ЗНАНИЕ

НОВОЕ
В ЖИЗНИ,
НАУКЕ,
ТЕХНИКЕ

СЕРИЯ
МАТЕМАТИКА,
КИБЕРНЕТИКА

2'81

Ю. А. Белый

ЭЛЕКТРОННЫЕ МИКРО-КАЛЬКУЛЯТОРЫ И ТЕХНИКА ВЫЧИСЛЕНИЙ

НОВОЕ
В ЖИЗНИ,
НАУКЕ,
ТЕХНИКЕ

Серия
«Математика,
кибернетика»
№ 2, 1981 г.

Издается
ежемесячно
с 1967 г.

Ю. А. Белый,
кандидат физико-математических наук

ЭЛЕКТРОННЫЕ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРЫ И ТЕХНИКА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Издательство
«Знание»
Москва
1981

ББК 32.97
Б43

Рецензент: кандидат физико-математических наук А. И. Орлов

БЕЛЫЙ Юрий Александрович, кандидат физико-математических наук — преподаватель математики Николаевского педагогического института им. В. Г. Белинского, переводчик и автор ряда популярных книг; на Всесоюзных конкурсах на лучшее произведение научно-популярной литературы двум из них были присуждены диплом и премия.

Белый Ю. А.

Б43 Электронные микрокалькуляторы и техника вычислений.— М.: Знание, 1981.— 64 с. (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Математика, кибернетика», № 2).

11 к.

Решение многих математических задач как теоретического, так и практического характера обычно заканчивается вычислениями, подчас очень громоздкими и трудоемкими. В последние годы в распоряжение непрофессиональных вычислителей поступили замечательные помощники — электронные микрокалькуляторы, экономящие время и значительно повышающие производительность вычислительного труда. Об этих устройствах и способах их эффективного использования и рассказывает настоящий выпуск серии «Математика, кибернетика».

Брошюра рассчитана на широкий круг читателей — школьников, студентов, инженеров, научных работников, т. е. всех, кому приходится сталкиваться с различного рода вычислениями.

30502. 2405000000

ББК 32.97
6Ф7

ВВЕДЕНИЕ

Еще совсем недавно для большинства непрофессиональных вычислителей — от студентов вузов и техникумов до квалифицированных рабочих-станочников, строителей, геологов и специалистов многих других профессий основным средством вычислительной техники индивидуального пользования служила логарифмическая (счетная) линейка. В течение 350 лет с момента изобретения это нехитрое устройство небезуспешно употреблялось там, где не требовалось высокой точности вычислений.

Бурное развитие науки и техники в наши дни во многих случаях резко повысило требования к точности вычислений, но этим самым и создало условия для появления и быстрого распространения новых вычислительных устройств индивидуального пользования. На наших глазах заслужившая уважение многих поколений людей логарифмическая линейка повсеместно вытесняется электронными вычислительными устройствами, простыми в обращении, надежными, удобными в работе, легкими, малогабаритными (точнее следовало бы сказать «микрогабаритными»), свободно помещающимися в карманах одежды и не требующими внешних источников питания, а значит, находящимися у вычислителя «всегда при себе». Точность вычислений сразу повысилась на несколько порядков и сейчас намного превосходит точность, достигаемую при использовании доступных математических таблиц. Масса и размеры таких вычислительных устройств по мере совершенствования быстро уменьшаются параллельно со снижением стоимости и расширением их выпуска.

За этими «продуктами космической эры», как сказано в одном из рекламно-информационных материалов, закрепилось название «электронные микрокалькуляторы», которое и будем в дальнейшем употреблять наряду с сокращением — ЭМК. Иногда можно встретить также название «карманные ЭКВМ» (электронные клавишные вычислительные машины).

Наша промышленность освоила выпуск различных типов и моделей ЭМК — от самых простых и дешевых («Электроника Б3-09» *, Б3-14, Б3-23, Б3-30) до более сложных, с дополнительными регистрами памяти (Б3-24, Б3-26 и и др.) ЭМК научно-технического типа, почти мгновенно вычисляющих значения степеней и корней, показательных и логарифмических, тригонометрических и других элементарных функций с точностью до 8—10 значащих цифр и в лучших моделях в диапазонах чисел от 10^{-100} до 10^{100} и, наконец, программируемых ЭМК с фантастически широкими для устройств таких габаритов вычислительными возможностями.

Освоить приемы вычислений на ЭМК совсем не сложно. Говорят, что научиться работать на ЭМК может даже дошкольник. Часто основная инструкция по пользованию микрокалькулятором отштамповывается на тыльной стороне его корпуса. Но исчерпываются ли этой или даже более полной заводской инструкцией, обычо прилагаемой к микрокалькулятору, все его вычислительные возможности? Или, может быть, можно говорить о том, что внедрение новой вычислительной техники становится еще более эффективным при определенном обновлении техники вычислений.

Мы попытаемся показать ниже, что углубленное изучение принципов работы основных узлов и блоков различных ЭМК, овладение некоторыми вычислительными приемами и алгоритмами, специфическими в условиях работы с ЭМК, могут значительно расширить область их применения. Будет показано, например, как на самых простых моделях ЭМК, рассчитанных лишь на выполнение арифметических операций, можно с помощью несложных вычислительных алгоритмов с большой точностью извлекать квадратные и кубические корни, вычислять значения прямых и обратных тригонометрических функций и т. д. Будет продемонстрировано и применение более сложных инженерно-технических и программируемых ЭМК для решения характерных прикладных задач.

---

* Общее слово «электроника» в названиях моделей ЭМК, выпускаемых в нашей стране, в дальнейшем мы, как правило, будем опускать.

Автор позволит себе выразить надежду, что затраты средств на приобретение ЭМК и затраты времени на внимательное прочтение настоящей книжки быстро окупятся у многочисленных категорий читателей серии «Математика, кибернетика» как расширением общих сведений об одном из новых предметов массового пользования, представляющем собой удивительный сплав научно-инженерной мысли и самой передовой промышленной технологии, так и конкретной экономией времени на выполнение разнообразных вычислений.

1. ОТ КАЛЬКУЛЮСА ДО МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРА (НЕМНОГО ИСТОРИИ)

Вычислительные средства применяются человеком с давних времен, и первые из них, по-видимому, 10 пальцев его рук, которые, кстати, всегда были при себе. Впоследствии в течение многих веков человечеству верно служил абак — счетные устройства различных конструкций, общим для которых было наличие отдельных мест для разных числовых разрядов. И сейчас еще довольно часто встречаются русские счеты, которые можно рассматривать как одну из разновидностей этого нехитрого приспособления для счета. Ранее в некоторых разновидностях абаков для моделирования единиц тех или иных разрядов использовались обыкновенные камешки, чаще всего из известняка (лат. calculus от calx — известняк). Отсюда и произошел глагол calculare — считать, и само слово «калькулятор» — вычислитель, вычислительное устройство.

В эпоху коперниканской естественнонаучной революции резко увеличилась потребность в выполнении больших объемов усложненных вычислений (например, расчет траекторий движения планет вокруг Солнца). Почти в самом начале первой четверти XVII в. появились логарифмические таблицы и логарифмические линейки, была разработана и первая модель вычислительной машины (1623 г.). Она предназначалась, по словам изобретателя, друга Кеплера В. Шиккарда, для «автоматического» выполнения четырех арифметических действий. Принципиальная возможность выполнения этих операций на его машине подтверждена в современных ее реконструкциях, выполненных по сохранившимся эскизам и чертежам.

Более известна вычислительная машина Б. Паскаля

(1642 г.), предназначавшаяся, впрочем, только для сложения и вычитания чисел.

Однако эти машины, так же как и их многие другие конструкции, разработанные в течение последующих 250 лет, распространения не получили главным образом потому, что уровень промышленности тех времен не мог обеспечить организации их серийного производства. Сыграли свою роль и конструктивные недостатки предлагавшихся устройств. Относительно широкое распространение вычислительных машин началось всего 100 лет назад, когда (1879 г.) петербургский инженер В. Т. Однер получил в России «привилегию» (патент) на изобретенный им арифмометр. Усовершенствованная его модель (арифмометр «Феликс») до сих пор еще выпускается нашей промышленностью, хотя спрос на нее быстро падает. Однако в первой четверти нашего века такие арифмометры были основными вычислительными машинами, весьма широко применявшимися в вычислительных бюро.

Но уже с начала нашего века постепенно стали распространяться настольные вычислительные машины электромеханического типа, автоматически выполнявшие деление, а наиболее совершенные — и умножение. Большая масса и высокая стоимость, низкая надежность и большой уровень шумов в работе, необходимость вручную определять и устанавливать порядок промежуточных и окончательных результатов вычислений, а также относительно низкое быстродействие были очевидными, но практически неустранимыми недостатками вычислительных машин этого типа.

Параллельно с этими машинами с конца XIX в. для решения сложных и громоздких задач статистики и учета нашли применение счетно-аналитические или счетно-перфорационные машины.

Развитие перфорационной вычислительной техники, применение электромеханических реле и использование предложенного еще в первой половине XIX в. Ч. Бэббиджем принципа программного управления создали в начале второй трети XX в. условия для реализации проектов универсальных цифровых вычислительных машин электромеханического и в случае применения электронных ламп электронного типа. К 1941 г. немцем К. Цузе была создана универсальная ЦВМ на электромеханических реле с программным управлением, а американским ученым болгарского происхождения Дж. В. Атанасовым — и первая электронная вычислительная машина, предназначенная для решения больших систем линейных алгебраических уравнений.

Первая отечественная ЭВМ МЭСМ была разработана в Институте электротехники АН УССР в 1948—1951 гг. под руководством академика С. А. Лебедева. Под его же руководством в 1952 г. была создана и самая быстродействующая в то время в Европе ЭВМ БЭСМ. В следующем году (1953) в нашей стране был начат выпуск первой в Европе серийной ЭВМ высокого класса «Стрела». С тех пор бурное развитие электронной вычислительной техники оказывало огромное влияние на научно-технический прогресс в целом, стало одним из важнейших факторов НТР. За короткое время было развито четыре поколения ЭВМ: первое — на электронно-вакуумных лампах, второе — на полупроводниках, третье — на интегральных схемах (ИС), четвертое — на больших интегральных схемах (БИС).

К началу 60-х годов между компьютерами и самыми мощными счетно-клавишными вычислительными машинами образовался по многим параметрам огромный разрыв, не уменьшившийся и с появлением релейных машин (в нашей стране — «Вильнюс», «Вятка», 1961). Но к тому времени уже была спроектирована в ЛГУ одна из первых в мире настольных клавишных вычислительных машин, в которой использовались малогабаритные полупроводниковые элементы и ферритовые сердечники. Был изготовлен и действующий макет этой ЭКВМ.

Распространение настольных ЭКВМ началось в 1964 г., когда в нашей стране был освоен серийный выпуск ЭКВМ «Вега» и начат выпуск настольных ЭКВМ в ряде других стран. В 1967 г. появилась ЭДВМ-11 (электронная десятиклавишная вычислительная машина) — первая в нашей стране ЭКВМ, автоматически вычислявшая тригонометрические функции.

Дальнейшее развитие вычислительной техники неразрывно связано с достижениями микроэлектроники. В конце 50-х годов была разработана технология производства интегральных схем, содержавших группы связанных между собой электронных элементов, а уже в 1961 г. появилась первая модель ЭВМ на ИС в 48 раз по массе и в 150 раз по объему меньше полупроводниковых ЭВМ, выполнявших те же функции; в 1965 г. появляются и первые ЭКВМ на ИС. Примерно в это же время появились и первые переносные ЭКВМ на БИСах (только что внедренных в производство) с автономным питанием от встроенных аккумуляторов. В 1971 г. габариты ЭКВМ стали «карманными», в 1972 г. появились ЭМК научно-технического типа с подпрограммами вычисления элементарных функций, дополнительными регистрами памяти и с представлением чисел как в естественной форме, так и в форме с плавающей запятой в самом широком диапазоне чисел. В следующем году (1973) появились и сверхмалогабаритные программируемые ЭМК, на которых можно было реализовать самостоятельно составленные пользователями программы размером до 100 команд. Можно было воспользоваться и пакетами заранее составленных и записанных на магнитных карточках (листках) программ. Так был практически устранен разрыв между большими ЭВМ, компьютерами, и малыми — калькуляторами и микрокалькуляторами, тем более что применение микроэлектроники привело к существенным изменениям и в развитии «больших» ЭВМ, размеры которых в связи с применением новой элементной базы стали все более уменьшаться. Появились даже соответствующие термины — «малые», затем «мини-», а затем и «микро-ЭВМ», за чем одновременно скрывалось резкое снижение массы, габаритов, стоимости, потребления электроэнергии и эксплуатационных расходов; при этом повышалась надежность, а подчас и производительность. В настоящее время в мире работают сотни тысяч микро-ЭВМ и сотни миллионов микро-ЭКВМ.

Развитие производства ЭКВМ в нашей стране шло параллельно с его развитием в других наиболее промышленно развитых странах мира. В 1970 г. появились первые образцы ЭКВМ на ИС, с 1971 г. на этих элементах начинается выпуск машин ряда «Искра». В 1972 г. стали производиться и первые отечественные микро-ЭВМ на БИСах.

Большое значение для расширения производства микрокалькуляторов в нашей стране имело постановление ЦК КПСС и Совета Министров СССР «О развитии в 1976—1980 годах производства товаров массового спроса и о мерах по повышению их качества»*, в котором среди новых технически сложных товаров культурно-бытового назначения, на организацию и расширение производства которых следовало обратить особое внимание, были названы и микрокалькуляторы на больших интегральных схемах.

В настоящее время промышленность нашей страны

* Правда, 1977, 6 января.

выпускает практически все мыслимые типы и разновидности ЭМК. При неуклонном повышении качества их работы, надежности и снижении массы и габаритов цены на них за последние годы неоднократно снижались. Значительный выбор ЭМК есть почти в каждом магазине культтоваров. Эволюция ЭМК за неполных 10 лет поразительна. Одно только сравнение: отечественный ЭМК «Электроника Б3-30», имеющий внешне вид миниатюрной записной книжки, при габаритах 109×66×8,5 мм и массе 0,1 кг оказывается почти в 40 раз меньше по объему и в 16,5 раза по массе по сравнению с первой переносной ЭКВМ, а по вычислительным возможностям ее превосходит, так как имеет встроенные микропрограммы для вычисления процентов и квадратного корня. Вот она, фантастическая электроника сегодняшнего дня!

А темпы роста производства ЭКВМ? В 1970 г. выпуск ЭКВМ всех типов в мире превысил 1 млн. шт., а через 6 лет достиг 100 млн. Какое еще изделие электронной промышленности, включая радиоприемники и телевизоры, знало такие темпы роста производства? Комментарии излишни.

Становление современной вычислительной техники, происходящее на наших глазах, — явление не случайное и не преходящее. ЭМК становится таким же бытовым предметом, как радио или телевизионный приемник, часы, и таким же повседневным предметом труда, как авторучка (кстати, существуют модели ЭМК, вмонтированные в корпуса ручек или наручных электронных часов) или совсем еще недавно счетная линейка. Этот прибор повышает производительность нашего труда в учреждении или на производстве, создает дополнительный комфорт дома и везде экономит время, время, время, которого всегда так не хватает в наш бурный век. Ознакомимся же более подробно с микрокалькуляторами и их возможностями.

