

В.Т. Кондрашихин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТА СУДНА



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТРАНСПОРТ

Кондрашихин В. Т. Определение места судна. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Транспорт, 1989. — 230 с.

В книге обобщено изложена теория определения места судна и даны практические рекомендации по всем способам определения места, применяемым в современном судовождении. Рассмотрено применение микрокалькуляторов для расчетов по определению места с оценкой его точности. Изложенное иллюстрировано примерами решения всех задач. Первое издание вышло в свет в 1981 г. Во втором издании учтены изменения в принятой терминологии и требованиях Международной морской организации (ИМО), отражены новые публикации. Книга дополнена сведениями о распределении погрешностей навигационных измерений и их фильтрации, о навигационной эргономике.

Книга рассчитана на инженеров-судоводителей и работников служб мореплавания транспортного, промыслового флотов. Она может быть использована в качестве учебного пособия по судоводительской специальности курсантами высших инженерных морских училищ и учащимися мореходных училищ Минморфлота.

Ил. 87, табл. 30, библиогр. 277 назв.

Р е ц е н з е н т Ю. К. Баранов

З а в е д у ю щ и й р е д а к ц и е й Н. В. Глубокова

Р е д а к т о р З. Д. Лапина

К 3205040000-311
049(01)-89 53-89

© Издательство «Транспорт», 1981
© Издательство «Транспорт», с изменениями, 1989

ISBN 5-277-00526-9

ВВЕДЕНИЕ

В морском плавании основным является штурманский метод судовождения, который состоит в непрерывном ведении счисления и в регулярных определениях места судна. Результаты определений показывают положение судна относительно опасностей, служат для контроля и коррекции счисления. Если определения места выполняются достаточно часто или непрерывно, что возможно при их автоматизации, то счисление приобретает резервное значение. Во всех случаях навигационная безопасность зависит прежде всего от частоты и точности определений места, вследствие чего определения места судна относят к основным задачам навигации.

К сожалению, уровень навигационной аварийности остается еще довольно высоким. Так, только аварии от посадки на мель по отечественным транспортному и промысловому флотам составляют более трети общего числа аварий, а число судов, гибнущих по этой причине, составляет по мировому флоту (учитываются суда водоизмещением более 500 т) 30—35% всех погибающих судов, причем эти аварии часто сопровождаются человеческими жертвами [1, 2]. Разлив нефтепродуктов при посадке танкеров на мель примерно в 2 раза больше, чем при всех других видах аварий вместе взятых. К тому же в связи с увеличением водоизмещения и скоростей судов средние убытки от каждой аварии возрастают. Помня, что целью снижения навигационной аварийности является охрана человеческой жизни на море и природной среды от загрязнения, следует учитывать и то, что все мероприятия по снижению навигационной аварийности имеют большое экономическое значение.

Среди многих и разнообразных мероприятий, направленных на повышение навигационной безопасности, заметная роль принадлежит усовершенствованию теории и практики определения места судна.

Теория определения места судна создавалась и развивалась усилиями многих поколений моряков и ученых разных стран. Однако долгое время разные способы навигационных и астрономических определений разрабатывались изолированно вне взаимной связи. Это положение коренным образом улучшилось

благодаря разработанному в 1920 г. проф. В. В. Каврайским обобщенному методу линий положения [3]. Достоинства метода состоят в его математической строгости и универсальности. Универсальность метода В. В. Каврайского заключается в том, что метод охватывает не только известные в то время способы определений, но и все возможные способы. Введенное В. В. Каврайским понятие градиента навигационного параметра оказалось исключительно важным не только для расчетов элементов линий положения, но и для оценки точности этих линий, что предвидел и отмечал сам В. В. Каврайский.

Работы В. В. Каврайского содержат научные результаты, которые не утратили своего значения и поныне. Еще важнее, пожалуй, то, что эти работы явились методической основой многих последующих исследований, среди которых ведущая роль принадлежит советским ученым. В этой связи надо назвать работу акад. Н. Г. Келля [4], где метод линий положения и учета погрешностей развит в графическом варианте. Важным этапом в популяризации и практическом воплощении метода В. В. Каврайского явились работа доц. А. Д. Козлова [5] и написанное проф. А. П. Ющенко приложение к учебнику навигации проф. К. С. Ухова [6], а также труды по гидрографии и морской геодезии проф. А. П. Белоброва [7, 8], проф. В. А. Кугии и чл.-корр. АН СССР А. И. Сорокина [9, 10].

Обобщение задачи определения места на случай, когда имеются избыточные линии положения и необходимо уравнивание, сделано проф. Н. Н. Матусевичем [11]. Особенно значительна работа проф. А. П. Ющенко [12], которая соединяет обобщенный метод линий положения с классическим методом наименьших квадратов. Эти методы были распространены на разновременные линии положения доц. Б. А. Мальцевым [13] и дополнены методом последовательного уточнения счислимого места проф. А. Е. Сazonовым и др. [14—16].

Перечисленные теоретические исследования легли в основу многих практических разработок, вошли в учебные курсы, справочники и пособия, авторы которых способствовали развитию самого метода и, что не менее важно, методики его изложения. В этой связи, кроме фундаментального курса [17], надо назвать работы В. Ф. Паластрова, М. И. Скворцова, В. И. Каманина, М. М. Лескова, М. И. Гаврюка, Р. А. Скубко, Н. М. Груздева, Ю. К. Баранова, В. Е. Ольховского, Б. П. Долматова, В. В. Правдюка [18—23].

Вместе с тем развитие радионавигационной и вычислительной техники, разработка автоматизированных комплексов и изучение свойств навигационной информации выявили ряд вопросов, касающихся определения места с оценкой его точности, которые, как оказалось, не охватываются имеющейся теорией, что и отмечалось в литературе [9, 24, 25]. Рассмотрим кратко эти вопросы.

Для радионавигационных определений места изданы и используются на практике таблицы определяющих точек. Эти таблицы позволяют строить линии положения, которые являются хордами навигационных изолиний, что не охватывается обобщенным методом линий положения. Толкование понятия линии положения только как касательной к изолинии сложилось уже после В. В. Каврайского, который предусмотрительно рассматривал касательную лишь как один из примеров линий положения [3, с. 253]. Этот вопрос не сводится только к названиям линий, так как коэффициенты уравнения хорды выражаются иначе, чем касательной.

Разрабатывая метод линий положения, В. В. Каврайский специально приспособливал его для работы вручную с использованием таблиц и графических построений. Для этого, например, разности долгот заменяют отществиями и уравнения приводят к нормальному виду делением на модули градиентов, что позволяет единообразно строить линии положения при любом их направлении.

При решении задач с помощью электронных вычислительных машин (ЭВМ) названные преобразования лишь усложняли бы алгоритмы, поэтому их не делают. Вместе с тем применение ЭВМ в судовождении потребовало решения других вопросов, обзор которых имеется в работе А. Е. Сазонова [26].

Экспериментальные исследования погрешностей радионавигационных измерений выявили весьма заметную корреляцию между ними. В таких условиях уравнивание по классической схеме метода наименьших квадратов уже не дает оптимальных по точности результатов. Более того, даже при определении по двум линиям положения оценка точности места и выбор наивыгоднейших условий должны выполняться с учетом корреляций.

Разработка необходимого для этого обобщенного метода наименьших квадратов была начата у нас в применении к геодезии и гидрографии проф. А. В. Гордеевым [27] и проф. В. А. Коугией [9, 28], продолжается проф. Б. И. Никифоровым и доц. Г. В. Макаровым [29]. Применительно к судовождению аналогичные разработки выполнены для решения задач навигации и мореходной астрономии проф. Р. А. Скубко, доц. В. В. Вейхманом, ст. науч. сотр. Е. В. Якшевичем и др. [30—34].

При частых и непрерывных измерениях возникает необходимость их фильтрации с учетом автокорреляции погрешностей. Кроме того, использование датчиков навигационной информации, погрешности которых имеют разные преобладающие частоты, приводит к задаче оптимального комплексирования. Выполненные в этих направлениях исследования ст. науч. сотр. А. А. Якушенковым, проф. И. Б. Челпановым, проф. С. П. Дмитриевым, проф. С. С. Ривкиным и др. [24, 35—41] позволяют существенно повысить эффективность использования навигационной информации.

Кроме перечисленного, в судовождении все шире применяются достижения смежных областей науки и техники. Наряду с упоминавшимися отметим работы из авиации и космонавтики [42—48]. Особо выделим книгу проф. Г. Ф. Молоканова [49], в которой обобщается теория точности и надежности навигации, и книги [50—53], где разрабатывается обобщенная теория навигации — эти обобщения позволяют глубже познать процессы судовождения. Не менее важны традиционные связи судовождения с геодезией, в частности, по вопросам определений места и учета сфероидичности Земли [54—56], по теории ошибок (погрешностей) и математической обработки измерений, включая уравнивание, развивающиеся в трудах В. Д. Большакова, П. А. Гайдаева и др. [57—62] и в трудах по метрологии [63—65].

Названные и примыкающие к ним вопросы привлекают все большее внимание специалистов. Эти вопросы обсуждаются в научных статьях, но пока не охвачены теорией определений места, излагаемой в учебной и технической литературе, предназначенной судоводителям.

Говоря о практике решения основных задач навигации, надо отметить, что и здесь произошли многие изменения, которые нуждаются в обобщении. Во-первых, появились практические рекомендации, вытекающие из новых теоретических разработок, отмеченных выше. Во-вторых, развитие радионавигационных систем (РНС) дальнего действия и появление глобальных РНС требуют обобщения особенностей практического использования этих систем. В-третьих, все большее распространение на судах получают электронные клавишные вычислительные машины (ЭКВМ). Набор стандартных операций у таких ЭКВМ и память для хранения промежуточных результатов весьма ограничены. Поэтому судоводителям приходится приспособливать расчетные формулы и схемы к возможностям ЭКВМ. Желательно обобщение и распространение такого опыта [34, 66—73].

Наконец, при традиционном изложении теории и практики определений места с оценкой его точности как бы предполагается, что использование полученных результатов само собой очевидно. Однако анализ ряда навигационных аварий и разработка программ для ЭВМ автоматизированных комплексов убеждают, что вопросы коррекции счисления, выбор безопасного пути судна с учетом точности определений его места и вопросы оценки надежности навигации также нуждаются в обобщении. Такие вопросы ранее начали разрабатываться в авиации проф. Г. Ф. Молокановым [49, 74], а на речном флоте проф. Д. К. Земляновским и др. [75, 76]; их применение в судовождении освещено в статье автора [77] и в первом издании настоящей книги [78].

Таким образом, одним из проявлений общего научно-технического прогресса в судовождении явилось развитие теории и практики определений места судна; обобщенные результаты такого развития составляют содержание данной книги.

1. НАВИГАЦИОННЫЕ ПАРАМЕТРЫ И ИЗОЛИНИИ

1.1. НАВИГАЦИОННЫЕ ПАРАМЕТРЫ И ФУНКЦИИ

Для обеспечения безопасности и точности судовождения необходимы определения места судна. Такие определения показывают положение судна относительно навигационных опасностей и намеченного пути, служат для контроля и коррекции счисления.

Определение места судна состоит в получении его координат (обычно географических) или в построении на карте точки, соответствующей месту судна. Конечно, по рассчитанным координатам всегда можно нанести точку на карту или, напротив, построив точку на карте, снять ее координаты. Однако на практике не всегда необходимо выполнять оба действия: часто ограничиваются чем-то одним, например графическими построениями.

Для определения места судна наблюдают ориентиры, т. е. предметы, имеющие отличительные признаки и известное положение. Такими ориентирами служат прежде всего создаваемые для этой цели маяки, навигационные знаки, радиостанции, радиолокационные отражатели, навигационные спутники Земли и др. В качестве ориентиров используют также различные сооружения (башни, церкви, заводские трубы, обелиски, волноломы), особенности местности (горы, мысы, островки) и небесные светила. Если ориентир перемещается, то его положение в момент наблюдений называют иногда «навигационной точкой» [48, 50].

Наблюдение ориентиров состоит в их опознании (отождествлении) и в измерении физических величин — параметров, зависящих от взаимного расположения судна и ориентиров. Такими параметрами могут быть: направления световых лучей, амплитуды, фазы, частоты (или их разности) радиосигналов, интервалы времени между моментами посылок и (или) приема сигналов и др. Измерения выполняются с помощью различных технических средств судовождения, некоторые из которых используют в качестве опорных магнитное и гравитационное поля Земли, периодические естественные процессы [51].

Навигационным параметром называется геометрическая величина, зависящая известным образом от положения точки и

измеряемая для определения места судна, например, расстояние до ориентира D , высота светила h , пеленг Π ориентира, обратный пеленг Π' , разность расстояний до двух ориентиров ΔD , горизонтальный угол α между направлениями на два ориентира. Для каждого навигационного параметра принято в судовождении собственное обозначение, как это показано выше, но при рассмотрении общих вопросов все навигационные параметры обозначают одной и той же буквой, чаще всего U .

Навигационной функцией называется известная зависимость навигационного параметра U от положения точки. Обычно положение точки задается ее географическими координатами φ, λ , и тогда навигационную функцию символически представляют как

$$U = U(\varphi, \lambda). \quad (1.1)$$

Иногда для упрощения формул или преобразований применяют иные системы координат [21, 23, 50], чаще других — сферическую полярную ρ, ψ . В этой системе координат радиус-вектор ρ измеряется дугой ортодромии, выходящей из начальной точки (полюса системы) под углом ψ от начального направления (полярной оси). При этом в навигации и геодезии положительным считают угол ψ , измеряемый по часовой стрелке. Такая система полярных координат далее будет использоваться наряду с географической.

Конкретизируем общую запись навигационной функции (1.1) для основных навигационных параметров.

Расстояние D до ориентира измеряется на сфере кратчайшей дугой ортодромии, проходящей через него. Обозначим символами Φ, Λ географические координаты ориентира A (рис. 1.1), а φ, λ — географические координаты произвольной точки M . Меридианы точек A и M и соединяющая их дуга ортодромии образуют сферический треугольник AMP_N . Применив к нему тео-

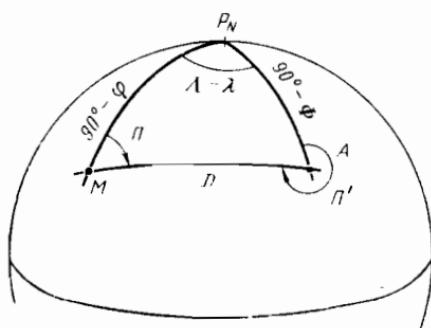


Рис. 1.1. К получению навигационных функций расстояния и пеленгов

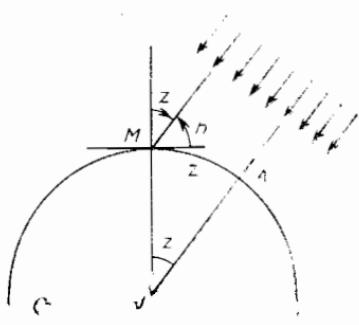


Рис. 1.2. К получению навигационной функции высоты светила

рому косинуса стороны из сферической тригонометрии [79], получим навигационную функцию для расстояния D :

$$\cos D = \sin \Phi \sin \varphi + \cos \Phi \cos \varphi \cos (\Lambda - \lambda). \quad (1.2)$$

Высота светила h в произвольной точке M выражается через его зенитное расстояние $z=90^\circ - h$, которое равно расстоянию до полюса освещения A , как это видно на рис. 1.2, где параллельными стрелками показаны лучи от светила. Географические координаты точки A : $\Phi = \delta$ и $\Lambda = t_{\text{тр}}$, где δ и $t_{\text{тр}}$ — склонение и гринвичский часовой угол светила. С использованием этих обозначений, принятых в мореходной астрономии [80], формула (1.2) дает навигационную функцию для высоты светила h :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (t_{\text{тр}} - \lambda). \quad (1.3)$$

Пеленг Π ориентира A из точки M измеряется как сферический угол при этой точке (см. рис. 1.1). Из сферического треугольника AMP_N по теореме котангенсов [79] имеем

$$\operatorname{ctg} \Pi \sin (\Lambda - \lambda) = \operatorname{tg} \Phi \cos \varphi - \sin \varphi \cos (\Lambda - \lambda),$$

откуда получаем навигационную функцию для пеленга Π :

$$\operatorname{ctg} \Pi = \operatorname{tg} \Phi \cos \varphi \operatorname{cosec} (\Lambda - \lambda) - \sin \varphi \cos (\Lambda - \lambda). \quad (1.4)$$

Обратный пеленг Π' с ориентира A на точку M измеряется от меридиана ориентира (см. рис. 1.1). Из того же сферического треугольника AMP_N аналогично предыдущему получаем навигационную функцию для обратного пеленга Π' :

$$\operatorname{ctg} \Pi' = -\cos \Phi \operatorname{tg} \varphi \operatorname{cosec} (\Lambda - \lambda) + \sin \varphi \operatorname{ctg} (\Lambda - \lambda). \quad (1.5)$$

Разность расстояний ΔD до двух ориентиров A и B от произвольной точки M (рис. 1.3) выражается равенством

$$\Delta D = D_A - D_B. \quad (1.6)$$

Чтобы получить навигационную функцию параметра ΔD в зависимости от географических координат φ, λ точки M , надо в равенство (1.6) подставить расстояния D_A и D_B , определяемые поочередно по формуле (1.2) через координаты ориентиров Φ_A, Λ_A и Φ_B, Λ_B .

Если положение точки M задается в сферических полярных координатах ρ, ψ , полюс которых совмещен с одним из ориентиров (A на рис. 1.3), а полярная ось направлена на другой ориентир (B на рис. 1.3), то $D_A = \rho$ и $\Delta D = \rho - D_B$, где расстояние D_B находится по теореме косинуса стороны из сферического треугольника ABM :

$$\cos D_B = \cos D_{AB} \cos \rho + \sin D_{AB} \sin \rho \cos \psi.$$

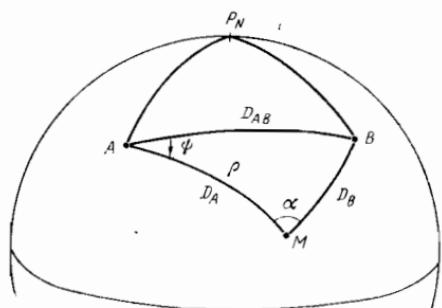


Рис. 1.3. К получению навигационной функции разности расстояний

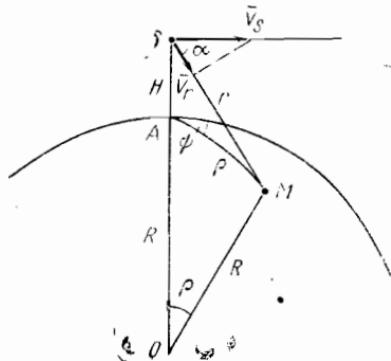


Рис. 1.4. К получению навигационной функции радиальной скорости

Радиальная скорость V_r изменения расстояния между спутником S и точкой M на поверхности Земли равна проекции линейной скорости V_s спутника на линию $SM = r$ (рис. 1.4):

$$V_r = V_s \cos \alpha, \quad (1.7)$$

где α — угол между вектором \bar{V}_s (касателен к орбите спутника, которую считаем практически круговой) и направлением на точку M .

Положение точки M будем определять сферическими полярными координатами ρ, ψ , полюс которых расположен в подспутниковой точке A , а полярная ось направлена вдоль проекции на Землю орбиты спутника в сторону его движения. Проекция расстояния r на линию вектора \bar{V}_s равна проекции на ту же линию радиуса Земли ($OM = R$):

$$r \cos \alpha = R \sin \rho \cos \psi.$$

Возведем это равенство в квадрат и подставим в него r^2 из треугольника OMS :

$$r^2 = R^2 + (R + H)^2 - 2R(R + H) \cos \rho,$$

где H — высота спутника над поверхностью Земли.

Выполнив указанные преобразования, найдем $\cos \alpha$ и, подставив его в формулу (1.7), получим навигационную функцию параметра V_r :

$$V_r = V_s \frac{\sin \rho \cos \psi}{\sqrt{1 + k^2 - 2k \cos \rho}}, \quad (1.8)$$

где $k = \frac{R + H}{R}$ — расстояние от центра Земли до спутника, выраженное в земных радиусах.

Горизонтальный угол α между направлениями на два ориентира A и B из точки M (см. рис. 1.3) может быть представлен как разность их пеленгов:

$$\alpha = \Pi_A - \Pi_B. \quad (1.9)$$

Поэтому навигационная функция параметра α выражается через географические координаты точки M подстановкой в равенство (1.9) пеленгов Π_A и Π_B , определяемых поочередно по формуле (1.4) с использованием координат ориентиров Φ_A , Λ_A и Φ_B , Λ_B .

Изложенное охватывает основные из применяемых навигационных параметров и функций, перечень которых продолжает расширяться с развитием методов и технических средств судоходства.

Каждая навигационная функция дает значение выражаемого ею навигационного параметра в зависимости от положения (координат) точки.

Счислимым навигационным параметром U_c называется его значение в расчетной (счислимой) точке с координатами φ_c , λ_c . Величина U_c используется при определении места судна. В соответствии с общей формулой (1.1) имеем

$$U_c = U(\varphi_c, \lambda_c). \quad (1.10)$$

Такая сокращенная запись означает, что подстановка счислимых координат φ_c , λ_c , например в формулу (1.3), дает счислимую высоту h_c светила, а подстановка в формулы (1.2) и (1.6) — счислимую разность ΔD_c расстояний и т. п.

1.2. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Обсервованным навигационным параметром U_o называется его значение, полученное в результате измерения и исправления всеми необходимыми поправками.

Хорошо известно, что никакие измерения не могут быть абсолютно точными. Поэтому обсервованный навигационный параметр не является «истинным». Это относится и к традиционно сохраняющему термину «истинный пеленг» (компасный пеленг, исправленный поправкой компаса), который содержит погрешности как пеленгования, так и принятой поправки компаса.

Заметим, что в судоходстве, как и в других технических дисциплинах, ранее применялся термин «ошибка». Вместо него ГОСТ 16263—70 предписывает термин «погрешность» [81].

Напомним, что погрешности измерений по характеру их проявления подразделяют на случайные, систематические и грубые [25, 57—65, 82—85].

Случайными называют погрешности, образующиеся от совместного действия многочисленных причин, прямо или косвенно влияющих на результаты измерений. Каждая из этих причин порождает элементарную погрешность, ни одна из которых не превалирует над другими. Выступая в случайных сочетаниях, компенсируя друг друга и складываясь, элементарные погрешности образуют случайные погрешности измерений. Случайные погрешности принимают в отдельных измерениях значения, предсказать или предвычислить которые принципиально невозможно. Такие погрешности подчиняются массовым статистическим закономерностям. В частности, случайные погрешности измерений обычно подчиняются закону нормального распределения вероятностей (закону Гаусса).

В качестве основной характеристики точности в судовождении принято среднее квадратическое отклонение, которое обозначается ε , σ и t с индексом, указывающим на величину, точность которой характеризуется, например, ε_D , ε_h .

Величину ε нельзя использовать как поправку для улучшения или исправления результатов измерений, так как она показывает лишь диапазон, в котором с той или иной вероятностью заключены значения (реализации) случайных погрешностей, остающиеся неизвестными. Так, при нормальном распределении погрешности не выходят за пределы $\pm \varepsilon$ с вероятностью 0,683, или 68,3%.

Вероятность того, что погрешности не превышают по абсолютному значению удвоенное среднее квадратическое отклонение, т. е. заключены в интервале $\pm 2\varepsilon$, составляет 95,4%. Заметим, что в технике чаще используют близкую к этому 95%-ную погрешность, равную 1,96 ε . Наконец, вероятность погрешностей, не выходящих из интервала $\pm 3\varepsilon$, равна 99,7%. Так как вероятность выхода за этот интервал, равная 0,3% (т. е. в среднем три случая на тысячу), считается практически пренебрежимо малой, величину 3 ε обычно принимают в судовождении *пределной погрешностью* $\Delta_{\text{пред}}$.

Если обнаруживаются погрешности с абсолютным значением более 3 ε , то их относят к *грубым погрешностям* (промахам). Такие погрешности возникают из-за недостаточной внимательности или квалификации наблюдателя, а также вследствие неизвестных резких изменений условий наблюдений, включая среду и аппаратуру. Измерения с грубой погрешностью расценивают как бракованные, их стремятся выявить и отбросить.

Величина ε характеризует рассеивание или кучность результатов измерений. Оценка ε является статистической характеристикой. Она не может быть определена из одиночного измерения, а выводится из серии измерений, выполненных в одинаковых условиях. Если измеряют величину, которая изменяется, то полученные результаты должны быть вначале приведены к одному значению этой величины по скорости ее изменения. Напри-

мер, при измерении серии высот светила на ходу судна отсчеты секстана приводят к одному моменту и к одному месту (зениту) [80].

По результатам n измерений x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) оценка среднего квадратического отклонения ε может быть получена по формуле Бесселя или по размаху.

По формуле Бесселя

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}}, \quad (1.11)$$

где $v_i = x_i - x_{\text{ср}}$ — отклонения результатов измерений x_i от их среднего $x_{\text{ср}}$ при

$$x_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.12)$$

По размаху R , которым называется разность между наибольшим и наименьшим из результатов измерений, т. е. $R = x_{\text{max}} - x_{\text{min}}$, ε определяется по формуле:

$$\varepsilon = k_n R, \quad (1.13)$$

где k_n — коэффициент, выбираемый в зависимости от числа измерений в серии из табл. 1.1.

Таблица 1.1

n	5	6	7	8	9	10	11
k_n	0,430	0,395	0,370	0,351	0,337	0,325	0,315

Таблица 1.2

i	РЛП_i	v_i	v_i^2
1	23,4°	+0,9°	0,81
2	21,8	-0,7	0,49
3	22,4	-0,1	0,01
4	21,1	-1,4	1,96
5	23,1	+0,6	0,36
6	21,3	-1,2	1,44
7	23,2	+0,7	0,49
8	22,3	-0,2	0,04
9	23,8	+1,3	1,69
Σ	22,4°	-0,1°	7,29

Пример 1.1. С судна, стоящего на якоре, измерена серия из девяти радиолокационных пеленгов приметного мыса, результаты которых РЛП_i, ($i=1, 2, \dots, 9$) представлены в табл. 1.2. Найти оценку среднего квадратического отклонения $\varepsilon_{\text{РЛП}}$ погрешностей пеленгования по формуле Бесселя и по размаху.

Чтобы упростить расчеты по формуле (1.12), можно суммировать не полные числа РЛП_i, а только их единицы и десятые градуса, как это показано в табл. 1.2, после чего рассчитывать среднее значение

$$\text{РЛП}_{\text{ср}} = 20^\circ + \frac{22,4^\circ}{9} = 22,5^\circ.$$

По $\Sigma v_i = -0,1^\circ$ рассчитывают среднее из отклонений v_i , которое после округления до $0,1^\circ$ оказалось равным нулю, что свидетельствует о безошибочности предыдущих расчетов. Подставляя $\Sigma v_i^2 = 7,29$ в формулу Бесселя (1.11), получаем

$$\varepsilon_{\text{РЛП}} = \sqrt{\frac{7,29}{9-1}} \approx 1,0^\circ.$$

По значениям РЛП_i из табл. 1.2 находим $R = 23,8^\circ - 21,1^\circ = 2,7^\circ$. Выбрав из табл. 1.1 величину $k_9 = 0,337$, по формуле (1.13) получаем

$$\varepsilon_{\text{РЛП}} = 0,337 \cdot 2,7^\circ = 0,9^\circ.$$

Как видим, определять ε по размаху намного проще, если иметь под рукой таблицу коэффициентов k_n (см. табл. 1.1), которую теперь включают в учебники и пособия для судоводителей. Оценка ε по размаху в надежности уступает оценке по формуле Бесселя, особенно при $n > 10$. В таких случаях (при $n > 10$) ее можно немного улучшить, разделив серию на две-три группы, вычисляя ε по размаху каждой группы и беря затем среднее из них [25, 83, 84].

Возвратимся к вопросу выявления грубых погрешностей. Описанная выше отбраковка измерений с погрешностями более 3ε , несмотря на широкое распространение (используя обозначение 3σ , ее часто называют «правилом трех сигм»), далеко не лучшая:

нет единого мнения, какую вероятность считать «пренебрежимо малой», поэтому предельной погрешностью иногда называют величину 2ε или $2,5\varepsilon$, а в геодезии [58] для отбраковки измерений принимают вероятность 0,99, чему соответствует при нормальном распределении $2,58\varepsilon$;

если прината любая постоянная граница грубых погрешностей, то при увеличении числа измерений в серии растет вероятность появления случайных (негрубых) погрешностей, выходящих за эту границу;

выражая границы допуска через ε , надо учитывать, что точность ε зависит от числа измерений, послуживших для ее вывода.

Для применения статистически обоснованной методики выявления грубых погрешностей [83—89] зададимся постоянной до-

Таблица 1.3

Коэф-фици-ент	<i>n</i>						
	5	6	7	8	9	10	11
c_n	2,57	2,68	2,76	2,83	2,88	2,93	2,97
c'_n	1,96	2,13	2,27	2,37	2,46	2,54	2,61
c''_n	3,9	4,0	4,0	4,1	4,1	4,1	4,2

верительной вероятностью 0,99, как это принято в геодезии. Это значит, что вместе с измерениями, содержащими грубые погрешности, будет забракован в среднем 1% доброкачественных измерений с большими случайными (негрубыми) погрешностями. Из серии *n* измерений выделяют «подозрительное», для которого отклонение от среднего имеет наибольшую абсолютную величину $|v|_{\max}$. Это измерение признается содержащим грубую погрешность и бракуется, если соблюдается неравенство

$$|v|_{\max} > c_n \varepsilon. \quad (1.14)$$

Входящий в неравенство коэффициент c_n зависит от того, как получена оценка среднего квадратического отклонения ε . Если значение ε надежно установлено из массовых измерений в таких же условиях, то коэффициент c_n выбирают по числу измерений в серии *n* из табл. 1.3. Если же оценка ε выводится по формулам (1.11) или (1.13) из серии *n* измерений, подвергаемых проверке, то в формуле (1.14) вместо c_n надо использовать c'_n из второй строки табл. 1.3.

Когда известна надежно установленная величина ε , то вместо неравенства (1.14) можно с той же целью проверять размах *R* серии измерений [58]. О появлении измерения с грубой погрешностью свидетельствует (с той же доверительной вероятностью 0,99) соблюдение неравенства

$$R > c''_n \varepsilon, \quad (1.15)$$

где c''_n выбирается в зависимости от *n* из табл. 1.3.

Пример 1.2. Массовыми исследованиями установлено [25], что в обычных условиях среднее квадратическое отклонение ε_h измерения высоты Солнца секстантом равно $0,5'$. Выполненная в таких же условиях серия из пяти измерений имеет «подозрительное» с отклонением от среднего $|v|_{\max} = 1,4'$. Проверить, не содержит ли это измерение грубую погрешность.

Из табл. 1.3 для *n*=5 выбираем $c_5=2,57$ и находим $c_5 \varepsilon_h = 1,28'$. Следовательно, с принятой доверительной вероятностью 0,99 «подозрительное» измерение необъяснимо случайными вариациями и должно быть забраковано [неравенство (1.14) соблюдается].

Пример 1.3. Используя условия примера 1.1, проверить, нет ли среди измерений таких, которые содержат грубую погрешность.

По табл. 1.2 определяем, что «подозрительно» четвертое измерение с наибольшим отклонением от среднего $|v|_{\max} = 1,4^\circ$. Из табл. 1.3 для $n=9$ выбираем $c'_{\vartheta}=2,46$ и находим $c''_{\vartheta \text{ РЛП}} = 2,46^\circ$. Проверяемое отклонение не превышает этой величины [неравенство (1.14) не соблюдается], поэтому нет оснований относить отклонение к грубым погрешностям.

Пример 1.4. В условиях примера 1.2, когда известна величина $\varepsilon_h = 0,5'$, измерена серия из пяти высот Солнца и получен размах $R = 1,7'$. Проверить, не содержат ли измерения грубой погрешности.

Из табл. 1.3 по $n=5$ выбираем $c''_5 = 3,9$ и находим $c''_{5\varepsilon_h} = 1,9'$. Так как размах серии меньше этой величины [неравенство (1.15) не выполняется], заключаем, что грубых погрешностей нет.

Систематическими называют постоянные или медленно изменяющиеся погрешности, а также погрешности, зависящие известным образом от доступных контролю величин. Пользуясь этими особенностями, во многих случаях удается уменьшить действие систематических погрешностей введением поправок или специальной организацией наблюдений и их обработки [17—21, 25]. Однако эти действия неизбежно сопровождаются появлением случайных погрешностей, которые затем проявляются как остаточные систематические. Кроме того, систематические погрешности могут быть следствием неконтролируемых переменчивых факторов, действие которых оценивается статистически.

Далее, говоря о систематических погрешностях, будем подразумевать именно такие, которые имеют «случайное происхождение» или проявление. Возможная величина таких погрешностей характеризуется так же, как и случайных, их средним квадратическим отклонением, которое условимся обозначать σ с соответствующим индексом. Например, при определении поправки ΔK компаса возникают случайные погрешности, среднее квадратическое отклонение которых $\sigma_{\Delta K}$ может быть оценено, как описано выше, по формуле Бесселя или по размаху. Затем случайная погрешность принятой поправки компаса проявляется систематически, повторяясь во всех исправленных ею (в «истинных») пеленгах.

Обсервованное значение U_0 любого навигационного параметра всегда содержит погрешность, равную алгебраической сумме реализовавшихся значений случайной и систематической погрешностей. Такую итоговую погрешность называют *полной* (или *суммарной*), ее среднюю квадратическую величину условимся обозначать через t .

Случайные и систематические погрешности обычно независимы одна от другой, поэтому t определяют при одиночном измерении по правилу сложения дисперсий [25, 58, 82]:

$$t = \sqrt{\sigma^2 + \sigma^2}. \quad (1.16)$$

Если выполнено n измерений с последующим их осреднением, то частично компенсируются лишь случайные погрешности, а систематическая остается неизменной. Поэтому для среднего из n измерений имеем

$$m = \sqrt{\sigma^2/n + \sigma^2}. \quad (1.17)$$

Пример 1.5. Пусть точность принятой поправки ΔK компаса (с учетом погрешностей ее определения и возможных последующих изменений) характеризуется величиной $\sigma_{\Delta K} = 0,7^\circ$, а точность пеленгования $\varepsilon_{\text{КП}} = 0,3^\circ$. Найти характеристику точности «истинного» пеленга $m_{\text{ИП}}$ при одиночном пеленговании, а также при использовании среднего из трех и пяти пеленгов. Непосредственно по формулам (1.16) и (1.17) получаем при $n=1$ $m_{\text{ИП}} = 0,8^\circ$; при $n=3$ $m = 0,7^\circ$; при $n=5$ $m_{\text{ИП}} = 0,7^\circ$.

Как убеждаемся из формулы (1.17) и примера 1.5, увеличение числа измерений в серии не дает ощутимого выигрыша в точности, особенно если систематические погрешности не меньше случайных. Однако ограничиваться одиночными измерениями рискованно, так как могут остаться не выявленными грубые погрешности.

Если на измерения двух навигационных параметров влияют какие-то общие факторы, то погрешности таких измерений оказываются взаимозависимыми. Эта зависимость проявляется статистически лишь в среднем значении в той или иной степени, характеризуемой значением коэффициента корреляции r . Для независимых погрешностей $r=0$. Если же погрешности измерений двух параметров взаимно пропорциональны, т. е. между ними существует функциональная линейная зависимость, то $|r|=1$. Коэффициент r положителен, если появляющиеся погрешности преимущественно с одинаковыми знаками, а если с разными, то отрицателен. От значения r , как будет показано далее, зависят точность определений места судна и выбор наивыгоднейших для этого условий [25, 90].

Для экспериментального определения коэффициента корреляции r нужны сотни парных измерений двух параметров. Такая работа выполняется при исследованиях точности, например, радионавигационных измерений [25, 49, 91—99].

Корреляция между полными погрешностями измерений обусловливается также общей для них систематической погрешностью. Если общая систематическая погрешность имеет среднюю квадратическую величину σ , а случайные погрешности ε_1 и ε_2 , то коэффициент корреляции, выраженный через них [25, 100—103],

$$r = \frac{\sigma^2}{m_1 m_2} = \frac{\sigma^2}{\frac{1}{2}(\varepsilon_1^2 + \sigma^2)(\varepsilon_2^2 + \sigma^2)} = \frac{1}{1 + \lambda_1(1 + \lambda_2)}, \quad (1.18)$$

где

$$\lambda_1 = \left(\frac{\varepsilon_1}{\sigma} \right)^2; \quad \lambda_2 = \left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma} \right)^2. \quad (1.19)$$

При равноточных измерениях, когда $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, формулы (1.18) и (1.19) упрощаются:

$$r = \left(\frac{\sigma}{m} \right)^2 = \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 + \sigma^2} = \frac{1}{1 + \lambda}, \quad (1.20)$$

где

$$\lambda = (\varepsilon/\sigma)^2. \quad (1.21)$$

Пример 1.6. Используя условия примера 1.5 ($\sigma_{\Delta K} = 0,7^\circ$; $\varepsilon_{KП} = 0,3^\circ$), найти оценку коэффициента корреляции r между полными погрешностями истинных пеленгов двух ориентиров.

Подставив условия примера в формулы (1.20) и (1.21), получим $r=0,8$. Как видим, превалирующая систематическая погрешность обуславливает весьма сильную корреляцию между полными погрешностями пеленгов, исправленных ΔK .

Оценки точности измерений, полученные по результатам тех измерений, для характеристики точности которых они служат, называются *апостериорными* (от латинского *a posteriori* — «после опыта»). При числе измерений в серии менее пяти выводить такие оценки бессмысленно, так как они обладали бы слишком низкой надежностью. Удовлетворительные результаты достигаются при 9—11 измерениях в серии, а хорошие при 20—25. Для надежной оценки коэффициента корреляции требуются сотни парных измерений. Поэтому измерения длинными сериями выполняют лишь при исследовательских работах [25].

В сложных навигационных условиях при быстротечно изменяющейся ситуации измерения навигационных параметров длинными сериями и вычисления оценок их точности практически неосуществимы. Поэтому в практике судовождения широко применяют априорные оценки.

Априорными (от латинского *a priori* — «до опыта») называют оценки, полученные на основе обобщения ранее накопленного опыта и результатов исследований точности таких же измерений, выполнявшихся в сходных условиях. Числовые значения априорных оценок точности разных навигационных измерений приведены в последующих главах. Корректировать такие оценки в соответствии с конкретными условиями могут лишь судоводители, имеющие личный опыт. Для приобретения такого опыта рекомендуется, когда позволяют условия плавания, выполнять достаточно большие серии измерений навигационных параметров и определять оценки их точности, как описано выше.

1.3. НАВИГАЦИОННЫЕ ИЗОЛИНИИ

Навигационная функция (1.1) выражает навигационный параметр U в зависимости от координат точки, поэтому такая функция определяет скалярное поле навигационного параметра [50, 104—107]. Например, район, в котором возможно пеленгование некоторого ориентира, является полем пеленгов этого ориентира. Один ориентир может служить для создания нескольких полей: пеленгов, расстояний, а в сочетании с другим аналогичным ориентиром — горизонтальных углов, разностей рас-

стояний. Однако разные ориентиры и навигационные параметры могут создавать поля, которые покрывают один и тот же район. Например, район может быть покрыт полями пеленгов трех ориентиров, полями горизонтальных углов между ними и т. д.

Использование понятия скалярного поля и его характеристик (изолинии, градиенты) начато В. В. Каврайским [3]. Оно позволяет более строго излагать общую теорию определений места судна. Кроме координатного задания поля навигационной функцией (1.1), оно может быть описано навигационными изолиниями (их называют в математике «линиями уровня»).

Навигационной изолинией называется геометрическое место точек разных значений навигационного параметра. Чтобы получить уравнение навигационной изолинии, например для параметра U_o , надо в формулу навигационной функции (1.1) подставить $U = U_o$:

$$U_0 = U(\varphi, \lambda). \quad (1.22)$$

Несмотря на внешнее сходство выражений (1.1) и (1.22), между ними имеется глубокое различие: навигационная функция (1.1) показывает зависимость параметра от координат точки и может служить для его вычисления в заданной точке. Уравнению (1.22) удовлетворяют лишь координаты точек, в которых $U = U_o$ и которые принадлежат кривой — навигационной изолинии.

По уравнению (1.22) можно найти координаты точек этой изолинии. Для этого надо, задавшись значением одной из координат φ (или λ), подставить его в уравнение (1.22) и вычислить значение другой координаты λ (или φ).

Если в уравнение (1.22) поочередно подставлять разные значения параметра U , например $U = U_o$; $U = U_1$; $U = U_2$ и т. д., то будут получены уравнения *семейства навигационных изолиний*, а их изображение на карте образует *сетку навигационных изолиний*. Такие сетки наносят, например, на радионавигационные карты.

Конкретизируя выражение (1.22), рассмотрим основные навигационные изолинии, применяемые в судовождении.

Изостадия — линия равных расстояний D до ориентира A (рис. 1.5). Чтобы получить уравнение изостадии в географических координатах, надо в формулу навигационной функции (1.2) подставить фиксированное значение параметра D , например $D = D_o$:

$$\cos D_o = \sin \Phi \sin \varphi + \cos \Phi \cos \varphi \cos (\Lambda - \lambda). \quad (1.23)$$

На сфере изостадией является малый круг, центр которого совмещен с ориентиром A (Φ, Λ), а сферический радиус равен параметру D_o . Аналогичная изолиния в мореходной астрономии называется кругом равных высот [80].

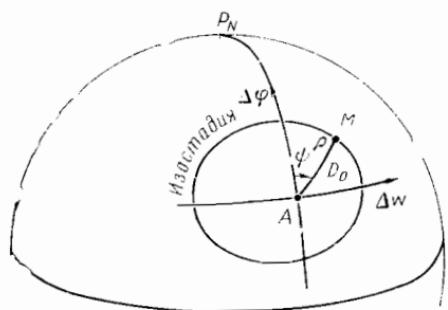


Рис. 1.5. Изостадия

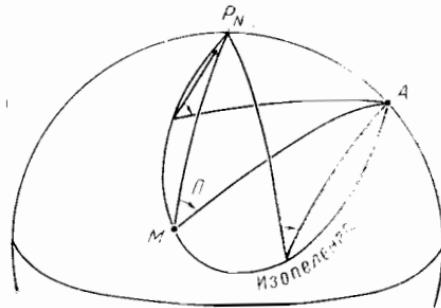


Рис. 1.6. Изопеленга

На плоскости для малых расстояний D_0 изостадией является окружность. Действительно, для малых D_0 разности широт $\Delta\varphi = \Phi - \varphi$ и долгот $\Delta\lambda = \Lambda - \lambda$ ориентира A и любой точки M изостадии также невелики. Это позволяет упростить уравнение (1.23) заменой косинусов D_0 и $\Delta\lambda$ первыми членами разложения их в ряд:

$$\cos D_0 \approx 1 - D^2_0/2; \quad \cos \Delta\lambda \approx 1 - \Delta\lambda^2/2.$$

После подстановки этих выражений в уравнение (1.23) оно принимает вид

$$1 - \frac{D^2_0}{2} = \sin \Phi \sin \varphi + \cos \Phi \cos \varphi - \frac{\Delta\lambda^2}{2} \cos \Phi \cos \varphi.$$

Сюда входит $\sin \Phi \sin \varphi + \cos \Phi \cos \varphi = \cos(\Phi - \varphi) = \cos \Delta\varphi \approx 1 - \frac{\Delta\varphi^2}{2}$, с учетом чего предыдущее выражение принимает вид

$$D^2_0 = \Delta\varphi^2 + \Delta\lambda^2 \cos \Phi \cos \varphi.$$

При малом D_0 имеем $\cos \Phi \approx \cos \varphi$, $\Delta\lambda \cos \varphi = \Delta w$, где Δw — отшествие, поэтому окончательно

$$D^2_0 = \Delta\varphi^2 + \Delta w^2. \quad (1.24)$$

Как видим, уравнение (1.24) выражает окружность радиусом D_0 в прямоугольных координатах $\Delta\varphi$, Δw , начало которых совмещено с ориентиром A .

Уравнение изостадии сферической (1.23) или плоской (1.24) принимает наиболее простой вид в системе полярных координат ρ , ψ , полюс которой совмещен с ориентиром (см. рис. 1.5): $\rho = D_0$, где ρ — в первом случае сферический, а во втором (на плоскости) линейный радиус-вектор.

Сетка навигационных изолиний, образованная изостадиями для разных значений параметра D_0 , называется *стадиометрической*.

Изопеленга (или изоазимута) — линия равных пеленгов Π с судна M на ориентир A (рис. 1.6). Чтобы получить уравнение изопеленги, надо в формулу навигационной функции пеленга (1.4) подставить фиксированное значение параметра Π , например $\Pi = \Pi_0$:

$$\operatorname{ctg} \Pi_0 = \operatorname{tg} \Phi \cos \varphi \operatorname{cosec} (\Lambda - \lambda) - \sin \varphi \operatorname{ctg} (\Lambda - \lambda). \quad (1.25)$$

На небольших удалениях от ориентира, когда по малости $\Lambda - \lambda = \Delta\lambda$, можно принять $\operatorname{cosec} \Delta\lambda \approx \operatorname{ctg} \Delta\lambda \approx 1/\Delta\lambda$, формула (1.25) принимает вид

$$\operatorname{ctg} \Pi_0 = \frac{\sin \Phi \cos \varphi - \cos \Phi \sin \varphi}{\Delta\lambda \cos \Phi}.$$

Числитель этого выражения равен $\sin(\Phi - \varphi) = \sin \Delta\varphi \approx \Delta\varphi$, а знаменатель — отшествию $\Delta\omega = \Delta\lambda \cos \Phi$. С учетом этого получаем

$$\operatorname{ctg} \Pi_0 = \Delta\varphi / \Delta\omega. \quad (1.26)$$

Если небольшой участок Земли вблизи ориентира считать плоским, то изопеленга (1.25) принимает вид прямой линии (1.26), проходящей через ориентир под углом Π_0 к меридиану (рис. 1.7).

Использование сферической полярной системы координат ρ, ψ с полюсом в точке A и направлением полярной оси к северу не упрощает уравнение изопеленги (1.25), которое в этих координатах имеет вид

$$\operatorname{ctg} \Pi_0 = \operatorname{tg} \Phi \sin \rho \operatorname{cosec} \psi - \cos \rho \operatorname{ctg} \psi.$$

Сетка навигационных изолиний, образованная изопеленгами для разных значений пеленгов Π_0 , называется *азимутальной*.

Ортодромия (дуга большого круга) служит навигационной изолинией обратного пеленга Π'_0 , т. е. пеленга с ориентира A на точку M (рис. 1.8). Чтобы получить уравнение этой изолинии, надо подставить в формулу навигационной функции обратного пеленга (1.5) значение $\Pi' = \Pi'_0$:

$$\operatorname{ctg} \Pi'_0 = -\cos \Phi \operatorname{tg} \varphi \operatorname{cosec} (\Lambda - \lambda) + \sin \Phi \operatorname{ctg} (\Lambda - \lambda). \quad (1.27)$$

На небольших удалениях от ориентира это уравнение можно упростить аналогично описанному выше, что приводит к выражению

$$\operatorname{ctg} \Pi'_0 = \Delta\varphi / \Delta\omega. \quad (1.28)$$

Таким образом убеждаемся, что на небольших расстояниях от ориентира участок ортодромии — прямая, проходящая через

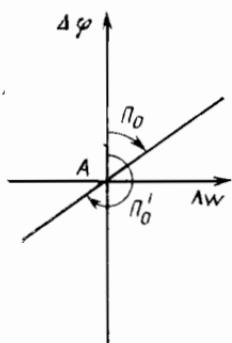


Рис. 1.7. Линия прямого и обратного пеленгов на плоскости

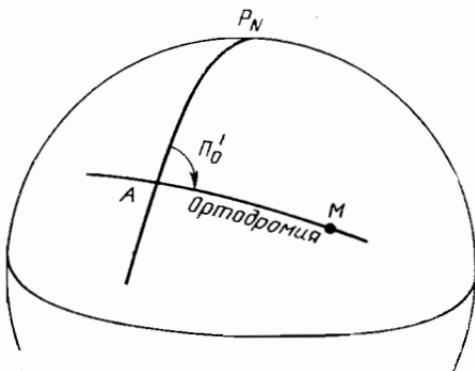


Рис. 1.8. Ортодромия

ориентир (см. рис. 1.7), причем прямой Π_0 и обратный Π_0' пеленги различаются на 180° .

В полярной системе координат ρ, ψ с полюсом в точке A и направлением полярной оси к северу уравнение ортодромии на сфере (1.27) и ее участка на плоскости (1.28) принимает вид $\Pi_0' = \psi$.

Сетка навигационных изолиний, образованная ортодромиями, проходящими через ориентир под разными углами Π' к меридиану, называется, как и в предыдущем случае, азимутальной.

Гипербола — линия равных разностей расстояний до двух ориентиров A и B , которые служат ее фокусами (рис. 1.9). Проходящая через них кратчайшая линия (на сфере — ортодромия) называется базовой линией, а ее участок между ориентирами — базой, длиной которой D_{AB} .

Для вывода уравнения сферической гиперболы применим к равенству (1.6) формулу косинуса разности

$$\cos \Delta D = \cos(D_B - D_A) = \cos D_A \cos D_B + \sin D_A \sin D_B.$$

Выражая синусы расстояний D_A и D_B через их косинусы, находим

$$(\cos \Delta D - \cos D_A \cos D_B)^2 = (1 - \cos^2 D_A)(1 - \cos^2 D_B).$$

что после выполнения указанных действий дает уравнение

$$\sin^2 \Delta D + 2 \cos \Delta D \cos D_A \cos D_B - \cos^2 D_A - \cos^2 D_B = 0. \quad (1.29)$$

Полученное уравнение сферической гиперболы инвариантно к выбору системы координат, поскольку от такого выбора не

зависят величины D_A , D_B и ΔD , поэтому такое уравнение называют «натуральным» [23]. Чтобы перейти к географическим координатам φ , λ текущей точки M , надо в уравнение (1.29) подставить выражения $\cos D_A$ и $\cos D_B$ по формуле (1.2), используя поочередно координаты ориентиров Φ_A , Λ_A и Φ_B , Λ_B . Не делая такой подстановки (имеется в книге Б. А. Вульфовича [23]), отметим лишь, что на малых расстояниях, когда их тригонометрические функции могут быть заменены первыми членами разложений в ряды, уравнение (1.29) преобразуется в известное уравнение плоской гиперболы [105].

В сферических полярных координатах ρ , ψ с полюсом в ближайшем фокусе (A на рис. 1.9) и направлением полярной оси на другой фокус (B на рис. 1.9) имеем $D_A = \rho$. Из сферического треугольника ABM по теореме косинуса стороны

$$\cos D_B = \cos D_{AB} \cos \rho + \sin D_{AB} \sin \rho \cos \psi.$$

$$\Delta D = D_B - \rho,$$

поэтому

$$\cos D_B = \cos (\Delta D + \rho) = \cos \Delta D \cos \rho - \sin \Delta D \sin \rho.$$

Приравнивая правые части двух последних выражений, получаем после преобразований уравнение сферической гиперболы в полярных координатах

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{\cos \Delta D - \cos D_{AB}}{\sin \Delta D + \sin D_{AB} \cos \psi}. \quad (1.30)$$

Заменяя в этом уравнении тригонометрические функции малых величин первыми членами их разложений в ряды, получаем известное [105] уравнение плоской гиперболы с таким же выбором системы полярных координат (рис. 1.10)

$$\rho = \frac{D^2_{AB} - \Delta D^2}{2(\Delta D + D_{AB} \cos \varphi)}. \quad (1.31)$$

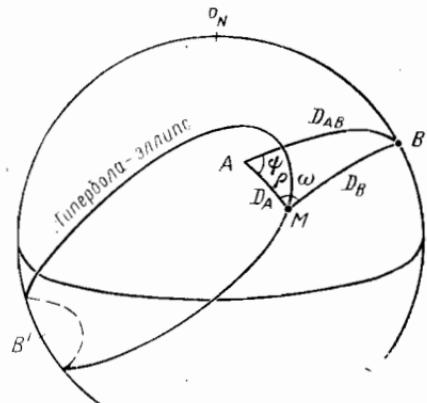


Рис. 1.9. Сферическая гипербола-эллипс

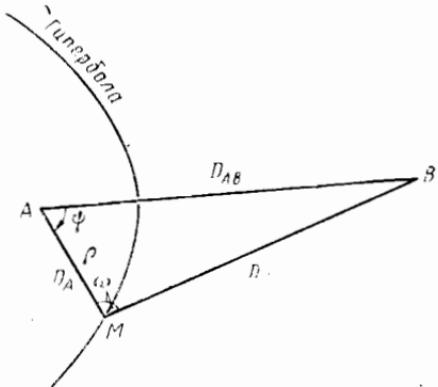


Рис. 1.10. Гипербола на плоскости

Сопоставление уравнений (1.30) и (1.31) показывает особенности сферической гиперболы по сравнению с плоской. Так, для любой гиперболы всегда $\Delta D < D_{AB}$, поэтому когда $\phi > 90^\circ$ и увеличивается, то знаменатели сравниваемых уравнений стремятся к нулю. Для плоской гиперболы (1.31) это выражает хорошо известное свойство: ρ неограниченно увеличивается, и ветви гиперболы уходят в бесконечность. Для сферической гиперболы (1.30) это означает лишь, что

ρ приближается к 90° . При дальнейшем увеличении ϕ для плоской гиперболы (1.31) положительных ρ не существует (при $\phi > \arccos(\Delta D / D_{AB})$), а для сферической гиперболы (1.30) ρ остается конечной положительной величиной и при $\phi = 180^\circ$ имеем $\rho_{180} = 180^\circ - \rho_0$, где ρ_0 — сферический радиус-вектор при $\phi = 0$.

Изложенное доказывает, что сферическая гипербола в отличие от плоской — замкнутая кривая. При этом сферическая гипербола с фокусами A и B одновременно является и сферическим эллипсом (для его точек постоянна сумма расстояний до фокусов) с фокусами A и B' , где B' — антипод точки B , т. е. диаметрально противоположная ей точка.

