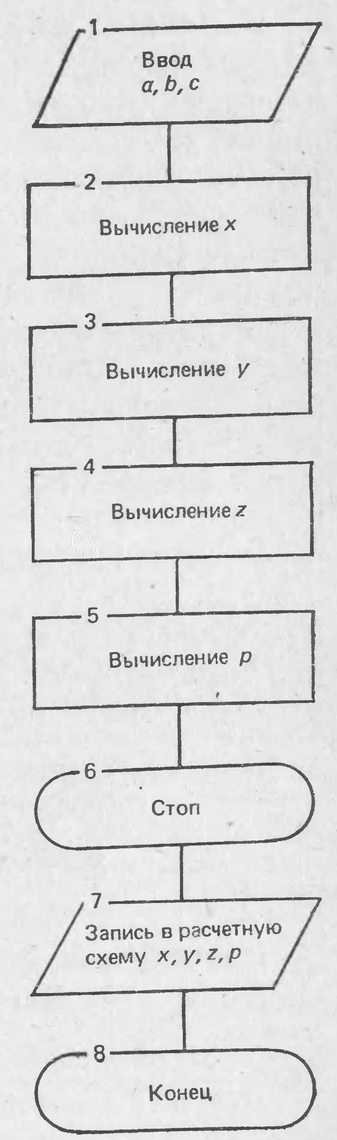

Рис. 4.9

Выполнение команд программы последовательно в порядке записи их в программном стеке — принцип работы машины в автоматическом режиме. После выполнения очередной команды стек сдвигается против часовой стрелки на ячейку. Содержимое ячейки 97 (см. рис. 4.7) пере-

дается в регистр команд для исполнения. При каждом сдвиге стека содержимое счетчика команд увеличивается на единицу. Программа заканчивает работу, как только в регистр команд попадает команда «Стоп» (клавиша (С/П), код 50).

В машине имеется два вида команд: команды *безадресные* (арифметические операции, вычисление функций, передача информации в стековой памяти, команды управления) и *одноадресные* (команды прямой и косвенной передачи информации из регистровой памяти в рег. X и, наоборот, команды косвенной передачи управления). Косвенные передачи рассмотрим ниже. При выполнении одноадресной команды первый символ — код операции — вызывает определенные действия, а второй символ — адрес через дешифратор (Д) — настраивает соответствующий регистр на выдачу числа в рег. X или прием числа из рег. X. Все команды передачи из рег. X в рег. n имеют код 4 (например, 43 — передача из рег. X в рег. 3; 4С — передача из рег. X в рег. с). Команды передачи из рег. n в рег. X имеют код 6 (например, 60 — передача из рег. 0 в рег. X, 6Г — передача из рег. d в рег. X). При выполнении косвенных команд содержимое регистра может быть передано в модификатор или содержимое модификатора — в соответствующий регистр.

Предупреждение. В модели Б3-34 при вычислении в автоматическом режиме не допускается производить смену знака результата вычислений (/—/). Для этого число засылается в регистр памяти, затем вызывается в рег. X и лишь тогда можно менять знак (/—/).

Составление программы покажем на примере.

Пример. Вычислить значение функций $p=(x\cdot y\cdot z)^x$,

$$x=\frac{\sin a^2+\operatorname{ctg} b}{\sqrt{\sin c+\cos a}},\quad y=\frac{e^a+\arcsin b}{\ln c+10^b},\quad z=(b^a+e^{(b-c)^2})\,b^a,$$

где $a=-1{,}4528$, $b=0{,}84376$, $c=2{,}90275$.

Блок-схема программы приведена на рис. 4.9, программа — в табл. 4.8, расчетная схема — в табл. 4.9.

Коэффициенты a, b, c занесем соответственно в рег. а, рег. b и рег. с. Команда 3 $\xrightarrow{\text{ЗАН}}$ (2) — а внепрограммная и реализуется вручную: набираем на клавиатуре a и нажимаем клавиши (X→П) (,), затем набираем b и нажимаем клавиши (X→П) (/—/), наконец, набираем c и нажимаем клавиши (X→П) (ВП).

Программу размещаем в программной памяти с ячейки 00: в ячейках 00 — 14 — команды, реализующие блок 2 (см. рис. 4.9); блоки 3—5 — соответственно в ячейках 15—26, 27—40, 41—46.

После останова машины (программа выполнена) идут команды чтения и записи в расчетную схему результатов: ЧТЕН (4) (прочитать содержимое рег. X и записать в столбец 4 расчетной схемы), 3 $\xrightarrow{\text{ЧТЕН}}$ (4) — 0 (прочитать три числа из регистров 0, 1, 2 и записать их в столбец (4) расчетной схемы).

Порядок работы:

1) включение машины;
2) ввод исходных данных;
3) переход в режим программирования (F) (ВП);
4) ввод программы с адреса 00;
5) переход в рабочий режим (F) (/—/);
6) установка счетчика команд в 00 (В/0);
7) пуск задачи на счет (С/П);
8) чтение и запись результатов.

Время счета — 25 с.

Задача 2. Использовать условие задачи 1. Составленную программу ввести в машину и решить задачу при указанных значениях аргумента x. Циклы реализовать вручную. Для этого составить расчетную схему на два столбца. В один из них записать значения x, в другой будут записываться найденные значения y.

1) $x=2{,}73$; 2,99; 3,1; 3,26; 2) $x=4{,}05$; 4,28; 4,33; 4,5;
3) $x=0{,}66$; 0,71; 0,74; 0,8; 4) $x=1{,}19$; 1,27; 1,32; 1,39;
5) $x=0{,}83$; 0,91; 0,98; 1,02; 6) $x=0{,}39$; 0,63; 0,81; 0,9;
7) $x=0{,}28$; 0,5; 0,61; 0,78; 8) $x=0{,}49$; 1,15; 2,08; 3,0;
9) $x=0{,}49$; 0,51; 0,55; 0,61; 10) $x=0{,}98$; 1,05; 1,08; 1,12;
11) $x=5{,}26$; 5,48; 5,61; 5,82; 12) $x=3{,}74$; 4,08; 4,2; 4,44;
13) $x=4{,}32$; 4,68; 4,99; 5,17; 14) $x=3{,}98$; 4,19; 4,44; 4,75;
15) $x=3{,}51$; 3,99; 4,15; 4,5; 16) $x=1{,}08$; 1,15; 1,26; 1,4;
17) $x=4{,}12$; 4,18; 4,21; 4,33; 18) $x=4{,}01$; 4,08; 4,11; 4,15;
19) $x=1{,}15$; 1,23; 1,28; 1,33; 20) $x=1{,}89$; 1,93; 1,95; 2,00;
21) $x=2{,}19$; 2,25; 2,27; 2,32; 22) $x=5{,}08$; 5,19; 5,25; 5,32;
23) $x=4{,}18$; 4,48; 4,73; 5,0; 24) $x=4{,}08$; 4,35; 4,52; 4,88;
25) $x=4{,}27$; 4,5; 4,75; 5,02; 26) $x=3{,}95$; 4,15; 4,3; 4,5;
27) $x=4{,}27$; 4,5; 4,75; 5,0; 28) $x=5{,}17$; 5,25; 5,3; 5,5.

Время счета любого варианта — не более 30 с.

Таблица 4.8

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	3 ЗАН (2) →	—	c	b	a	0	—	1
00	F7	1C	$\sin c$	—	—	—	c	
01	П→X,	6—	a	$\sin c$	b	a	—	
02	F8	1Г	$\cos a$	—	—	—	a	
03	+	10	$\sin c + \cos a$	b	a	—	$\cos a$	
04	F—	21	$\sqrt{\sin c + \cos a}$	—	—	—	$\sin c + \cos a$	
05	П→X/—/	6L	b	$\sqrt{\ }$	b	a	—	
06	F9	1E	$\mathrm{tg}\, b$	—	—	—	b	
07	F÷	23	$\mathrm{ctg}\, b$	—	—	—	$\mathrm{tg}\, b$	2
08	П→X,	6—	a	$\mathrm{ctg}\, b$	$\sqrt{\ }$	b	—	
09	F×	22	a^2	—	—	—	a	
10	F7	1C	$\sin a^2$	—	—	—	a^2	
11	+	10	$\sin a^2 + \mathrm{ctg}\, b$	$\sqrt{\ }$	b	—	$\sin a^2$	
12	↔	14	$\sqrt{\ }$	$\sin a^2 + \mathrm{ctg}\, b$	—	—	$\sin a^2 + \mathrm{ctg}\, b$	
13	÷	13	x	b	b	—	$\sqrt{\ }$	
14	X→П0	40	—	—	—	—	—	
15	П→X/—/	6L	b	x	b	b	—	
16	F4	19	$\arcsin b$	—	—	—	b	
17	П→X,	6—	a	$\arcsin b$	x	b	—	
18	F1	16	e^a	—	—	—	a	
19	+	10	$e^a + \arcsin b$	x	b	—	e^a	3
20	П→X/—/	6L	b	$e^a + \arcsin b$	x	b	—	
21	F0	15	10^b	—	—	—	b	
22	П→XВП	6C	c	10^b	$e^a + \arcsin b$	x	—	
23	F3	18	$\ln c$	—	—	—	c	
24	+	10	$\ln c + 10^b$	$e^a + \arcsin b$	x	—	$\ln c$	

Продолжение табл. 4.8

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
25	÷	13	y	x	x	—	$\ln c + 10^b$	3
26	X→П1	41	—	—	—	—	—	
27	П→XВП	6C	c	y	x	x	—	
28	П→X/—/	6L	b	c	y	x	—	
29	—	11	$c - b$	y	x	—	b	
30	F×	22	$(c-b)^2$	—	—	—	$(c-b)$	
31	F1	16	$e^{(c-b)^2}$	—	—	—	$(c-b)^2$	
32	П→X,	6—	a	$e^{(c-b)^2}$	y	x	—	
33	П→X/—/	6L	b	a	$e^{(c-b)^2}$	y	—	
34	F↔	24	b^a	—	—	—	b	4
35	↔	14	a	b^a	—	—	b^a	
36	F,	25	b^a	$e^{(c-b)^2}$	y	a	a	
37	+	10	$b^a + e^{(c-b)^2}$	y	a	—	b^a	
38	FB↑	0	b^a	$b^a + e^{(c-b)^2}$	y	a	—	
39	×	12	z	y	a	—	b^a	
40	X→П2	42	—	—	—	—	—	
41	×	12	$y \cdot z$	a	a	—	z	
42	П→X0	60	x	$y \cdot z$	a	a	—	
43	×	12	$x \cdot y \cdot z$	a	a	—	x	
44	FB↑	0	x	$x \cdot y \cdot z$	a	a	—	5
45	↔	14	$x \cdot y \cdot z$	x	—	—	x	
46	F↔	24	p	—	—	—	$x \cdot y \cdot z$	
47	С/П	50	—	—	—	—	—	6
	ЧТЕН (4)		—	—	—	—	—	7
	3 ЧТЕН (4) →	— 0	z	y	x	p	—	

Таблица 4.9

Исходные данные		Результаты счета	
(1)	(2)	(3)	(4)
a	—1,45280	p	$0{,}537279\cdot10^{5}$
b	0,84376	x	$0{,}293565\cdot10^{1}$
c	2,90275	y	$0{,}153922\cdot10^{0}$
		z	$0{,}904263\cdot10^{2}$

§ 6. ОРГАНИЗАЦИЯ РАЗВЕТВЛЕНИЙ И ЦИКЛОВ В ПРОГРАММАХ

Понятия разветвления и цикла, а также представления об организации их были даны в главах 2 и 3. Ниже приведем рекомендации по их реализации в данной модели.

6.1. Команды условного и безусловного переходов

Упрощенную схему управления микрокалькулятора МК-56 мы рассмотрели лишь с точки зрения реализации линейных программ, в которых команды выполняются одна за другой в порядке возрастания их адресов на единицу. Такие программы встречаются нечасто. Обычны программы с разветвлениями, которые к тому же могут быть циклическими. Для реализации разветвлений и циклов предусмотрены команды безусловных и условных переходов. Эти команды состоят из двух частей: собственно команда перехода (безусловный (БП) или условный (УП) переход); адрес ячейки стековой памяти, в которой находится следующая выполняемая команда (адрес перехода).

При реализации безусловного перехода в регистр счетчика команд поступает адрес новой команды, стек перемещается в ту или иную сторону (с изменением содержимого счетчика команд на +1 или —1) до совпадения содержимых счетчика команд и регистра счетчика команд. В итоге нужная команда стека подводится к рабочему положению.

Команда условного перехода реализуется иначе. Имеются четыре команды, проверяющие выполнение разных условий:

содержимое рег. X<0 ((F) ($\overrightarrow{\text{ШГ}}$), код 5C);
содержимое рег. X=0 ((F) ($\overleftarrow{\text{ШГ}}$), код 5E);
содержимое рег. X≥0 ((F) (В/0), код 59);
содержимое рег. X≠0 ((F) (С/П), код 57).

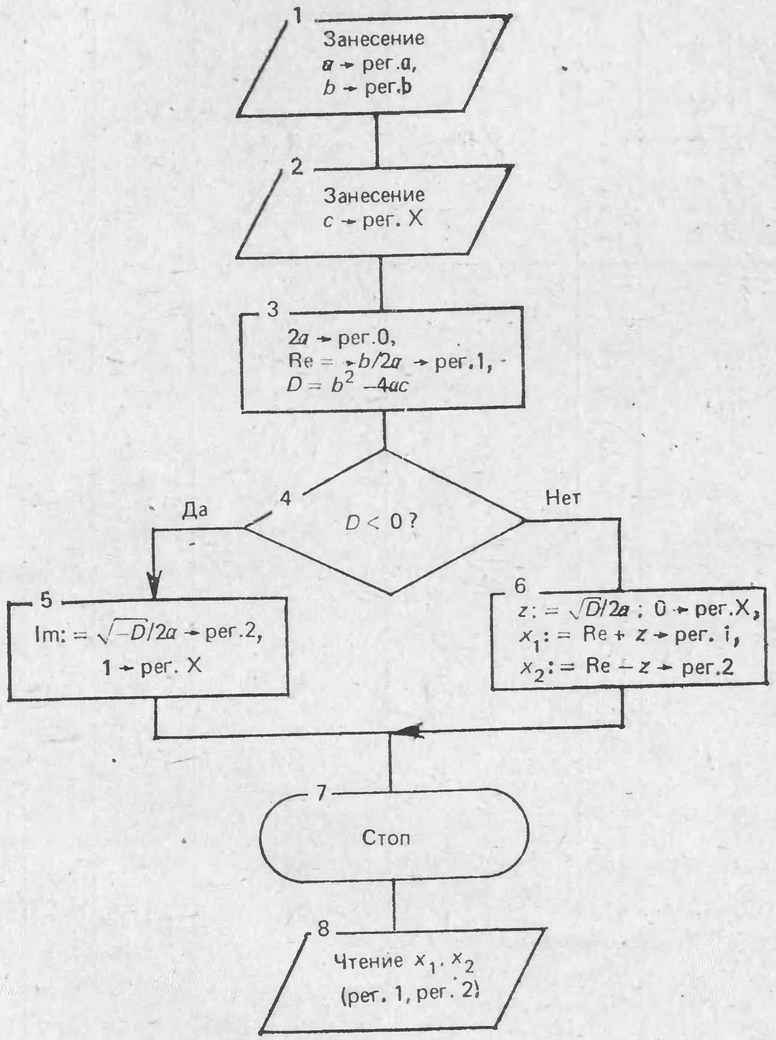

Рис. 4.10

При выполнении условия, указанного в коде команды, адрес команды, которая стоит после (УП), пропускается и выполняется следующая команда. Это означает, что содержимое счетчика команд увеличилось на два. При невыполнении условия, стоящего в коде команды (УП), последняя превращается в команду безусловного перехода.

Пример. Найти корни квадратного уравнения

$$x^2+1{,}5x+c=0,$$

где $c_1=1$ и $c_2=0{,}5$.