2. О МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ ВООБЩЕ

Электронные вычислительные машины с клавишным вводом в настоящее время получили широкое распространение. Мы будем рассматривать самые малогабаритные из них, предназначенные для переноски в кармане или портфеле, и (наряду с питанием от электросети) с автономным питанием от сухих батарей или малогабаритных аккумуляторов.

По вычислительным возможностям выпускаемые в настоящее время ЭМК можно разделить на три типа:

а) простые микрокалькуляторы;

б) микрокалькуляторы для научно-технических расчетов (непрограммируемые);

в) программируемые микрокалькуляторы.

Особенностям работы на ЭМК каждого из этих типов в настоящей книжке будет посвящен особый раздел.

Несколько слов об устройстве ЭМК. Любая модель микрокалькулятора до самой простой включительно имеет весьма сложное устройство, в котором, как и в большой ЭВМ, можно выделить устройства ввода и вывода чисел и команд, счетно-решающее или арифметическое устройство, блок питания.

Самым сложным является счетно-решающее устройство. Так, в одной из наиболее распространенных моделей ЭМК для инженерно-технических расчетов— «Электронике БЗ-18» оно выполнено на кремниевой пластине — однокристальной БИС типа «металл — окисел — полупроводник» (МОП-БИС), которая содержит 1600 МОП-транзисторов, 1000 конденсаторов, около 8000 резисторов и 25 000 соединений. Все они образуют связанные между собой функциональные устройства.

Оперативное запоминающее устройство, входящее в состав счетно-решающего, состоит из регистра индикатора (РИ), его еще называют регистром X ($Р_x$), рабочего регистра (РР), иначе регистра $У$ ($Р_у$), а у ряда моделей — также из дополнительных регистров памяти (ДРП).

Набираемое на клавиатуре число вводится в текущий регистр и тут же высвечивается на индикаторе. При наличии клавиши $|\overrightarrow{\underleftarrow{xy}}|$ (|↔ |) и |ИП | в РИ могут быть поданы числа, хранящиеся в РР или в ДРП. В РИ заносятся также числа — результат выполнения заданных операций.

В РР числа попадают из РИ при нажатии соответствующих операционных клавиш (в частности, |+ |, |— |, |× |, |÷ |, а в некоторых моделях также клавиши ввода числа в РР |↑ |). При этом до начала ввода следующего числа предыдущее продолжает сохраняться и в РИ.

ДРП предназначены для хранения исходных и промежуточных данных, необходимых для последующих вычислений. В некоторых моделях предусмотрено выполнение арифметических действий над содержимым ДРП и содержимым РИ.

Для питания от внешней сети почти ко всем моделям ЭМК, выпускаемым в нашей стране, предусмотрены сетевые блоки питания, выполняемые в отдельных корпусах.

Ввод информации в ЭМК — числовых данных и команд — выполняется с помощью клавиатуры, размещенной на лицевой панели микрокалькулятора.

Клавиатура состоит из нескольких групп клавиш, обычно окрашенных в различные цвета.

К клавишам ввода цифр, кроме |0|, |1|, |2|, ..., |9|, относится клавиша десятичной запятой |,| (или |.|), имеющаяся в ряде моделей клавиша изменения знака |/—/| и некоторые другие.

К операционным клавишам относятся клавиши |+|, |—|, |×|, |÷|, при нажатии которых арифметико-логическое устройство ЭМК подготавливается к выполнению соответствующей операции (а в некоторых моделях и выполняет ее), а также клавиша |=|, при нажатии которой выполняется ранее предписанная операция. В некоторых моделях ЭМК этой клавиши нет, зато есть клавиша |↑|, наличие которой свидетельствует о том, что в нашем распоряжении модель ЭМК с весьма совершенной вычислительной логикой, о чем будет подробно рассказано ниже. В некоторых устаревших моделях можно встретить также клавиши |±|, |≡|, свидетельствующие о том, что данная модель обладает простейшей, так называемой арифметической, вычислительной логикой.

Функциональные клавиши, клавиши занесения чисел в регистры памяти, вызова из нее и клавиши сброса образуют третью характерную группу клавиш. Клавиши общего сброса |С| имеются во всех моделях ЭМК; в ряде моделей имеются также клавиши сброса содержимого регистра индикатора или рабочего регистра — $|C_x|$. Довольно часто даже в простых моделях имеются клавиши |%|, $\left|\frac{1}{x}\right|$, $|\sqrt{\ }|$, назначение которых очевидно. Модели ЭМК с ДРП имеют часть клавиш следующей подгруппы |ЗАП|, |П+|, |П—|, |П×|, |П÷|, $|П+x^2|$, |ИП|, |СП|, назначение каждой из которых будет рассмотрено в своем месте. Большая подгруппа клавиш с обозначениями элементарных функций (показательных, логарифмических, прямых и обратных тригонометрических и некоторых других) имеется в более сложных моделях ЭМК для научно-технических расчетов. Поскольку предусмотренное конструкцией этих моделей количество автоматически выполняемых подпрограмм вычисления элементарных функций обычно значительно больше количества клавиш, которые могут быть размещены на калькуляторе, часть клавиш отводится для выполнения двух (а то и трех) функций, одна — при непосредственном нажатии данной клавиши, а другая — после предварительного нажатия так называемой префиксной клавиши (или клавиши совмещенной функции) |F|. Иногда имеется и вторая префиксная клавиша, в программируемых ЭМК Б3-21 она обозначена |P|. На лицевой панели этих ПЭМК имеется также специальная группа клавиш для работы в режиме программирования, их назначение будет рассмотрено ниже, в разделе 5.

Устройства индикации ввода-вывода данных. Состояние РИ в каждый данный момент работы ЭМК представляется на специальном индикаторе (дисплее), расположенном на лицевой панели всех моделей ЭМК. Индицируются числа (вместе с десятичной запятой), вводимые в РИ с помощью клавиатуры, результаты промежуточных и итоговых вычислений, знак «—» для отрицательных чисел, признаки записи в ДРП, переполнения разрядной сетки индикатора, разрядки внутреннего источника тока и т. д.

Каждая цифра представляется обычно с помощью индицирования необходимой конфигурации части (или всех) сегментов одноразрядного семисегментного индикатора. Известны также индикаторы мозаичного типа, в которых каждая цифра представляется комбинацией 35 светящихся точек.

Для индикаторов применяется различная элементная база — вакуумно-люминесцентные элементы, светоизлучающие диоды (СИДы), а также жидкокристальные элементы. Каждый из этих способов индикации имеет свои преимущества и недостатки, которые следует знать тому, кто приобретает микрокалькулятор.

Индикаторы на светоизлучающих диодах (цвет свечения чаще всего красный) отличаются малой чувствительностью к ударным нагрузкам, большим сроком службы, достигающим 100 000 рабочих часов, но относительно небольшими размерами (перед ними на индикаторе обычно устанавливают миниатюрные лупы). Индикация с помощью СИДов хорошо видима при слабом освещении и даже при его отсутствии, видимость ухудшается лишь при увеличении яркости окружающего освещения. СИДы потребляют довольно много электроэнергии.

Вакуумно-люминесцентные элементы обычно светятся зеленым цветом. Они могут быть выполнены довольно большого размера и, подобно СИДам, хорошо видны в темноте. Однако они чувствительны к ударным нагрузкам, по сравнению с СИДами имеют примерно в 10 раз меньший срок службы, потребляют в 2 раза больше электроэнергии.

Индикаторы на жидких кристаллах отличаются исключительно низким потреблением электроэнергии, так как они несамосветящиеся; индикация хорошо видна в условиях яркого освещения, но в темноте становится совершенно невидимой.

Особенности взаимодействия основных регистров оперативного запоминающего устройства (ОЗУ). В составе ОЗУ любой модели ЭМК имеются по крайней мере два запоминающих регистра — РИ и РР.

Числа, набираемые на клавиатуре (операнды), попадают сначала в РИ; при наличии клавиш обмена $|\overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{xy}}|$ или $|\leftrightarrow|$ числа в РИ можно направить также из РР, а при наличии ДРП и из них — нажатием клавиши |ИП| («Из памяти»).

В РР числа попадают из РИ при нажатии соответствующих операционных клавиш. При нажатии клавиши результата |=| или последующих операционных происходит выполнение предыдущей операции, результат которой попадает в РИ и «высвечивается» на индикаторе (в жидкокристальных индикаторах никакого «высвечивания» не происходит, так что термин этот весьма условен). В этом случае индикатор выполняет роль устройства вывода.

После выполнения очередной операции, когда ее результат перешел в РИ, РР продолжает сохранять второй (последний) операнд. Поэтому, если необходимо очистить оба регистра, во многих моделях ЭМК клавишу сброса |С| следует нажать двукратно (впрочем, в некоторых моделях при ее нажатии происходит общий сброс, а для сброса только содержимого РИ имеется специальная клавиша $|C_x|$).

При выполнении одноместных операций (см. с. 23) или вычислении элементарных функций (например, $\sqrt{x}$) регистр РР не задействуется и его содержимое сохраняется.

Классификация ЭМК по особенностям вычислительной логики. В наиболее общем случае можно выделить три варианта вычислительной логики, применяемых в ЭМК, которые характеризуются как внешними признаками — наличием или отсутствием определенных операционных клавиш, так и внутренними — особенностями ввода и взаимодействия операндов и операторов. Будем говорить, что в первом случае применяется арифметическая запись (АрЗ), во втором — алгебраическая (АлЗ), в третьем—«обратная польская запись» (ОПЗ).

Происхождение последнего названия объясняется следующим: польский математик и логик Ян Лукасевич (1878—1956) еще в 1921 г., разрабатывая специальный язык для формализации логических и математических выражений (так называемую бесскобочную символику Лукасевича), предложил вводить знаки арифметических операций или перед операндами: $+$, a, b, или после них: a, b, $+$. Первый из этих способов стал называться «прямой», второй — «обратной польской записью». Применение ОПЗ в ряде моделей ЭМК обусловливается более простой ее технической реализацией (не требуется схемных затрат для автоматического определения приоритета в выполнении операций) и некоторыми другими достоинствами, речь о которых будет идти ниже.

Опознавательным признаком АрЗ является наличие клавиш |±|, |=̲|, ЭМК с АрЗ несколько неудобны в обращении в связи с возможным смешением клавиш |±|, |=̲| и ошибками в вычислениях, которые при этом могут возникнуть. АрЗ восходит к механическим суммирующим машинам, в которых сложение и вычитание компонентов производились накоплением (сальдированием) в счетчиках машины при нажатии клавиш |+| и |—|. Когда такие машины были приспособлены для умножения и деления, на эти же клавиши была возложена и функция |=|. Впоследствии АрЗ была перенесена на некоторые модели ЭКВМ настольного типа, а затем и на отдельные модели ЭМК (например, «Электроника Б3-04»).

Наибольшее распространение получила АлЗ, наиболее близкая к естественной: мы пишем, например, $a+b=c$, а на ЭМК с АлЗ нажимаем в этом случае клавиши в следующей последовательности: |a| |+| |b| |=| |c| (получая на индикаторе результат c). В некоторых ЭМК для научно-технических расчетов (например, С3-15) имеются клавиши скобок |(|, |)| и даже двойных скобок |[(|, |)]| (Б3-36), с помощью которых можно вычислять весьма сложные алгебраические выражения с учетом старшинства операций, вводя эти выражения примерно в том же виде, как их принято записывать на бумаге.

Но уже при вычислении $\sqrt{x}$ ввод оператора производится *после* ввода операнда и соответствие АлЗ естественной записи нарушается. То же имеет место и при выполнении других одноместных операций в более сложных ЭМК (например, e^x, $\sin x$ и т. д.). Применение в этих случаях «обратной записи» (сначала аргумент, затем функция) объясняется относительной простотой схемных решений для этого варианта.

Преимущество обратной польской записи состоит в том, что при считывании записанного выражения слева направо каждая введенная операция немедленно выполняется, в то время как при алгебраической записи операции выполняются с некоторыми задержками. Кроме того, при использовании ОПЗ в ряде случаев достигается некоторое уменьшение (по сравнению с АлЗ) количества нажатий операционных клавиш. Более заметны преимущества ОПЗ в программируемых ЭМК, где ее применением обеспечивается существенное уменьшение числа команд (шагов) программы и некоторое ускорение вычислительного процесса.

Способы представления десятичной запятой. Для представления десятичной запятой в ЭКВМ используются три способа — с фиксированной запятой, естественной и плавающей.

Фиксированная запятая, как постоянная (жестко зафиксированная в одном положении, например перед двумя последними числовыми разрядами), так и переменная, которая устанавливается самим оператором в удобном для него положении, используется в ряде моделей настольных ЭКВМ, но в микро-ЭКВМ распространения не получила.

Наиболее распространено представление чисел с естественной запятой, располагающейся на том месте, где она введена оператором или же определена результатом выполненной операции; ее положение ограничивается только разрядной сеткой индикатора. В этом случае оператор располагает максимальным в пределах возможности машины числом значащих разрядов исходных данных и результатов.

Ну а что будет в результате деления 0,0003274 на 72635? На индикаторе ЭМК с естественной формой представления запятой высветится машинный нуль — значащие разряды полностью потеряются.

В таких случаях для выражения слишком больших или очень малых чисел в наиболее совершенных моделях ЭМК (например Б3-19, Б3-21, С3-15, Б3-36, Б3-37) так же, как и в больших ЭВМ, применяется представление чисел в форме с плавающей запятой, т. е. в виде $M \cdot 10^p$, где M — мантисса, ей являются старшие значащие разряды числа, которые могут поместиться на индикаторе, а p — порядок числа, т. е. показатель степени, в которую нужно возвести 10, чтобы, умножив на него мантиссу, получить данное число. Мантисса M может быть выражена или в истинно нормализованном виде, когда $0{,}1 \leqslant M < 1$, или в модифицированном нормальном виде, когда $1 \leqslant M < 10$. Именно в этом виде и представляются числа в ЭМК.

При изображении чисел в форме с плавающей запятой в модифицированном нормализованном виде индицируется знак мантиссы, если этот знак «—» сама мантисса (семь — восемь или в некоторых моделях десять разрядов), знак порядка, если он отрицателен, и сам порядок (в двух последних разрядах индикатора). В восьмиразрядном индикаторе число 0,0006772 представится так: 6,7720000—04, что означает $6{,}772 \cdot 10^{-4}$, а —0,01881 так: —1,8810000—02.

На знак «,» в некоторых моделях ЭМК отводится полный разряд, что на единицу уменьшает количество индицируемых разрядов мантиссы.

Диапазон представляемых в режиме с плавающей запятой чисел огромен: от $\pm 10^{-99}$ до $\pm 9{,}9999999 \cdot 10^{99}$. Он определяется наибольшим двухразрядным десятичным числом 99, выражающим порядок p.

3. ПРОСТЕЙШИЕ МОДЕЛИ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОВ И ТЕХНИКА ВЫЧИСЛЕНИЙ НА НИХ

К простейшим моделям ЭМК отнесем, как уже говорилось, те, основной функцией которых является выполнение арифметических операций, а также возведение в степень n ($n=1,2,\ldots$). Некоторые из этих моделей имеют встроенные программы для автоматического вычисления $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$ (и вообще $\sqrt[2n]{x}$), для вычислений с процентами; более совершенные из них имеют также дополнительные регистры памяти. Во всех отечественных моделях ЭМК предусмотрены также действия с константами, благодаря чему существенно упрощается выполнение многих вычислений.