Горизонтальный угол между направлениями на ориентиры (угол, под которым как бы видна база) называется базовым углом ω . Касательная к плоской гиперболе в любой точке является, как известно [105], биссектрисой угла ω в этой точке. Это же справедливо, как будет показано далее, и для сферической гиперболы.

Изодопой называется линия равных значений радиальной скорости V_r , изменения расстояния между навигационным спутником и судном [20, 24, 50, 108—117]. Такое название этой изолинии объясняется тем, что для измерения параметра V_r , используют эффект Доплера: разность F частот сигнала, излучаемого спутником и принимаемого на судне (т. е. доплеровский сдвиг частоты F), пропорциональна изменению расстояния между ними, т. е. скорости V_r , изменения этого расстояния.

Величина V_r — проекция вектора линейной скорости \bar{V}_s спутника на линию, соединяющую спутник и судно, поэтому

$$V_r = V_s \cos \alpha \quad (1.32)$$

и постоянному значению V_r соответствует поверхность кругового конуса с вершиной у спутника S с осью вдоль вектора \bar{V}_s и с

углом α между осью и образующими (рис. 1.11). Пересечение этого конуса с поверхностью Земли дает навигационную изолинию равных значений F , угла α и, следовательно, постоянного значения V_r , т. е. изодопу. (В книге Е. П. Чурова [115] на с. 94 сказано, что эта линия — сферическая гипербола; ошибочность этого утверждения доказывается в статье В. П. Кожухова [116].)

Учитывая равенство (1.32), параметром изодопы можно считать $\cos \alpha$. Чтобы получить ее уравнение в сферической полярной системе координат ρ, ψ , воспользуемся формулой навигационной функции параметра V_r (1.8), подставив в нее фиксированное значение α , например $\alpha = \alpha_0$:

$$\cos \psi = \frac{\cos \alpha_0 \sqrt{1 + k^2 - 2k \cos \rho}}{\sin \rho}, \quad (1.33)$$

где k — расстояние до спутника от центра Земли, выраженное в земных радиусах, как и в формуле (1.8).

Если небольшой участок Земли считать плоским и по малости ρ заменить его синус и косинус первыми членами разложений в ряды, то формула (1.33) приводится к виду

$$\cos \psi = \frac{\cos \alpha_0 \sqrt{H_2 + \rho^2}}{\rho}, \quad (1.34)$$

где H — высота спутника над поверхностью Земли.

Полученное уравнение (1.34) выражает в полярных координатах плоскую гиперболу [105] с действительной полуосью $H \operatorname{ctg} \alpha$ и с мнимой полуосью H . Это, впрочем, заранее очевидно, так как изодопа принимается в этих условиях линией пересече-

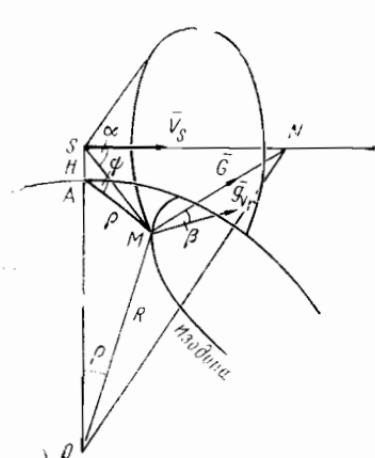


Рис. 1.11. Изодопа

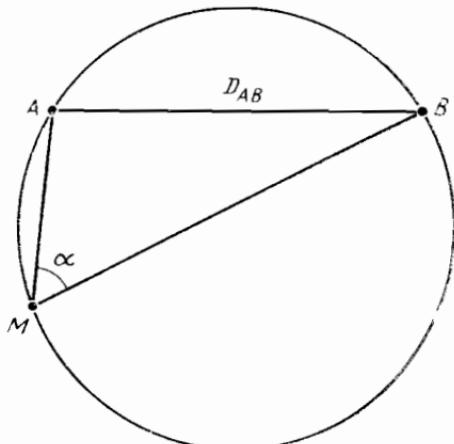


Рис. 1.12. Изогона

ния кругового конуса плоскостью, параллельной его оси и отстоящей от нее на расстоянии H .

Изогона — линия равных значений горизонтального угла α между направлениями на два ориентира. Горизонтальные углы измеряют секстантом в пределах визуальной видимости, т. е. на таких расстояниях до ориентиров, при которых участок Земли можно считать плоским. При этом условии изогоной является окружность, проходящая через ориентиры A и B и имеющая вписаным угол α (рис. 1.12).

1.4. ГРАДИЕНТЫ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Как следует из определения навигационной изолинии, при перемещении вдоль нее навигационный параметр остается постоянным, а при любом ином перемещении изменяется. Общее суждение об изменении навигационного параметра в зависимости от перемещения точки дает сетка его изолиний. Так, очевидно, что параметр изменяется наиболее быстро при переходе с одной изолинии на другую по кратчайшему расстоянию между ними, которое при малых расстояниях практически совпадает с нормалью к изолинии.

Столь же очевидно, что скорость изменения параметра больше в тех местах, где гуще проходят изолинии, проведенные для равноотстоящих на величину ΔU значений параметра, как это показано на рис. 1.13. Если Δp — расстояние между смежными изолиниями, то отношение $\Delta U / \Delta p$ характеризует наибольшую скорость изменения параметра U в данном месте. Однако это отношение выражает скорость, среднюю на интервале Δp , и зависит от выбора этого интервала. Чтобы избавиться от этой зависимости и обусловленной ею неопределенности, переходят к пределу того же отношения:

$$g = \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta p} = \frac{dU}{dp}. \quad (1.35)$$

Величина Δp измеряется по нормали к изолинии, поэтому равенство (1.35) принимают за определение градиента, которым называют производную от функции по нормали к ее изолинии [105—107]. Это же определение в применении к навигации можно представить в ином, более удобном для дальнейшего использования виде.

Градиентом навигационного параметра называется вектор \bar{g} , направленный по нормали к навигационной изолинии в сторону ее смещения при положительном приращении параметра, причем модуль этого вектора характеризует наибольшую скорость изменения параметра в данном месте.

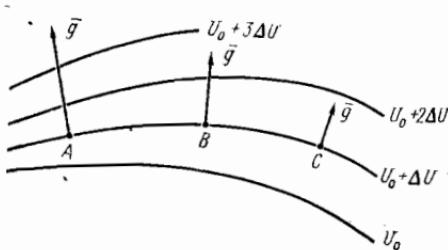


Рис. 1.13. Зависимость градиента от густоты изолиний

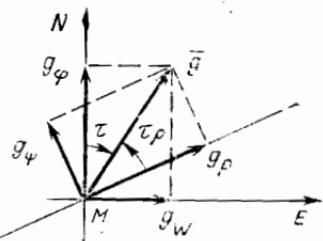


Рис. 1.14. Проекция градиента на координатные оси

Как отмечалось, градиент больше в тех местах, где гуще проходят навигационные изолинии, как это показано для трех точек A , B и C одной из них на рис. 1.13.

Из формулы (1.35) и определения градиента навигационного параметра следует, что его размерность равна размерности параметра U , поделенной на линейную величину.

В любой точке M проекции градиента на меридиан g_φ и на параллель g_w характеризуют скорость изменения навигационного параметра вдоль этих линий и равны частным производным от навигационной функции (1.1) по широте и по отшествию (рис. 1.14):

$$g_\varphi = \frac{\partial U}{\partial \varphi}; \quad g_w = \frac{\partial U}{\partial w}. \quad (1.36)$$

Если навигационная функция выражается в системе сферических полярных координат ρ , ψ , то частные производные по этим координатам дают составляющие вектора \bar{g} вдоль радиуса-вектора g_ρ и по нормали к нему g_ψ (см. рис. 1.14, где P — полюс системы полярных координат):

$$g_\rho = \frac{\partial U}{\partial \rho}; \quad g_\psi = \frac{\partial U}{\sin \rho \partial \psi}. \quad (1.37)$$

Модуль g градиента \bar{g} инвариантен к выбору системы координат и выражается через его составляющие:

$$g = \sqrt{g^2_\varphi + g^2_w} = \sqrt{g^2_\rho + g^2_\psi}. \quad (1.38)$$

Направление градиента зависит от выбора системы отсчета. Относительно северной части меридиана направление вектора \bar{g} определяется углом τ :

$$\sin \tau = g_w/g; \quad \cos \tau = g_\varphi/g, \quad (1.39)$$

а относительно радиуса-вектора ρ — углом τ_ρ :

$$\sin \tau_\rho = g_\psi/g; \quad \cos \tau_\rho = g_\rho/g. \quad (1.40)$$

Формулы (1.39) и (1.40) выражают направление градиента через функции синуса и косинуса, по сочетанию знаков которых определяется четверть.

Приведенные формулы (1.38) — (1.40) — общие. Они применимы к любому навигационному параметру, для чего надо найти вначале частные производные (1.36) или (1.37) от навигационной функции (1.1). Проиллюстрируем это на простом примере.

Пример 1.7. Найти модуль g_D и направление τ градиента расстояния D по общим формулам (1.36) — (1.40).

Навигационную функцию (1.2) параметра D в географических координатах φ, λ представим в таком виде:

$$D = \arccos [\sin \Phi \sin \varphi + \cos \Phi \cos \varphi \cos (\Lambda - \lambda)]. \quad (1.41)$$

Дифференцируя это выражение по φ , получаем

$$g_\varphi = \frac{\partial D}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 D}} [\sin \Phi \cos \varphi - \cos \Phi \sin \varphi \cos (\Lambda - \lambda)].$$

Здесь знаменатель правой части равен $\sin D$, а числитель по теореме пяти элементов [79] из сферического треугольника AMP_N (см. рис. 1.1) равен $\sin D \cos \Pi$. Поэтому

$$g_\varphi = -\cos \Pi, \quad (1.42)$$

где Π — пеленг ориентира.

Дифференцируя то же равенство (1.41) по λ , находим

$$\frac{\partial D}{\partial \lambda} = -\frac{1}{\sin D} \cos \Phi \cos \varphi \sin (\Lambda - \lambda).$$

По теореме синусов сферической тригонометрии из треугольника AMP_N (см. рис. 1.1) имеем $\cos \varphi \sin (\Lambda - \lambda) = \sin D \sin \Pi$. Учитывая, кроме того, зависимость между изменениями долготы и отшествия, получаем

$$g_\lambda = \frac{\partial D}{\cos \varphi \partial \lambda} = -\sin \Pi. \quad (1.43)$$

Используя равенства (1.42) и (1.43), по формулам (1.38) и (1.39) находим $g_D = 1$; $\sin \tau = -\sin \Pi$; $\cos \tau = -\cos \Pi$, откуда $\tau = \Pi \pm 180^\circ$.

Для того же навигационного параметра D навигационная функция в полярных координатах с полюсом в точке ориентира имеет вид $D = \rho$. Формулы (1.37) дают $g_\rho = 1$; $g_\varphi = 0$, откуда по формулам (1.38) и (1.40) получаем $g_D = 1$; $\tau_\rho = 0$.

Этот пример показывает, как удачным выбором системы координат (в данном случае полярной) можно существенно упростить преобразования. С той же целью в навигации, начиная с трудов В. В. Каврайского [3], применяется иной прием: для простых функций градиенты находят непосредственно, а затем через них выражают градиенты сложных функций. Для определения градиентов простых функций вместо точного равенства (1.35) пользуются приближенным

$$g \approx \Delta U / \Delta \rho, \quad (1.44)$$

где ΔU — малое приращение навигационного параметра;

Δp — смещение навигационной изолинии.

По определению градиент — производная, поэтому ему присущи все свойства производной. Из этого, в частности, следует правило: градиент разности двух функций равен разности их градиентов.

Пользуясь формулой (1.44) и этим правилом, найдем градиенты (их модули и направления) основных навигационных параметров.

Найдем градиент *расстояния* D . Приращение расстояния ΔD (рис. 1.15) обусловливает такое же смещение Δp изолинии (на рис. 1.15 смещенная изолиния проведена штриховой линией), поэтому формула (1.44) дает модуль градиента расстояния $g_D = 1$. Направлен этот градиент от ориентира, т. е. $\tau = \Pi \pm 180^\circ$.

Найдем градиент *высоты светила* h . Приращение высоты Δh (см. рис. 1.2) вызывает такое же уменьшение зенитного расстояния z , которое равно расстоянию до полюса освещения (географического места светила). Поэтому модуль градиента высоты светила такой же, как и расстояния: $g_h = 1$, а направлен градиент к светилу, т. е. $\tau = A$, где A — азимут светила.

Пеленг Π и *обратный пеленг* Π' рассмотрим вначале для небольших удалений от ориентира A , когда участок Земли можно считать плоским (рис. 1.16).

Приращение $\Delta \Pi$ пеленга Π обусловливает поворот линии пеленга (на рис. 1.16 повернутая линия показана штриховой) и линейное смещение любой ее точки на величину $\Delta p = \Delta \Pi D$, где $\Delta \Pi$ выражено в радианах, а D — расстояние до ориентира. Отсюда, выражая $\Delta \Pi$ в градусах, по формуле (1.44) получаем модуль градиента пеленга

$$g_\Pi = 57,3^\circ/D. \quad (1.45)$$

Как видно на рис. 1.16, направление этого градиента $\tau = \Pi - 90^\circ$.

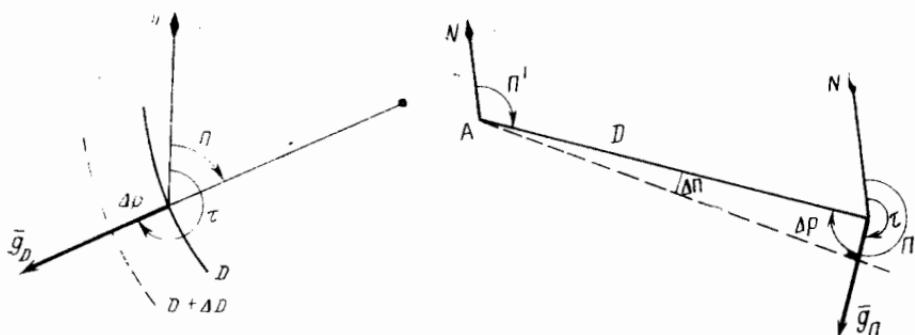


Рис. 1.15. Градиент расстояния

Рис. 1.16. Градиенты прямого и обратного пеленгов на плоскости

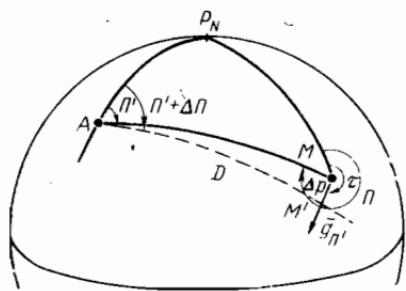


Рис. 1.17. Градиенты прямого и обратного пеленгов на сфере

Приращение $\Delta\Pi$ обратного пеленга Π' обуславливает такой же поворот линии пеленга, вследствие чего градиент для этого случая тот же, что и для пеленга. Направление градиента может быть выражено через обратный пеленг: $\tau = \Pi' + 90^\circ$.

На больших расстояниях от ориентира, когда приходится учитывать сферичность Земли, градиенты пеленга и обратного пеленга разные.

На сфере приращение обратного пеленга $\Delta\Pi$ обуславливает поворот его изолинии — ортодромии вокруг ориентира A (рис. 1.17). Из сферического треугольника AMM' , где угол M прямой, по теореме синусов имеем

$$\frac{\sin \Delta\Pi}{\sin \Delta\rho} = \frac{1}{\sin D},$$

откуда, заменяя синусы малых величин $\Delta\Pi$ и $\Delta\rho$ их значениями в радианах, выражая затем $\Delta\Pi$ в градусах, а $\Delta\rho$ в милях, в соответствии с формулой (1.44) получаем

$$g_{\Pi'} = 1/60 \sin D. \quad (1.46)$$

Направление этого градиента, как видно на рис. 1.17, определяется углом $\tau = \Pi - 90^\circ$, или $\tau = \Pi' + 90^\circ + \gamma$, где γ — схождение меридианов точек A и M .

Градиент пеленга на сфере определяется сложнее. Обычно вначале рассматривают вспомогательный параметр — направление как горизонтальный угол между некоторым неизменным всюду направлением и направлением на заданную точку, расстояние до которой D . Для этого параметра выводят формулу градиента направления $g = \operatorname{ctg} D$, используя, например, гномоническую проекцию поверхности Земли с полюсом проекции в точке судна [3, 6, 12]. Затем пеленг Π представляют как разность двух направлений: одно на северный полюс (расстояние до него $90^\circ - \varphi$), второе — на ориентир, после чего градиент пеленга определяют как векторную разность градиентов двух направлений. Вместо этого проще воспользоваться в данном случае общими формулами (1.36), (1.38) и (1.39).

Дифференцируя навигационную функцию пеленга (1.4) по φ , а затем по λ , находим:

$$g_\varphi = \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = \operatorname{ctg} D \sin \Pi; \quad g_\lambda = \frac{\partial \Pi}{\cos \varphi \partial \lambda} = \operatorname{tg} \varphi - \operatorname{ctg} D \cos \Pi.$$

Подставляя эти выражения в формулы (1.38) и (1.39), получаем модуль и направление градиента пеленга на сфере в градусах на милю:

$$g_{\Pi} = \frac{1}{60} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{ctg}^2 D - 2 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{ctg} D \cos \Pi}; \quad (1.47)$$

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{ctg} D \sin \Pi} - \operatorname{ctg} \Pi.$$

Заметим, что при малых расстояниях до ориентира D величина $\operatorname{tg} \varphi$ пренебрежимо мала (исключая близполюсные районы) по сравнению с $\operatorname{ctg} D$. Если к тому же по малости D принять $\operatorname{ctg} D \approx 1/\sin D \approx 1/D$, то формулы (1.46) и (1.47) принимают вид формулы (1.45).

Разность расстояний ΔD до двух ориентиров $\Delta D = D_A - D_B$ имеет градиент, равный разности градиентов этих расстояний: $\bar{g}_{\Delta D} = \bar{g}_{D_A} - \bar{g}_{D_B}$. Из векторного треугольника градиентов (рис. 1.18), учитывая, что $g_{D_A} = g_{D_B} = 1$ и этот треугольник равнобедренный,

$$g_{\Delta D} = 2 \sin \frac{\omega}{2}, \quad (1.48)$$

где ω — базовый угол.

Модуль градиента расстояния всегда равен единице, поэтому формула (1.48) справедлива для сферы и для плоскости. Из того же векторного треугольника (см. рис. 1.18) явствует, что градиент разности расстояний $\bar{g}_{\Delta D}$ направлен перпендикулярно биссектрисе базового угла в сторону ближайшего фокуса гиперболы. Вместе с тем вектор $\bar{g}_{\Delta D}$, как и любой градиент, нормален к изолинии, из чего следует, что касательная к гиперболе (плоской и сферической) делит пополам базовый угол в точке касания.

Радиальная скорость V_r изменения расстояния r между спутником S и точкой M на поверхности Земли (см. рис. 1.4) равна проекции скорости V_s спутника на линию SM : $V_r = V_s \cos \alpha$.

Зависимость между приращениями параметра V_r и угла α найдем, продифференцировав последнюю формулу по этим переменным и переходя к конечным приращениям: $\Delta V_r = -\Delta \alpha V_s \sin \alpha$.

В пространстве смещение Δr точки M в зависимости от $\Delta \alpha$

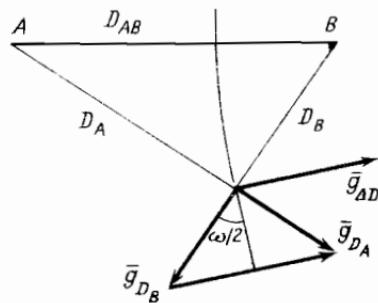


Рис. 1.18. Градиент разности расстояний

(в радианах) направлено по нормали к линии SM в плоскости вектора \bar{V}_s в его сторону и имеет величину $\Delta p = \Delta a r$, откуда по формуле (1.44) находим модуль пространственного градиента G (см. рис. 1.11):

$$G = \frac{\Delta U_r}{\Delta p} = \frac{V_s}{r} \sin \alpha.$$

На поверхности Земли градиент \bar{g}_v , параметра V_r , равен горизонтальной проекции вектора G :

$$g_{v_r} = G \cos \beta = \frac{V_s}{r} \sin \alpha \cos \beta. \quad (1.49)$$

Чтобы найти входящий сюда угол β , обратимся к рис. 1.11. Из $\triangle SMN$, где $\angle SMN = 90^\circ$, имеем $MN = r \operatorname{tg} \alpha$; $SN = r \sec \alpha$. Используя второе из этих равенств, из $\triangle OSN$, где $\angle OSN = 90^\circ$, а $OS = R + H$, находим $ON^2 = (R + H)^2 + r^2 \sec^2 \alpha$. Наконец, из $\triangle OMN$, где $\angle OMN = 90^\circ + \beta$; $OM = R$, а $MN = r \operatorname{tg} \alpha$, имеем $ON^2 = R^2 + r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 2Rr \operatorname{tg} \alpha \sin \beta$, откуда, приравняв правые части двух последних выражений, получаем

$$\sin \beta = \frac{k^2 - 1 + r^2_1}{2r_1} \operatorname{ctg} \alpha, \quad (1.50)$$

где расстояния выражены в земных радиусах R : $r_1 = \frac{r}{R}$; $k = \frac{R + H}{R}$.

Формула (1.49) со значением β из формулы (1.50) выражает модуль градиента радиальной скорости через угол α (который зависит от измеряемого параметра) и расстояние r_1 до спутника. Это расстояние в свою очередь может быть представлено через кратчайшее (по ортодромии) расстояние v от точки M до проекции орбиты спутника на поверхность Земли (см. рис. 1.11)

$$r^2_1 = 1 + k^2 - 2k^2 \cos^2 \alpha \pm 2k\sqrt{k^2(1 - \cos^4 \alpha) - \sin^2 v}$$

или через наибольшую высоту h_{\max} спутника, которая связана с величиной v равенством

$$\cos^2 h_{\max} = \frac{k^2 \sin^2 v}{1 + k^2 - 2k \cos v}.$$

Эти выражения вместе с формулами (1.49) и (1.50) показывают, что для точки, расположенной в плоскости орбиты спутника ($v = 0$), имеем $g_{v_r} \approx 0$, когда спутник у горизонта ($h \approx 0$). Напротив, когда спутник в зените ($h_{\max} = 90^\circ$), g_{v_r} достигает наибольшего значения.

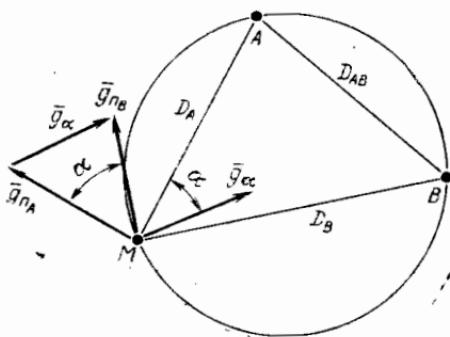


Рис. 1.19. Градиент горизонтального угла

Горизонтальный угол α между направлениями на два ориентира (см. рис. 1.3) можно представить как разность пеленгов этих ориентиров: $\alpha = \Pi_B - \Pi_A$. В соответствии с этим градиент угла g_α определяется как разность градиентов пеленгов: $g_\alpha = g_{\Pi_B} - g_{\Pi_A}$. Из векторного треугольника градиентов (рис. 1.19)

$$g^2_\alpha = g^2_{\Pi_A} + g^2_{\Pi_B} - 2g_{\Pi_A}g_{\Pi_B} \cos \alpha.$$

Подставляя сюда выражения модулей градиентов пеленгов по формуле (1.47), можно получить аналогичное выражение для градиента g_α . Однако угол α измеряется секстаном в пределах визуальной видимости ориентиров, т. е. на малых расстояниях, когда участок Земли можно считать плоским, поэтому вместо формулы (1.47) воспользуемся для градиентов пеленгов формулой (1.45):

$$g_\alpha = 57,3^\circ \sqrt{\frac{1}{D_A^2} + \frac{1}{D_B^2} - \frac{2 \cos \alpha}{D_A D_B}}.$$

Отсюда, переходя от градусов к угловым минутам, после преобразований получаем

$$g_\alpha = 3438' \frac{D_{AB}}{D_A D_B}. \quad (1.51)$$

Направлен этот градиент к центру окружности, проходящей через данную точку и ориентиры.

1.5. ЛИНИЯ И ПОЛОСА ПОЛОЖЕНИЯ

Линией положения называется прямая, заменяющая небольшой участок навигационной изолинии вблизи счислимого места судна. Это определение охватывает два вида линий положения, применяемых в судовождении: касательные и хорды.

Определяющей точкой называется точка, принадлежащая одновременно навигационной изолинии и линии положения. Линия положения — касательная имеет одну такую точку: это ближайшая к счислимому месту точка изолинии, в которой ее касается линия положения. Линия положения — хорда имеет две определяющие точки, в которых она пересекает навигационную изолинию вблизи счислимого места. Конечно, если погрешности счислимого места невелики, то все определяющие точки находятся рядом и тогда касательная и хорда практически сливаются в одну линию положения, хотя коэффициенты ее уравнения и методы построения остаются разными в зависимости от того, считать ее касательной или хордой.

Чтобы получить уравнение линии положения — касательной, надо уравнение навигационной изолинии (1.22) разложить в ряд Тейлора в счислимой точке M_c (φ_c, λ_c) и ограничиться членами не выше первой степени переменных $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_c$ и $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_c$:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} \right)_c \Delta\varphi + \left(\frac{\partial U}{\partial \lambda} \right)_c \Delta\lambda - (U_0 - U_c) = 0. \quad (1.52)$$

Здесь значения частных производных и параметра U_c берутся в счислимой точке (что отмечено индексом c), а U_0 — обсервованное значение навигационного параметра. Применяя для коэффициентов уравнения (1.52) общепринятые обозначения:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} \right)_c = a; \quad \left(\frac{\partial U}{\partial \lambda} \right)_c = b'; \quad U_0 - U_c = l, \quad (1.53)$$

представим его в таком виде:

$$a\Delta\varphi + b'\Delta\lambda - l = 0. \quad (1.54)$$

Входящие сюда $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ — текущие координаты линии положения в прямоугольной системе координат с началом в счислимой точке M_c , как это показано на рис. 1.20. На рис. 1.20 изображены две навигационные изолинии, соответствующие значениям параметров U_c и U_0 , и касательная ко второй из них линия положения $I-I$, а также линия положения в виде хорды K_1K_2 , о которой сказано далее.

Уравнения линий положения вида (1.54) со значениями коэффициентов (1.53) применяются при решении задач с помощью электронных вычислительных машин (ЭВМ). Для построения линии положения на карте или планшете надо уравнять масштабы вдоль координатных осей, для чего от разности долгот $\Delta\lambda$ переходим к отшествию $\Delta\omega = \Delta\lambda \cos \varphi$. От этого изменяется только второй коэффициент, и вместо b' будет

$$b = \left(\frac{\partial U}{\cos \varphi \partial \lambda} \right)_c = \left(\frac{\partial U}{\partial \omega} \right)_c, \quad (1.55)$$

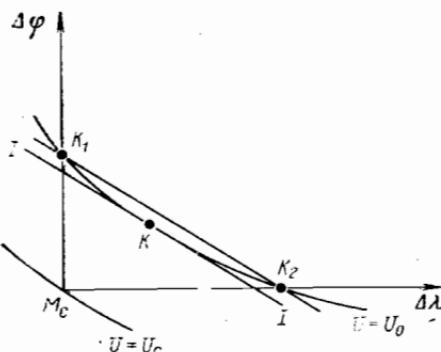


Рис. 1.20. Линии положения — касательная и хорда

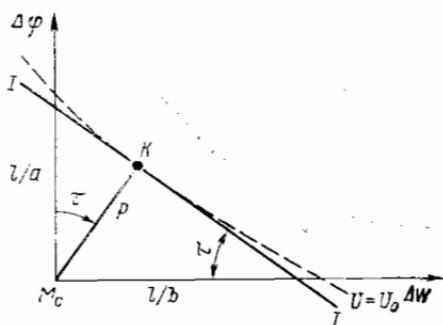


Рис. 1.21. К выводу нормального уравнения линии положения

с учетом чего получаем *уравнение линии положения в общем виде*:

$$a\Delta\varphi + b\Delta\lambda - l = 0. \quad (1.56)$$

Обращаем внимание на то, что коэффициенты этого уравнения a и b по формулам (1.36) равны проекциям градиента на меридиан и на параллель в счислимой точке, а по формуле (1.38) модуль градиента в этой же точке определяется равенством

$$g = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Подставляя в уравнение (1.56) поочередно $\Delta\varphi = 0$ и $\Delta\lambda = 0$, убеждаемся, что линия положения отсекает на параллели и меридиане отрезки l/b и l/a , как это показано на рис. 1.21, где линия положения обозначена $I—I$, а штриховой линией изображен участок навигационной изолинии. Очевидно, построение линии положения по отрезкам затруднительно, если она пересекает одну из координатных осей под острым углом. Чтобы избавиться от таких затруднений и сделать построение линии положения единообразным при любом ее направлении, ее общее уравнение (1.56) приводят к нормальному виду. Для этого, как известно из аналитической геометрии [105], уравнение надо умножить на нормирующий множитель μ :

$$\mu = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Сопоставляя эту формулу с предыдущей, убеждаемся, что в терминах теории скалярного поля, как это принято в судовождении, начиная с работ В. В. Каврайского [3], для приведения уравнения линии положения кциальному виду его надо разделить на модуль градиента навигационного параметра.

Из прямоугольного треугольника, образованного линией положения $I-I$ и координатными осями (см. рис. 1.21), убеждаемся в справедливости следующих равенств:

$$a/g = \cos \tau; \quad b/g = \sin \tau; \quad l/g = p. \quad (1.57)$$

С учетом этого получаем *уравнение линии положения в нормальном виде*

$$\Delta\varphi \cos \tau + \Delta\lambda \sin \tau - p = 0. \quad (1.58)$$

Входящий сюда угол τ — направление градиента относительно меридиана в счислимой точке, как это следует из формулы (1.39) и рис. 1.21. Величина p — расстояние от начала координат (счислимой точки M_c) до линии положения — называется в судовождении *переносом*. Величины τ и p вместе называют элементами линии положения, их рассчитывают для построения такой линии на карте или планшете. Построение состоит в следующем (рис. 1.22):

из счислимой точки проводят линию под углом τ к меридиану;

по этой линии откладывают перенос p (если он отрицателен, то его откладывают по той же линии в противоположную сторону), что дает определяющую точку K ;

через определяющую точку под углом $\tau \pm 90^\circ$ к меридиану проводят прямую, которая и есть линия положения (касательная к навигационной изолинии); если $p=0$, то линия положения проходит через счислимую точку.

Напомним, что линией положения может быть также и хорда, пересекающая навигационную изолинию в двух точках, близких к счислимому месту судна. Чтобы получить уравнение такой линии положения, воспользуемся формулой (1.10), выражающей навигационный параметр в счислимой точке (см. рис. 1.20) $U_c = U(\varphi_c, \lambda_c)$. Дадим аргументам φ_c и λ_c этой навигационной функции поочередно малое приращение Δ , а затем найдем обусловленные этим приращениями функций, которые поделим на приращения аргументов:

$\frac{U(\varphi_c + \Delta, \lambda_c) - U_c}{\Delta}$
 $\frac{U(\varphi_c, \lambda_c + \Delta) - U_c}{\Delta}$

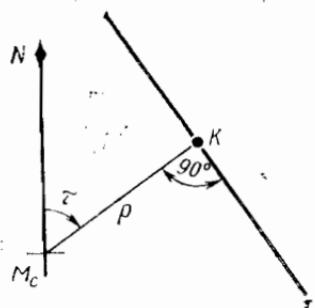


Рис. 1.22. Элементы и проекция линии положения

Полученные отношения характеризуют скорость изменения навигационного параметра U вдоль меридiana и вдоль параллели вблизи счислимого

места. Пользуясь этим, найдем отрезки $M_c K_1$ и $M_c K_2$ (см. рис. 1.20), отсекаемые обсервованной изолинией $U = U_0$ на меридиане и параллели счислимого места:

$$M_c K_1 = \frac{(U_0 - U_c) \Delta}{U(\varphi_c + \Delta, \lambda_c) - U_c} ; M_c K_2 = \frac{(U_0 - U_c) \Delta}{U(\varphi_c, \lambda_c + \Delta) - U_c}.$$

Составим по правилам аналитической геометрии [105] уравнение прямой в отрезках, проходящей через определяющие точки K_1 и K_2 :

$$\frac{\Delta\varphi}{M_c K_1} + \frac{\Delta\lambda}{M_c K_2} = 1.$$

Подставляя сюда предыдущие выражения, получаем уравнение линии положения — хорды. Такое уравнение имеет вид выражения (1.54) со следующими значениями коэффициентов:

$$a = \frac{U(\varphi_c + \Delta, \lambda_c) - U_c}{\Delta} ; b' = \frac{U(\varphi_c, \lambda_c + \Delta) - U_c}{\Delta} ; l = U_0 - U_c.$$

Сопоставляя это выражение и формулы (1.53), убеждаемся, что уравнение линии положения — хорды отличается от уравнения такой же линии — касательной тем, что значения частных производных навигационной функции $U(\varphi, \lambda)$ в счислимой точке заменяются их приближенными значениями (в конечных приращениях) вблизи той же точки. Такая замена позволяет немного упростить программы для ЭВМ.

Действительно, при использовании линий положения — касательных надо иметь разные подпрограммы вычисления коэффициентов a , b' и l по формулам (1.53) для каждого из применяемых навигационных параметров, причем для расчета l требуется подпрограмма вычисления навигационной функции $U = U(\varphi, \lambda)$. Но только эта подпрограмма и нужна для вычисления коэффициентов по последним формулам, которые справедливы для любых навигационных параметров.

Рассчитав и построив линию положения (касательную или хорду к навигационной изолинии), нельзя, конечно, считать, что действительное место судна находится именно на этой линии, так как измерения, вычисления и построения неизбежно содержат погрешности. Рассмотрим влияние погрешностей измерений навигационного параметра, входящих в его обсервованное значение U_0 , и погрешностей вычислений, входящих в его счислимое значение U_c . Характеризуя эти погрешности их средними квадратическими величинами m_U и m_c , в соответствии с последней из формул (1.53) находим по правилам квадратичного сложения среднюю квадратическую погрешность m_l свободного члена l уравнения линии положения (1.54):

$$m_l = \sqrt{m_U^2 + m_c^2}.$$

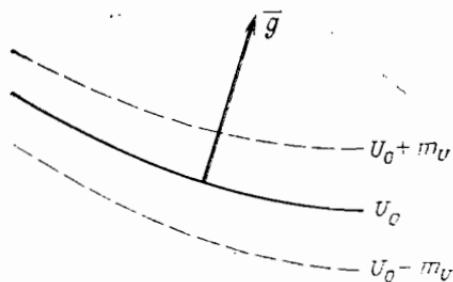


Рис. 1.23. Средняя квадратическая полоса положения

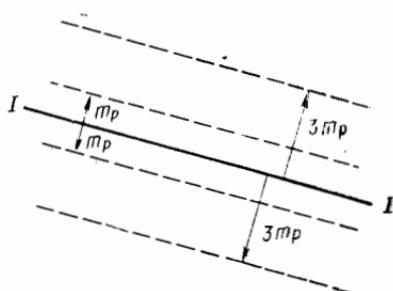


Рис. 1.24. Средняя квадратическая и предельная полосы положения

Все таблицы, применяемые для вычисления счислимых значений навигационных параметров (МТ—75, ТВА—57, ВАС—58 и др.), обеспечивают такую точность, при которой величина m_c составляет не более одной трети m_U . Это соотношение тем более соблюдается при использовании любых вычислительных машин.

Но при таком условии, как следует из свойств квадратичного сложения (см., например [25, с. 157]), пренебрежение слагаемым m_c изменяет величину m_l не более чем на 5 %. Такое же заключение справедливо и для погрешностей графических построений. Поэтому практически принимают $m_l \approx m_U$, т. е. считают, что погрешности линий положения происходят только от погрешностей обсервованных параметров. Но смещение линии положения равно изменению Δp свободного члена p ее уравнения в нормальном виде (1.58). Учитывая это, по последней из формул (1.57) получаем

$$m_p = m_U/g. \quad (1.59)$$

Эта формула выражает среднюю квадратическую погрешность линии положения m_p в зависимости от такой же погрешности измерений параметра m_U и его градиента g или, как говорят иногда, от геометрического фактора $1/g$.

Если обсервованное значение навигационного параметра U_0 уменьшить и увеличить на значение его средней квадратической погрешности m_U и провести соответствующие этому изолинии, то они ограничивают среднюю квадратическую полосу положения (рис. 1.23). Практически такую же полосу получают, сместив линию положения в обе стороны на значение ее средней квадратической погрешности m_p (рис. 1.24), рассчитываемое по формуле (1.59).

Таблица 1.4

Вероятность	с							
	1	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
P_{Γ}	0,683	0,954	0,988	0,927	0,935	0,944	0,953	0,964
$P_{\text{л}}$	0,714	0,918	0,956	0,977	0,987	0,993	0,996	0,998

При нормальном (гауссовском) распределении погрешностей вероятность P_{Γ} того, что место судна находится в пределах увеличенной в c раз средней квадратической полосы, т. е. полосы шириной $2ct_p$, представлена в табл. 1.4, где индексы обозначают число повторяющихся девяток, например, $0,935=0,9995$.

Из табл. 1.4 следует, в частности, что полоса, ширина которой в 3 раза больше средней квадратической ($c=3$), захватывает место судна с вероятностью $P_{\Gamma}=0,977$, или 99,7%. Такую полосу называют обычно *пределной полосой положения*.

Заметим, однако, что часто принимаемое предположение о нормальном распределении погрешностей обосновано теоретически и подтверждается опытом лишь при неизменных условиях измерений и отбрасывании промахов. Вместе с тем как при исследовании точности навигационных измерений для получения априорных оценок, так и при использовании таких оценок на практике неизбежны нерегистрируемые вариации условий измерений. Об этом свидетельствуют изменения оценки среднего квадратического отклонения, получаемые из достаточно больших серий измерений, выполненных, казалось бы в обычных условиях. Подтверждается это следующим примером.

В плавании при разных условиях было измерено секстантом 150 серий по 15 высот Солнца. В каждой серии высоты приведены к средним моменту и месту, после чего без какой-либо отбраковки по формуле (1.11) вычислены оценки средних квадратических отклонений ε_h . Относительная частота попадания ε_h в интервалы по $0,25'$ представлена прямоугольниками гистограммы на рис. 1.25. Как видим, плотность распределения $\varphi(\varepsilon)$ после крутого подъема плавно опускается с ростом $\varepsilon > 0$.

Если при любых неизменных условиях распределение отклонений от среднего в каждой серии нормально с плотностью $f(v|\varepsilon)$, но v случайно варьирует с плотностью $\varphi(\varepsilon)$, то результаты всех измерений в совокупности имеют смешанное (нормальное с переменной дисперсией ε^2) распределение с плотностью

$$f_c(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(v|\varepsilon) \varphi(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (1.60)$$

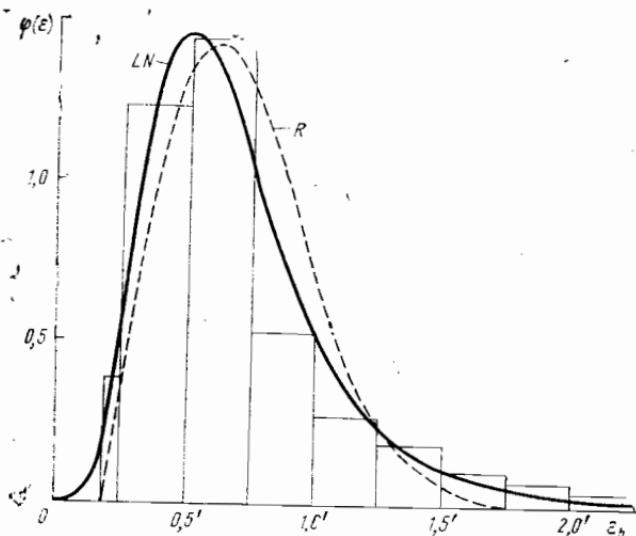


Рис. 1.25 Распределение средних квадратических погрешностей измерений высоты Солнца

Если принять, как это делается в статье В. С. Луцыка и др. [117], что $\phi(\epsilon)$ — распределение Релея (соответствующая этому теоретическая кривая на рис. 1.25 обозначена R), то интегрирование выражения (1.60) приводит к двустороннему экспоненциальному распределению, называемому также распределением Лапласа. При этом плотность смешанного распределения

$$f_L(v) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{|v|}{\epsilon}} . \quad (1.61)$$

Однако приведенные экспериментальные данные, особенно для больших ϵ , лучше описываются логарифмически нормальным распределением, теоретическая кривая которого на рис. 1.25 обозначена LN . В таком случае смешанное (нормальное и логарифмически нормальное) распределение (1.60) через элементарные функции в конечном виде не выражается. Это вынуждает применять численное интегрирование или приближенные замены (аппроксимации). Для больших отклонений ($|v| > 2\epsilon$) от такого распределения мало отличается лапласовское, что и позволяет пользоваться последним на практике. При этом в формулу (1.61) надо подставлять параметр распределения Релея $\epsilon = m\sqrt{2/\pi}$, выражаемый через априорную оценку m средней квадратической погрешности навигационных измерений в «обычных» условиях. Такие значения m для разных видов измерений имеются, например, в Наставлении [118].

В соответствии с распределением Лапласа (1.61) вероятность P_L появления больших погрешностей заметно выше, чем при нормальном распределении P_T , как это следует из табл. 1.4. Заметим, что на превышение доли больших погрешностей навигационных измерений по сравнению с распределением Гаусса обратил внимание Е. У. Андерсон в статье «Нормально ли гауссовское распределение?» [119]. Обоснованность такого вопроса подтверждается экспериментальными данными других публикаций, обзор которых имеется в статьях [120, 121].

Таким образом, при оценке точности навигационных измерений и обсерваций более объективные и осторожные вероятностные суждения дает распределение Лапласа (1.61), что учитывается далее в гл. 4 при расчетах показателя навигационной безопасности.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТА

2.1. ИДЕЯ И СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЙ

По результатам измерения одного навигационного параметра можно составить уравнение его изолинии или провести эту изолинию на карте. Однако, как следует из основной теоремы алгебры [105], из одного уравнения нельзя определить два неизвестных — координаты места судна, так же как одна линия на карте не определяет точку, в которой находится судно. Это обосновывает общий вывод: *по измерению одного навигационного параметра определить место судна принципиально невозможно*. Никакие ухищрения с преобразованиями формул или графическими построениями не могут изменить этот вывод, а любые попытки обойти его заведомо неосуществимы.

Для определения места судна необходимо и достаточно измерение двух навигационных параметров, изолинии которых имеют только одну общую точку в районе возможного нахождения судна. Иначе говоря, в этом районе навигационные изолинии не должны сливаться и пересекаться более чем в одной точке. К тому же по требованиям точности угол пересечения изолиний не должен быть слишком острый (на практике стараются избегать углов менее 30°), о чём подробнее сказано дальше.

Если измерены два навигационных параметра, обсервованные значения которых U_0 и V_0 , то могут быть составлены уравнения их навигационных изолиний:

$$U_0 = U(\varphi, \lambda); V_0 = V(\varphi, \lambda), \quad (2.1)$$

или построены эти изолинии (рис. 2.1).

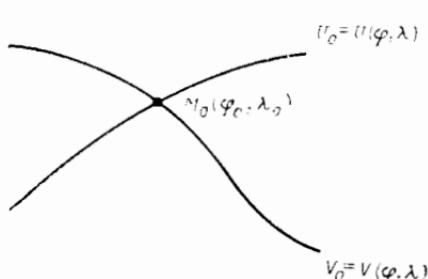


Рис. 2.1. Определение места по двум навигационным изолиниям

Решение системы уравнений (2.1) дает *обсервованные координаты* φ_0, λ_0 места судна, т. е. координаты точки пересечения навигационных изолиний M_0 , которую называют *обсервованным местом судна*. Этими названиями подчёркивается, что обсервованное место и его координаты не являются истинными: они неизбежно содержат погрешности (см. параграфы 1.2 и 1.5).

Два — минимально необходимое для определения места судна число измеряемых навигационных параметров. Если, кроме двух координат места судна, подлежат определению или исключению дополнительные неизвестные, например, поправка компаса при определениях по пеленгам, то число измеряемых навигационных параметров должно быть не меньше числа всех неизвестных величин.

Измерения параметров, выполненные сверх этого необходимого минимума, называют *дополнительными* (или избыточными).

Такие измерения всегда желательны, так как они служат для контроля и позволяют уменьшить влияние случайных погрешностей, чemu посвящен параграф 2.5.

Способы определения места различают в судовождении по разным признакам, но в первую очередь в зависимости от того, какие ориентиры (объекты) и с помощью каких средств наблюдаются.

Такое подразделение способов дает общее представление о надежности и точности получаемого места. Поэтому для разных способов определения приняты разные обозначения обсервованных точек [118]:

Способы определения места	Обозначения обсервованных точек
Визуальные	
Радиолокационные	
По радиопеленгам (секторных и круговых радиомаяков)	
По радионавигационным системам (фазовым, импульсным и импульсно-фазовым)	

Способы определения места	Обозначения обсервованных точек
Астрономические	
По навигационным спутникам	
Место, нанесенное по коор- динатам с автосчислителя	

Если для определения места, кроме измерения навигационных параметров, используются элементы счисления, то получаемое место называют *счислимо-обсервованным* и обозначают



. Однако для определений по разновременно изме-

ренным высотам Солнца традиционно сохраняется общее обозначение любых астрономических обсерваций.

Если определяют место судна по разнородным навигационным параметрам, то его называют *комбинированным*, а обсер-

вованную точку обозначают



Приведенное подразделение способов определений носит обобщенный характер и часто нуждается в конкретизации. В таких случаях в названии способа указывают, сколько и каких параметров измерено, добавляя, если надо, одновременно или разновременно они измерены, а для радионавигационных определений указывают используемую систему. Заметим, что одновременными считают также наблюдения, выполненные одним наблюдателем в быстрой последовательности. Таким образом возникают развернутые названия способов определения места,

например, по трем визуальным пеленгам, по двум горизонтальным углам, по РНС «Лоран-С» в импульсном варианте, по одновременным высотам трех звезд, по радиопеленгу и Солнцу (см. табл. 1 прил. 3 Наставления [118]).

Конечно, не всегда необходимо перечислять все признаки применяемого способа определений, и часто опускают те из них, которые в данном случае или несущественны, или очевидны; получаются сокращенные названия, например, по двум углам, по Солнцу, по трем радиопеленгам.

2.2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТА

Методы определений места подразделяют в зависимости от того, как обрабатываются результаты наблюдений для получения места судна. Ограничиваюсь пока только определениями по двум одновременно измеренным параметрам, можно перефразировать сказанное выше: методы различаются в зависимости от того, как решается система уравнений навигационных изолиний (2.1). С учетом этой оговорки все методы определений места делятся на три группы: графические, аналитические и гра-фоаналитические, как это представлено на схеме (рис. 2.2). Рассмотрим названные группы.

Графические методы. Эти методы широко применяются в практике судовождения и делятся на два вида: оперативную прокладку простейших изолиний и использование карт с сетками изолиний.

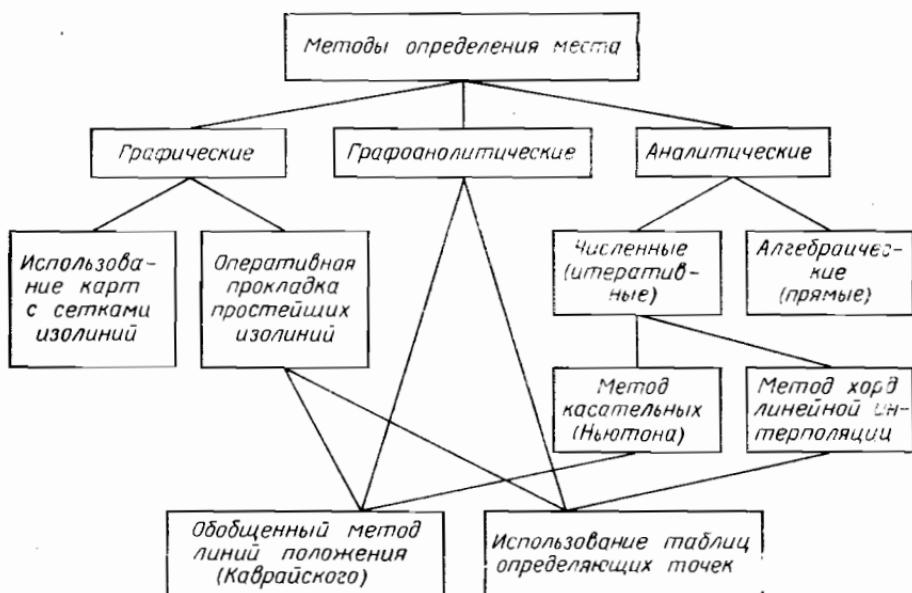


Рис. 2.2. Классификация методов определения места

Оперативную прокладку простейших изолиний или их участков вблизи точки пересечения выполняют на карте во время определения места после измерения навигационных параметров. Этот метод наиболее распространен при визуальных и радиолокационных определениях, когда из-за небольших удалений от ориентиров участок Земли можно считать плоским. В таких условиях навигационные изолинии имеют простейший вид: для пеленгов — прямые, для расстояний — окружности. Их построение на карте или плане легко выполнить с помощью прокладочных инструментов.

Использование карт с сетками изолиний любой сложности на любых удалениях от ориентиров с учетом сферичности (а если надо, то сфероидичности) Земли значительно упрощает определения места и применяется обычно в радионавигации. Такие карты издаются для секторных радиомаяков — с азимутальными сетками ортодромий, для импульсных, фазовых и импульсно-фазовых РНС — с сетками гипербол. Сетки изолиний печатают на картах разными цветами. У изолиний тем же цветом представлена оцифровка значений их параметров, а если надо, то даются и поправки, например, задержки пространственных сигналов импульсных РНС.

При использовании карт с сетками изолиний обсервованное место судна просто находится в точке пересечения изолиний, соответствующих обсервованным значениям навигационных параметров, в необходимых случаях выполняют графическую интерполяцию. Более подробное описание карт с сетками изолиний и примеры их использования приведены далее в главах, посвященных радионавигационным методам определения места.

Используют карты или планшеты с заранее рассчитанными и построенными сетками изолиний даже простого вида часто при навигационном обеспечении гидрографических и других морских экспедиционных работ. Рассчитывать и строить такие сетки на крупномасштабных картах рекомендуется также при подготовке к плаванию в сложных условиях, если заранее можно наметить ориентиры и способы определений. Это позволяет во время плавания получать обсервованные точки сразу же после измерений параметров с минимальной затратой времени.

Аналитические методы. Такие методы разрабатывают и применяют для определений места судна с использованием цифровых вычислительных машин (ЦВМ). Методы делятся на два вида: алгебраические и численные.

Алгебраические методы (иногда называют «прямое аналитическое решение») состоят в том, что исходную систему тригонометрических уравнений навигационных изолиний (2.1) путем замены переменных и преобразований сводят к алгебраическим уравнениям не выше второй степени, решив которые по правилам алгебры обратным переходом к исходным величинам, получают выраженные через них искомые координаты судна.

Поясним алгебраические методы на примере определения координат места φ_0, λ_0 по обсервованным высотам h_1, h_2 двух светил, экваториальные координаты которых δ_1, t_{rp_1} и δ_2, t_{rp_2} , [25, 123]. В таком случае систему уравнений (2.1) составляют уравнения двух кругов равных высот в соответствии с навигационной функцией (1.3):

$$\begin{cases} \sin h_1 = \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos(t_{rp_1} - \lambda); \\ \sin h_2 = \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos(t_{rp_2} - \lambda), \end{cases} \quad (2.2)$$

где φ и λ подлежат определению.

Пользуясь тем, что $\delta_1 \neq 90^\circ$ и $\delta_2 \neq 90^\circ$, разделим первое из этих уравнений на $\cos \delta_1$, а второе на $\cos \delta_2$ и введем следующие обозначения для заданных величин:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_1 = a_1; \quad -\sin h_1 \sec \delta_1 = b_1; \quad \cos(t_{rp_1} - t_{rp_2}) = c; \\ \operatorname{tg} \delta_2 = a_2; \quad -\sin h_2 \sec \delta_2 = b_2. \end{aligned} \quad (2.3)$$

С учетом этого система уравнений (2.2) принимает вид:

$$\begin{cases} a_1 \sin \varphi + \cos(t_{rp_1} - \lambda) \cos \varphi + b_1 = 0; \\ a_2 \sin \varphi + [\cos(t_{rp_1} - \lambda) + \sin(t_{rp_1} - \lambda) \sqrt{1 - c^2}] \cos \varphi + b_2 = 0. \end{cases}$$

Введем новые переменные:

$$x = \sin \varphi; \quad y = \cos(t_{rp_1} - \lambda). \quad (2.4)$$

Подставляя их в предыдущие уравнения, тем самым сводим исходную систему (2.2) к системе двух алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} a_1 x + y \sqrt{1 - x^2} + b_1 = 0; \\ a_2 x + [c y + \sqrt{(1 - c^2)(1 - y^2)}] \sqrt{1 - x^2} + b_2 = 0. \end{cases}$$

Первое из этих уравнений дает

$$y = -\frac{a_1 x + b_1}{\sqrt{1 - x^2}}. \quad (2.5)$$

Подставляя это выражение во второе уравнение, отделяя члены с радикалом и возводя обе части равенства в квадрат, получаем

$$Ax^2 + 2Bx + C = 0, \quad (2.6)$$

где коэффициенты A, B и C выражаются через исходные данные с использованием обозначений (2.3) следующим образом:

$$A = 1 + a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 c - c^2;$$

$$B = a_1 b_1 + a_2 b_2 - (a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_2 b_1) c;$$

$$C = b_1^2 + b_2^2 + c^2 - 2b_1 b_2 c - 1.$$

Решая по правилам алгебры квадратное уравнение (2.6), находим два значения x , подставляя которые в формулу (2.5), получаем соответствующие значения y . Затем через обратные тригонометрические функции определяем по формулам (2.4) искомые координаты ϕ и λ точек, в которых пересекаются круги равных высот, т. е. получаем решение системы уравнений (2.2). Выбор обсервованного места из двух полученных точек требует дополнительной информации, например координат счислимого места или азимутов светил.