Таблица 4.10

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	ЗАН a	—	1	0	0	0	0	
	(X→П),	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН b	—	1,5	1	0	0	—	1
	(X→П) /—/	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН c	—	c	*	*	*	*	2
00	П→X /—/	6L	b	c	*	*	—	
01	/—/	0L	$-b$	—	—	—	—	
02	П→X,	6—	a	$-b$	c	*	—	
03	2	02	2	a	$-b$	c	—	
04	×	12	$2a$	$-b$	c	—	2	
05	X→П0	40	—	—	—	—	—	
06	÷	13	$-b/2a$	c	c	—	$2a$	
07	X→П1	41	—	—	—	—	—	
08	↔	14	c	$-b/2a$	—	—	$-b/2a$	3
09	П→X0	60	$2a$	c	$-b/2a$	c	—	
10	×	12	$2ac$	$-b/2a$	c	—	$2a$	
11	2	02	2	$2ac$	$-b/2a$	c	—	
12	×	12	$4ac$	$-b/2a$	c	—	2	
13	П→X /—/	6L	b	$4ac$	$-b/2a$	c	—	
14	F ×	22	b^2	—	—	—	b	
15	↔	14	$4ac$	b^2	—	—	b^2	
16	—	11	$D=b^2-4ac$	$-b/2a$	c	—	$4ac$	
17	F$\overrightarrow{\text{ШГ}}$	5C	УП (рег. X < 0?)		19, 27	—	—	4
18	27	27	—	—	—	—	—	
19	/—/	0L	$-D$	—	—	—	—	
20	F—	21	$\sqrt{-D}$	—	—	—	$-D$	
21	П→X0	60	$2a$	$\sqrt{-D}$	$-b/2a$	c	—	5
22	÷	13	Im	$-b/2a$	c	—	$2a$	
23	X→П2	42	—	—	—	—	—	
24	1	01	1	Im	$-b/2a$	c	—	
25	БП	51	—	—	—	—	—	
26	37	37	—	—	—	—	—	

Продолжение табл. 4.10

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
27	F—	21	$\sqrt{D}$	—	—	—	D	
28	П→X0	60	$2a$	$\sqrt{D}$	$-b/2a$	c	—	
29	÷	13	$z=\sqrt{D}/2a$	$\mathrm{Re}=-b/2a$	c	—	$2a$	
30	—	11	$x_2=\mathrm{Re}-z$	c	c	—	z	
31	X→П2	42	—	—	—	—	—	6
32	FB↑	0	z	x_2	c	c	—	
33	П→X1	61	Re	z	x_2	c	—	
34	+	10	$x_1=\mathrm{Re}+z$	x_2	c	—	Re	
35	X→П1	41	—	—	—	—	—	
36	0	00	0	x_1	x_2	c	—	
37	С/П	50	*	*	*	*	*	7
	П→X1	—	x_1	*	*	*	*	
	ЧТЕН	—	—	—	—	—	—	
	П→X2	—	x_2	x_1	*	*	*	8
	ЧТЕН	—	—	—	—	—	—	

Корни уравнения могут быть вещественные, когда $x_{1,2}=(-b\pm\sqrt{b^2-4ac})/2a$, и комплексные, когда $x_{1,2}=\mathrm{Re}\pm i\mathrm{Im}$, где $\mathrm{Re}=-b/2a$, $\mathrm{Im}=\sqrt{-(b^2-4ac)}/2a$. В рег. 1 будем засылать x_1 или Re, в рег. 2 — x_2 или Im. В случае вещественного корня в рег. X после останова машины будет высвечиваться нуль, в случае комплексного корня — единица. Блок-схема программы изображена на рис. 4.10, программа — в табл. 4.10.

Блоки 1, 2 и 8 реализуются вручную, поэтому адреса и коды команд не указываются. Решая задачу при значении c_2, начнем работу с команды ЗАН c_2, так как значения a и b сохраняются в регистрах a и b. В блоке 2 (регистры Y, Z, T, X1) проставлены *, поскольку в разные моменты там могут находиться разные величины.

Блок 4 — условный переход. Если $D<0$, т. е. условие рег. X<0 выполнено, то следующей выполняется коман-

да 19, а не 18. Если условие рег. X<0 не выполнено, то следующей выполняется команда 27. Команды 25, 26 реализуют безусловный переход из блока 5 в блок 7 (команда 37).

Порядок работы:

1) включение машины;
2) занесение $a=1$ в рег. a и $b=1{,}5$ в рег. b;
3) переход в режим программирования (F) (ВП);
4) ввод программы с адреса 00;
5) переход в рабочий режим (F) (/—/);
6) установка счетчика команд в 00 (В/0);
7) занесение с клавиатуры значения $c=1$;
8) пуск машины на счет (С/П);
9) чтение результатов Re=—0,75, Im=0,6614378;
10) установка счетчика команд в 00 (В/0);
11) занесение с клавиатуры значения $c=0{,}5$;
12) пуск задачи на счет (С/П);
13) чтение результатов $x_1=-0{,}5$, $x_2=-1$.

Время счета в обоих случаях — 7 с.

6.2. Циклы со счетчиком

В модели МК-56 имеется четыре команды: (F) (П→X) (L0, код 5Г); (F) (X→П) (L1, код 5L); (F) (БП) (L2, код 58); (F) (ПП) (L3, код 5—), каждая из которых связана с соответствующим регистром памяти: L0 — с рег. 0, L1 — с рег. 1, L2 — с рег. 2, L3 — с рег. 3. Они могут использоваться для организации циклов со счетчиком, т. е. тогда, когда число повторений цикла известно.

В подготовительной части цикла в рег. n ($n=0,1,\ldots,3$) засылается число его повторений (X→П) (n), затем описывается рабочая часть. В конце цикла ставится команда Ln, по которой содержимое рег. n засылается в модификатор устройства управления (см. рис. 4.7), из модификатора вычитается единица. Содержимое модификатора проверяется на нуль. Если модификатор отличен от нуля, то управление передается по адресу перехода, стоящему за Ln. Измененное содержимое модификатора засылается в рег. n. Если содержимое модификатора равно нулю, то выполняется следующая команда, стоящая за адресом перехода, т. е. в счетчик команд добавляется два (происходит выход из цикла). В этом случае содержимое модификатора в рег. n не передается. Поэтому после выхода из цикла в рег. n всегда находится 00000001.

Таблица 4.11

№	Команда	Код	Рег. X	Примечания
20	—	—	—	Команды программы,
21	—	—	—	предшествующие циклу
22	—	—	—	
23	4	04	4	Засылка числа повторений
24	X → П3	43	—	цикла (4) в рег. 3
25	—	—	—	Команды, входящие в цикл
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
$n+1$	—	—	—	
$n+2$	FПП (L3)	5—	—	Команды, заканчивающие цикл
$n+3$	25	25	—	
$n+4$	—	—	—	Послецикловые команды
$n+5$	—	—	—	

Пусть цикл повторяется 4 раза. Для организации цикла выберем, например, рег. 3 (L3) (табл. 4.11). Команды 23 и 24 заносят в рег. 3 число повторений цикла (4). Затем выполняются внутрицикловые команды 25 — n+1. По команде n+2 (F) (ПП) содержимое рег. 3 отправляется в модификатор (см. рис. 4.7). В модификаторе из поступившего числа вычитается единица и осуществляется проверка на нуль. Если в модификаторе не нуль, то результат вычитания пересылается в рег. 3. Следующей выполняется команда, которая указана в адресе перехода, находящемся на месте команды n+3(25). Команда 25 — первая команда цикла. После четырех прохождений цикла в модификаторе результатом вычитания будет нуль. Содержимое модификатора в рег. 3 не засылается, поэтому там будет стоять 00000001, адрес перехода будет пропущен и следующей выполняется команда n+4, т. е. осуществляется выход из цикла.

Таблица 4.12

№	Команда	Код	Рег. X	Примечания
10	—	—	—	Команды программы, предшествующие внешнему циклу
11	—	—	—	
12	—	—	—	
13	5	05	5	Засылка числа повторений цикла (5) в рег. 0
14	X → П0	40	—	
15	—	—	—	Команды, реализующие функции внешнего цикла. Эта группа команд может отсутствовать
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
$n+1$	1	01	1	Засылка числа повторений внутреннего цикла (15) в рег. 1
$n+2$	5	05	15	
$n+3$	X → П1	41	—	
$n+4$	—	—	—	Команды, реализующие функции внутреннего цикла
.	.	.	.	
.	.	.	.	
$m+1$	—	—	—	
$m+2$	X → П(L1)	5L	—	Команды, заканчивающие внутренний цикл
$m+3$	$n+4$	$n+4$	—	
$m+4$	—	—	—	Команды, реализующие функции внешнего цикла. Эта группа команд может отсутствовать
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
$l+1$	—	—	—	
$l+2$	FП → X(L0)	5Г	—	Команды, заканчивающие внешний цикл
$l+3$	15	15	—	
$l+4$	—	—	—	Послецикловые команды
$l+5$	—	—	—	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	

Таблица 4.13

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	ЗАН 10	—	10	0	0	0	0	1
	X → П0	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 1/3	—	0,33 . . 3	10	0	0	—	
	X → П1	—	—	—	—	—	—	
	C_x	—	0	—	—	—	—	
	X → П2	—	—	—	—	—	—	
00	П → X0	60	n	*	*	*	*	2
01	П → X1	61	x	n	*	*	*	
02	×	12	nx	*	*	*	x	
03	F 7	1C	$\sin nx$	—	—	—	nx	
04	F ×	22	$\sin^2 nx$	—	—	—	$\sin nx$	
05	П → X2	62	s	$\sin^2 nx$	*	*	—	3
06	+	10	$s+\sin^2 nx$	*	*	*	s	
07	X → П2	42	—	—	—	—	—	
08	FП → X	5Г	(L0)	—	—	—	—	4
09	00	00	—	—	—	—	—	
10	С/П	50	—	—	—	—	—	5
	ЧТЕН s	—	—	—	—	—	—	5

Рассмотрим пример организации двойного цикла (табл. 4.12). Пусть внешний цикл повторяется 5 раз, а внутренний — 15 раз.

Если группа команд 15 — n отсутствует, то адрес перехода в конце внешнего цикла должен быть $n+1$. В этом примере внешний цикл будет повторен 5 раз, а внутренний $5 \cdot 15 = 75$ раз.

С помощью четырех команд организации циклов можно организовать четыре вложенных цикла. Если в про-

грамме нужно организовать больше четырех вложений циклов (например, шесть), то рекомендуется следующий прием. Пусть внешний цикл имеет номер 1, следующий — 2 и последний (внутренний) — 6. Тогда в рег. 0 засылаем число повторений внешнего цикла 1, в регистры 1—3 — соответственно число повторений циклов 2—4. Число повторений цикла 5 засылаем, например, в рег. a, внутреннего цикла 6 — в рег. b. Циклы 1—4 заканчиваются обычным образом. Перед входом в цикл 5 содержимое рег. 0 пересылается, например, в рег. c, а содержимое рег. a — в рег. 0. Соответственно перед входом в цикл 6 содержимое рег. 1 пересылается в рег. d, а содержимое рег. b — в рег. 1. И теперь выходы из циклов 5, 6 управляются командами L0 и L1. После выхода из циклов 5, 6 необходимо восстановить содержимое рег. 0 и рег. 1, т. е. организовать пересылки рег. c в рег. 0, рег. d в рег. 1.

Пример. Вычислить

$$s = \sum_{n=1}^{10} \sin^2(nx),$$

где $x=1/3$.

Задача на одиночный цикл. Значение n берем из рег. 0, который будем использовать и для выхода из цикла. Поэтому сумма вычисляется в обратном порядке: сначала последний член ряда при $n=10$, затем предпоследний при $n=9$ и т. д. Блок-схема программы приведена на рис. 4.11, программа — в табл. 4.13.

Таблица 4.14

Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
10	—	10	0	0	0	0	
X → П0	—	—	—	—	—	—	
F +	—	π	10	0	0	—	
2	—	2	π	10	0	—	1
÷	—	π/2	10	0	—	2	
X → П1	—	—	—	—	—	—	
C_x	—	0	—	—	—	—	
X → П2	—	—	—	—	—	—	

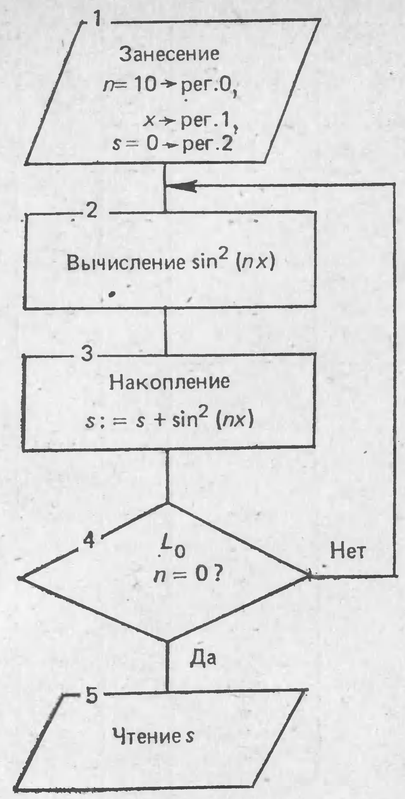

Рис. 4.11

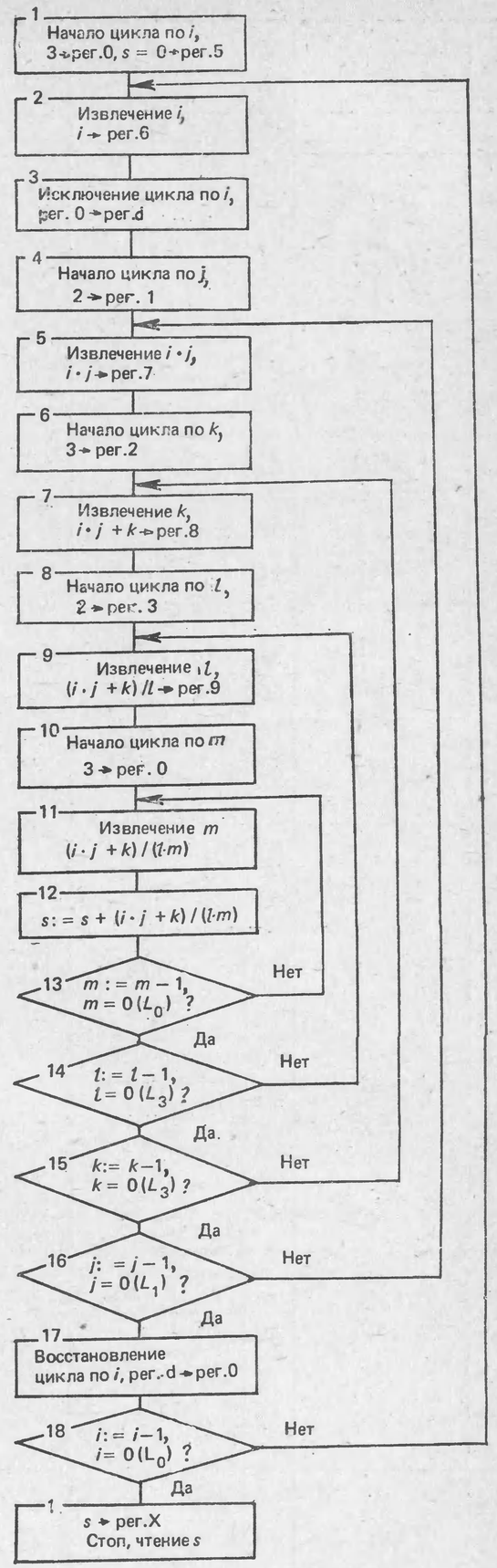

Рис. 4.12

Таблица 4.15

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
00	X→П5	45	—	—	—	—	—	1
01	3	03	3	0	0	0	—	
02	X→П0	40	—	—	—	—	—	
03	П→X0	60	i	*	*	*	—	2
04	X→П6	46	—	—	—	—	—	
05	X→ПС$_x$	4Г	—	—	—	—	—	3
06	2	02	2	i	*	*	—	4
07	X→П1	41	—	—	—	—	—	
08	П→X1	61	j	*	*	*	—	5
09	П→X6	66	i	j	*	*	—	
10	×	12	$i \cdot j$	*	*	—	i	
11	X→П7	47	—	—	—	—	—	
12	3	03	3	$i \cdot j$	*	*	—	6
13	X→П2	42	—	—	—	—	—	
14	П→X7	67	$i \cdot j$	*	*	*	—	7
15	П→X2	62	k	$i \cdot j$	*	*	—	
16	+	10	$i \cdot j + k$	*	*	—	k	
17	X→П8	48	—	—	—	—	—	
18	2	02	2	$i \cdot j + k$	*	*	—	8
19	X→П3	43	—	—	—	—	—	
20	П→X8	68	$i \cdot j + k$	*	*	*	—	9
21	П→X3	63	l	$i \cdot j + k$	*	*	—	
22	÷	13	$(i \cdot j + k)/l$	*	*	—	l	
23	X→П9	49	—	—	—	—	—	
24	3	03	3	$(i \cdot j + k)/l$	*	*	—	10
25	X→П0	40	—	—	—	—	—	