Все эти модели имеют восьмиразрядные индикаторы и обеспечивают вычисления с 7—8 значащими цифрами —

на несколько порядков больше того, что можно получить с помощью счетной линейки или наиболее доступных математических таблиц. В качестве индикаторов используются и вакуумно-люминесцентные дисплеи, дисплеи на светоизлучающих диодах, а также и на жидких кристаллах. Все модели ЭМК этого типа (как и более совершенные ЭМК для научно-технических расчетов) имеют автономное питание от сухих элементов (обычно 3—4 элемента А-316) или встроенных миниатюрных аккумуляторов, а также (через дополнительный блок) и питание от внешней сети (кроме модели «Электроника С3-27»).

Масса моделей этого типа колеблется от 0,1 до 0,4 кг. Наименьшие габариты 109×66×8,5 мм имеет Б3-30. Сводная таблица основных характеристик простых моделей ЭМК отечественного производства приводится ниже (табл. 1).

Дополнительные регистры памяти. Многие модели ЭМК, включая и отдельные модели простого типа, имеют дополнительные регистры памяти, с помощью которых в процессе вычислений можно сохранять и при необходимости вызывать в рабочий регистр индикатора различные константы, промежуточные результаты и т. д.

По особенностям применения дополнительные регистры памяти (ДРП) можно разделить на три разновидности: простые, сальдирующие и адресные.

Простые ДРП (их имеется обычно один, а в С3-15 — два) нажатием клавиши |ЗАП| принимают на хранение содержимое РИ. С помощью клавиши |ИП| хранящееся в памяти число вызывается снова в РИ, при этом его копия продолжает сохраняться в памяти. Если в такой ДРП вводится некоторое новое число, то уже хранившееся там автоматически стирается.

ЭМК с сальдирующими ДРП отличаются наличием клавиш |П+|, |П—| (а в одной из новых моделей Б3-36 также и |П×|) и |П÷|. Способ работы таких ДРП отличается от простых тем, что при нажатии клавиши |П+| содержимое РИ *прибавляется* (|П—| соответственно вычитается) к содержимому ДРП. В некоторых моделях имеется еще клавиша |П+x^2|, с помощью которой к содержимому ДРП прибавляется квадрат содержимого РИ, что удобно при вычислениях, связанных с вычислением сумм квадратов.

Если в ЭМК имеется несколько ДРП, они нумеруются (им присваивается адрес). Этот адрес указывается как при

Таблица 1

Характеристики и выполняемые функции \ Модель ЭМК	Б3-09М	Б3-14М	Б3-23	Б3-24Г	Б3-25А	Б3-26	С3-27	Б3-30	С3-33
Тип индикатора	ВЛД	ВЛД	СИД	СИД	ВЛД	ВЛД	ВЛД	ЖК	СИД
Наличие $\lvert\%\rvert$	+	—	+	—	—	+	—	+	+
» $\lvert\sqrt{}\rvert$	—	+	—	—	—	+	—	+	+
» $\left\lvert\frac{1}{x}\right\rvert$	+	+	—	—	—	—	—	+	+
» $\lvert\overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{xy}}\rvert$	—	—	—	—	—	—	—	—	+
» простых ДРП	—	—	—	—	—	—	—	—	—
» сальдирующих ДРП	—	—	—	П+	—	П+ П—	—	—	П+ П—
Источники питания	Б, С	Б, С	Б, С	Б, С	Б, С	Б, С	Б	А, С	Б, С
Габариты, мм	158×86××36	158×86××36	155×78××28	155×78××28	155×78××28	140×75××25	165×78××21	109×66××8,5	160×90××40
Масса, г, не более	300	300	200	400	360	360	200	100	200

Условные сокращения: ВЛД — вакуумно-люминесцентный дисплей; СИД — дисплей на светоизлучающих диодах; ЖК — индикатор на жидких кристаллах; Б — питание от сухих батарей; А — то же от встроенных аккумуляторов; С — то же от внешней сети.

занесении данного числа в ДРП, так и при его выборке оттуда. Такие устройства с адресными (или адресуемыми) ДРП имеются в ЭМК программируемого типа.

В выпускаемых нашей промышленностью более совершенных моделях простых ЭМК используются сальдирующие ДРП (клавиша |П+| в Б3-24г, |П+| и |П—| в Б3-26). Для гашения содержимого ДРП используется клавиша |СП| («Сброс памяти»).

Применение сальдирующих ДРП, часто встречающихся в простых случаях, затруднений не вызывает. Примеры на использование ДРП в более сложных ситуациях рассмотрим ниже. Но на некоторые тонкости все же обратим внимание сейчас. Пусть требуется найти результат сложения последовательности положительных и отрицательных чисел, причем так, чтобы отдельно были суммы положительных и отрицательных чисел. Продуманным использованием клавиши |П+|, клавиш |+| и |—| это требование может быть легко выполнено. Рассмотрим, как это делается, на следующем примере:

15,4—12,4+6,25—1,22—2,14+7,16—5,34=?

Последовательность нажатия клавиш	Индикация	Примечание
/15,4/ |П+||—|	/15,4/	
/12,4/ |+|	/3,0/	
/6,25/ |П+||—|	/9,25/	
/1,22/ |—|	/8,03/	
/2,14/ |+|	/5,89/	
/7,16/ |П+||—|	/13,05/	
/5,34/ |=|	/7,71/	Общий результат
|—| |ИП|	/28,81/	Сумма положительных слагаемых
|=|	/21,10/	Сумма отрицательных слагаемых

Ход вычисления для этого случая представим табличкой, в которой, как и в дальнейшем тексте, будут приняты следующие обозначения: набираемые с помощью клавиатуры числа (которые отражаются на индикаторе) заключаются в косые скобки (например, /—0,456/), таким же образом обозначаются и числа, высвечиваемые на индикаторе — результат вычислений; действие, выполняемое при нажатии соответствующих операционных клавиш, заключается в прямые скобки, например |+|, |=|; вторые (надклавишные) обозначения функций будут, как правило, помещены в квадратных скобках [] и т. д. Смысл такой организации вычислительного процесса в том, что в ДРП суммируются только положительные слагаемые, а на регистре индикатора накапливается общий результат; затем из него вычитается сумма положительных слагаемых, высвечиваемая при этом на индикаторе, после чего индицируется сумма отрицательных слагаемых.

Особенности действия с константами. Важной (но не всегда принимаемой во внимание) особенностью вычислений на подавляющем большинстве моделей ЭМК, начиная с самых простых, является то, что при выполнении серии однотипных операций, в которых один из операндов повторяется (операции вида x_i*k или $k*x_i$, где «*» означает одну из арифметических операций), его повторный ввод не является необходимым. В этом случае говорят *о вычислениях с константой*, при выполнении которых достигается экономия времени, необходимого для ввода данных, сокращается число нажимаемых клавиш и уменьшается возможность возникновения ошибок при манипуляциях на клавиатуре.

Однако работа с константами на разных моделях ЭМК может иметь определенные различия, так как в одних моделях предусматривается, что константой при всех арифметических операциях является второй операнд, в других — при умножении с константой служит первый операнд, а при делении — второй (т. е. делитель), в одних моделях константная автоматика распространяется на все четыре арифметических действия, в других — только на умножение и деление. Для определения особенностей константной автоматики данной модели можно рекомендовать следующий тест (выполнение действий в соответствии со столбцом 1 табл. 2), который в зависимости от показаний индикатора (столбцы 2, 4, 6) позволяет установить, какие операции выполнены (столбцы 3, 5, 7) и к какому типу функционирования относится данный ЭМК: I — константой является первый операнд при всех арифметических действиях; II — константой является второй операнд при всех арифметических действиях; III — при умножении константой является первый операнд, а при делении—второй, для других операций действий с константами не предусмотрено. Для наглядности в таблице полужирным шрифтом выделен тот операнд, который является константой для данной операции.

Рассмотрим теперь это на примерах.

Пусть набран первый операнд в ЭМК, в которой он является константой. По общему правилу при нажатии любой из клавиш |+|, |—|, |×|, |÷| содержимое регистра

Таблица 2

Тип ЭМК	I		II		III	
1	2	3	4	5	6	7
Последовательность набора на клавиатуре	Показания индикатора	Выполнена операция	Показания индикатора	Выполнена операция	Показания индикатора	Выполнена операция
/6/|+|/2/|=|/8//0/|=|	/6/	6+0	/2/	0+2	/0/	—
/6/|—|/2/|=|/4//0/|=|	/6/	6—0	/—2/	0—2	/0/	—
/6/|×|/2/|=|/2//1/|=|	/6/	6×1	/2/	1×2	/6/	6×1
/6/|÷|/2/|=|/3//1/|=|	/6/	6÷1	/0,5/	1÷2	/0,5/	1÷2
Модели соответствующих микрокалькуляторов	Б3-21		Б3-09М, Б3-14М, Б3-23, Б3-26, Б3-24		Б3-30	

индикатора РИ дублируется в РР и при этом в ЭМК I типа закрепляется как константа (в ЭМК III типа он закрепляется в качестве константы только при нажатии клавиши |×|). После этого нажатием |=| и обеспечивается выполнение операций вида |∗|. В большинстве моделей этого типа повторное нажатие клавиши |=| обеспечивает выполнение введенной перед этим операции над очередным содержимым РИ и первым оператором-константой, например

$$/3/\times|/2/\underset{\downarrow\atop 6}{|=|}\underset{\downarrow\atop 18}{|=|}\underset{\downarrow\atop 54}{|=|}\ldots$$

Известное упрощение в вычислениях при этом достигается, когда в качестве константы используется результат некоторого промежуточного вычисления. Пусть, например, требуется вычислить боковую поверхность конуса с постоянным радиусом основания R для нескольких различных значений образующей l. В этом случае, считая в выражении $S=\pi Rl$. πR константой и взяв в качестве π очень хорошее его приближение (см. с. 33), наиболее целесообразно выполнить вычисления так:

$/355/\,|\div|\,/113/\,|\times|\,/R/\,|\times|\,/l_1/\,|\underset{\downarrow\atop S_1}{=}|\,/l_2/\,|\underset{\downarrow\atop S_2}{=}|\,/l_3/|=|\ldots$

Выражения вида $a^n b$ удобно вычислять так:

$$/a/\,|\times|\,/b/\,\underbrace{|=|\,|=|\,|=|\ldots|=|}_{(n\text{ раз})}.$$

Наиболее распространены ЭМК II типа (константа — второй операнд). Здесь следует обратить внимание на то, как осуществляется переход от одной (повторяющейся над константой) операции к другой. Как, например, рационально выполнить вычисление:

$(((3\times2)\times2)+5)+5=?$

На ЭМК данного типа его следует произвести так:

Последовательность нажатия клавиш	/3/	|×|	/2/	|=|	|=|	|+|	/5/	|=|	|=|
Содержимое РИ	3	3	2	6	12	12	5	17	22
Содержимое РР	0	3	3	2	2	12	12	5	5

Важно отметить, что в некоторых моделях этого типа (например, Б3-14) вычисления с константой возможны только при нажатии клавиши $|=|$. В других моделях (Б3-23, Б3-26) константная автоматика срабатывает и при нажатии клавиш $|+|$, $|-|$, $|\times|$, $|\div|$. Здесь следует иметь в виду, что при каждом нажатии операционной клавиши содержимое РИ дублируется в РР. Этим обстоятельством и можно воспользоваться для рационализации ряда вычислений в моделях этого типа.

Так, при выполнении многих вычислений приходится довольно часто находить число, обратное данному. Для его нахождения в некоторых моделях ЭМК (например, Б3-09, Б3-14, Б3-30) предусмотрена специальная подпрограмма, реализуемая нажатием клавиши $\left|\frac{1}{x}\right|$.

А как быть, если такой клавиши нет? Можно, конечно, выполнить действие $/1/\,|\div|\,/x/$. А если x получено в результате предыдущих вычислений и уже представлено на РИ в виде многозначного числа (см. примеры ниже)? Тогда, видимо, придется содержимое РИ записать отдельно (или завести в ДРП), ввести 1 и уже затем выполнить деление. Громоздко, да и лишняя запись — лишний источник возможных ошибок. Можно поступить иначе, значительно рациональнее. Возьмем, например, ЭМК Б3-23 (или Б3-26).

Наберем на клавиатуре некоторое число x, например 5, и выполним следующую процедуру: $|\div||\div||\div|$. Что появилось на индикаторе после трехкратного нажатия клавиши $|\div|$? Число /0,2/. Но ведь это и есть $^1/_5$, т. е. число, обратное пяти. Что же произошло? Набрав /5/ и нажав клавишу $|\div|$ в первый раз, мы продублируем его в РР, и 5 как второй операнд станет при этом константой. При дальнейших нажатиях той же клавиши 5 разделится на 5, а затем будет выполнено деление 1 : 5.

Интересно отметить, что в заводских инструкциях к ЭМК этот простой и надежный метод нахождения $^1/x$ не упоминается. Кстати, тот же результат получим и после выполнения процедуры $|\div||\div||=|$.

На калькуляторах этого типа может быть рецонализировано выполнение и других арифметических действий. Так, $/x/ \underbrace{|+|\ldots|+|}_{n\ \text{раз}}$ даст нам $/nx/$, а $/x/ \underbrace{|\times||\times|\times|\ldots|\times|}_{n\ \text{раз}}$ дает $/x^n/$. Имеем простой способ возведения в квадрат: $/N/|\times||\times| \to N^2$ (на Б3-09 и Б3-14 реализуется так: $/1/|\times|/N/|=||=| \to N^2$).

Арифметические вычисления на ЭМК. Арифметические вычисления являются основными для всех типов ЭМК, поскольку к ним в конечном счете сводятся любые, более сложные — до численного дифференцирования и интегрирования включительно. Навыки простейших вычислений для каждой данной модели приобретаются быстро, самые основные сведения о них приводятся в заводских инструкциях. Однако ознакомление со многими дополнительными способами и приемами вычислений может существенно повысить производительность труда вычислителя — потребителя ЭМК. Следует также отметить, что как простые, так и более сложные вычисления в разных моделях ЭМК могут выполняться по-разному, на что также будет обращено внимание.

Можно сказать, что вычисление любого арифметического (формульного) выражения состоит из некоторой последовательности арифметических действий, каждое из которых предполагает наличие одного или двух чисел-операндов и выполняемой над ними арифметической операции.

Те из операций, которые предусматривают действие над одним числом (например, возведение в целую степень), принято называть одноместными, над двумя (сложение, вычитание и т. д.) — двухместными.

Применительно к ЭМК арифметические выражения, подлежащие вычислению, можно условно разделить на простые, когда при выполнении соответствующих операций не требуется особо запоминать промежуточные операнды (результат выполнения предыдущей операции используется в качестве операнда последующей), для вычисления сложного арифметического выражения требуется запоминать один или несколько операндов.