Конечно, решение квадратного уравнения (2.6) и все перечисленные выше подстановки можно выполнить в общем виде: будут получены формулы, хотя и громоздкие, но явно выражющие искомые координаты места через исходные величины. Этим объясняется, почему такие методы называют прямым аналитическим решением [16, 80, 122, 123].

Такое же решение задачи двух высот (с иным геометрическим истолкованием) было предложено еще К. Ф. Гауссом и описано акад. А. Н. Крыловым [124]. В практике судовождения оно не получило распространения из-за сложности расчетов даже при использовании специальных вспомогательных таблиц и ЭКВМ [125—127]. Интерес к алгебраическим методам вновь возрос после появления ЭВМ [121—123]. Однако, как следует из рассмотренного простейшего случая определений по высотам двух светил (то же самое — по двум расстояниям), потребовался бы набор весьма непростых программ для всевозможных попарных сочетаний уравнений навигационных изолиний, составляющих систему (2.1). При этом сложность программ еще более возрастает при использовании дополнительных измерений навигационных параметров.

Более подходящими для ЭВМ оказались численные (итеративные) методы [16, 25, 26, 32, 34, 36, 40]. Следует заметить, что на основе прямого аналитического решения задачи двух высот светил разработаны таблицы (например, С. М. Котлярича [128]) для астрономических определений места судна или самолета и работы в этом направлении продолжаются (см. [80, 122, 126, 127]).

Численные методы позволяют найти решение системы уравнений навигационных изолиний (2.1), т. е. получить обсервованные координаты места ϕ_0 и λ_0 , не имея для них формул с явным выражением через исходные величины. Решение ищут путем последовательных приближений — итераций (от лат. *iteratio* — «повторение»), из-за чего эти методы называют также итеративными [105, 107, 129—131]. В качестве начального приближения принимают ориентировочно известное, обычно счислимое место судна.

Из многих известных численных (итеративных) методов в судовождении применяют два: метод касательных и метод хорд. Оба основаны на линеаризации уравнений навигационных изо-

линий (1.1). Общее в этих методах то, что тригонометрическое уравнение каждой изолинии приближенно заменяют линейным относительно координат φ и λ уравнением, т. е. первой степени этих переменных, причем такую замену делают вначале вблизи счислимой точки с координатами φ_c, λ_c , принимаемой за начальное приближение. Таким образом, вместо исходной системы уравнений (2.1) получают систему двух линейных уравнений вида (1.54) с двумя неизвестными $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_c$ и $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_c$:

$$\begin{cases} a_1\Delta\varphi + b'_1\Delta\lambda - l_1 = 0; \\ a_2\Delta\varphi + b'_2\Delta\lambda - l_2 = 0. \end{cases} \quad (2.7)$$

Решение этой системы:

$$\Delta\varphi = \frac{b'_2l_1 - b'_1l_2}{a_1b'_2 - a_2b'_1}; \quad \Delta\lambda = \frac{a_1l_2 - a_2l_1}{a_1b'_2 - a_2b'_1}, \quad (2.8)$$

откуда координаты φ_1 и λ_1 определяемого места после первого приближения:

$$\varphi_1 = \varphi_c + \Delta\varphi; \quad \lambda_1 = \lambda_c + \Delta\lambda. \quad (2.9)$$

Принимая вместо счислимых координат φ_c, λ_c полученные φ_1, λ_1 , вычисляют новые значения коэффициентов и свободных членов уравнений системы (2.7). После этого повторяют расчеты по формулам (2.8) и (2.9), что дает второе приближение и т. д. до тех пор, пока после очередной итерации не окажутся выполнеными одновременно следующие неравенства:

$$|\Delta\varphi| < \delta; \quad |\Delta\lambda| \cos \varphi < \delta, \quad (2.10)$$

где δ — заранее установленное малое число, скажем, $\delta = 0,01'$, а φ получено в результате последней итерации.

При условиях, которые в судовождении обычно выполняются, описанный процесс итераций быстро сходится к искомому обсервованному месту судна (как правило, достаточно двух—четырех итераций). Расчеты можно сократить, если коэффициенты a и b' уравнений (2.7) вычислять только для первой итерации (для счислимой точки), оставляя их затем неизменными. При этом сохраняется и знаменатель формул (2.8). Тогда при каждой последующей итерации вычисляют новые значения только свободных членов уравнений (2.7) $l_1 = U_o - U_c$ и $l_2 = V_o - V_c$, где под U_c и V_c надо понимать значения параметров, вычисленные для точки, полученной в предыдущей итерации. Как указано в справочнике В. Л. Загускина [129], такое упрощение лишь немногого замедляет схождение итераций к той же обсервованной точке.

Рассматриваемые численные методы иногда неудачно называют приближенным решением [16, 72], что справедливо только для отдельной итерации, так как уравнения изолиний прибли-

женно заменяют линейными уравнениями. Однако весь процесс итераций позволяет достичь любой наперед заданной точности решения выбором числа δ в неравенствах (2.10).

Подчеркнем, что уменьшением δ и, следовательно, увеличением числа итераций можно уменьшить лишь методические погрешности решения. При этом влияние погрешностей измерения параметров и используемых поправок, т. е. погрешностей обсервованных значений параметров U_0 и V_0 , никак не уменьшается при любом числе итераций. Поэтому задавать число δ менее чем 0,1 средней квадратической погрешности линии положения (см. параграф 1.5) нецелесообразно.

Описанная процедура итераций относится к обоим численным методам — касательных и хорд, применяемым при использовании ЭВМ в судовождении. Теперь рассмотрим особенности каждого из этих методов.

Метод касательных (метод Ньютона) состоит в том, что для линеаризации уравнений навигационных изолиний (2.1) их раскладывают в ряд Тейлора вблизи точки ориентировочного (счислимого) места судна и ограничиваются членами не выше первой степени. При этом коэффициенты a и b' уравнений (1.7), входящие в расчетные формулы (1.8), равны значениям частных производных от параметров U и V по широте φ и долготе λ в той же точке в соответствии с формулами (1.53).

Иллюстрацией процесса итераций для метода касательных служит рис. 2.3. На рис. 2.3 в прямоугольной (выпрямленной) системе географических координат φ , λ изображены навигационные изолинии двух параметров $U = U_0$ и $V = V_0$. Искомое обсервованное место — точка M_0 пересечения изолиний, ее координаты φ_0 и λ_0 — корни системы уравнений (2.1). Точка M_c — начальное приближение (счислимое место).

При первой итерации уравнения (2.7) выражают для этого метода касательные к изолиниям в точках, ближайших к точке M_c . Пересечение этих касательных дает точку первого приближения M_1 ; ее координаты φ_1 и λ_1 рассчитываются по формулам (2.8) и (2.9). Далее процедура повторяется, но вместо начальной точки M_c принимают точку M_1 — в результате получают

точку второго приближения M_2 и т. д. На рис. 2.3 это не показано, но легко представить, что третье приближение дало бы точку, которая в масштабе рис. 2.3 практически совпадала бы с искомым местом M_0 .

Метод хорд (называют также методом линейной интерполяции) осуществляют по той же итеративной схеме,

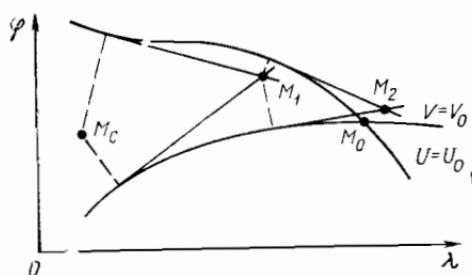


Рис. 2.3. Получение обсервированного места последовательными приближениями

но коэффициенты линеаризованных уравнений (2.7) определяют как приближенные значения тех же частных производных (в конечных разностях). Это позволяет, как отмечалось в параграфе 1.5, немного упростить подпрограммы ЭВМ для расчета коэффициентов уравнений (1.7). Процедура итераций с использованием формул (2.8)–(2.10) остается прежней и иллюстрируется тем же рис. 2.3, так как касательные и хорды навигационных изолиний практически совпадают.

Из математики известно [105, 107, 129–131], что при одинаковом числе итераций методы касательных и хорд равноточны и выбор одного из них определяется удобством программирования для ЭВМ.

Графоаналитические методы. Эти методы так же, как и численные, основаны на линеаризации уравнений навигационных изолиний, т. е. на замене их небольших участков прямыми (касательными или хордами) линиями положения. Графоаналитические методы предусматривают вычисление вспомогательных величин: элементов линий положения или координат определяющих точек, используя которые, на карте или на планшете проектируют линии положения. Точка пересечения этих линий дает обсервованное место, таким образом осуществляется графическое решение системы линейных уравнений (2.7) взамен расчетов по формулам (2.8).

Графоаналитические методы разрабатывались для решения задач по определению места вручную с помощью таблиц. Такие методы пока остаются основными в мореходной астрономии и применяются иногда в радионавигации, особенно при использовании микрокалькуляторов.

В практике современного судовождения применяют два графоаналитических метода: обобщенный метод линий положения и использование таблиц определяющих точек.

Обобщенный метод линий положения (касательных) разработан в 1920 г. проф. В. В. Каврайским и с тех пор успешно служит теоретической и методической основой многочисленных работ по определению места судна и по оцениванию точности получаемого места.

Основу обобщенного метода линий положения составляет метод касательных (Ньютона), приспособленный для построения этих линий на карте или планшете. Для этого уравнивают масштаб переменных, переходя от разности долгот к отществию, и приводят уравнения линий положения к нормальному виду (1.58), как было сказано в параграфе 1.5. Заметим, что оба эти преобразования необходимы для прокладки линий положения в системе прямоугольных координат $\Delta\varphi$, $\Delta\omega$ с началом в счислимой точке, но они не нужны, если система уравнений линий положения решается аналитически по формулам (2.8).

Метод был справедливо назван его автором обобщенным, так как он применим к любым способам определения места. Теоретически метод охватывает все возможные сочетания любых навигационных параметров, а практически дает универсальный прием построения линий положения по рассчитанным их элементам. Если эти достоинства метода кажутся сейчас чуть ли не само собой разумеющимися, то лишь потому, что предшествующие ему теоретически разобщенные методы и многочисленные частные приемы построения линий положения уже забыты.

Отметим также, что основные понятия и термины современной теории определений места (навигационные параметры и изолинии, их градиенты, линии положения и их элементы и др.) появились в судовождении в связи с разработкой проф. В. В. Каврайским, его учениками и последователями обобщенного метода линий положения. Даже в тех случаях, когда для определения места применяются иные методы, рассматриваемые в этом параграфе, обобщенный метод линий положения служит теоретической и практической основой оценивания точности линий положения и обсерваций, что предвидел и отмечал проф. В. В. Каврайский [3, с. 264].

Действительно, свободный член p уравнения линии положения в нормальном виде (1.58) выражает расстояние до этой линии от начала координат (от счислимой точки). Поэтому смещение линии положения Δp равно по третьей формуле (1.57) приращению разности $U_o - U_c$, поделенному на модуль градиента g . Если это приращение является следствием погрешностей, то получаем формулу (1.59), выражающую погрешность линии положения m_p . Такие погрешности линий положения используются затем при определении наиболее вероятного места судна (если измерены дополнительные параметры и требуется уравнивание), а также для оценивания точности обсерваций, о чем сказано далее.

Использование таблиц определяющих точек — графоаналитический вариант метода хорд, применяемый при радионавигационных определениях места. Поясним принцип использования таких таблиц, рассчитываемых для рабочих зон РНС.

Таблицы содержат географические координаты точек, в которых навигационные изолинии для определенных значений параметра пересекают целоградусные меридианы или параллели. Если в данном районе изолинии составляют угол менее 45° с меридианами, то аргументом принимается широта. В таком случае таблица содержит долготы точек, в которых изолинии для значений параметра U_1 , U_2 и т. д. пересекают параллели с целоградусными (табличными) значениями широты φ_1 , φ_2 , ..., и имеет вид формы, приведенной на с. 53.

Выборку из таблицы производят по обсервованному навигационному параметру U_o , ориентируясь на счислимую широту φ_c . Предположим, U_o находится между U_2 и U_3 , а φ_c между φ_1 и φ_2 .

U	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	...
Широта φ_1	д	о	л	г	о	т	а
φ_2							
...

В таком случае выборку делают из двух строк: для φ_1 и φ_2 , т. е. для табличных значений широты, ближайших к счислимой. В каждой строке выполняют интерполяцию по параметру U , что дает значения долгот, соответствующих U_o (для удобства интерполяции в таблицах даны приращения долготы на единицу параметра U). Таким образом, выборкой из таблиц получают координаты двух определяющих точек с широтами φ_1 , φ_2 и выбранными долготами в этих точках изолинии $U = U_o$. Нанеся эти точки на карту, через них проводят прямую линию положения — хорду навигационной изолинии.

Для районов, в которых изолинии составляют угол менее 45° с параллелями, за ведущий аргумент принимают долготу, а таблица, аналогичная приведенной выше, содержит широты определяющих точек.

В некоторых районах, где навигационные изолинии имеют большую кривизну, ведущий аргумент таблиц определяющих точек (широта или долгота) берут с шагом в $30'$ или меньше.

Для разных РНС таблицы рассчитывают, естественно, по разным формулам, но форма таблиц и порядок их использования остаются единообразными, что является их важным достоинством. Другое достоинство таких таблиц в том, что они позволяют прокладывать линии положения и получать место на крупномасштабных картах, в частности непосредственно на тех, на которых ведется графическое счисление пути судна.

В практике современного судовождения получили распространение таблицы определяющих точек секторных радиомаяков, импульсно-фазовых РНС и глобальных РНС «Омега». Такие таблицы будут рассмотрены подробнее с примерами их использования далее в главах, посвященных радионавигационным определениям места.

2.3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ПО ДВУМ ПАРАМЕТРАМ

Вследствие неизбежных погрешностей измерений навигационных параметров обсервованное место судна, получаемое по результатам таких измерений, не совпадает с истинным; возникает погрешность места. Эта погрешность выражается парой чи-

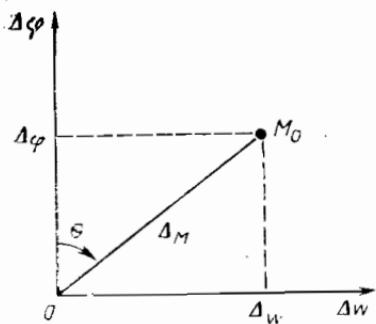


Рис. 2.4. Погрешность места в прямоугольных и полярных координатах

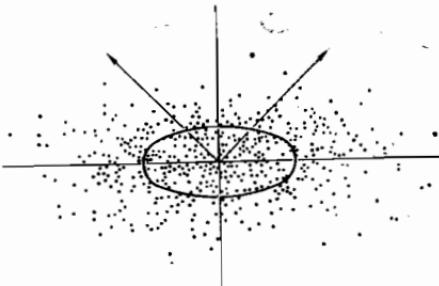


Рис. 2.5. Рассеивание при моделировании 500 обсерваций

сел: в прямоугольных координатах $\Delta\varphi$, $\Delta\omega$ либо в полярных θ , Δ_m , как это показано на рис. 2.4, где за начало координат принято истинное место O , а M_0 — обсервованная точка.

Погрешность места, как и порождающие ее погрешности измерений параметров, носит случайный характер: при повторных обсервациях, выполняемых в тех же условиях, обсервованные точки рассеиваются. Пример такого рассеивания в результате моделирования 500 обсерваций по двум линиям положения показан на рис. 2.5, где стрелками от истинного места изображены градиенты, угол между которыми 90° (средние квадратические погрешности линий положения одинаковы и равны 1,2 мили; коэффициент взаимной корреляции 0,7; полуоси среднего квадратического эллипса погрешностей 1,6 и 0,7 мили).

Точность определения места, а также погрешность места — понятия вероятностно-статистические: чем больше рассеивание обсервованных точек, тем больше погрешность места и, следовательно, тем ниже точность определений. Рассчитанные или полученные экспериментально характеристики рассеивания обсервованных точек называют *оценками точности определений места*, а процедуру их получения — *оцениванием*. Любая корректная оценка точности места указывает границу области, в которой с заданной вероятностью находится (неизвестно, где именно) действительное место судна. Примером такой оценки служит изображенный на рис. 2.5 средний квадратический эллипс погрешностей. Вероятность нахождения в нем действительного места составляет при нормальном распределении 0,393, т. е. примерно 39% обсервованных точек не выходят за пределы этого эллипса.

Изложенное показывает, что оценивание точности определений места должно основываться на массовом статистическом исследовании погрешностей измерений, от которых зависит точность обсерваций, или непосредственно по рассеиванию обсервованных точек. Попытки делать заключения о точности определений места на основе единичных измерений являются ошибочными.

ний по одиночным обсервациям, как это еще встречается в литературе [132, 133], лишены смысла. Поясним это. Предположим, место судна определено настолько точно, что может приниматься практически за истинное. Пусть в этих условиях выполнена одиночная обсервация способом, точность которого хотят выяснить. Эта обсервованная точка случайно может оказаться (см. рис. 2.5) весьма близкой к истинному месту, что никак не свидетельствует о высокой точности способа. Аналогично этому нельзя сравнивать точность разных способов определений по одиночным обсервациям: у менее точного способа обсервованная точка может случайно расположиться ближе к истинному месту.

Сказанное относительно вероятностно-статистического характера оценивания точности определений места полностью относится и к использованию получаемых оценок. Так, любая оценка точности свидетельствует лишь о вероятности нахождения действительного места судна в пределах определенной области. Практически такие оценки оправдываются только в среднем для многих обсерваций.

Вопросы использования определений места с учетом его точности подробнее рассматриваются в последней главе. Здесь, прежде чем перейти к описанию оценивания точности, ограничимся двумя замечаниями о терминологии, имеющими принципиальное значение.

Во-первых, при анализе точности обсерваций принимают, что истинное место судна хотя и неизвестно, но оно не случайно: случайны обсервованные точки, имеющие рассеивание. Такая картина складывается при исследовании точности определений методом абсолютной привязки (см. рис. 2.5). Когда получена одна обсервованная точка и выполнена оценка ее точности, например построением среднего квадратического эллипса погрешностей, то было бы нестрого говорить о вероятности попадания в этот эллипс истинного места. Названная выше вероятность 0,393 остается той же, но она должна истолковываться как вероятность того, что эллипс со случайно расположенным центром (обсервованная точка) накроет неизвестно где расположенное истинное неслучайное место.

Во-вторых, принимают, что погрешности измерений навигационных параметров и, следовательно, обсервованных точек распределены непрерывно. Это значит, что обсервованной может оказаться любая точка, например, внутри упомянутого эллипса погрешностей. Но таких точек бесконечно много, поэтому вероятность попадания в любую из них (в строго математическом смысле) всегда равна только нулю. Отсюда следует, что наиболее вероятной точки не существует [25, 88, 134]. Подобные выражения можно применять лишь с оговорками, подразумевая под этим вероятность попадания в элементарную площадку, окружающую данную точку. Еще лучше, учитывая, что судно не

абстрактная математическая точка, говорить о наиболее вероятном месте, понимая под словом «место» малую площадку, размеры которой определяются практически в зависимости от решаемой задачи. Именно в таком смысле употребляются эти выражения в дальнейшем.

В качестве оценок точности определений места в судовождении применяют эллипсы и круги погрешностей. Рассматривая их поочередно, воздержимся от применения таких встречающихся иногда в литературе оценок, как «площадь вероятного расположения места» [17], «площадь возможного места судна» [19], «площадь возможного нахождения судна» [135], для которых не определено никакой вероятности.

Оценивание точности определений места существенно зависит от того, однородны или нет используемые навигационные параметры. Начнем со второго, более простого, случая.

Комбинированные определения. При комбинированных определениях по разнородным параметрам у них нет общих систематических погрешностей, а их полные погрешности (случайные плюс систематические) независимы одна от другой. Поэтому среднюю квадратическую величину t полной погрешности каждого параметра определяют квадратичным сложением ее случайной и систематической составляющих по формуле (1.16) или (1.17), если измерения выполнены сериями с осреднением.

Далее, изменив обсервованные навигационные параметры U_0 и V_0 в обе стороны на их полные средние квадратические погрешности m_U и m_V , проводят изолинии, соответствующие измененным значениям параметров $U_0 \pm m_U$ и $V_0 \pm m_V$, что дает границы средних квадратических полос положения, как об этом сказано в конце параграфа 1.5. Пересекаясь, две такие полосы образуют четырехугольник погрешностей (рис. 2.6), стороны которого могут быть криволинейными (в зарубежной литературе его называют иногда трапецией ошибок).

Если для определения места применяется метод линий положения, то смещение каждой линии m_p для получения полосы положения рассчитывают по формуле (1.59); в таком случае говорят: параллелограмм погрешностей. Четырехугольник погрешностей служит простой оценкой точности определений места: его размеры и ориентация наглядно показывают величину возможных погрешностей по разным направлениям. При нормальном распределении вероятность нахождения места внутри каждой средней квадратической полосы, напомним, составляет 0,683. Пог-

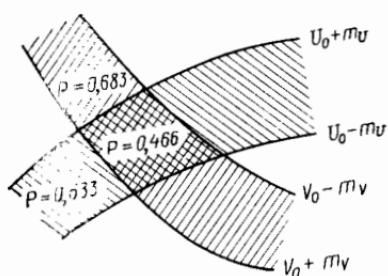


Рис. 2.6. Четырехугольник погрешностей

положения рассчитывают по формуле (1.59); в таком случае говорят: параллелограмм погрешностей. Четырехугольник погрешностей служит простой оценкой точности определений места: его размеры и ориентация наглядно показывают величину возможных погрешностей по разным направлениям. При нормальном распределении вероятность нахождения места внутри каждой средней квадратической полосы, напомним, составляет 0,683. Пог-

решности параметров в рассматриваемом случае независимы, поэтому вероятность того, что четырехугольник погрешностей накрывает истинное место, определяется по теореме умножения вероятностей [25, 49, 57 и др.] и составляет 0,466, т. е. примерно 47%.

Недостаток четырехугольника погрешностей как оценки точности определения места состоит в следующем. Если маленькую площадку передвигать вдоль его периметра, то вероятность нахождения в ней места меняется: она больше у середины сторон и меньше в углах. Из этого следует, что имеется фигура, которой при той же площади соответствует большая вероятность. Такой фигурой является эллипс.

Эллипс погрешностей дает наиболее полные сведения о точности определения места [3, 5, 12, 17, 25, 42, 49 и др.]. В прямоугольной системе координат xOy , начало которой и оси совмещены с центром и осями эллипса, его уравнение имеет вид

$$(x/ca_3)^2 + (y/cb_3)^2 = 1, \quad (2.11)$$

где полуоси эллипса представлены в виде произведений с одинаковымомножителем c . При разных значениях коэффициента c получаем семейство подобных эллипсов с общим центром. Чем больше значение c , тем больше эллипс и тем больше вероятность того, что он накрывает истинное место. Зависимость эта при нормальном распределении погрешностей выражается следующей формулой (вывод ее имеется в литературе [5, 12, 25 и др.]):

$$P = 1 - e^{-\frac{c^2}{2}}.$$

Результаты расчетов вероятности P по этой формуле даны в табл. 2.1.

Среди эллипсов, различающихся коэффициентом c , выделяют *средний квадратический эллипс погрешностей* (иногда его называют средним, или стандартным), которому соответствует $c=1$, а полуоси равны a_3 и b_3 . Полуоси a_3 и b_3 выражают наибольшую и наименьшую погрешности по взаимно перпендикулярным направлениям. Из табл. 2.1 следует, что средний квадратический эллипс ($c=1$) с центром в обсервированной точке накрывает неизвестное истинное место с вероятностью $P=0,393$. Эта вероятность невелика (более половины составляют случаи, когда такой эллипс не захватывает истинное место, как это видно на рис. 2.5), поэтому для оценки точности определения места применяют также удвоенный эллипс ($c=2$; $P=0,865$) и *пределель-*

Таблица 2.1

c	1	$\sqrt{2}$	1,5	2,0	2,5	3,0
P	0,393	0,632	0,675	0,865	0,956	0,989

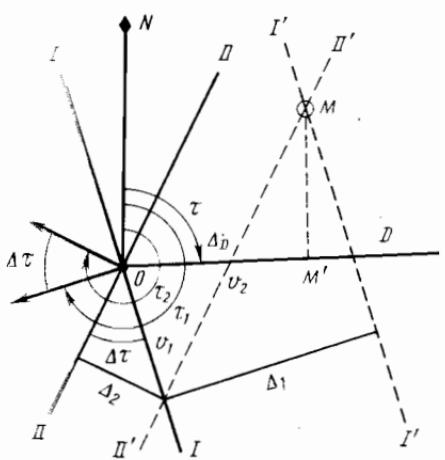


Рис. 2.7. К выводу формул элементов среднего квадратического эллипса погрешностей места

дуется следующим простым способом. Используя полные средние квадратические погрешности измерений навигационных параметров, строят две средние квадратические полосы положения, пересечение которых дает четырехугольник погрешностей.

В этот четырехугольник на глаз от руки вписывают искомый средний квадратический эллипс. Возникающие при этом погрешности глазомерных построений несущественны для оценивания точности определений места в процессе судовождения. Если вызывает затруднения ориентация эллипса, можно воспользоваться таблицей проф. В. П. Кожухова [135, табл. 9 на с. 143], которая дает направление большей оси эллипса. Впрочем, такие затруднения возникают лишь тогда, когда форма эллипса близка к окружности, и тогда ошибка в его ориентации не имеет практического значения.

При навигационном обеспечении специальных работ часто требуется вычисление полуосей a_3 , b_3 и угла ориентации среднего квадратического эллипса погрешностей. Через эти параметры эллипса выражают обычно и среднюю квадратическую погрешность d по заданному направлению (радиус-вектор подеры эллипса), которая нужна для осреднения обсерваций и для оценки показателя навигационной безопасности, как об этом сказано в гл. 4. Рассмотрим вывод общей формулы, выражающей величину d непосредственно через характеристики точности двух линий положения без необходимости вычислять параметры эллипса погрешностей. Из этого вывода вытекают и формулы, по которым рассчитана таблица приложения 5 МТ—75, предназначенная для определения параметров такого эллипса.

Замечательным свойством эллипсов погрешностей является постоянство вероятностей: при любом постоянном значении c вероятность P остается неизменной при любой окружности или вытянутости эллипса.

Построение среднего квадратического эллипса погрешностей. Стройте такой эллипс при комбинированных определениях по двум разнородным параметрам, погрешности которых независимы, рекомендуя способом. Используя полные

средние квадратические погрешности измерений навигационных параметров, строят две средние квадратические полосы положения, пересечение которых дает четырехугольник погрешностей.

В этот четырехугольник на глаз от руки вписывают искомый средний квадратический эллипс. Возникающие при этом погрешности глазомерных построений несущественны для оценивания точности определений места в процессе судовождения. Если вызывает затруднения ориентация эллипса, можно воспользоваться таблицей проф. В. П. Кожухова [135, табл. 9 на с. 143], которая дает направление большей оси эллипса. Впрочем, такие затруднения возникают лишь тогда, когда форма эллипса близка к окружности, и тогда ошибка в его ориентации не имеет практического значения.

При навигационном обеспечении специальных работ часто требуется вычисление полуосей a_3 , b_3 и угла ориентации среднего квадратического эллипса погрешностей. Через эти параметры эллипса выражают обычно и среднюю квадратическую погрешность d по заданному направлению (радиус-вектор подеры эллипса), которая нужна для осреднения обсерваций и для оценки показателя навигационной безопасности, как об этом сказано в гл. 4. Рассмотрим вывод общей формулы, выражающей величину d непосредственно через характеристики точности двух линий положения без необходимости вычислять параметры эллипса погрешностей. Из этого вывода вытекают и формулы, по которым рассчитана таблица приложения 5 МТ—75, предназначенная для определения параметров такого эллипса.

Обратимся к рис. 2.7, где O — точка пересечения безошибочных линий положения $I-I$ и $II-II$, градиенты которых показаны стрелками и образуют с меридианом (N) углы τ_1 и τ_2 . Положим, при выполнении некоторой обсервации погрешности линий положения приняли значения Δ_1 и Δ_2 , а сместившиеся линии положения $I'-I'$ и $II'-II'$ дали обсервованную точку M . Каждая из этих линий отсекает на другой отрезки v_1 и v_2 :

$$v_1 = \Delta_2 \sin \Delta \tau; \quad v_2 = \Delta_1 \sin \Delta \tau,$$

где $\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1$ — угол между градиентами.

Задав углом τ направление линии D , найдем проекцию на нее M' точки M . Отрезок $OM' = \Delta_D$ выражает реализованную в данной обсервации погрешность по заданному направлению. Как видно на рис. 2.7, отрезок Δ_D равен сумме проекций v_1 и v_2 на линию D :

$$\Delta_D = \operatorname{cosec} \Delta \tau [\Delta_2 \sin(\tau - \tau_1) + \Delta_1 \sin(\tau - \tau_2)]. \quad (2.12)$$

Полученное равенство справедливо для каждой обсервации, когда неизменны τ_1 , τ_2 и τ , но реализуются разные значения погрешностей Δ_1 и Δ_2 , в результате чего получаются и разные погрешности Δ_D места по заданному направлению. Рассматривая n таких обсерваций, возведем в квадрат соответствующее каждой из них равенство (2.12) и найдем их среднее:

$$\begin{aligned} \sum^n \frac{\Delta_D^2}{n} &= \operatorname{cosec}^2 \Delta \tau [\sin^2(\tau - \tau_2) \sum^n \frac{\Delta_{12}^2}{n} + \sin^2(\tau - \tau_1) \sum^n \frac{\Delta_{21}^2}{n} - 2 \sin(\tau - \tau_1) \times \\ &\times \sin(\tau - \tau_2) \sum^n \frac{\Delta_1 \Delta_2}{n}]. \end{aligned}$$

При неограниченном увеличении числа n входящие сюда суммы дают квадраты средних квадратических погрешностей (дисперсии), что отражено в самом их названии, и корреляционный момент:

$$\sum^n \frac{\Delta_D^2}{n} = d^2; \quad \sum^n \frac{\Delta_{12}^2}{n} = m_{12}^2; \quad \sum^n \frac{\Delta_{21}^2}{n} = m_{21}^2; \quad \sum^n \frac{\Delta_1 \Delta_2}{n} = r m_{12} m_{21},$$

где r — коэффициент корреляции между погрешностями линий положения.

С учетом этого предыдущее выражение принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} d^2 \tau &= \operatorname{cosec}^2 \Delta \tau [m_{12}^2 \sin^2(\tau - \tau_2) + m_{21}^2 \sin^2(\tau - \tau_1) - \\ &- 2 r m_{12} m_{21} \sin(\tau - \tau_1) \sin(\tau - \tau_2)] \end{aligned} \quad (2.13)$$

и выражает искомую среднюю квадратическую погрешность d_τ по заданному углу τ направлению.

Упомянутая выше таблица приложения 5 МТ—75 рассчитана для независимых линий положения ($r=0$), острый угол между которыми обозначен θ ($\theta=\Delta\tau$, или $\theta=180^\circ-\Delta\tau$). Если при этом изменить τ на 90° , чтобы линия D проходила внутри угла θ , а ее направление задавать углом φ относительно линии положения $II-II$, то формула (2.13) принимает вид

$$d^2 \varphi = \operatorname{cosec}^2 \theta [m_1^2 \cos^2 \varphi + m_2^2 \cos^2(\theta - \varphi)]. \quad (2.14)$$

Чтобы найти значение угла φ , при котором d_φ достигает экстремумов, приравняем нулю производную от $d^2 \varphi$ по φ :

$$\frac{\partial(d^2 \varphi)}{\partial \varphi} = \operatorname{cosec}^2 \theta [-m_1^2 \sin 2\varphi + m_2^2 \sin 2(\theta - \varphi)] = 0.$$

Решая это уравнение относительно φ и вводя обозначение $\lambda = m_1/m_2$, получаем

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\sin 2\theta}{\lambda^2 + \cos 2\theta}. \quad (2.15)$$

Эта формула дает углы φ и $\varphi \pm 90^\circ$ направлений обеих осей эллипса погрешностей (большая из них проходит внутри острого угла между линиями положения).

Чтобы получить полуоси a_3 и b_3 среднего квадратического эллипса погрешностей, надо значение угла φ из формулы (2.15), а затем $\varphi \pm 90^\circ$ подставить в равенство (2.14). Делая это и выражая полуоси эллипса относительно средней квадратической погрешности второй линии положения m_2 по формулам $K_a = \frac{a_3}{m_2}$; $K_b = \frac{b_3}{m_2}$, после очевидных преобразований окончательно получим

$$K_a \text{ (или } K_b) = \frac{\operatorname{cosec} \theta}{\sqrt{2}} \sqrt{\lambda^2 + 1 \pm \sqrt{\lambda^4 + 1 + 2\lambda^2 \cos 2\theta}}, \quad (2.16)$$

где для вычисления K_a берется плюс, а для вычисления K_b — минус перед внутренним радикалом.

Через величины K_a и K_b полуоси среднего квадратического эллипса погрешностей рассчитываются по формулам:

$$a_3 = K_a m_2; \quad b_3 = K_b m_2. \quad (2.17)$$

В таком виде формулы (2.15)—(2.17) включены в МТ—75. Там же на с. 55 приведен пример их использования, который нельзя признать удачным: и эти формулы и таблица приложения 5 МТ—75 справедливы только при независимых погрешностях линий положения, а упомянутый пример относится к определению места по двум пеленгам, которые неизбежно содержат

общую погрешность от поправки компаса, поэтому их полные погрешности зависимы.

Как отмечалось, вероятность захвата истинного места средним квадратическим эллипсом погрешностей невелика: всего примерно 39 %. Поэтому для обеспечения безопасности мореплавания точность обсерваций предпочтительнее оценивать предельным эллипсом. Чтобы получить такой эллипс, надо увеличить размеры среднего квадратического эллипса в 3 раза. Вместо этого лучше выполнять описанные выше построения или расчеты по формулам (2.17), используя вместо средних квадратических погрешностей линий положений их утроенные значения, т. е. предельные погрешности. Проиллюстрируем изложенное примерами.

Пример 2.1. Комбинированное определение места судна выполнено по одиночному радиопеленгу ИРП=82° радиомаяка, расстояние до которого 69 миль, и по средней из трех высот Солнца, азимут A которого равен 121°. Априорно принимаемые средние квадратические погрешности следующие: радиопеленгование $\varepsilon_{\text{РП}}=0,8^{\circ}$; поправки гирокомпаса $\sigma_{\Delta K}=0,6^{\circ}$; радиодевиации $\sigma_i=0,7'$; измерения высоты Солнца $\varepsilon_h=0,5'$; поправки индекса секстанта $\sigma_i=-0,2'$; инструментальной поправки $\sigma_s=0,7'$; наклонения горизонта $\sigma_d=0,6'$. Оценить точность определения места построением предельного эллипса погрешностей.

Вначале рассчитываем полные средние квадратические и предельные погрешности измеренных и исправленных поправками навигационных параметров (см. параграф 1.2):

$$m_{\text{ИРП}} = \sqrt{\varepsilon_{\text{РП}}^2 + \sigma_{\Delta K}^2 + \sigma_d^2} = 1,2^{\circ}; \Delta'_{\text{пред}} = 3,7^{\circ};$$

$$m_{h_0} = \sqrt{\varepsilon_h^2/3 + \sigma_i^2 + \sigma_s^2 + \sigma_d^2} = 1,0'; \Delta''_{\text{пред}} = 3,0'.$$

Для радиопеленга по формуле (1.59) с учетом выражения градиента (1.45) находим предельную погрешность линии положения

$$\Delta'I_{\text{пред}} = \frac{\Delta'_{\text{пред}}}{g} = \frac{\Delta'_{\text{пред}}}{57,3'} D = 4,4 \text{ мили.}$$

Для второй линии положения такого расчета не требуется, так как градиент высоты светила равен единице.

Сместив линию положения радиопеленга $I-I$ в обе стороны на 4,4 мили, а высотную линию $II-II$ на 3 мили, получаем в пересечении двух полос (рис. 2.8) предельный четырехугольник погрешностей (на рис. 2.8 он изображен штриховой линией). Вписанный в него эллипс является искомым предельным эллипсом погрешностей.

Пример 2.2. По условиям примера 2.1 найти с помощью МТ-75 параметры предельного эллипса погрешностей.

Вначале рассчитываем отношение λ средних квадратических или предельных погрешностей линий положения (линий, а не измерений параметров) и меньший угол между ними:

$$\lambda = \Delta'I_{\text{пред}}/\Delta''_{\text{пред}} = 1,5; \theta = \text{ИРП} - (A - 90^{\circ}) = 51^{\circ}.$$

По этим аргументам из таблицы прил. 5 МТ-75 выбираем (с интерполяцией по λ): $K_a=2,11$; $K_b=0,90$ и $\varphi=12^{\circ}$. По формулам (2.17), подставляя вместо средней квадратической m_2 предельную погрешность $\Delta''_{\text{пред}}$ второй линии положения, находим полуоси A_3 и B_3 предельного эллипса погрешностей:

$$A_3 = K_a \Delta''_{\text{пред}} = 6,3 \text{ мили}; B_3 = K_b \Delta''_{\text{пред}} = 2,7 \text{ мили.}$$

Большая ось эллипса направлена под углом $\varphi = 12^\circ$ к более точной (высотной) линии положения внутри острого угла между этими линиями, как показано на рис. 2.8.

Изложенное выше получение эллипса погрешностей (построением либо по МТ—75) выражает операцию сложения (объединения) двух векториальных погрешностей. Поясним эту операцию, чтобы упростить последующее изложение.

Векториальной погрешностью называют среднюю квадратическую погрешность, действующую в обе стороны вдоль определенной линии, что отмечают, если надо, двойной стрелкой над

обозначением такой погрешности, например \overleftrightarrow{m} [3—5, 11, 12, 17 и др.]. Рассматривая две линии положения $I-I$ и $II-II$ (рис. 2.9), пересекающиеся под углом θ , убеждаемся, что погрешности первой из них обусловливают смещение точки их пересечения вдоль второй линии. Следовательно, первая средняя квадратическая полоса положения шириной $2m_1$ отсекает на второй линии положения $II-II$ действующую в обе стороны вектори-

альную погрешность v_1 . Аналогично этому средняя квадратическая погрешность второй линии положения m_{11} создает вектори-

альную погрешность v_2 , действующую вдоль первой линии положения $I-I$. Как следует из прямоугольных треугольников, гипотенузами которых служат v_1 и v_2 , справедливы равенства:

$$\overleftrightarrow{v_1} = \overleftrightarrow{m_1} / \sin \theta; \quad \overleftrightarrow{v_2} = \overleftrightarrow{m_{11}} / \sin \theta. \quad (2.18)$$

Если две векториальные погрешности, скажем, w_1 и w_2 действуют по одному направлению, то они складываются квадра-

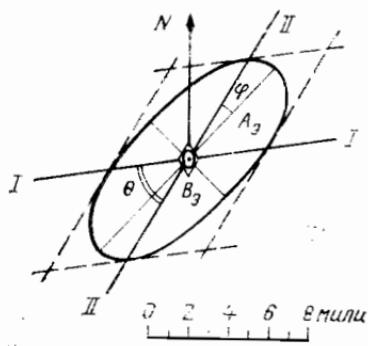


Рис. 2.8. Эллипс погрешностей комбинированных определений места

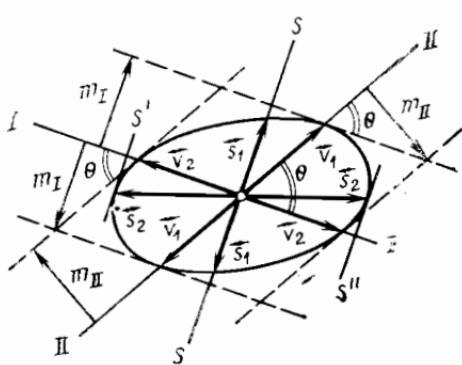


Рис. 2.9. Представление эллипса векториальными погрешностями

тически, образуя суммарную векториальную погрешность $\overset{\leftrightarrow}{W}$, действующую по тому же направлению:

$$\overset{\leftrightarrow}{W^2} = \overset{\leftrightarrow}{w^2_1} + \overset{\leftrightarrow}{w^2_2}. \quad (2.19)$$

Если две векториальные погрешности v_1 и v_2 действуют под углом θ одна к другой, то их сложение дает средний квадратический эллипс погрешностей. Такой эллипс изображен на рис. 2.9, а прием его построения или получения параметров по МТ—75 описан выше.

Векториальные погрешности v_1 и v_2 являются сопряженными полудиаметрами этого эллипса: каждая из них направлена в точку касания эллипса с прямой, параллельной линии действия другой векториальной погрешности. Пользуясь этим свойством, любой эллипс погрешностей можно разложить на две эквивалентные ему (в смысле рассеивания обсервованных точек) векториальные погрешности, которые при их сложении дают тот же эллипс. При разложении эллипса направление одной из векториальных погрешностей может выбираться произвольно, а направление другой получается как направление сопряженного полудиаметра.

Разложим, например, на две векториальные погрешности эллипс, изображенный на рис. 2.9, принимая направление одной

из них s_1 вдоль оси $S - S'$. Проведя две касательные к эллипсу S' и S'' , параллельные оси $S - S$, получим вторую векториальную погрешность s , направленную в точки касания. Полученная

пара векториальных погрешностей s_1 и s_2 эквивалентна паре v_1 и v_2 , так как каждая пара дает при сложении один и тот же эллипс.

Напомним, что изложенное выше относится к оценке точности определения места, когда погрешности измерений навигационных параметров независимы.

Определение по однородным параметрам. При определении по однородным параметрам наряду со случайными действуют общие для обоих параметров систематические погрешности, например, в принятых поправках, которые проявляются иначе, чем случайные.

Систематические погрешности измерений неизбежны. Их происхождение и величины случайны. Значение такой погрешности в конкретных измерениях неизвестно (иначе она была бы исключена). Эту погрешность оценивают, как и случайные погрешности, статистически средней квадратической величиной σ .

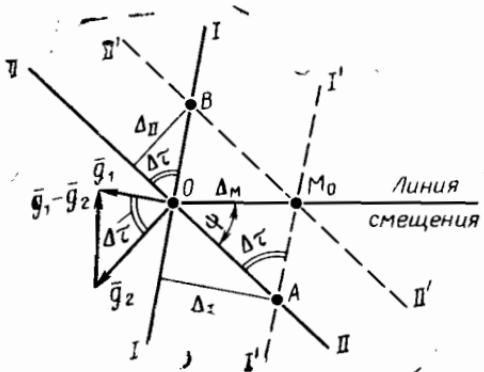


Рис. 2.10. К выводу формул смещения места под влиянием систематических погрешностей

ую условимся называть *линией смещения*. Определим направление этой линии и величину смещения обсервованной точки.

Пусть O — истинное место, через которое проходят безошибочные линии положения $I-I'$ и $II-II'$ однородных параметров с градиентами g_1 и g_2 , образующими угол $\Delta\tau$ (рис. 2.10). Отвлекаясь временно от случайных погрешностей, предположим, что обсервованные значения навигационных параметров содержат неизвестную, но одинаковую погрешность Δ . Она обуславливает систематические погрешности линий положения Δ_I и Δ_{II} , зависящие от градиентов g_1 и g_2 :

$$\Delta_I = \Delta/g_1; \quad \Delta_{II} = \Delta/g_2.$$

Важно, что погрешности Δ_I и Δ_{II} смещают обе линии положения в одну сторону, т. е. либо по направлениям их градиентов (если Δ положительна), либо в противоположных направлениях (если Δ отрицательна), как показано на рис. 2.10, где смещенные линии положения $I'-I'$ и $II'-II'$ дают в пересечении обсервованную точку M_0 . Из прямоугольных треугольников с гипотенузами OA и OB с учетом предыдущих равенств имеем

$$OA = \Delta_I / \sin \Delta\tau = \Delta/g_1 \sin \Delta\tau; \\ OB = \Delta_{II} / \sin \Delta\tau = \Delta/g_2 \sin \Delta\tau. \quad (2.20)$$

Из треугольника OAM_0 , где ψ — угол между линией смещения и второй линией положения $II-II'$, по теореме синусов плоской тригонометрии находим

$$\frac{\Delta}{g_2 \sin \Delta \tau \sin \psi} = \frac{\Delta}{g_1 \sin \Delta \tau \sin [180^\circ - (\Delta\tau + \psi)]},$$

откуда

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{\sin(\Delta\tau + \psi)}{\sin \psi},$$

Специфика систематической погрешности (в отличие от случайных) заключается в том, что реализованное в данных условиях ее неизвестное значение проявляется одинаково во всех результатах серии измерений одного параметра и в измерениях разных однородных параметров. Вследствие этого рассеивание обсервованных точек от систематических погрешностей происходит не по площади эллипса (как от случайных), а вдоль определенной линии, которая

и после преобразований

$$\tan \psi = \frac{\sin \Delta\tau}{g_2/g_1 - \cos \Delta\tau}. \quad (2.21)$$

Эта формула доказывает, в частности, что направление линии смещения (угол ψ) не зависит от одинаковой погрешности Δ навигационных параметров. Иначе говоря, при любом значении погрешности Δ обсервованная точка M_o остается на линии смещения.

Значение смещения $\Delta_m = OM_o$ обсервованной точки M_o под влиянием погрешности Δ находим из того же треугольника OAM_o (см. рис. 2.10) по теореме косинусов плоской тригонометрии с использованием равенств (2.20):

$$\Delta^2_m = OA^2 + AM_o^2 - 2OA \cdot AM_o \cos \Delta\tau = \frac{\Delta^2}{g_1^2 g_2^2 \sin^2 \Delta\tau} (g_1^2 + g_2^2 - 2g_1 g_2 \cos \Delta\tau).$$

Замечаем, что выражение в скобках равно по той же теореме квадрату модуля векторной разности градиентов $|\bar{g}_1 - \bar{g}_2|^2$.

Напомним, что Δ — какое-то случайное реализовавшееся значение систематической погрешности измерений навигационных параметров, средняя квадратическая величина которой σ . С учетом этого из предыдущей формулы получаем среднюю квадратическую погрешность места, действующую вдоль линии смещения, т. е. векториальную погрешность σ_m , обусловленную систематическими погрешностями измерений:

$$\sigma_m = \frac{\sigma |\bar{g}_1 - \bar{g}_2|}{g_1 g_2 \sin \Delta\tau}. \quad (2.22)$$

Формулы (2.21) и (2.22) определяют направление и значение векториальной погрешности σ_m в общем случае. В частности, если градиенты одинаковы, то из формулы (2.21) следует, что $\psi = \Delta\tau/2$, т. е. линией смещения служит биссектриса угла между градиентами. В мореходной астрономии (для высот светил $g_1 = g_2 = 1$) линию смещения, направленную по среднему азимуту светил, называют астрономической биссектрисой [22, 30, 80, 136], причем из формулы (2.22) следует

$$\sigma_m = \sigma_h \sec \frac{\Delta A}{2},$$

где σ_h — среднее квадратическое значение повторяющейся погрешности высот светил;

ΔA — разность их азимутов.

Все рассуждения о действии систематических погрешностей велись выше в предположении, что случайных погрешностей нет. В действительности и те, и другие погрешности неизбежны,

и теперь рассмотрим их совместное влияние на результаты обсерваций.

Из ранее сказанного ясно, что случайные погрешности измерений и линий положения могут принимать значения в любых сочетаниях, в результате чего обсервации рассеиваются по площади, что оценивается эллипсом погрешностей. Вместе со случайными и независимо от них действуют систематические погрешности, которые приводят к рассеиванию обсерваций вдоль

линии смещения, т. е. создают векториальную погрешность σ_m . Чтобы оценить совместное действие всех погрешностей, надо

сложить эллипс с векториальной погрешностью σ_m .

С этой целью эллипс погрешностей сначала разлагают, как описано выше, на две векториальные погрешности v_1 и v_2 , выбирая направление одной из них, скажем v_1 , вдоль линии смещения (вторая векториальная погрешность v_2 будет направлена по сопряженному полудиаметру эллипса). Затем погрешности v_1 и v_2 складывают квадратично по формуле (2.19), что дает векториальную погрешность V , действующую вдоль той же линии смещения. Эта погрешность V в паре с v_2 образует новый увеличенный (вдоль линии смещения) эллипс, который учитывает совместное действие случайных и систематических погрешностей и называется *полным эллипсом погрешностей*. Изложенное строгое решение лежит в основе упрощенного графического приема, рекомендуемого судоводителям.

Построение полного эллипса погрешностей при определении места по однородным параметрам, случайные погрешности которых имеют средние квадратические значения ϵ_1 и ϵ_2 , а систематические — среднее квадратическое значение σ , выполняют следующим образом (рис. 2.11).

1. Учитывая только случайные погрешности, т. е. используя только ϵ_1 и ϵ_2 , надо построить две средние квадратические полосы положения и в образованный их пересечением четырехугольник погрешностей (на рис. 2.11 показан штриховой линией) вписать эллипс, отражающий действие только случайных погрешностей (на рис. 2.11 изображен тонкой линией).

2. Оба измеренных параметра надо увеличить (или оба уменьшить) на среднее квадратическое значение их систематической погрешности σ и провести отрезки новых изолиний: через точку их пересечения (точка A на рис. 2.11) и обсервованное место провести линию смещения, вдоль которой действуют векториальные погрешности v_1 и σ_m .

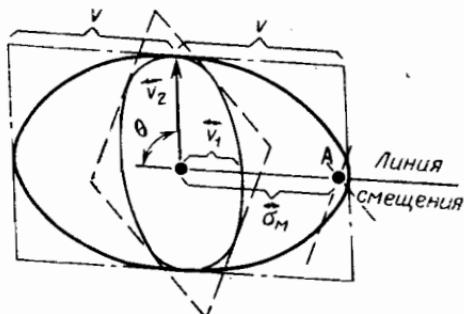


Рис. 2.11. Эллипс погрешностей определения места по однородным параметрам

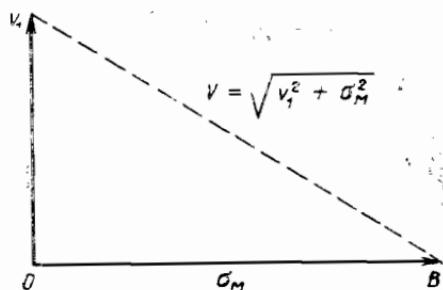


Рис. 2.12. Графическое выполнение квадратичного сложения

3. Параллельно линии смещения провести две касательные к ранее построенному эллипсу и отложить по ним от точек касания отрезки $V = \sqrt{v_1^2 + \sigma_m^2}$; соединить полученные точки и в образовавшийся параллелограмм (на рис. 2.11 изображен штрихпунктиром) вписать искомый полный эллипс погрешностей.

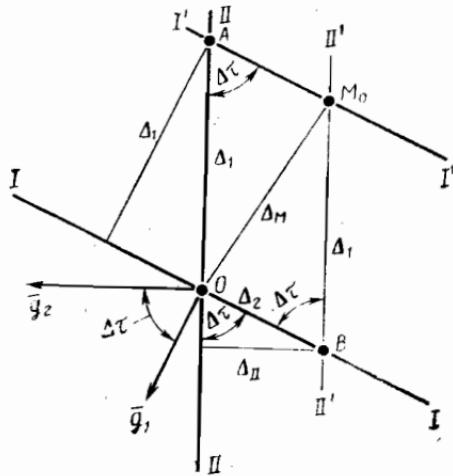
Построенный таким путем эллипс — средний квадратический, вероятность того, что он захватывает истинное место, примерно 39 %. Для построения предельного эллипса надо выполнить те же действия, беря вместо средних квадратических погрешностей (v_1 , v_2 и σ) их утроенные значения, т. е. предельные погрешности.

Необходимую для получения V операцию квадратичного сложения векториальных погрешностей v_1 и σ_m просто выполнять геометрически на основании теоремы Пифагора. Для этого v_1 откладывают циркулем перпендикулярно линии действия σ_m (рис. 2.12): расстояние V между концами отрезков v_1 и σ_m равно в масштабе построений искомой $\sqrt{v_1^2 + \sigma_m^2}$.

Эллипсы погрешностей дают наиболее полные сведения о точности определения места. Однако построение эллипса и тем более вычисление его полуосей и угла ориентации относительно сложны. К тому же, если линии положения пересекаются не под слишком острым углом (острых углов стараются избегать с точки зрения точности), то эллипс погрешностей получается мало отличающимся от окружности. Поэтому в практике судоходства в качестве оценок точности обсерваций вместо эллипсов часто пользуются кругами погрешностей места.

Средним квадратическим кругом погрешностей места называют круг с центром в обсервированной или счислимой точке с радиусом, равным среднему квадратическому значению возможных погрешностей такой точки независимо от их направления. Эта оценка точности места выражается одним числом, которое

Рис. 2.13. К выводу формулы средней квадратической погрешности места



Если Δ_m — погрешность места (см. рис. 2.4) какой-то одной из n обсерваций, выполняемых в одинаковых условиях, то при неограниченном увеличении n средняя квадратическая погрешность m_m места может быть представлена формулой:

$$m_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}}, \quad (2.23)$$

которая повторяет, по сути, приведенное выше словесное определение и послужит для вывода расчетных формул.

Обратимся к рис. 2.13, где O — истинное место в пересечении безошибочных линий положения $I-I'$ и $II-II'$, градиенты которых g_1 и g_2 образуют угол Δ_t . Пусть при выполнении обсервации реализовались погрешности линий положения Δ_1 и Δ_{II} , в результате чего смещенные линии $I'-I'$ и $II'-II'$ дали обсервованную точку M_o с погрешностью места $OM_o = \Delta_m$.

Из прямоугольных треугольников с гипотенузами $OA = \Delta_1$ и $OB = \Delta_2$ имеем

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \Delta_1 / \sin \Delta_t; \\ \Delta_2 &= \Delta_{II} / \sin \Delta_t.\end{aligned}$$

Из треугольника AOM_o (или равного ему BOM_o) по теореме косинусов плоской тригонометрии находим

$$\Delta_m^2 = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 - 2\Delta_1\Delta_2 \cos \Delta_t,$$

или, подставляя сюда предыдущие равенства,

$$\Delta_m^2 = \operatorname{cosec}^2 \Delta_t (\Delta_1^2 + \Delta_{II}^2 - 2\Delta_1\Delta_{II} \cos \Delta_t). \quad (2.24)$$

При выполнении других обсерваций в тех же условиях реализуются иные значения погрешностей Δ_1 и Δ_{II} линий положения и получаются иные погрешности места Δ_m . Однако для каждой обсервации справедливо равенство (2.24). Рассматри-

68
обозначают m_m или M и называют также средней квадратической погрешностью (ошибкой) места или радиальной (круговой) погрешностью, подразумевая под этим круг погрешностей с таким радиусом [3—5, 9—12 и др.].