Продолжение табл. 4.15

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
26	П→X9	69	$(i \cdot j + k)/l$	*	*	*	—	11
27	П→X0	60	m	$(i \cdot j + k)/l$	*	*	—	
28	÷	13	$(i \cdot j + k)/l \cdot m$	*	*	—	m	
29	П→X5	65	s	$(i \cdot j + k)/l \cdot m$	*	*	—	12
30	+	10	$s + (i \cdot j + k)/l \cdot m$	*	*	—	s	
31	X→П5	45	—	—	—	—	—	
32	FП→X	5Г	(L0)	—	—	—	—	13
33	26	26	—	—	—	—	—	
34	FПП	5—	(L3)	—	—	—	—	14
35	20	20	—	—	—	—	—	
36	FБП	58	(L2)	—	—	—	—	15
37	14	14	—	—	—	—	—	
38	FX→П	5L	(L1)	—	—	—	—	16
39	08	08	—	—	—	—	—	
40	П→XС$_x$	6Г	i	$s + (i \cdot j + k)/l \cdot m$	*	*	—	17
41	X→П0	40	—	—	—	—	—	
42	FП→X	5Г	(L0)	—	—	—	—	18
43	03	03	—	—	—	—	—	
44	П→X5	65	s	i	$s + (i \cdot j + k)/l \cdot m$	*	—	19
45	С/П	50	—	—	—	—	—	20

Порядок работы:

1) включение машины;

2) переход в режим программирования (F) (ВП) (в счетчике команд стоит адрес первой команды 00);

3) ввод программы в запоминающее устройство (блоки 2—5) с первой команды;

4) переход в рабочий режим (F) (/—/);
5) установка счетчика команд в 00 (В/0);
6) ввод исходных данных задачи (блок 1);
7) пуск задачи на счет (С/П);
8) чтение результата — 4,748..... .

Время счета — 35 с.

Просчитаем этот же ряд с $x=\pi/2$. Для этого блок 1 запишем в виде, представленном в табл. 4.14.

Порядок работы:

1) выключение машины недопустимо (пропадет вся программа);
2) ввод исходных данных (блок 1);
3) установка счетчика команд в 00 (В/0);
4) пуск задачи на счет (С/П);
5) чтение результата — .5, ...

Время счета — 23 с.

Пример. Рассмотрим задачу на пять вложенных циклов:

$$s=\sum_{i=1}^{3}\left(\sum_{j=1}^{2}\left(\sum_{k=1}^{3}\left(\sum_{l=1}^{2}\left(\sum_{m=1}^{3}\left((i\cdot j+k)/l\cdot m\right)\right)\right)\right)\right).$$

Регистр 0 (L0) будет использован дважды для организации внешнего и последнего внутреннего циклов. Блок-схема программы приведена на рис. 4.12, программа — в табл. 4.15. Порядок работы прежний. Результат счета — 247,5. Время счета — около 7 мин.

6.3. Адресуемые регистры

Для организации косвенной адресации регистров и косвенных переходов используются адресуемые регистры. В адресуемом регистре находится номер регистра, передающего или принимающего информацию, или адреса безусловного, условного переходов или перехода к подпрограмме.

Для того чтобы любой из регистров регистровой памяти (рег. 0, рег. 1, ..., рег. d) стал адресуемым, в него засылается необходимая величина, затем используется тройная команда:

(К) (Х→П) (n) — рег. Х→рег. m, где m определяется рег. n;

(К) (П→Х) (n) — рег. m→рег. Х, где m определяется рег. n;

(К) (БП) (n) — безусловный переход к команде, адрес которой определяется рег. n;

(К) (УП) (n) — здесь УП — одна из четырех имеющихся команд условного перехода. Итак, если условие, указанное в команде УП, удовлетворено, то выполняется следующая команда; в противном случае — переход к команде, адрес которой определяется рег. n.

(К) (ПП) (n) — переход в подпрограмму, адрес первой команды которой определяется рег. n.

Адресуемые регистры работают в следующем режиме:

1) содержимое рег. n передается в модификатор (см. рис. 4.1, 4.7);

2) если номер регистра от нуля до трех, то из модификатора вычитается единица; от четырех до шести — к модификатору прибавляется единица; от семи до d — содержимое модификатора не меняется;

3) содержимое модификатора передается в исходный регистр;

4) содержимое модификатора передается в дешифратор (Д) для выбора нужного регистра;

5) в зависимости от кода операции (вторая команда) осуществляются операции: рег. Х→рег. m или рег. m→рег. Х или содержимое рег. m передается в регистр счетчика команд для организации переходов (БП, УП, ПП).

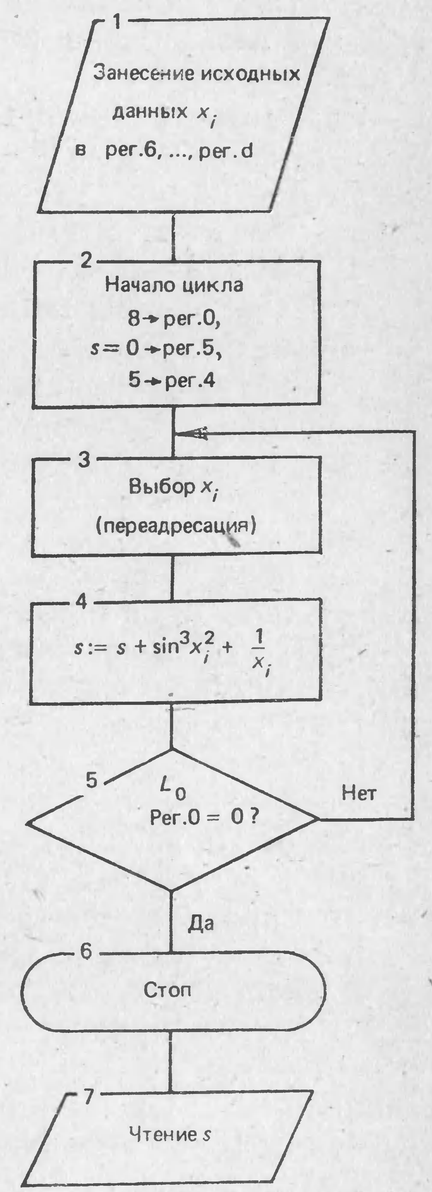

Рис. 4.13

Пример. Вычислить

$$s=\sum_{i=1}^{8}(\sin^3 x_i^2+1/x_i),$$

где $x_i = \{0{,}275;\ -2{,}396;\ 1{,}258;\ 0{,}665;\ 2{,}103;\ 1{,}574;\ -0{,}987;\ 4{,}263\}$.

Занесем x_i в регистровую память, начиная с рег. 6 до рег. d. В качестве адресуемого регистра выберем рег. 4. Для организации цикла выберем рег. 0. Блок-схема программы изображена на рис. 4.13, программа — в табл. 4.16.

Рассмотрим команды блока 1 (табл. 4.17):

1 ЗАН 5, 2 Х→П4 — занесение в адресуемый рег. 4 числа 5 — номера регистра (на единицу меньшего), который участвует в приеме и передаче информации;

3 ЗАН x_i — ввод с клавиатуры $x_1 = 0{,}275$;

4 КХ→П4 — команда переадресации, реализуемая с помощью рег. 4. Содержимое рег. 4 (5) отправляется в модификатор устройства управления (см. рис. 4.7). В модификаторе к принятой величине (5) добавляется единица (5+1=6), полученный результат отправляется в рег. 4 на хранение и в дешифратор (Д) для исполнения. Дешифратор выбирает рег. 6, затем осуществляет пересылки рег. Х→рег. 6. Если бы команда имела вид КП→Х4, то произошла бы пересылка рег. 6→рег. Х;

5 УП — условный переход. Если $i=8$, т. е. ввод исходных данных закончен, то осуществляется переход к команде 6, в противном случае — к команде 3;

3 ЗАН x_i — ввод с клавиатуры $x_2 = -2{,}396$;

4 КХ→П4 — передача содержимого рег. 4 (6) в модификатор. Происходит добавление единицы (6+1=7) и засылка результата (7) в рег. 4. Дешифратор выбирает рег. 7 и происходит передача рег. Х→рег. 7;

5 УП — условный переход и т. д.

В автоматическом режиме блок 3 (КП→Х4) осуществляет тот же процесс последовательного выбора регистров от рег. 6 до рег. d для занесения в рег. Х очередных значений x_i. Передачи осуществляются из рег. n в рег. Х. Команды 18, 19 заканчивают цикл по рег. 0.

Результат счета — 6,4658908.

Время счета — 35 с.

Задача 3. Используя формулу Гаусса (1.25в), для шести точек вычислить интегралы. Алгоритм метода Гаусса см. в § 2 гл. 2. Узлы и коэффициенты занести в регистровую память машины из табл. 1.3, при этом учесть, что $-x_1 = x_6$, $c_1 = c_6$, $-x_2 = x_5$, $c_2 = c_5$, $-x_3 = x_4$, $c_3 = c_4$.

$$1)\ \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+2x}\,dx;\quad 2)\ \int_0^1 \frac{\ln(1+11x)}{x}\,dx;$$

Таблица 4.16

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1	ЗАН 5	—	5	0	0	0	0	1
2	Х→П4	—	—	—	—	—	—	
3	ЗАН x_i	—	x_i	*	*	*	—	
4	КХ→П4	—	—	—	—	—	—	
5	УП (i=8 ?) 6, 3			—	—	—	—	
6	Конец ввода x_i				—	—	—	
00	8	08	8	x_8	x_7	x_6	—	2
01	Х→П0	40	—	—	—	—	—	
02	5	05	5	8	x_8	x_7	—	
03	Х→П4	44	—	—	—	—	—	
04	0	00	0	5	8	x_8	—	
05	Х→П5	45	—	—	—	—	—	
06	КП→Х4	Г4	x_i	*	*	*	—	3
07	F ÷	23	$1/x_i$	—	—	—	x_i	4
08	FB↑	0	x_i	$1/x_i$	*	*	—	
09	F×	22	x_i^2	—	—	—	x_i	
10	F7	1C	$\sin x_i^2$	—	—	—	x_i^2	
11	B↑	0E	—	$\sin x_i^2$	$1/x_i$	*	—	
12	F×	22	$\sin^2 x_i^2$	—	—	—	$\sin x_i^2$	
13	×	12	$\sin^3 x_i^2$	$1/x_i$	*	—	$\sin^2 x_i^2$	
14	+	10	$f(x)$	*	*	—	$\sin^3 x_i^2$	
15	П→Х5	65	s	$f(x)$	*	*	—	
16	+	10	$s+f$	*	*	—	s	
17	Х→ П5	45	—	—	—	—	—	
18	FП→Х	5Г	(L0)	—	—	—	—	5
19	06	06	—	—	—	—	—	
20	С/П	50	—	—	—	—	—	6
	ЧТЕН s	—	—	—	—	—	—	7

Таблица 4.17

Команда	Рег. 4	Рег. X	Рег. m
ЗАН 5	0	5	
X→П4	5	—	
ЗАН x_1	—	0,275	
КХ→П4	00000006		0,275 (рег. 6)
УП (i = 1)			
ЗАН x_2		—2,396	
КХ→П4	00000007		2,396 (рег. 7)
УП (i = 2)			
ЗАН x_3		1,958	
КХ→П4	00000008		1,958 (рег. 8)
УП (i = 3)			
ЗАН x_4		0,665	
КХ→П4	00000009		0,665 (рег. 9)
УП (i = 4)			
ЗАН x_5		2,103	
КХ→П4	00000010		2,103 (рег. a)
УП (i = 5)			
ЗАН x_6		1,574	
КХ→П4	00000011		1,574 (рег. b)
УП (i = 6)			
ЗАН x_7		—0,987	
КХ→П4	00000012		—0,987 (рег. c)
УП (i = 7)			
ЗАН x_8		4,263	
КХ→П4	00000013		4,263 (рег. d)
УП (i = 8) — конец ввода исходных данных			

3) $\int\limits_{-1}^{1} \sqrt{(1-x^2)(2-x)}\,dx$; 4) $\int\limits_{0,2}^{1,4} (\sin x - \ln x + e^x)\,dx$;

5) $\int\limits_{0}^{1,234} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x^3}}\,dx$; 6) $\int\limits_{0}^{1,047} \frac{e^{x/2}}{\sqrt{x+1}}\,dx$;

7) $\int\limits_{2}^{3,104} \frac{0,1x^2}{\lg x}\,dx$; 8) $\int\limits_{1}^{2,835} \frac{dx}{\lg^2 x+1}$; 9) $\int\limits_{0}^{2,1} \frac{e^{-x^2}\sin 0,1x}{x+1}\,dx$;

10) $\int\limits_{0}^{1} \frac{e^{1,1x}\,dx}{(1-x)^2\cdot 0,5+x^2}$; 11) $\int\limits_{0}^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+5x}\,dx$;

12) $\int\limits_{0}^{1} \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}\,dx$; 13) $\int\limits_{0}^{1} \frac{\ln(1+x)}{x}\,dx$; 14) $\int\limits_{0}^{1} \frac{\ln(1+17x)}{x}\,dx$;

15) $\int\limits_{0}^{\pi/3} \frac{dx}{25+x^2}$; 16) $\int\limits_{2}^{4,4} \frac{dx}{1+15x}$; 17) $\int\limits_{0,8}^{1,762} \sqrt{1+x^3}\,dx$;

18) $\int\limits_{1,3}^{2,621} \frac{dx}{\sqrt{x^3-1}}$; 19) $\int\limits_{3}^{4,254} \frac{1+x^2}{1+x^3}\,dx$; 20) $\int\limits_{1,2}^{2,187} \frac{dx}{\sqrt{x^3-1}}$;

21) $\int\limits_{1,2}^{2,471} \sqrt{1+2x^3}\,dx$; 22) $\int\limits_{1}^{2,631} \frac{1+x+x^2}{\sqrt{x^3+1}}\,dx$;

23) $\int\limits_{0}^{1,075} \frac{3x\,dx}{\sqrt{1+x^3}}$; 24) $\int\limits_{1}^{5} \frac{e^{-x}}{x+0,4}\,dx$;

25) $\int\limits_{0}^{2,1} \frac{e^{-x^2}\sin 0,25x}{x+1,5}\,dx$; 26) $\int\limits_{0}^{1} \sin(0,4x)\,x^{0,23}\,dx$;

27) $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{1+x+x^2}$; 28) $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{1-x+x^2}$.

Время счета любой задачи — не более 1,5 мин.

6.4. Циклы с монотонно изменяющейся величиной

Если в программе имеются переменные, по величине которых можно судить об окончании цикла, то такие циклы называются циклами с монотонно изменяющейся величиной.

Пример. Вычислить

$$z = \begin{cases} \ln x^3, & \text{если } y < 0, \\ x(x+1), & \text{если } y \geqslant 0, \end{cases}$$

где $y = \sin^2 x + \cos x^2$, $x = 2(1,1)8,6$.