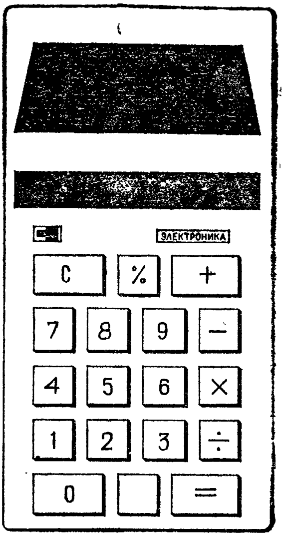

Рис. 1. Передняя панель микрокалькулятора «Электроника Б3-23»

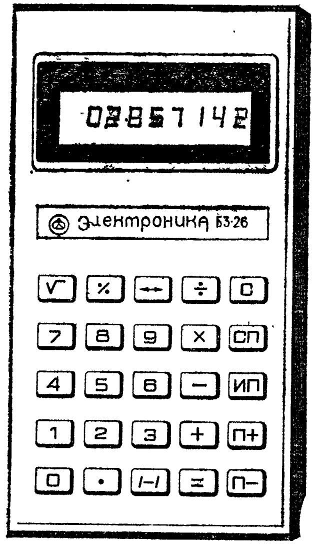

Рис. 2. Передняя панель микрокалькулятора «Электроника Б3-26»

Естественно, что любое сложное арифметическое выражение (АВ) можно разбить на ряд простых, результат вычисления каждого из которых можно сохранить тем или иным путем, например записать. Так и приходится поступать при вычислениях с теми моделями, в которых отсутствуют дополнительные регистры памяти. В дальнейшем примеры на вычисление сложных АВ будем рассматривать применительно к моделям, имеющим ДРП. Как правило, при этом будем использовать наиболее распространенные обозначения клавиш |П+ |. При этом следует обязательно помнить, что если не требуется сложения очередного операнда с содержимым ДРП, то это содержимое *обязательно* надо стереть нажатием клавиши |СП|. Это не является необходимым в ЭМК с несальдирующими ДРП (клавиша |ЗАП|), в которых содержимое памяти автоматически стирается при ее очередном нажатии.

В примерах (которые будут рассмотрены ниже) при разборе их с ЭМК без ДРП следует вместо нажатия клавиши |П+| и ей соответствующих записать промежуточный операнд, а вместо |ИП| — заново ввести этот операнд в РИ.

Для ориентировки приведем изображения передних панелей двух характерных моделей простых ЭМК — без ДРП (Б3-23) и с ДРП (Б3-26) (рис. 1 и 2).

Рассмотрим теперь общий порядок выполнения арифметических орераций и вычисления простых арифметических выражений, пригодных для любых простых и сложных моделей ЭМК, кроме ЭМК с «обратной польской записью» (клавиша |↑|).

Действия	Пример	Последовательность нажатия клавиш	Показания индикатора
Сложение	$23+8=31$	/23/|+|/8/|=|	/31/
Вычитание	$6-2,5=3,5$	/6/|—|/2,5/|=|	/3,5/
Умножение	$7,2\times4=28,8$	/7,2/|×|/4/|=|	/28,8/
Деление	$7,2\div4=1,8$	/7,2/|÷|/4/|=|	/1,8/
Смешанные действия	$\frac{(3+2)\times7}{5}=7$	/3/|+|/2/|×|/7/|÷|/5/|=|	/7/
	$\frac{3+2\times6}{5}$	/2/|×|/6/|+|/3/|÷|/5/|=|	/3/

Для очистки содержимого РИ и РР, если в них ранее было что-то записано, следует предварительно нажать клавишу |С|. Обратите при этом внимание, что в одних моделях (например, Б3-14, Б3-30 и др.), чтобы погасить содержимое регистров РИ и РР, достаточно однократного нажатия клавиши |С|, в других (например, Б3-23) клавиша |С| при однократном нажатии очищает РИ, при втором — также и РР. Для гашения ошибочно набранного и высвечиваемого в данный момент на индикаторе операнда в некоторых моделях микрокалькуляторов имеется специальная клавиша |C_x|.

Ранее мы уже говорили о применяемых в тексте обозначениях при записи алгоритмов последовательностей нажатия клавиш. Добавим только, что обозначения $\downarrow$ или $\rightarrow$ рекомендуют заметить показания индикатора после нажатия соответствующих операционных клавиш, в некоторых случаях эти показания тут же приводятся для проверки или сравнения.

Рассмотрим теперь несколько примеров на вычисление АВ. Пусть требуется найти произведение сумм $x=(a+b)\times$ $\times(c+d)$.

Ход вычислений можно представить в виде следующей схемы: $/a/$ |+ |$/b/$ |=| |П+ |$/c/$ |+ |$/d/$ |× | |ИП | |= |. Напомним, что при отсутствии в калькуляторе ДРП ход вычислений тот же, только вместо нажатия |П+ | следует содержимое РИ записать или запомнить, а вместо |ИП| заново ввести записанный или запомненный операнд.

Впрочем, тот же пример после некоторых предварительных преобразований можно решить сплошной последовательностью операций, не прибегая ни к внутренней, ни к внешней памяти, что будет продемонстрировано ниже, после следующего примера.

Рассмотрим теперь пример на сумму произведений: $(a\times b)+(c\times d)$. Этот достаточно часто встречающийся случай вычислений, как легко видеть, является сложным АВ. Для проведения вычислительного процесса, особенно когда речь идет о сумме нескольких произведений, наличие ДРП оказывается особенно эффективным. Вычислительный алгоритм в этом случае имеет вид: $/a/$ |× |$/b/$ |= | |П+ |$/c/$ |× |$/d/$ |= | |+ | |ИП | |= |.

Естественно, что по этой схеме может быть выполнено сложение достаточно большого числа произведений пар сомножителей, использование сальдирующего ДРП представляет при этом значительные дополнительные удобства.

В случае отсутствия ДРП можно поступать, как указано выше, т. е. записывать промежуточные результаты умножений, после чего полученные произведения последовательно прибавлять. Однако в этом, как и в предыдущем, случае можно использовать искусственное преобразование в соответствии с тождеством:

$$(a\times \mathrm{b})+(c\times d)=\left(\frac{a\cdot b}{d}+c\right)\times d,$$

которое позволит обойтись без записи промежуточных вычислений. Выражение, записанное в правой части данного равенства, вычисляется на ЭМК так: /a/ |× |/b/ |÷ |/d/ |+ | /c/ |× |/d/ |= |.

Этот прием может быть распространен на значительно большее число слагаемых произведений. Например:

$$(a \times b)+(c \times d)+(e \times f)+(g \times h)=$$
$$=\left(\left(\left(\frac{a \times b}{d}+c\right) \times \frac{d}{f}+e\right) \times \frac{f}{h}+g\right) \times h.$$

Аналогично может быть вычислена и сумма частных — с использованием ДРП, записью промежуточных вычислений или же с помощью следующего преобразования:

$$(a \div b)+(c \div d)+(e \div f)=\left(\left(\frac{a \times d}{b}+c\right) \times \frac{f}{d}+e\right) \div f.$$

В качестве примера рассмотрим часто встречающееся в электро- и радиотехнике нахождение общего сопротивления параллельно соединенных резисторов:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}.$$

Пусть R_1=220 кОм; R_2=10 кОм; R_3=47 Ом, найти R. Последовательность вычислений на ЭМК с сальдирующим ДРП (П+) будет иметь в общем случае вид:

/1/ |÷ |/220000/ |= | |П+ |/1/ |÷ |/10000/ |= | |П+ |/1/ |÷ |

0,0000045 0,0001

/47/ |= | |П+ |/1/ |÷ | |ИП | |= |→/46,770497/.

0,0212765 0,0213810

Вычисление упрощается при наличии клавиши $\left|\frac{1}{x}\right|$.

В этом случае вместо /1/ |÷ |/x/ |= | выполняется /x/$\left|\frac{1}{x}\right|$.

Еще проще использовать константную автоматику, когда константой является второй операнд. Здесь вместо /1/ |÷ | /x/ |= | выполняется следующее: /x/ |÷ | |÷ | |= |, тогда приведенный выше вычислительный процесс можно переписать так:

/R / |÷ | |÷ | |= | |П+ |/R_2/ |÷ | |÷ | |= | |П+ |/R_3/ |÷ | |÷ | |= | |П+ | |ИП | |÷ | |÷ | |= |→R.

Если следует вычислить значение дроби, в числителе и знаменателе которой находятся сложные АВ, например $\frac{a+b \times c \times d}{e \times f-g \times h}$, то в этом случае лучше вычислить сначала знаменатель, а затем числитель, который можно будет сразу же разделить на знаменатель, например вычисление

$$\frac{324,15 \times 0,235 \times 6,208 - 42,16}{21,49 \times 0,875 - 12,35 \times 0,386}$$

можно выполнить так:

$$/21{,}49/\ |\times\ |/0{,}875/\ |=|\ \underset{18,80375}{|\Pi +}\ |/12{,}35/\ |\times\ |/0{,}386/\ |=|\ \underset{4,7671}{|\Pi -|}$$

$$/324{,}15/\ |\times\ |/0{,}235/\ |\times\ |/6{,}208/|-|/42{,}16/|\underset{430,73595}{=|}\ |\div|\ \underset{14,03665}{|И\Pi|}$$

$|=|\rightarrow(30{,}68652)$.

Обратим внимание на еще один случай вычислений. Пусть, например, следует найти частное от произведений, т. е. вычислить выражение вида $\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{e \cdot f \cdot g \cdot h}$.

В этом случае, если числа большие, целесообразно чередовать умножения и деления — в результате, в частности, устраняется опасность переполнения регистра.

Процентные вычисления на ЭМК. В разнообразных хозяйственных, финансовых, статистических расчетах весьма часто используются процентные вычисления. При этом следует выделять три основных понятия — начальное число a, принимаемое за 100 %; процентная такса b — число процентов от начального числа (процентное отношение) и процентная сумма (процент от числа) c — часть начального числа a, содержащая столько процентов, сколько показывает процентная такса.

Часто приходится вычислять также наращенное число $a_н$, полученное сложением начального числа с процентной суммой c, исчисляемой от данного числа, и уменьшенное число $a_у$, получаемое вычитанием процентной суммы из начального числа.

Задачи на процентные вычисления легко решаются с помощью любых ЭМК, а в некоторых предусмотрена специальная подпрограмма, вызываемая клавишей | % |.

Приведем алгоритмы решения основных типов задач на процентные вычисления с помощью ЭМК: а) без |% |; б) с |% |.

1. Нахождение процентной таксы (процента) от числа:

$$c = a \times \frac{b}{100} = a \times b\%.$$

1а. $/a/\ |\times\ |/b/\ |\div\ |/100/\ |=|\ \rightarrow c$.

1б. $/a/\ |\times\ |/b/\ |\%\ |\rightarrow c$.

2. От какого начального числа a процентная сумма c составляет $b\%$'

$$a = c \div \frac{b}{100}.$$

2а. $/a/ |\div |/b/ |\times |/100/ |= |\to a$.

2б. $/a/ |\div |/в/ |\% |\to a$.

3. Сколько процентов b составляет процентная сумма c от начального числа a?

$$b = \frac{c}{a} \cdot 100.$$

3а. $/c/ |\div |/a/ |\times |/100/ |= |\to b$.

3б. $/c/ |\div |/a/ |\% |\to b$.

4. Найти наращенное число $a_н$ по начальному числу a процентной таксе b:

$$a_н = a\left(1 + \frac{b}{100}\right) = a + \frac{a \times b}{100}.$$

4а. $/a/ |\times |/b/ |\div |/100/ | + |/a/ | = | \to a_н$.

4б. $/a/ | + |/b/ | \%| |=| \to a_н$.

5. Найти уменьшенное число $a_у$ по тем же данным a и b:

$$a_у = a\left(1 - \frac{b}{100}\right) = a - \frac{a \times b}{100} = -\left(\frac{a \times b}{100} - a\right).$$

5а. $/a/ | \times |/b/ |\div |/100/ | - |/a/ | = ||/-/ |\to a_у$.

5б. $/a/ | - |/b/ | \%| |=| \to a_у$.

При сравнении алгоритмов 4а и 4б, 5а и 5б удобства, связанные с наличием клавиши % и соответствующей подпрограммы, становятся особенно очевидными.

Решение конкретных примеров процентных вычислений после их приведения к одному из типов 1—5 не должно вызывать затруднений.

Усложненные вычисления на простых ЭМК. Из рассмотренных выше возможностей применения простых ЭМК для вычисления различных по сложности арифметических выражений уже можно сделать вывод, что их использование позволяет достичь значительной экономии времени, уменьшения усталости и избежать многих ошибок. Но как быть, если необходимо найти значение $\sqrt{x}$, а в ЭМК не предусмотрена для этого специальная подпрограмма (клавиша $|\sqrt{\ }|$)? А как быть, если нужно вычислить $\sqrt[3]{x}$ или вообще $\sqrt[n]{x}$? А как производить вычисления с прямыми и обратными тригонометрическими функциями, с другими элементарными функциями? Можно, конечно, соединить вычисления на ЭМК с использованием соответствующих математических таблиц, можно использовать более сложные (но и более дорогие и менее доступные) микрокалькуляторы для научно-технических расчетов со встроенными подпрограммами для вычисления элементарных функций. Однако, хорошо владея техникой вычислений, даже на простейших моделях ЭМК можно выполнять расчеты с использованием тут же найденных значений элементарных функций и притом с точностью, значительно превосходящей точность обычно употребляемых четырех- и даже пятизначных таблиц.

Рассмотрим ряд вычислительных приемов, связанных с нахождением некоторых наиболее распространенных элементарных функций, использование которых значительно расширяет вычислительные возможности ЭМК даже самых простых моделей.

Вычисление квадратных корней. В тех моделях ЭМК, в которых имеется $|\sqrt{\ }|$(БЗ-14,-26,-30, ...) вопрос об извлечении квадратного корня из числа, взятого в достаточно широком диапазоне (обычно от 10^{-8} до 10^{8} — 1), не вызывает никаких затруднений: набираем на клавиатуре подкоренное число x, нажимаем $|\sqrt{\ }|$, и на индикаторе тут же появляется восьми- или в крайнем случае семизначный результат.

Существует простой метод извлечения квадратных корней, применявшийся еще древними вавилонянами, описанный Героном Александрийским почти 2000 лет назад (и позже обобщенный Ньютоном).

Пусть требуется найти $\sqrt{x}$ и пусть y_0— его приближенное значение, которое отличается от $\sqrt{x}$ на некоторое число k. Тогда $\sqrt{x}=y_0+k$; $x=y_0^2+2y_0k+k^2$.

Считая, что k достаточно мало, мы можем пренебречь членом k^2, отсюда $x\approx y_0^2 2y_0k$, где x и y_0 известны.

Тогда $$k=\frac{x}{2y_0}-\frac{y_0}{2}.$$

Подставив это значение в исходное выражение для $\sqrt{y}$, получим:

$$\sqrt{x}\approx y_0+\frac{x}{2y_0}-\frac{y_0}{2}=\frac{1}{2}\left(y_0+\frac{x}{y_0}\right).$$

Новое приближенное значение $\sqrt{x}$, которое обозначим через y_1, точнее, чем исходное приближение y_0. Этот процесс можно продолжить, получая $y_2=\frac{1}{2}\left(y_1+\frac{x}{y_1}\right)$ и вообще $y_{n+1}=\frac{1}{2}\left(y_n+\frac{x}{y_n}\right)$. Точность вычислений будет быстро повышаться и может быть оценена значением $|y_{n+1}-y_n|$.

Не останавливаясь здесь на вопросе о сходимости последовательности указанных приближений, отметим, что все рассмотренные ниже случаи применения этого метода корректны, допустимы для указываемых в каждом отдельном случае интервалов.