вая n таких обсерваций, найдем сумму соответствующих им равенств (2.24) и разделим ее на n :

$$\sum \frac{\Delta_{\text{M}}^2}{n} = \operatorname{cosec}^2 \Delta\tau (\sum \frac{\Delta_{\text{I}}^2}{n} + \sum \frac{\Delta_{\text{II}}^2}{n} - 2 \sum \frac{\Delta_{\text{I}} \Delta_{\text{II}}}{n} \cos \Delta\tau).$$

При неограниченном увеличении n слева в этом равенстве получаем по формуле (2.23) величину m_{M}^2 , а справа:

$$\sum \frac{\Delta_{\text{I}}^2}{n} = m_{\text{I}}^2; \quad \sum \frac{\Delta_{\text{II}}^2}{n} = m_{\text{II}}^2; \quad \sum \frac{\Delta_{\text{I}} \Delta_{\text{II}}}{n} = rm_{\text{I}}m_{\text{II}},$$

где m_{I} и m_{II} — средние квадратические значения полных погрешностей линий положения с коэффициентом корреляции r между ними (см. параграф 1.2).

С учетом этого предыдущее равенство принимает вид

$$m_{\text{M}} = \operatorname{cosec} \Delta\tau \sqrt{m_{\text{I}}^2 + m_{\text{II}}^2 - 2rm_{\text{I}}m_{\text{II}} \cos \Delta\tau}. \quad (2.25)$$

Заменяя здесь m_{I} и m_{II} по формуле (1.59), получаем

$$m_{\text{M}} = \frac{1}{\sin \Delta\tau} \sqrt{\left(\frac{m_{\text{I}}}{g_1}\right)^2 + \left(\frac{m_{\text{II}}}{g_2}\right)^2 - 2r \frac{m_{\text{I}}m_{\text{II}}}{g_1g_2} \cos \Delta\tau}, \quad (2.26)$$

где m_{I} и m_{II} — средние квадратические погрешности навигационных параметров, градиенты которых g_1 и g_2 .

Подчеркнем, что в формулах (2.25) и (2.26) $\Delta\tau$ именно угол между градиентами, который может быть больше 90° , тогда его косинус отрицателен.

Подстановкой выражений градиентов разных навигационных параметров (см. параграф 1.4) из общей формулы (2.26) получают расчетные формулы средней квадратической погрешности m_{M} места для разных способов определения. Такие формулы с примерами их использования приведены далее. Сейчас лишь отметим, что при комбинированных определениях места по разнородным параметрам, полные погрешности которых независимы, $r=0$ и формула (2.26) упрощается:

$$m_{\text{M}} = \frac{1}{\sin \Delta\tau} \sqrt{\left(\frac{m_{\text{I}}}{g_1}\right)^2 + \left(\frac{m_{\text{II}}}{g_2}\right)^2}. \quad (2.27)$$

Формулу (2.27) применяют практически во всех случаях, когда погрешности параметров слабо зависят ($r \leq |0,2|$), а также, когда угол между градиентами $\Delta\tau \approx 90^\circ$.

Формулу (2.27) с учетом выражений (2.18) можно представить в таком виде:

$$m_{\text{M}} = \sqrt{\left(\frac{m_{\text{I}}}{\sin \Delta\tau}\right)^2 + \left(\frac{m_{\text{II}}}{\sin \Delta\tau}\right)^2} = \sqrt{\overleftrightarrow{v^2_1} + \overleftrightarrow{v^2_2}}, \quad (2.28)$$

где $\overleftrightarrow{v_1}$ и $\overleftrightarrow{v_2}$ — векториальные погрешности.

Аналогичное равенство справедливо и при зависимых погрешностях ($r \neq 0$), но в таком случае надо складывать полную векториальную погрешность, действующую вдоль линии смещения ($\overset{\leftrightarrow}{V}$ на рис. 2.11) с векториальной погрешностью вдоль сопряженного с ней полудиаметра полного эллипса погрешностей ($\overset{\leftrightarrow}{v}_2$ на рис. 2.11):

$$m_m = \sqrt{V^2 + v_2^2}. \quad (2.29)$$

Во всех случаях справедливо равенство

$$m_m = \sqrt{a_s^2 + b_s^2}, \quad (2.30)$$

где a_s и b_s — полуоси среднего квадратического эллипса погрешностей.

Равенства (2.28) и (2.29) показывают, как графически получить среднюю квадратическую погрешность m_m места. Для этого надо вначале найти векториальные погрешности v_1 и v_2 (или V и v_2 при определениях по однородным параметрам), как об этом сказано выше при описании построения эллипсов погрешностей. Затем с помощью циркуля погрешность v_1 (или V)

откладывают из конца погрешности v_2 перпендикулярно ей: гипotenуза образующегося прямоугольного треугольника дает ис-комую величину m_m в масштабе построений.

Пример 2.3. По условиям примера 2.1 построить средний квадратический круг погрешностей места.

Рассчитав, как и при решении примера 2.1, полные средние квадратические погрешности параметров $m_{\text{ИРП}} = 1,2^\circ$ и $m_{h_0} = 1,0'$, находим по формулам (1.59) и (1.45) погрешность m_1 линии положения радиопеленга I—I:

$$m_1 = m_{\text{ИРП}}/g_1 = \frac{1,2^\circ}{57,3^\circ} 69 = 1,5 \text{ мили.}$$

Сместив эту линию положения на 1,5 мили, а высотную линию II—II на $m_{11} = m_{h_0} = 1,0'$, получаем векториальные погрешности v_1 и v_2 (рис. 2.14).

Отложив циркулем величину v_2 из конца величины v_1 перпендикулярно ей, получаем, как показано на рис. 2.14, погрешность m_m — радиус круга, который характеризует точность обсерваций ($m_m \approx 2,3$ мили).

При определении места по однородным параметрам вначале выполняют построения, показанные на рис. 2.11, что дает векториальные погрешности v_1 , v_2 и σ_m . Затем квадратичным сложением v_1 и σ_m находят $\overset{\leftrightarrow}{V}$ (см. рис. 2.12), после чего квадратич-

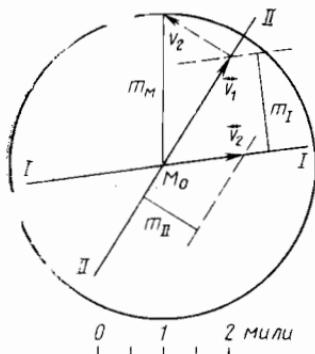


Рис. 2.14. Построение средней квадратической погрешности комбинированного определения места

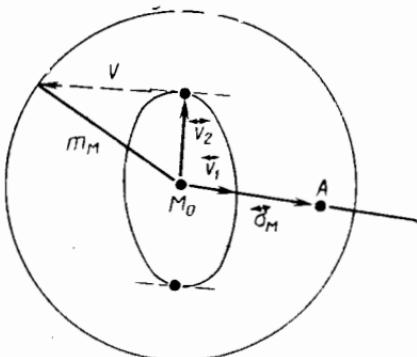


Рис. 2.15. Построение средней квадратической погрешности места по однородным параметрам

ным сложением V и v_2 получают искомый круг погрешностей m_m , как показано на рис. 2.15.

Формула (2.30) показывает, что круг радиуса m_m всегда охватывает эллипс погрешностей. При этом превышение площади круга над площадью эллипса зависит от формы эллипса, характеризуемой его коэффициентом сжатия, равным отношению его осей $\gamma = b_3/a_3$. Поэтому вероятность P того, что средний квадратический круг погрешностей с центром в обсервованной точке накрывает истинное место, не остается постоянной, как для эллипса, а зависит от γ . Эта довольно сложная зависимость исследовалась А. Н. Мотроховым, в результате чего получена таблица, включенная в курс кораблевождения [17] и представленная в сокращении в виде табл. 2.2.

Как следует из табл. 2.2, вероятность P нахождения места внутри среднего квадратического круга погрешностей радиусом m_m изменяется от 63,2 до 68,3%. Это непостоянство вероятности и то, что круг не показывает различий в погрешностях места по разным направлениям, объясняют, почему в литературе по судовождению [5, 11, 12, 17, 18, 25 и др.] среднюю квадратическую погрешность m_m места истолковывали как грубую и упрощенную замену эллипса погрешностей. Сейчас получила признание иная точка зрения, высказанная А. И. Сорокиным и поддержанная В. А. Коугией [9, 10, 137], состоящая в том, что эллипсы и круги погрешностей — самостоятельные характеристики точности места, которые служат для решения разных задач.

Действительно, эллипс погрешностей является наиболее полной характеристикой точности места, и имеется ряд задач по обеспечению навигационной безопасности (см. гл. 4), строгое решение которых требует использования именно эллипсов. Вместе с тем имеется много других задач, применение эллипсов (каждый определяется тремя числами) при решении которых

Таблица 2.2

γ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$P, \%$	68,3	68,1	67,2	65,0	63,8	63,2

приводит к неопределенным и противоречивым результатам, например, при сравнении точности определений места разными техническими средствами и способами, при расчетах и построениях изолиний точности места и маршрутных графиков точности, при нормировании требований к точности определений места (подробнее эти задачи рассматриваются также в гл. 4). В перечисленных задачах зависимость погрешности места от направления не имеет значения, но важно, чтобы она характеризовалась одним числом.

В качестве такой оценки точности места, выражаемой одним числом, часто применяют среднюю квадратическую погрешность m_m места. Это требует оговорки о том, что признается практически одинаковой вероятность от 0,63 до 0,68 нахождения места внутри круга радиусом m_m .

Без такой оговорки строгая оценка точности места одним числом достигается использованием *круга погрешностей постоянной вероятности* нахождения в нем места. Выбор такой вероятности — дело соглашения. С точки зрения практики, желательно принять ее близкой к единице. Но этому соответствуют большие (в 2—3 раза больше средних квадратических) погрешности, распределение которых обычно отличается от нормального, что искажает вероятностные оценки. Поэтому целесообразно принять постоянное значение вероятности равным 0,950, как это обще принято в технике и рекомендовано ИМО для нормирования требований к точности судовождения [138].

Таким образом, для строгого оценивания точности места одним числом в качестве стандартной характеристики рекомендуется *95%-ный круг погрешностей места* с центром в оцениваемой точке, который захватывает действительное место с постоянной вероятностью 0,950. В дальнейшем, говоря о таком круге, подразумеваем его радиус, который условимся обозначать R , и, наоборот, вычисляя R , имеем в виду круг такого радиуса. Значение R может быть получено умножением средней квадратической погрешности m_m места на коэффициент c_1 :

$$R = c_1 m_m. \quad (2.31)$$

Вероятность места внутри круга радиусом m_m зависит от коэффициента γ сжатия эллипса (см. табл. 2.2), поэтому для достижения постоянной вероятности нахождения места в круге радиусом R коэффициент c_1 также должен зависеть от γ . Рассмотрим эту зависимость.

Начнем с частного случая, когда распределение погрешностей места круговое, т. е. $a_3 = b_3$ и $\gamma = 1$. (Только в этом случае эллиптическая погрешность превращается в круговую погрешность, а радиус такого круга, равный полуоси эллипса, уместно называть радиальной погрешностью $\sigma_r = a_3 = b_3$.) В этом случае вероятность P нахождения места внутри круга радиусом R определяют по закону Рэлея [42, 49]:

$$P = 1 - \exp\{-R^2/2\sigma^2\},$$

где $\exp\{\}$ — обозначение экспоненциальной функции, т. е. основание натуральных логарифмов $e = 2,71828\dots$ в степени, указанной в фигурных скобках.

Элементарную вероятность dP нахождения места в секторе с центральным углом $d\varphi$ и радиусом R получают делением предыдущего выражения на 2π :

$$dP = \frac{1}{2\pi} (1 - \exp\{-R^2/2\sigma^2\}) d\varphi.$$

Значение dP , как и σ_r , от направления сектора при круговом распределении не зависит, и интегрирование последнего выражения по φ от 0 до 2π дает, естественно, прежнее значение P .

Теперь перейдем к общему случаю эллиптического (не кругового) распределения погрешностей, когда $a_3 \neq b_3$. В этом случае средняя квадратическая погрешность σ_φ по направлению зависит от этого направления, характеризуемого углом φ относительно оси a_3 эллипса. Значение σ_φ равно, как известно [3—5, 11—12], радиусу-вектору подеры эллипса (подробнее о подере и ее использовании сказано в гл. 4) и определяется равенством

$$\sigma_\varphi^2 = a_3^2 \cos^2 \varphi + b_3^2 \sin^2 \varphi.$$

Подставляя это выражение σ_φ^2 вместо σ^2 , в предыдущую формулу, получаем для некругового распределения элементарную вероятность dP нахождения места в секторе $d\varphi$ в зависимости от направления φ этого сектора. Интегрируя такое выражение dP по φ в пределах от 0 до 2π (или, пользуясь симметрией, интегрируя $4dP$ в пределах от 0 до $\pi/2$), получаем вероятность P нахождения места внутри круга радиусом R :

$$P = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left\{-\frac{R^2}{2(a_3^2 \cos^2 \varphi + b_3^2 \sin^2 \varphi)}\right\} d\varphi.$$

Подставляя сюда по формулам (2.30) и (2.31) $R^2 = c_1^2 \times (a_3^2 + b_3^2)$ и разделив числитель и знаменатель экспоненциального показателя на a_3^2 , после тождественных преобразований получаем известную формулу А. И. Сорокина [10]:

$$P = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left\{-\frac{c_1^2}{1 + v \cos 2\varphi}\right\} d\varphi, \quad (2.32)$$

где вместо коэффициента $\gamma = b_3/a_3$ сжатия эллипса использован выражаемый через этот коэффициент параметр v :

$$v = \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2}.$$

Интеграл в формуле (2.32) через элементарные функции в конечном виде не выражается, что заставляет применять численное интегрирование. Вычисления при $c_1=1$ и различных γ (или v) дают те же значения P , что и в табл. 2.2. Формула (2.32) позволяет получить также c_1 при заданном P . Такая таблица значений c_1 для $P=0,68$ приведена на с. 156 книги В. А. Когути и А. И. Сорокина [9].

Для определений по двум независимым линиям положения коэффициент γ сжатия эллипса можно представить по формулам (2.16) в зависимости от угла θ между линиями положения и отношения λ их средних квадратических погрешностей. С учетом этого параметр v , входящий в формулу (2.32), выразим через те же аргументы:

$$v = \sqrt{1 - \left(\frac{2\lambda \sin \theta}{1 + \lambda^2} \right)^2}.$$

Эта формула совместно с формулой А. И. Сорокина (2.32) послужила для вычислений c_1 при $P=0,95$, результаты которых представлены в табл. 2.3. За рамками этой таблицы $c_1 \approx 1,96$ как при $\theta < 20^\circ$, так и при $\lambda > 7,5$.

Значения c_1 из табл. 2.3 позволяют получать по формуле (2.31) радиус R 95%-ного круга погрешностей в зависимости от λ и θ , минуя вычисления полуосей эллипса погрешностей и их отношения γ . Хотя табл. 2.3 составлялась с использованием формул (2.16), справедливых только для двух независимых линий положения, ее возможности гораздо шире.

Так, отношение средних квадратических погрешностей линий положения $\lambda = m_i/m_{ii}$ равно, как следует из формул (2.18), отношению векториальных погрешностей v_1 и v_2 этих линий. Но такие погрешности, как говорилось там же, являются сопряженными полудиаметрами эллипса погрешностей. Следовательно, аргументами для выборки c_1 из табл. 2.3 могут служить отношение λ любой пары сопряженных полудиаметров эллипса и угол θ между ними. Это позволяет пользоваться значениями c_1 из табл. 2.3 во всех случаях, когда эллипс погрешностей представлен двумя эквивалентными ему векториальными погрешностями при определениях места любым способом при любом числе зависимых или независимых линий положения. Полуоси эллипса также являются его сопряженными полудиаметрами, поэтому для выборки c_1 из табл. 2.3 во всех случаях можно пользоваться аргументами $\lambda = a_3/b_3$ при $\theta = 90^\circ$.

Таблица 2.3

λ	6								
	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	
1	c_1	1,94	1,91	1,88	1,83	1,79	1,76	1,74	1,73
	c_2	8,0	5,4	4,1	3,4	2,9	2,6	2,5	2,4
1,5	c_1	1,94	1,92	1,89	1,86	1,82	1,79	1,77	1,77
	c_2	10,2	6,9	5,3	4,4	3,8	3,4	3,2	3,2
2	c_1	1,95	1,93	1,91	1,88	1,86	1,84	1,83	1,82
	c_2	12,7	8,6	6,6	5,5	4,8	4,4	4,1	4,1
3	c_1	1,95	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,89
	c_2	18,1	12,3	9,5	7,9	7,0	6,4	6,1	6,0
5	c_1	1,96	1,95	1,95	1,94	1,94	1,94	1,93	1,93
	c_2	29,2	19,9	15,5	12,9	11,4	10,5	10,0	9,9
7,5	c_1	1,96	1,96	1,95	1,95	1,95	1,95	1,95	1,95
	c_2	43,3	29,6	23,3	19,3	17,0	15,7	15,0	14,7

При определениях места по двум независимым линиям положения оценивание точности места 95%-ным кругом погрешностей можно еще более упростить. Для этого случая в формуле (2.25) $r=0$ и $\Delta\tau=\theta$ и ее можно представить в таком виде:

$$m_m = m_{11} \operatorname{cosec} \theta \sqrt{1 + \lambda^2}.$$

Подставляя это выражение в формулу (2.31), получим

$$R = c_2 m_{11}, \quad (2.33)$$

где m_{11} — средняя квадратическая погрешность более точной линии положения, а коэффициент c_2 определяется равенством $c_2 = c_1 \operatorname{cosec} \theta \sqrt{1 + \lambda^2}$.

Вычисленные по этой формуле значения c_2 представлены в табл. 2.3 в зависимости от тех же аргументов λ и θ .

Пример 2.4. По условиям примера 2.1 найти радиус R 95%-ного круга погрешностей места.

По этим условиям при решении примера 2.2 были получены отношение стогрешностей линий положения $\lambda=1,5$ и угол между этими линиями $\theta=51^\circ$.

а при решении примера 2.3 получена (графически) средняя квадратическая погрешность места $m_m=2,3$ мили.

Выборка из табл. 2.3 дает $c_1=1,86$ и $c_2=4,3$.

По формуле (2.31) находим $R=1,86 \cdot 2,3=4,3$ мили.

По формуле (2.33) получаем $R=4,3 \cdot 1,0=4,3$ мили.

Хотя второе решение по формуле (2.33) в данном случае проще, первое — по формуле (2.31) имеет, как отмечалось, более широкое применение.

При использовании ЭВМ для составления программ оценивания точности места 95%-ным кругом погрешностей по формулам (2.31) или (2.33) вместо табл. 2.3 предлагается следующая ее аналитическая аппроксимация:

$$c_1 = 1,96 - 0,39e^{-0,54\lambda} \sin^2\theta, \quad (2.34)$$

которая дает хорошее приближение во всем рабочем диапазоне аргументов.

2.4. ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПО РАЗНОВРЕМЕННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ

За исключением тех редких случаев, когда навигационные параметры измеряют несколько лиц по общей команде, все наблюдения, выполняемые для определения места, являются, строго говоря, разновременными. Однако те из них, которые выполняются одним судоводителем в возможно более быстрой последовательности, принято называть одновременными. (Иногда, чтобы подчеркнуть условность такого названия, его заключают в кавычки).

Особенность разновременных наблюдений на ходу судна состоит в том, что измерения навигационных параметров выполняют из разных точек. Поэтому результаты таких измерений должны быть приведены к одному месту (в мореходной астрономии говорят «к одному зениту»). После выполнения этой операции навигационные изолинии (линии положения) и соответствующие им значения навигационных параметров называют *приведенными*, что отмечают индексом «пр» или «прив» у обозначения параметра [18, 118]. В пересечении приведенных изолиний (линий положения) или аналитическим решением системы их уравнений находят обсервованное место судна на момент T_o , к которому приведены все измерения и который называют *моментом обсервации* (иногда моментом приведения).

Приведение к одному месту заключается в том, что по счислению учитывают перемещение судна от момента T_i i -го измерения навигационного параметра до момента обсервации T_o . Обычно в качестве T_o принимают момент последнего измерения параметров, но при использовании ЭВМ удобнее выбирать этот момент округленным до целого часа, до получаса, до четверти часа и т. п.

Перемещение судна за время $T_o - T_i$ характеризуется вектором \bar{S}_i , направление которого относительно меридиана обозначим K . В общем случае угол K равен путевому углу ПУ, а в частности, если нет ветра и течения, то истинному курсу ИК. Перемещение (длина вектора) $S_i = (T_o - T_i)V$, где V — путевая скорость судна (векторная сумма его относительной скорости V_l и скорости течения v_t), а если нет течения, то значение S_i равно плаванию судна по лагу с учетом его поправки. Если в интервале времени $T_o - T_i$ судно изменяло курс, то вектор S_i определяется как сумма векторов его частных перемещений за это время. Далее, когда рассматривается приведение к одному месту результатов измерения только одного i -го параметра, будем для упрощения обозначать вектор \bar{S}_i без индекса i .

Напомним, что число измеряемых навигационных параметров должно быть не менее числа определяемых неизвестных величин. Поэтому при определении места по двум разновременно измеренным параметрам направление K и перемещение S судна за время между измерениями должны быть известны. Если же они неизвестны, например, из-за неизвестного течения, то необходимы дополнительные измерения навигационных параметров [13].

В зависимости от применяемых способа и метода определения места, карт и таблиц или ЭВМ приведение к одному месту выполняют графически или аналитически.

Графическое приведение к одному месту. Такое приведение состоит в том, что каждую приводимую навигационную изолинию (все ее точки) смещают по направлению K движения судна на значение его перемещения S . Если изолиния прямая, например для визуального или радиолокационного пеленга, или если применяется метод линий положения, то из произвольной точки такой линии $I-I'$ (рис. 2.16) надо построить вектор перемещения судна и через его конец C' проложить приведенную линию положения $I'-I'$, сохраняя ее прежнее направление.

Чтобы не загромождать карту вспомогательными построениями вблизи места судна, рекомендуется прием *смещения ориентира*: от изображения ориентира A на карте (см. рис. 2.16) строят вектор \bar{S} и через смещенный ориентир A' прокладывают приведенную линию положения $I'-I'$. Этот прием особо удобен, когда изолиния — окружность. Например, если измерено радиолокационное расстояние D_p до ориентира A (рис. 2.17), то приведенную изостадию строят как дугу окружности радиусом D_p с центром в точке смещенного ориентира A' . Аналогично этому выполняют приведение к одному месту (зениту) при определениях по высотам Солнца более 88° в тропиках: из нанесенного на карту полюса освещения Солнца строят вектор \bar{S} , конец которого служит центром приведенного круга равных высот.

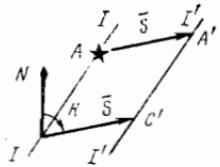


Рис. 2.16. Смещение линии положения

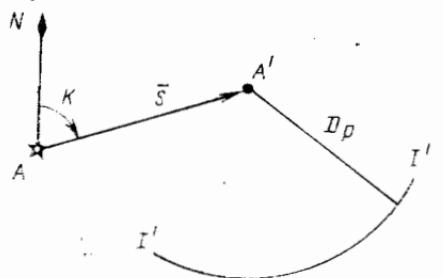


Рис. 2.17. Смещение изостадии

Если навигационная изолиния $I-I$ (рис. 2.18) имеет сложный вид (гипербола, изобата и т. п.), то на ней выбирают несколько характерных точек C_1, C_2, \dots , из которых строят одинаковые векторы \bar{S} и через их концы C'_1, C'_2, \dots прокладывают приведенную изолинию $I'-I'$. Ту же цель достигают с помощью кальки, на которую наносят изолинию $I-I$, а затем кальку смещают по направлению K на значение величины S , сохраняя ее ориентацию относительно меридиана. Приведенная изолиния $I'-I'$ остается на кальке: на карту переносят уколов иглы циркуля только точку ее пересечения с другой изолинией, т. е. обсервованное место.

Аналитическое приведение к одному месту. Такое приведение основано на введении поправок, зависящих от вектора перемещения \bar{S} судна. Такие поправки применяют в одном из трех вариантов: либо поправки $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ к счислимым координатам, либо поправка $\Delta\rho$ к переносу, либо поправка ΔU к навигационному параметру.

В первом варианте вектор \bar{S} разлагают на составляющие вдоль меридиана $\Delta\varphi = S \cos K$ и вдоль параллели $\Delta\omega = S \sin K$, переводя вторую из них в разность долгот $\Delta\lambda = \Delta\omega \sec K$ (рис. 2.19). Если для вычисления элементов τ и p линии положения

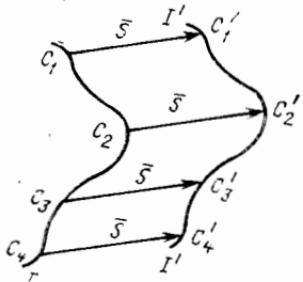


Рис. 2.18. Смещение навигационной изолинии

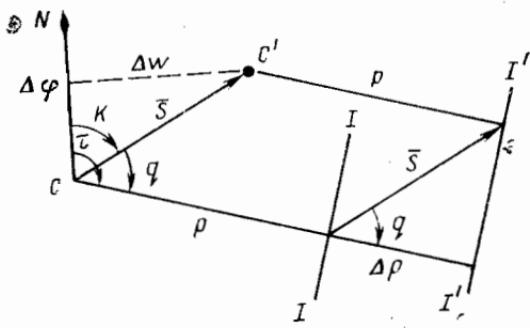


Рис. 2.19. К выводу формул приведения измерений к одному месту

I—I принято счислимое место *C*, координаты которого φ_c и λ_c могут быть округленными или ориентировочными, то координаты φ'_c и λ'_c точки *C'* на момент обсервации должны с возможной строгостью учитывать перемещение \bar{S} судна и определяться по формулам аналитического счисления: $\varphi'_c = \varphi_c + \Delta\varphi$; $\lambda'_c = \lambda_c + \Delta\lambda$.

Прокладка из точки *C'* переноса p , вычисленного для точки *C*, дает, как видно на рис. 2.19, приведенную линию положения *I'—I'*. При аналитическом определении места судна заменяют прокладки из точки *C'* решают систему уравнений линий положения в прямоугольных координатах $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$, началом которых служит точка *C'*.

Во втором варианте находят поправку Δp к переносу p как проекцию вектора \bar{S} на линию градиента (см. рис. 2.19):

$$\Delta p = S \cos(\tau - K) = S \cos q, \quad (2.35)$$

где q — угол между линией перемещения судна и направлением градиента навигационного параметра.

Подставляя сюда расстояние S , проходимое судном с путевой скоростью V за 1 мин, получаем минутное изменение Δh_v высоты светила, азимут которого A :

$$\Delta h_v = \frac{V}{60} \cos(A - \text{ПУ}).$$

По этой формуле рассчитана табл. 16 МТ—75. Значение величины Δh_v надо умножить на время приведения, что дает поправку Δh_z приведения к одному зениту.

Как следует из рис. 2.19, если перенос, рассчитанный для точки *C*, исправить поправкой Δp из формулы (2.35), то прокладка из этой точки дает приведенную линию положения *I'—I'*.

В третьем варианте поправку Δp из формулы (2.35) переводят в поправку ΔU к навигационному параметру по формуле (1.59), используя модуль его градиента g : $\Delta U = g \cdot \Delta p$. Подставляя сюда Δp из формулы (2.35) и выражая расстояние S через скорость V и время приведения $T_o - T_i$, придадим этой формуле вид, принятый в описании табл. 16 МТ—75:

$$\Delta U = \frac{V}{60} g \cos(\tau - \text{ПУ}) (T_o - T_i). \quad (2.36)$$

Все варианты, естественно, приводят к совпадающим результатам.

В предыдущем изложении подразумевалось, что приведение делается к последующему месту судна, т. е. $T_o > T_i$. Если это не так, то при графическом решении вектор перемещения \bar{S} судна надо заменить противоположным, а при аналитическом решении нужные знаки поправок определяют по формулам (2.35) и (2.36).

Во всех случаях для приведения к одному месту используется вектор перемещения \vec{S} судна, который никогда не известен абсолютно точно. Выясним, как погрешности направления и значения этого вектора влияют на точность приведенной линии положения. Все графические и аналитические методы приведения дают одинаковые результаты, поэтому для анализа точности можно воспользоваться любым из них независимо от того, какой метод применяется. Наиболее удобна для такого анализа формула (2.35).

Продифференцировав формулу (2.35) по всем переменным, переходя от дифференциалов к конечным приращениям, а затем к средним квадратическим погрешностям, получаем

$$m_{\Delta p} = \sqrt{m_s^2 \cos^2 q + m_K^2 K S^2 \sin^2 q}, \quad (2.37)$$

где $m_{\Delta p}$ — дополнительная средняя квадратическая погрешность приведенной линии положения, обусловленная погрешностями в направлении и величине перемещения судна, средние квадратические значения которых m_K и m_s .

Формулы (2.35) и (2.36) показывают, что поправки для приведения линий положения (изолиний) к одному месту тем меньше, чем меньше перемещение судна, т. е. меньше время от момента наблюдений до момента обсервации, и чем меньше угол между линией пути судна и линией положения, т. е. чем ближе к прямому угол q .

Из формулы (2.37) следует, что при выполнении тех же условий ($S \rightarrow 0$ и $q \rightarrow 90^\circ$) уменьшается также и дополнительная погрешность приведенной линии положения. Этим пользуются на практике, выбирая такую последовательность измерений навигационных параметров, при которой поправки приведения к одному месту и их погрешности были бы как можно меньше или даже пренебрежимо малы. Так, если наблюдения приводятся к последующему моменту, то измерения рекомендуют начинать с параметров, которые изменяются вследствие движения судна наиболее медленно ($q \approx 90^\circ$), а также тех, измерение которых затруднено и занимает больше времени.

Дополнительная погрешность приведенной линии положения и ее погрешность, возникающая при измерении навигационного параметра, независимы, и их средние квадратические значения $m_{\Delta p}$ из формулы (2.37) и m_p из формулы (1.59) складываются квадратично:

$$m_{\text{пп}} = \sqrt{m_p^2 + m_{\Delta p}^2}, \quad (2.38)$$

где $m_{\text{пп}}$ — суммарная средняя квадратическая погрешность приведенной линии положения.

Очевидно, при оценивании определений места по разновременным наблюдениям погрешности приведенных линий положения надо рассчитывать по формуле (2.38). Рассмотрим такое оценивание кругом погрешностей m_m по формуле (2.25) для оп-

пределений по двум разновременным наблюдениям. Предварительно преобразуем формулу (2.25) к более удобному для этого виду. В эту формулу входит коэффициент корреляции r между погрешностями линий положения. Независимо от действительной причины такой корреляции она может быть представлена как следствие некоторой повторяющейся погрешности со средней квадратической величиной σ . По формуле (1.18) имеем

$$r = \sigma^2/m_1 m_{11},$$

где m_1 и m_{11} — средние квадратические погрешности линий положения.

Подставляя это выражение в формулу (2.25), получаем среднюю квадратическую погрешность m_m места для оценки точности определений по двум одновременным наблюдениям в таком виде:

$$m_m = \sec \Delta \tau \sqrt{m_{11}^2 + m_{11}^2 - 2\sigma^2 \cos \Delta \tau}. \quad (2.39)$$

Для оценивания точности определений места по разновременным наблюдениям надо в этой формуле среднюю квадратическую погрешность приведенной линии положения выразить по формуле (2.38). Будем считать, что к моменту вторых измерений приводится первая линия положения, после чего ее средняя квадратическая погрешность

$$m_{1 \text{ пр}} = \sqrt{m_{11}^2 + m_{\Delta \rho}^2}.$$

Подставляя это выражение вместо m_1 в формулу (2.39), получаем среднюю квадратическую погрешность m'_m определения места по разновременным наблюдениям:

$$\begin{aligned} m'_m &= \operatorname{cosec} \Delta \tau \sqrt{m_{11}^2 + m_{\Delta \rho}^2 + m_{11}^2 - 2\sigma^2 \cos \Delta \tau} = \\ &= \sqrt{\operatorname{cosec}^2 \Delta \tau (m_{11}^2 + m_{11}^2 - 2\sigma^2 \cos \Delta \tau) + m_{\Delta \rho}^2 \operatorname{cosec}^2 \Delta \tau}. \end{aligned}$$

Убеждаемся, что первое слагаемое под радикалом равно по формуле (2.39) m_m^2 (как и при одновременных наблюдениях), а второе по формуле (2.28) $v_{\text{пр}}^2$, где $v_{\text{пр}}^2$ — векториальная погрешность, действующая вдоль второй линии положения и обусловленная погрешностями приведения к одному месту. С учетом этого предыдущая формула принимает вид

$$m'_m = \sqrt{m_m^2 + v_{\text{пр}}^2}. \quad (2.40)$$

Полученная формула предназначена для оценивания точности обсерваций по двум разновременным наблюдениям. Вместе с тем она позволяет обоснованно отделить случаи, когда погрешности счисления, входящие в результат обсервации, столь велики, что получаемое место надо считать счислимо-обсерванным. Действительно, формула (2.40) выражает квадратичное сложение, при котором, если слагаемые не равны, результат оп-

ределяется в основном большим из них (см. конец гл. 1 и книгу «Теория ошибок и ее применение к задачам судовождения» [25]).

Так, если значение $v_{\text{пр}}$ составляет не более трети m_m , то пренебрежение величиной $v_{\text{пр}}$ вызывает уменьшение значения m'_m не более чем на 5%. Иначе говоря, если $3v_{\text{пр}} < m_m$, то можно принимать $m'_m = m_m$, считая такие наблюдения практически одновременными, а получаемое место — обсервованным. Напротив, если это условие не выполняется, т. е. $3v_{\text{пр}} > m_m$, то наблюдения существенно разновременны: их точность зависит от погрешностей счисления, которыми нельзя пренебречь, и получаемое место надо считать счислимо-обсервованным.

2.5. ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ТРЕМ И БОЛЕЕ ПАРАМЕТРАМ

Если для определения места судна измерено n ($n \geq 3$) навигационных параметров, то любые два из них можно считать необходимыми, а остальные $n - 2$ — дополнительными или избыточными (см. параграф 2.1). Таким измерениям соответствует система n уравнений линий положения, которые представим в общем виде, сохраняя обозначения формулы (1.56):

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 \Delta\varphi + b_1 \Delta\omega - l_1 = 0; \\ a_2 \Delta\varphi + b_2 \Delta\omega - l_2 = 0; \\ \dots \dots \dots \\ a_n \Delta\varphi + b_n \Delta\omega - l_n = 0. \end{array} \right. \quad (2.41)$$

Здесь для большей наглядности геометрических представлений используются равномасштабные координаты $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$, хотя для составления программ ЭВМ целесообразно пользоваться координатами $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$, как об этом сказано ранее в параграфе 2.2.

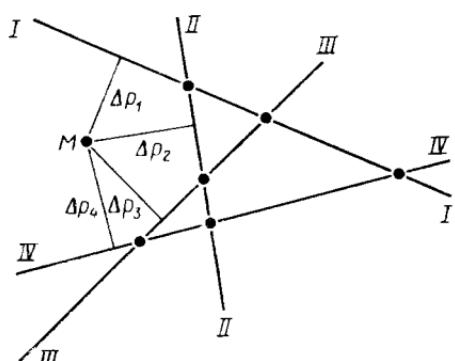


Рис. 2.20. Пересечение четырех линий положения

для составления программ ЭВМ целесообразно пользоваться координатами $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$, как об этом сказано ранее в параграфе 2.2.

Вследствие неизбежных погрешностей линий положения они не пересекаются в одной точке. Это значит, что уравнения (2.41) несовместны: никакая пара чисел $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$ не удовлетворяет одновременно всем уравнениям (2.41). Пересекаясь попарно, линии положения

образуют систему точек: при трех линиях — три, при четырех — шесть (рис. 2.20) и т. д., а вообще при n линиях — число сочетаний из n по 2, т. е. $\frac{1}{2}n(n-1)$. Координаты этих точек можно получить решением уравнений (2.41), беря их в попарных сочетаниях.

Несовместность системы уравнений (2.41) обуславливает необходимость их уравнивания, т. е. приведения в формальное согласие, что достигается введением поправок v_i ($i=1, 2, \dots, n$), после чего система принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1\Delta\varphi + b_1\Delta\omega - l_1 = v_1; \\ a_2\Delta\varphi + b_2\Delta\omega - l_2 = v_2; \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_n\Delta\varphi + b_n\Delta\omega - l_n = v_n. \end{array} \right. \quad (2.42)$$

Теперь систему составляют n уравнений с $n+2$ неизвестными ($\Delta\varphi$, $\Delta\omega$ и n поправок v_i), следовательно, она неопределенная и имеет бесконечно много решений [105, 107]. Действительно, задавшись произвольно значениями двух неизвестных, можно определить остальные n неизвестных. Геометрически это значит, что, выбрав произвольно точку M , т. е. задавшись значениями $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$, получаем расстояния Δp_i от нее до каждой линии положения, чем и определяются поправки $v_i = g_i \cdot \Delta p_i$ (см. рис. 2.20). Произвол в выборе решения системы (2.42) устраняют тем, что уравнивание выполняют при дополнительном требовании, обеспечивающем наилучшее в определенном смысле решение. Такое дополнительное требование обосновывают и формулируют по-разному, но обычно оно выражает стремление получить наиболее точное или наиболее вероятное место судна.

Требование получить наиболее точное место означает, что ищется такое решение $\Delta\varphi$, $\Delta\omega$ системы уравнений (2.42) или, что то же самое, такое положение точки M (см. рис. 2.20), при котором средняя квадратическая погрешность t_m искомого места была бы минимальна. Сокращенно это требование представим так: $t_m = \min$. Значение величины t_m зависит от углов между градиентами (между линиями положения), но в любом случае тем меньше, чем точнее линии положения. Если эти линии равноточны с независимыми погрешностями, то их точность характеризуется одинаковым средним квадратическим отклонением ε , а требование $t_m = \min$ соблюдается, когда $\varepsilon = \min$. Оценка величины ε выражается по формуле Бесселя (1.11) через отклонения v_i результатов измерений от тех, которые соответствуют искомому решению ($i = 1, 2, \dots, n$):

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-2}},$$

где на сей раз в знаменателе $n=2$, так как из n уравнений (2.42) только два независимых. Из этой формулы следует, что требование $m_m = \min$ выполняется, когда соблюдается условие

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \min. \quad (2.43)$$

Таким образом заключаем, что для получения наиболее точного места (в смысле $m_m = \min$) необходимо выполнение условия (2.43), при котором уравнивание делают по методу наименьших квадратов. Этот метод, разработанный К. Ф. Гауссом [139—141], оказался чрезвычайно плодотворным и успешно применяется в естествознании и технике, ему посвящены многочисленные труды, в том числе уже упоминавшиеся работы [5, 7, 9—13, 16, 17, 25, 27—37, 58—62, 83—90].

Возвращаясь к неопределенной системе уравнений (2.42), рассмотрим ее решение при дополнительном требовании получить наиболее вероятное место. Такое требование выражает общий принцип наибольшего правдоподобия, идея которого также принадлежит К. Ф. Гауссу [139], весьма полно разработана Р. А. Фишером [142], получила дальнейшее развитие и многочисленные применения [25, 34, 37—39, 43, 85, 88, 143—145]. Здесь, как и раньше (см. параграф 2.3), под вероятностью какого-либо значения погрешности или точки подразумевается вероятность попадания в элементарную область, охватывающую это значение или точку.

Поправки v_i , приводящие уравнения (2.42) в согласие, отличаются от погрешностей измерений только знаком. Если такие погрешности имеют нормальное распределение (что не противоречит опытным данным), то вероятность $dP(v_i)$ того, что погрешность измерения параметра i -й линии положения примет значение v_i , выражается формулой [5, 11, 12, 25]:

$$dP(v_i) = \frac{1}{\epsilon_i \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{v_i^2}{2\epsilon_i^2} \right\} dv, \quad (2.44)$$

где $\exp\{\}$ обозначает, как и раньше, экспоненциальную функцию.

Если погрешности независимы, то вероятность dP их совместного появления в определенном сочетании находится по теореме умножения вероятностей, как произведение n выражений вида (2.44):

$$dP = C \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (v_i / \epsilon_i)^2 \right\},$$

где C — произведение всех постоянных коэффициентов перед экспонентами (2.44) и всех элементарных интервалов dv .

Как следует из последней формулы, максимум вероятности dP , т. е. выполнение принципа наибольшего правдоподобия, на-

ступает, когда минимален отрицательный показатель степени, иначе говоря, когда выполняется условие

$$\sum_{i=1}^n (v_i/e_i)^2 = \min. \quad (2.45)$$

Если измерения равноточны, как это предполагалось ранее, то условие (2.45) превращается в условие (2.43).

Таким образом, при нормальном распределении погрешностей требование наибольшей точности места и требование наиболее вероятного места приводят к одному и тому же условию (2.43) метода наименьших квадратов. Однако второе вероятностное обоснование этого условия более содержательно и плодотворно. Оно легко распространяется на иные случаи, в частности на случай взаимозависимых погрешностей измерений.

Точность взаимозависимых измерений n навигационных параметров исчерпывающе характеризуется их полными средними квадратическими погрешностями m_i ($i=1, 2, \dots, n$) и коэффициентами корреляции r_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$). Эти коэффициенты составляют нормированную корреляционную матрицу погрешностей $\|r\|$, которая симметрическая, так как $r_{ij} = r_{ji}$, а $r_{ii} = 1$, и которую поэтому заполняют обычно лишь по одну сторону от главной диагонали:

$$\|r\| = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & 1 \end{vmatrix} \quad (2.46)$$

Повторяя рассуждения, послужившие для обоснования условия (2.45), но учитывая взаимозависимость погрешностей, характеризуемую корреляционной матрицей (2.46), получаем (подробнее см. работы [25, 32]) взамен (2.45) более общее условие

$$Q(v_i, v_j) = \sum_{i,j=1}^n A_{ij} \frac{v_i v_j}{m_i m_j} = \min, \quad (2.47)$$

где A_{ij} — адъюнкты (алгебраические дополнения) элементов матрицы (2.46):

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} D_{ij}, \quad (2.48)$$

здесь D_{ij} — минор элемента r_{ij} , т. е. определитель $(n-1)$ -го порядка матрицы, полученной из матрицы (2.46) вычеркиванием i -й строки и j -го столбца [105].

По условию (2.47) минимизируется однородный многочлен второй степени относительно n переменных v_i , называемый квадратичной формой (сумма квадратов — канонический вид такой формы), которая обозначена $Q(v_i, v_j)$. Поэтому уравнивание при условии (2.47) называют *методом наименьшей квадратичной формы*, а также *обобщенным методом наименьших квадратов*.

тov, или методом наименьших квадратов, расширенным на взаимозависимые погрешности [9, 21, 25, 27—34, 63, 85, 143—146].

Отметим, что если погрешности измерений независимы, то все $r_{ij}=0$ при $i \neq j$, матрица (2.46) превращается в единичную: на ее главной диагонали остаются единицы, а все остальные места заполняют нули. В таком случае по формуле (2.48) получаем

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j; \\ 0 & \text{при } i \neq j. \end{cases}$$

Подставляя эти значения в условие наименьшей квадратичной формы (2.47), убеждаемся, что оно превращается в этом частном случае в условие наименьших квадратов (2.45).

Вновь возвращаясь к системе уравнений (2.42), найдем ее решение при наиболее общем дополнительном условии (2.47), приравняв к нулю частные производные от него по $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q(v_i, v_j)}{\partial \Delta\varphi} &= \Sigma \frac{A_{ij}}{m_i m_j} \left(v_i \frac{\partial v_j}{\partial \Delta\varphi} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial \Delta\varphi} \right) = 0; \\ \frac{\partial Q(v_i, v_j)}{\partial \Delta\omega} &= \Sigma \frac{A_{ij}}{m_i m_j} \left(v_i \frac{\partial v_j}{\partial \Delta\omega} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial \Delta\omega} \right) = 0. \end{aligned}$$

Подставляя сюда значения v_i из формул (2.42) и их производные $\partial v_i / \partial \Delta\varphi = a$; $\partial v_i / \partial \Delta\omega = b_i$, получаем после сокращения на два и приведения подобных членов систему двух нормальных уравнений:

$$\begin{cases} A_1 \Delta\varphi + B_1 \Delta\omega - L_1 = 0; \\ A_2 \Delta\varphi + B_2 \Delta\omega - L_2 = 0, \end{cases} \quad (2.49)$$

где коэффициенты выражаются через исходные величины следующим образом:

$$\begin{aligned} A_1 &= \Sigma A_{ij} \frac{m_i m_j}{a_i a_j}; \quad L_1 = \Sigma A_{ij} \frac{a_i l_j}{m_i m_j}; \\ A_2 &= B_1 = \Sigma A_{ij} \frac{a_i b_j}{m_i m_j}; \quad L_2 = \Sigma A_{ij} \frac{b_i l_j}{m_i m_j}; \\ B_2 &= \Sigma A_{ij} \frac{b_i b_j}{m_i m_j}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (2.50)$$

где A_{ij} — адъюнкты корреляционной матрицы погрешностей (2.46), определяемые по формуле (2.48).

Решение системы нормальных уравнений (2.49) дает искомые поправки $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$ к координатам для получения наиболее вероятного (и наиболее точного) места судна:

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{D} (B_2 L_1 - B_1 L_2); \quad \Delta\omega = \frac{1}{D} (A_1 L_2 - A_2 L_1), \quad (2.51)$$

где D — определитель системы уравнений (2.49):

$$D = A_1B_2 - A_2B_1. \quad (2.52)$$

Обсервованные координаты места рассчитывают по формулам, аналогичным формулам (2.9):

$$\varphi_o = \varphi_c + \Delta\varphi; \lambda_o = \lambda_c + \Delta\omega \sec \varphi_c \quad (2.53)$$

с повторением итераций, как об этом сказано в параграфе 2.2 при описании численных методов определений.

Через те же коэффициенты (2.50) нормальных уравнений (2.49) выражаются характеристики точности обсерваций (вывод формул имеется в книге «Теория ошибок и ее применение к задачам судовождения» [25] и здесь не повторяется). Так, получив среднего квадратического эллипса погрешностей:

$$a^2_3 = \frac{|r|}{2D} (A_1 + B_2 - F); \quad b^2_3 = \frac{|r|}{2D} (A_1 + B_2 + F), \quad (2.54)$$

где $|r|$ — определитель нормированной корреляционной матрицы погрешностей (2.46), а F — вспомогательная величина, которую определяют по следующей формуле, где корень арифметический (с плюсом):

$$F = \sqrt{(A_1 - B_2)^2 + 4A^2_2}. \quad (2.55)$$

Угол ψ ориентации полуоси a_3 эллипса относительно меридиана рассчитывают по формулам:

$$\sin 2\psi = 2A_2/F; \quad \cos 2\psi = (A_1 - B_2)/F, \quad (2.56)$$

где сочетание знаков этих функций определяют четверть, в которой находится ψ .

Подстановка выражений (2.54) в формулу (2.30) дает среднюю квадратическую погрешность места

$$m^2_m = |r| (A_1 + B_2)/D. \quad (2.57)$$

Эту погрешность переводят в 95%-ную круговую погрешность R по формуле (2.31), для чего коэффициент c_1 выбирают из табл. 2.3 или рассчитывают по формуле (2.34), где в качестве аргумента λ берут отношение большей к меньшей полуосей эллипса (2.54), а угол θ принимают равным 90° .

Формулы (2.50) — (2.57) составляют общий алгоритм метода наименьшей квадратичной формы. Этот алгоритм применим также для определений по двум навигационным параметрам, когда никакого уравнивания не требуется. В таком случае он дает точку пересечения двух изолиний и оценку точности получаемого места с учетом корреляции между полными погрешностями измерений. Описанный алгоритм использован при составлении

программ определений места с оценкой точности для ЭВМ навигационных автоматизированных комплексов первого поколения [34], а также для комплексов «Бриз» [147] и «Бирюза» [41], для специализированной ЭКВМ «Контакт-2Н» (навигационный) [71, 72, 148] и для микроЭВМ «НР-97» [149].

Если корреляция между полными погрешностями навигационных параметров обусловлена общей для них систематической погрешностью, то формулы коэффициентов нормальных уравнений (2.50) могут быть представлены в развернутом виде. В частности, если наряду со случайными имеется повторяющаяся погрешность, то при равноточных измерениях все коэффициенты корреляции одинаковы и выражаются по формулам (2.20) и (2.21). В таком случае все элементы корреляционной матрицы (2.46) вне главной диагонали одинаковы и равны r :

$$\|r\| = \begin{vmatrix} 1 & r & r & \dots & r \\ r & 1 & r & \dots & r \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ r & r & r & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad \text{порядок } n \quad (2.58)$$

Адъюнкты A_{ij} этой матрицы по формуле (2.48) получаются разными при $i \neq j$ и при $i = j$.

При $i \neq j$, поменяв местами $i - 1$ раз смежные столбцы и $j - 2$ раза смежные строки (считаем $i < j$), матрицу минора D_{ij} приводим к виду, при котором первую строку и столбец занимают только r . При таких перестановках знак D_{ij} изменяется $i + j - 3$ раза, а знак A_{ij} будет всегда отрицательным [105]:

$$A_{ij} = -r \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ r & 1 & r & \dots & r \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r & r & r & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad \text{порядок } n - 1 \quad (2.59)$$

Вычитая из последнего столбца первый, затем, раскладывая определитель по элементам последнего столбца, получаем определитель с матрицей такого же вида, но на порядок меньше. Повторяя это $n - 2$ раза, находим:

$$A_{ij} = -r(1 - r)^{n-2}; \quad i \neq j. \quad (2.60)$$

При $i = j$ адъюнкты A_{ij} всегда положительны, а матрица минора D_{ij} имеет вид (2.58), но порядок $n - 1$. Вычтя из первой строки последнюю и раскладывая затем по элементам первой строки, получаем сумму двух определителей: один с матрицей того же вида, но на порядок меньше, а второй — вида (2.59). С учетом этого и формулы (2.60) получаем

$$A_{ii} = [1 + r(n - 2)](1 - r)^{n-2}; \quad i = j. \quad (2.61)$$

Подставляя выражения (2.60) и (2.61) в формулы (2.50) и сокращая все коэффициенты уравнений (2.49) на одинаковый множитель, находим

$$A_1 = \Sigma a_i^2 + r[(n-1)\Sigma a_i^2 - \Sigma a_i \Sigma a_j]; \quad (2.62)$$

$$A_2 = B_i = \Sigma a_i b_i + r[(n-1)\Sigma a_i b_i - \Sigma a_i \Sigma b_j];$$

и т. п. при $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Видим, что для независимых погрешностей, когда $r=0$, коэффициенты (2.62) принимают такой же вид, как при уравнивании по классической схеме метода наименьших квадратов [11, 12].

Подставляя в формулы (2.62) выражение r по формуле (1.20) и сокращая все коэффициенты на множитель $(n-1)r + 1 \neq 0$, получаем

$$A_1 = \Sigma a_i^2 - \frac{1}{n+\lambda} \Sigma a_i \Sigma a_j; \quad (2.63)$$

$$A_2 = B_i = \Sigma a_i b_i - \frac{1}{n+\lambda} \Sigma a_i \Sigma b_j;$$

и т. п. при $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Здесь $\lambda = (\varepsilon/\sigma)^2$ выражается по-прежнему по формуле (1.21) через средние квадратические величины случайных ε и повторяющихся σ погрешностей. Такая форма записи коэффициентов нормальных уравнений понадобится в дальнейшем. Она также показывает, что если систематические погрешности пренебрежимо малы по сравнению со случайными, то $\lambda \rightarrow \infty$ и коэффициенты принимают известный вид классической схемы метода наименьших квадратов [11, 12, 17, 25].

До сих пор рассматривалось только определение места с оценкой его точности. Однако когда число измеряемых навигационных параметров три и более, то появляется возможность определить или исключить их повторяющуюся погрешность Δ_n (строго говоря, лишь уточнить поправку, принятую ранее для исправления результатов измерений). Рассмотрим этот вопрос подробнее, ограничиваясь случаем равноточных

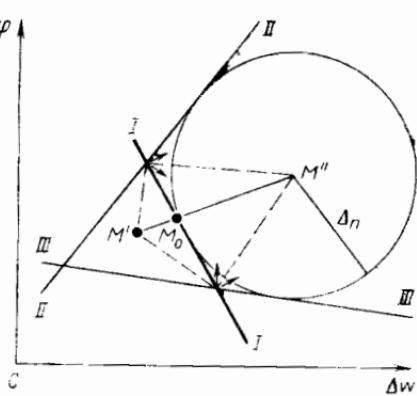


Рис. 2.21. Обсервованное место по трем линиям положения

линий положения с градиентами, равными единице (высоты светил или расстояния). Другие случаи сводятся к нему, введением весов.

Вначале обратимся к случаю трех линий положения, которые, пересекаясь, образуют треугольник погрешностей, изображенный на рис. 2.21, где стрелками показаны направления градиентов, а начало координат $\Delta\varphi$, $\Delta\omega$ принято в счислимой точке C . Если предположить, что этот треугольник обусловлен только действием случайных независимых погрешностей, то наиболее точный результат дает уравнивание по методу наименьших квадратов при условии (2.43), что приводит к точке M' , находящейся всегда внутри треугольника на пересечении его анти-медиан (на рис. 2.21 показаны штриховой линией только две из них) [11, 12, 17, 25].

Если же предположить, что причиной образования треугольника послужила повторяющаяся погрешность Δ_n , то она должна рассматриваться как третью неизвестное наряду с координатами места. Для графического исключения погрешности Δ_n рекомендуется [5, 22, 25, 33, 80, 120, 136] провести астрономические биссектрисы через вершины треугольника. Если градиенты направлены в секторе менее 180° , как на рис. 2.21, то все биссектрисы (на рис. 2.21 показаны штриховой линией только две из них) пересекаются вне треугольника в точке M'' , являющейся центром внешневписанной окружности радиуса Δ_n . Очевидно, если все линии положения сместить на одинаковую величину Δ_n , то они пересекутся в одной точке M'' и, конечно, никакого треугольника случайных погрешностей не останется (вопреки этому о таком треугольнике написано ошибочно на с. 76 в статье В. Ф. Дьяконова [133]).