Блок-схема программы приведена на рис. 4.14. Полученные значения будем последовательно засылать в регистры, начиная с рег. 7. После останова машины в полу-

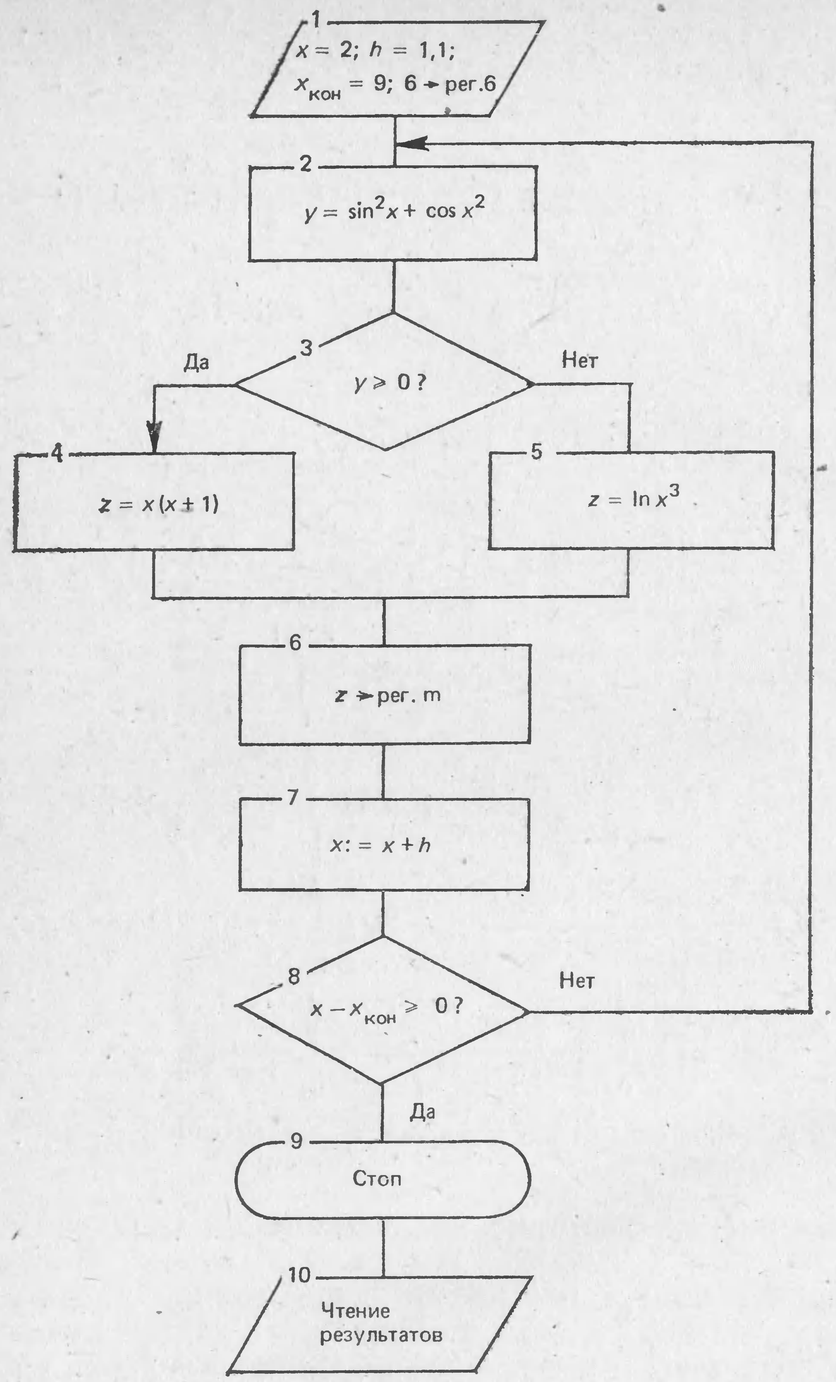

Рис. 4.14

автоматическом режиме, нажимая клавишу (С/П), прочтем содержимое необходимых регистров (блок 10). Программа приведена в табл. 4.18, расчетная схема — в табл. 4.19. Используя команды безусловного перехода, программу можно разместить, начиная с любой ячейки памяти (в данном случае с ячейки 20).

Таблица 4.18

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	ЗАН 2	—	2	0	0	0	0	
	X→П2	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 1, 1	—	1,1	2	0	0	—	
	X→П3	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 9	—	9	1,1	2	0	—	1
	X→П4	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 6	—	6	9	1,1	2	—	
	X→П6	—	—	—	—	—	—	
	Отметка первой строки расчетной схемы							
20	П→X2	62	x	*	*	*	*	
21	F7	1C	$\sin x$	—	—	—	x	
22	F×	22	$\sin^2 x$	—	—	—	$\sin x$	
23	П→X2	62	x	$\sin^2 x$	*	*	—	2
24	F×	22	x^2	—	—	—	x	
25	F8	1Г	$\cos x^2$	—	—	—	x^2	
26	+	10	y	*	*	—	$\cos x^2$	
27	FB/0	59	УП (рег. X ≥ 0?)				—	3
28	36	36	Переход к команде 36 или 29					
29	П→X2	62	x	y	*	*	—	
30	П→X2	62	x	x	y	*	—	
31	1	01	1	x	x	y	—	
32	+	10	$x+1$	x	y	—	1	4
33	×	12	$z=x(x+1)$	y	y	—	$x+1$	
34	БП	51	Безусловный переход			—	—	
35	41	41	к команде 41			—	—	
36	П→X2	62	x	y	*	*	—	
37	B↑	0E	—	x	y	*	—	
38	F×	22	x^2	—	—	—	x	5
39	×	12	x^3	y	*	—	x^2	
40	F3	18	$z = \ln x^3$	—	—	—	x^3	

Продолжение табл. 4.18

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
41	КХ→П6	L6	z → рег. m (m = 7, 8, 9, a, b, c, d)				—	6
42	П→Х2	62	x	z	y	*	—	7
43	П→Х3	63	1,1	x	z	y	—	
44	+	10	$x+1,1$	z	y	—	1,1	
45	Х→П2	42	—	—	—	—	—	
46	П→Х4	64	$x_{кон}$	x	z	y	—	8
47	—	11	$x-x_{кон}$	z	y	—	$x_{кон}$	
48	FB/0	59	УП (рег. X⩾0?), переход			—	—	
49	20	20	к команде 20 или 50					
50	6	06	6	$x-x_{кон}$	z	y	—	10
51	Х→П6	46	—	—	—	—	—	
52	КП→Х6	Г6	рег. m→рег. X (m=7, 8, 9, a, b, c, d)					
53	С/П	50	—	—	—	—	—	
	ЧТЕН (2)	—	—	—	—	—	—	
	Отметка следующей строки расчетной схемы						—	
	УП (следующая строка пустая ?), стоп					*	—	
*	С/П	—	Пуск машины на счет (С/П)			—	—	
54	БП	51	Безусловный переход			—	—	
55	52	52	к команде 52		—	—	—	

В качестве $x_{кон}$ здесь взято произвольное число 9, так как оно больше 8,6 (последнее допустимое значение) и меньше 9,7. В рег. 6 засылаем шесть, учитывая, что полученные значения z будем засылать в рег. 7, рег. 8 и т. д. (блок 6 — КХ→П6).

Следует обратить особое внимание на блок 10, в котором реализуется полуавтоматическое считывание результатов. Причем блок 9 (конец) находится внутри блока 10 — команда 53, но эта команда используется и в блоке 10.

После входа в блок 10 и останова машины в рег. X

Таблица 4.19

x	z	Примечания
(1)	(2)	(3)
2,0	6,	$y \geqslant 0$
3,1	3,3942063	$y<0$
4,2	21,84	$y \geqslant 0$
5,3	5,0031204	$y<0$
6,4	5,5688939	$y<0$
7,5	63,75	$y \geqslant 0$
8,6	82,56	$y \geqslant 0$

будет находиться содержимое рег. 7 (z_1). После записи z_1 в расчетную схему нажимается клавиша (С/П). Реализуются команды 54, 55, 52, 53. В рег. X находится содержимое рег. 8 (z_2) и т. д.

Порядок работы:

1) включение машины;
2) занесение исходных данных: 2 — рег. 2; 1,1 — рег. 3; 9 — рег. 4; 6 — рег. 6;
3) занесение 20 — адреса первой команды (БП) (2) (0) — в счетчик команд;
4) переход в режим программирования (F) (ВП);
5) ввод программы в память машины с ячейки 20;
6) переход в рабочий режим (F) (/—/);
7) занесение 20 — адреса первой команды (БП) (2) (0) — в счетчик команд;
8) пуск задачи на счет (С/П);
9) чтение семи результатов (6 раз нажимая клавишу (С/П)) (см. табл. 4.19).

Время счета — 1 мин.

Для того чтобы не сказывались ошибки округления при наращивании x ($x:=x+h$), всегда полезно $x_{кон}$ увеличить на половину шага ($x'_{кон} = x_{кон} + h/2$).

6.5. Итерационные циклы

Итерационные циклы тесно связаны с итерационными методами решения уравнений и систем. Они организуются тогда, когда вычисления выполняются по одинаковым

Таблица 4.20

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег.X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	ЗАН X	—	x	0	0	0	0	
	X→П2	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 0	—	0	x	0	0	—	
	X→П3	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 1	—	1	0	x	0	—	1
	X→П4	—	—	—	—	—	—	
	X→П5	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 10^{-7}	—	10^{-7}	1	0	x	—	
	X→П6	—	—	—	—	—	—	
00	П→X3	63	n	*	*	*	—	
01	1	01	1	n	*	*	—	
02	+	10	$n+1$	*	*	—	1	
03	X→П3	43	—	—	—	—	—	
04	П→X2	62	x	$n+1$	*	*	—	
05	↔	14	$n+1$	x	—	—	x	2
06	÷	13	$x/(n+1)$	*	*	—	$n+1$	
07	П→X5	65	u_n	$x/(n+1)$	*	*	—	
08	×	12	u_{n+1}	*	*	—	u_n	
09	X→П5	45	—	—	—	—	—	
10	F×	22	u^2_{n+1}	—	—	—	u_{n+1}	
11	F—	21	$\lvert u_{n+1} \rvert$	—	—	—	u^2_{n+1}	
12	П→X6	66	10^{-7}	$\lvert u_{n+1} \rvert$	*	*	—	
13	—	11	$\lvert u_{n+1} \rvert - 10^{-7}$	*	*	—	10^{-7}	3
14	F B/0	59	Проверка условия рег. X⩾0?				—	
15	22	22	Переход к командам 22 или 16				—	
16	П→X5	65	u_{n+1}	$\lvert u_{n+1} \rvert - 10^{-7}$	*	*	—	
17	П→X4	64	s_n	u_{n+1}	$\lvert u_{n+1} \rvert - 10^{-7}$	*	—	4
18	+	10	s_{n+1}	$\lvert u_{n+1} \rvert - 10^{-7}$	*	—	s_n	
19	X→П4	44	—	—	—	—	—	

Продолжение табл. 4.20

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег.X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
20	БП	51	Безусловный переход			—	—	4
21	00	00	к команде 00		—	—	—	
22	П→X4	64	s_{n+1}	$\lvert u_{n+1} \rvert - 10^{-7}$	*	*	—	
23	С/П	50	—	—	—	—	—	5

формулам с использованием результатов в качестве исходных данных при следующем прохождении цикла. Так, если для некоторых исходных данных x, y, z были применены расчетные формулы и в результате получены x_1, y_1, z_1, то при повторном входе в цикл x_1, y_1, z_1 будут использоваться как исходные данные для расчета x_2, y_2, z_2 и т. д. Окончание работы таких циклов происходит тогда, когда результаты счета при данном выполнении цикла отличаются от предыдущих не больше чем на некоторую заданную величину.

Пример 1. Составить программу вычисления функции e^x, представленной степенным рядом

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots,$$

где $x=0{,}78365$.

Будем пользоваться рекуррентными соотношениями для вычисления частичной суммы ряда и очередного слагаемого: $s_{n+1}=s_n+u_{n+1}$, $u_{n+1}=u_n \cdot x/(n+1)$, где $n=0$, $s_0=1$, $u_0=1$.

Вычисления прекратить, когда очередной член ряда будет меньше заданной величины 10^{-7}. Блок-схема программы приведена на рис. 4.15, программа — в табл. 4.20.

Порядок работы:

1) включение машины;
2) занесение исходных данных;
3) переход в режим программирования (F) (ВП);
4) ввод программы с адреса 00;
5) переход в рабочий режим (F) (/—/);
6) занесение 00 в счетчик команд;
7) пуск задачи на счет (С/П);

8) чтение результата — 2,1894492.

Время счета — менее 1 мин. Количество членов ряда содержится в рег. 3 (П→X) (3). Для данного примера $n=10$.

Пример 2. Методом итерации с точностью до $\varepsilon=10^{-5}$ найти корень уравнения $x=2-\ln x$, где $x_0=1$.

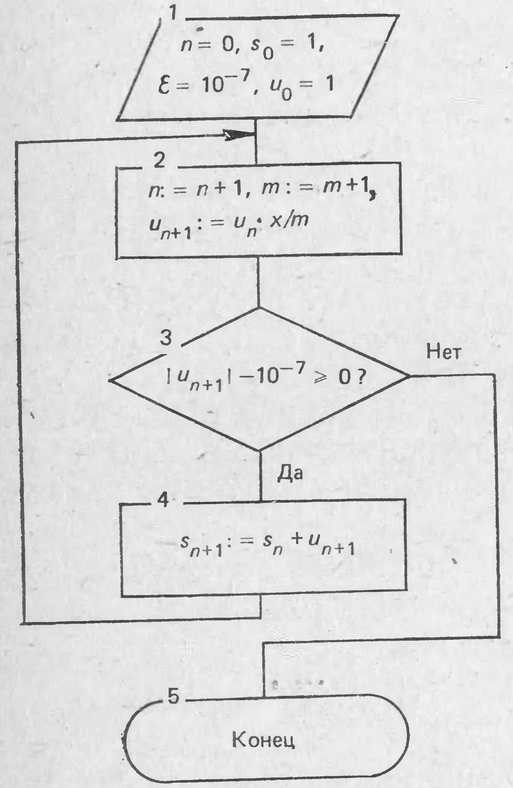

Рис. 4.15

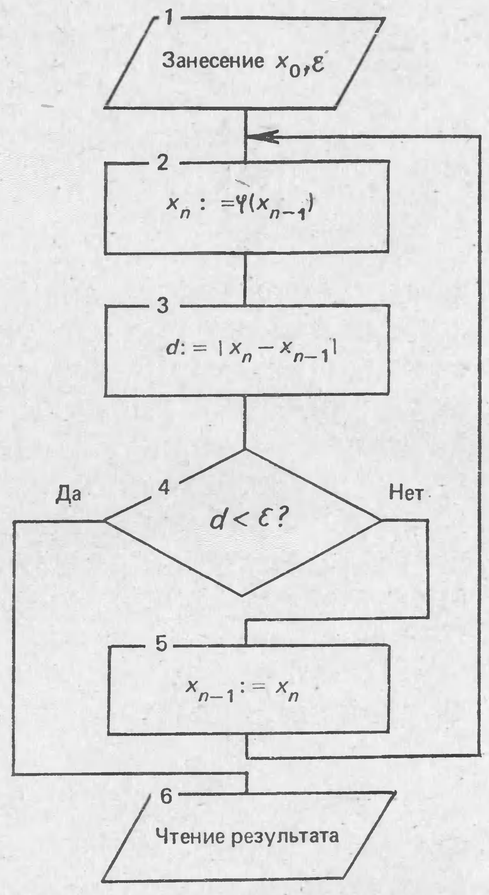

Рис. 4.16

В этом методе искомый корень находится как предел последовательности $x_n=\varphi(x_{n-1})$, $n=1, 2, \ldots$. Последовательность x_n сходится к искомому корню при любом x_0, лежащем в окрестности корня, если выполнено неравенство $|\varphi'(x)|\leqslant q<1$. Процесс итераций прекратим, как только $|x_n-x_{n-1}|<\varepsilon$. Блок-схема программы приведена на рис. 4.16, программа — в табл. 4.21.

Результат счета — $x=1{,}55711$. Время счета — 2 мин.

Задача 4. Методом Ньютона уточнить до 10^{-4} значение корня для каждого значения параметра. В качестве начального приближения брать указанное значение x_0. Найденные значения корней заносить в регистровую память, пользуясь косвенной адресацией.