Рассмотрим этот метод на примере нахождения хорошо известного каждому $\sqrt{2}$. Положим $y_0=1{,}4$, тогда

$$y_1=\frac{1}{2}\left(1{,}4+\frac{2}{1{,}4}\right)=1{,}4142857;$$

$$y_2=\frac{1}{2}\left(y_1+\frac{2}{y_2}\right)=1{,}4142135;$$

$$y_3=\frac{1}{2}\left(y_2+\frac{2}{y_2}\right)=1{,}4142135.$$

Как видим, уже после вычисления y_2 мы получили восемь верных знаков $\sqrt{2}$. Если взять более грубое начальное приближение, может увеличиться лишь число итераций, и на получение результата с той же точностью придется затратить немного больше времени.

На ЭМК с дополнительным регистром памяти вычисление $\sqrt{x}$ можно представить в виде такой последовательности нажатия клавиш: /y_0/ |П+| /x/ |÷| |ИП| |+| |ИП| |÷| /2/ |=| |СП| |П+| ...

Эта последовательность повторяется несколько раз (обычно 2—3) до достижения желаемой точности. Нажатием |СП| мы стерли предыдущее значение y_{n-1} с тем, чтобы оно не прибавилось в результате нажатия |П+| к y_n.

Для оценки точности извлечения корня при очередном приближении можно воспользоваться возведением в квадрат очередного y_n, для чего удобно пользоваться константной автоматикой. На Б3-23, например, y_n^2 получим нажатием |×| |×| или |×| |=|. Получив в предыдущем примере $y_2=1{,}4142135$ и возведя его в квадрат, получаем число 1,9999998, что убеждает нас в высокой точности полученного значения y_2 и избавляет от необходимости нахождения следующего приближения y_3.

Естественно, что проверку следует производить после того, как y_n занесено в ДРП или записано, оно ведь может понадобиться для дальнейших вычислений, если требуемая точность не достигнута.

Вычисление корней целой положительной степени. То же рассуждение, которое позволило нам найти итерационную формулу для нахождения квадратного корня из данного (положительного) числа, приводит нас к следующей итерационной формуле для нахождения корня любой целой степени из данного числа $\sqrt[m]{x}$:

$$y_{n+1}=\frac{1}{m}\left(\frac{x}{y_n^{m-1}}+(m-1)\,y_n\right).$$

Для $m=3$ получаем:

$$y_{n+1}=\frac{1}{3}\left(\frac{x}{y_n^2}+2y_n\right).$$

Соответственно для $m=5$

$$y_{n+1}=\frac{1}{5}\left(\frac{x}{y_n^4}+4y_n\right).$$

Вычисление $\sqrt[3]{x}$ на ЭМК с ДРП может быть выполнено следующей последовательностью действий: $/y_0/$ |П+| /x/ | ÷ | |ИП | | ÷ | |ИП | | + | |ИП | | + | |ИП | | ÷ |/3/ | = | |СП | |П+ |...

Тригонометрические вычисления на простом микрокалькуляторе. Ниже будут описаны приемы, с помощью которых без особых затрат времени и с достаточной точностью можно вычислить значения любых прямых и обратных тригонометрических функций, имея простую модель ЭМК. При этом, однако, необходимо иметь в виду, что в практических вычислениях аргументы тригонометрических функций задаются обычно в градусах, а вычисления тригонометрических функций будут производиться для аргументов, заданных в радианах. Поэтому прежде всего остановимся на переводе градусов в радианы, и наоборот, а также на запоминании с достаточной точностью числа π.

Число π. Привычка работать с повышенной точностью, уже приобретенная нами, приводит к тому, что $\pi=3{,}14$ и даже 3,1416 нас уже не устраивает. Из приемов запоминания числа π с повышенным числом верных десятичных знаков предложим самый удобный, найденный Адрианом Антонисом еще в конце XVI в. Вот он: возьмите число, составленное из двух единиц, двух троек и двух пятерок 113355, а затем разделите число, составленное из его последних трех цифр 355, на число, составленное из первых трех цифр, и у вас получится... 3,1415929... В нем верны шесть десятичных знаков (погрешность всего 0,00003 %). Итак, $\pi = \frac{355}{113}$.

Перевод градусов в радианы, и наоборот. Между градусной (α^0) и радианной (x) мерами углов и дуг имеет место известное соотношение:

$\frac{\alpha^\circ}{x} = \frac{180^\circ}{\pi}$. Отсюда $x = \frac{\alpha^\circ \pi}{180^\circ}$.

Если $\alpha = 17^\circ$, получим $x = \frac{17 \cdot 355}{180 \cdot 113} = 0{,}2967059$.

(Уточненное значение с 9 десятичными знаками 0,296705972).

Алгоритм перевода очень прост: /17/ |÷ |/180/ | × |/355/ |÷ ÷ |/113/ |= |.

Пусть теперь $\alpha = 17^\circ 35'$. Минуты следует превратить в десятичные доли градуса, разделив на 60: $17^\circ 35' = 17^\circ + \frac{35}{60}$.

Весь процесс перевода в этом случае можно представить так: /35/ |÷ |/60/ |+|/17/ |÷ |/180/ |× |/355/ |÷ |/113/ |= |→0,3068868.

Не вызывает затруднений и перевод в радианы меры, выраженной в градусах, минутах и секундах. Например, если $\alpha = 17^\circ 35' 27''$, то

$$x = \left(\left(\frac{27}{60} + 35\right) \div 60 + 17\right) \div 180 \times \frac{355}{113} = 0{,}3070178$$

Следует, однако, помнить, что седьмой десятичный знак ненадежен.

Если приходится переводить из градусной меры в радианную целую серию угловых величин, например $21^\circ 10'$; $21^\circ 20'$; $21^\circ 40'$; ..., то есть смысл использовать константную автоматику. В качестве константы следует принять число $\frac{355}{180 \cdot 113}$. Из сказанного следует, что переход от градусной меры в радианную осуществляется весьма просто. Так же
12 просто решается и обратная задача: переход от радианной меры к градусной.

Из соотношения $\frac{\alpha^\circ}{x}=\frac{180^\circ}{\pi}$ следует, что $\alpha^\circ=\frac{x\cdot 180^\circ}{\pi}=$ $=\frac{x\cdot 180^\circ\cdot 113}{355}$. Пусть $x=0{,}5$ рад. Тогда /0,5/ |× |/180/ |÷ |/355/ |× |/113/ |= |→28°,647884.

Чтобы десятичные доли градуса перевести в минуты (и секунды), следует выполнить их умножение на 60 (и 3600). На ЭМК это выполняется так:

/28°,647884/ |— |/28/ |= | |× |/60/ |= | |— |/38/ |× |/60/ |=|

$\downarrow$ 0,647884 $\downarrow$ 38,87304 $\downarrow$ 52,3824

Итак, 0,5 рад=28° 38′ 52″,38.

При вычислениях не забывайте о константной автоматике!

В ы ч и с л е н и е с и н у с а н а п р о с т о м м и к р о к а л ь к у л я т о р е. При вычислении синуса (также, как и других тригонометрических функций) некоторого произвольного угла с помощью простого микрокалькулятора (в котором отсутствуют соответствующие микропрограммы для автоматического вычисления) нужно поступить прежде всего так же, как и при использовании соответствующих таблиц: аргумент следует заключить в отрезок $0\leqslant\alpha\leqslant 90^\circ$. Если аргумент выражен в градусах, то на ЭМК это производится так: /A°/ |÷ |/90/ |— |/[y]/ |× |/90/ |= |, где [y]— целая часть числа.

Пусть, например, $A^\circ=2732^\circ$. Тогда

/2732/ |÷ |/90/ |= | |— |/30/ |× |/90/ |= |→31,99995=32°.

$\downarrow$ (30,355555)

Если угол задан в радианах, поступают аналогично, но вместо 90° берется $\frac{\pi}{2}=\frac{355}{113\cdot 2}$.

Как известно из анализа, функция $y=\sin x$ может быть разложена в ряд следующим образом:

$$y=\sin x=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\cdots$$

Этим разложением и можно воспользоваться для непосредственного вычисления $\sin x$ на ЭМК, если $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}$.

Если же $\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$, то можно положить:

$$\sin x=\cos z=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{z^{2n}}{(2n)!}=1-$$

$$-\frac{z^2}{2!}+\frac{z^4}{4!}-\frac{z^6}{6!}+\ldots, \text{ где } z=\frac{\pi}{2}-x.$$

Поскольку ряды для $\sin x$ (и $\cos x$) — знакочередующиеся с монотонно убывающими по модулю членами, то, ограничившись вычислением первых членов соответствующего ряда, можем быть уверены в том, что абсолютная погрешность результата по модулю не будет превосходить первого отброшенного члена, т. е. $|U_{n+1}|$.

Если ограничиться тремя первыми членами разложения, то $|u_4|=\left|\frac{x^7}{7!}\right|$. При $x=\frac{\pi}{6}$, например,

$$|u_4|=\frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^7}{7!}=\frac{(0{,}5235988)^7}{5040}=0{,}000002,$$

а при $x=\frac{\pi}{4}$

$$|u_4|=\frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^7}{7!}=\frac{0{,}184344}{5040}<0{,}00004.$$

В первом случае получим не менее пяти, а во втором — не менее четырех верных десятичных знаков $\sin x$. Точность быстро увеличивается по мере уменьшения абсолютной величины аргумента.

Для удобства вычислений сумму $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}$ преобразуем к виду:

$$\left(\left(\frac{x^2}{20}-1\right)\frac{x^2}{6}+1\right)x. \quad (*)$$

Последовательность вычислений на ЭМК с ДРП выглядит так:

/x/ |П+| |×| |=| |÷| /20/ |ИП| |×| |ИП| |÷| /6/
|+| /1/ |×| /ИП/ |=| → $\sin x$.

Если в вашем микрокалькуляторе ДРП отсутствует, придется x (или x^2) вводить последовательно 3 раза.

Еще более удобно при вычислении синуса применить соотношение

$$\sin x=\left(\left(\frac{x^2}{20}+1\right)^{-1}\times 10-7\right)\cdot\frac{x}{3}; \quad \left(0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}\right). \quad (**)$$

В этом случае последовательность вычислений на микрокалькуляторе с ДРП можно представить так:

/x/ |П+ | |× | |= | |÷ |/20/ |+ |/1/ |= | |÷ | |÷ | |= |
| × |/10/ |— |/7/ |× | |ИП | |÷ |/3/ |= |.

Здесь аргумент понадобилось вызывать из памяти только один раз. Погрешность вычислений, имеющая место при вычислении по этой формуле, примерно та же, что и в случае (*), но значение $\sin x$ получается с недостатком, в то время как в случае (*)—с избытком. Среднее арифметическое результатов, полученных по (*) и (**), дает значение $\sin x$ с еще большей точностью — для углов до $\frac{\pi}{6}$ погрешность на восьмиразрядном индикаторе почти не прослеживается, лишь в самом конце отрезка $0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{6}$ она достигает единицы последнего разряда, при x, приближающемся к $\frac{\pi}{4}$, имеем пять-шесть верных десятичных знаков для углов, близких к $\frac{\pi}{3}$, — пять и почти до самого конца интервала $\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$ — не менее четырех десятичных знаков, чего вполне достаточно для большинства практических вычислений.

В ы ч и с л е н и е   к о с и н у с а   и   н е к о т о р ы х   д р у г и х   ф у н к ц и й   н а   п р о с т о м   м и к р о к а л ь к у л я т о р е. Для вычисления косинуса угла x, выраженного в радианах, можно воспользоваться формулой разложения этой функции в степенной ряд:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

Ограничившись тремя первыми членами разложения, получаем формулу:

$$\cos x \approx \left(\frac{x^2}{12} - 1\right) \cdot \frac{x^2}{2} + 1.$$

Ряд для косинуса сходится сравнительно медленно, поэтому формула дает довольно большие погрешности, особенно для углов, больших 40° (0,7 рад.). Значительно точнее результаты, получаемые по формуле

$$\cos x \approx -\left(\left(\frac{x^2}{30} + 1\right)^{-1} \cdot 5 - 3\right)\frac{x^2}{4} + 1; \quad \left(0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{4}\right).$$

Для cos 40°, например, получаем 0,7660467, что всего на 0,0000013 превышает значение, взятое по семизначным таблицам. Эта же формула может быть с успехом использована для нахождения синусов углов, больших 45°.

Тангенс может быть вычислен по формуле

$$\operatorname{tg} x \approx \left(\left(-\frac{2}{5}x^2+1\right)^{-1}\cdot 5+1\right)\cdot\frac{x}{6},$$

x — в радианах, $\quad 0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{4}$.

Для углов до 20° относительная погрешность не превышает 0,001 %, до 35° — 0,01 %, до 45°—0,03 %.

Для арксинуса:

$$\arcsin x \approx \left(\left(-\frac{9}{20}x^2+1\right)^{-1}\cdot 10+17\right)\cdot\frac{x}{27}; \quad 0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}.$$

Для арккосинуса:

$$\arccos x \approx \frac{\pi}{2} - \arcsin x; \quad 0 \leqslant x \leqslant 1.$$

Для арктангенса:

$$\operatorname{arctg} x \approx ((0{,}6x^2+1)^{-1}\cdot 5+4)\cdot\frac{x}{9}; \quad 0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}.$$

Функция e^x может быть вычислена для $0<x<1$ по формуле

$$e^x \approx \left(\left(\left(-\left(\frac{x}{60}+1\right)^{-1}\cdot 5+6\right)\cdot\frac{1}{x}\right)-0{,}5\right)^{-1}+1.$$

Наконец, натуральный логарифм для $0{,}7<x<1{,}6$ с относительной погрешностью, меньшей чем 0,00003 %, можно вычислить с помощью формулы

$$\ln x \approx \left(\left(-0{,}6\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2+1\right)^{-1}\cdot 5+4\right)\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{x-1}{x+1}.$$

Если же необходимо вычислить $\ln x$ для x вне этих пределов, следует использовать соотношение $\ln x = \ln c + 0{,}6931472\cdot n$, где c и n определяются из выражения $\ln x = \ln(2^n\cdot c)$ и n подбирается так, чтобы $0{,}7<c<1{,}6$. От натуральных логарифмов нетрудно перейти к десятичным. Напомним известное соотношение:

$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 10} = \frac{\ln x}{2{,}3025876} = \ln x\cdot 0{,}43429355.$$

Позволим себе надеяться, что нам удалось убедить читателя в том, что любую из обычно употребляемых элементарных функций можно в течение достаточно короткого времени и без особых усилий вычислить на микрокалькуляторах самых простых и дешевых моделей.

4. МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРЫ ДЛЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Название «микрокалькуляторы для научно-технических (или научно-инженерных) расчетов» (НТМК) условное. Основное их отличие от простых ЭМК состоит в том, что с помощью заранее введенных микропрограмм на них мож-

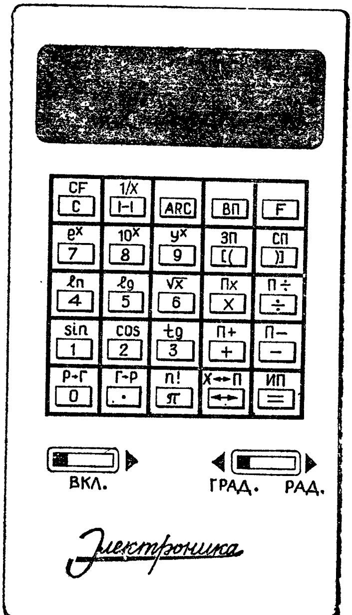

Рис. 3. Передняя панель микрокалькулятора «Электроника Б3-36»

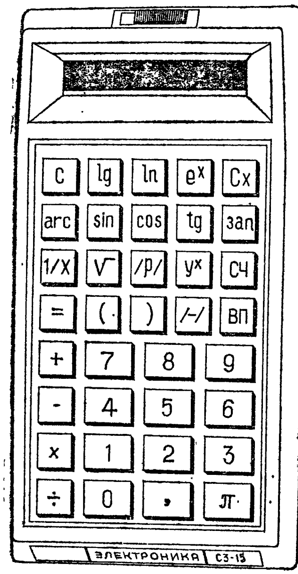

Рис. 4. Передняя панель микрокалькулятора «Электроника С3-15»

но автоматически и практически моментально получать значения многих элементарных функций: e^x, x^y (или y^x) $\ln x$, $\lg x$, прямых и обратных тригонометрических и др. Поэтому назначение микрокалькуляторов этого типа (НТМК) — облегчение и ускорение тех расчетов, в которые

Таблица 3

Модели ЭМК / Характеристики и выполняемые функции	С3-15	Б3-18 (-18А)	Б3-19 (-19М)	Б3-32	Б3-36	Б3-37
1	2	3	4	5	6	7
Тип индикатора	СИД	ВЛД	СИД	СИД	СИД	СИД
Количество разрядов индикатора (кроме индикации знаков мантиссы и порядка)	10+2	8	8+2	8+2	8+2	8
Особенности представления чисел на индикаторе (Е — естеств.; ПЗ — в форме с плавающей запятой)	Е, ПЗ	Е	Е, ПЗ	Е, ПЗ	Е, ПЗ	Е
Наличие и особенности дополнит. регистров памяти (П1 — один простой, П2 — два простых, П+, П—, П×, П÷ — сальдирующие	П2	П1, П+, П—, П+x^2	П1	П2	П+, П—, Пx, П÷	П+, П—, П + x^2

Продолжение

1	2	3	4	5	6	7
Показат. функции	e^x, y^x	e^x, 10^x, x^y	e^x, x^y	e^x, 10^x, x^y	e^x, 10^x, y^x	e^x, 10^x, x^y
Логарифмы	$\ln x$, $\lg x$	$\ln x$, $\lg x$	$\ln x$, $\lg x$	$\ln x$, $\lg x$	$\ln x$, $\lg x$	$\lg x$, $\ln x$
Аргументы тригоном. функций, г — градусы, р — радианы	р	г — р	г	г — р	г — р	г — р
Обратные тригоном. функции	ARC	ARC	arcsin arccos arctan	$\sin^{-1}$ $\cos^{-1}$ $\tan^{-1}$	ARC	ARC
Наличие $\sqrt{}$, $\frac{1}{x}$, π	+++	+++	++−	+++	+++	+++
Другие функции	$\sqrt{x^2+y^2}$ |(| |)|		|[(| |)]|	$n!$ г ⇄ р |[(| |)]|	
Питание	А, С	А, С	А, С	Б, С	А, С	Б, С
Габаритн. размеры, мм	170×90×32	160×90×46	166,5×86×41	120×73×30,4	145×78,5×15	155×78×28
Масса, г не более	500	400	400	300	200	200

Условные сокращения: ВЛД — вакуумно-люминесцентный дисплей; СИД — дисплей на светоизлучающих диодах; Б — питание от сухих батарей; А — питание от аккумуляторов; С — питание от внешней сети.

входят значения различных элементарных функций, что и обеспечивает настоятельную потребность в них самых широких слоев непрофессиональных вычислителей и не только тех, которые решают какие-то специальные научные или инженерно-технические задачи, а начиная от учащихся старших классов средних школ.

Поскольку круг выполняемых на НТМК функций значительно шире, чем в обычных простых ЭМК, то количество клавиш ввода на них может быть значительно увеличено — как в модели «Электроника С3-15», где имеется 41 клавиша. Но на большинстве моделей этого типа каждой клавише или части их поручается выполнение двух функций, одна из которых обозначается на самой клавише, другая — над ней. Эта вторая, совмещенная функция выполняется при предварительном нажатии особой клавиши |F|, называемой префиксной (или клавишей совмещенной функции). Во всех моделях этого типа имеются дополнительные ячейки памяти. Для модели С3-15 характерно наличие одноуровневых скобок (клавиши |(|и |) |), а для Б3-32 и Б3-36 — и двухуровневых (|[(| и |)] |), что переводит их в разряд ЭКВМ с иерархией и облегчает, как ниже будет показано, выполнение многих комбинированных арифметических вычислений.

К НТМК следует отнести следующие из числа выпускаемых в нашей стране моделей «Электроник»: С3-15, Б3-18 (Б3-18а), Б3-19 (Б3-19м), Б3-32, Б3-36 и Б3-37 (рис. 3, 4).

Их основные характеристики представлены в табл. 3. Обращает на себя внимание строчка таблицы, в которой речь идет об особенностях представления чисел на индикаторе. Все ЭМК этого типа, как и простые модели, представляют на индикаторе числа в естественной форме. Но в моделях С3-15, Б3-19, Б3-32 и Б3-36 числа могут быть также в форме с плавающей запятой, что позволяет значительно расширить их диапазон. Например, величину заряда электрона в естественной форме не удастся представить ни в одной модели ЭМК, так как для этого необходимо не менее 24 разрядов, представленная же в форме $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ эта величина запишется на индикаторе, скажем, Б3-36 так: / /1,6022 /—/19/.

Для записи числа в этой форме перед вводом порядка нажимается клавиша |ВП |, а затем, если знак порядка отрицателен, |/—/ |.

Число —$6{,}22 \cdot 10^{20}$ запишется так: /—/6,22 / /20/ и т. д.

По данным той же таблицы можно сделать вывод о том, что наиболее мощной с точки зрения количества представляемых разрядов чисел является С3-15. При работе с тригонометрическими функциями важными преимуществами обладают модели Б3-18, -32, -36 и -37, в которых аргумент может непосредственно выражаться как в градусной, так и в радианной мере (Б3-36 осуществляет с помощью клавиш |р→г|, |г→р| также автоматический перевод градусной меры в радианную, и наоборот). Менее удобна в этом смысле С3-15, в которой аргумент следует выражать только в радианах.

С точки зрения других вычисляемых функций преимущества за С3-15 ($\sqrt{x^2+y^2}$), а также Б3-36 ($n!$ и др.). В этих моделях осуществляется одноуровневая (С3-15, клавиши |(|, |)|) и двухуровневая (Б3-36, |[(|, |)]|) иерархия.

Наконец, наиболее компактны и к тому же в 2—2,5 раза легче остальных Б3-36 и Б3-37.

Следует остановиться на существенной особенности Б3-19. Эта модель характерна использованием «обратной польской записи» (ОПЗ), которая в ряде случаев более удобна для вычислений. В этой модели нет клавиши |=|, вместо нее есть клавиша ввода первого операнда |↑|, и действие вида $a*b=c$ осуществляется здесь так: /a/|↑|/b/|*|→c.

Рассмотрим процесс вычисления на этой модели суммы произведений $(a\times b)+(c\times d)+\ldots$— операции, представляющей для других моделей известные затруднения. Вычислительный алгоритм может быть представлен так: /a/|↑|/b/|×|/c/|↑|/d/|×||+|...

Так же просто осуществляется и нахождение произведения суммы $(a+b)\times(c+d)\times\ldots$; /$a$/|↑|/$b$/|+|/$c$/|↑|/$d$/|+||×|...

Особенности работы ЭМК с ОПЗ становятся ясными, если учесть, что в них имеется дополнительный вычислительный регистр z, входящий в состав так называемой стековой памяти (от англ. stack — кипа, пакет), что и обеспечивает выполнение различных последовательных вычислений «скобочного» типа, а также вычислений с константой. Занесение информации в стековую память и ее продвижение от регистра к регистру и осуществляются с помощью клавиши |↑|. При ее нажатии содержимое РИ дублируется в РР, содержимое РР «проталкивается» в регистр z, а содержимое регистра z, если оно отлично от 0, исчезает. При нажатии операционных клавиш содержимое z, дублируясь в z, переходит в регистр РР, что и позволяет использовать его в качестве константы. При нажатии $\left|\frac{1}{x}\right|$ и $|\sqrt{\ }|$ продвижения информации в стеке не происходит.

Кстати, в любой модели НТМК осуществляются вычисления с константой, и притом, за исключением модели С3-15, так же, как и в простых ЭМК. В модели же С3-15 для действий с константой можно воспользоваться дополнительными регистрами памяти, которых здесь два. Для записи данного числа в один из них, первый, следует после набора числа на клавиатуре нажать клавишу |ЗАП| и любую клавишу с нечетной цифрой, во второй — ту же (ЗАП) и клавишу с четной цифрой. Для их вызова используется клавиша $|С_ч|$ совместно с клавишей любой нечетной или четной цифры. При этом число, хранящееся в соответствующем регистре памяти, подается в РИ. Число, занесенное в первый ДРП, может быть использовано в вычислениях без предварительного вызова, например 328×6; 111×6; 17×6... можно реализовать так:

/6/ |ЗАП |/1/; /111/ |× | |= |→666;

/328/ |× | |= |→1968; /17/ |× | |= |→102

На Б3-19 аналогичные вычисления производятся иначе: /6/ | ↑ | | ↑ |; /328/ |× |→1968; $|C_x|$/111/ |× |→666; $|C_x|$/17/ |× |→102 и т. д.

Отметим, что если при работе на Б3-19 и Б3-36 результаты выражаются числами с отрицательным порядком, то они представляются в форме с плавающей запятой, что несколько непривычно. Например, при умножении 22,5 на 0,00456 на индикаторе видим /1,026/—1/; sin 30°,5 будет /5,07538 /—1/.

Кроме микропрограмм, для автоматического вычисления элементарных функций во всех моделях НТМК (кроме Б3-19) постоянно хранится число π.

Вызов соответствующих микропрограмм во всех моделях, кроме С3-15, производится нажатием префиксной клавиши |F|, после чего нажимается клавиша, над которой имеется нужный символ.

При вычислениях с элементарными функциями следует учитывать, во-первых, область определения соответствующей функции, а во-вторых, те ограничения, которые определяются количеством разрядов в РИ. Так, для Б3-19 при вычислении $\sqrt{x}$ аргумент, естественно, должен быть положительным от 10^{-99} до $9{,}999999\cdot10^{98}$, для e^x $|x|\leqslant230{,}2585$, для $\arcsin x$ — $10^{-4}<x<1$ и т. д. Выход за эти пределы влечет за собой индикацию переполнения РР (на С3-15 — ряд точек на индикаторе, на Б3-18 — точка слева, нуль справа, на Б3-19 — ряд тире).

Вычисление функции X^y ($У^x$) во всех моделях происходит в два этапа по формуле $X^y=e^{y\cdot \ln x}$. В Б3-18 и Б3-37 после набора аргумента X и выполнения |F| |X^y| происходит сначала вычисление $\ln x$, затем после набора второго аргумента y и нажатия |=| находится произведение $y\cdot \ln x$ и вычисляется $e^{y\ln x}$. Допустимые значения x, с одной стороны, определяются условием $x>0$, с другой — количеством разрядов РИ ($0{,}0000001 \leqslant x \leqslant 99999999$); допустимые значения y зависят от x и могут быть выражены условием $|y| \leqslant \frac{\ln 99999999}{\ln x} = \frac{18{,}42}{\ln x}$.

В С3-15 имеется клавиша |$У^x$|. Здесь y — основание и вводится первым, затем, нажав |$У^x$|, вводим показатель и, нажав |=|, получаем результат.

Для Б3-19 X^y находится так: /y/ | ↑ |/x/ |F| [X^y]. Здесь сначала вводится показатель степени y и лишь затем —X. При выполнении этой операции для хранения промежуточных данных используются все регистры стека, после окончания вычислений в РР и z сохраняется константа 2,3025851 ($=\ln 10$).

При решении некоторых задач встречаются логарифмы с основанием, отличным от e и 10. В этом случае соотношение $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ позволяет перейти от $\ln x$, вычисленного по имеющейся микропрограмме, к $\log_a x$.

Пусть, например, $a=2$ и требуется найти $\log_2 10$.

На Б3-18 и Б3-37 последовательность действий можно представить так:

/2/|F| [ln] |F| [ЗАП] /10/|F| [ln] |÷| |F| [ИП] |=| → 3,3219288.

Кстати, последний знак неверен (должно быть 1). Вот почему вряд ли стоит брать более чем 6 знаков высвеченной мантиссы.

Вычисление на Б3-19: /10/ |F| [ln]/2/ |F| [ln] |÷|.

В первом случае понадобилось 10 нажатий операционных клавиш, во втором — только 6. В этом некоторые преимущества ЭМК с ОПЗ.

Для извлечения корней используется та же микропрограмма, ее удобно применять вместе с $\left|\frac{1}{x}\right|$. Рассмотрим два примера:

1) найти $\sqrt[3]{7}$; 2) найти $\sqrt[7]{53}$.

Для БЗ-18 и БЗ-37:

1) /7/ | F | [X^y] /3/ | F | $\left[\frac{1}{x}\right]$ | = | $\to$ 1,912931;

2) /53/ | F | [X^y] /7/ | F | $\left[\frac{1}{x}\right]$ | = | $\to$ 1,763296.

Для БЗ-19:

1) /3/ | F | $\left[\frac{1}{x}\right]$ | $\uparrow$ | /7/ | F | [X^y];

2) /7/ | F | $\left[\frac{1}{x}\right]$ | $\uparrow$ | /53/ | F | [X^y].

На НТМК можно находить значения и многих других функций, микропрограммы для автоматического вычисления которых отсутствуют.

5. ПРОГРАММИРУЕМЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРЫ И ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ С ИХ ПРИМЕНЕНИЕМ

Рассмотренные выше модели микрокалькуляторов для научно-технических расчетов, как можно было убедиться, существенно облегчают и ускоряют многие вычисления, особенно если при этом требуется использовать значения тех или иных элементарных функций, для автоматического вычисления которых в этих моделях предусмотрены специальные жесткие микропрограммы. Мы не задумываемся о том, что каждое из таких вычислений состоит из нескольких десятков арифметических операций, а также особых действий логического характера, обеспечивающих выполнение разветвленных и циклических вычислительных процессов, в результате чего соответствующее значение получается с заранее заданной (и притом весьма высокой) точностью.

Однако в практике непрофессиональных вычислений встречаются и такие случаи, когда набор микропрограмм, постоянно хранимых в памяти НТМК, оказывается недостаточным. Тогда вычислитель может в принципе составить специальную программу действий, состоящую из некоторой, иногда довольно длинной, последовательности операций, обеспечивающих получение нужного результата для некоторого данного набора аргументов. Но если приходится выполнять целую серию таких расчетов для различных значений аргумента, то всю последовательность тех же операций необходимо повторять для каждого значения аргумента. Естественное стремление упростить ход вычислений и сэкономить на этом время входит здесь в противоречие с возможностями столь мощных средств вычислений, как НТМК. Существенную помощь в таких случаях может оказать использование еще более совершенных, чем ранее рассмотренные, моделей ЭМК — программируемых ЭМК (ПЭМК). В этих сравнительно новых типах МК удачно сочетается скорость и точность сложных автоматических вычислений по произвольно составленным и в нужное время введенным программам, присущие настоящим компьютерам, с простотой обслуживания, доступностью и компактностью микрокалькуляторов. Кроме всех качеств ранее рассмотренных типов МК, программируемый микрокалькулятор имеет обширную для своих размеров память, достаточную для записи нескольких десятков отдельных команд-шагов, и обеспечивает выполнение таких характерных для компьютеров логических операций, как условный и безусловный переход, использование подпрограмм и т. д. Именно это и позволяет значительно расширить область индивидуально выполняемых вычислений — автоматизировать ряд научных и инженерно-технических расчетов, находить многие нестандартные функции, автоматизировать выполнение статистической обработки результатов экспериментов и т. п.