Аналитическое исключение (или определение) повторяющейся погрешности Δ_n состоит в решении системы трех уравнений линий положения:

$$\begin{cases} a_1\Delta\varphi + b_1\Delta\omega + \Delta_n - l_1 = 0; \\ a_2\Delta\varphi + b_2\Delta\omega + \Delta_n - l_2 = 0; \\ a_3\Delta\varphi + b_3\Delta\omega + \Delta_n - l_3 = 0, \end{cases} \quad (2.64)$$

где Δ_n введено как третье неизвестное.

Решение этой системы по известным правилам алгебры дает координаты точки M'' (см. рис. 2.21) и величину Δ_n .

Аналогично описанному выполняется разгон треугольника погрешностей при определениях по трем пеленгам, когда третьим неизвестным принимается погрешность в поправке компаса, и при определениях другими способами [17, 25, 135].

Важно обратить внимание на то, что описанное графическое и эквивалентное ему аналитическое исключение повторяющейся погрешности при трех линиях положения возможно лишь при нереальном предположении о полном отсутствии случайных по-

грешностей. К сожалению, это обстоятельство иногда не оговариваются, что приводит к заблуждениям. Такая опасность усугубляется тем, что после получения места и определения повторяющейся погрешности (M'' и Δ_p на рис. 2.21) вспоминают о неизбежных случайных погрешностях и учитывают задним числом их влияние на полученные M'' и Δ_p (так делается в статье В. Ф. Дьяконова и др. [150]). Ясно, что такой учет случайных погрешностей уже не изменяет результатов, полученных до того без их учета.

Изложенное можно пояснить иначе. Положим, по результатам измерений трех навигационных параметров путем разгона треугольника погрешностей или решением системы уравнений (2.64) с тремя неизвестными, кроме координат места, определена или исключена повторяющаяся погрешность Δ_p . Принимая полученные таким путем место M'' и значение Δ_p , тем самым принимают (часто не оговаривая этого), что ранее учитываемая поправка измерений совершенно не заслуживает доверия и отбрасывается.

Против таких действий предостерегал судоводителей проф. М. М. Лесков [19, с. 44], который рекомендует, определив поправку компаса разгоном треугольника и оценив ее точность, использовать для дальнейшего среднее взвешенное из этого и ранее принятого ее значения. Применяя эту рекомендацию к определению места по высотам трех светил, доц. В. В. Вейхман получил [31] решение, которое совпадает с тем, что дает метод наименьшей квадратичной формы [25]. Это решение при $\lambda=1$ дает точку M_0 , показанную на том же рис. 2.21.

В случае, когда число линий положения $n \geq 4$, включение повторяющейся погрешности Δ_p в число неизвестных возможно без нереального предположения об отсутствии случайных погрешностей (как это приходится делать при $n=3$). В таком случае имеем систему уравнений вида (2.64) с тремя неизвестными $\Delta\varphi$, $\Delta\omega$ и Δ_p . Решение такой системы по классической схеме метода наименьших квадратов при условии (2.43) или (2.45) приводит к тем же формулам (2.51) и (2.52), где, однако, коэффициенты нормальных уравнений выражаются иначе:

$$A_1 = \Sigma a_i^2 - \frac{1}{n} \Sigma a_i \Sigma a_j; \quad (2.65)_1$$

$$A_2 = B_1 = \Sigma a_i b_i - \frac{1}{n} \Sigma a_i \Sigma b_j$$

и т. п. при $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Сравнивая эти выражения с формулами (2.63), убеждаемся, что они получаются из формул (2.63) подстановкой $\lambda=0$. Это значит, что, включая повторяющуюся погрешность в число неизвестных с последующим уравниванием по методу наименьших

квадратов при условии (2.43), тем самым принимают, что эта погрешность Δ_p может быть как угодно велика по сравнению со случайными. При таком подходе, очевидно, не используются сведения о соотношении между случайными и повторяющимися погрешностями, выражаемыми величиной λ , вследствие чего снижается точность результатов.

Применяя для определения места описанный выше алгоритм метода наименьшей квадратичной формы, можно найти и наиболее вероятное значение повторяющейся погрешности [151]:

$$\Delta_p = \frac{1}{n + \lambda} (\Delta\varphi_0 \sum a_i + \Delta\omega_0 \sum b_i - \sum l_i), \quad (2.66)$$

где $\Delta\varphi_0$ и $\Delta\omega_0$ — определенные по формулам (2.50) и (2.51) координаты точки M_0 , а все другие обозначения прежние.

Заметим, что если измерения содержат только случайные независимые и повторяющуюся погрешности со средними квадратическими значениями ϵ и σ , то наиболее вероятные значения координат $\Delta\varphi_0$, $\Delta\omega_0$ и погрешности Δ_p могут быть получены иным путем, а именно: если к уравнениям поправок вида (2.42), выражающим измерения навигационных параметров с весом, пропорциональным $1/\epsilon^2$, дописать уравнение, отражающее измерения для определения принятой поправки с весом $1/\sigma^2$, затем уравнивать такую систему по классической схеме метода наименьших квадратов при условии (2.43) [11, 12]. Полученные $\Delta\varphi_0$, $\Delta\omega_0$ оказываются теми же, что и по методу наименьшей квадратичной формы, хотя этот метод применим и в других более общих случаях [29, 151].

Подводя итог изложенному, заключаем, что уравнивание по методу наименьшей квадратической формы дает наиболее точные результаты вследствие использования всей доступной информации о погрешностях измерений. Эта информация выражается, в частности, априорно принимаемой величиной λ . При уравнивании классическим методом наименьших квадратов такая величина в формулы не входит, что создает впечатление, будто априорные оценки погрешностей вовсе не используются.

В действительности это не так, в чем легко убедиться по формулам (2.63). Если в этих формулах положить $\lambda \rightarrow \infty$ или $\lambda = 0$, то они превращаются в аналогичные формулы метода наименьших квадратов без исключения или с исключением повторяющейся погрешности. Условие $\lambda \rightarrow \infty$ выражает априорное предположение о том, что повторяющаяся погрешность пренебрежимо мала по сравнению со случайными. Второе условие $\lambda = 0$ выражает другую крайность — априорное предположение о том, что повторяющаяся погрешность как угодно велика по сравнению со случайными.

Конечно, метод наименьшей квадратичной формы обеспечивает отмеченную выше наибольшую точность результатов лишь при условии, что принятая в расчет априорная оценка λ^* совпадает с

Таблица 2.4

Оценка λ^*	Фактическое значение λ					
	∞	4	1	1/4	1/9	1/16
∞	0	0	0,2	1,9	5,0	9,5
4	0	0	0,1	1,6	4,7	9,1
1	0,3	0,2	0	1,0	3,9	8,2
1/4	5,0	3,9	1,9	0	1,4	4,9
1/9	20,6	17,5	11,2	2,3	0	1,5
1/16	48,7	42,8	30,5	10,6	2,0	0
0	49,7	463	389	252	168	118

Таблица 2.5

Оценка λ^*	Фактическое значение λ					
	∞	4	1	1/4	1/9	1/16
∞	0	1,0	8,0	38,4	80,3	126
4	1,2	0	3,9	30,2	67,7	110
1	11,8	4,8	0	13,7	41,4	74,2
1/4	51,9	34,5	12,9	0	6,2	19,4
1/9	80,3	58,1	29,1	4,4	0	2,4
1/16	95,9	71,5	39,1	9,9	1,7	0
0	124	95,5	58,1	23,4	11,8	7,0

дает с неизвестной действительной величиной λ , чего, как правило, ожидать не приходится. В связи с этим Е. В. Якшевичем [152] было исследовано, насколько снижается точность обсервованного места вследствие расхождения между λ^* и λ . Возникающая в результате этого дополнительная погрешность (в процентах) при трех линиях положения, градиенты которых образуют углы по 30° , показана в табл. 2.4, а при углах по 60° — в табл. 2.5.

Анализ табл. 2.4 и 2.5, а также аналогичных таблиц для другого числа линий положения и других углов между их градиентами [151, 152] показывает, что минимум дополнительной погрешности, равный нулю, достигается, когда $\lambda^* = \lambda$. Однако минимум этот весьма расплывчатый, и дополнительная погрешность существенно возрастает только с приближением λ^* к крайним значениям $\lambda^* \rightarrow \infty$ или особенно к 0. Отсюда следует важный для практики вывод: использование даже ориентировочной априорной оценки λ^* , характеризующей отношение случайных и систематических погрешностей, позволяет заметно повысить точность определений места и поправок по сравнению с классическим методом наименьших квадратов, когда принимается, что систематических погрешностей нет совсем ($\lambda^* \rightarrow \infty$) либо они могут быть как угодно велики ($\lambda^* = 0$).

Как показывают экспериментальные исследования точности навигационных измерений, в обычных судовых условиях систематические погрешности примерно равны случайным или превышают их в 1,5—2 раза [25]. Этому соответствуют значения λ от 1 до $1/4$. Если принять априорно оценку $\lambda^* = 1$, то при уравнивании методом наименьшей квадратичной формы, как следует из табл. 2.4 и 2.5, дополнительная погрешность, обусловленная отличием λ^* от λ , достигает в худших случаях 13%. Если в тех же условиях применять классический метод наименьших квадратов ($\lambda^* = \infty$), то дополнительная погрешность достигает почти 40%. Еще большую потерю точности дает такой метод с включением систематической погрешности в число неизвестных ($\lambda^* = 0$), когда дополнительная погрешность может намного превышать 100%.

3. ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЯМ МЕСТА

3.1. ВИЗУАЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

К визуальным относят определения по пеленгам, горизонтальным и вертикальным углам между направлениями на земные ориентиры. Еще три десятилетия назад такие определения составляли более 90% всех определений, выполняемых на морских судах [153]. Сейчас положение изменилось: возросла доля радионавигационных обсерваций, определения расстояний по вертикальным углам почти полностью вытеснены радиолокационными измерениями, а определения места по двум горизонтальным углам применяются лишь в редких, особых случаях. Тем не менее простые, достаточно надежные и точные определения места по двум и трем пеленгам остаются основными при плавании в видимости берегов.

Как измерять, исправлять и прокладывать пеленги, судоводителям хорошо известно [154]. Обратимся к практическому анализу обсерваций. Такой анализ состоит из оценивания точности обсерваций и сопоставления их со счислением и другими обсервациями. Из этого анализа вытекают практические рекомендации, способствующие повышению надежности и точности определений места.

Исследования показывают, что точность пеленгования оптическим пеленгатором гирокомпаса характеризуется средней квадратической погрешностью σ , равной 0,3—0,5°. Поправку компаса стараются определить поточнее, осредняя серию пеленгов. Однако с учетом ее изменений за время от определения до использования она характеризуется средней квадратической погрешностью σ такой же, как и пеленгование, или большей в 1,5—2 раза. Этими данными можно пользоваться в качестве априорных оценок точности [17—19, 22, 25, 118, 153—155].

Напомним, что названные погрешности проявляются по-разному (см. параграф 1.2). Так, погрешности пеленгования случайны и независимы, они обусловливают эллиптическое рассеивание обсерваций. Погрешность поправки компаса проявляется в данных условиях систематически как повторяющаяся во всех исправленных ею пеленгах и вызывает смещение обсервованного места вдоль окружности, проходящей через это место и два ориентира. Конечно, погрешности пеленгования и поправки ком-

паса действуют совместно, но при оценивании точности обсерваций их удобнее учитывать поочередно с последующим объединением результатов. Общая методика оценивания точности обсерваций по двум линиям положения описана в параграфе 2.3. Рассмотрим на примере применение этой методики к построению предельного эллипса погрешностей места, определяемого по двум пеленгам.

Пример 3.1. Место судна O определено по пеленгам двух ориентиров, расстояния до которых 3 и 5 миль, а разность пеленгов $\Delta\Pi = 50^\circ$ (рис. 3.1). Построить предельный эллипс погрешностей, принимая среднюю квадратическую погрешность пеленгования $\varepsilon = 0,3^\circ$, а такую же погрешность принятой поправки компаса — в 2 раза больше, т. е. $\sigma = 0,6^\circ$. На рис. 3.1 использованы обозначения рис. 2.11, но с коэффициентом 3, так как строится предельный эллипс.

Вначале учитываем случайные погрешности пеленгования. Для этого, изменив оба пеленга в обе стороны на величину их предельной погрешности $3\varepsilon = 0,9^\circ$, прокладываем смещенные линии пеленгов, которые изображены на рис. 3.1 штриховой линией. Ориентиры на рис. 3.1 не показаны, поэтому смещение линий положения рассчитано в соответствии с формулой (1.59), что дало 0,47 и 0,79 кб. В образовавшийся четырехугольник погрешностей вписываем эллипс (на рис. 3.1 изображен тонкой линией), который отражает действие только случайных погрешностей пеленгования.

Теперь оцениваем действие погрешности поправки компаса. Для этого проведем линию смещения, которая проходит через вершины четырехугольника погрешностей, получаемые при одновременном увеличении и уменьшении пеленгов. Изменив любой пеленг в любую сторону на значение предельной погрешности поправки компаса $3\sigma = 1,8^\circ$ и проложив его, получаем на линии смещения точку A или симметричную ей точку A' .

Вместо этого можно отложить от обсервованной точки O вдоль линии смещения отрезок OA (или OA'), который больше так же направленной полудиагонали четырехугольника погрешностей во столько же раз, во сколько σ больше ε . В нашем примере $\sigma = 2\varepsilon$, поэтому отрезок OA равен длине названной диагонали. Отрезки OA и OA' , длина которых обозначена на рис. 3.1 3σ , характеризуют предельное смещение обсервации под влиянием повторяющейся в обоих пеленгах погрешности поправки компаса.

Наконец, объединяем действие случайных и повторяющейся погрешностей. Для этого радиус-вектор эллипса случайных погрешностей вдоль линии

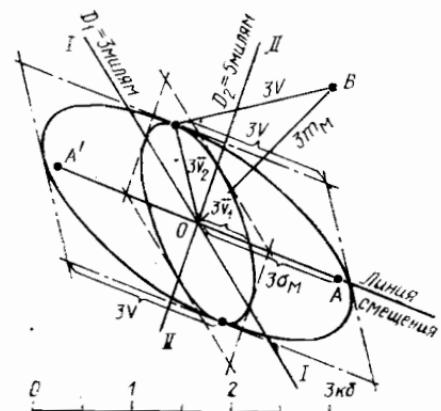


Рис. 3.1. Построение эллипса погрешностей места при определении по пеленгам

смещения (на рис. 3.1 обозначен $3V_1$) откладываем перпендикулярно ей от точки O и измеряем расстояние от полученной точки до точки A (или A'), которое составляет $3V = \sqrt{V_1^2 + \sigma^2}$. Проведя касательные к эллипсу случайных погрешностей, параллельные линии смещения, откладываем от точек касания в обе стороны отрезки $3V$. Соединив полученные точки, вписываем в образовавшийся параллелограмм (на рис. 3.1 изображен штрихпунктиром) искомый предельный эллипс погрешностей (на рис. 3.1 показан жирной линией). Этот эллипс характеризует точность обсервации с учетом случайных

погрешностей пеленгования и повторяющейся погрешности поправки компаса.

Если описанные действия хорошо усвоены, то допустимы построения на глаз, так как при оценивании точности обсерваций особой точности не требуется. Однако лучше делать это заблаговременно для отдельных точек намеченного пути, о чём подробнее сказано далее в гл. 4.

Для графического получения средней квадратической погрешности места m_m при определениях по двум пеленгам можно пользоваться методикой, описанной в параграфе 2.3 и показанной на рис. 2.15. Так, при решении примера 3.1 (см. рис. 3.1).

надо из конца отрезка $\overleftrightarrow{3v_2}$ отложить перпендикулярно ему отрезок $3V$. Полученная точка V удалена от обсервованной O на величину $3m_m$ (утроенная, так как строился предельный эллипс). Измерения на рис. 3.1 дают $m_m = 0,66$ кб.

Для расчета погрешности m_m надо в общую формулу (2.26) подставить выражения полной погрешности (1.16), модуля градиента пеленга (1.45) и коэффициента корреляции (1.20), после чего она принимает вид

$$m_m = \frac{1}{57,3 \sin \Delta \Pi} \sqrt{\epsilon^2 (D_{11}^2 + D_{22}^2) + \sigma^2 D^2}, \quad (3.1)$$

где D — расстояние между ориентирами. (Все остальные обозначения прежние.)

Пример 3.2. Рассчитать среднюю квадратическую погрешность места m_m при условиях примера 3.1 (этим условиям соответствует расстояние между ориентирами $D=3,8$ мили).

По условиям примера $\sigma=2\epsilon$, поэтому формулу (3.1) можно представить в таком виде:

$$m_m = \frac{\epsilon}{57,3 \sin \Delta \Pi} \sqrt{D_{11}^2 + D_{22}^2 + 4D^2}.$$

Подставляя сюда исходные данные примера 3.1, получаем $m_m = 0,66$ кб, что совпадает со значением, полученным ранее графически.

Формула (3.1) показывает, что погрешность m_m зависит не только от разности пеленгов $\Delta \Pi$, но и от расстояний до ориентиров D_1 и D_2 (через них и угол $\Delta \Pi$ выражается расстояние между ориентирами D). Возможность судить о совместном проявлении перечисленных факторов дают *изолинии точности обсерваций* — линии, на каждой из которых средняя квадратическая погрешность места постоянна, т. е. $m_m = \text{const}$. Вывод уравнений изолиний точности и их анализ имеются в ряде работ [25, 42, 110, 156].

Напомним, что круг радиусом m_m с центром в обсервированной точке накрывает действительное место судна с вероятностью от 63,2 до 68,3% в зависимости от отношения γ осей эллипса погрешностей (см. табл. 2.2). Поэтому, как предложил А. И. Сорокин [9], правильнее рассчитывать и строить изолинии точности

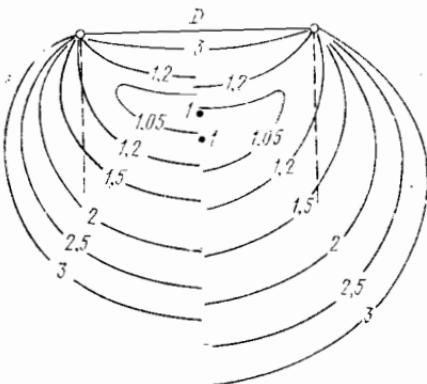


Рис. 3.2. Сетка изолиний точности места по двум пеленгам

обсерваций при условии постоянства не m_m , а 95 %-ного круга погрешностей R , т. е. при $R = \text{const}$. Для этого формулу (3.1) надо подставить в выражение (2.31) с использованием аппроксимации (2.34).

Не приводя здесь этих весьма громоздких преобразований и расчетов, обратимся к их итогу, представленному на правой половине рис. 3.2, где изображены изолинии точности обсерваций ($R = \text{const}$) по двум пеленгам при условии $\varepsilon = \sigma$, когда по формуле (1.16) полная средняя квадратическая

погрешность пеленгов $m = \varepsilon\sqrt{2}$. Наибольшая точность определений места достигается в точке, равноудаленной от ориентиров при разности пеленгов $\Delta\Psi \approx 95^\circ$. На рис. 3.2 эта точка обозначена цифрой 1. В этой точке 95 %-ный круг погрешностей R минимален: $R_{\min} = 0,32Dm$, где R в кб, а D в милях. Другие изолинии оцифрованы значениями $\mu = R/R_{\min}$.

На левой половине того же рис. 3.2 показаны для сравнения обычно встречающиеся в литературе изолинии $m_m = \text{const}$ при условии независимости погрешностей пеленгов. При этих условиях $m_{m\min} = 0,16Dm$ в точке, также обозначенной 1, в которой $\Delta\Psi \approx 109^\circ$, а другие изолинии оцифрованы значениями $\mu = m_m/m_{m\min}$.

На рис. 3.2 видно, что наибольшая точность определений места по двум пеленгам достигается в точке против середины базы на удалении от нее, равном примерно половине ее длины, причем с уменьшением базы во столько же раз уменьшается круг погрешностей места. Вокруг этой точки находится область практически равноточных определений: на рис. 3.2 она ограничена изолинией $\mu = 1,05$, причем эта область увеличивается с увеличением базы. Точность обсерваций резко снижается при приближении к базе, а также при выходе за перпендикуляры к ней, проходящие через ориентиры (на рис. 3.2 показаны штриховой линией).

Ясное представление о том, как зависит точность обсерваций от расположения судна относительно ориентиров, позволяет подбирать ориентиры наилучшим образом без расчетов и построений. Заметим, что изложенное выше лишь уточняет и конкретизирует давно известные рекомендации, обобщающие опыт мореплавателей. Так, о подборе ориентиров для определений по двум пеленгам в учебнике по навигации 100 лет назад было написано: «...чтобы ошибка в положении места судна на карте бы-

ла наименьшая, заботятся о том, чтобы: во-первых, пеленгуемые предметы были ближе к судну; во-вторых, расстояния судна до этих предметов немного бы разнились одно от другого; и, в-третьих, угол между пеленгами был ближе к прямому, не меньше 45° и не больше 120° [157, с. 83].

Напомним также, что в соответствии с общими рекомендациями параграфа 2.4 при определениях на ходу судна первым следует пеленговать ориентир, расположенный ближе к диаметральной плоскости судна, а последним — ориентир, расположенный ближе к траверзу. Время и отсчет лага замечают в момент измерения последнего пеленга, и к этому моменту относится обсервация.

Выше говорилось о погрешностях обсерваций, обусловленных неизбежными погрешностями пеленгов и поправки компаса. Еще важнее помнить, что при определениях по двум пеленгам возможны грубые ошибки определения из-за неверного опознания ориентиров, резкого изменения поправки компаса или грубой погрешности пеленга, допущенной при его измерении, записи или прокладке (такая погрешность сразу в двух пеленгах маловероятна).

Чтобы выявить грубую ошибку определения места при одиночном определении по двум пеленгам, надо сопоставить обсервованное и счислимое (на тот же момент) места с учетом их точности. Об оценивании точности обсервации сказано выше. Точность счислимого места характеризуется удвоенной средней квадратической погрешностью R_c места, которая накрывает действительное место с вероятностью примерно 95%. Величина R_c зависит от такой же погрешности R_o последней обсервации, принятой для счисления, времени t (ч) после этой обсервации и коэффициента k_c точности счисления [17, 18, 25, 104]:

$$R_c = \sqrt{R_o^2 + (2k_c)^2 t}. \quad (3.2)$$

Входящие в выражение (3.2) величины R_c и R_o даны в милях, а коэффициент $k_c = 1 \div 3$ милям/ $\text{ч}^{-1/2}$ (в соответствии с табл. 4 приложения 4 Наставления [118], при скорости судна ~ 15 уз, что отражает некоторые средние условия).

Если оказывается, что предельный эллипс погрешностей обсервированного места (или 95%-ный круг погрешностей этого места) не перекрывается с рассчитанной по формуле (3.2) 95%-ной погрешностью R_c счислимого места, то это служит признаком грубой ошибки обсервации (или счисления). Об этом немедленно должно быть доложено капитану, который примет решение о дополнительных мерах предосторожности.

Например, по пеленгам ориентиров A и B получено место M_o (рис. 3.3) и построен его предельный эллипс погрешностей (на рис. 3.3 для наглядности все погрешности преувеличены), а счислимое место на тот же момент M_c имеет 95%-ный круг погрешностей R_c . Как видим, эллипс и круг погрешностей не перекры-

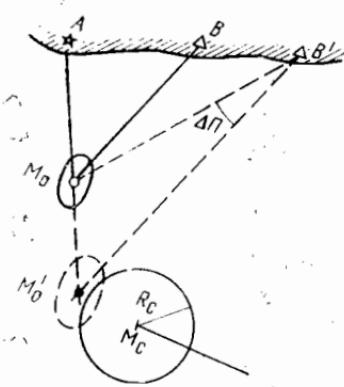


Рис. 3.3. Контроль опознания ориентиров по точности места

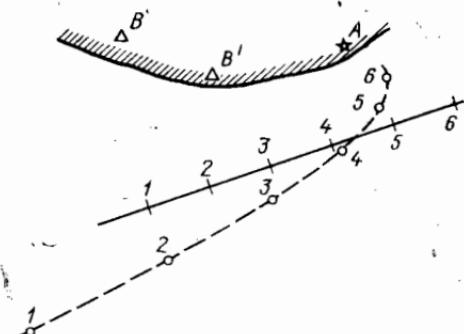


Рис. 3.4. Контроль опознания ориентиров по расположению обсерваций

ваются, что может быть следствием неверного опознания ориентира B ; в действительности пеленговался сходный с ним ориентир B' , что дает точку M'_o . Однако то же ошибочное место M_o могло быть получено, если ориентир B' опознан правильно, но его пеленг проложен с грубой погрешностью $\Delta\Pi$.

Когда другие способы определений места неприменимы, то для выявления грубых погрешностей надо выполнить несколько повторных обсерваций по двум пеленгам тех же ориентиров. Грубая погрешность какого-либо пеленга обнаруживается тем, что обсервация с таким пеленгом заметно «выскакивает» из ряда других.

Если неверно опознан один из ориентиров, то при равномерном и прямолинейном движении судна обсервации располагаются в общем случае вдоль кривой и, что более заметно, расстояния между ними непропорциональны времени или плаванию по лагу [17, 104, 135]. Например, судно движется по прямой, изображенной на рис. 3.4 сплошной линией, где через равные интервалы нанесены пронумерованные точки. Если определения выполняются в этих точках по пеленгам ориентиров A и B , но второй из них опознан неверно (фактически пеленгуется сходный с ним ориентир B'), то обсервованные точки с теми же номерами располагаются вдоль штриховой кривой на разных интервалах одна от другой. Такая же картина наблюдается в тех случаях, когда ориентиры опознаны правильно, но принятая поправка компаса содержит большую погрешность [17, 135, 153].

Если три ориентира (два пеленгуемых и третий, ошибочно принятый вместо одного из них) находятся на одной прямой или судно движется вдоль направления на один из них, то по расположению обсервованных точек в принципе нельзя выявить ошибку опознания ориентира или большую погрешность в поправке компаса. Практически такие ошибки не удается выявить, когда названные условия выполняются хотя бы приблизительно, осо-

бенно на небольших участках плавания. К тому же отклонения в расположении обсерваций от прямолинейного и пропорционального времени маскируются неизбежными погрешностями этих обсерваций.

Последние замечания объясняют, почему не следует ограничиваться двумя пеленгами, а надо, если имеется возможность, определять место по трем пеленгам. Выигрыш в точности места за счет третьего пеленга невелик (обычно до 10—15%), его главное назначение — контроль, выявление грубых ошибок и, следовательно, повышение надежности обсерваций.

Линии трех пеленгов обычно не пересекаются в одной точке (если карта не слишком мелкомасштабна), а образуют треугольник погрешностей. Если треугольник погрешностей получается маленьким (со сторонами не более 5 мм), то обсервованное место следует принимать в его центре.

Большой треугольник погрешностей может быть следствием неверного опознания ориентиров или грубой погрешности пеленга (такая погрешность сразу в двух пеленгах маловероятна), или большой погрешности в поправке компаса. Если при повторных определениях по тем же ориентирам треугольники резко изменяются по величине и форме, то это указывает на грубую погрешность (промах) одного из пеленгов. Если треугольники получаются большими, но примерно одинаковыми по форме и величине, то, чтобы выяснить причину этого (неверное опознание ориентиров или большая погрешность в принятой поправке компаса), лучше всего повторить определение места по другим ориентирам.

Когда имеется уверенность в правильности опознания ориентиров и в отсутствии грубых погрешностей в пеленгах, а треугольник получается большим, то это свидетельствует о погрешности в принятой поправке компаса. Чтобы исключить такую погрешность, надо сделать следующее (рис. 3.5):

все пеленги увеличить (или все уменьшить) на одинаковое значение ($3-5^\circ$) и проложить линии новых пеленгов, которые, пересекаясь, образуют новый треугольник погрешностей (на рис. 3.5 — штриховой);

через сходственные вершины старого и нового треугольников погрешностей провести линии, а точку их пересечения (M'' на рис. 3.5) соединить с любым из ориентиров, что дает погрешность поправки компаса $\Delta \Delta k$.

Описанные действия возможны, если судно не находится на окружности неопределенности, проходящей через ори-

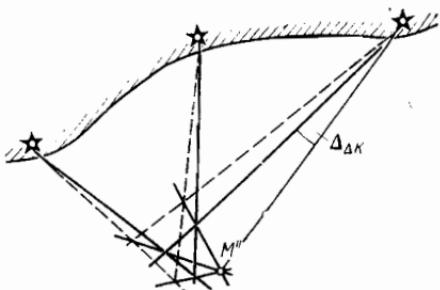


Рис. 3.5. «Разгон» треугольника погрешностей

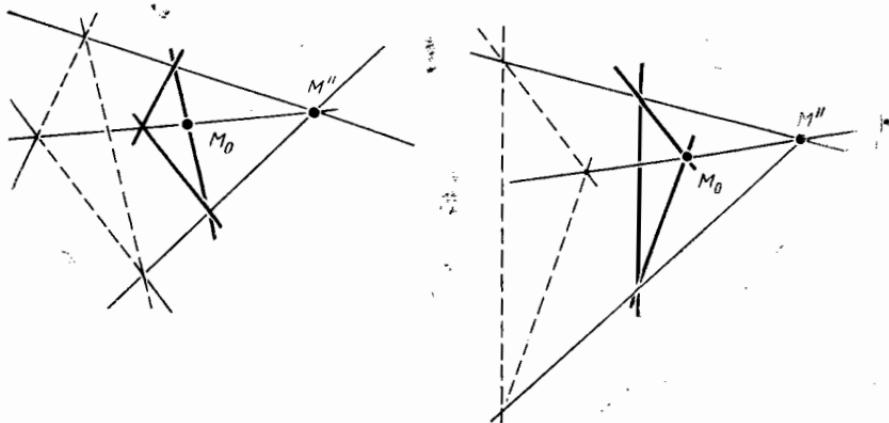


Рис. 3.6. Выбор обсервованного места относительно треугольника погрешностей

ентиры, и не близко возле нее, иначе линии, проходящие через соответствующие вершины треугольников, параллельны или почти параллельны друг другу.

Напомним, что определение места с исключением погрешности поправки компаса возможно только при нереальном предположении о полном отсутствии случайных погрешностей (см. параграф 2.5). В действительности такие погрешности неизбежны, причем их влияние на точность места и поправки компаса, получаемых разгоном треугольника погрешностей, проявляется в увеличенной степени. Рекомендуется, получив разгоном треугольника точку M'' , принимать обсервованное место в ближайшей к ней точке M_0 на контуре первоначального треугольника погрешностей, как это показано для двух случаев на рис. 3.6.

Такой упрощенный прием основан на обычном для практики соотношении случайных и систематических погрешностей, когда строгое решение [25] дает наиболее вероятное место на линии, соединяющей центр треугольника с точкой M'' , вблизи пересечения этой линии с одной из сторон треугольника.

Строгое оценивание точности определений места по трем пеленгам построением эллипса погрешностей или расчетом круга погрешностей места применяется при составлении программ для ЭВМ [17, 18, 25, 28, 29], но занимает слишком много времени при ручном решении задач. На практике рекомендуется выбрать из трех ориентиров два ближайших с хорошей разностью пеленгов и оценивать точность обсервации по этим двум пеленгам приемами, описанными ранее. Конечно, центр эллипса или круга погрешностей надо принимать в обсервированной точке, полученной с учетом третьего пеленга. Такая оценка точности получается завышенной на 10—15%, т. е. дает запас в безопасную сторону, что всегда желательно.

В заключение еще раз подчеркнем, что при визуальных определениях места по двум и трем пеленгам наибольшая опасность подстерегает судоводителя при опознании ориентиров, особенно при подходе к незнакомым берегам, редко обставленным средствами навигационного оборудования. При плавании вдоль таких берегов рекомендуется следующий прием опознания ориентиров.

При определении по трем надежно опознанным ориентирам измеряют четвертый пеленг приметного ориентира впереди по ходу судна, который требуется опознать. Из обсервованной точки на карте прокладывают в сторону берега четвертый пеленг. Часто этого бывает достаточно, чтобы опознать ориентир. Надежнее выждать, пока пеленг опознаваемого ориентира изменится примерно на 30° , и все повторить: два пеленга от обсервованных точек на карте, пересекаясь на берегу, покажут расположение опознаваемого ориентира. Следует иметь в виду, что точность такого определения места ориентира на карте примерно в 2 раза ниже, чем определений места судна [154].

Наиболее надежный контроль правильности опознания ориентиров и отсутствия грубых ошибок определений места достигается сопоставлением этих мест со счислением и обсервациями по другим ориентирам и другими способами.

3.2. РАДИОЛОКАЦИОННЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Появившиеся в 30-е годы радиолокаторы разрабатывались вначале как средство обнаружения самолетов [158]. Первый послевоенный опыт применения радиолокационных станций (РЛС) в судовождении был обобщен в издании английского Института навигации [159], которое вскоре было переведено на русский язык [160]. Сопоставление этих публикаций с современными [24, 161] показывает, насколько стремительно развивалась радиолокационная техника: намного увеличилась надежность судовых РЛС и дальность их действия, диаметр экрана и разрешающая способность (следовательно, четкость изображения и точность измерений), появились устройства автосопровождения и обработка информации, созданы радиолокационно-вычислительные комплексы.

Параллельно с развитием радиолокационной техники накапливался и обобщался опыт ее практического освоения судоводителями [17, 18, 20, 22, 104, 110, 162—165]. В итоге радиолокатор стал на судах одним из основных навигационных приборов, который служит для обеспечения безопасности плавания, причем не только при пониженной, но и при хорошей видимости. Радиолокационные определения места с высокой точностью могут выполняться почти независимо от условий видимости и на таких расстояниях от берегов, при которых визуальные определения

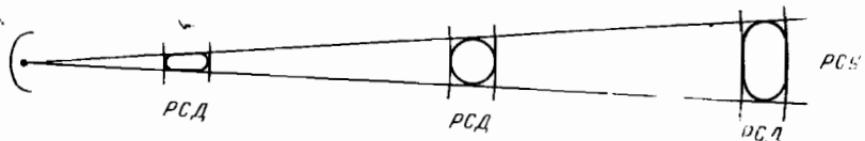


Рис. 3.7. Овалы разрешимости радиолокатора

невозможны. Видимо, поэтому среди всех других обсерваций доля радиолокационных заметно увеличивается.

При использовании судовых РЛС для определения места судна наибольшие затруднения вызывает правильное опознание ориентиров, так как радиолокационное изображение берегов, особенно на больших удалениях, весьма заметно отличается от их изображения на карте.

Для предотвращения ошибок опознания наблюдаемых объектов судоводитель должен хорошо знать, как создается радиолокационное изображение и каково влияние различных помех [162—164].

Напомним, что искажения конфигурации объектов на экране РЛС, затрудняющие их опознание, зависят в основном от разрешающей способности радиолокатора. Современная отечественная РЛС «Океан-М» при работе в 3-сантиметровом диапазоне на крупномасштабных шкалах имеет разрешающую способность по углу $РСУ = 0,7^\circ$, а по дальности — $РСД = 15$ м [24, 161].

Если представить себе сектор, равный $РСУ$, и выделить на нем в разных местах участки длиной $РСД$, как схематично показано на рис. 3.7, то получим криволинейные четырехугольники. Но электронный луч высвечивает на экране РЛС не точку, а кружочек, вследствие чего вершины четырехугольников сглаживаются и получаются фигуры, называемые *овалами разрешимости*. Такие овалы характеризуют «размазывание» или «округление» изображений объектов на экране РЛС. Так, объекты или их детали, захватываемые одним овалом разрешимости, наблюдаются слившимися. Если объект с хорошей отражающей способностью меньше овала разрешимости, то на экране РЛС этот объект наблюдается в форме такого овала независимо от действительной конфигурации объекта. Такие объекты называют *точечными*, а другие, для которых это условие не выполняется, — *протяженными*.

Представление об искажении берега с хорошей отражающей способностью на экране РЛС дает рис. 3.8, где береговая черта показана сплошной линией, на которой в разных местах изображены зачерненные овалы разрешимости, а их огибающая (штриховая) дает передний фронт радиолокационного изображения. Исходя из таких рассуждений с учетом того, что высокие объекты заслоняют все расположенные за ними, а низкие берега (пляжи) и льды имеют плохую отражающую способность, можно заранее выделить на карте места, которые, по-видимому, дадут

радиолокационное изображение. Как ясно из описанного и рис. 3.8, наименьшим искажениям подвержены участки берега против судна, а легче опознаются гидротехнические сооружения, острова и обрывистые мысы с характерными очертаниями.

Необходимое судоводителю умение «читать» радиолокационное изображение, находя на нем объекты, показанные на карте, достигается тренировками при плавании в хорошую видимость, когда имеются надежные определения места. В помощь судоводителю в лоциях и радиолокационных пособиях помещают фотографии, зарисовки и описания изображений берегов на экране РЛС. Однако такие фотографии и зарисовки не могут в точности соответствовать наблюдаемой на экране РЛС картине, которая зависит (и весьма существенно) от точки съемки, высоты антennы, сезона (листва и трава или снег и лед), а также от различий параметров разных РЛС и их настройки.

Наиболее надежно радиолокационные ориентиры опознаются по вееру пеленгов и расстояний. Для этого надо в быстрой последовательности измерить пеленги и расстояния до нескольких приметных пятен-отметок на экране РЛС, замечая время и отсчет лага. Затем на кальке от произвольной точки надо провести меридиан и линии исправленных пеленгов, отложить вдоль них соответствующие расстояния в масштабе карты. Наложив кальку на карту (рис. 3.9), находят такое ее положение, при котором меридианы на кальке и на карте параллельны, а отметки наблюдавшихся объектов на кальке наилучшим образом совпадают с изображениями опознаваемых объектов на карте (островки, нефтяные вышки, обрывистые мысы, обращенные к судну крутые склоны, крупные строения).

Может случиться, что некоторые отметки на кальке придется на пустые места карты, например, если наблюдалось новое здание или стоящее на якоре судно (третий слева и крайний правый объекты на рис. 3.9). Далее проколом точки, из которой делали построение на кальке, получают на карте предполагаемое место судна. Если при повторении таких действий получа-

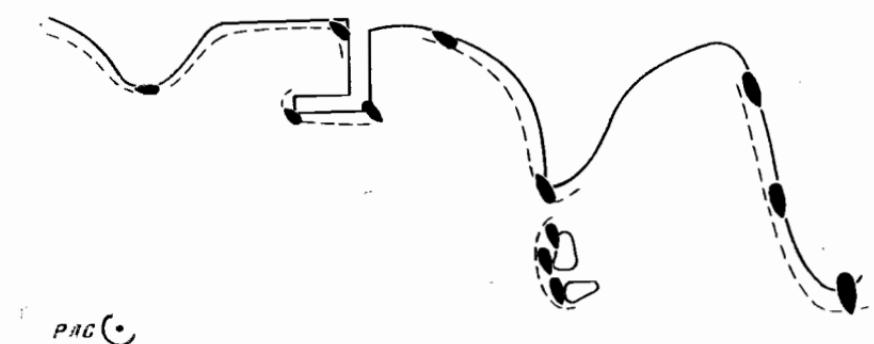


Рис. 3.8. Искажение радиолокационного изображения

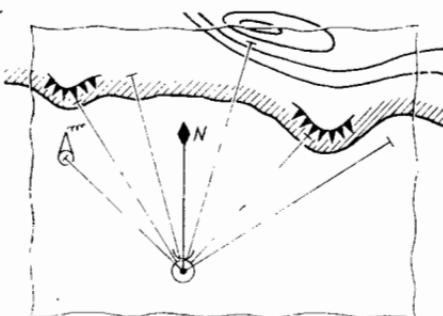


Рис. 3.9. Опознание радиолокационных ориентиров

мые точки располагаются вдоль линии пути судна с расстояниями между ними, пропорциональными времени или плаванию по лагу, то наблюдаемые объекты можно считать опознанными и использовать в дальнейшем как ориентиры для радиолокационных определений места. Задача опознания разрешается проще и надежнее, когда в зоне действия судовой РЛС работает радиолокационный маяк-ответчик, сведения о котором помещены в РТСНО.

Точность пеленгования характеризуется для современных РЛС [18, 20, 25, 162—164] средней квадратической погрешностью $0,3\text{--}0,6^\circ$ (меньшая у периферии экрана). Однако к этому следует добавить погрешности принятой поправки компаса, юстировки антенны, сельсинной передачи и т. п., так что общая средняя квадратическая погрешность радиолокационного пеленга оценивается [118] величиной $m_{\text{рлп}} = 1 \div 1,5^\circ$ (ниже — с механическим визиром). Кроме того, погрешность пеленгования увеличивается в 1,5—2 раза на качке [20], а в зависимости от расположения антенны на судне возникает радиолокационная девиация, пренебрежение которой может давать погрешность в $2\text{--}3^\circ$ [20, 165]. Средняя квадратическая погрешность измерения расстояний на шкалах до 2 миль $m_D = 0,1$ кб, а на других шкалах m_D составляет 0,6% номинала шкалы [18, 20, 25, 162—164].

Воспользовавшись формулами (1.45), (1.59) и принимая общую среднюю квадратическую погрешность радиолокационного пеленга $m_{\text{рлп}} = 2^\circ$, находим, что средняя квадратическая погрешность линии положения такого пеленга составляет 3,5% расстояния до ориентира. Сравнивая это с приведенным выше значением m_D , заключаем, что при работе с РЛС точность линии положения по расстоянию в 5—6 раз выше, чем по пеленгу. Отсюда ясно, почему при радиолокационных определениях места предпочтитаются способы, при которых используется расстояние.

Сказанное о точности радиолокационных измерений относится к наблюдениям точечных объектов или к измерению расстояний до объектов с вертикальной лобовой поверхностью и хорошей отражающей способностью. В иных случаях дополнительно надо учитывать *погрешность объекта* [161—164]. Такая погрешность возникает, когда объект в целом опознан правильно, но неизвестно, от какой именно его части получен эхо-сигнал, по которому делаются измерения.

Например, при пеленговании крайнего восточного мыса (см. рис. 3.8) по его урезу на радиолокационном изображении возникает погрешность объекта, равная половине РСУ. Однако если мыс имеет косу, которая вряд ли видна на экране РЛС, но показана на карте, возникает погрешность объекта противоположного знака: фактически пеленгуется не оконечность мыса с косой, а какая-то его возвышенная часть. При измерении расстояний погрешности объекта наиболее заметны, если наблюдается обращенный к судну пологий склон и неясно, какая его часть дает передний фронт радиолокационного изображения.

Оценить погрешность объекта весьма трудно из-за большого разнообразия условий ее возникновения. Можно лишь рекомендовать анализом рельефа местности на карте наметить возможные крайние положения переднего фронта радиолокационного изображения, чем оценивается предельное значение погрешности объекта. Естественно, для наблюдений стремятся подбирать объекты, где такая погрешность минимальна (обращенные к судну и крутые склоны), а если это не удается, то при оценивании точности обсерваций необходимо учитывать предельную погрешность объекта.

Наиболее просто и точно радиолокационные определения места выполняются по двум (лучше по трем) надежно опознанным точечным ориентирам. Расстояния надо измерять в быстрой последовательности, начиная с ориентиров, расположенных ближе к траверзу. Затем раствором циркуля, равным измеренным расстояниям в масштабе карты, делают на ней дуги-засечки от изображений ориентиров. Пересечение таких засечек дает обсервованное место, а если при определении по трем расстояниям засечки образуют треугольник погрешностей, то место принимается в его центре. Одновременно с измерениями расстояний рекомендуется измерять для контроля и радиолокационные пеленги: если полученная по ним точка (ее не обозначают и не надписывают на карте) близка к обсервированной, то это подтверждает, что ориентиры опознаны правильно и нет грубых погрешностей.

Погрешности измерений расстояний радиолокатором практически независимы. Поэтому для оценки точности обсерваций по расстояниям применимы рекомендации, предназначенные для оценки точности места по разнородным навигационным параметрам (см. параграф 2.3).

Для построения предельного эллипса погрешностей места по двум расстояниям надо выполнить следующее:

уменьшить и увеличить измеренные расстояния на их предельные погрешности (с учетом таких погрешностей объектов) и сделать новые дуги-засечки на карте;

в образованный новыми засечками четырехугольник погрешностей вписать на глаз искомый предельный эллипс.

Для оценки точности обсерваций кругом погрешностей служит формула (2.27), куда надо подставить градиент расстояния, равный единице. Так как распределение погрешностей объектов неизвестно, то рекомендуется принимать в расчет их предельные значения Δ_1 и Δ_2 , о получении которых сказано выше, и удвоенные средние квадратические погрешности $2m_{D_1}$ и $2m_{D_2}$ измерений расстояний — будет получен примерно 95%-ный круг погрешностей места R . Принимая к тому же, что измерения равноточны, т. е. $m_{D_1} = m_{D_2} = m_D$, и их погрешности независимы от погрешностей объектов, находим

$$R = \frac{1}{\sin \Delta\Pi} \sqrt{8m_D^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2}, \quad (3.3)$$

где $\Delta\Pi$ — разность пеленгов ориентиров, до которых измерялись расстояния.

Если ориентиры таковы, что погрешности объектов пренебрежимо малы, то формула (3.3) упрощается

$$R = \frac{2m_D\sqrt{2}}{\sin \Delta\Pi}. \quad (3.4)$$

Пример 3.3. Положим, место судна определено по расстояниям (шкала дальности 4 мили) до нефтяной вышки и восточного мыса (см. рис. 3.9) при $\Delta\Pi \approx 90^\circ$. Оценить точность обсервации 95%-ным кругом погрешностей R .

Среднюю квадратическую погрешность измерения расстояний принимаем, как сказано выше, равной 0,6% номинала шкалы дальности, т. е. $m_D = 0,2$ кб. Погрешность объекта для вышки пренебрежимо мала $\Delta_1 \approx 0$. Предельную погрешность объекта (мыса) находим, измеряя на карте расстояние от уреза воды до верхнего края обрыва. Положим, такое измерение дало $\Delta_2 = 1,8$ кб. Подставляя эти числа в формулу (3.3), получаем $R \approx 1,9$ кб.

Если в тех же условиях оценить точность обсервации предельным эллипсом погрешностей, он окажется вытянутым вдоль направления на мыс с большей полуосью $\sim 1,9$ и меньшей $\sim 0,4$ кб.

Этот пример иллюстрирует общий вывод о том, что при наблюдении естественных ориентиров доминирующую роль играют обычно погрешности объектов, по сравнению с которыми погрешности собственно радиолокационных измерений расстояний часто пренебрежимо малы.

Для оценивания точности определений места по трем расстояниям рекомендуется, как и прежде (см. параграф 2.5), выбирать из трех расстояний два более точных (с учетом погрешностей объектов) с хорошей разностью пеленгов $\Delta\Pi$ и оценивать точность обсервации по этим двум расстояниям, что дает оценку, завышенную на 10—15%.

Когда на экране РЛС виден только один опознанный объект A (рис. 3.10) и берег с плавными очертаниями, то для определения места измеряют расстояния до этого объекта D_A и кратчайшее до берега D_B . Прокладку начинают с опознанного ориентира A , от которого на карте в ее масштабе проводят засечку-дугу радиусом, равным D_A . Затем, установив раствор циркуля, равный расстоянию D_B , ищут такое положение его иголки на

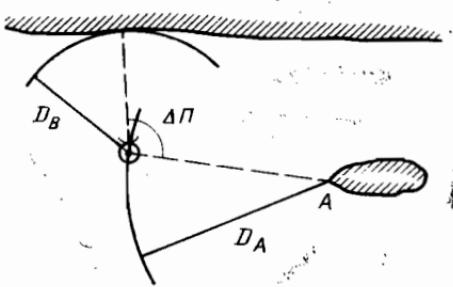


Рис. 3.10. Радиолокационное определение места по расстояниям до опознанного ориентира и берега с плавными очертаниями

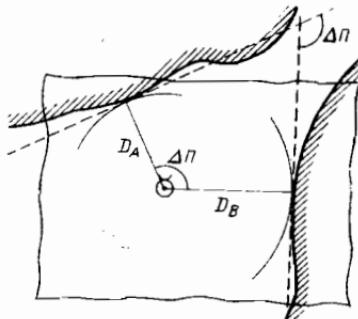


Рис. 3.11. Радиолокационное определение места по расстояниям до сходящихся берегов с плавными очертаниями

засечке расстояния D_A , при котором дуга радиуса D_B коснется на карте берега или той его части, которая, по-видимому, наблюдается на экране РЛС. Иголка циркуля в этом положении указывает обсервованное место судна.

Одновременно с измерением расстояния до опознанного ориентира рекомендуется измерить его радиолокационный пеленг: точка на карте, нанесенная по пеленгу и расстоянию до этого объекта, служит для контроля. Точность определения места таким способом оценивается, как описано выше, для обсерваций по двум расстояниям, а нужный для этого угол $\Delta\pi$ показан на рис. 3.10.

Когда совсем нет опознанных ориентиров, а на экране РЛС видны только плавные берега, сходящиеся не под слишком острым углом (рис. 3.11), имеется возможность определения места по измерениям кратчайших расстояний D_A и D_B до этих берегов. На кальке из произвольной точки проводят дуги радиусами D_A и D_B в масштабе карты. Наложив кальку на карту, ищут такое ее положение, при котором обе дуги коснутся изображенных на карте соответствующих берегов (или их частей, предположительно наблюдавшихся на экране РЛС). Проколом кальки в центре дуг получают на карте обсервованное место. Точность этого места оценивается так же, как и в общем случае двух расстояний. При этом разность пеленгов $\Delta\pi$ на точки измерения расстояний равна углу схождения берегов, продолженных от этих точек, как показано на рис. 3.11.

Если на экране РЛС наблюдается только один опознанный ориентир (остров, мыс против судна и т. п.), то определять место приходится по радиолокационным пеленгам и расстоянию до этого ориентира. Обсервованную точку получают на карте, проведя от ориентира линию исправленного пеленга и отложив вдоль нее в масштабе карты измеренное расстояние.

Для оценки точности места кругом погрешностей служит та же общая формула (2.27), куда надо подставить градиент пеленга по формуле (1.45), и угол между градиентами (изолиниями) $\Delta\Pi=90^\circ$. Кроме того, для получения примерно 95%-ного круга погрешностей R надо удвоить средние квадратические погрешности измерений и дополнительно учесть предельную погрешность объекта по расстоянию Δ_D — погрешность пеленга при таких определениях обычно пренебрежимо мала, поскольку визир наводят на середину ориентира. В результате сказанного расчетная формула принимает вид

$$R = \sqrt{\left(\frac{2m_{\text{РЛП}}}{57,3^\circ} D\right)^2 + (2m_D)^2 + \Delta_D^2} \quad (3.5)$$

Пример 3.4. Место определено по радиолокационным пеленгам и расстоянию $D_p=6,3$ мили (шкала дальности 8 миль) отдельного конусообразного острова диаметром 0,5 мили. Оценить точность обсервации 95%-ным кругом погрешностей R .

Для расчетов примем средние квадратические погрешности радиолокационных пеленга $m_{\text{РЛП}}=1,5^\circ$ и расстояния $m_D=0,05$ мили (0,6% номинала шкалы). Предельную погрешность объекта принимаем равной половине расстояния от уреза воды до вершины острова, т. е. $\Delta_D=0,25$ мили. Подставляя эти числа в формулу (3.5), получаем $R \approx 4,2$ кб.

Если при тех же условиях построить по общей методике предельный эллипс погрешностей, то он оказывается вытянутым поперек направления на ориентир с полуосами 4,9 и 2,9 кб (напомним, что для расчета R удваиваются, а при построении предельного эллипса утраиваются средние квадратические погрешности измерений).

Во всех случаях, когда позволяют условия видимости, целесообразны комбинированные определения места по визуальным пеленгам и радиолокационным расстояниям. Например, при подходе к берегу (один из наиболее ответственных этапов судовождения) открылся огонь маяка, надежно опознанного по его характеристикам, а других ориентиров нет, причем пеленг маяка изменяется медленно, что исключает применение крюйс-пеленга. В подобных условиях визуальный пеленг маяка и радиолокационное расстояние позволяют получить надежную и точную обсервацию.

Расстояние желательно измерять по направлению на маяк.

На карте (рис. 3.12) от маяка проводят линию исправленного визуального пеленга, а от места, до которого измерялось расстояние, делают засечку радиусом, равным этому расстоянию в масштабе карты; засечка пересекает линию пеленга в обсервированной точке. Для оценки точности обсервации 95%-ным кругом погрешнос-

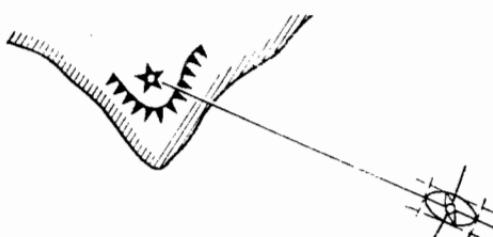


Рис. 3.12. Определение места по визуальному пеленгу и радиолокационному расстоянию

тей R служит формула, аналогичная предыдущей:

$$R = \frac{1}{\sin \Delta\Pi} \sqrt{\left(\frac{2D}{57,3^\circ}\right)^2 (\varepsilon_{kp}^2 + \sigma_{\Delta k}^2) + (2m_D)^2 + \Delta_B^2}, \quad (3.6)$$

где $\Delta\Pi$ — угол между направлениями на маяк и точку, до которой измерялось расстояние; если расстояние измеряется вдоль линии пеленга, то $\Delta\Pi=90^\circ$.

В формуле (3.6) полная средняя квадратическая погрешность визуального пеленга представлена для напоминания по формуле (1.16) как квадратичная сумма таких погрешностей пеленгования ε_{kp} и принятой поправки компаса $\sigma_{\Delta k}$; при осреднении нескольких пеленгов надо пользоваться формулой (1.17).

Пример 3.5. Место судна определено по визуальному пеленгу маяка (см. рис. 3.12) и радиолокационному расстоянию до берега по тому же направлению $D_p=14,1$ мили (шкала дальности 16 миль). Измерением на карте получена предельная погрешность объекта $\Delta_D=1$ миля. Оценить точность обсервации 95%-ным кругом погрешностей R .