Таблица 4.21

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	ЗАН x_0	—	x_0	0	0	0	0	1
	X→П0	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 10^{-5}	—	10^{-5}	x_0	0	0	—	
	X→П3	—	—	—	—	—	—	
00	П→X0	60	x_0	*	*	*	—	2
01	F3	18	$\ln x_0$	—	—	—	x_0	
02	2	02	2	$\ln x_0$	*	*	—	
03	↔	14	$\ln x_0$	2	—	—	2	
04	—	11	$x_1=2-\ln x_0$	*	*	—	$\ln x_0$	
05	X→П1	41	—	—	—	—	—	
06	П→X0	60	x_0	x_1	*	*	—	3
07	—	11	x_1-x_0	*	*	—	x_0	
08	F×	22	$(x_1-x_0)^2$	—	—	—	x_1-x_0	
09	F—	21	$\lvert x_1-x_0\rvert$	—	—	—	$(x_1-x_0)^2$	
10	П→X3	63	ε	$\lvert x_1-x_0\rvert$	—	—	—	4
11	÷	11	$\lvert x_1-x_0\rvert-\varepsilon$	*	*	—	ε	
12	F B/0	59	Рег X $\geqslant$ 0?		—	—	—	
13	18	18	—	—	—	—	—	
14	П→X1	61	x_1	$\lvert x_1-x_0\rvert-\varepsilon$	*	*	—	5
15	X→П0	40	—	—	—	—	—	
16	БП	51	—	—	—	—	—	
17	00	00	—	—	—	—	—	
18	П→X1	61	x_1	$(x_1-x_0)-\varepsilon$	*	*	—	6
19	С/П	50	—	—	—	—	—	

12. Зак. 1320

1) $x - a^x = 0$, $a = 0{,}5\,(0{,}1)\,0{,}9$, $x_0 = 1$;

2) $xe^{-x} - e^{-a-1} = 0$, $a = 1\,(0{,}1)\,1{,}4$, $x_0 = 0$;

3) $\operatorname{ctg} x - \frac{1}{a} x = 0$, $a = 1\,(1)\,5$, $x_0 = 1$;

4) $1 - x^{-a} + (1-x)^{-a} = 0$, $a = 0{,}5\,(0{,}1)\,0{,}9$, $x_0 = 0{,}3$;

5) $x^{4n} + 4nx^{2n} - 1 = 0$, $n = 1\,(1)\,4$, $x_0 = 0{,}5$;

6) $\cos x - \frac{x}{a} \sin x = 0$, $a = 6\,(1)\,10$, $x_0 = 1$;

7) $\operatorname{ctg} x - \frac{1}{\pi} \ln a = 0$, $a = 1{,}5\,(0{,}05)\,1{,}7$, $x_0 = 1{,}4$;

8) $\operatorname{tg} x + \frac{ax}{x^2 - a} = 0$, $a = 1\,(0{,}1)\,1{,}4$, $x_0 = 2{,}5$;

9) $\operatorname{tg}(0{,}58x + a) = x^2$, $a = 0{,}1\,(0{,}1)\,0{,}4$, $x_0 = 0{,}7$;

10) $\frac{x}{e^x} \frac{1}{e^{a+1}} = 0$, $a = 2{,}0\,(0{,}1)\,2{,}4$, $x_0 = 0$;

11) $(1-x)^{-a} + 1 - x^a = 0$, $a = 1{,}0\,(0{,}1)\,1{,}4$, $x_0 = 0{,}3$;

12) $\pi \operatorname{ctg} x - \ln a = 0$, $a = 1{,}75\,(0{,}05)\,1{,}95$, $x_0 = 1{,}3$;

13) $(x^2 - a) \operatorname{tg} x + ax = 0$, $a = 1{,}5\,(0{,}1)\,1{,}9$, $x_0 = 2{,}2$;

14) $x - a \operatorname{ctg} x = 0$, $a = 11\,(1)\,15$, $x_0 = 1$;

15) $a^x - x = 0$, $a = 1{,}0\,(0{,}1)\,1{,}4$, $x_0 = 0{,}5$;

16) $e^{-(1+a)} - xe^{-x} = 0$, $a = 1{,}5\,(0{,}1)\,1{,}9$, $x_0 = 0{,}1$;

17) $\operatorname{ctg} x - x/a = 0$, $a = 16\,(1)\,20$, $x_0 = 1$;

18) $x^2 - \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + a\right) = 0$, $a = 0{,}1\,(0{,}1)\,0{,}4$, $x_0 = 0{,}7$;

19) $1/x - a \cos \pi x = 0$, $a = 3\,(0{,}1)\,3{,}4$, $x_0 = 1{,}5$;

20) $\sin x - ax \cos x = 1$, $a = 0{,}6\,(0{,}4)\,2{,}2$, $x_0 = 4$;

21) $\sin x - \cos^2 x + a = 0$, $a = 0{,}2\,(0{,}05)\,0{,}4$, $x_0 = 0{,}4$;

22) $\frac{1}{e^{a+1}} - \frac{x}{e^x} = 0$, $a = 2{,}5\,(0{,}1)\,2{,}9$, $x_0 = 0$;

23) $x^2 - \operatorname{ctg} \frac{a}{3} x = 0$, $a = 3\,(0{,}1)\,3{,}4$, $x_0 = 0{,}8$;

24) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} x - x - a = 0$, $a = 2{,}7\,(0{,}1)\,3{,}1$, $x_0 = 1{,}5$;

25) $\cos x - \frac{x \sin x}{a} = 0$, $a = 21\,(1)\,25$, $x_0 = 1$;

26) $ax - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} x = 0$, $a = 3\,(0{,}1)\,3{,}4$, $x_0 = 1{,}7$;

27) $1 + x - e^{ax} = 0$, $a = 0{,}25(0{,}25)1{,}25$, $x_0 = 0{,}7$;

28) $xe^{-x} - e^{-(a+1)} = 0$, $a = 3{,}0\,(0{,}1)\,3{,}4$, $x_0 = 0$.

Время счета любой задачи для всех значений a — не более 4 мин. Исключение составляют варианты 5), 9), 24), 27), время счета которых от 5 до 10 мин.

§ 7. Подпрограммы

Подпрограммы — рациональное средство программирования. Вместо того чтобы переписывать многократно повторяемые части алгоритма, их оформляют в виде самостоятельных программ. Чтобы стать подпрограммой, программа должна удовлетворять следующим условиям:

1) подпрограмма может размещаться в любом месте программной памяти;

2) последней командой подпрограммы должна быть команда (В/0), код 52 — команда возврата в вызывающую программу;

3) в программной памяти находится вызывающая программа, в которой один или несколько раз встречается команда (ПП) (n) — переход в подпрограмму (n — адрес первой команды подпрограммы) или (К) (ПП) (m) — косвенный переход в подпрограмму (m — номер регистра, в котором находится адрес первой команды подпрограммы, причем, как и раньше, если $0 \leqslant m \leqslant 3$, то из содержимого регистра вычитается единица, если $4 \leqslant m \leqslant 6$, то единица добавляется).

Схемно переход в подпрограмму выглядит так (см. рис. 4.7):

1) в программе встретилась команда (ПП) (n) (например, 53 65 — перейти в подпрограмму, первая команда которой находится в ячейке 65);

2) к содержимому счетчика команд добавляется двойка (сформировался адрес возврата) и результат отправляется в стек подпрограмм (стек на 5 ячеек работает по принципу: последним пришел, первым вышел);

3) адрес n (например, 65) заносится в регистр счетчика команд; далее все, как при выполнении команды безусловного перехода (см. п. 6.1);

4) после выполнения подпрограммы команда (В/0) вызывает действия: из рег. 1 стека подпрограмм его содержимое передается в регистр счетчика команд; далее все, как при выполнении команды безусловного перехода. Стек подпрограмм состоит из пяти регистров, поэтому

возможна система из пяти вложенных друг в друга подпрограмм.

Если переход в подпрограмму осуществляется косвенным образом (К) (ПП) (m), то изменяется только п. 3). Он звучит так: содержимое рег. m отправляется в модификатор. В зависимости от номера m в модификатор добавляется 0, 1 или —1. Содержимое модификатора отправляется в рег. m и в дешифратор. Из соответствующего регистра извлекается адрес первой команды подпрограммы и заносится в регистр счетчика команд; далее все, как при выполнении команды безусловного перехода.

Предупреждение. В модели Б3-34 запрещается заканчивать подпрограмму операциями: sin, cos, tg, arcsin, arccos, arctg, e^x, lg, ln, x^2, $1/x$, $\sqrt{x}$, 10^x, x^y. Выход из данной ситуации: после команды вычисления функции ставится команда засылки результата в любой неиспользованный регистр (П) (n) и затем команда (В/0).

Пример 1. Вычислить методом трапеций с точностью до $\varepsilon=0{,}05$ определенный интеграл

$$I=\int_{0,5}^{1}\frac{(\operatorname{th}x+x^2)\sqrt{x}}{1+\operatorname{th}\sqrt{x^3+1}}\,dx.$$

Формула трапеций имеет вид

$$\int_a^b f(x)\,dx\approx\frac{b-a}{n}\left[\frac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+\ldots+y_{n-1}\right].$$

Указанную точность обеспечим так называемым двойным пересчетом. Вычисление подынтегральной функции будем вести в подпрограмме, гиперболического тангенса — $\operatorname{th}x=(e^x-e^{-x})/(e^x+e^{-x})$ — во внутренней подпрограмме. Блок-схема программы приведена на рис. 4.17, блок-схема внешней подпрограммы — на рис. 4.18, блок-схема внутренней подпрограммы — на рис. 4.19. Программа приведена в табл. 4.22.

Порядок работы:

1) выбор некоторого значения n и вычисление значения интеграла I_1;

2) удваивание значения n и вычисление нового значения интеграла I_2;

3) вычисление $|I_2-I_1|$. Если эта величина меньше ε, считаем, что интеграл I_2 вычислен с заданной точностью,

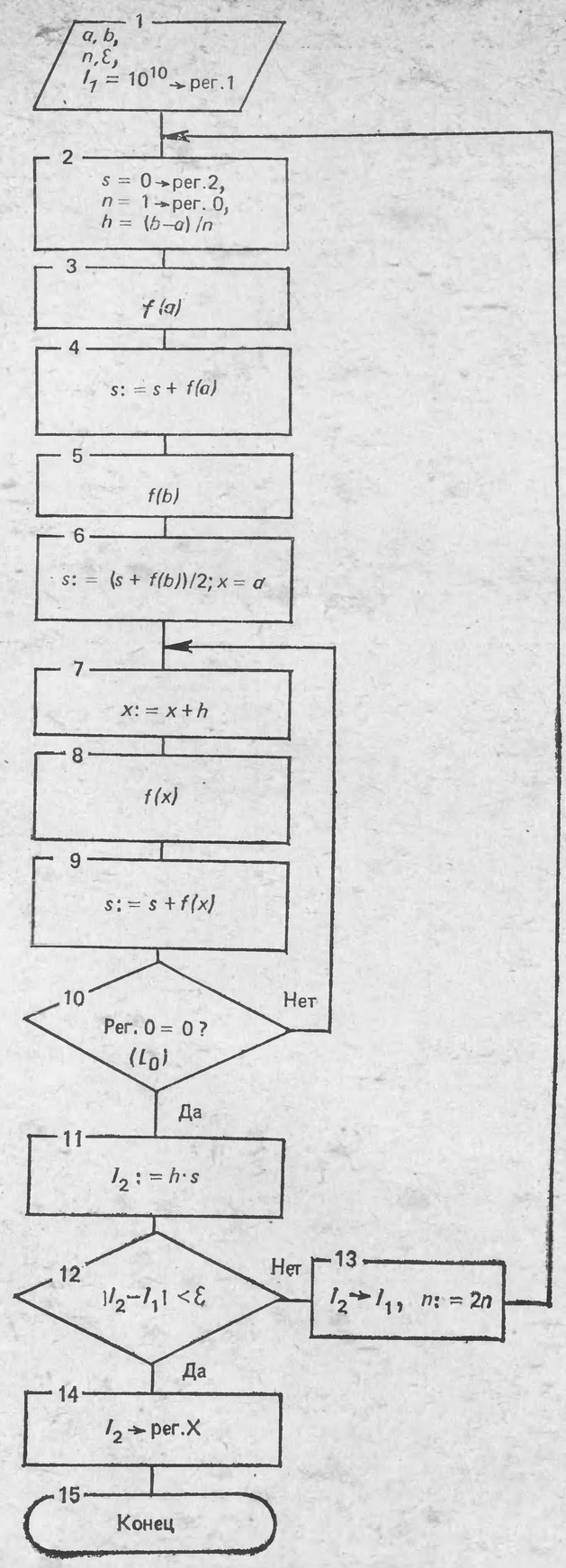

Рис. 4.17

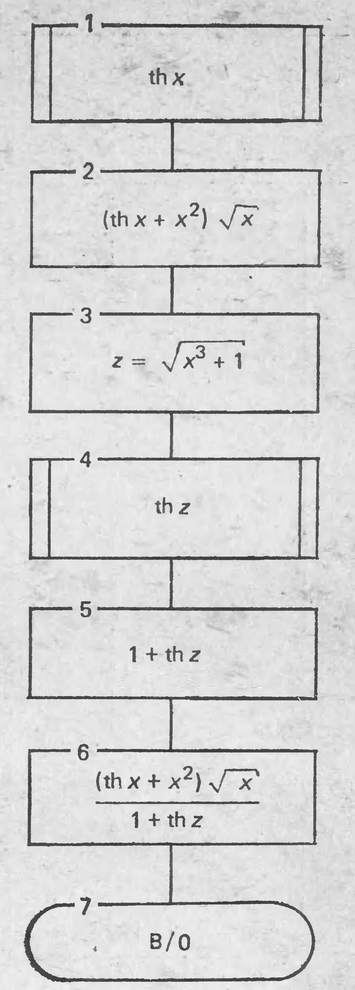

Рис. 4.18

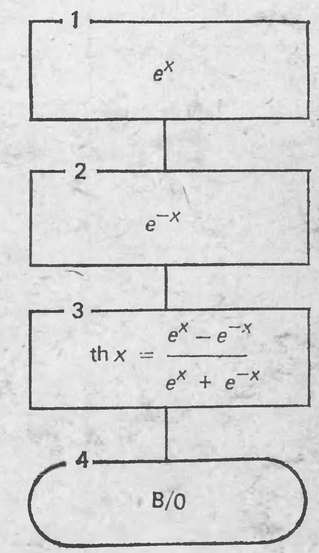

Рис. 4.19

Таблица 4.22

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	ЗАН 0,5	—	a	0	0	0	0	
	X→П,	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 1	—	b	a	0	0	—	
	X→П/—/	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 4	—	n	b	a	0	—	1
	X→ПВП	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 0,05	—	ε	n	b	a	—	
	X→ПС$_x$	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 10^{10}	—	I_1	ε	n	b	—	
	X→П1	—	—	—	—	—	—	
00	С$_x$	0Г	0	—	—	—	—	
01	X→П2	42	—	—	—	—	—	
02	П→X/—/	6L	b	0	*	*	—	
03	П→X,	6—	a	b	0	*	—	
04	—	11	$b-a$	0	*	—	a	2
05	П→ХВП	6С	n	$b-a$	0	*	—	
06	÷	13	h	0	*	—	n	
07	X→П3	43	—	—	—	—	—	
08	П→ХВП	6С	n	h	0	*	—	
09	X→П0	40	—	—	—	—	—	
10	П→X,	6—	a	n	h	0	—	
11	ПП	53	Переход в подпрограмму 1				—	3
12	58	58	к команде 58			—	—	
13	П→X2	62	s	$f(a)$	*	*	—	
14	+	10	$s+f(a)$	*	*	—	s	4
15	X→П2	42	—	—	—	—	—	
16	П→X /—/	6L	b	s	$f(a)$	*	—	
17	ПП	53	Переход в подпрограмму 1				—	5
18	58	58	к команде 58			—	—	