ПЭМК имеет все основные блоки компьютеров; изучение особенностей работы на них позволяет без особых затруднений освоить и основные принципы программирования на больших ЭВМ: размещение переменных в ячейках памяти, кодирование команд, принятие решений об условных или безусловных переходах от одной части программы к другой, умение записать короткой последовательностью команд подчас весьма длинную цепочку вычислительных операций и т.д.

Основной моделью ПЭМК, выпускаемых в нашей стране, является «Электроника Б3-21». Ее модификацией является ПЭМК «Электроника Б3-34», возможности которой по сравнению с предыдущей моделью значительно расширены. Рассмотрим более подробно особенности работы на Б3-21.

Общие сведения о программируемом ЭМК «Электроника Б3-21». ПЭМК Б3-21 может работать как в обычном режиме, аналогично любой из рассмотренных выше моделей МК, так и автоматически, по программам, составленным и введенным пользователями. Следует помнить, что при вводе в него операндов и операций применяется «обратная польская запись» (клавиша |↑|).Б3-21 оперирует с восьмиразрядными десятичными числами, представляемыми как в естественной, так и в модифицированно-нормализованной форме.

Клавиатура этой модели состоит из двух префиксных клавиш: |P| — желтого цвета и |F| — коричневого, клавиши сброса последнего набранного числа (или операции) $|C_x|$, выделенной красным цветом, а также из трех больших групп клавиш, выделенных по их основному назначению разным цветом: клавиши ввода цифр и десятичной запятой — черного, операционные клавиши — синего и клавиши для работы в режиме программирования — серого цвета. Передняя панель микрокалькулятора «Электроника Б3-21» приведена на рис. 5.

В отличие от других над клавишами ввода не показана вторая символика, тем не менее, как увидим ниже, при совместном их использовании с префиксными клавишами |P| и |F| и в зависимости от рода работы эти клавиши выполняют и другие функции (табл. 4).

При работе в режиме программирования нажатие каждой из клавиш (кроме $|\overrightarrow{\text{ШГ}}|$ и $|\overleftarrow{\text{ШГ}}|$) вызывает появление на индикаторе одного из трех кодов — в зависимости от того, нажимается ли данная клавиша непосредственно или же после клавиш |P| и |F|.

Особенности оперативной памяти ПЭМК Б3-21. В самых простых моделях ЭМК имеются только два оперативных регистра памяти — регистры, обозначавшиеся

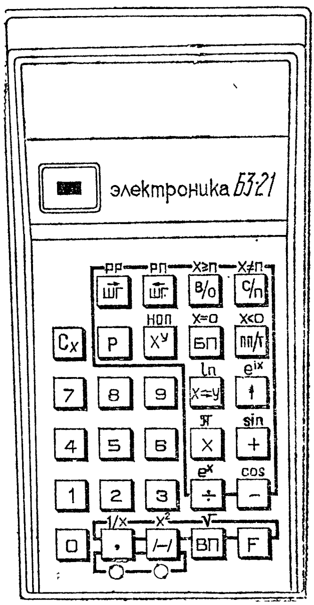

Рис. 5. Передняя панель программируемого микрокалькулятора «Электроника Б3-21»

Таблица 4

Обозначения на клавишах и над ними	Назначение клавиш					
	При непосредственном нажатии		При нажатии с клавишей ∣F∣		При нажатии с клавишей ∣P∣	
	Операция	Код	Операция	Код	Операция	Код
1	2	3	4	5	6	7
0	Ввод цифры «0»	04	—	02	—	01
1	» » «1»	14	Вызов содержимого регистра памяти 1	12	Занесение в регистр памяти 1	11
2	» » «2»	24	» » 2	22	» » 2	21
3	» » «3»	34	» » 3	32	» » 3	31
4	» » «4»	44	» » 4	42	» » 4	41
5	» » «5»	54	» » 5	52	» » 5	51
6	» » «6»	64	» » 6	62	» » 6	61
7	» » «7»	74	» » 7	72	» » 7	71
8	» » «8»	84	» » 8	82	» » 8	81
9	» » «9»	94	» » 9	92	» » 9	91
∣↑∣ [e^{ix}]	Ввод данного	06	—	05	Вычисление e^{ix}	03
∣$\overrightarrow{xy}$∣ [ln]	Обмен содержимым между регистрами X и Y	16	—	15	» » функции $\ln x$	13
∣×∣ [π]	Умножение	26		25	Вызов числа π	23
∣÷∣ [e^x]	Деление	36	—	35	Вычисление e^x	33
∣—∣ [cos]	Вычитание	86	—	85	» $\cos x$	83
∣+∣ [sin]	Сложение	96	—	95	» $\sin x$	93

Продолжение

1	2	3	4	5	6	7
|,| $[\frac{1}{x}]$ (↻)*	Ввод десятичной запятой	46	Вычисление обратной величины числа x	45	Кольцевая передача информации в стеке по часовой стрелке	43
|/−/| $[x^2]$ (↺)*	Изменение знака числа в регистре X	56	Возведение числа в квадрат	55	То же против часовой стрелки	53
|ВП| [$\sqrt{}$]	Ввод порядка	66	Извлечение кв. корня	65	—	63
|C_x|	Сброс содержимого регистра X	76	—	75	—	73
|X^y| [НОП]	Вычисление X^y	38	—	37	Отказ от операции	93

Продолжение

1	2	3	4	5	6	7
|В/О| [$x \geqslant 0$]	Возврат из подпрограммы (очистка программного счетчика в режиме «Работа»)	48	—	47	Проверка условия $x \geqslant 0$	49
БП| [$x = 0$]	Безусловный переход	58	—	57	» $x = 0$	59
ПП| [$x < 0$]	Обращение к подпрограмме (потактовое прохождение программы в режиме «Работа»)	68		67	» $x < 0$	
|С/П| [$x \neq 0$]	Стоп/пуск	78	—	77	» $x \neq 0$	79
|$\overrightarrow{\text{ШГ}}$| [РР]	Пошаговое прохождение программы в сторону увеличения адресов				Переход в режим «Работа»	
|$\overleftarrow{\text{ШГ}}$| [РП]	Пошаговое прохождение программы в сторону уменьшения адресов	—	—	—	«Программирование»	—

* Эти обозначения нанесены под соответствующими клавишами

выше через Px и Py. В более совершенных моделях ЭМК добавлено еще 1—2 дополнительных регистра памяти, в программируемых ЭМК их значительно больше: в Б3-21 — их, в общем, 14, в Б3-34 — еще больше. По сравнению с оперативной памятью современных компьютеров это очень мало, но сопоставимо с числом ячеек оперативной памяти первых образцов ЭВМ; при наличии определенных навыков программирования оно может быть эффективно использовано при решении задач со значительным количеством подлежащих запоминанию данных.

Кроме операционных регистров X и $У$ в Б3-21 имеется еще семь основных дополнительных регистров памяти, которые обозначим через P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8. Они предназначены для хранения исходных данных и промежуточных результатов.

Запись числа, высвеченного на индикаторе, в один из регистров P_2, ..., P_8 осуществляется последовательным нажатием префиксной клавиши |P| и цифровой клавиши с номером соответствующего регистра; вызов содержимого этого регистра на индикатор — нажатием второй префиксной клавиши |F| и соответствующей цифровой клавиши.

Кроме этих регистров памяти с независимым доступом к их содержимому в ПЭМК Б3-21, есть еще дополнительное оперативное запоминающее устройство (ОЗУ) из шести ячеек памяти, которое вместе с регистром X образует замкнутое кольцо из семи регистров — кольцевой стек. Запись чисел в стек может производиться в двух направлениях — по часовой стрелке |↻| и против |↺| Для занесения числа в очередную ячейку кольцевого стека необходимо набрать на клавиатуре это число, а затем последовательно нажать клавиши |P||↻| при записи по часовой стрелке или |P||↺| против. На индикаторе при этом высвечивается содержимое очередного стекового регистра.

Использование стековой памяти расширяет возможности запоминания данных и позволяет существенно сократить составляемые программы, но требует усиленного внимания и учета смещения содержимого всех стековых регистров по кольцу после каждой операции |P||↺| или |P||↻|. При этом необходимо учитывать, что:

а) доступ к стековым регистрам возможен только через регистр X;

б) при записи в стек на индикаторе высвечивается записанное в данной ячейке стека число, при выводе числа из данного регистра стека в другой его регистр записывается прежнее содержимое регистра X;

в) операции со стеком не влияют на содержимое регистра $У$;

г) кроме операций |P||○| и |П||○| , никакие другие операции с регистром X не влияют на содержимое регистров стека.

Для знакомства с работой стека введем в кольцо какие-нибудь характерные числа, например 1, 2, ..., 6. Последнее, седьмое, число 7 оставим в регистре X. С помощью операций |P||○| или |П||○| можем теперь пронаблюдать, как циклически просиходит вывод записанных в стеке чисел на регистр XИспользование стека при программировании рассмотрим ниже (с. 62).

Некоторые особенности обычных расчетов на Б 3-21. Вычисления без программ на Б3-21 практически не отличаются от уже рассмотренных, скажем, на Б3-19. Можно подчеркнуть лишь некоторые особенности. На этой модели имеется специальная подпрограмма для вычисления значений функции $y=e^{ix}$. По формуле Эйлера $e^{ix}=\cos x+i\cdot\sin x$. Естественно, что для представления этой функции необходимо два регистра. И в самом деле, после нажатия клавиш |P||e^{ix}| в регистре X получаем $\cos x$, в регистре $У$—$\sin x$. Это — единственная в данной модели функция такого рода. С ее помощью можно найти $\operatorname{tg} x$ (специальная микропрограмма для его нахождения в этой модели отсутствует). Это может быть сделано при выполнении следующей последовательности операций (обозначения обычные):

$$/x/\,|\uparrow|\,|P|\,[e^{ix}]\,|\div|\rightarrow \operatorname{tg} x.$$

При этом не следует забывать, что x должно быть выражено в радианах.

Несколько общих замечаний о составлении программ для ПЭМК. В дальнейшем нами будет достаточно широко использоваться понятие *алгоритма* — точного предписания, которое задает вычислительный процесс, начинающийся из указания некоторой совокупности данных и направленный са получение полностью определяемого этими данными результата. Свойства алгоритма таковы, что неуклонное его соблюдение должно привести к верному решению задачи.

Алгоритм разбивает вычислительный процесс на отдельные этапы и указывает, какие действия следует выполнить на каждом этапе и порядок этапов. Степень детализации алгоритма в значительной мере зависит от того набора допустимых действий, которые в данном случае (например, при использовании той или иной модели ЭМК) допускаются.

Для решения некоторой задачи на ПЭМК (и ЭВМ вообще) составляется *программа*, состоящая из последовательности операций — *команд*. Можно сказать, что программа является записью алгоритма решения некоторой задачи в виде, пригодном для данной вычислительной машины. Составление программы называется программированием. Для решения задач на ЭВМ в настоящее время получили распространение универсальные языки программирования — ФОРТРАН, АЛГОЛ, КОБОЛ, АНАЛИТИК и ряд других, которые с помощью специальных программ-трансляторов могут быть переведены на язык программирования той или иной конкретной ЭВМ. В Б3-21 также применяется свой специфический, можно сказать, предельно упрощенный язык программирования, с которым мы ознакомимся.

Каждая команда машинной программы связана с выполнением той или иной операции — математической, логической или управления и имеет числовое обозначение — код (см. колонки 3, 5, 7 табл. 4).

Простейшим типом программ являются линейные, в которых команды выполняются последовательно, одна за другой, например вычисления по формулам. При составлении таких программ следует стремиться к тому, чтобы программы были по возможности короче — Б3-21 может выполнять вычисления по программе, содержащей не более 60 команд.

При решении многих задач ход вычислительного процесса часто зависит от результатов промежуточных вычислений — такие процессы называются разветвляющимися или разветвленными, так же называются и реализующие такие процессы программы. В этих программах широко используются команды условной или безусловной передачи управления (условного или безусловного перехода). При выполнении команд условного перехода проверяется выполнение некоторого условия (например, $x \geqslant 0$, $x \neq 0$, $x =$

$=0$, $x<0$), и, если это условие нарушается, естественный (последовательный) порядок выполнения команд программы приостанавливается, и ЭВМ переходит к выполнению некоторой другой команды, номер которой указан. В случае подачи команды безусловного перехода (БП) ЭВМ, нарушив естественный порядок выполнения команд, выполняет ту, которая указана в программе. В любых ЭВМ предусмотрены также команды перехода к подпрограмме, возврата из подпрограммы, команды начала и конца работы и т. д.

В ПЭМК БЗ-21 все эти команды предусмотрены. Их ввод осуществляется в режиме программирования (РП) с помощью клавиш серого цвета. При этом команды начала и конца работы (стопа-пуска, клавиша |С/П|), безусловного перехода |БП|, перехода к подпрограмме |ПП| и возврат из нее |В/О| осуществляются непосредственно с помощью указанных клавиш, команды условного перехода (УП), указанные над клавишами, вводятся после нажатия префиксной клавиши |Р|.

Каждый шаг программы имеет номер — адрес программы. При ее пошаговом прохождении с целью проверки и отладки применяются клавиши |$\overrightarrow{\text{ШГ}}$| в сторону увеличения адресов и |$\overleftarrow{\text{ШГ}}$| — в сторону уменьшения. Эти же клавиши вместе с префиксной клавишей |Р| обеспечивают переход в режим «Программирование» |РП| или «Работа» |РР|.

После включения питания ЭМК устанавливается в режим «Работа», в котором выполняются обычные вычисления, а также вычисления по предварительно введенной в режиме РП программе.

В режиме РП производится запись команд в программную память. При этом на индикаторе высвечиваются четыре двузначных числа. Обозначим их AB, CD, EF, a_ib_i. Первые три числа — коды последних трех набранных команд. По мере набора программы коды смещаются вправо, таким образом, слева всегда указан код команды, набранной последней. Самое правое число указывает номер команды, следующей за последней набранной. С набором очередной команды номер возрастает на единицу. Условно показания индикатора в этом режиме обозначим так:

Разряды	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Индикация	A	B		C	D		E	F			a_i	b_i

Программная память БЗ-21 условно разбита на 10 частей (в заводской инструкции — «страниц») с номерами от 0 до 9, в каждой из них 6 команд. Левый разряд счетчика адреса команд индицирует номер текущей команды, которым могут быть цифры 0,1,...,5. Заметим: цифры 6, 7, 8, 9 номерами текущих команд служить не могут.