Принимая средние квадратические погрешности $\varepsilon_{kp}=0,5^\circ$; $\sigma_{\Delta k}=1^\circ$ и $m_D=0,1$ мили (0,6% номинала шкалы), расчетом по формуле (3.6) получаем $R=1,1$ миля.

Чтобы построить в тех же условиях предельный эллипс погрешностей, надо изменить пеленг в обе стороны на его предельную погрешность $\Delta_p = 3\sqrt{\varepsilon_{kp}^2 + \sigma_{\Delta k}^2} \approx 3^\circ$, а радиус застечки расстояния уменьшить и увеличить на его предельную погрешность $\Delta_D \approx 1$ миля. В образовавшийся четырехугольник (на рис. 3.12 изображен штриховой линией) вписывают искомый предельный эллипс погрешностей.

Если судовая РЛС имеет устройство автосопровождения и вычислитель, то возможны непрерывные определения места судна, его истинных пути и скорости по опознанному ориентиру. Заметим, что автоматические измерения выполняются с повышенной точностью [14, 25, 98, 161, 166]. Рассчитываемый по измерениям пеленгов и расстояний до неподвижного ориентира вектор относительной скорости (вдоль линии относительного движения — ЛОД) равен по величине и противоположен по направлению вектору истинной скорости судна. С той же целью все шире используются системы автоматической радиолокационной прокладки (САРП), в том числе для автоматической проводки судна по заданной траектории [41, 165, 167].

3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПО РАДИОПЕЛЕНГАМ

Для определений места судна по радиопеленгам служат секторные и круговые радиомаяки. Первые из них направленного действия, что позволяет с помощью любого средневолнового ра-

диоприемника определять обратный пеленг, т. е. пеленг с маяка на судно. Круговые радиомаяки предназначены для направленного приема: с помощью судовых радиопеленгаторов измеряют пеленг с судна на маяк.

Секторные радиомаяки. Радиомаяки отечественные ВРМ-5 и зарубежные «Консол» и «Консолан» разработаны для нужд авиации и флота [42, 48]. Они имеют дальность действия до 1500 миль и погрешность пеленга около 0,3° при благоприятных условиях. Для пользования такими маяками не требуется специального оборудования на судне. Сейчас работает семь секторных радиомаяков, включая пять отечественных. Эти маяки наиболее активно используются малыми и средними судами, особенно в скандинавских странах, выступающих за развитие сети таких радиомаяков [168].

Не описывая принцип действия и устройство секторных радиомаяков [104, 110, 113, 164, 169], напомним лишь суть и порядок наблюдений. Маяк излучает радиосигналы через две или три расположенные на прямой линии антенны; расстояние между крайними из них составляет базу маяка. Управляя сдвигами фаз в антенах, создают вокруг маяка многолепестковую диаграмму направленности с чередующимися секторами тире или точек. Такие сигналы прослушиваются в этих секторах в начале цикла передачи. За цикл продолжительностью 30 с передается 60 сигналов. За это же время границы между секторами — равносигнальные зоны — равномерно поворачиваются и переходят в смежные положения. Это позволяет путем подсчета числа сигналов n_1 на судне до прохождения через него равносигнальной зоны определить пеленг с маяка на судно.

Однако когда через судно проходит равносигнальная зона, сигналы неразличимы и часть их теряется. Чтобы установить такую потерю, подсчитывают число n_2 изменившихся сигналов (вместо тире — точки или наоборот) после прохождения равносигнальной зоны до конца цикла. Предполагая, что теряется поровну тире и точек, находят скорректированное число сигналов n , с которых начинается передача в данном секторе и которое используют далее для определения пеленга и места судна:

$$n = n_1 + \frac{60 - (n_1 + n_2)}{2}. \quad (3.7)$$

Пример 3.6. Принято с начала цикла $n_1=19$ тире, а затем после прохождения равносигнальной зоны $n_2=38$ точек. Найти скорректированное число принятых сигналов n .

Находим по формуле (3.7): $n=20,5$ тире.

Более точно измерения выполняют секундомерами. Для этого одновременно с началом цикла запускают два секундомера. Первый из них останавливают в начале, а второй в конце прохождения через судно равносигнальной зоны. Скорректирован-

ное число принятых сигналов n равно сумме показаний обоих секундомеров: $n = C_1 + C_2$.

Пример 3.7. С начала цикла передачи (прослушивались точки) запустили два секундомера. Когда перестали прослушиваться точки, остановили первый секундомер (его показания $C_1 = 21,7^\circ$), а когда начали прослушиваться тире, остановили второй секундомер ($C_2 = 24,5^\circ$). Найти скорректированное число принятых сигналов n .

Как описано, находим $n = 21,7^\circ + 24,5^\circ = 46,2$ точки.

При любом методе измерений время и отсчет лага замечают в момент прохождения через судно равносигнальной зоны.

Спутать, в каком из смежных секторов находится судно, нельзя, так как в них цикл начинается с передачи разных сигналов, но такой же результат наблюдений может быть в расположенных за ними секторах, т. е. система в принципе многозначна. Однако расстояния между секторами одинаковых сигналов столь велики, что сектор нахождения судна уверенно устанавливается по счислению или в крайнем случае путем хотя бы грубого измерения пеленга на маяк судовым радиопеленгатором.

Обращаем внимание на то, что количество потерянных сигналов $60 - (n_1 + n_2)$ характеризует условия их приема и, следовательно, точность измерений, состоящую в подсчете сигналов. Исходя из этого на практике принимают предельную погрешность измерений Δ равной половине числа пропущенных сигналов, т. е.

$$\Delta = 30 - \frac{1}{2} (n_1 + n_2). \quad (3.8)$$

По условиям примера 3.6 предельная погрешность $\Delta = 1,5$ сигнала, а по условиям примера 3.7 $\Delta = C_2 - C_1 = 2,8$ сигнала.

По экспериментальным данным [20, 169], погрешности измерений (подсчета сигналов) максимальны ночью на расстояниях 300—450 миль от маяка, когда интенсивность поверхностных и отраженных от ионосферы радиоволн примерно одинакова. Если радиотрасса проходит над сушей, то возникает систематическая погрешность «берегового эффекта», для исключения которой служат поправки, помещаемые на радионавигационных картах и в таблицах секторных радиомаяков.

Для определений места по секторным радиомаякам применяют карты с сетками изолиний, таблицы пеленгов или таблицы определяющих точек, хотя возможно и аналитическое решение.

Предельная погрешность измерений Δ обуславливает предельную погрешность пеленга Δ_n , которая зависит от параметра Z радиомаяка и угла α между нормалью к середине базы и направлением на судно [164, 170]:

$$\Delta_n = \Delta / 120Z \cos \alpha. \quad (3.9)$$

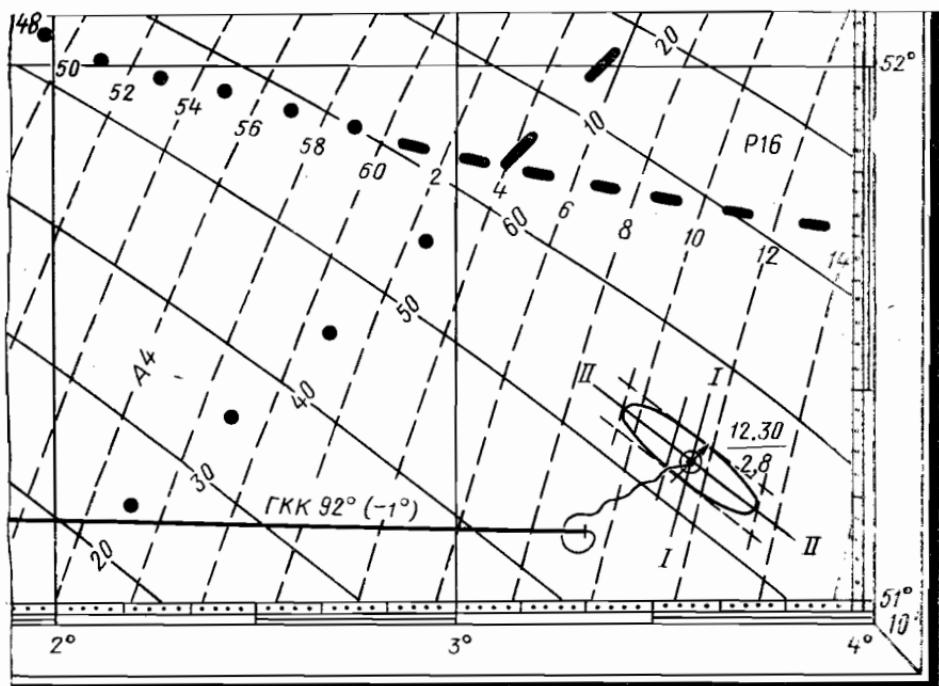


Рис. 3.13. Определение места по секторным радиомаякам

Входящий сюда параметр Z (половина отношения базы к длине волны), как и другие сведения о каждом радиомаяке, приведен в пособии «Радиотехнические средства навигационного оборудования (РТСНО)».

Оценивать точность пеленгов и обсерваций можно, как описано далее, минуя формулу (3.9). Однако эта формула показывает, что при $\alpha > 60^\circ$ погрешности пеленгов резко возрастают. Поэтому секторы в пределах до 30° от базовой линии объявляют нерабочими. Отечественные радиомаяки «ВРМ-5» таких секторов не имеют, так как они работают поочередно на две взаимоперпендикулярные базы с общей центральной антенной (всего антенн пять, что отражено в названии этих маяков).

Карты с сетками изолиний изданы для всех действующих секторных радиомаяков в масштабе 1 : 500 000 и мельче. На них после номера карты простоялено обозначение РА (радионавигационная с азимутальной сеткой). На таких картах разными цветами для разных маяков нанесены сетки ортодромий, оцифрованных соответствующими им числами точек или тире, причем границы секторов проведены более жирными линиями и приведены буквенно-цифровые обозначения секторов, например А4, Р16. Участок такой карты, где изолинии одного из маяков

условно нанесены прерывистыми линиями, изображен схематично на рис. 3.13.

Для определения места с помощью радионавигационной карты на нее вначале наносят счислимое место судна на время наблюдений. Затем вблизи этого места выполняют графическую интерполяцию и проводят линии положения, соответствующие скорректированным числам принятых сигналов. Первую из двух линий смещают по направлению движения судна на величину его плавания за время между наблюдениями. В пересечении второй и первой смещенной линий положения получают обсервованное место, которое переносят по его координатам на навигационную карту, где ведется счисление. При определении по трем радиомаякам линии положения также приводят к одному месту, а обсервованную точку принимают в центре треугольника погрешностей.

Упомянутую графическую интерполяцию можно делать с помощью любой масштабной линейки или края листа клетчатой бумаги. Для этого линейку или край листа такой бумаги надо приложить к радионавигационной карте (рис. 3.14) около счислимого места C и повернуть так, чтобы определенное число делений или клеток вмещалось между изолиниями карты (на рис. 3.14 — пять клеток). Отмерив необходимую долю этого расстояния, наносят на карту определяющую точку K , через которую проводят линию положения по направлению касательной к ближайшей изолинии карты. На рис. 3.14 проведена линия положения для $n=33$ тире.

Пример 3.8. В 12^ч24^м ГКК=92°; ΔГК=-1°; $V=18$ уз приняты сигналы секторного радиомаяка A : $n_1=9$ тире и $n_2=47$ точек. В 12.30 ол=2,8; $\varphi_e=51^{\circ}17' N$, $\lambda_e=3^{\circ}20' E$ приняты сигналы секторного радиомаяка B : $n_1=52$ точки и $n_2=5$ тире. Определить место судна (см. рис. 3.13).

Расчеты по формуле (3.7) дают скорректированное число сигналов радиомаяка A (его изолинии изображены на рис. 3.13 прерывистыми линиями) $n=11$ тире, а маяка B (его изолинии на рис. 3.13 сплошные) $n=53,5$ точки. Выполнив, как описано выше, графическую интерполяцию, проводим линии положения, первую из которых смещаем по направлению 91° на величину плавания судна за 6 мин, $S=2$ мили. В пересечении линий положения $I-I$ и $II-II$ получаем обсервованное место с координатами $\varphi_0=51^{\circ}23' N$; $\lambda_0=3^{\circ}36' E$.

Для оценки точности обсерваций построением предельного эллиса по методике (см. параграф 2.3) построить две предельные полосы положения и в образованный их пересечением четырехугольник вписать эллипс. Погрешности измерений по секторным радиомаякам практически независимы, а в качестве их

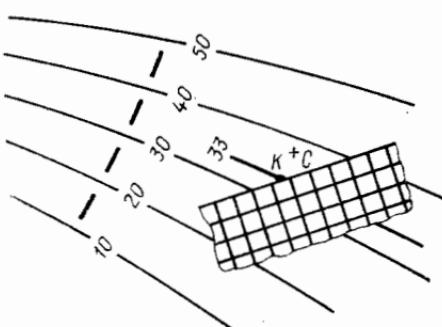


Рис. 3.14. Графическая интерполяция на сетке изолиний

пределенных значений принимают, как говорилось, половину числа потерянных сигналов.

Пример 3.9. По условиям и решению примера 3.8 оценить точность полученной обсервации построением предельного эллипса погрешностей (см. рис. 3.13).

Расчеты по формуле (3.8) дают предельную погрешность измерений для маяка *A* $\Delta_1=2$ знака, а для маяка *B* $\Delta_2=1,5$ знака. Сместив линии положения в обе стороны в соответствии с этими значениями Δ , получаем четырехугольник, в который, как показано на рис. 3.13, вписан искомый предельный эллипс погрешностей.

Для оценки точности обсерваций кругом погрешностей можно пользоваться общей формулой (2.27) с подстановкой в нее градиентов по формуле (1.46) и погрешностей пеленгов по формуле (3.9). Однако при работе с радионавигационной картой проще измерить на ней расстояния d_1 и d_2 между соседними изолиниями, около обсервованного места и угол θ между изолиниями разных маяков, после чего 95%-ный круг погрешностей R рассчитывают по формуле:

$$R = \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\left(\frac{\Delta_1 d_1}{\Delta n_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_2 d_2}{\Delta n_2}\right)^2}, \quad (3.10)$$

где Δ_1 и Δ_2 — предельные погрешности измерений, а Δn_1 и Δn_2 — шаг оцифровки изолиний.

Пример 3.10. По условиям и решению примера 3.8 оценить точность обсервации 95%-ным кругом погрешностей R .

На карте (см. рис. 3.13) изолинии радиомаяка *A* проведены с шагом $\Delta n_1=2$ знака с расстоянием между ними, около места судна, $d_1=7$ миль. Для радиомаяка *B* с карты имеем $\Delta n_2=10$ знаков, $d_2=10$ миль. Угол $\theta \approx 65^\circ$. Подставляем эти числа, а также полученные при решении примера 3.9 предельные погрешности измерений $\Delta_1=2$ знака и $\Delta_2=1,5$ знака в формулу (3.10), получаем $R \approx 8$ миль.

Таблицы пеленгов секторных радиомаяков включены в РТСНО. В этом пособии для каждого маяка приведены все необходимые сведения, схема секторов и таблицы, где для каждого сектора даны ортодромические пеленги с маяка в зависимости от числа точек или тире. Выбираемые из этих таблиц пеленги используют для графического или графоаналитического определения места, обычно на расстояниях до 300 миль от маяков. Кстати, разность пеленгов двух смежных строк таблицы дает погрешность данного пеленга, приходящуюся на один знак измерений, что заменяет расчеты по формуле (3.9) при работе с таблицами.

Круговые радиомаяки и судовые радиопеленгаторы. Эти технические средства появились первыми из радионавигационных и поныне широко распространены благодаря их простоте, надежности и дешевизне [17, 18, 20, 21, 48, 104, 110, 164, 170]. Побережья многих морей довольно густо обставлены круговыми радиомаяками, дальность действия которых 50—150, а иногда до 250—300 миль. Их объединяют по районам в группы до ше-

сти маяков. Маяки одной группы работают поочередно по единому расписанию (в режимах «Ясно» или более интенсивно «Туман») на одной и той же частоте, что позволяет пеленговать их без перенастройки радиопеленгатора. С той же целью судоводители пользуются и прибрежными аэродиомаяками, сведения о которых также публикуются в РТСНО.

На судах, кроме слуховых, все шире применяются визуальные радиопеленгаторы, которые имеют небольшое преимущество в точности, но намного удобнее в работе [20, 24, 113, 170]. Средняя квадратическая погрешность радиокурсового угла (РКУ) с учетом погрешностей радиодевиации равна в лучших случаях примерно 1° для слуховых и около $0,8^\circ$ для визуальных радиопеленгаторов. Ночью эти погрешности в 1,5—2 раза больше [20, 25, 170]. Наиболее существенное снижение точности вызывают изменения радиодевиации, в частности от изменения осадки судна [170]. Кроме того, точность радиопеленга зависит от погрешности принятой поправки компаса [155], с учетом чего полная средняя квадратическая погрешность радиопеленга $t_{RP} \approx 1,5^\circ$ днем и $t_{RP} \approx 3^\circ$ ночью, как это рекомендовано для априорных оценок наставлением [118]. Делать это можно, когда радиопеленг используется в комбинации с линиями положения других параметров. При определениях по двум и трем радиопеленгам надо учитывать, что погрешность поправки компаса проявляется во всех пеленгах систематически (см. параграф 2.3).

Пеленгование выполняют в последовательности работы радиомаяков группы. При этом одновременно с отсчетом радиопеленга (ОРП) рекомендуется замечать также РКУ для последующей выборки радиодевиации f из таблицы. ОРП после исправления радиодевиацией и поправкой компаса называют истинным радиопеленгом (ИРП), хотя слово «истинный», как и в других подобных случаях, лучше употреблять в кавычках. Ту же величину называют ортодромическим пеленгом (ОртП):

$$\text{ОртП} = \text{ОРП} + f + \Delta \text{ГК}. \quad (3.11)$$

Для прокладки на карте ОртП переводят в локодромический пеленг (ЛокП) с помощью ортодромической поправки ψ :

$$\text{ЛокП} = \text{ОртП} + \psi. \quad (3.12)$$

Поправка ψ может быть вычислена по формуле $\psi = \frac{\Delta\lambda}{2} \sin \varphi_{ср}$

или выбрана из табл. 23-а МТ—75 по разности долгот $\Delta\lambda$ и средней широте $\varphi_{ср}$ радиомаяка и счислимого места судна. Практически вместо $\varphi_{ср}$ можно принимать счислимую широту судна. Правило знаков этой поправки (оно имеется в объяснении к табл. 23-б МТ—75) таково: в северном полушарии ψ с полюсом при $\text{ОртП} < 180^\circ$ и с минусом при $\text{ОртП} > 180^\circ$, а в южном — наоборот. Впрочем, надежнее при решении любых задач с ортодромической поправкой помнить, что ортодромия изображает-

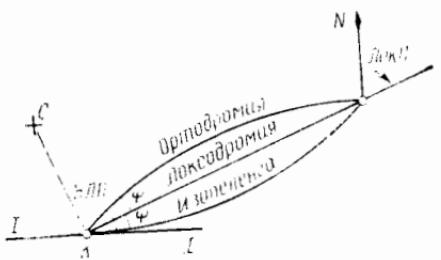


Рис. 3.15. Прокладка линии положения радиопеленга

ся на меркаторской проекции дугой с выпуклостью в сторону ближайшего полюса.

В пределах действия круговых радиомаяков с учетом точности измерения их пеленгов Землю считают сферой, а изображения ортодромии и изопеленги на меркаторской карте — дугами одинаковых окружностей, симметричными относительно локсодромии (рис. 3.15). Исходя из этого

линию положения — касательную к изопеленгу — рекомендуют обычно строить по следующей методике [17, 18, 20, 21, 135, 170, 171]. На карте от места маяка проводят линию его локсодромического пеленга, рассчитанного по формуле (3.12). На эту линию опускают из счислимой точки *C* перпендикуляр, основание которого *K* принимают определяющей точкой. Через нее проводят линию положения *I—I* под углом ψ к локсодромии. Иначе говоря, относительно меридиана направление линии положения НЛП = ЛокП + ψ , где знак ψ тот же, что и в формуле (3.12). Когда поправка ψ не превышает погрешностей построения ($\psi < 0,3^\circ$), то ее вообще пренебрегают, принимая ОртП = ЛокП = НЛП.

Описанная методика неоправданно усложнена вторичным использованием поправки ψ , так как расстояние до определяющей точки *K* обычно на порядок меньше расстояния до маяка. Например, если до маяка 100 миль, то, принимая ЛокП = ОртП при $\psi < 0,3^\circ$ (такое значение ψ трудно учесть при прокладке), признают, следовательно, пренебрежимой погрешность линии положения, которая по формулам (1.59) и (1.45) превышает 0,5 мили.

Если же пренебречь поправкой ψ при расчете НЛП, когда до определяющей точки 10 миль, то по тем же формулам находим, что погрешность линии положения составляет 0,4 мили в худшем случае, на который рассчитана табл. 23-а МТ—75, а именно: $\psi = 2,5^\circ$ при $\varphi_{ср} = 85^\circ$ и $\Delta\lambda = 5^\circ$. Как видим, вторичное использование поправки ψ для расчета НЛП не дает реального повышения точности, а лишь усложняет решение, что таит, как и любое усложнение, опасность грубых ошибок.

Таким образом, при использовании радиопеленгов рекомендуется однократно учитывать ортодромическую поправку ψ (если $\psi > 0,3^\circ$) при переводе ОртП в ЛокП по формуле (3.12), а полученные локсодромические пеленги радиомаяков прокладывать от их изображения на карте, как визуальные [17, 18, 164]. Если обнаруживается очень большая невязка, то задачу надо решить во втором приближении, принимая первоначально полу-

ченное место за счислимое и выбирая из табл. 23-а МТ—75 новое значение ψ , если оно отличается от прежнего не менее чем на $0,3^\circ$.

Когда изменения радиопеленгов вследствие перемещения судна больше их погрешностей, линии положения приводят к моменту обсервации, смешая их по направлению движения судна на величину его плавания за время от наблюдений до момента обсервации. При определениях по трем радиопеленгам обсервованное место выбирают относительно треугольника погрешностей так же, как это рекомендовано для определений по трем визуальным пеленгам (см. параграф 3.1 и рис. 3.6).

Пример 3.11. В 16.00 ол = 25,4; $\varphi_c = 57^\circ 36' N$, $\lambda_c = 59^\circ 05' W$ (рис. 3.16), ГКК = 307° , $\Delta \Gamma K = +1^\circ$. В быстрой последовательности измерены два радиопеленга, аэрорадиомаяка ($\varphi = 58^\circ 28' N$; $\lambda = 62^\circ 36' W$); ОРП = 292° (РКУ = 345°) и морского радиомаяка ($\varphi = 57^\circ 08' N$, $\lambda = 61^\circ 36' W$); ОРП = 247° (РКУ = 300°). Определить место судна, выбирая радиодевиацию f из таблицы приложения 2 «Задачника по навигации и лоции» [171]: для РКУ = 345° $f = -1,5^\circ$, а для РКУ = 300° $f = -3,0^\circ$.

Расчеты ЛокП по формулам (3.11) и (3.12) представлены в следующей схеме, где вначале указаны $\varphi_{ср}$ и $\Delta\lambda$ маяков и счислимого места, что нужно для выборки ψ из табл. 23-а МТ—75:

	Аэро РМк	РМк
$\varphi_{ср}$ $\Delta\lambda$	$58^\circ 02' N$ 3 31	$57^\circ 22' N$ 2 31
ОРП f $\Delta \Gamma K$	292° —1,5 +1	247° —3,0 +1
ОртП ψ	$291,5^\circ$ —1,5	245° —1,1
ЛокП	290,0°	243,9°

Прокладка рассчитанных локодромических пеленгов показана на рис. 3.16, где точка их пересечения дает обсервованное место с координатами $\varphi_0 = 57^\circ 48' N$; $\lambda_0 = 59^\circ 13' W$.

Оценивают точность обсерваций по радиопеленгам построением эллипса или круга погрешностей так же, как и при определениях по визуальным пеленгам (см. параграф 3.1).

Пример 3.12. По условиям и решению примера 3.11 оценить точность полученной обсервации 95%-ным кругом погрешностей R , принимая средние квадратические погрешности пеленгования с учетом погрешностей радиодевиации $\epsilon_{РКУ} = 1,5^\circ$, а принятой поправки компаса — $\sigma_{\Delta K} = 1^\circ$.

Измеренные на карте (см. рис. 3.16) расстояния до радиомаяков $D_1 = 118$ миль и $D_2 = 87$ миль, а между ними $D = 86$ миль. Кроме того, $\Delta P = 45^\circ$. Подставляя эти данные и принятые значения погрешностей в формулу (3.1) и удваивая затем результат, получаем примерно 95%-ный круг погрешностей $R = 12$ миль.

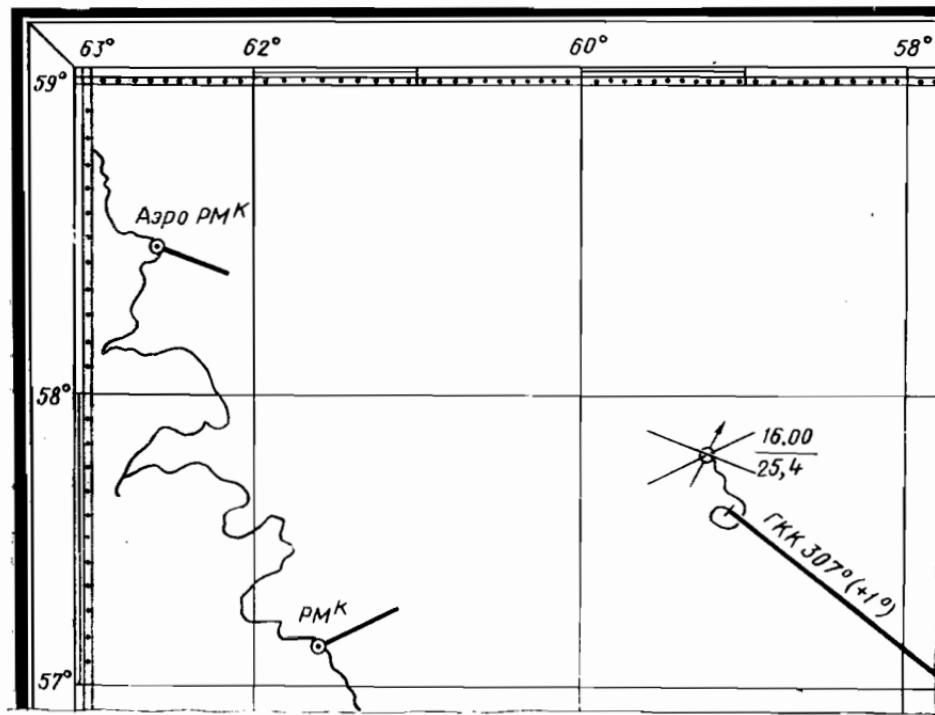


Рис. 3.16. Определение места по радиопеленгам

При определениях по радиопеленгам бывает, что пеленгуемый радиомаяк находится за рамкой путевой или частной карты, на которой ведут счисление. Для построения линий положения радиопеленгов в таких случаях разработаны расчетно-графические приемы нанесения на карту вспомогательных линий и точек [18, 170—172], в том числе и с уменьшением масштаба построений [135]. Учитывая реальную точность определений по радиопеленгам (см. пример 3.12) и дополнительную потерю точности при вспомогательных построениях, применять такие приемы вряд ли целесообразно. Вместо этого рекомендуется при необходимости воспользоваться картой более мелкого масштаба, которая захватывает радиомаяки.

Относительно низкая точность определений по радиопеленгам и развитие иных средств радионавигации объясняют снижение доли радиопеленгационных обсерваций в практике судовождения, что отмечается и в литературе [20]. Такая тенденция, видимо, естественна. Однако это не может оправдать пренебрежение радиопеленгованием в сомнительных случаях, в частности, при опознании радиолокационных ориентиров на подходах к берегам.

3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ГИPERБОЛИЧЕСКИМ РАДИОНАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ

Гиперболическими называют все радионавигационные системы (РНС), которые позволяют измерять разность расстояний до двух станций и имеют навигационными изолиниями гиперболы (см. параграфы 1.1, 1.3 и 1.4). Из гиперболических РНС в судовождении широко применяют системы «Декка», «Лоран-С» и «Транзит», частично «Омега». Эти и более точные радиогеодезические системы применяются также для навигационного обеспечения морских экспедиционных работ. Не описывая здесь принцип действия названных систем, устройство и правила работы с их приемоиндикаторами [20, 24, 48, 109—117, 173—185], ограничимся вопросами определений места с оценкой точности.

Фазовая РНС «Декка». Система разработана во время второй мировой войны в Великобритании на основе созданного в 30-е годы советскими учеными «фазового зонда», который еще до войны успешно применялся нашими гидрографами [8, 20, 175]. В исследовании и усовершенствовании системы «Декка», в создании и модификации ее судовых приемоиндикаторов участвовали моряки и учёные многих стран, суда которых широко пользуются этой системой. В настоящее время действует более 39 цепочек РНС «Декка» [1]. Их рабочие зоны перекрывают районы наиболее интенсивного судоходства, позволяя выполнять надежные определения места на расстояниях до 250—300 миль от станций.

Напомним, что результаты измерений состоят из буквенного обозначения зоны (грубой дорожки) от А до J, номера точной дорожки (для красной пары 0—23, для зеленой 30—47 и для фиолетовой 50—79) и десятичных долей фазового цикла с округлением до 0,01. Поэтому погрешности измерений разности фаз также выражают в долях фазового цикла, но при этом встречаются названия: «деления точной сетки», «сотые доли дорожки», «деления точной шкалы фазометра», «сантицикли» и т. д. Далее будем применять только фазовые циклы (ф. ц.) и их сотые доли — сантицикли (сц).

Точность фазовых измерений разности расстояний зависит от многих факторов, которые проявляются суммарно в отклонении фактической скорости распространения фаз радиоволн от расчетной. Такие отклонения можно представить состоящими из случайных колебаний с разными периодами. Долгопериодические составляющие обусловливают медленное затухание автокорреляции, а постоянная составляющая, разная для разных районов, порождает местную систематическую погрешность. Случайные вариации фазовой скорости приводят к таким же вариациям фазы в точке приема сигналов. Средняя квадратическая

вариация m_Φ фазы в первом приближении пропорциональна длине радиотрассы [184]:

$$m_\Phi = m_0 D, \quad (3.13)$$

где m_0 — среднее квадратическое отклонение фазы, отнесенное к единице расстояния (на 1 милю).

Обусловленное этим случайное отклонение разности фаз зависит от расстояний до ведущей $D_{\text{вщ}}$ и ведомой $D_{\text{вм}}$ станций. Кроме того, в приемоиндикаторе принятые сигналы, следовательно, и их погрешности преобразуются к одной частоте сравнения, причем коэффициенты этого преобразования разные для красной (кр), зеленой (зл) и фиолетовой (фл) пар станций. С учетом этого канд. техн. наук капитан А. И. Шевченко предложил следующие формулы для оценки средней квадратической погрешности $m_{\Delta\Phi}$ разностей фаз:

$$m_{\Delta\Phi} = \begin{cases} 4m_0 D_{\text{вщ}} \sqrt{1 + 0.56\lambda} & (\text{кр}); \\ 3m_0 D_{\text{вщ}} \sqrt{1 + 0.44\lambda} & (\text{зл}); \\ 5m_0 D_{\text{вщ}} \sqrt{1 + 1.44\lambda} & (\text{фл}). \end{cases} \quad (3.14)$$

В этих формулах $\lambda = (D_{\text{вм}}/D_{\text{вщ}})^2$, а m_0 по экспериментальным данным [92, 93, 103] имеет в среднем значение 0,003 сц/милю ночью. Обозначая K_1 произведение всех сомножителей при $D_{\text{вщ}}$ в формулах (3.14), их можно представить в объединенном виде:

$$m_{\Delta\Phi} = K_1 D_{\text{вщ}}. \quad (3.15)$$

Значения K_1 для дневных наблюдений представлены для всех пар в табл. 3.1.

Так как средняя квадратическая погрешность разности расстояний $m_{\Delta D}$ получается умножением $m_{\Delta\Phi}$ (ф. ц.) на длину волны сравнения λ_m (средние значения λ_m приведены в последней строке табл. 3.1), то различия между парами сглаживаются и для всех пар можно принимать

$$m_{\Delta D} = K_1 \lambda_m D_{\text{вщ}} \approx K_2 D_{\text{вщ}}. \quad (3.16)$$

Средние для всех пар значения K_2 (кб/мили) приведены в последней строке табл. 3.1.

Ночью погрешности измерений разностей фаз, а следовательно, и разностей расстояний больше приведенных выше примерно в 4 раза.

Пример 3.13. Дневные наблюдения выполняют по цепочке 6В на расстояниях до станций: $D_{\text{вщ}}=180$ миль, красная $D_{\text{вм}}=180$ миль, зеленая $D_{\text{вм}}=110$ миль. Оценить средние квадратические погрешности разностей фаз и разностей расстояний.

Вычисления по формулам (3.14) дают: красная $m_{\Delta\Phi}=2,7$ сц, зеленая $m_{\Delta\Phi}=1,7$ сц. Практически такие же результаты получаем по формуле (3.15)

Таблица 3.1

Пара	$D_{\text{вм}}/D_{\text{вщ}}$					$\lambda_m, \text{ м}$
	$1/3$	$1/2$	1	2	3	
Красная	0,012	0,013	0,015	0,022	0,030	885
Зеленая	0,009	0,010	0,011	0,015	0,020	1175
Феолетовая	0,016	0,018	0,023	0,039	0,056	700
K_2	0,0006	0,0006	0,0016	0,0012	0,0008	

со значениями K_1 из табл. 3.1. Расчеты по формуле (3.16) со значениями K_2 из табл. 3.1 дают: красная $m_{\Delta D} = 0,14$ кб, зеленая $m_{\Delta D} = 0,13$ кб.

Описанная оценка точности справедлива, если радиотрассы проходят только над морем или станции размещены на низменном плоском побережье (например, Нидерландская и Западно-Индийская цепочки). В иных случаях запаздывание фазы сигналов над сушей приводит к появлению систематических погрешностей. Значения этих погрешностей определяют экспериментально [184] и публикуют в виде таблиц и картосхем местных поправок [20, 175, 177, 186], которыми надо исправлять отсчеты фазометров [1]. К сожалению, такие поправки определены пока далеко не для всех рабочих зон РНС «Декка». Когда нет таблиц поправок, их ориентировочные значения могут быть рассчитаны по следующей формуле [187]:

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_0 (D'_{\text{вщ}} - D'_{\text{вм}}), \quad (3.17)$$

где $D'_{\text{вщ}}$ и $D'_{\text{вм}}$ — участки радиотрасс соответственно от ведущей и ведомой станций, проходящие над сушей, а коэффициент $\Delta\Phi_0$ получен из наблюдений как среднее для всех пар: $\Delta\Phi_0 = -0,08$ сц/милю для холмистой местности, а для гористой — в 2 раза больше.

Пример 3.14. На карте измерены участки радиотрасс над сушей (холмистый характер): $D'_{\text{вщ}} = 80$ миль, $D'_{\text{вм}} = 20$ миль. Найти поправку к измеренной разности фаз.

Непосредственно по формуле (3.17) получаем $\Delta\Phi \approx +5$ сц.

Местные поправки, о которых идет речь, определяются с неизбежными погрешностями. В упомянутых таблицах [177, 186] их делят на два класса: А и В — более и менее точные. Ко второму классу надо отнести и поправки, вычисляемые по формуле (3.17). Так как условия распространения радиоволн и обусловленные этим значения поправок изменяются, то учитываемые их средние значения, как правило, отличаются от действительных. Поэтому полная средняя квадратическая погрешность $m_{\Delta\Phi}$ разности фаз обычно больше рассчитанных по формулам (3.14) или (3.15). Учитывая это, в качестве априорных оценок полных средних квадратических погрешностей рекомендуется принимать для оперативных расчетов и построений $m_{\Delta\Phi} = 5$ сц днем и в 2 раза больше ночью [20].

Погрешностям фазовых измерений присуща медленно затухающая автокорреляция. Отсюда при осреднении серии измерений, выполняемых на малом (до получаса) интервале времени, точность среднего значения практически не повышается. Это не оправдывает, однако, одиночных измерений, которые не позволяют выявить промах и не обеспечивают надежного разрешения многозначности.

Кроме автокорреляции, измерениям с фазовой РНС присуща и взаимная корреляция, которая обусловливается в основном вариациями фазовой скорости на общей трассе и характеризуется коэффициентом взаимной корреляции r [20, 25, 91—93, 110, 113, 175, 184]. Величина r может быть оценена на основании соотношений погрешностей на разных и общей трассах [25, 101—103, 188], как это следует из формул (1.18) и (1.19),

$$r = 1/\sqrt{PQ}, \quad (3.18)$$

где P и Q — подкоренные выражения, входящие в формулы (3.14) для того или иного сочетания пар стаций.

Пример 3.15. По условиям примера 3.13 оценить коэффициент корреляции r между погрешностями одновременных измерений по красной и зеленой парам. По расстояниям до станций рассчитываем $\lambda = (D_{\text{вм}}/D_{\text{вщ}})^2$ для обеих пар: $\lambda_{\text{кп}} = 1$; $\lambda_{\text{зл}} = 0,37$. Используя эти числа и подставляя в формулу (3.18) подкоренные выражения из первых двух формул (3.14), находим

$$r = 1/\sqrt{(1 + 0,56\lambda_{\text{кп}})(1 + 0,44\lambda_{\text{зл}})} \approx 0,7.$$

Ночью r примерно в 1,5 раза больше, но не превышает 0,95. Заметим также, что взаимная корреляция довольно быстро затухает с увеличением интервала времени между измерениями по разным каналам: коэффициент r становится пренебрежимо малым или даже отрицательным, если такой интервал равен 15—20 мин [189].

Расчеты коэффициента корреляции r по формуле (3.18) целесообразны при составлении программ ЭВМ, при обработке измерений навигационного обеспечения морских экспедиционных работ или при выполнении предварительного анализа точности планируемых обсерваций. При оперативном решении задач в плавании приходится пользоваться некоторыми средними априорными оценками r , которые для РНС «Декка» днем 0,4—0,5, а ночью 0,8—0,9 [20, 175, 176, 190].

Для определений места с помощью РНС «Декка» применяют радионавигационные карты с сетками изолиний (иногда эти карты называют «декковскими»). Для таких карт советского издания сохраняются нарезка, номера, масштабы и нагрузка путевых навигационных карт, а после адмиралтейского номера карты добавляются буква Д и обозначение цепочки, например, 22212D5B. Поэтому при использовании РНС «Декка» допускается [118] ведение прокладки на радионавигационных картах: это избавляет от переноса точек с карты на карту, что таит воз-

можность грубых ошибок, связано с потерей времени. Однако такое применение радионавигационных карт допустимо только при условии, что они полностью откорректированы по тем же источникам, что и навигационные карты тех же номеров [177].

Построение линий положения на декковских картах выполняется с помощью любой масштабной линейки так же, как на картах секторных радиомаяков (см. параграф 3.3); удобную для этого интерполяционную линейку придают в комплект приемоиндикатора фазовой РНС. С этой же целью на свободных участках декковских карт печатают уголковый масштаб, схематично изображенный на рис. 3.17, а, применение которого покажем на примере.

Пример 3.16. На радионавигационной карте с сеткой гипербол, часть которых представлена на рис. 3.17, б, счислимое место судна *С*. Построить линию положения для отсчета фазометра В.31.30.

Циркулем-измерителем снимаем с карты ширину дорожки против счислимого места *С* и находим, где этот раствор циркуля равен расстоянию по вертикали между крайними линиями уголкового масштаба (см. рис. 3.17, а это место отмечено штриховой линией). Затем уменьшаем раствор циркуля до линии с оцифровкой «30» и откладываем это расстояние на карте от изолинии В.31 против счислимого места *С*. Через полученную определяющую точку *К* проводим параллельно касательной к ближайшей изолинии прямую — искомую линию положения для отсчета В.31.30.

Для определения места судна отсчеты фазометров приемоиндикатора снимают практически одновременно, поэтому приводить линии положения к одному моменту (зениту) не требуется. Измерения выполняют обычно только по двум каналам — по тем, которые имеют более узкие дорожки в районе нахождения судна и более благоприятный угол между изолиниями. Построив две линии положения, получают в точке их пересечения обсервованное место судна.

Пример 3.17. В 02.10 ол = 28,6; $\varphi_c = 52^{\circ}07,5' N$; $\lambda_c = 4^{\circ}07,5' E$; ГКК = 143° ; ДГК = $+1^{\circ}$. По Английской цепочке РНС «Декка» 5В практически одновременно сняты отсчеты красного J.15.06 и зеленого E.33.58 фазометров. Найти обсервованное место и невязку на радионавигационной карте (рис. 3.18).

Выполнив графическую интерполяцию, строим линии положения I—I и II—II, пересечение которых дает обсервированное место судна. Его координаты: $\varphi_0 = 52^{\circ}07,2' N$; $\lambda_0 = 4^{\circ}08,5' E$, а невязка $C = 130^{\circ} - 0,8$ мили.

Для оценивания точности обсерваций надо в зависимости от расстояний до ведущей и ведомых станций рассчитать погрешности измерений и коэффициент корреляции по формулам

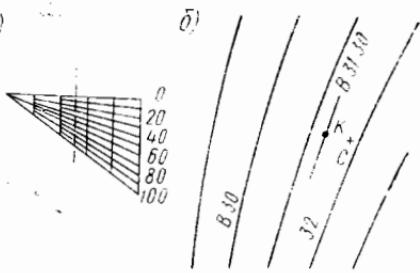


Рис. 3.17. Использование уголкового масштаба:

a — уголковый масштаб; *b* — построение линии положения

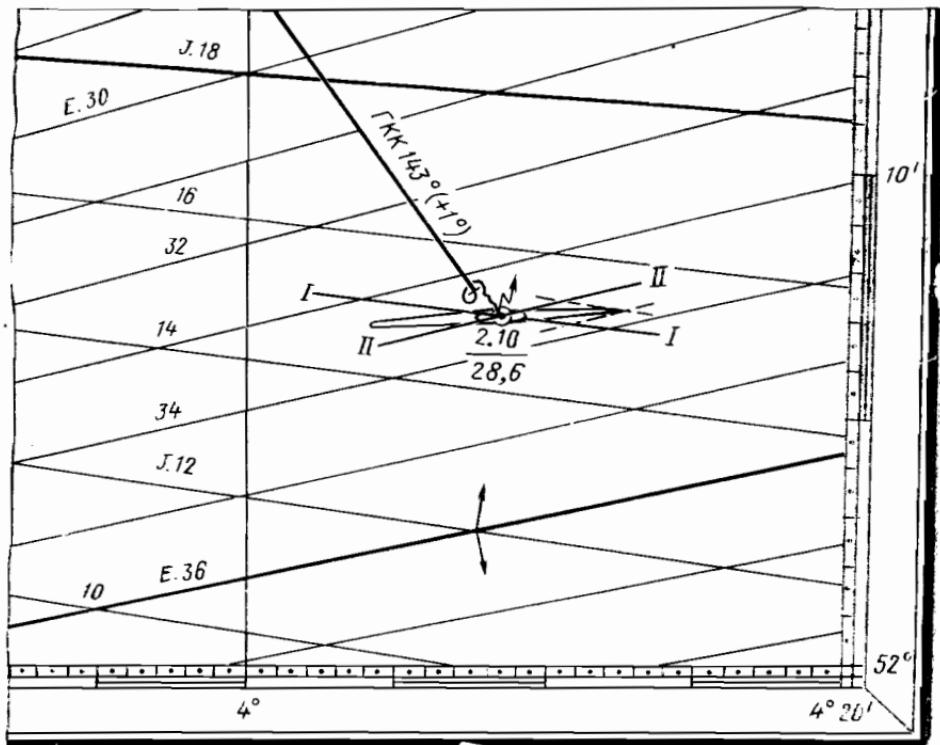


Рис. 3.18. Определение места по РНС «Декка»

(3.14) и (3.18). Затем могут быть вычислены элементы эллипса погрешностей по общим формулам (2.54)–(2.56) или 95%-ный круг погрешностей места по формулам (2.31), (1.26) и (1.48). Перечисленные формулы использовались при составлении программ для ЭВМ [34, 147, 149].

Для оценивания точности обсерваций вручную или с помощью беспрограммной ЭКВМ требуются упрощенные приемы, которые учитывали бы довольно сильную взаимную корреляцию между погрешностями фазовых измерений по разным параметрам. Такие приемы основаны на использовании априорных оценок полной средней квадратической погрешности фазовых измерений $m_{\Delta\Phi}$ и коэффициента взаимной корреляции r . Как отмечалось ранее, в среднем $m_{\Delta\Phi} \approx 5$ сц и $r \approx 0.4 \div 0.5$ днем, а ночью $m_{\Delta\Phi} \approx 10$ сц и $r \approx 0.8 \div 0.9$. В соответствии с априорной оценкой r величина m может быть представлена по формулам (1.20) и (1.21) в виде случайной ε и повторяющейся σ составляющих:

$$\varepsilon = m\sqrt{1-r}, \quad \sigma = m\sqrt{r}, \quad (3.19)$$

квадратичное сложение которых по формуле (1.16) дает, естественно, прежнюю величину m :

$$m = \sqrt{\epsilon^2 + \sigma^2}.$$

Подставляя в формулу (3.19) приведенные выше априорные оценки m и r , получаем: днем при $r=0,5$ $\epsilon=\sigma=3,5$ сц; ночью при $r=0,9$ $\epsilon=3,2$ сц; $\sigma=9,5$ сц.

Переходя таким образом от априорных оценок m и r к априорным оценкам ϵ и σ , далее можно пользоваться упрощенными приемами построения эллипса погрешностей или расчета круговой погрешности места, которые описаны для общего случая определений места по однородным параметрам в параграфе 2.3. Поясним это примерами.

Пример 3.18. По условиям примера 3.17 оценить точность полученной обсервации построением предельного эллипса погрешностей, принимая априорно $m=1,0$ сц и $r=0,9$, т. е. принимая по формулам (3.19) $\epsilon=3,2$ сц; $\sigma=9,5$ сц.

В соответствии с пояснениями к рис. 2.11 вначале смещаем линии положения в обе стороны на значение предельной случайной составляющей погрешности $3\epsilon=9,6$ сц $\approx 0,1$ ф. ц. Иначе говоря, применяя графическую интерполяцию, проводим на радионавигационной карте линии положения, соответствующие отсчетам для красной сетки $J.15.06 \pm 0,1$ и для зеленой — $E.33.58 \pm 0,1$.

В полученный четырехугольник вписываем эллипс, который отражает только случайные составляющие погрешностей. На рис. 3.18 построение этого четырехугольника не показано из-за мелкого масштаба, а эллипс получился едва выступающим из кружка, обозначающего обсервацию. Далее, увеличив оба отсчета фазометров на предельную повторяющуюся погрешность $3\sigma=28,5$ сц $\approx 0,3$ ф. ц., проводим смещенные линии положения, показанные на рис. 3.18 штриховыми линиями.

Точка их пересечения (симметричная ей точка получается, если оба отсчета уменьшить на значение величины 3σ) определяет направление и величину предельного смещения места под влиянием только повторяющейся составляющей погрешностей, а практически дает и большую полуось эллипса, который изображен на рис. 3.18. Этот эллипс получился, как видим, сильно вытянутым: его большая полуось равна примерно 2,6 мили, а меньшая — примерно 0,1 мили.

Вычисление средней квадратической погрешности места по общей формуле (1.26) можно при работе с радионавигационной картой упростить, заменив расчеты модуля градиента измерениями ширины d дорожки вблизи места судна. Принимая, кроме того, фазовые измерения для обеих пар равноточными, формулу (1.26) представим в таком виде:

$$m_m = \frac{m_{\Delta\Phi}}{\sin \Delta\tau} \sqrt{d^2_1 + d^2_2 - 2rd_1d_2 \cos \Delta\tau}. \quad (3.20)$$

Напоминаем, что сюда входит тот из углов $\Delta\tau$ между изолиниями (он измеряется на карте вблизи места судна), который равен углу между градиентами радионавигационного параметра. Чтобы выявить именно этот угол $\Delta\tau$, надо по нормалям к изолиниям наметить стрелки в сторону возрастания отсчетов, как

это показано на рис. 3.18 у точки пересечения изолиний J.12 и E.36.

Пример 3.19. По условиям примера 3.17 оценить точность обсервации средней квадратической погрешностью m_m и 95%-ным R кругом погрешностей, принимая априорно $m_{\Delta\varphi} = 10$ сц (0,1 ф. ц.) и $r=0,9$.

Измерения на карте у обсервованной точки (см. рис. 3.18) дают: $d_{kp}=1,5$ мили; $d_{el}=1,7$ мили; угол $\Delta\varphi=160^\circ$. Подставляя эти числа и исходные данные в формулу (3.20), получаем $m_m=0,9$ мили.

В этом примере векториальная погрешность вдоль линии смещения во много раз (более двадцати) больше сопряженной ей (см. параграф 2.3 и рис. 2.11), на что табл. 2.3 не рассчитана. Но для таких случаев, как сказано в пояснениях к табл. 2.3, можно принимать $c_1=1,96$. Следовательно, в решаемом примере $R=1,96 \cdot 0,9=1,8$ мили.

Как следует из формулы (3.20), при ощутимой корреляции ($r>0,2$), если угол между градиентами $\Delta\varphi$ тупой ($\cos\Delta\varphi<0$), то третий член под радикалом положителен и может иметь заметное значение. Если в таких условиях не учитывать корреляцию между погрешностями измерений, как это делается в некоторых работах [18—22, 177, 191] без оговорок, то будет получена заниженная погрешность обсервации. Так, если при решении примера 3.19 (его условия соответствуют плаванию в Северном море) не учитывать корреляцию, то круговая погрешность места получится преуменьшенной примерно на 30%, т. е. пренебрежение корреляцией создало бы в этом примере иллюзию более точной, чем в действительности, обсервации.

Конечно, корреляцию можно не учитывать, когда угол $\Delta\varphi$ близок к прямому или острый ($\cos\Delta\varphi\approx 0$ или положителен), а также когда $r<0,2$ (уменьшить r можно, если отсчеты по фазометрам снимать через несколько минут [189], но тогда надо приводить линии положения к одному месту).

Кроме изложенного об определении места с оценкой его погрешности, РНС «Декка» позволяет выполнять достаточно точные непрерывные обсервации (иногда их неудачно называют «обсервационным счислением»), что используется для автоматической проводки судна по запрограммированной траектории [24, 35, 41, 147]. Эта РНС применяется также для выверки лагов и определения маневренных характеристик судов [20, 192].

Импульсная РНС «Лоран-А». Она разработана в США во время второй мировой войны, обладает по сравнению с РНС «Декка» большей дальностью действия, но меньшей точностью [178]. Сейчас эта система признана неперспективной, и объявлено о ее замене импульсно-фазовой РНС «Лоран-С» [1, 20, 185]. Тем не менее вопросы определения места и оценки точности по РНС «Лоран-А» пока не совсем утратили значение, так как работа некоторых цепочек системы будет продолжаться еще ряд лет. Всего сейчас работает в районе Японии 11 станций «Лоран-А», дальность действия которых днем до 900, а ночью до 1400 миль [1, 20, 113].

Напомним, что при использовании РНС «Лоран-А» измеряемым радионавигационным параметром T служит интервал времени между моментами прихода импульсов от ведущей и ведомой станций. Этот параметр и погрешности его измерений выражают в микросекундах (мкс). Для перехода к расстояниям величину T надо умножить на групповую скорость импульсов (над морем 299 744 км/с [113]) или линейный эквивалент микросекунды: 299,74 м; 1,62 кб; 0,16 мили.

Основная часть погрешностей РНС «Лоран-А», как и других РНС, возникает из-за вариаций скорости распространения сигналов, а применительно к пространственным волнам — дополнительно из-за вариаций высоты отражающего слоя ионосферы. Исходя из этих посылок получили формулы, аналогичные формулам (3.14) и (3.18), которые дают оценки средних квадратических погрешностей измерений и коэффициентов корреляции в зависимости от соотношений разных и общей трасс [95, 103, 110, 113, 178]. Эти формулы применяют при составлении для судовых ЭВМ навигационных автоматизированных комплексов [34, 147, 148]. Для оперативных расчетов вручную или с помощью беспрограммных ЭКВМ рекомендуются некоторые осредненные априорные оценки, приведенные ниже [20, 95, 193, 194].

Полная средняя квадратическая погрешность измерений на поверхностных сигналах $m_{T_{\text{пов}}}$ составляет 1—2 мкс, а при сильных помехах до 3—4 мкс.

При измерениях по пространственным сигналам погрешности в целом больше, но они плавно уменьшаются с увеличением расстояния D до станции системы. Эта зависимость для одной трассы представлена по экспериментальным данным в табл. 3.2.

Если измерения выполняются по пространственным сигналам от обеих станций, то по расстояниям до них D_1 и D_2 надо из табл. 3.2 выбрать две величины $m'_{\text{пп}}$ и $m''_{\text{пп}}$, квадратичное сложение которых дает искомую погрешность измерения $m_{T_{\text{пп}}}$:

$$m_{T_{\text{пп}}} = \sqrt{(m'_{\text{пп}})^2 + (m''_{\text{пп}})^2}. \quad (3.21)$$

Пример 3.20. Расстояния до станций 900 и 1100 миль. Оценить среднюю квадратическую погрешность измерений по пространственным сигналам.

Выборка из табл. 3.2 и вычисления по формуле (3.21), которые можно заменить построением по теореме Пифагора, дают $m_{T_{\text{пп}}} = 3,8$ мкс ≈ 4 мкс.

Автокорреляция погрешностей РНС «Лоран-А» затухает весьма быстро [95]. Поэтому осреднение нескольких отсчетов по-

Таблица 3.2

D , мили	400	450	500	550	600	700	800	900	1000	1100	1200
$m_{\text{пп}}$, мкс	6,1	5,4	4,8	4,5	4,2	3,7	3,3	2,9	2,6	2,4	2,2

вышает точность результатов, особенно при работе с пространственными сигналами, хотя и не настолько, насколько для независимых измерений [25]. Основное назначение повторных измерений в интервале 3—5 мин — правильное опознание импульсов и выявление грубых ошибок.