Продолжение табл. 4.22

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
19	П→X2	62	s	$f(b)$	*	*	—	
20	+	10	$s+f(b)$	*	*	—	s	
21	2	02	2	s	*	*	—	
22	÷	13	$s/2$	*	*	—	2	6
23	X→П2	42	—	—	—	—	—	
24	П→X,	6—	a	$s/2$	*	*	—	
25	X→П4	44	—	—	—	—	—	
26	П→X4	64	x	*	*	*	—	
27	П→X3	63	h	x	*	*	—	7
28	+	10	$x+h$	*	*	—	h	
29	X→П4	44	—	—	—	—	—	
30	ПП	53	Переход в подпрограмму 1				—	8
31	58	58	к команде 58		—	—	—	
32	П→X2	62	s	$f(x)$	*	*	—	
33	+	10	$s+f(x)$	*	*	—	s	9
34	X→П2	42	—	—	—	—	—	
35	FП→X	5Г	Конец цикла (L_0), переход к командам					10
36	26	26	26 или 37					
37	П→X3	63	h	s	*	*	—	
38	×	12	I_2	*	*	—	h	11
39	X→П5	45	—	—	—	—	—	
40	П→X1	61	I_1	I_2	*	*	—	
41	—	11	I_2-I_1	*	*	—	I_1	
42	F×	22	$(I_2-I_1)^2$	—	—	—	I_2-I_1	12
43	F—	21	$\lvert I_2-I_1\rvert$	—	—	—	$(I_2-I_1)^2$	

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
44	П→ХС$_x$	6Г	ε	$\lvert I_2-I_1\rvert$	*	*	—	
45	—	11	$\lvert I_2-I_1\rvert-\varepsilon$	*	*	—	ε	
46	F В/0	59	УП (рег. X ⩾ 0 ?), переход				—	12
47	56	56	к командам 56 или 48					
48	П→Х5	65	I_2	$\lvert I_2-I_1\rvert-\varepsilon$	*	*	—	
49	Х→П1	41	—	—	—	—	—	
50	П→ХВП	6С	n	I_2	$\lvert I_2-I_1\rvert-\varepsilon$	*	—	
51	В↑	0Е	—	n	I_2	$\lvert I_2-I_1\rvert-\varepsilon$	—	13
52	+	10	$2n$	I_2	$\lvert I_2-I_1\rvert-\varepsilon$	—	n	
53	Х→ПВП	4С	—	—	—	—	—	
54	БП	51	Безусловный переход к команде 00					
55	00	00	—	—	—	—	—	
56	П→Х5	65	I_2	$\lvert I_2-I_1\rvert-\varepsilon$	*	*	—	14
57	С/П	50	—	—	—	—	—	15
	Подпрограмма 1							
58	Х→П6	46	—	—	—	—	—	
59	ПП	53	Переход в подпрограмму 2				—	1
60	85	85	к команде 85	—	—	—	—	
61	П→Х6	66	x	th$x$	*	*	—	
62	F×	22	x^2	—	—	—	x	
63	+	10	th$x+x^2$	*	*	—	x^2	
64	П→Х6	66	x	th$x+x^2$	*	*	—	2
65	F—	21	$\sqrt{x}$	—	—	—	x	
66	×	12	$f=(\text{th}x+x^2)\sqrt{x}$	—	—	—	$\sqrt{x}$	
67	Х→П7	47	—	—	—	—	—	

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
68	П→Х6	66	x	f	th$x+x^2$	*	—	
69	В↑	0Е	—	x	f	th$x+x^2$	—	
70	F×	22	x^2	—	—	—	x	
71	×	12	x^3	f	th$x+x^2$	—	x^2	3
72	1	01	1	x^3	f	th$x+x^2$	—	
73	+	10	x^3+1	f	th$x+x^2$	—	1	
74	F—	21	$\sqrt{x^3+1}$	—	—	—	x^3+1	
75	ПП	53	Переход в подпрограмму 2				—	4
76	85	85	к команде 85		—	—	—	
77	1	01	1	th$\sqrt{x^3+1}$	*	*	—	5
78	+	10	1+th$\sqrt{}$	*	*	—	1	
79	П→Х7	67	f	1+th$\sqrt{}$	*	*	—	
80	↔	14	1+th$\sqrt{}$	f	—	—	f	6
81	÷	13	$f(x)$	*	*	—	1+th$\sqrt{}$	
82	В/0	52	—	—	—	—	—	7
	Подпрограмма 2							
85	Х→П8	48	—	—	—	—	—	
86	F1	16	e^x	—	—	—	x	1
87	Х→П9	49	—	—	—	—	—	
88	П→Х8	68	x	e^x	*	*	—	
89	/—/	0L	$-x$	—	—	—	—	2
90	F1	16	e^{-x}	—	—	—	$-x$	
91	—	11	e^x-e^{-x}	*	*	—	e^{-x}	
92	FB↑	0	e^{-x}	$e^{-x}-e^x$	*	*	—	
93	П→Х9	69	e^x	e^{-x}	e^x-e^{-x}	*	—	3
94	+	10	e^x+e^{-x}	e^x-e^x	*	—	e^x	
95	÷	13	th x	*	*	—	e^x+e^{-x}	
96	В/0	52	—	—	—	—	—	4

в противном случае полагаем I_1 равным I_2, удваиваем n и вычисляем значение интеграла I_2. Сравнение $|I_2-I_1|$ продолжаем до получения требуемой точности;

4) чтение результата — $I_2=0{,}319$, $n=16$.

Время счета — около 16 мин.

Пример 2. Методом деления отрезка пополам на отрезке [0,5; 1,5] с точностью до 10^{-4} найти корень трансцендентного уравнения $e^{-x}-\cos x=0$.

Блок-схема программы приведена на рис. 4.20, программа с подпрограммой — в табл. 4.23.

Исходные данные — концы отрезка a и b и задаваемую точность вычислений ε — разместим соответственно в регистрах a, b, c. Вычисление значений функции $f(x)$ в точках a и c будем осуществлять по подпрограмме. Первый переход в подпрограмму реализован командами 01, 02. Аргумент для подпрограммы всегда находится в рег. X. Подпрограмма размещена в ячейках 50—56. После выхода из подпрограммы управление будет передано команде 03. К этому моменту в рег. X находится значение функции $f(a)$. Второй и последующие переходы в подпрограмму реализуются командами 10, 11. После выхода из подпрограммы выполняется команда 12. К этому моменту в рег. X находится значение функции $f(c)$. Команды 30, 31 вычисляют $|b-a|$. Результаты счета — $\lambda=-1{,}292$, $f(\lambda)=-0{,}00002$. Время счета — 2 мин.

Пример 3. Методом деления отрезка пополам на отрезке [—3,0; —2,8] с точностью до 10^{-5} найти корень трансцендентного уравнения $\cos x^2+e^x+\sin^2 x=0$.

Используем программу, составленную для предыдущего примера, изменив только блок 1 и подпрограмму.

Порядок работы

(предыдущая программа находится в машине):

1) занесение 50 — адреса первой команды подпрограммы — в счетчик команд (БП) (5) (0);

2) переход в режим программирования (F) (ВП);

3) ввод в программную память новой подпрограммы (табл. 4.24) с ячейки 50;

4) переход в рабочий режим (F) (/—/);

5) установка счетчика команд в 00 (В/0);

6) реализация с помощью клавиатуры блока 1 (см. табл. 4.24);

7) пуск задачи на счет (С/П);

8) чтение результатов — корень $\lambda=-2{,}82979$, $f(\lambda)=0{,}000003$. Время счета — 2,5 мин.

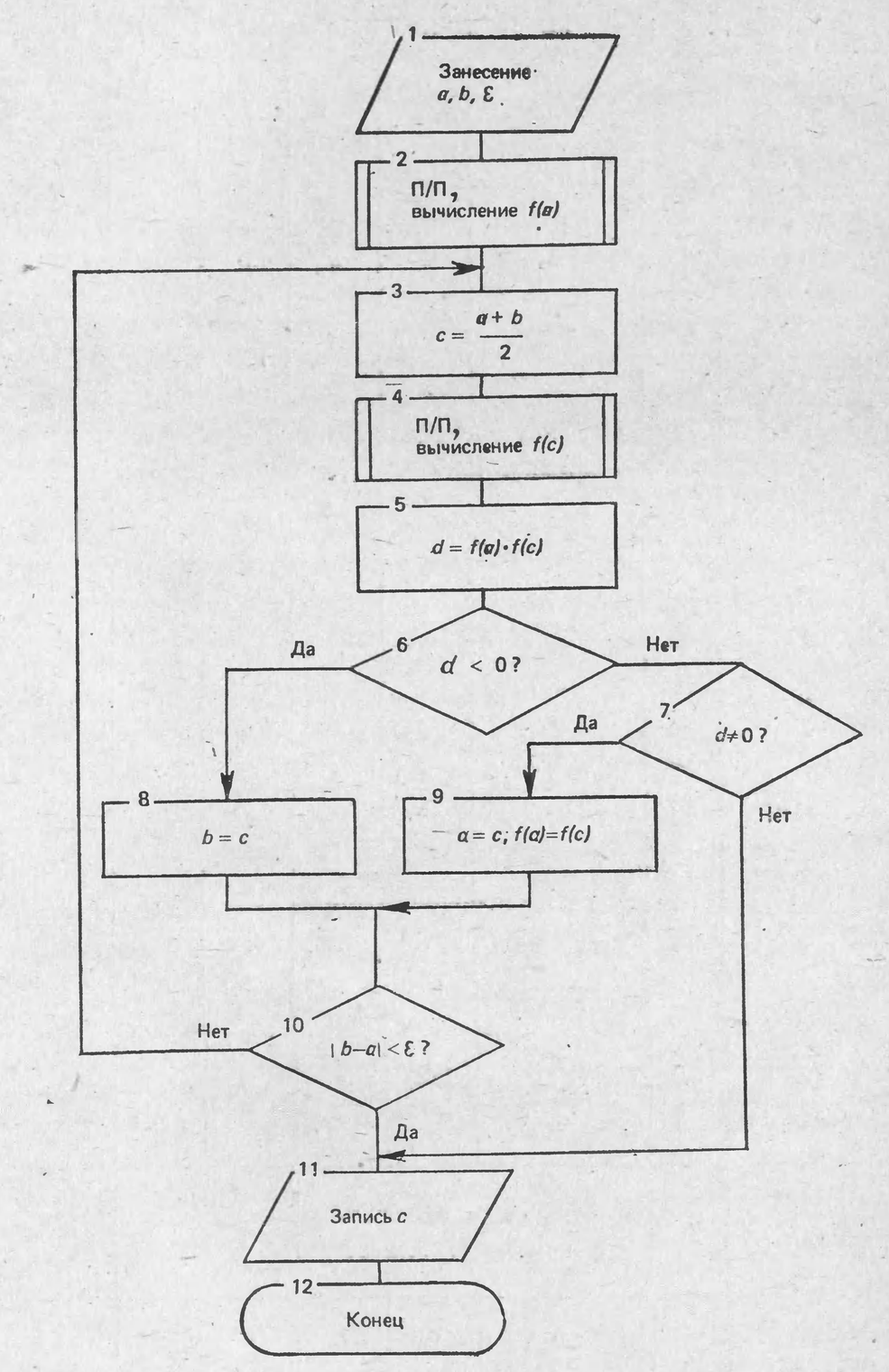

Рис. 4.20

Таблица 4.23

№ (1)	Команда (2)	Код (3)	Рег. X (4)	Рег. Y (5)	Рег. Z (6)	Рег. T (7)	Рег. X1 (8)	Блок (9)
	ЗАН 0,5	—	a	0	0	0	0	1
	X→П,	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 1,5	—	b	a	0	0	—	
	X→П/—/	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН10^{-4}	—	ε	b	a	0	—	
	X→ПВП	—	—	—	—	—	—	
00	П→X,	6—	a	ε	b	a	—	2
01	ПП	53	Переход в подпрограмму			—	—	
02	50	50	к команде 50		—	—	—	
03	X→ПС$_x$	4Г	—	—	—	—	—	
04	П→X/—/	6L	b	*	*	*	—	3
05	П→X,	6—	a	b	*	*	—	
06	+	10	$a+b$	*	*	—	a	
07	2	02	2	$a+b$	*	*	—	
08	÷	13	$c=(a+b)/2$	*	*	—	2	
09	X→П9	49	—	—	—	—	—	
10	ПП	53	Переход в подпрограмму			—	—	4
11	50	50	к команде 50		—	—	—	
12	X→П8	48	—	—	—	—	—	
13	П→XС$_x$	6Г	$f(a)$	$f(c)$	*	*	—	5
14	×	12	d	*	*	—	$f(a)$	
15	F$\overrightarrow{\text{ШГ}}$	5C	УП (рег. X<0?), переход					6
16	21	21	к командам 17 или 21					
17	П→X9	69	c	d	*	*	—	8
18	X→П/—/	4L	—	—	—	—	—	
19	БП	51	Безусловный переход			—	—	
20	27	27	к команде 27					

Продолжение табл. 4.23

№ (1)	Команда (2)	Код (3)	Рег. X (4)	Рег. Y (5)	Рег. Z (6)	Рег. T (7)	Рег. X1 (8)	Блок (9)
21	FС/П	57	УП (рег. X≠0?), переход			—	—	7
22	36	36	к командам 23 или 36			—	—	
23	П→X9	69	c	d	*	*	—	9
24	X→П,	4—	—	—	—	—	—	
25	П→X8	68	$f(c)$	c	d	*	—	
26	X→ПС$_x$	4Г	—	—	—	—	—	
27	П→X/—/	6L	b	*	*	*	—	10
28	П→X,	6—	a	b	*	*	—	
29	—	11	$b-a$	*	*	—	a	
30	F×	22	$(b-a)^2$	—	—	—	$(b-a)$	
31	F—	21	$\lvert b-a \rvert$	—	—	—	$(b-a)^2$	
32	П→XВП	6C	ε	$\lvert b-a \rvert$	*	*	—	
33	—	11	$\lvert b-a \rvert-\varepsilon$	*	*	—	ε	
34	F$\overrightarrow{\text{ШГ}}$	5C	УП (рег. X<0?), переход			—	—	
35	04	04	к командам 36 или 04			—	—	
36	П→X9	69	c	$\lvert b-a \rvert-\varepsilon$	*	*	—	11
37	С/П	50	—	—	—	—	—	
	ЧТЕН С	—	—	—	—	—	—	

Подпрограмма

50	X→П7	47	—	—	—	—	—	
51	/—/	0L	$-x$	—	—	—	—	
52	F1	16	e^{-x}	—	—	—	$-x$	
53	П→X7	67	x	e^{-x}	*	*	—	
54	F8	1Г	$\cos x$	—	—	—	x	
55	—	11	$e^{-x}-\cos x$	*	*	—	$\cos x$	
56	В/0	52	—	—	—	—	—	

Таблица 4.24

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. X1	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	ЗАН —3	—	a	0	0	0	0	
	X→П,	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН—2,8	—	b	a	0	0	—	1
	X→П/—/	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН 10^{-5}	—	ε	b	a	0	—	
	X→ПВП	—	—	—	—	—	—	
	Подпрограмма							
50	X→П7	47	—	—	—	—	—	
51	F×	22	x^2	—	—	—	x	
52	F8	1Г	$\cos x^2$	—	—	—	x^2	
53	П→X7	67	x	$\cos x^2$	*	*	—	
54	F1	16	e^x	—	—	—	x	
55	+	10	$\cos x^2+e^x$	*	*	—	e^x	
56	П→X7	67	x	$\cos x^2+e^x$	*	*	—	
57	F7	1C	$\sin x$	—	—	—	x	
58	F×	22	$\sin^2 x$	—	—	—	$\sin x$	
59	+	10	$f(x)$	*	*	—	$\sin^2 x$	
60	B/0	52	—	—	—	—	—	

Пример 4. Составить стандартную программу вычисления определенных интегралов методом Чебышева (см. §5 гл. 1) при $n=9$:

$$\int_a^b f(t)\,dt \approx \frac{b-a}{9}\sum_{i=1}^{9} f(t_k),$$

где $t_k = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2}x_k$ (x_k см. в табл. 1.4).