Составление программ для ПЭМК Б3-21. Как и для любых ЭВМ, решение сложных задач на Б3-21 состоит из:

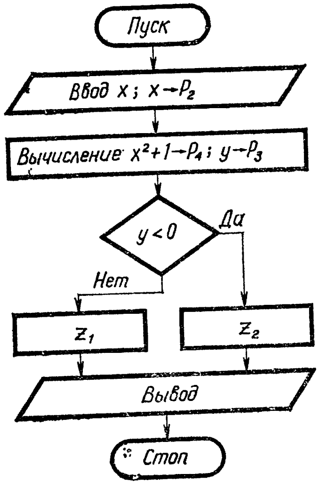

Рис. 6. Блок-схема вычисления функции Z

а) программирования задачи;

б) ввода и редактирования программы;

в) отладки программы;

г) ввода исходных данных и выполнения программы.

Перед составлением программы на конкретном языке данной ЭВМ необходимо четко представить себе общий алгоритм решения задачи с учетом возможностей машины. Чтобы избежать ошибок и описок, применяется ряд методов и способов; один из них — составление блок-схем — графическое изображение структуры соответствующего алгоритма. Вся программа при этом разбивается на блоки, каждый из которых реализует определенную функцию. Преобладают в основном блоки вычислительные и логические, осуществляющие проверку необходимых условий. На блок-схемах первые принято обозначать прямоугольниками, вторые — ромбами, внутри этих фигур условно записывается их назначение. Для обозначения ввода и вывода принято применять параллелограммы, для пуска и останова — овалы.

Все эти фигуры в блок-схемах связываются между собой в определенном порядке отрезками и стрелками, изображающими ход вычислительных процессов. В качестве примера блок-схемы разветвленного вычислительного процесса рассмотрим рис. 6. Этот блок-схема программы для вычисления функции

$$z = \begin{cases} \frac{x}{x^2+1} - y \text{ при } y \geq 0; \\ \frac{2}{x^2+1} + y \text{ при } y < 0, \text{ если } y = 3x(x^2+1). \end{cases}$$

Подробно эту программу мы рассмотрим ниже.

На данной блок-схеме хорошо заметны особенности программирования разветвляющегося процесса: в ромб логического блока упирается одна стрелка, но из него выходят две стрелки, и вычислительный процесс по одной из них будет продолжаться в зависимости от ответа «да» или «нет» на вопрос $y<0$.

Составление простейших (линейных) программ для БЗ-21. Выше было рассмотрено нахождение значений $\operatorname{tg} x$ по аргументу, заданному в радианах. Если аргумент задан в градусах, соответствующий ал-

Таблица 5

Номер шага (адрес команды)	Обозначение клавиши	Код операции	Пояснения
1	2	3	4
	|В/О|		Очистка счетчика адреса команд
	|Р| [РП]		Перевод в режим «Программирование»
00	|F| / 2 /	22	Из регистра памяти 2 вызывается записанное там число
01	|↑|	06	Ввод содержимого регистра X в регистр Y
02	|Р| |π|	23	Вызов в регистр X числа π
0	|×|	26	Умножение α на π
04	|1|	14	Ввод в регистр X числа 180
05	|8|	84	Внимание: в режиме «Программирование» при вводе многоразрядного числа каждому разряду автоматически присваивается свой код
10	|0|	04	
11	|÷|	36	Деление $\alpha\pi$ на 180 ($= x$ радиан)
12	|Р| [e^{ix}]	03	Вызов в регистры X и Y значений $\cos x$ и $\sin x$ ($e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$)
13	|÷|	36	Деление содержимого регистра Y ($\sin x$) на содержимое регистра X ($\cos x$) ($= \operatorname{tg} x$)
14	|С/П|	78	Команда «Стоп»

горитм становится довольно громоздким, и если требуется выполнить вычисления для нескольких аргументов подряд, удобнее составить и ввести в ПЭМК программу, по которой автоматически будет повторяться вся последовательность вычислений после поочередного ввода разных аргументов. Соответствующий алгоритм имеет вид:

$/\alpha/\ |\uparrow|\ |P|\ [\pi]\ |\times|\ /180/\ |\div|\ |P|\ [e^{ix}]\ |\div|\ \to \mathrm{tg}\,x.$

Как видим, здесь необходимо ввести в память ЭМК значение α в градусах, умножить его на π и разделить на 180, затем найти действительную часть e^{ix} ($\cos x$) и разделить на нее мнимую часть ($\sin x$).

Будем считать, что значение α занесено во вторую ячейку памяти. При переходе в режим программирования, если программа будет заноситься, начиная с адреса 00, клавишей |В/О|, очищается счетчик адресов команд, после чего нажатием клавиш |Р| |РП| переводим ПЭМК в режим программирования, и можно начинать вводить команды программы. Правильность ввода кодов операций и показаний счетчика адреса команд контролируется по индикатору. Наши действия и их индикацию представим в табл. 5.

Составление программы закончено. Ее следует дополнить тремя командами без указания адресов: командой |Р| |РР| мы переводим ПЭМК в режим «Работа», командой $/\alpha/$ |Р| |2| вводим в регистр 2 оперативной памяти значение α (в градусах) и клавишами |С/П| |В/О| заставляем ПЭМК выполнить программу с адреса 00.

Данную программу можно записать значительно короче, в строчку:

$\boxed{|В/О|\ |P|\ |РП|}\ \boxed{|F|\ /2/\ |\uparrow|\ |P|\ [\pi]\ |\times|\ /1/\ /8/\ /0/\ |\div|\ |P|\ |e^{ix}|\ |\div|\ |С/П|}$

$\boxed{|P|\ |PP|}\ \boxed{/\alpha/\ |P|\ /2/\ |В/О|\ |С/П|} \to \mathrm{tg}\,\alpha.$

Эту запись можно рассматривать как представление данной программы на алгоритмическом машинно-ориентированном языке в символах клавиш БЗ-21. Введя эту программу, мы можем использовать ее для автоматического вычисления $\mathrm{tg}\alpha$ любого аргумента, повторяя конец программы, в котором α каждый раз получает новое значение ($/\alpha_i/$ |Р| /2/ |В/О| |С/П|). Как можно было уже увидеть, числовое кодирование команд производится ПЭМК автоматически, однако это не избавляет нас от необходимости уметь эти коды находить. Дело в том, что и при составлении, и при вводе программы в ПЭМК возможны ошибки. Процесс их поиска, обнаружения и исправления называется отладкой программы. Отладка производится после ввода программы и исходных данных в ПЭМК. Нажав |В/О|, если пуск программы производится с адреса 00, или |БП| |$i+1$|, где |$i+1$| клавиша, обеспечивающая пуск программы с адреса |$i+1$|, а также клавишу |ПП| для пошагового прохождения программы в режиме «Работа», шаг за шагом анализируем по индикатору выполнение программы. Если при этом обнаружится ошибка, следует перейти на адрес ошибочно набранной команды, нажимая нужное количество раз |$\overrightarrow{\text{ШГ}}$| или |$\overleftarrow{\text{ШГ}}$|. К нужному адресу можно подойти и нажатием |БП|, а затем |$i+1$|, после чего набирается правильная команда. Если какая-нибудь из введенных команд окажется излишней, то, перейдя, как указано выше, на адрес этой команды, исключаем ее нажатием |Р|[НОП] («Нет операции»).

При отладке может потребоваться ввести код той или иной операции. Ее можно определить по табл. 4.

Пусть, например, мы ввели программу для вычисления tg x.

Вычисления, выполняемые ПЭМК по заданной программе, можно также проверить пошагово. Для этого после ввода программы, исходных данных и нажатия |В/О| повторяющимся нажатием |ПП| контролируем выполнение вычислений по каждому шагу программы. Если $\alpha=30°$, на индикаторе последовательно появятся следующие числа: 30; 30; 3,141592; 94,24778; 1; 18; 180; 5,2335987—01; 0,866025; 5,773502 —01. Все это — результаты отдельных этапов вычислений. Последнее — 0,5773502 — и есть tg 30°.

Составление программ разветвляющихся вычислительных процессов. При решении многих задач приходится учитывать, что в зависимости от конкретных значений промежуточных результатов вычислительный процесс на определенных этапах следует разделить на два или более направлений. С этим мы встречаемся даже в таком простом случае, как решение квадратных уравнений: в зависимости от знака дискриминанта получаются действительные или комплексные корни, вычисляемые по-разному.

С этим же мы встречаемся при вычислении функций, выражающихся в разных интервалах области определения по-разному.

Вычислительные процессы такого рода называют *раз-*

ветвляющимися так же, как и реализующие их программы.

При составлении таких программ используются особые команды — условного и безусловного перехода, при выполнении которых естественный порядок выполнения команд нарушается: вместо следующей по порядку команды выполняется какая-то другая.

В ПЭМК Б3-21 переход может быть обеспечен по одному из условий $x \neq 0$, $x=0$, $x \geqslant 0$, $x<0$, что достигается нажатием клавиш, над которыми эти символы обозначены (после нажатия |P|). Безусловный переход обеспечивается нажатием |БП|.

Для обеспечения условного перехода в программе после нажатия соответствующих клавиш вводится команда, код которой (см. табл. 4) на единицу больше адреса команды, к которой нужно перейти, если условие перехода не выполняется.

Поясним сказанное на таком фрагменте программы:

Адрес команды	15	20	21	22	...
Обозначения на клавишах	|P| [$x<0$]	|F| |÷|	|2|	|↑|	...
Код	69	35	24	06	...

По адресу 15 здесь записана команда перехода по условию. В следующем, 20 адресе предписан переход к команде 34 (=35—1), если данное условие не выполняется. Если же оно выполнено, то команды следуют по порядку, начиная с 21.

Составим теперь разветвляющуюся программу для решения не очень громоздкой, но достаточно характерной задачи — для вычисления функции

$$z=\begin{cases}\dfrac{x}{x^2+1}-y \text{ при } y\geqslant 0;\\[2ex] \dfrac{2}{x^2+1}+y \text{ при } y<0,\end{cases}$$

если $y=3x(x^2+1)$. Значения функции определить при $x=-0{,}8;\ 1;\ 3$.

Прежде всего составим блок-схему вычислительного процесса (см. рис. 6), имея в виду, что часть вычислений, общую для обеих ветвей программы, лучше выполнить до перехода к разветвлению. Значения аргумента будем записывать в регистр $2(x \rightarrow P_2)$.

Программу на этот раз запишем коротко:

|F| |2| |F| [x^2]| 1 | |+| |P| |4| |3| |×| |↑| |F| |2|
|×| |P| |3| |P| [$x<0$] |F| |÷| |2| |↑| |F| |4|
|÷| |↑| |F| |3| |+| |БП| |,| |F| |2| |↑| |F| |4|
|÷| |↑| |F| |3| |−| |С/П|.

Напомним, что перед вводом программы командами |В/О| |Р| [РП] переводим ПЭМК в режим программирования с команды 00, а после ее ввода переводим в режим «Работа» (|Р| [РР] |, вводим в P_2 значение x и запускаем вы-

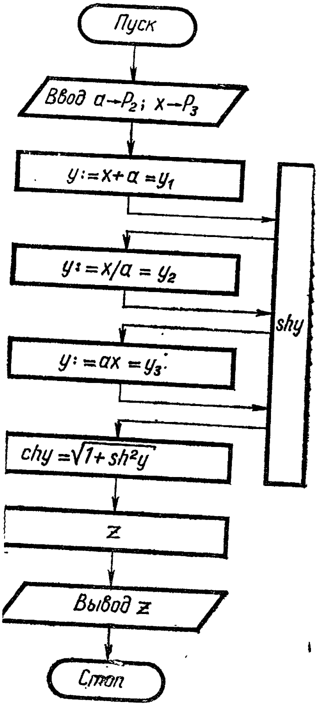

Рис. 7. Блок-схема вычисления функции Z

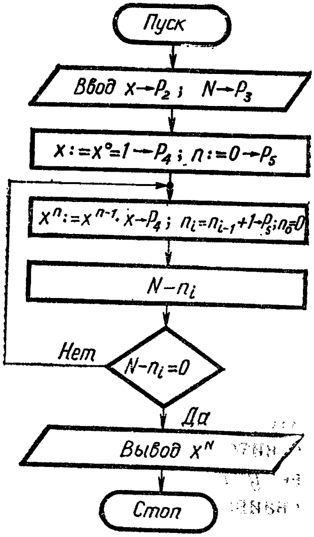

Рис. 8. Блок-схема вычисления функции x^N

числения (|В/О| |С/П|). Для заданных x получим: $x_1=$

$=-0,8$; $z_1=-2,7165$; $x_2=1$; $z_2=-5,5$; $x_3=3$; $z_3=-89,7$.

Подпрограммы и их использование при составлении более сложных программ на ПЭМК Б3-21. В ходе составления программ для решения более сложных задач на ПЭМК, как и на ЭВМ, часто встречается случай, когда одна и та же последовательность вычислений повторяется. Естественно соответствующий участок программы — подпрограмму — выделить отдельно и использовать по мере надобности. Некоторые из подпрограмм такого рода — для вычисления $\sqrt{\ }$, % — имеются во многих моделях даже простых ЭМК, в более сложных ЭМК таких подпрограмм много.

Для ПЭМК такие подпрограммы можно составлять самостоятельно. Их следует заносить в такую часть программной памяти, которая свободна от записи других частей основной программы. Для обращения к ним предусмотрена команда (и клавиша) |ПП| («переход в подпрограмме»). После этой команды следует в качестве кода операции набрать число, на единицу превышающее номер команды, с которой начинается подпрограмма.

Особенности составления программы с подпрограммой рассмотрим на примере блок-схемы программы вычисления функции

$$z = \frac{\operatorname{sh}(x+a) + \operatorname{sh}\left(\frac{x}{a}\right)}{\operatorname{ch} ax}.$$

Здесь, как видим, следует дважды вычислить гиперболический синус (от разных аргументов) и один раз — гиперболический косинус. Поскольку $\operatorname{ch} y = \sqrt{1+\operatorname{sh}^2 y}$, можно ограничиться трехкратным вычислением $\operatorname{sh} y$. Подпрограмму вычисления $\operatorname{sh} y$ лучше расположить в конце основной программы. Блок-схема вычисления приведена на рис. 7. Отметим, что: x для данной функции может принимать любые действительные значения; $y:=x+a$ означает, что в качестве y должно быть взято $x+a$, и т. д.; $:=$ — оператор присваивания.

Обратите внимание на то, что в конце подпрограммы должна содержаться команда |В/О|, по которой вычисления возобновляются по основной программе, начиная с адреса, следующего за тем, в котором был указан переход в подпрограмме.

СОДЕРЖАНИЕ

Юрий Александрович БЕЛЫЙ
ЭЛЕКТРОННЫЕ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРЫ
И ТЕХНИКА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Гл. отраслевой редактор Л. А. Ерлыкин. Редактор Г. Г. Карвовский. Мл. редактор Т. Г. Иншакова. Обложка художника Л. П. Ромасенко. Худож. редактор М. А. Бабичева. Техн. редактор А. М. Красавина. Корректор В. В. Каночкина.
ИБ № 4160

Сдано в набор 17.12.80. Подписано к печати 29.1.81. Т 01669. Формат бумаги 84×108¹/₃₂. Бумага № 3. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 3,36. Усл. кр-отт. 3,57. Уч.-изд. л. 3,54. Тираж 33 820 экз. Заказ № 3063. Цена 11 коп. Издательство «Знание». 101835, ГСП, Москва, Центр, проезд Серова, д. 4. Индекс заказа 814302.
Чеховский полиграфический комбинат Союзполиграфпрома Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли г. Чехов Московской области

13-84

Индекс 70096