Коэффициент взаимной корреляции r погрешностей одновременных измерений по двум парам, как правило, не превышает 0,4—0,5, а обычно $r \approx 0,2$ и меньше. К тому же взаимная корреляционная функция затухает тоже быстро (примерно в 3 раза быстрее, чем в РНС «Декка»), и измерения, выполняемые по двум каналам с интервалом в 2—3 мин, практически независимы. Поэтому при оценивании точности обсерваций по РНС «Лоран-А» взаимную корреляцию можно не учитывать [189].

Для определений места по РНС «Лоран-А» применяют радионавигационные (лорановские) карты с сетками изолиний гипербол, а также таблицы определяющих точек [20, 164, 178, 179, 194, 195].

Лорановские карты отечественного издания имеют после номера обозначение LA (или ЛА), а за рамкой карты указаны обозначения пар станций, изолинии которых нанесены на данную карту разными цветами с оцифровкой радионавигационного параметра T (в мкс). Такие карты издают как генеральные в масштабе 1 : 500 000 и мельче. Поэтому, во-первых, прокладку на лорановских картах обычно не ведут, их используют только для получения обсервованного места, которое переносят на навигационную карту; во-вторых, погрешности места из-за мелкомасштабности построений достигают такого значения, какого они достигают из-за погрешностей измерений в благоприятных условиях [20], что необходимо учитывать, особенно на подходах к берегам.

Нанесенные на лорановские карты изолинии рассчитаны для поверхностных сигналов. Измерения по пространственным сигналам надо предварительно исправить поправками, которые напечатаны тем же цветом на карте для точек с целоградусными (или через 2°) координатами. Поправку с карты снимают для счислимой точки с интерполяцией по широте и долготе. Отсчет, исправленный такой поправкой, далее используется как полученный по поверхностным сигналам.

Для построения линий положения на лорановской карте выполняют графическую интерполяцию с помощью масштабной линейки или углкового масштаба так же, как показано ранее на рис. 3.14 и 3.17. Построение эллипсов погрешностей на лорановских картах выполняют так же, как при оценке точности определений по секторным радиомаякам (см. пример 3.9 и рис. 3.13).

Для оценки точности обсерваций кругом погрешностей по формуле (2.27) расчеты градиентов можно заменить измерениями на карте вблизи места судна расстояний d между соседними

изолиниями карты, оцифровка которых отличается на ΔT мкс. Учитывая ориентировочный характер оценки точности измерений, 95%-ный круг погрешностей R можно принимать практически равным удвоенной средней квадратической погрешности места m_m :

$$R \approx 2m_m = \frac{2m_T}{\sin \theta} \sqrt{\left(\frac{d_1}{\Delta T_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{\Delta T_2}\right)^2}. \quad (3.22)$$

Пример 3.21. Измерениями на лорановской карте вблизи обсервованного места получено: $d_1=8,2$ мили; $\Delta T_1=10$ мкс; $d_2=10$ миль; $\Delta T_2=50$ мкс; угол между изолиниями $\theta=63^\circ$.

Оценить точность обсервации 95%-ным кругом погрешностей R , принимая $m_T=4$ мкс.

Подставляя исходные данные в формулу (3.22), получаем $R=7,6$ мили.

Использование лорановских таблиц определяющих точек позволяет по сравнению с работой на радионавигационной карте построить линии положения и получить место с меньшими графическими погрешностями непосредственно на той навигационной карте, на которой ведется прокладка, что занимает немного больше времени. Устройство таких таблиц и порядок их использования для определения места и для оценивания точности такие же, как и для РНС «Лоран-С» и «Омега»; эти таблицы рассматриваются ниже. Напомним только, что таблицы рассчитаны на поверхностные сигналы, но содержат поправки, которыми надо исправлять результаты измерений по пространственным сигналам. Эти поправки выбирают по счислимым координатам места.

Импульсно-фазовая РНС «Лоран-С». Эта РНС обладает по сравнению с РНС «Декка» большей дальностью действия (до 1400 миль на поверхностных сигналах и свыше 2000 миль на пространственных), а по сравнению с РНС «Лоран-А» — большей точностью [20, 24, 48, 110, 113, 174, 184]. В настоящее время действует более 50 станций «Лоран-С», рабочие зоны которых перекрывают около 80% поверхности северного полушария [1]. Планируется расширение системы вводом в действие новых цепочек, а также разрабатываются методы и аппаратура, повышающие точность определений места; например дифференциальный метод с погрешностью места до нескольких метров. Кроме применения в судовождении, эта РНС используется в авиации, орбитальных космических полетах, гидрографии и морской геодезии, для передачи точного времени и частоты и т. п. [9, 42, 65, 184, 196, 197].

Точность измерений и определений места по РНС «Лоран-С» существенно зависит от принципа работы применяемого приемоиндикатора: совмещения огибающих радиоимпульсов; совмещения импульсов по их высокочастотному заполнению; автоматических измерений разностей фаз несущих колебаний.

Приемоиндикаторы с ручным или автоматическим совмещением передних фронтов огибающих радиоимпульсов ведущей и ведомой станций не позволяют воспользоваться достоинствами РНС «Лоран-С». Точность измерений такими приемоиндикаторами примерно такая же, как и по цепочкам РНС «Лоран-А» [20, 94, 95, 173, 174]. Небольшое повышение точности обсерваций в ближней зоне достигается посредством лучшей синхронизации работы станций «Лоран-С» и больших баз, что создает более благоприятные базовые углы и углы пересечения изолиний.

Однако применяемые в РНС «Лоран-С» длинные радиоволны (частота 100 кГц) отражаются от ионосферы днем и ночью, что создает затруднения в опознании сигналов, которые могут приниматься в различных комбинациях. Для обозначения этих комбинаций в советских пособиях используют индексы «пов» и «пр» (поверхностный, пространственный), а в зарубежных буквы *G* и *S* (ground, sky): $T_{\text{пов}}$ (*GG*) или $T_{\text{пр}}$ (*SS*) — оба сигнала поверхностные или оба пространственные; $T_{\text{пов/пр}}$ (*GS*) или $T_{\text{пр/пов}}$ (*SG*) — сигнал от ведущей станции поверхностный, а от ведомой пространственный, или наоборот.

Карты с сетками изолиний и таблицы определяющих точек для РНС «Лоран-С» рассчитаны только на поверхностные сигналы. В иных случаях требуется введение поправок, которые напечатаны на картах и помещены в начале каждого выпуска таблиц отдельно для дня *D* (day) и ночи *N* (night). Опыт показывает, что на расстояниях примерно от 350 до 900 миль от станций распознавание импульсов при визуальном совмещении их огибающих ненадежно, а часто и невозможно, что бывает причиной погрешностей до 30 мкс. На расстояниях более 900 миль огибающая импульса формируется преимущественно однократно отраженной пространственной волной, а на расстояниях свыше 1500 миль искажается двукратно отраженной и надежные измерения становятся также невозможны [20, 174].

Приемоиндикаторы второго типа с совмещением импульсов по их высокочастотному заполнению позволяют выполнять надежные измерения только по поверхностным сигналам на расстояниях до 900 миль и даже более (в зависимости от соотношения сигнал/шум), так как отраженный импульс приходит с запаздыванием не менее 35 мкс, а совмещают на большой скорости развертки лишь начальные периоды несущей частоты. Иначе говоря, для измерений используются не искаженные пространственными сигналами начальные части поверхностных импульсов. Точность таких измерений характеризуется средней квадратической погрешностью $t_T \approx 1 \div 2$ мкс. На больших расстояниях, когда принимаются оба пространственных сигнала ($T_{\text{пр}}$ или *SS*), средняя квадратическая погрешность $t_T \approx 3 \div 5$ мкс.

Автоматические приемоиндикаторы позволяют выполнять измерения при соотношении $\frac{\text{сигнал}}{\text{шум}} \geq 0,1$ по поверхностным сигналам на расстояниях до 1400 миль со средней квадратической погрешностью $t_T = 0,2 \div 0,5$ мкс, а на больших расстояниях — по пространственным ($T_{\text{пр}}$ или SS) сигналам с погрешностью $t_T = 1 \div 2$ мкс.

Коэффициент корреляции r между погрешностями одновременных измерений по огибающим импульсов поверхностных сигналов не превышает, как правило, днем 0,2, а ночью 0,4, но при фазовых измерениях на больших удалениях от ведущей станции он достигает 0,7 и более [20, 94, 95, 183, 197]. Расчетная оценка r выражается в зависимости от соотношения расстояний до станций формулой (3.18), что используется при составлении программ ЭВМ.

Радионавигационные карты с сетками изолиний-гипербол РНС «Лоран-С» выпускали для морской и воздушной навигации в масштабе 1 : 2 000 000 и мельче. У этих карт только предельная точность масштаба около 0,5 км. Поэтому такие карты РНС «Лоран-С» служат прежде всего для общей ориентировки, подбора станций, определения счислимых значений параметра, хотя могут, конечно, применяться и для определений места вдали от навигационных опасностей. Однако теперь начат выпуск крупномасштабных карт этой РНС.

В качестве основного метода определений места при обработке измерений РНС «Лоран-С» вручную рекомендуется использование таблиц определяющих точек. Каждый выпуск таких таблиц относится только к одной паре станций и охватывает всю зону действия этой пары. Кроме того, в каждый выпуск включена схема расположения всех действующих цепочек РНС «Лоран-С» с указанием зон использования поверхностных или пространственных сигналов, а также схема изолиний пары станций данного выпуска. Перед основными таблицами координат определяющих точек помещены таблицы поправок для исправления измерений по пространственным волнам.

Основные таблицы имеют верхним входным аргументом радионавигационный параметр T с шагом 10 или 20 мкс. Если в данном районе изолинии пересекают меридианы под более острым углом, то вторым ведущим аргументом служит широта, значения которой (обычно целоградусные) располагают слева. В таком случае таблица содержит с округлением до $0,1'$ долготы точек пересечения изолиний табличных значений параметра T с параллелями табличной широты. Фрагмент таких таблиц [174] представлен в виде табл. 3.3.

Если в данном районе изолинии образуют более острые углы с параллелями, то ведущим аргументом принимается долгота (правый вход), а таблицы содержат широты определяющих точек. На участках, где изолинии имеют большую кривизну, веду-

Таблица 3.3

T	11 850	11 860	11 870	11 880	T
Шир. N	Долгота E				
17°	38°54'.4 + 102	39°04'.6 + 102	39°14'.9 + 102	39°25'.1 + 103	Δ
16	39 53.7 106	40 04.3 106	40 14.9 106	40 25.6 107	
15	40 52.1 110	41 03.0 109	41 14.0 110	41 25.0 110	
14	41 49.6 113	42 00.9 113	42 12.3 114	42 23.7 114	
13	42 46.3 117	42 58.0 117	43 09.7 117	43 21.5 118	
...	

щий аргумент (широта или долгота) принят с уменьшённым шагом через 30 или 15'.

При любом ведущем аргументе таблицы содержат также приращение Δ выбираваемой величины (в первом случае долготы, а во втором широты) в сотых долях минуты при увеличении параметра T на 1 мкс. Например, если напечатано +102, то это означает увеличение выбираваемой координаты на 1,02'/мкс. Приращения Δ используются для интерполяции и оценивания точности линий положения.

Интерполяция при работе с основными таблицами состоит в следующем. Вначале делают выборку из колонки со значением параметра T , ближайшим к тому T_0 , которое получено в результате измерений, исправленных (если надо) поправкой. В этой колонке выборку делают из двух смежных строк, ведущий аргумент которых (ϕ или λ) больше и меньше счислимой координаты (ϕ_c или λ_c). Выбранную из таблиц величину (λ или ϕ) приводят к нужному значению параметра T_0 интерполяционной поправкой $\Delta(T_0 - T)$, знак которой определяется знаками сомножителей.

Пример 3.22. В счислимой широте $\phi_c = 15^\circ 12' N$ измеренное и исправленное значение параметра $T_0 = 11 874$ мкс.

Найти координаты определяющих точек и построить линию положения.

Из табл. 3.3 выборку делаем из колонки $T = 11 870$ для двух строк широты, между которыми попадает заданное ϕ_c :

для $\phi_1 = 15^\circ N \lambda_1 = 40^\circ 14.9' E, \Delta = +106;$

для $\phi_2 = 15^\circ N \lambda_2 = 41^\circ 14.0' E, \Delta = +110.$

Долготы определяющих точек рассчитываем, как описано выше:

для $\phi_1 = 16^\circ N \lambda_1 = 40^\circ 14.9' + 1.06(11 874 - 11 870) = 40^\circ 19.1' E; \text{ для } \phi_2 = 15^\circ N \lambda_2 = 41^\circ 14.0' + 1.10(11 874 - 11 870) = 41^\circ 18.4' E.$

Нанеся по этим координатам определяющие точки K_1 и K_2 на карту, проводим через них линию положения $I-I$ (хорду навигационной изолинии), как схематично показано на рис. 3.19.

Результаты измерений по двум парам станций РНС «Лоран-С» позволяют построить, как описано выше, две линии положения, пересечение которых дает обсервованное место. Если измерения неодновременны, то первую линию положения надо

сместить по направлению движения судна на расстояние его перемещения за время между измерениями (см. параграф 2.4). Этого можно избежать, начиная наблюдения с той пары, изолинии которой составляют более острый угол с линией судна.

Для оценки точности полученной линии положения при работе с таблицами надо выбранное из них приращение Δ (безразлично, какое из двух или среднее) умножить на априорно принимаемую среднюю измерений m_t : будет получена средняя квадратическая погрешность выбираемой из таблиц координат определяющей точки.

Так, если ведущий аргумент широта (как в табл. 3.3), то $\Delta \cdot m_t = m_\varphi$, и напротив, если ведущий аргумент долгота, то $\Delta \cdot m_t = m_\lambda$. Значение m_λ (или m_φ) надо отложить в обе стороны от любой определяющей точки вдоль параллели (или вдоль меридiana во втором случае), пользуясь горизонтальной (или боковой) рамкой карты: будут получены две точки, через которые параллельно линии положения проходят границы средней квадратической полосы положения. Для построения предельной полосы положения надо воспользоваться утроенными средними квадратическими погрешностями.

Пример 3.23. По условиям и решению примера 3.22 построить предельную полосу положения, принимая среднюю квадратическую погрешность измерений параметра $m_t = 3$ мкс.

В этом примере ведущим аргументом служит широта. Поэтому вычисляем предельную погрешность выбираемых из таблиц долгот определяющих точек: $3m_\lambda = 3\Delta \cdot m_t = 3 \cdot 1,08 \cdot 3 = 9,7'$. Сместив линию положения $I-I$ (см. рис. 3.19) в обе стороны вдоль параллели на разность долгот $\Delta\lambda = \pm 9,7'$, получим границы предельной полосы положения (на рис. 3.19 показаны штриховой линией).

Построив описанным приемом две полосы положения, далее оценивают точность обсервации места эллипсом или кругом погрешностей так же, как и при других способах определений (см., например, начало этого параграфа).

Если на судне почему-либо отсутствуют таблицы и карты «Лоран-С» нужного района, то для определений места рекомендуется разработанный для таких случаев графоаналитический метод [198]. Применение этого метода требует весьма трудоемких расчетов, для которых целесообразно использовать ЭКВМ, о чем подробнее сказано в гл. 4.

Глобальная РНС «Омега». Эта РНС, находящаяся на завершающей стадии затянувшегося ввода в эксплуатацию, только

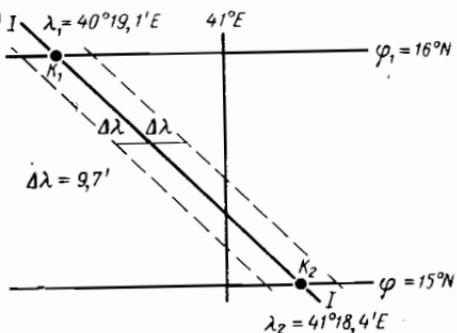


Рис. 3.19. Построение линии и положения по определяющим точкам

начинает осваиваться моряками [1]. Во многих странах проводятся исследования точности системы в разных вариантах и условиях ее использования, разрабатываются новые модели судовых приемоиндикаторов. Вместе с тем «Омега» с ее модификациями была признана одним из перспективных средств для глобальной морской, воздушной, космической и наземной навигации, обеспечения гидрографических и геодезических работ, создания всемирной спасательной службы, службы точного времени и т. п.

Однако с развитием спутниковых навигационных систем «Омегу» начинают причислять к резервным средствам, а ее перспективность для транспортного флота ставится под сомнение [1]. Число публикаций, посвященных перечисленным вопросам, быстро нарастает [199—215]. Наиболее удачным пособием по РНС «Омега», предназначенным для судоводителей, является, по нашему мнению, книга В. И. Быкова [182]. Многие важные сведения имеются в книге И. Е. Кинкулькина и др. [184], а весьма полный обзор исследований представляют работы «Навигационное оборудование морей» [1], С. И. Котяшкина и др. [99].

Напомним, что «Омега» — разностно-дальномерная фазовая система с временной селекцией сигналов: ее станции без разделения на ведущие и ведомые передают синхронизированные по всемирному времени сигналы поочередно по единой программе (цикл — 10 с) на одной и той же частоте. Система работает на сверхдлинных волнах (СДВ): основная (называют «навигационная») частота 10,2 кГц (длина волны 29,4 км), другие частоты предназначены для разрешения многозначности и иных целей. В названии системы употребляют иногда аббревиатуру ОНЧ — очень низкая частота. Всю систему образуют восемь станций, обозначаемых *A, B, ..., H* (рис. 3.20).

Используемые в РНС «Омега» СДВ распространяются по сферическому волноводу, образованному поверхностью Земли и ионосферой. Поэтому условия распространения сигналов зависят от проводимости «стенок» этого волновода и расстояния между ними, т. е. от высоты слоев ионосферы, отражающих СДВ, которая в среднем составляет днем примерно 72 км, а ночью — около 90 км. Дальность уверенного приема сигналов зависит от мощности излучения, уровня помех, расстояния и направления от станции. Днем, когда волновод сужается, затухание меньше, чем ночью. Во всех случаях сигналы, распространяющиеся на запад, затухают быстрее, и дальность приема резко снижается. То же происходит, если радиотрасса проходит над районами с низкой электропроводимостью (Антарктика, Гренландия, тундра). На рис. 3.20 штриховыми линиями показано, где интенсивность принимаемых сигналов от ближайших станций примерно одинакова [213].

Особо важное значение для навигационного применения «Омеги» имеет фазовая скорость v_f сигналов, средние значения

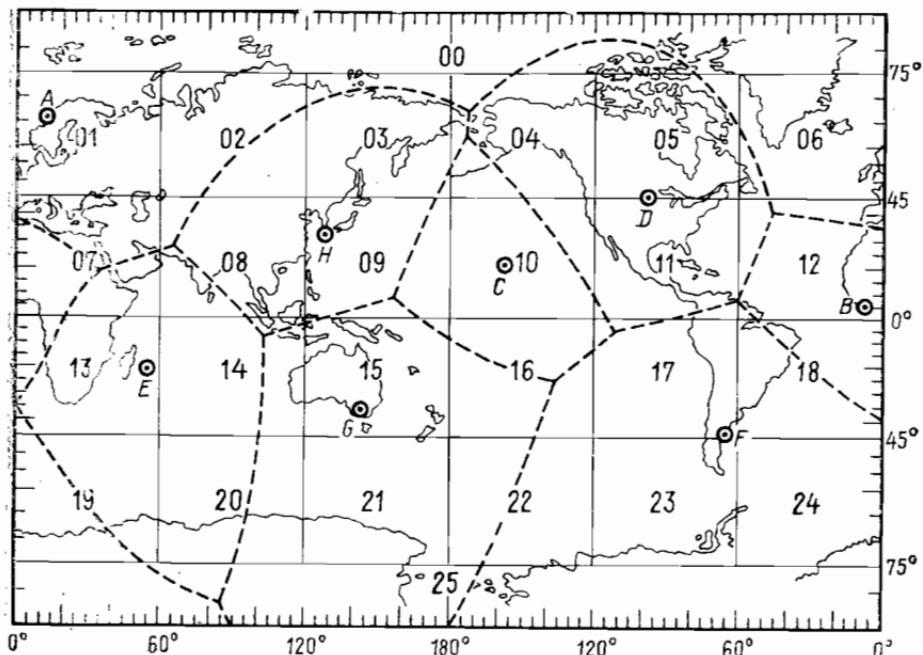


Рис. 3.20. Схема расположения станций, нумерации районов и границы сигналов равной интенсивности РНС «Омега»

которой (км/с) для частоты 10,2 кГц представлены по данным В. И. Быкова [182], И. Е. Кинкулькина и др. [184] в табл. 3.4.

Как видим, v_ϕ изменяется в довольно широких пределах, однако для определенного района суточный и сезонный ход изменений v_ϕ имеет в среднем хорошую повторяемость, на чем основано предвычисление поправок за условия распространения сигналов.

При расчете таблиц или сеток гипербол радионавигационных карт «Омеги» принята средняя скорость днем над сушей $v_p = 300\ 574$ км/с. Для иных условий необходимо введение поправок, которые выбирают из специальных таблиц или вычисляют на судне.

Таблицы поправок, как и таблицы определяющих точек (о них сказано ниже), издают отдельно для каждого из 26 районов

Таблица 3.4

Трасса	Днем			Ночью в среднем
	на запад	на восток	в среднем	
Над сушей	300 692	300 456	300 574	299 523
» морем	300 902	300 692	300 797	299 613

(с номерами от 00 до 25), на которые разделена вся поверхность Земли (см. рис. 3.20).

Таблицы прогнозируемых поправок (Omega Propagation Correction Tables) для каждого из 26 районов публикуются отдельными выпусками для тех станций, сигналы которых принимаются в данном районе, что указывают в названии выпуска, например, Area 01, North Europe, Station B (Liberia). После описания таблиц с примерами их использования каждый выпуск содержит схему разделения охватываемого района на «квадраты», ограниченные меридианами и параллелями. Нумерация этих квадратов соответствует страницам, на которых помещены таблицы соответствующих им поправок в сантициклах (secs). Над каждой таблицей надписаны координаты центра квадрата, обозначение и название станции. Верхним входным аргументом служит Гринвичское время (GMT) через час от 00 до 24, а слева указываются полумесечные интервалы для всего года. Фрагменты описываемых таблиц на 1976 г. представлены в табл. 3.5 и 3.6.

Таблица 3.5
Location 48.ON 30.OE
STATION A NORWAY

Date	GMT											
	00	01	02	03	...	11	12	13	...	22	23	24
1—15 MAY	-34	-32	-13	-10	...	-11	-11	-12	...	-38	-33	-34
16—31 MAY	-34	-29	-13	-12	...	-13	-13	-13	...	-36	-36	-34
1—15 JUN	-32	-23	-13	-13	...	-10	-12	-12	...	-34	-34	-32
...

Таблица 3.6
Location 48.ON 30.OE
STATION B LIBERIA

Date	GMT											
	00	01	02	03	...	11	12	13	...	22	23	24
1—15 MAY	-95	-95	-94	-82	...	-5	-4	-5	...	-95	-96	-95
16—31 MAY	-95	-95	-92	-79	...	-5	-4	-5	...	-95	-95	-95
1—15 JUN	-95	-95	-89	-76	...	-4	-4	-5	...	-94	-95	-95
...

Для получения поправки к результатам измерений по паре станций выбирают с интерполяцией по времени поправки из таблиц этих станций и находят их разность в той же последовательности, что и измеряемая разность фаз.

Пример 3.24. 5 мая в $T_c = 5^{\circ}40' \text{N}$ ($N^{\circ}_p = 3E$) в счислимой точке $\Phi_c = 46^{\circ}12' N$, $\lambda_c = 30^{\circ}40' E$ выполнены измерения по паре станций $A - B$.

Найти поправку ΔT_{AB} выборкой из таблиц.

Для станции A из табл. 3.5 на $T_{\text{гр}} = 2^{\circ}40'$ находим $\Delta\Phi = -11$, для станции B на то же время из табл. 3.6 $\Delta\Phi = -84$. Разность этих чисел дает исковую поправку $\Delta T_{AB} = +73$ измерений по паре $A - B$.

Описанные таблицы прогнозируемых поправок рассчитываются на год, но в годы спокойного Солнца ими можно пользоваться дольше, конечно, с потерей точности. Когда таких таблиц нет, то значения поправок можно рассчитать на судне. Для этого рекомендуется методика из книги В. И. Быкова [182] с некоторыми уточнениями.

Отличие Δv фактической фазовой скорости от расчетной v_p вызывает дополнительное изменение фазы $\Delta\Phi$ (сц) в зависимости от длины D (км) трассы:

$$\Delta\Phi = 100f\Delta v D/v_p^2,$$

где $f = 10,2$ кГц.

Подставляя сюда значение Δv по данным табл. 3.4, выражая длину D трассы в градусах ортодромии, а ее направление ортодромическим пеленгом Π со станции на судно, получаем результаты, которые хорошо аппроксимируются формулой,

$$\Delta\Phi = -(a + 0,14\sin\Pi)D, \quad (3.23)$$

где коэффициент a (сц/градус) имеет значения: над сушей $a_c = 0$ днем и $a_c = 1,32$ ночью, а над морем $a_m = -0,28$ днем и $a_m = 1,21$ ночью.

Смешанную трассу длиной D , часть которой D_c проходит над сушей, будем характеризовать отношением $a = D_c/D$. Величина a определяется по карте приблизительно. С учетом этого формулу (3.23) представим в общем виде:

$$\Delta\Phi = -(ab + a_m + 0,14\sin\Pi)D, \quad (3.24)$$

где $b = a_c - a_m$ имеет значения 0,28 днем и 0,11 ночью.

Если вся трасса проходит над сушей, то $a = 1$ и формула (3.24) принимает вид (3.23) при $a = a_c$. В другом частном случае, когда вся трасса проходит над морем, $a = 0$ и формула (3.24) принимает вид (3.23), но уже при $a = a_m$.

Говоря об освещенности трассы, от чего зависят высота ионосферы и фазовая скорость, слова «день» и «ночь» употребляют в необычном смысле. Ионосферный восход наступает раньше видимого восхода Солнца на поверхности Земли, когда его снижение равно примерно 8° [184, 214]. Ионосферный заход происходит позже видимого при том же снижении Солнца. Ионо-

сферный день — это промежуток времени, в течение которого для всех точек трассы на Земле снижение Солнца не более 8° , а ионосферная ночь — это промежуток времени, в течение которого для всей трассы снижение Солнца больше 8° . В переходный период на одной части трассы день, а на другой ночь (далее эти слова употребляем без кавычек).

Расчеты и сопоставление их результатов с официальными таблицами прогнозируемых поправок показывают, что лучшее согласие чаще достигается, если принимать условием ионосферных восхода и захода снижение Солнца 6° . Такому снижению соответствует утром начало, а вечером конец гражданских сумерек. Моменты местного среднего времени этих явлений даны в Морском астрономическом ежегоднике (МАЕ). При выборке названных моментов из МАЕ достаточно линейной интерполяции по широте, так как условия освещенности меняются медленно, а расчеты приблизительны (напомним, что официальные таблицы поправок рассчитывают на полумесечные интервалы).

Формула (3.24) позволяет вычислить $\Delta\Phi$, когда на всей трассе от станции до судна день или ночь. На моменты переходных периодов $\Delta\Phi$ находят линейной интерполяцией между дневными и ночных значениями.

Поправка ΔT к результатам измерений по паре станций представляет собой разность значений $\Delta\Phi$, вычисленных по формуле (3.24) для трасс от этих станций.

Пример 3.25. По условиям примера 3.24 рассчитать поправку ΔT_{AB} на каждый час суток. Координаты станций: $\varphi_A = 66,4^{\circ} \text{N}$; $\lambda_A = 13,2^{\circ} \text{E}$; $\varphi_B = 6,3^{\circ} \text{N}$; $\lambda_B = 10,7^{\circ} \text{W}$.

По координатам станций и счислимого места рассчитываем длины D трасс и пеленги Π со станций на судно. Для этого можно, например, воспользоваться формулами (1.2) и (1.3), принимая в них Φ и Λ координатами точки M , а φ и λ — станций. Не приводя здесь эти расчеты, выпишем их результаты, а также полученную на карте долю a каждой трассы над сушей:

для трассы $A - M$ $D_A = 22,23^{\circ}$; $\Pi_A = 146,6^{\circ}$; $a = 3/4$;

для трассы $B - M$ $D_B = 53,47^{\circ}$; $\Pi_B = 34,7^{\circ}$; $a = 5/6$.

Из МАЕ на дату для концевых точек трасс (A , B и M) выбираем моменты местного времени T_m начала утренних и конца вечерних гражданских сумерек, принимая их за моменты ионосферных восхода и захода, для точки A $1^{\text{h}}40^{\text{m}}$, $22^{\text{m}}38^{\text{s}}$; для точки B $5^{\text{h}}24^{\text{m}}$, $18^{\text{m}}30^{\text{s}}$; для точки M $4^{\text{h}}06^{\text{m}}$, $19^{\text{m}}48^{\text{s}}$.

Долготами точек переводим эти моменты в $T_{\text{гр}} = T_m \pm \lambda^{\text{E}} w$: для точки A $0^{\text{h}}47^{\text{m}}$, $21^{\text{m}}45^{\text{s}}$; для точки B $6^{\text{h}}07^{\text{m}}$, $19^{\text{m}}13^{\text{s}}$; для точки M $2^{\text{h}}03^{\text{m}}$, $17^{\text{m}}45^{\text{s}}$.

По формуле (3.24) рассчитываем $\Delta\Phi$ для обеих трасс: для трассы $A - M$ днем $\Delta\Phi_A = 0$, ночью $\Delta\Phi_A = -30$ сц; для трассы $B - M$ днем $\Delta\Phi_B = -2$ сц, ночью $\Delta\Phi_B = -74$ сц.

Выполненные расчеты показывают, что на трассе $A - M$ до $0^{\text{h}}47^{\text{m}}$ и после $21^{\text{m}}45^{\text{s}}$ ночь — в этот период $\Delta\Phi_A = -30$ сц; с $2^{\text{h}}03^{\text{m}}$ до $17^{\text{m}}45^{\text{s}}$ день и $\Delta\Phi_A = 0$. На переходные периоды с $0^{\text{h}}47^{\text{m}}$ до $2^{\text{h}}03^{\text{m}}$ и с $17^{\text{m}}45^{\text{s}}$ до $21^{\text{m}}45^{\text{s}}$ значения $\Delta\Phi_A$ находим линейной интерполяцией по времени. Так же выделяем день, ночь и переходные периоды для трассы $B - M$. Полученные для обеих трасс значения $\Delta\Phi_A$ и $\Delta\Phi_B$ занесены в табл. 3.7, которая для экономии места здесь приведена только на первую половину суток.

В последней строке табл. 3.7 записаны вычисленные поправки $\Delta T_{AB} = \Delta\Phi_A - \Delta\Phi_B$. График их изменения изображен сплошной линией на рис. 3.21, где для сравнения штриховой линией показано изменение для тех же условий.

Таблица 3.7

$T_{\text{гр}}, \text{ч}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\Delta\Phi_A$	-30	-25	-1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
$\Delta\Phi_B$	-74	-74	-74	-57	-39	-22	-4	-2	-2	-2	-2	-2	-2
$\Delta T_{\text{ав}}$	+44	+49	+73	+57	+39	+22	+4	+2	+2	+2	+2	+2	+2

по официальным таблицам, фрагмент которых представляют собой табл. 3.5 и 3.6.

Имеющееся расхождение рассчитанных и табличных поправок, особенно в переходные периоды, обусловлено погрешностями сравниваемых методов. Конечно, официальные таблицы поправок точнее, так как при их расчете принимают во внимание все доступные учету факторы, но методика составления этих таблиц пока несовершенна. Например, в книге В. И. Быкова [182] на с. 47 описан случай, когда для границы двух смежных районов (07 и 12) официальные таблицы дают два значения поправки к паре $A - B$, различающиеся на 27 сц. Там же сообщается, что для некоторых пар и районов экспериментально обнаружены постоянные систематические погрешности, достигающие почти половины фазового цикла.

Поправки из таблиц называют прогнозируемыми (обозначают PPC — Predicted Propagation Corrections), подчеркивая этим, что учитываются при их расчете только регулярные факторы, влияющие на фазовую скорость сигналов. Если при нормальных условиях погрешности PPC могут достигать 10—15 сц, то при непредвидимых ионосферных возмущениях возникают погрешности до 60 сц и более [182].

Таким образом, измерения по РНС «Омега», исправленные прогнозируемыми (PPC) или рассчитанными поправками, характеризуются в среднем при благоприятных условиях средними квадратическими погрешностями — примерно 5 сц днем, 7 сц ночью и 8—9 сц в переходные периоды [20, 24, 100, 182, 200, 207].

Специфика распространения сверхдлинных радиоволн РНС «Омега» обуславливает весьма сильную временную, взаимную и пространственную корреляции между погрешностями измерений.

Временная, или автокорреляция, между погрешно-

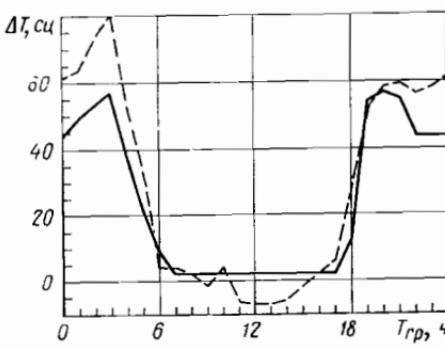


Рис. 3.21. Суточное изменение поправки для РНС «Омега».

стями последовательных измерений по одной и той же паре станций затухает довольно медленно: нормированная автокорреляционная функция уменьшается от 1 до 0,2 за 1—2 ч и более [97, 204, 205]. Поэтому среднение серии измерений не дает заметного выигрыша точности результатов.

Взаимная корреляция между одновременными измерениями по двум парам станций имеет заметное значение, если в эти пары входит общая для них трасса. При этом корреляция положительна, если общая трасса входит в обе пары с одинаковым знаком, а пример, трасса от станции A в парах $A-B$ и $A-H$ или трасса от станции E в парах $A-E$ и $B-E$. Напротив, если общая трасса входит в пары с разными знаками, например трасса B в парах $A-B$ и $B-E$, то корреляция отрицательна. Значение коэффициента r взаимной корреляции может быть оценено по формуле (1.18), где λ_1 и λ_2 выражаются через длины D_0 , D_1 и D_2 трасс, первая из которых общая для двух пар:

$$\lambda_1 = (D_1/D_0)^2; \lambda_2 = (D_2/D_0)^2. \quad (3.25)$$

Пример 3.26. Расстояния до станций: $D_A=975$; $D_B=2765$; $D_D=3600$ миль.

Оценить коэффициент r взаимной корреляции между погрешностями измерений по парам $A-D$ и $B-D$.

Подставляя исходные данные в формулы (3.25), а их в формулу (1.18), получаем

$$r = 1/\sqrt{\left[1 + \left(\frac{975}{3600}\right)^2\right]\left[1 + \left(\frac{2765}{3600}\right)^2\right]} \approx +0.8.$$

Отметим, что условия этого примера заимствованы из книги Ю. К. Баранова [20], где на с. 113 приведено для этих же пар значение $r=+0,88$, полученное экспериментально из 392 парных измерений.

Пространственная корреляция погрешностей РНС «Омега» охватывает обширные районы, что использовано для создания «Дифференциальной Омеги», о чем сказано далее.

Для определений места по РНС «Омега» применяют карты с сетками изолиний-гипербол и таблицы определяющих точек. Устройством приемоиндикаторов, карт и таблиц предусмотрено объединение станций в пары в последовательности их работы в пределах 10-секундного цикла системы, т. е. в алфавитном порядке буквенных обозначений станций. Например, измерения по паре станций B и E могут быть в последовательности $B-E$ (на картах пишут без минуса BE), но не $E-B$. Всего возможно 28 таких комбинаций.

Основные серии карт РНС «Омега» выпускаются в масштабе мельче 1 : 2 000 000. На отдельные районы изданы карты масштаба 1 : 500 000 [20, 182]. На каждой карте написано предупреждение о том, что до прокладки результаты измерений необходимо исправить прогнозируемыми поправками РНС. На картах разными цветами нанесены изолинии-гиперболы тех пар

станций, сигналы которых уверенно принимаются в данном районе, а изолинии образуют благоприятные углы (для пяти-шести пар). Напечатанная тем же цветом оцифровка изолиний возвращает в сторону первой станции пары и указывает число целых фазовых циклов, увеличенное на 900. Такое же увеличение измеряемой разности фаз на 900 предусмотрено устройством всех приемоиндикаторов, чем исключены отрицательные отсчеты.

Определение места с оценкой его точности выполняют на омеговской карте, прокладывая линии положения с графической интерполяцией так же, как при работе с другими радионавигационными картами и как это описано выше. Навигационная обстановка представлена на омеговских картах без детализации, а корректура карт трудно осуществима. Поэтому такие карты можно применять только для определений места с последующим переносом обсерваций на навигационную карту, на которой ведут счисление. Основным пособием для получения места судна по РНС «Омега» служат таблицы определяющих точек (Omega Table — омеговские таблицы).

Омеговские таблицы издают отдельными выпусками для каждой пары станций и для каждого из 26 районов, на которые разделена вся поверхность Земли (см. рис. 3.20). В каждом выпуске после общих сведений о системе и описания таблиц с примерами их использования помещена схема грубых дорожек данного района, таблицы ортодромических пеленгов на станции для точек района с целоградусными координатами, а затем — основные таблицы (их называют также Charting Coordinate Tables — таблицы наносимых на карту координат). Верхним и нижним входным аргументом основных таблиц служит радионавигационный параметр T для целых фазовых циклов навигационной частоты 10,2 кГц (увеличенный, как сказано, на 900).

Если изолинии образуют острый угол с меридианами, то ведущим аргументом (слева) принимается широта, а таблица содержит долготы определяющих точек. Если изолинии пересекают под острым углом параллели, то ведущим аргументом (справа) принимается долгота, а таблицы содержат широты определяющих точек. В обоих случаях в таблицах дано изменение Δ (в десятых долях дуговой минуты) выбираемой координаты при увеличении параметра T на фазовый цикл. Величина Δ служит для удобства интерполяции и для оценивания точности линий положения. Выдержки из омеговских таблиц представлены для пары $B - D$ в табл. 3.8 и для пары $B - E$ в табл. 3.9.

Пример 3.27. В 01.30 ол = 56,2; $\varphi_c = 46^{\circ}38'N$; $\lambda_c = 30^{\circ}13'E$; ГКК = 6° ; $\Delta K = +1^{\circ}$. Исправленные прогнозируемыми поправками отсчеты приемоиндикатора «Омега»: $B - D T_o = 809,60'$ и $B - E T_o = 835,05'$.

Определить место судна с помощью таблиц.

На ближайшее табличное значение параметра $T = 810$ выбираем из табл. 3.8 по счислимой долготе из двух строк:

$$\lambda_1 = 30^{\circ}E; \varphi = 46^{\circ}25,0'N; \Delta = 112;$$

$$\lambda_2 = 31^{\circ}E; \varphi = 46^{\circ}17,2'N; \Delta = 112.$$

Таблица 3.8

<i>T</i>	<i>B—D 810</i>	<i>B—D 811</i>	<i>B—D 812</i>	<i>T</i>
Lat	° ' Δ	° ' Δ	° ' Δ	Long
	46 25.0 N 112	46 36.2 N 111	46 47.4 N 111	30 E
	46 17.2 N 112	46 28.5 N 112	46 39.7 N 112	31 E
	46 08.7 N 114	46 20.1 N 113	46 31.5 N 113	32 E

Таблица 3.9

<i>T</i>	<i>B—E 835</i>	<i>B—E 836</i>	<i>B—E 837</i>	<i>T</i>
Lat	° ' Δ	° ' Δ	° ' Δ	Long
45 N	30 07.9 E 180	30 25.9 E 180	30 49.3 E 180	...
46 N	30 30.9 E 185	30 49.4 E 185	31 07.9 E 185	...
47 N	30 54.6 E 190	31 13.6 E 190	31 32.6 E 190	...

Так как для обеих строк Δ совпадает, то одинакова для них и интерполяционная поправка:

$$\Delta_\varphi = (T_0 - T)\Delta = -0.40 \cdot 11.2' = -4.5'.$$

Исправив этой поправкой выбранные значения широты, находим координаты определяющих точек K_1 и K_2 линии положения $I—I$ пары $B—D$: $\varphi_1=46^{\circ}20.5' N$; $\lambda_1=30^{\circ} E$; $\varphi_2=46^{\circ}12.7' N$; $\lambda_2=31^{\circ} E$.

Аналогично этому выполняем выборки и интерполяцию по табл. 3.9, что дает координаты определяющих точек K_3 и K_4 линии положения $II—II$ пары $B—E$: $\varphi_3=46^{\circ} N$; $\lambda_3=30^{\circ}31.8' E$; $\varphi_4=47^{\circ} N$; $\lambda_4=30^{\circ}55.6' E$.

Нанеся определяющие точки на карту (рис. 3.22), проводим линии положения $I—I$ и $II—II$, пересечение которых дает обсервованное место. Его координаты $\varphi_0=46^{\circ}16' N$; $\lambda_0=30^{\circ}38' E$; невязка $C=144^{\circ}—28$ миль.

Чтобы оценить точность линии положения при работе с омеговскими таблицами, надо погрешность измерений в фазовых циклах умножить на Δ из таблиц, что дает такую же погрешность выбираемой координаты (широты или долготы). Сместив линию положения в обе стороны на значение погрешности координаты вдоль меридиана или вдоль параллели, получаем границы полосы положения, половина ширины которой равна погрешности линии положения. Далее точность обсервации оценивается построением эллипса или круга погрешностей места, как описано ранее для РНС «Декка».

Пример 3.28. По условиям примера 3.27 оценить точность полученной обсервации построением предельного эллипса погрешностей, принимая средние квадратические погрешности исправленных значений параметров $m_T=7$ си.

В данном примере изолинии пересекаются под углом, близким к прямому, поэтому взаимной корреляцией можно пренебречь. Предельную погреш-

ность параметров $\Delta_{\text{пр}} = 3m_T = 21$ сц = 0,21 ф. ц. умножаем на значения Δ , выбранные из табл. 3.8 и 3.9 при решении примера 3.27, что дает предельные погрешности для линии положения I—I по широте $\Delta_\varphi = \pm 2,4'$, а для линии II—II — по долготе $\Delta_\lambda = \pm 4,0'$. Сместив линии в обе стороны на Δ_φ и Δ_λ соответственно, получаем границы предельных полос положения (на рис. 3.22 показаны штриховой линией). В образовавшийся их пересечением четырехугольник погрешностей вписываем на глаз от руки искомый предельный эллипс погрешностей, который в данном примере получился близким к окружности (см. рис. 3.22).

В описании омеговских таблиц сказано, что вероятная погрешность обсервации составляет ± 1 милю днем и ± 2 мили ночью. Эти данные характеризуют точность системы, видимо, при наиболее благоприятных условиях, так как упоминавшиеся выше экспериментальные исследования выявляют, как правило, заметно большие погрешности.

Применение РНС «Омега» с использованием прогнозируемых (или вычисляемых) поправок получило название «Стандартная Омега» (СО) для отличия от другого варианта применения той же системы, называемого «Дифференциальная Омега» (ДО), чьему посвящены многие публикации [1, 20, 99, 184, 199, 208—211].

В «Дифференциальной Омеге» используется тот факт, что пространственная корреляция между погрешностями системы охватывает обширные районы. Это значит, что погрешности измерений, обусловленные отличием фактической скорости сигналов от расчетной, мало различаются для близко расположенных друг к другу пунктов, так как на радиотрассах от станций до этих пунктов почти одинаковые условия.

Идея «Дифференциальной Омеги» состоит в следующем. На побережье устанавливают контрольные посты с приемоиндикаторами РНС «Омега», имеющие точную геодезическую привязку (посты совмещают с радиомаяками). Для каждого поста значение радионавигационного параметра T для разных пар станций постоянны и рассчитаны с высокой точностью, т. е. принимаются за истинные. Сравнивания сими измеренные значения T по тем же парам станций, находят фактические, а не прогнозируемые поправки для данных условий. Эти поправки, передаваемые в эфир на средних волнах, принимают на судах и используют для исправления результатов судовых измерений по тем же парам станций. Таким путем в значительной мере компенсируется главный источник погрешностей (отличие фактической скорости сигналов от расчет-

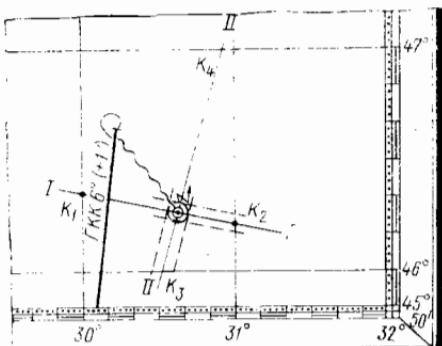


Рис. 3.22. Определение места по РНС «Омега»

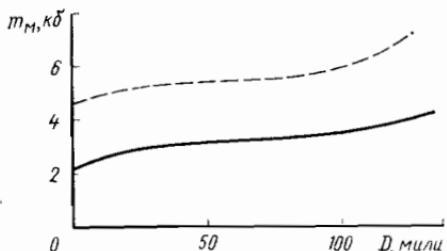


Рис. 3.23. Погрешность определения места по «Дифференциальной Омеге»

положены рядом) объясняется грозовых шумов и аппаратурными погрешностями, среднее квадратическое значение которых 1—1,5 сц может быть уменьшено при усовершенствовании приемоиндикаторов. Некоторого повышения точности и расширения зоны действия контрольного поста достигают, передавая в эфир поправки к скорости распространения сигналов, по которым на судах рассчитывают поправки к результатам измерений в зависимости от протяженности радиотрасс. Автоматизированный вариант такой системы получил название «Микроомега».

Применение «Дифференциальной Омеги» расширяет возможности этой глобальной системы: в открытом море она обеспечивает круглогодучные и всепогодные обсервации с точностью, которая повышается по мере приближения к берегам (в зоне действия контрольных постов) примерно на порядок. Одним из наиболее перспективных является, по-видимому, комплексное использование РНС «Омега» и навигационных искусственных спутников Земли. Высокоточные обсервации по спутникам позволяют получать фактические поправки к РНС «Омега», которые используют в непрерывных обсервациях по этой РНС до следующего сеанса определений по спутникам. Такое использование системы называют «квазидифференциальным» [20]. Уже появились совмещенные судовые приемоиндикаторы «Омега-Транзит», например фирмы «Магнавокс» [182].

Навигационная спутниковая система «Транзит». Система разработана в США и открыта для использования невоенными судами с 1967 г. [109]. Это наиболее широко применяемая моряками разных стран, но не единственная спутниковая система. В историческом рейсе атомохода «Арктика» к Северному полюсу в 1977 г. обсервации выполнялись по советским спутникам [111], систему которых названа «Цикада» [41, 173].

В систему «Транзит» входит шесть спутников на близких к круговым полярным орбитах с высотами 1000—1100 км и периодами обращения 106—107 мин, а также сеть наземных станций слежения и ввода данных. Фирмы разных стран выпускают более 30 типов судовых приемоиндикаторов, которые установлены

пой), но на ограниченных расстояниях D от контрольного поста.

Экспериментальная зависимость средней квадратической круговой погрешности m_m места от расстояния D до поста представлена на рис. 3.23 сплошной линией днем и штриховой ночью [208]. Погрешность места при $D=0$ (два приемоиндикатора

влиянием атмосферных (грозовых) шумов и аппаратурными погрешностями, среднее квадратическое значение которых 1—1,5 сц может быть уменьшено при усовершенствовании приемоиндикаторов. Некоторого повышения точности и расширения зоны действия контрольного поста достигают, передавая в эфир поправки к скорости распространения сигналов, по которым на судах рассчитывают поправки к результатам измерений в зависимости от протяженности радиотрасс. Автоматизированный вариант такой системы получил название «Микроомега».

Применение «Дифференциальной Омеги» расширяет возможности этой глобальной системы: в открытом море она обеспечивает круглогодучные и всепогодные обсервации с точностью, которая повышается по мере приближения к берегам (в зоне действия контрольных постов) примерно на порядок. Одним из наиболее перспективных является, по-видимому, комплексное использование РНС «Омега» и навигационных искусственных спутников Земли. Высокоточные обсервации по спутникам позволяют получать фактические поправки к РНС «Омега», которые используют в непрерывных обсервациях по этой РНС до следующего сеанса определений по спутникам. Такое использование системы называют «квазидифференциальным» [20]. Уже появились совмещенные судовые приемоиндикаторы «Омега-Транзит», например фирмы «Магнавокс» [182].

Навигационная спутниковая система «Транзит». Система разработана в США и открыта для использования невоенными судами с 1967 г. [109]. Это наиболее широко применяемая моряками разных стран, но не единственная спутниковая система. В историческом рейсе атомохода «Арктика» к Северному полюсу в 1977 г. обсервации выполнялись по советским спутникам [111], систему которых названа «Цикада» [41, 173].

В систему «Транзит» входит шесть спутников на близких к круговым полярным орбитах с высотами 1000—1100 км и периодами обращения 106—107 мин, а также сеть наземных станций слежения и ввода данных. Фирмы разных стран выпускают более 30 типов судовых приемоиндикаторов, которые установлены

почти на всех современных судах. Теоретические сведения о спутниковых системах и описание системы «Транзит» имеются в современной литературе [109—115, 181], среди которой выделим предназначенные судоводителям книги Ю. К. Баранова [20, 112] и обзоры публикаций [1, 216].

Для определений места в системе «Транзит» применяется доплеровский интегральный метод. Измеряемое на судне доплеровское смещение частоты F (см. параграф 1.1) пропорционально радиальной скорости v_r спутника. Поэтому интегрирование v_r в интервале времени от t_1 до t_2 дает разность Δr расстояний r до спутника в моменты t_1 и t_2 :

$$\int_{t_1}^{t_2} v_r(t) dt = r(t_2) - r(t_1) = \Delta r.$$

Получаемой таким образом разности расстояний Δr соответствует в пространстве поверхность двухполостного гиперболоида, которая, пересекаясь с поверхностью Земли, образует навигационную изолинию гиперболического вида. Следовательно, одна такая изолиния может быть получена за время интегрирования $t_2 - t_1 = \tau$, которое принято в приемоиндикаторах системы «Транзит» равным 4, 6, 24, 30, 60 и 120 с. За один сеанс наблюдений спутника, пока он пролетает зону радиовидимости, что длится до 16 мин, возможно получение от восьми до нескольких десятков изолиний, пересечение которых дает обсервованное место судна.

Для получения обсервованных координат применяют итеративный метод касательных (см. параграф 2.2). При этом, кроме искомых координат места, дополнительным неизвестным принимают постоянную разность ΔF частот опорного генератора приемоиндикатора и передатчика спутника. Система уравнений линий положения (2.41) принимает в таком случае следующий вид ($i=1, 2, \dots, n$):

$$a_i \Delta \varphi + b'_i \Delta \lambda + c_i \Delta F - L_i = 0, \quad (3.26)$$

где все обозначения из формулы (1.54), а $c_i = \tau$.

Очевидно, эта система неразрешима, если число уравнений (число линий положения или интервалов интегрирования за сеанс) менее трех. При $n > 3$ наиболее вероятное решение получают уравнением по методу наименьших квадратов (см. параграф 2.5).

Выбор интервала интегрирования τ двояко влияет на результаты обсерваций. С одной стороны, чем больше τ , тем больше база и градиент, т. е. выше точность линии положения. С другой стороны, с увеличением τ уменьшается число изолиний за сеанс, а при коротких сеансах и под воздействием помех, когда изолиний менее трех, совсем теряются обсервации. По этой и другим причинам надежные обсервации получают не при каждом прохождении спутника.

По экспериментальным данным [112, 217], вероятность таких обсерваций составляет в среднем 55—70% в зависимости от условий и применяемого приемоиндикатора. По тем же данным при высоком уровне помех, например в проливе Ла-Манш, вероятность надежных обсерваций сокращается до 20%. К этому следует добавить, что всего шесть полярных спутников системы «Транзит» в принципе не обеспечивают непрерывных обсерваций. Если учитывать только сеансы, когда высота кульминации спутника от 10 до 75° (вне этого диапазона обсервации ненадежны), то средний интервал между сеансами составляет около 110 мин на экваторе, 70 мин — в широте 45° и примерно 30 мин — в высоких широтах.

Вследствие неравномерного расположения орбит и спутников на них, а также потери обсерваций в некоторых сеансах, о чём говорилось выше, интервал времени между обсервациями может составлять на практике до 3—5 ч и более. Таким образом, система «Транзит» обеспечивает лишь эпизодические обсервации, причем далеко не всегда можно предвидеть время следующей надежной обсервации, что, конечно, является одним из существенных недостатков системы.

Точность определений места судна по спутникам обусловлена совместным влиянием следующих основных погрешностей: положения спутника, положения судна относительно спутника, вектора скорости судна, высоты антенны судна и применяемой геодезической основы.

Погрешность положения спутника на моменты его наблюдений характеризуется в настоящее время средним значением около 30 м. Уточнение формы и гравитационного поля Земли (что делается тоже с использованием спутников), совершенствование самих спутников и наземного комплекса позволяют существенно уменьшить эту погрешность с увеличением срока прогнозирования с 12 ч (сейчас) до нескольких недель и более. Например, в 1972 г. был запущен экспериментальный спутник «Триад-1», в котором в состоянии невесомости имеется весьма плотный и немагнитный золото-платиновый шарик массой 111 г, защищенный от сопротивления атмосферы и солнечного ветра. Влияние этих возмущений на спутник изменяет его движение относительно шарика, что улавливается следящей системой, которая включает корректирующие микродвигатели для компенсации внешних возмущений. Ожидается, что применение подобной системы позволит достаточно точно прогнозировать орбиты спутников на год и более [109, 114, 181, 216].

Погрешность положения судна относительно спутника зависит от погрешностей измерений навигационного параметра, его градиента и числа линий положения, углы между которыми практически одинаковы. Средняя квадратическая погрешность разности расстояний, получаемой интегрированием измеряемого доплеровского смещения частот, оценивается величиной $m_{\Delta D} = 148$

$= 10 \div 15$ м. Большая часть этой погрешности, разной для разных частот, обусловлена трудно прогнозируемым влиянием ионосферной рефракции, коэффициент которой, однако, почти не зависит от частоты сигналов. Пользуясь этим, измерения выполняют параллельно на двух частотах (двуухканальные приемоиндикаторы работают на частотах 150 и 400 мГц), что позволяет практически исключить влияние рефракции и уменьшить значение $m_{\Delta D}$ до 3—4 м. Заметим тут же, что повышение общей точности обсерваций вследствие использования более дорогих двухканальных приемоиндикаторов не столь значительно и целесообразность применения таких приемоиндикаторов на транспортных судах ставится под сомнение [112].