При занесении значений узлов x_k в память машины воспользуемся симметричностью их расположения относительно нуля ($-x_1=x_9$ и т. д.). Поэтому для хранения значений узлов x_k выделим регистры: рег. a ($-x_1=x_9$), рег. b ($-x_2=x_8$), рег. c ($-x_3=x_7$), рег. d ($-x_4=x_6$). Подынтегральную функцию $f(t_k)$ будем описывать в подпрограмме. Блок-схема программы представлена на

Таблица 4.25

№	Команда	Код	Рег. X	Рег. Y	Рег. Z	Рег. T	Рег. XI	Блок
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	ЗАН x_1	—	x_1	0	0	0	0	
	X→П,	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН x_2	—	x_2	x_1	0	0	—	
	X→П/—/	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН x_3	—	x_3	x_2	x_1	0	—	
	X→ПВП	—	—	—	—	—	—	1
	ЗАН x_4	—	x_4	x_3	x_2	x_1	—	
	X→П C_x	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН a	—	a	x_4	x_3	x_2	—	
	X→П8	—	—	—	—	—	—	
	ЗАН b	—	b	a	x_4	x_3	—	
	X→П9	—	—	—	—	—	—	
00	4	04	4	b	a	x_4	—	
01	X→П0	40	—	—	—	—	—	
02	9	09	9	4	b	a	—	
03	X→П5	45	—	—	—	—	—	
04	0	00	0	9	4	b	—	
05	X→П4	44	—	—	—	—	—	
06	П→X9	69	b	0	9	4	—	
07	П→X8	68	a	b	0	9	—	
08	—	11	$b-a$	0	9	—	a	
09	9	09	9	$b-a$	0	9	—	
10	÷	13	$(b-a)/n$	0	9	—	9	2
11	X→П1	41	—	—	—	—	—	
12	П→X9	69	b	$(b-a)/n$	0	9	—	
13	П→X8	68	a	b	$(b-a)/n$	0	—	
14	—	11	$b-a$	$(b-a)/n$	0	—	a	
15	2	02	2	$b-a$	$(b-a)/n$	0	—	
16	÷	13	$(b-a)/2$	$(b-a)/n$	0	—	2	
17	X→П2	42	—	—	—	—	—	
18	П→X8	68	a	$(b-a)/2$	$(b-a)/n$	0	—	
19	+	10	$(b+a)/2$	$(b-a)/n$	0	—	a	
20	X→П3	43	—	—	—	—	—	

№ (1)	Команда (2)	Код (3)	Рег. X (4)	Рег. Y (5)	Рег. Z (6)	Рег. T (7)	Рег. X1 (8)	Блок (9)
21	0	00	0	$(b+a)/2$	$(b-a)/n$	0	—	3
22	ПП	53	Переход в подпрограмму			—	—	4
23	40	40	к команде 40		—	—	—	
24	КП→X5	Г5	x_k	*	*	*	—	5
25	X→П6	46	—	—	—	—	—	
26	/—/	0L	$-x_k$	—	—	—	—	6
27	ПП	53	Переход в подпрограмму			—	—	7
28	40	40	к команде 40		—	—	—	
29	П→X6	66	x_k	s	*	*	—	8
30	ПП	53	Переход в подпрограмму				—	9
31	40	40	к команде 40		—	—	—	
32	FП→X	5Г	L_0 — переход к командам				—	10
33	24	24	34 или 24		—	—	—	
34	П→XI	61	$(b-a)/n$	s	*	*	—	11
35	×	12	I	*	*	—	$(b-a)/n$	
36	С/П	50	—	—	—	—	—	12
	ЧТЕН I	—	—	—	—	—	—	

рис. 4.21, программа — в табл. 4.25. Подпрограмма вычисления интеграла

$$I = \int_0^1 \frac{\ln(1+t)}{1+t^2}\,dt$$

записана в табл. 4.26.

Таблица 4.26

№ (1)	Команда (2)	Код (3)	Рег. X (4)	Рег. Y (5)	Рег. Z (6)	Рег. T (7)	Рег. X1 (8)
40	П→X2	62	$(b-a)/2$	x_k	*	*	—
41	×	12	$(b-a)x_k/2$	*	*	—	$(b-a)/2$
42	П→X3	63	$(b+a)/2$	$(b-a)x_k/2$	*	*	—
43	+	10	t_k	*	*	—	$(b+a)/2$
44	X→П7	47	—	—	—	—	—
45	1	01	1	t_k	*	*	—
46	+	10	$1+t_k$	*	*	—	1
47	F3	18	$\ln(1+t_k)$	—	—	—	$1+t_k$
48	П→X7	67	t_k	$\ln(1+t_k)$	*	*	—
49	F×	22	t_k^2	—	—	—	t_k
50	1	01	1	t_k^2	$\ln(1+t_k)$	*	—
51	+	10	$1+t_k^2$	$\ln(1+t_k)$	*	—	1
52	÷	13	$f(t_k)$	*	*	—	$1+t_k^2$
53	П→X4	64	s	$f(t_k)$	*	*	—
54	+	10	$s+f(t_k)$	*	*	—	s
55	X→П4	44	—	—	—	—	—
56	В/0	52	—	—	—	—	—

Подпрограмма вычисления интеграла

$$I = \int_0^{\pi/3} \frac{dt}{16+t^2}$$

приведена в табл. 4.27.

Порядок работы:

1) включение машины;
2) переход в режим программирования (F) (ВП);
3) занесение основной программы в ячейки 00—36;
4) установка в счетчике команд 40 (нажать 3 раза клавишу ($\vec{\text{ШГ}}$));
5) занесение подпрограммы в ячейки 40 — ...;
6) переход в рабочий режим (F) (/—/);
7) выполнение блока 1 программы;
8) установка счетчика команд в 00 (В/0);
9) пуск задачи на счет (С/П);
10) чтение результата — $I=0{,}272198$.

13. Зак. 1320

Таблица 4.27

№ (1)	Команда (2)	Код (3)	Рег. X (4)	Рег. Y (5)	Рег. Z (6)	Рег. T (7)	Рег. XI (8)
40	П→X2	62	$(b-a)/2$	x_k	*	*	—
41	×	12	$(b-a)\,x_k/2$	*	*	—	$(b-a)/2$
42	П→X3	63	$(b+a)/2$	$(b-a)\,x_k/2$	*	*	—
43	+	10	t_k	*	*	—	$(b+a)/2$
44	F×	22	t_k^2	—	—	—	t_k
45	1	01	1	t_k^2	*	*	—
46	6	06	16	—	—	—	—
47	+	10	$16+t_k^2$	*	*	—	16
48	F÷	23	$f(t_k)$	—	—	—	$16+t_k^2$
49	П→X4	64	s	$f(t_k)$	*	*	—
50	+	10	$s+f(t_k)$	*	*	—	s
51	X→П4	44	—	—	—	—	—
52	В/0	52	—	—	—	—	—

Время счета — 1 мин 15 с.

Для перехода к новой задаче необходимо выполнить следующие действия.

Порядок работы:

1) установка счетчика команд в положение 40 (БП) (4) (0) (F) (ВП);
2) ввод подпрограммы (см. табл. 4.27);
3) переход в рабочий режим (F) (/—/);
4) занесение a→рег. 8 и b→рег. 9;
5) установка счетчика команд в 00 (В/0);
6) пуск задачи на счет (С/П);
7) чтение результата — $I=0{,}064013$.

Время счета — 50 с.

Задача 5. Численно решить на отрезке [0; 0,3] с шагом $h=0{,}05$ следующие уравнения модифицированным методом Эйлера. Полученные значения y_i заносить в регистровую память, откуда их полуавтоматически считывать (см. блок 10 табл. 4.18) после окончания счета задачи. Значения функции $f(x, y)$ уравнения $y'=f(x, y)$ в точках x_n, y_n, x_{n+1}, y_{n+1} вычислять в подпрограмме.

1) $y' = \dfrac{0{,}6-xy}{x^2+y^2+0{,}6}$, $y(0)=0$;

2) $y' = 1+0{,}2\,y\sin x - y^2$, $y(0)=0$;

3) $y' = \cos(x+y) + 0{,}5\,(x-y)$, $y(0)=0$;

4) $y' = 1-\sin(x+y) - \dfrac{0{,}3\,y}{2+x}$, $y(0)=0$;

5) $y' = \dfrac{\cos y}{1+x} - 0{,}5\,y^2$, $y(0)=0$;

6) $y' = -y^2 + \dfrac{3x}{1+x^2}$, $y(0)=-0{,}4122$;

7) $y' = \dfrac{0{,}5-x+y^2}{1+y+x^2}$, $y(0)=0$;

8) $y' = \dfrac{3y^2+y+1}{10xy+4}$, $y(0)=0$;

9) $y' = \dfrac{0{,}4-x^2-y^2}{1+x^2+xy}$, $y(0)=0$;

10) $y' = \dfrac{y^2+x^2+2}{15y+x+4}$, $y(0)=0$;

11) $y' = \dfrac{xy^2+1}{15\,y^2+x+4}$, $y(0)=0$;

12) $y' = \dfrac{1-x^2-y^2}{2-xy}$, $y(0)=0$;

13) $y' = -\dfrac{1{,}6\,(y+x)^2}{1{,}6\,(y+x)^2+1}$, $y(0)=0$;

14) $y' = -0{,}6\,xy$, $y(0)=1$;

15) $y' = \dfrac{2xy^{2,5}}{1-2{,}5x^2y^{1,5}}$, $y(0)=2$;

16) $y' = \dfrac{xy^3}{1{,}5} - y$, $y(0)=1$;

17) $y' = y^2e^x - 2y$, $y(0)=1$;

18) $y' = \dfrac{0{,}9-xy}{x^2+y^2+0{,}8}$, $y(0)=0$;

19) $y' = x+0{,}2y\sin x - y^2$, $y(0)=0$;

20) $y' = \cos(x+y)+x\,(x-y)$, $y(0)=0$;

21) $y' = \dfrac{\cos(x+y)}{x+y+1} - y^2$, $y(0)=0$;

22) $y' = (1-y^2)\cos x + y$, $y(0)=0$;

23) $y' = 1+0{,}4y\sin x - 1{,}5y^2$, $y(0)=0$;

24) $y' = \dfrac{\cos y}{x+2} + 0{,}3y^2$, $y(0)=0$;

25) $y' = \dfrac{\sin x}{1{,}5+x} - 1{,}25y^2$, $y(0)=0$;

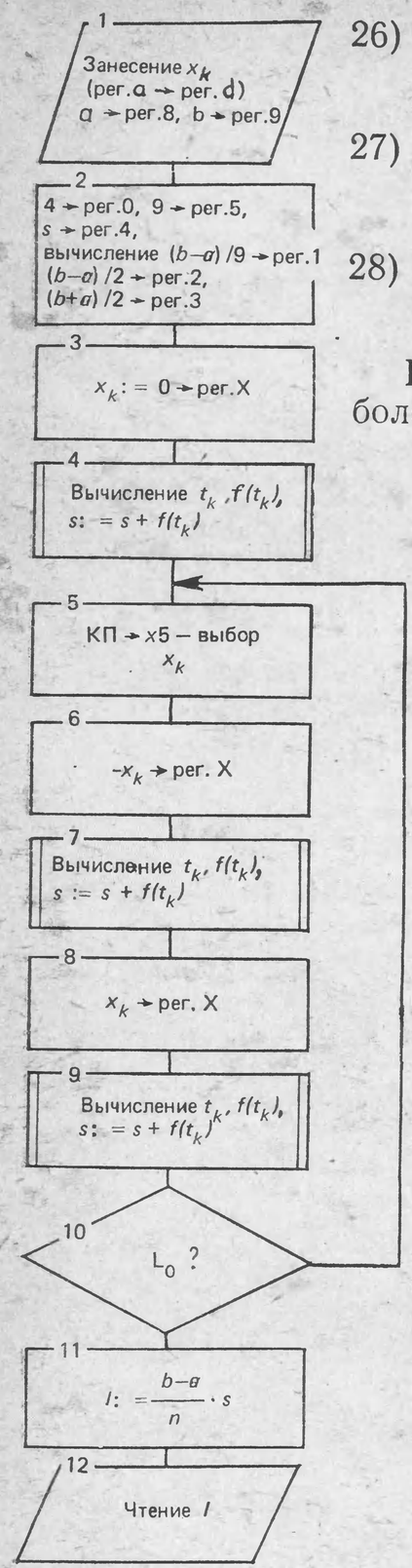

Рис. 4.21

26) $y' = 1 - (x - 1)\sin y + 2(x + y)$,
$y(0) = 0$;

27) $y' = 1 - \sin(0{,}75x - y) + \frac{1{,}75}{x - 1}$,
$y(0) = 0$;

28) $y' = \cos(x - y) + \frac{1{,}25\,y}{1{,}5 + x}$,
$y(0) = 0$.

Время счета любой задачи — не более 3 мин.

§ 8. Микрокалькулятор ЭЛЕКТРОНИКА МК-61

ЭЛЕКТРОНИКА МК-61 является расширенной модификацией рассмотренных в данной главе моделей с языком Б3-34. Изменения следующие:

1) регистровая память увеличена на один регистр — рег. е, совмещенный с клавишей (В↑);

2) увеличена емкость программного запоминающего устройства с 98 команд до 105;

3) количество выполняемых функций увеличено на 14.

Вычислительные возможности и функции предыдущих моделей сохранены, поэтому все приведенные в главе программы и рекомендации по работе с микрокалькуляторами полностью переносятся на МК-61.

Модель МК-61 оформлена так же, как и модель МК-54. Отличием являются надписи синего цвета над некоторыми клавишами, обозначающие новые функции. Для вызова их необходимо первой нажать клавишу (К). Рядом с клавишей (В↑) появилась буква «е» — обозначение нового 15-го регистра. Питание осуществляется от сети через блок питания или трех элементов А-316 «Квант».

8.1. Расширение программной памяти

Если в прежних моделях адреса команд программы изменялись от 00 до 97 и высвечивались в 11- и 12-м разрядах индикатора и с клавиатуры набирались обычным образом, то в МК-61 адреса команд 100, 101, 102, 103, 104 обозначаются соответственно —0, —1, —2, —3, —4. Команды с адресами более 99 должны быть только прямыми, их нельзя использовать в командах переходов и организации циклов. Набор адреса команды 103 осуществляется нажатием клавиш (,) и (3). Например, команду «Безусловный переход к команде 102» следует реализовать так: (БП) (,) (2); на индикаторе — 2 51.

8.2. Регистр «е»

Засылка в рег. е содержимого рег. X реализуется клавишами (X→П) (В↑), обратная засылка из рег. е в рег. X — клавишами (П→X) (В↑). Если обратиться к табл. 4.7, то введение нового регистра дополнит ее следующим образом: добавится справа столбец (В↑), в котором сверху вниз будут записаны коды 6Е, 4Е, ГЕ, LЕ, 8Е, СЕ, ЕЕ, 9Е, 7Е, —Е.

8.3. Дополнительные функции

Все дополнительные функции с их кодами указаны в табл. 4.28, которая является продолжением правой части табл. 4.6. Здесь первой должна нажиматься клавиша (К), а затем клавиша соответствующей функции.

Выделение целой части числа $[x]$. Содержимое рег. X преобразуется и в нем остается только целая часть числа:

$[2{,}5 \times 3{,}15] = 7$;

[2,5] [В↑] [3,15] [×] .7,875 [К] [7] .7,..... .

Выделение дробной части числа $\{x\}$:

$\{1{,}7 \times 3{,}88\} = 0{,}596$;

[1.7] [В↑] [3,88] [×] 6,596 [К] [8] .5,96.....—01 .

Нахождение наибольшего числа из двух max (рег. X, рег. Y):

[1,35] [В↑] [3,64] [К] [9] .3,64..... ;

[3,64] [В↑] [1,35] [К] [9] .3,64..... .

Нахождение абсолютного значения числа:
$|-2{,}65 \times 3{,}34| = 8{,}851$;

[2,65] [/—/] [В↑] [3,34] [×] —8,851 [К] [4] 8,851 .

Таблица 4.28

Клавиша	Операция	Код
(7)	Выделение целой части числа — $[x]$	34
(8)	» дробной части числа — $\{x\}$	35
(9)	Нахождение наибольшего числа — max	36
(4)	Взятие модуля — $\lvert x \rvert$	31
(5)	Выделение знака ± 1	32
(6)	Перевод (град.) — $\overleftarrow{0'}$	33
(+)	» » $\overrightarrow{0'}$	26
(3)	» (часы, минуты) — $\overleftarrow{0'''}$	30
(↔)	» » » $\overrightarrow{0'''}$	2—
(В↑)	Генерация случайного числа — СЧ	3L
(·)	Логическое умножение — $\wedge$	37
(/—/)	» сложение — $\vee$	38
(ВП)	» сравнение — $\oplus$	39
(C_x)	Инверсия — ИНВ	3—

Выделение знака числа:
$\mathrm{sgn}(-2{,}65 \times 3{,}34) = -1$;

[2,65] [/—/] [В↑] [3,34] [×] —8,851 [К] [5] —1,.....

$\mathrm{sgn}(5 \times 6) = -1$;

[5] [В↑] [6] [×] 30, [К] [5] .1,..... .

Перевод угловой величины, представленной в градусах и десятичных долях градуса, в значения, выраженные в градусах, минутах и долях минуты:
60,8°→60°48′;

[60,8] [К] [6] .60,48..... .

Перевод угловой величины, представленной в градусах, минутах и долях минуты, в значение, выраженное в градусах и десятых долях градуса:
60°36′→60,6°;

[60,36] [К] [+] .60,6..... .

Перевод величины, выраженной в часах и десятых долях часа, в значения, выраженные в часах, минутах и секундах:
20,613332 ч→20 ч 36 мин 47,99 с;

[20,613332] [К] [3] .20,364799 .

Перевод величины, выраженной в часах, минутах, секундах и долях секунды в значения, выраженные в часах и долях часа:
20 ч 36 мин 48 с — 20,613332 ч;

[20,3648] [К] [↔] .20,613332... .

Таблица 4.2

10	8421	16	10	8421	16
0	0000	0	8	1000	8
1	0001	1	9	1001	9
2	0010	2	10	1010	—
3	0011	3	11	1011	L
4	0100	4	12	1100	C
5	0101	5	13	1101	Г
6	0110	6	14	1110	E
7	0111	7	15	1111	⎵

Генератор случайных чисел работает в диапазоне от 0 до 1:

[К] [В↑] .9,417371. —01;

[К] [В↑] .6,619701. —01 .

Выполнение логических операций над десятичными числами. Десятичные операнды представляются двоично-десятичными числами в коде 8421. В табл. 4.29 приведены соответствия между десятичными, двоичными и шестнадцатеричными числами.

Набор операнда, участвующего в работе, осуществляется следующим образом: набирается любая цифра, затем запятая, а за ней операнд; в результате перед запятой обязательно появится 8. Приводимые примеры будем записывать и в двоичной системе счисления:

1. 8888888 ∨ 7770665 = — — — 8ЕЕГ;

[1,8888888] [В↑] [1,7770665] [К] [/—/] =

= .8, — — — 8ЕЕГ... .

```
  1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000
∨ 0111 0111 0111 0000 0110 0110 0101
  ------------------------------------
  1111 1111 1111 1000 1110 1110 1101
  ------------------------------------
   —    —    —    8    E    E    Г
```

2. 237 ∧ 545 = 005;

[4,237] [В↑] [4545] [К] [,] .8,005..... .

```
  0010 0011 0111
∧ 0101 0100 0101
  ----------------
  0000 0000 0101
  ----------------
   0    0    5
```

3. 30880 ⊕ 80001 = L0881;

[1,30880] [В↑] [1,80001] [К] [ВП] = .8,L0881..... .

```
  0011 0000 1000 1000 0000
⊕ 1000 0000 0000 0000 0001
  ------------------------
  1011 0000 1000 1000 0001
  ------------------------
   L    0    8    8    1
```

4. Инверсия 112 = ЕЕГ;

[1,112] [К] [C_x] .8,ЕЕГ..... .

— 0001 0001 0010 = 1110 1110 1101 .

ОТВЕТЫ

Задача 1

1) 0,836218;	2) —0,035900;	3) 3,24406;	4) 0,150615;
5) 2,09356;	6) 2,1074;	7) 0,636499;	8) 0,938598;
9) 3,78905;	10) 4,10255;	11) 0,001270;	12) 12,8089;
13) 1,13014;	14) $1{,}5181 \cdot 10^8$;	15) 32,8019;	16) 3,66491;
17) 55,5505;	18) 124,722;	19) 0,339793;	20) 31,9142;
21) 40,4060;	22) 1348,22;	23) 2,25006;	24) 3,67935;
25) 20,6374;	26) 20,3409;	27) 0,048288;	28) 3,12675.

Задача 2

1) 0,925952	2) —1,147334	3) 3,17231	4) 0,396002
—0,047743	—1,177599	3,17950	0,447727
—0,601013	—0,992764	3,20300	0,367784
—1,337200;	—1,148888;	3,32182;	0,153752;
5) 0,964003	6) 3,303449	7) 2,539435;	8) 0,868657
0,249047	0,001863	0,543305	0,844478
0,072590	0,813708	0,924762	0,964382
0,084301;	0,469947;	1,811474;	0,871998;
9) 3,58266	10) 4,53826	11) 0,001307	12) 10,2103
3,53045	5,29733	0,001129	10,4388
3,42332	5,75588	0,000994	13,7999
3,25189;	6,53089;	0,000874;	14,6449;
13) 14,3718	14) 391529,4	15) 100,001	16) 3,64483
4,89425	55663,72	78,9803	3,71509
18,6384	4732069	66,8036	3,88134
43,3186;	$6{,}9637 \cdot 10^{13}$;	324,473;	4,15055;
17) 61,8606	18) 137,986	19) 0,341759	20) 40,6236
65,8546	204,882	0,306239	46,1108
67,7454	170,281	0,265045	54,3118
76,3705;	197,979;	0,214700;	74,5532;

21) 40,2474	22) 1682,91	23) 2,56008	24) 5,79125
43,0144	3741,88	2,26992	6,13584
39,3307	3017,32	2,17766	8,25976
41,1773;	4107,78;	2,23519;	5,72120;
25) 18,7163	26) 17,8123	27) 0,053429	28) 4,23840
26,0639	20,6657	0,038367	3,56354
32,0847	25,6650	0,031167	4,73103
28,0203;	27,8813;	0,033609;	6,46165.

Задача 3

1) 0,53097;	2) 4,43109;	3) 2,20688;	4) 4,05120;
5) 0,34942;	6) 1,11478;	7) 1,78252;	8) 1,69485;
9) 0,02789;	10) 3,74591;	11) 0,34565;	12) 0,27220;
13) 0,82247;	14) 5,59728;	15) 0,04129;	16) 0,05138;
17) 1,73441;	18) 0,58521;	19) 0,36869;	20) 0,56662;
21) 4,72712;	22) 3,75280;	23) 1,44980;	24) 0,17230;
25) 0,05346;	26) 0,17686;	27) 0,60460;	28) 1,20920.

Задача 4

1) 0,64119	2) 0,15859	3) 0,86033	4) 0,21995
0,69953	0,14100	1,07687	0,26761
0,76201	0,12564	1,19246	0,30592
0,83078	0,11216	1,26459	0,33672
0,90870;	0,10029;	1,31384;	0,36164;
5) 0,48587	6) 1,34955	7) 1,44244	8) 2,74371
0,59234	1,37662	1,43219	2,69282
0,66014	1,39782	1,42229	2,63929
0,70676;	1,41487	1,41272	2,58291
	1,42887;	1,40347;	2,52342;
9) 0,79045	10) 0,05247	11) 0,38197	12) 1,39451
0,98734	0,04723	0,39869	1,38584
—0,33010	0,04253	0,41256	1,37742
—3,53556;	0,03832	0,42416	1,36926
	0,03455;	0,43394;	1,36134;
13) 2,46054	14) 1,44058	15) 1,00000	16) 0,08980
2,39394	1,45050	1,11178	0,08050
2,32325	1,45903	1,25773	0,07224
2,24800	1,46643	1,47099	0,06489
2,16767;	1,47292;	1,88666;	0,05833;

17) 1,47864	18) 0,69105	19) 1,56818	20) 3,90573
1,48374	0,84892	1,56604	4,25023
1,48830	1,03013	1,56403	4,38979
1,49241	1,57665;	1,56214	4,46480
1,49613;		1,56036;	4,51156;
21) 0,55236	22) 0,03115	23) 0,89521	24) 1,71649
0,52360	0,02810	0,88119	1,72295
0,49460	0,02536	0,86765	1,72912
0,46529	0,02289	0,85457	1,73499
0,43560;	0,02066;	0,84192;	2,00196;
25) 1,49951	26) 1,76193	27) $-0{,}17053\cdot10^{-7}$	28) 0,01866
1,50260	1,77054	$0{,}48632\cdot10^{-7}$	0,01685
1,50544	1,77855	0,733601	0,01523
1,50804	1,78601	$0{,}88286\cdot10^{-3}$	0,01376
1,51045;	1,79298;	$-0{,}25808\cdot10^{-6}$;	0,01243.

Задача 5

№	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
1	0,0497	0,0982	0,1444	0,1877	0,2274	0,2635
2	0,0499	0,0996	0,1488	0,1973	0,2448	0,2912
3	0,0499	0,0993	0,1477	0,1947	0,2400	0,2832
4	0,0473	0,0895	0,1271	0,1603	0,1896	0,2152
5	0,0487	0,0950	0,1388	0,1802	0,2191	0,2558
6	—0,4171	—0,4148	—0,4049	—0,3875	—0,3626	—0,3304
7	0,0235	0,0440	0,0616	0,0766	0,0891	0,0991
8	0,0126	0,0253	0,0381	0,0509	0,0639	0,0768
9	0,0199	0,0394	0,0580	0,0755	0,0914	0,1057
10	0,0238	0,0456	0,0659	0,0851	0,1034	0,1209
11	0,0124	0,0247	0,0368	0,0487	0,0604	0,0719
12	0,0250	0,0498	0,0744	0,0986	0,1223	0,1454
13	—0,0001	—0,0005	—0,0018	—0,0041	—0,0078	—0,0128
14	0,9993	0,9970	0,9933	0,9881	0,9814	0,9734
15	2,0144	2,0610	2,1530	2,3312	2,8198	2,4884
16	0,9520	0,9075	0,8661	0,8273	0,7909	0,7564
17	0,9512	0,9048	0,8607	0,8187	0,7788	0,7408
18	0,0560	0,1108	0,1636	0,2135	0,2601	0,3031

№	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
19	0,0013	0,0050	0,0113	0,0200	0,0313	0,0451
20	0,0499	0,0992	0,1477	0,1947	0,2399	0,2829
21	0,0476	0,0905	0,1291	0,1639	0,1949	0,2225
22	0,0512	0,1045	0,1598	0,2166	0,2746	0,3334
23	0,0499	0,0996	0,1487	0,1970	0,2443	0,2904
24	0,0247	0,0488	0,0723	0,0954	0,1179	0,1399
25	0,0008	0,0032	0,0070	0,0122	0,0186	0,0262
26	0,0562	0,1260	0,2115	0,3147	0,4376	0,5823
27	—0,0417	—0,0923	—0,1528	—0,2244	—0,3082	—0,4054
28	0,0510	0,1040	0,1590	0,2160	0,2748	0,3355

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Бахвалов Н. С. Численные методы.— М.: Наука, 1975.— 631 с.

Блох А. Ш., Павловский А. И., Пенкрат В. В. Программирование на микрокалькуляторах.— Минск: Выш. шк., 1981.— 192 с.

Калиткин Н. Н. Численные методы.— М.: Наука, 1978.— 512 с.

Кондрашов А. П., Шестопалов Е. В. Основы физического эксперимента и математическая обработка результатов измерений.— М.: Атомиздат, 1977.— 196 с.

Зажигаев Л. С., Кишьян А. А., Романиков Ю. И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента.— М.: Атомиздат, 1978.— 231 с.

Поснов Н. Н., Поснова М. Ф. Микрокалькуляторы «Электроника Б3» в учебной лаборатории.— Минск: Изд-во БГУ, 1981.— 190 с.

Румшинский Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента: Справ. пособие.— М.: Наука, 1971.— 192 с.

Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Инженерные расчеты на микрокалькуляторах.— Киев: Техніка, 1980.— 383 с.

Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Радиотехнические расчеты на микрокалькуляторах.— М.: Радио и связь, 1983.— 256 с.

Францевич Л. И. Обработка результатов биологических экспериментов на микро-ЭВМ «Электроника Б3-21».— Киев: Наук. думка, 1979.— 91 с.

Цветков А. Н. Прикладные программы для микроЭВМ «Электроника Б3-21».— М.: Финансы и статистика, 1982.— 128 с.

Цветков А. Н., Епанечников В. А. Прикладные программы для микроЭВМ «Электроника Б3-34», «Электроника МК-56», «Электроника МК-54».— М.: Финансы и статистика, 1984.— 175 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов 3

Глава 1. **Элементы математической обработки результатов измерений** 4

§ 1. Средние значения и погрешность измерений 4
§ 2. Метод наименьших квадратов 8
2.1. Линейная функция 10
2.2. Квадратичная функция 11
2.3. Многочлен 12
§ 3. Численное интерполирование 14
3.1. Интерполяционная формула Ньютона 15
3.2. Сплайн-интерполяция 17
§ 4. Численное дифференцирование 19
§ 5. Численное интегрирование 21
§ 6. Решение уравнений 26
6.1. Отделение вещественных корней 26
6.2. Методы уточнения корней 27
§ 7. Интегрирование дифференциальных уравнений . . . 29

Глава 2. **Этапы вычислительного процесса** 31

§ 1. Этапы выполнения вычислений 31
§ 2. Разработка вычислительного алгоритма 33
§ 3. Блок-схема программы 39
§ 4. Программирование и решение задач 42

Глава 3. **Методы работы на микрокалькуляторах ЭЛЕКТРОНИКА Б3-21, ЭЛЕКТРОНИКА МК-46, ЭЛЕКТРОНИКА МК-64** 45

§ 1. Блок питания и индикатор 45
§ 2. Диапазон представления чисел 46
§ 3. Блок-схема машины и пути передачи информации . . . 48
§ 4. Работа машины в неавтоматическом режиме 51
4.1. Клавиатура 51
4.2. Арифметические операции 52
4.3. Вычисление значений функций 54
4.4. Составление программы вычислений 57
§ 5. Работа машины в автоматическом режиме. Линейные программы 68
5.1. Система команд 68
5.2. Блок-схема устройства управления. Методика ввода программы 72
5.3. Работа машины по программе 74

§ 6. Организация разветвлений и циклов в программах . . 79
6.1. Команды безусловного и условного переходов . . . 79
6.2. Циклы со счетчиком 81
6.3. Циклы с монотонно изменяющейся величиной . . . 84
6.4. Итерационные циклы 85
6.5. Двойной цикл 90
§ 7. Подпрограммы 93
§ 8. Задачи, превышающие программные возможности машины 103
§ 9. Микрокалькуляторы ЭЛЕКТРОНИКА МК-46, ЭЛЕКТРОНИКА МК-64 115

Глава 4. **Методы работы на микрокалькуляторах ЭЛЕКТРОНИКА Б3-34, ЭЛЕКТРОНИКА МК-56, ЭЛЕКТРОНИКА МК-54** 119

§ 1. Блок питания и индикатор 119
§ 2. Диапазон представления чисел 119
§ 3. Блок-схема машины и пути передачи информации . . . 120
§ 4. Работа машины в неавтоматическом режиме 125
4.1. Клавиатура 125
4.2. Арифметические операции 127
4.3. Вычисление значений функций 129
4.4. Составление программы вычислений 133
§ 5. Работа машины в автоматическом режиме. Линейные программы 141
5.1. Система команд 141
5.2. Блок-схема устройства управления. Методика ввода программы 144
5.3. Работа машины по программе 146
§ 6. Организация разветвлений и циклов в программах . . . 152
6.1. Команды условного и безусловного переходов . . . 152
6.2. Циклы со счетчиком 156
6.3. Адресуемые регистры 164
6.4. Циклы с монотонно изменяющейся величиной . . . 169
6.5. Итерационные циклы 173
§ 7. Подпрограммы 179
§ 8. Микрокалькулятор ЭЛЕКТРОНИКА МК-61 196
8.1. Расширение программной памяти 197
8.2. Регистр «е» 197
8.3. Дополнительные функции 197

Рекомендуемая литература 205