Названные погрешности измерений навигационного параметра обусловливают погрешности m_p линии положения в соответствии с формулой (1.59):

$$m_p = m_{\Delta D} / g_{\Delta D}, \quad (3.27)$$

где $g_{\Delta D}$ — градиент разности расстояний до спутника в моменты t_2 и t_1 .

Участок орбиты, который пролетает спутник за время интегрирования $\tau = t_2 - t_1$, образует базу d . Эта база относительно невелика: при $\tau = 1$ мин $d \approx 437$ км, или 0,069 радиуса Земли. Поэтому практически допустима замена упоминавшейся выше поверхности гиперболоида асимптотическим ей конусом, а гиперболической изолинии — изодопой (см. параграфы 1.3 и 1.4). Для расчетов можно воспользоваться формулой градиента (1.49) с заменой в ней радиальной скорости V , на длину базы d .

Из формул (1.49) и (1.50) следует, что диапазон изменений $g_{\Delta D}$ максимальен, когда судно в плоскости орбиты спутника ($h_{\max} = 90^\circ$, $v = 0$ и $\beta = 90^\circ$). В таком случае для рабочего участка видимой орбиты спутника, когда $10^\circ \leq h \leq 75^\circ$, значение величины $g_{\Delta D}$ изменяется в пределах 0,08—0,30. С учетом этого по формуле (3.27) находим, что средняя квадратическая погрешность линии положения одноканального приемоиндикатора $m_p = 33 \div 187$ м, а двухканального $m_p = 10 \div 50$ м.

Точность определения положения судна относительно спутника зависит от числа линий положения, т. е. времени интегрирования τ и продолжительности сеанса [112]. Эта продолжительность так же, как и величина $g_{\Delta D}$, в указанных выше пределах зависит от удаления судна от плоскости орбиты спутника и характеризуется его высотой h_{\max} при кульминации. Расчетная средняя квадратическая погрешность места m_m для одноканального приемника при времени интегрирования $\tau = 1$ мин представлена в зависимости от h_{\max} на рис. 3.24 по данным статьи Ю. Пескова [218]. Примерно такая же зависимость при $\tau = 24$ с.

Погрешность вектора скорости судна оказывает двоякое влияние на точность обсерваций.

Во-первых, погрешность проекции скорости судна на линию, соединяющую его со спутником, искажает ради-

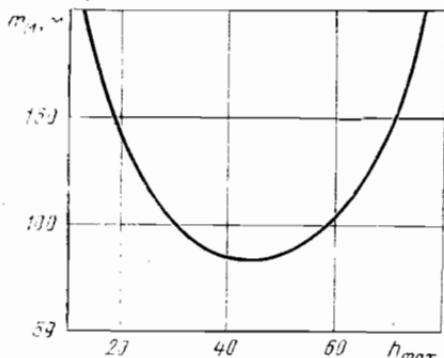


Рис. 3.24. Погрешность обсерваций по искусственному спутнику Земли в зависимости от его максимальной высоты

альную скорость V_r , следовательно, доплеровский сдвиг частот и получаемую его интегрированием разность расстояний ΔD . Так как все спутники системы «Транзит» на полярных орбитах, то практически ощущима только меридиональная составляющая m_{V_N} погрешности скорости судна, которая вызывает погрешность разности расстояний в зависимости от времени интегрирования τ :

$$m_{\Delta D} = \tau m_{V_N}.$$

Например, если $m_{V_N} = 0,1$ м/с (1% 20 узлов), то при $\tau = 1$ мин $m_{\Delta D} = 6$ м, а погрешность m_p линии положения от этой причины достигает по формуле (3.27) 70 м, что может превосходить влияние погрешностей измерений навигационного параметра.

Учитывая это, в новых моделях судовых приемоиндикаторов программой ЭВМ предусмотрено уравнивание с дополнительным неизвестным V_N — проекцией скорости судна на меридиан [114]. В таком случае в уравнениях (3.26) появляется еще один член с V_N , а общее число уравнений (линий положения) должно быть не менее четырех.

Во-вторых, погрешность принятого для счисления вектора скорости судна порождает погрешности приведения линий положения к одному месту (zenithу). Так как сеанс продолжается в среднем 8—12 мин, а программы ЭВМ приемоиндикаторов предусматривают приведение к первой линии положения, то погрешность приводимых линий по этой причине может достигать 40—50 м. Как видим, даже обычные погрешности, с которыми известна скорость судна, оказывают весьма заметное влияние на точность обсерваций по спутниковой системе, что также является ее существенным недостатком. Чтобы уменьшить такую погрешность в новейших приемоиндикаторах, приведение делается к середине интервала наблюдений спутника, но существенное повышение точности достигается, естественно, использованием абсолютного лага [219].

Погрешность высоты антенны судового приемника ощущимо снижает точность определений места по спутникам. Как известно, геоид имеет неправильную форму и его поверхность во мно-

гих районах выше ($+ΔH$) или ниже ($-ΔH$) поверхности эллипсоида, к которому относят обсервованные координаты судна. Например, у Мариинских о-вов $ΔH = +79$ м, а у о-ва Шри-Ланка $ΔH = -99$ м. Как следует из рис. 3.25, если антenna расположена в точке A и не учитывается ее высота $ΔH$ над эллипсом, то по измерениям расстояний и их разности будет получена точка A' , смещенная на значение величины $Δp$ вдоль направления на спутник S в середине интервала интегрирования:

$$Δp = ΔH \operatorname{tg} h,$$

где h — угловая высота спутника.

Для исключения такой погрешности к каждому приемоиндикатору придают карту-схему мира с горизонталиями через 20 м по высоте относительно спутникового эллипса. (Эта карта-схема помещена в книгах Ю. К. Баранова [20, 112], Е. П. Чурова и Е. Ф. Суворова [109]). Снятое с карты-схемы в районе плавания судна значение величины $ΔH$ надо сложить с высотой антенны над ватерлинией и ввести в ЭВМ приемоиндикатора перед обсервациями. Однако карта-схема оценивается погрешностями высот до 20 м, к чему добавляются погрешности от приливов. Характеризуя погрешности их средними квадратическими значениями, на основании предыдущей формулы получаем

$$m_p = m_{ΔH} \operatorname{tg} h.$$

Например, если $m_{ΔH} = 20$ м, то при $h = 70^\circ$ имеем $m_p = 55$ м, причем эта погрешность максимальна и направлена вдоль параллели в момент кульминации спутника.

Погрешности от рассмотренных и иных источников изменяются в зависимости от конкретных условий и, складываясь, образуют общую погрешность определений места по спутникам. Расчеты, подтверждаемые экспериментальной проверкой [109, 112—117, 181, 216, 218], приводят к выводу, что в средних условиях точность обсерваций по одноканальному приемоиндикатору оценивается средней квадратической погрешностью, примерно 0,5 кб плюс 2 кб на каждый узел погрешности меридиональной составляющей принятой скорости судна.

Заметим, что при определении места неподвижного судна по нескольким сеансам, а также при использовании геодезических приемоиндикаторов точность обсерваций намного выше [9, 10, 109, 114, 216, 220].

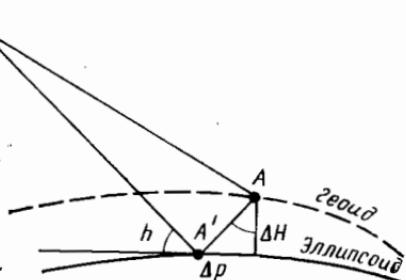


Рис. 3.25. Влияние погрешности высоты антенны на точность обсервации по спутникам

Сообщается, например [216], о достигнутой точности определения места пункта по трем координатам с погрешностью не более 5 м, а при взаимной привязке пунктов (транслокация) — не более 1 м. Это показывает точностные возможности спутниковых систем.

К сожалению, реализация как достигнутых, так и потенциальных возможностей спутниковых систем в судовождении затруднена разобщенностью геодезической основы морских карт. Напомним, что математической моделью геоида служит эллипсоид, размеры и ориентацию которого подбирали так, чтобы достичь наилучшего приближения в пределах данной страны или континента. Узаконенные правительствами разные референц-эллипсоиды (в нашей стране — Красовского) служат геодезической основой для картографирования. Поэтому исторически сложилось так, что в разных странах или группах стран приняты разные системы геодезических координат.

Спутниковая геодезия позволила с недоступной ранее точностью сделать взаимную привязку некоторых систем и выявила весьма существенные расхождения между ними. В качестве примера такого рода обычно приводят начальные точки Европейской и Токийской геодезических систем, которые имеют сдвиг относительно спутниковой системы «Стандартная Земля — II. 1969» на 112 и 465 м соответственно [109, 112, 115]. Практически это означает, что обсервации по системе «Транзит», точность которых охарактеризована выше десятками метров, могут иметь на порядок большие неизвестные смещения относительно нанесенных на карты опасностей [221, 222].

Конечно, лучшим решением проблемы кажется переход всех стран на один общеземной эллипсоид. Уже имеется такой эллипсоид, полученный на основе почти всех накопившихся геодезических, астрономических, гравиметрических и спутниковых наблюдений: «Всемирная геодезическая система» (WGS—72) с центром в центре масс Земли с большей полуосью $a = 6\,378\,135$ м и полярным сжатием $\alpha = 1 : 298,26$ [216]. Уточнение этой модели вряд ли имеет смысл, пока сохраняется задача аппроксимации неправильного геоида эллипсоидом вращения.

Переход на единую геодезическую основу — чрезвычайно сложное и дорогостоящее мероприятие, не осуществимое за короткий срок. Естественным и, казалось бы, доступным выходом из положения представляется пересчет обсервованных координат со спутниковой системы в местную, на которой основана используемая морская карта. Необходимые для этого расчетные формулы известны [109, 112], но здесь не приводятся, так как их применение судоводителями пока не обеспечено исходными данными.

Во-первых, не для всех систем координат опубликованы необходимые координаты центра (поправки для перехода). Во-вторых, на морских картах еще не начали указывать их геоде-

зическую основу, а судить об этом в зависимости от района плавания рисковано. Рекомендация выяснить геодезическую основу карты и находить поправки к ее координатной сетке путем многократных определений по спутникам в порту [112—221] требует большой осмотрительности, так как план порта и карты подходов к нему могут иметь разную основу [1, 221, 222]. Заметим, что уже начали издавать карты с поправками перехода к WGS—72.

Все эти замечания имеют цель привлечь внимание судоводителей к особенностям определений места по спутникам, с которыми ранее сталкиваться не приходилось.

Практическая сторона вопроса определений по спутникам зависит от типа применяемого приемоиндикатора и подробно излагается в инструкции к нему и в статьях Ю. К. Баранова [223], В. С. Болдырева [224] и Б. И. Михайлова [225]. Все приемоиндикаторы имеют ЭВМ, так что процедура определений места автоматизирована: на печать или дисплей выводятся обсервованные координаты места и характеристики его точности и надежности (разные в разных приемоиндикаторах). ЭВМ современных приемоиндикаторов позволяют решать по разработанным программам ряд неспутниковых навигационных задач.

Находящиеся в эксплуатации низкоорбитные спутниковые навигационные системы «Транзит» и «Цикада», наряду с названными выше достоинствами, имеют существенные недостатки. Так, обсервации дискретны, и интервалы между ними достигают часто нескольких часов. Кроме того, точность обсерваций зависит, как отмечалось, от погрешностей измерения скорости судна, а в целом не обеспечивает навигационную безопасность плавания в стесненных водах, что вынуждает использовать более точные навигационные системы.

Для устранения указанных недостатков ведутся работы по созданию навигационных спутниковых систем, удовлетворяющих всем требованиям судовождения, морских исследований, геодезии и т. д. Такие среднеорбитные системы спутников создаются в США под названием «Навстар» и в СССР под названием «Глонасс», первые три спутника которой выведены на орбиты в 1982 г. [1, 112, 226], и еще три в 1986 г., и т. д., так что их общее число достигло почти двух десятков.

В этих системах большее число спутников и на более высоких орbitах будет обеспечивать всюду непрерывные обсервации с большей точностью применением дальномерного способа. Уже проведенные эксперименты свидетельствуют о возможности навигационных обсерваций с погрешностью примерно 10 м, а геодезические приемоиндикаторы показали фантастическую по прежним представлениям точность определения места с погрешностью по трем координатам менее 10 см. Весьма обстоятельный обзор этого перспективного направления имеется в книге «Навигационное оборудование морей» [1].

3.5. АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Несмотря на развитие радионавигации, астрономические способы определений места не утратили своего значения для обеспечения навигационной безопасности плавания. Действительно, рабочие зоны РНС «Дека» обслуживают только некоторые районы интенсивного судоходства в прибрежных водах; РНС «Лоран-А» и «Лоран-С» — только воды северного полушария и то не полностью. Даже при дальнейшем развитии глобальных навигационных систем автономные астрономические способы определений места надолго останутся как резервные благодаря надежности секстана и хронометра, а для определения поправки компаса в открытом море пока не существует никаких иных способов.

В течение длительного времени развитие мореходной астрономии выражалось в том, что без принципиальных изменений совершенствовались применяемые инструменты, пособия и методы [80, 227, 228], если не считать создания радиосекстанов, которые из-за их сложности и дороговизны пока не применяются на транспортных судах [168]. Наиболее существенные перемены в мореходной астрономии связаны с использованием вычислительной техники, о чем сказано в гл. 4.

Все практически применяемые способы астрономических определений места основаны на измерениях высот светил секстаном с фиксацией моментов времени по хронометру [80, 136, 164, 229]. Современный отечественный секстан СНО-Т (тропикоустойчивый) отличается от широко распространенного на судах секстана СНО-М (модернизированный) тем, что имеет в комплектации две трубы (дневную с увеличением 6^x и полем зрения $4,5^\circ$ и ночную с увеличением 4^x полем зрения 8° , с прямым изображением), нижнее (под рамой) расположение алиады с осью в виде втулки и закрытый тангенциальный винт. Эти особенности и главное более тщательное изготовление обеспечили новому секстану большую точность.

Так, по исследованиям Б. И. Красавцева [80], все инструментальные погрешности секстана СНО-Т в 2—3 раза меньше, чем секстана СНО-М. Случайные погрешности измерений высот светил при нормальных условиях характеризуются для нового секстана средним квадратическим значением $\varepsilon_h = 0,4'$ для Солнца и $\varepsilon_h = 0,5'$ для звезд. Эти оценки получены по внутренней сходимости высот в сериях. Кроме того, в обсервованных (измеренных и исправленных всеми поправками) высотах светил неизбежны случайные погрешности определения поправки индекса, наклонения горизонта и инструментальной поправки, которые в конкретных условиях проявляются систематически как повторяющиеся погрешности высот. Среднее квадратическое значение такой повторяющейся погрешности при работе с секстаном СНО-Т $\sigma_h = 0,4'$, если наклонение горизонта измеряется

наклонометром, и $\sigma_h = 0,7'$ и более, если наклонение выбирают из таблиц. У старых секстанов такая погрешность в 1,5—2 раза больше [25, 136].

Моменты измерений высот светил фиксируют обычно секундомером и хронометром с пренебрежимо малыми случайными погрешностями. Влияние этих погрешностей косвенно учитывается выводимыми из серий измерений значениями ε_h , которые приведены выше. Погрешность в принятой для расчетов поправке хронометра Δu_{xp} проявляется систематически и при любом числе линий положения вызывает смещение обсервованного места вдоль параллели на величину $\Delta \omega = 0,25\Delta u_{xp} \cos \varphi$. Как видим, даже в худшем случае (на экваторе) погрешность места по этой причине составляет четверть мили на секунду.

По-видимому, относительно жесткие требования к судовым хронометрам (вариации хода не более $0,5^\circ$) сохранились с тех времен, когда не обеспечивалась возможность ежедневных определений их поправок. Тем не менее разрабатываются и получают распространение на судах кварцевые хронометры (вариация до $0,01^\circ$), электронные часы и основанная на них Единая судовая система времени [80, 230], которые облегчают работу судоводителей и используются в автоматизированных комплексах.

Основные пособия мореходной астрономии: Морской астрономический ежегодник и таблицы для решения параллактического треугольника — пока сохраняются на флоте в прежнем виде. Однако вместо МАЕ уже подготовлен к изданию малообъемный эфемеридник на 20-летний срок, предусматривающий использование микрокалькуляторов, которые все шире применяются вместо таблиц для вычислений высот и азимутов светил.

В развитии методов мореходной астрономии проявляются следующие тенденции: разработка алгоритмов для ЭВМ (см. гл. 4) и способов ускоренной обработки наблюдений; исследование и уменьшение влияния систематических и грубых погрешностей измерений; отказ от неэффективных частных способов, например, с близмеридиональными высотами. Все эти тенденции весьма полно представлены в учебнике Б. И. Красавцева [80].

Увеличивающиеся скорости судов и плотность судопотоков обостряют дефицит времени на мостике. Этим обусловлен возрастающий интерес не только к автоматизации, но и к способам ускоренной обработки астрономических наблюдений. К таким способам относят перемещение счислимого места, предвычисление элементов линий положения, применение авиационных таблиц подобранных звезд, например НО-249 (подобные таблицы для моряков предлагались С. М. Котляричем [128]), и т. п.

При определениях по Солнцу, чтобы получить место через 2—3 мин после вторых наблюдений, причем на заранее намеченное время (конец вахты, поворот), рекомендуется следующий порядок действий [80, 136, 164, 228].

Намечают время T''_c , на которое планируется получить обсервацию, прокладкой наперед наносят на карте счислимую точку на этот момент, находят ближайшую к ней целоградусную широту ϕ''_{pm} (широта перемещенного места ПМ'') и ее счислимую долготу λ''_c .

Пользуясь номером часового пояса №_п, рассчитывают гринвичское время вторых наблюдений $T''_{gp} = T''_c \pm №_{nw}^E$, на которое, как обычно, выбирают из МАЕ гринвичский часовой угол t''_{gp} и склонение δ'' Солнца. Изменяя λ''_c не более чем на 30', подбирают такое ее значение λ''_{pm} (долгота перемещенного места ПМ''), при котором местный часовой угол $t''_m = t''_{gp} \pm \lambda''_{pm}^E$ был бы целоградусным.

По ϕ''_{pm} , δ'' и t''_m выбирают из таблиц ВАС—58 (интерполяция только по δ'') счислимые высоту h''_c и азимут A'' для перемещенного места. В той же колонке таблиц ВАС—58 (при тех же ϕ''_{pm} и δ'') находят без интерполяции такое предшествующее t , при котором азимут A отличается от A'' на 40—50°. При этом надо учитывать, что таблицы содержат азимут в полукруговом счете и вторая буква его наименования изменяется в момент кульминации. Разность $t - t''_m$ (если t и t''_m в практическом счете разноименны, то их сумма) дает изменение часового угла Δt , при котором азимут изменяется на заданное значение 40—50°. Переводя Δt во временнюю меру ($15^\circ = 1^h$; $1^\circ = 4^m$), получают интервал времени ΔT между наблюдениями и находят время первых наблюдений $T'_c = T''_c - \Delta T$.

Когда наступает примерно T'_c , измеряют обычным приемом 3—5 высот Солнца, замечают отсчет лага ол' на момент среднего измерения и рассчитывают средний момент по хронометру \bar{T}'_{xp} и отсчет секстана ос'.

По ол' на карту наносят счислимое место первых наблюдений, находят ближайшую к этой точке целоградусную широту ϕ'_{pm} и счислимую долготу λ'_c .

По гринвичскому времени $T'_{gp} = \bar{T}'_{xp} + u_{xp}$ из МАЕ на дату выбирают t'_{gp} и δ' Солнца. Изменяя λ'_c не более чем на 30', подбирают такое λ'_{pm} , при котором $t'_m = t'_{gp} + \lambda'_{pm}^E$ выражается целоградусно. Заодно предвычисляют момент вторых наблюдений по хронометру $T''_{xp} = T''_{gp} - u_{xp}$.

По ϕ'_{pm} , δ' и t'_m выбирают из таблиц ВАС—58 (интерполяция только по δ') высоту h'_c и азимут A' .

Обычным порядком находят все поправки (их сумму обозначим $\Delta h'$) для исправления ос', а заодно $\Delta h''$ для будущих вторых наблюдений, где вместо неизвестного еще ос'' для входа в таблицы поправок используют h''_c .

Находят среднюю обсервованную высоту первых наблюдений $h'_o = \overline{os'} + \Delta h'$ и предвычисленный отсчет секстана вторых ос''_c = $h''_c - \Delta h''$, рассчитывают первый перенос $p' = h'_o - h'_c$.

На карте из точки ПМ' прокладывают первую линию положения I—I по ее элементам A' и r' , чем заканчивается вся предварительная работа.

За несколько минут до намеченного времени вторых наблюдений T''_c начинают серию из трех — пяти измерений высоты Солнца, фиксируя моменты, а точно в намеченный момент обсервации T''_c замечают отсчет лага ол''. Осреднением результатов измерений получают \bar{T}''_{xp} и \bar{oc}'' , после чего рассчитывают второй перенос $r'' = \bar{oc}'' - \bar{oc}''_c$.

Как правило, фактический средний момент вторых наблюдений \bar{T}''_{xp} не совпадает с предвычисленным ранее T''_{xp} на величину $\Delta T = \bar{T}''_{xp} - T''_{xp}$. Этому интервалу ΔT соответствует изменение часового угла Δt Солнца. Это изменение выбирают по величине ΔT из основных интерполяционных таблиц МАЕ в колонке «Солнце и планеты». Значение величины Δt равно разности долгот $\Delta\lambda$ смещения второй линии положения II—II вдоль параллели для приведения ее к намеченному времени обсервации T''_c . Если наблюдения фактически выполнены позже намеченного срока ($\Delta T > 0$), то ПМ' надо сместить на величину $\Delta\lambda$ к западу, а если раньше, то к востоку.

Из смещенной точки ПМ''_{см} прокладывают по элементам A'' и r'' вторую линию положения II—II. Первую линию положения I—I смещают по счислению от момента первых наблюдений до момента обсервации T''_c . Пересечение таких смещенных линий дает место судна на намеченный момент.

Описанный прием по сравнению с обычным решением задачи имеет следующие преимущества:

обсервованное место получают на заранее намеченный момент и почти сразу (через 2—3 мин) после вторых наблюдений, что позволяет оперативно использовать результаты, не дав им устареть;

общий объем расчетов сокращается вследствие применения перемещенных мест, что повышает надежность решения и, главное, меньше отвлекает внимание судоводителя от наблюдения за окружающей обстановкой для обеспечения безопасности плавания;

предварительные расчеты выполняются без спешки в более спокойном состоянии, что снижает вероятность грубых ошибок.

Применяя описанный прием, можно предвычислять также оценку точности получаемой обсервации, так как разность азимутов Солнца и время между наблюдениями, от чего зависит погрешность счисления, устанавливают заранее. Заметим, что принятые в расчет погрешности индекса секстанта и его инструментальной поправки, а также наклонения горизонта повторяются в пределах серии, но имеют разные значения для разновременных наблюдений Солнца. Поэтому погрешности средних отсчетов секстанта оцениваются по формуле (1.17), а погрешно-

сти линий положения можно считать практически независимыми, что позволяет пользоваться для расчетов круга погрешностей m_m формулой (2.27). При этом надо учитывать, однако, что погрешность первой линии положения увеличивается вследствие погрешностей счисления за время ΔT между наблюдениями. Для относительно малых интервалов времени ΔT погрешность линии положения нарастает примерно пропорционально времени [18]:

$$m_{\Delta p} = k' c \Delta T,$$

где $k' c = 0,2 \div 0,3$ мили/ч (обращаем внимание, что эта формула при таком значении $k' c$ характеризует не среднюю квадратическую погрешность счисления, а только ее составляющую по нормали к изолинии).

С учетом изложенного при равноточных измерениях, число n которых в обеих сериях одинаково, имеем

$$m_m = \operatorname{cosec} \Delta A \sqrt{2(\varepsilon^2_h/n + \sigma^2_h) + (k' c \Delta T)^2}. \quad (3.28)$$

Отношение λ средних квадратических погрешностей линий положения, от чего зависит коэффициент c_1 в формуле (2.31) для перехода к 95%-ному кругу погрешностей R , определяется формулой

$$\lambda = \sqrt{1 + \frac{n(k' c \Delta T)^2}{\varepsilon^2_h + n\sigma^2_h}}. \quad (3.29)$$

Подставляя в эти формулы приведенные выше априорные оценки ε_h и σ_h , число измерений n в каждой серии выжидаемое изменение азимута ΔA и необходимое для этого время ΔT , можем до выполнения вторых наблюдений рассчитать среднюю квадратическую погрешность m_m или 95%-ный круг погрешностей R обсервованного места.

Ускоренный способ сумеречных определений места предусматривает предварительный расчет времени наблюдений, подбор светил с определением их азимутов и высот, что позволяет выполнять измерения быстрее и точнее (при более четком горизонте), а также использование перемещенных мест, что упрощает обработку и уменьшает вероятность грубых ошибок [80, 136, 228].

Время сумеречных наблюдений намечают вечером на середину гражданских, а утром на середину навигационных сумерек. Это время определяют по МАЕ на дату и примерные координаты судна на время захода или восхода Солнца. Наметив такое время T_c обсервации, прокладкой наперед уточняют предполагаемые счислимые координаты судна φ_c и λ_c на этот момент, рассчитывают $T_{rp} = T_c \mp N_{ew}$, по которому выбирают из МАЕ гринвичское звездное время $S_{rp}(t_{rp})$ и находят $S_m = S_{rp} \pm \lambda_{ew}$. Целоградусную часть S_m° этого S_m принимают за начальный момент наблюдений — момент пуска секундомера. Остаток $\Delta S = S_m - S_m^\circ$ переводят в интервал времени ΔT об-

ратным входом в основные интерполяционные таблицы МАЕ (колонка «Точка Овна») и рассчитывают гринвичское время пуска секундомера $T_{\text{ср}}^{\circ} = T_{\text{ср}} - \Delta T$, а учитя поправку хронометра $u_{\text{хр}}$ с обратным знаком, получают показания хронометра $T_{\text{хр}}^{\circ} = T_{\text{ср}}^{\circ} - u_{\text{хр}}$ в этот момент (ему соответствует S_m°).

Установив звездный глобус по Φ_c и S_m° , подбирают несколько звезд, начиная вечером с восточной половины небосвода, причем для каждой очередной звезды установку глобуса по S_m последовательно увеличивают на 1° . Три звезды лучше всего подбирать по азимутам через 120° с высотами от 15 до 60° , четыре — по азимутам примерно через 90° . Если имеются облака, надо подобрать резервные звезды. В дополнение к звездам можно нанести на глобус и наметить к наблюдениям планеты. Для подобранных светил записывают их азимуты в круговом счете и высоты.

Перед намеченным временем наблюдений готовят секстан, определяют его поправку индекса и запускают выверенный секундомер в предвычисленный момент его пуска по хронометру $T_{\text{хр}}^{\circ}$, замечая при этом ол.

Светила наблюдают в намеченной последовательности, устанавливая отсчет секстана по предвычисленной высоте и наводя его трубу на горизонт по азимуту светила. После каждого измерения записывают ос и показания секундомера $T_{\text{сек}}$ без его остановки (удобен для этого двухстрелочный секундомер, одна стрелка которого стопорится в момент наблюдений, а после записи показаний присоединяется ко второй неостанавливаемой).

По $T_{\text{сек}}$ для каждого измерения выбирают из основных интерполяционных таблиц МАЕ приращения звездного времени ΔS . Добавляя эти ΔS к S_m° (пуск секундомера), получают сразу S_m каждого измерения. Как обычно, для каждой звезды выбирают из МАЕ на дату ее звездное дополнение τ и склонение δ . Далее рассчитывают местные часовые углы звезд $t_m = S_m + \tau$, а затем находят значение величины $\Delta\lambda < 30'$, на которую надо изменить λ_c , чтобы t_m было целоградусным, т. е. для каждой звезды находят свое изменение долготы $\Delta\lambda_{\text{пм}}$, чтобы получить перемещенное место.

Ближайшую к счислимой целоградусной широту принимают широтой $\Phi_{\text{пп}}$ перемещенных мест ПМ. По таблицам ВАС—58 упрощенным приемом (интерполяция только по δ) находят счислимые высоты h_c и азимуты A наблюдавшихся звезд. Обычным порядком исправляют измеренные высоты и рассчитывают переносы

$$\rho = h_o - h_c.$$

На карте на параллели $\Phi_{\text{пп}}$ наносят точку с долготой λ_c , и от нее откладывают вычисленные для каждой звезды $\Delta\lambda_{\text{пп}}$. Получают соответствующие им перемещенные места ПМ, которые смещают назад по направлению и расстоянию плавания судна

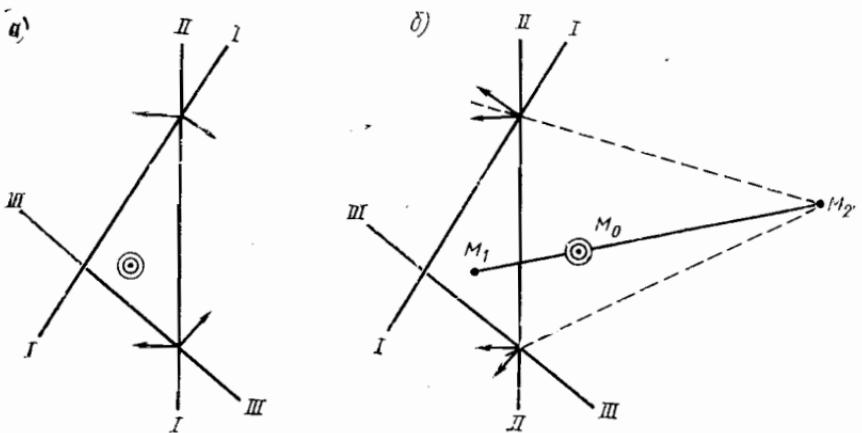


Рис. 3.26. Выбор обсервованного места по трем высотным линиям положения:
а — при наблюдении светил по всему горизонту; б — при наблюдении светил над одной половиной горизонта

за интервалы времени $T_{\text{сек}}$. Этим все измерения приводят к одному месту (зениту) судна, когда был пущен секундомер и замечен отсчет лага. Из смещенных точек ПМ прокладывают соответствующие им линии положения, пересечение которых дает обсервованное место.

При определениях по четырем светилам обсервованное место выбирают внутри четырехугольника погрешностей на пересечении линий, соединяющих середины его противоположных сторон. Средний квадратический круг погрешностей m_m в таком случае примерно равен среднему квадратическому значению случайных погрешностей высот, т. е. $m_m \approx \epsilon_h$, а 95%-ный круг погрешностей $R = 1,7m_m$ (см. табл. 2.3 при $\lambda=1$ и $\theta=90^\circ$).

При определениях по трем светилам обсервованное место выбирают относительно треугольника погрешностей в зависимости от разностей азимутов светил.

Когда направления на светила распределены равномерно во все стороны (углы между смежными направлениями $90-140^\circ$), то место принимают в центре треугольника погрешностей, а если он неправильный, то ближе к короткой стороне и более прямому углу, как это показано на рис. 3.26, а, где стрелками обозначены направления на светила. Средняя квадратическая погрешность места m_m оценивается в таком случае значением $(1,2 \div 1,5)\epsilon_h$, а 95%-ный круг погрешностей $R = 1,8m_m$ (см. табл. 2.3 при λ от 1 до 2 и $\theta=90^\circ$).

Если три светила наблюдались над одной половиной горизонта (все направления на них в секторе менее 180°), как это показано на рис. 3.2, б, то вначале находят две вспомогательные точки: M_1 — внутри треугольника погрешностей, как сказано выше; M_2 — снаружи треугольника на пересечении его астрономо-

мических биссектрис (линий средних азимутов, проведенных через соответствующие им вершины). Обсервованное место M_o получают затем на линии M_1M_2 , отложив от точки M_1 отрезок $M_1M_o = \mu M_1M_2$. Значение величины μ определяют, как это следует из обобщенного метода наименьших квадратов (см. параграф 2.5, работы автора [25, 32, 33] и Р. А. Скубко [30]), по формуле

$$\mu = 1/[1 + \left(\frac{\varepsilon_h}{\sigma_h}\right)^2 \frac{\sum \sin^2 \Delta A}{(\sum \sin \Delta A)^2}], \quad (3.30)$$

где ΔA — попарные разности всех азимутов:

$$A_3 - A_2, A_2 - A_1 \text{ и } A_1 - A_3.$$

Если $\sigma_h \approx 2\varepsilon_h$, то приближенно можно считать, что

$$\mu = \Delta A / (360^\circ - \Delta A), \quad (3.31)$$

где ΔA — разность азимутов крайних светил. В таком случае $t_m \approx 2.5\varepsilon_h$.

Если $\sigma_h \approx \varepsilon_h$, то μ , рассчитанную по формуле (3.31), надо уменьшить вдвое. В таком случае $t_m \approx 1.8\varepsilon_h$.

Во всех случаях, когда светила наблюдались над одной половиной горизонта, эллипс погрешностей вытянут вдоль линии M_1M_2 и 95%-ный круг погрешностей оценивается как $R \approx 1.9t_m$.

4.1. ТРЕБОВАНИЯ К ТОЧНОСТИ СУДОВОЖДЕНИЯ

Как отмечалось во введении, более трети всех аварий судов составляют посадки их на мель, причем такие аварии чаще других приводят к гибели судна, многие из них имеют трагические, а некоторые — катастрофические последствия. Для предотвращения таких аварий наряду с другими мероприятиями предпринимались попытки нормирования требований к точности и частоте обсерваций в зависимости от условий плавания [20, 24, 109, 231, 232].

Однако дальнейшее увеличение плотности судопотоков, размеров и скоростей судов показало, что прежние предложения устарели. Аварии крупнотоннажных танкеров «Торри Каньон», «Амоко Кадис», «Атлантик эмпресс» и других повлекли за собой только прямые убытки, оцениваемые сотнями миллионов долларов, а разлив нефтепродуктов нанес столь чрезвычайный ущерб природе обширных районов, что его трудно оценить [2].

Под влиянием этих и подобных событий, а также под угрозой возможных последствий аварий газовозов и судов с опасными химикалиями проблема обеспечения навигационной безопасности резко обострилась. Появились законы об усилении ответственности за загрязнение моря в прибрежной зоне, а под давлением фирм — производителей навигационной аппаратуры — запреты на посещение ряда портов судами, не имеющими конкретно называемых навигационных приборов [173].

Неоднократное обсуждение этих вопросов в Подкомитете по безопасности мореплавания Международной морской организации (ИМО) позволило выработать проект стандарта точности судовождения, за основу которого принято предложение СССР [233]. В отличие от предыдущих предложений такого рода этот проект выдвигал требования к точности текущего места судна с учетом погрешностей обсерваций и последующего счисления. В 1983 г. 13-я Ассамблея ИМО в резолюции А.529 приняла «Стандарт точности судовождения» [138].

Названный стандарт ИМО содержит требования к точности текущего места судна в зависимости от его скорости и расстояния до ближайшей опасности независимо от средств и способов, обеспечивающих эту требуемую точность. Под навигацион-

ной опасностью в стандарте подразумеваются нанесенные на карту или обнаруженные препятствия и несудоходные глубины, а также границы опасных и запретных районов. Стандарт ИМО не распространяется на гидрографические работы.

В стандарте ИМО плавание подразделяется на два вида: 1) акватории портов и подходы к ним, включая все районы, где затруднено маневрирование судна; 2) другие районы. Граница между этими видами плавания четко не определяется и зависит от конкретных условий.

При плавании в стесненных водах требования к точности судовождения не нормируются, а ставятся в зависимость от местных условий. При плавании в других районах со скоростью до 30 уз. текущее место судна должно быть известно с погрешностью не более 4% расстояния до ближайшей опасности, но не более 4 миль. При этом точность места должна оцениваться вероятностью 95%-ной фигуры погрешностей с учетом случайных и систематических погрешностей.

Чтобы упростить расчеты по выполнению указанных требований к точности места, в стандарт ИМО включены табл. 4.1 и построенные по ней два графика. Эта таблица содержит допустимое время плавания по счислению и рассчитана в предположении, что гирокомпас и лаг соответствуют требованиям ИМО [резолюции A.424 (11) и A.478 (12)], счисление не корректиировалось по предыдущим обсервациям, погрешности имеют нормальное распределение, а течения и ветровой дрейф учитываются с возможной точностью.

Например, если до ближайшей опасности 30 миль, то допустимая погрешность места (4% этого расстояния) равна 1,2 мили. Обеспечение такой точности места по счислению от последней обсервации возможно в течение 48 мин, если погрешность R обсерваций не более 0,1 мили; в течение 47 мин, если $R \leq$

Таблица 4.1

Кратчайшее расстояние до опасности, мили	Допустимая погрешность места, мили	Погрешность определения места, мили					
		0	0,1	0,25	0,5	1	1
Допустимое время плавания по счислению, мин							
10	0,4	12	12	9	—	—	—
20	0,8	28	28	27	22	—	—
30	1,2	48	48	47	44	27	—
40	1,6	72	72	71	68	56	—
50	2,0	100	100	99	97	87	—
60	2,4	132	132	131	129	120	73
70	2,8	168	168	167	165	157	118
80	3,2	208	208	207	206	198	162
90	3,6	252	252	251	250	242	210
100	4,0	300	300	300	298	291	260

$\leqslant 0,25$ мили; в течение 44 мин, если $R \leqslant 0,5$ мили и в течение 27 мин, если $R \leqslant 1$ мили. Если погрешность обсерваций превышает допустимую (в примере $R > 1,2$ мили), то даже непрерывные обсервации не удовлетворяют требованиям стандарта точности ИМО (в табл. 4.1 проставлены прочерки).

Очевидно, что табл. 4.1, как и построенные по ней графики в стандарте точности ИМО, имеют ориентировочный характер, так как основаны на некоторых усредненных оценках точности счисления. Подчеркнем также, что точность места должна оцениваться относительно ближайших берегов и опасностей. Например, место по искусственным спутникам Земли определяется в спутниковой системе геодезических координат с 95%-ным кругом погрешностей до 0,5 кб, однако необходимо учитывать, что карта, на которой ведется прокладка и нанесены опасности, может иметь иную геодезическую основу со сдвигом более 2 кб (см. параграф 3.4).

Заметим также, что навигационное оборудование многих районов и судов еще не всегда дает возможность удовлетворить приведенные выше требования. Предстоит выяснить условия, при которых эти требования не удовлетворяются, и определить, что надо сделать для их выполнения [173].

4.2. КОНТРОЛЬ И КОРРЕКЦИЯ СЧИСЛЕНИЯ

Погрешности счисления нарастают со временем (см. параграф 2.4), поэтому для обеспечения безопасности плавания счисление нуждается в контроле и коррекции по обсервациям.

Контроль счисления означает ситуации, при которых обсервованные точки располагаются возле счислимых ближе, чем возможные суммарные погрешности счисления и обсерваций. В таких случаях счисление не переносят в обсервованную точку и продолжают вести без изменения его элементов (путевые угол и скорость). Такая, казалось, бы пассивная форма использования обсерваций тем не менее необходима для уверенности в правильности счисления и обсерваций, для своевременного обнаружения изменившихся условий плавания (текущие, дрейф и др.).

Коррекция счисления выполняется, когда на основе анализа счисления и обсерваций счислимая точка переносится и (или) изменяются принимаемые в расчет элементы счисления (путевые угол и скорость).

Как обобщение накопленного опыта мореплавания, ст. 408 (02) Устава [235] обязывает вахтенного помощника капитана на ходу вести счисление и использовать любую возможность для определения места судна наиболее подходящим в данных условиях способом. Наставление [118] конкретизирует это положение, а именно: указывается, что место должно определяться наи-

более точным из возможных способов, а вопрос о переносе счисления в обсервованную точку и изменении курса решает капитан на основе анализа обсерваций.

Анализ обсерваций состоит в оценке точности обсервованного места и сопоставлении его со счислимым местом, другими обсервациями и измеренными глубинами.

Точность обсервованного и счислимого мест оценивают эллипсами или кругами погрешностей места, как описано в параграфах 2.3—2.5 и проиллюстрировано примерами гл. 3. Если предельные оценки точности одновременных счислимого C и обсервированного O_1 мест (эллизы или круги погрешностей) никак не перекрывают друг друга (рис. 4.1), то это служит признаком грубых погрешностей счисления или (и) обсервации. Об этом, если судно приближается к берегам или опасностям, необходимо немедленно доложить капитану, а для выяснения ситуации надо выполнить следующее:

проверить счисление от последней надежной обсервации;

проверить правильность опознания ориентиров, всех расчетов и построений, выполненных для получения обсервированного места;

повторить обсервацию по измерениям тех же навигационных параметров;

сопоставить измеренные глубины с обозначенными на карте около счислимой и обсервированной точек;

выполнить контрольную обсервацию, желательно по другим ориентирам и другим способом.

Даже менее точная контрольная обсервация обеспечивает наиболее надежную проверку правильности опознания ориентиров и отсутствия грубых погрешностей. При этом могут встретиться такие случаи (см. рис. 4.1).

1. Предельный эллипс погрешностей независимой контрольной обсервации O_2 частично перекрыл такой эллипс обсервации O_1 . Можно предположить, что в счислении допущена грубая погрешность, например, от неучтенного сильного течения. Обсервованное место следует принимать в точке M_1 , как показано на рис. 4.1.

2. Предельный эллипс контрольной обсервации O_3 частично перекрыл предельный круг погрешности счислимого места C . Можно предположить, что при выполнении обсервации O_1 были неверно опознан ориентир или допущена грубая погрешность. Обсервованное место следует принимать в таком случае в точке M_2 .

3. Предельный эллипс контрольной обсервации O_4 никак не перекрывает оценки точности счислимого места C и обсервированного O_1 . Остается предполагать, что два из трех сопоставляемых мест имеют грубые погрешности, а имеющиеся данные не проясняют ситуацию. Необходимо выполнить дополнительные контрольные обсервации.

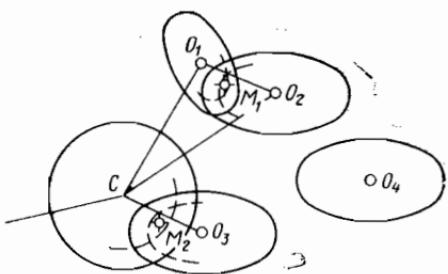


Рис. 4.1. Выявление грубых погрешностей и осреднение обсерваций

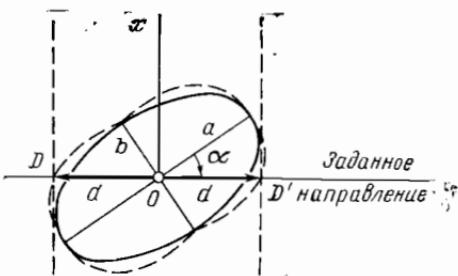


Рис. 4.2. Подера эллипса погрешностей

Первые два из рассмотренных случаев одновременно показывают, что наиболее вероятное место находится примерно в центре перекрывающихся частей эллипсов или кругов погрешностей осредняемых точек. В затруднительных случаях рекомендуется провести участки эллипсов или кругов, полуоси или радиусы которых уменьшены в одинаковое число раз, как показано на рис. 4.1, для получения точек M_1 и M_2 .

Решение рассмотренных и подобных задач часто упрощается использованием погрешностей места по заданному направлению и расчетом средневзвешенных значений величин [4, 5, 11, 12].

Пусть точность места O (рис. 4.2) характеризуется средним квадратическим эллипсом погрешностей с полуосами a и b . Требуется найти среднюю квадратическую погрешность d вдоль направления, заданного углом α относительно полуоси a . Напомним (см. параграф 2.3), что эллипс может быть разложен на две векториальные погрешности по сопряженным диаметрам. Такими погрешностями могут служить полуоси a и b . Проекции этих полуосей на заданное направление дают векториальные погрешности, действующие вдоль одной линии. Складывая квадратически такие проекции по формуле (2.19), получаем искомую величину d :

$$d^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha. \quad (4.1)$$

Величина d — обусловленная эллипсом векториальная погрешность места, действующая в обе стороны вдоль заданного направления. Она выражает погрешность отклонения места от оси, перпендикулярной заданному направлению. Например, если на рис. 4.2 Ox — ось фарватера или вообще линия заданного пути судна, то d — средняя квадратическая погрешность боковых отклонений, обусловленных эллипсом погрешностей.

Для графического получения d надо провести касательные к эллипсу перпендикулярно заданному направлению (на рис. 4.2 показаны штриховыми линиями). Точки пересечения этих касательных с линией заданного направления (на рис. 4.2 точки D

и D') отсекают на ней отрезок длиной $2d$. При изменении заданного направления (угла α) точки D и D' описывают кривую — подеру эллипса (на рис. 4.2 изображена штриховой линией). Радиус-вектор подеры эллипса по любому направлению выражает погрешность d места по этому направлению. Как следует из формулы (4.1), которую можно истолковать как уравнение подеры, при $\alpha=0$ (или 180°) имеем $d=a$, при $\alpha=90^\circ$ (или 270°) $d=b$, т. е. полуоси эллипса являются экстремальными значениями d .

Чтобы получить среднее значение $d_{\text{ср}}^2$ для всех направлений, надо выражение (4.1) проинтегрировать по α в пределах от 0 до 2π и поделить результат на 2π :

$$d_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha) d\alpha = \frac{a^2 + b^2}{2}.$$

Но по формуле (2.30) средняя квадратическая погрешность места

$$m_m = \sqrt{a^2 + b^2},$$

с учетом чего получаем из предыдущего равенства

$$d_{\text{ср}} = m_m / \sqrt{2}. \quad (4.2)$$

Эта формула показывает, что когда точность места оценивается не эллипсом, а кругом погрешностей m_m , то средняя погрешность $d_{\text{ср}}$ места по любому направлению в $\sqrt{2}$ раз меньше m_m . Заметим также, что формула (4.2) справедлива, конечно, и в частном случае, когда $a = b = d = d_{\text{pc}}$.

Теперь рассмотрим общую «задачу двух точек», из решения которой вытекают важные практические рекомендации. (Далее в этом параграфе, говоря о погрешностях вдоль направления, о кругах или эллипсах и т. п., подразумеваем только средние квадратические погрешности.)

Положим, заданы две точки A и B , расстояние между которыми l , и погрешности d_A и d_B этих точек вдоль соединяющей их линии (рис. 4.3).

По формуле квадратичного сложения (2.19) получаем сразу погрешность m_l расстояния l :

$$m_l = \sqrt{d_A^2 + d_B^2}. \quad (4.3)$$

Сопоставляя l с m_l , находим условия, при которых несовпадение точек A и B на значение величины l необъяснимо (с принятым уровнем вероятности) их случайными погрешностями и должно рассматриваться как следствие грубой погрешности, включая ошибки опознания ориентиров. Так, считая распределение погрешностей нормальным и принимая, как обычно, пре-

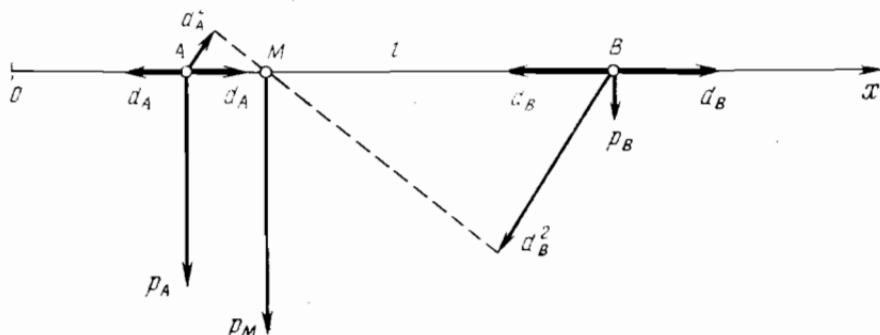


Рис. 4.3. «Задача двух точек»

дельную погрешность равной утроенной средней квадратической (уровень вероятности 99,7%), имеем

$$l \ll 3m_i. \quad (4.4)$$

При выполнении этого условия нет оснований считать, что при определении мест точек A и B допущены грубые погрешности.

Пример 4.1. В момент, когда по счислению судно находилось в точке C (см. рис. 4.1) с кругом погрешностей $m_c = 4,5$ мили, получено обсервованное место O_1 , эллипс погрешностей которого имеет полуоси $a_1 = 3,4$ мили, $b_1 = 1,9$ мили. Расстояние между этими точками (невязка) $l_1 = 28,8$ мили, причем линия CO_1 образует с полуосью эллипса a_1 угол $\alpha_1 = 57^\circ$.

Выяснить, объяснима ли полученная невязка случайными погрешностями счислимого и обсервованного места или является следствием какой-то грубой погрешности.

По формулам (4.1) и (4.2) получаем для счислимой и обсервованной точек $d_c = 3,2$ мили и $d_1 = 2,4$ мили. По формуле (4.3) находим $m_i = 4$ мили. Как видим, условие (4.4) не выполняется, что свидетельствует о грубой погрешности счислимого или (и) обсервованного места.

Пример 4.2. В условиях предыдущего примера выполнена контрольная обсервация, которая дала точку O_2 (см. рис. 4.1, где, напомним, изображены предельные оценки точности точек). Эллипс погрешностей этой обсервации имеет полуоси $a_2 = 4,6$ мили и $b_2 = 2,6$ мили. Невязка $CO_2 = l_2 = 33,5$ мили, причем линия CO_2 образует с полуосью a_2 эллипса угол $\alpha_2 = 38^\circ$. Расстояние между первой и контрольной обсервациями $O_1O_2 = l_{12} = 14,7$ мили; углы между линией O_1O_2 и полуосами эллипсов $\alpha_{12} = 42^\circ$; $\alpha_{21} = 19^\circ$.

Выяснить, какая из двух точек предыдущего примера, C или O_1 содержит грубую погрешность.

Расчеты по формулам (4.1)–(4.3) для пары точек C и O_2 дают $m_i = 5,1$ мили. Как видим, условие (4.4) вновь не выполняется, следовательно, точки C или O_2 также не свободны от грубых погрешностей.

Расчеты по тем же формулам (4.1)–(4.3) для пары точек O_1 и O_2 дают тоже $m_i = 5,1$ мили, но на сей раз условие (4.4) выполняется. Это приводит к выводу, что расхождение обсервованных точек O_1 и O_2 объяснимо их случайными погрешностями, а счислимое место C содержит грубую погрешность.

Продолжим рассмотрение задачи двух точек (см. рис. 4.3). Если условие (4.4) выполняется, то несовпадение точек объяснимо их случайными погрешностями. Так как судно находится в

каком-то одном месте, возникает вопрос об определении этого наиболее вероятного места и об оценке его точности. Очевидно, что при круговом рассеивании погрешностей точек такое место M находится ближе к более точной точке.

Предположим, что положение искомой точки M уже определено делением отрезка $AB = l$ на две части l_A и l_B в отношении μ :

$$\mu = l_A/l. \quad (4.5)$$

Так как погрешности длин отрезков l , l_A и l_B взаимозависимы, то, чтобы избавиться от необходимости определять и учитывать корреляцию между ними, будем рассматривать положение точек A , M и B по их независимым координатам x_A , x_M и x_B , измеряемым от общего начала O (см. рис. 4.3). Выражая через эти координаты отношение (4.5), имеем

$$(x_M - x_A)/(x_B - x_A) = \mu,$$

откуда

$$x_M = (1 - \mu)x_A + \mu x_B.$$

Это равенство позволяет по обычному правилу сложения независимых погрешностей [25] выразить погрешность d_M точки M через μ и погрешности d_A , d_B точек A и B (все погрешности вдоль оси Ox):

$$d^2_M = (1 - \mu)^2 d^2_A + \mu^2 d^2_B. \quad (4.6)$$

Теперь отыщем такое μ , при котором погрешность определяемой точки M минимальна, т. е. $d_M = \min$. Для этого приравняем к нулю производную от d^2_M по μ :

$$\frac{\partial(d^2_M)}{\partial\mu} = -2(1 - \mu)d^2_A + 2\mu d^2_B = 0.$$

Решая это уравнение относительно μ , получаем

$$\mu = \frac{d^2_A}{d^2_A + d^2_B}. \quad (4.7)$$

Подставляя это равенство в формулу (4.5), где $l = l_A + l_B$, находим

$$l_A = \frac{d^2_A}{d^2_A + d^2_B} l \text{ или } \frac{l_A}{l_B} = \left(\frac{d_A}{d_B} \right)^2. \quad (4.8)$$

Полученные формулы (4.8) показывают, что наиболее вероятное место M , которому соответствует минимальная погрешность d_M , находится на отрезке между заданными точками и делит его на части, пропорциональные квадратам погрешностей этих точек.

Подставляя равенство (4.7) в формулу (4.6), находим погрешность d_M полученного места M :

$$d_M = \frac{d_A d_B}{\sqrt{d_A^2 + d_B^2}}. \quad (4.9)$$

Заметим, что если точность обеих исходных точек A и B оценивается кругами погрешностей m_A и m_B , то при подстановке в формулы (4.8) и (4.9) выражения (4.2) делитель $\sqrt{2}$ всюду сокращается. Иначе говоря, формулы (4.8) и (4.9) остаются справедливыми в таком случае (только в таком!), если в них всюду векториальные погрешности d_A , d_B и d_M заменить кругами m_A , m_B и m_M .

Рассуждения, послужившие для вывода формул (4.8) и (4.9), одновременно обосновывают основные правила действия с весами: вес какой-либо величины обратно пропорционален ее дисперсии, т. е. квадрату ее средней квадратической погрешности; вес средневзвешенного равен сумме весов.

В соответствии с этими правилами находим веса точек A , B и M :

$$p_A = c/d_A^2; \quad p_B = c/d_B^2; \quad p_M = p_A + p_B = c/d_M^2, \quad (4.10)$$

где c — произвольная положительная величина, которая придает весам относительный характер.

Подставляя первые два из этих равенств в формулу (4.8), получаем

$$l_A p_A = l_B p_B. \quad (4.11)$$

Эта формула имеет следующее механическое истолкование, которым объясняется употребление слова «весы»: если в точках A и B приложены силы их «весы» p_A и p_B (см. рис. 4.3), то равнодействующая сила $p_M = p_A + p_B$ приложена в точке M , делящей отрезок AB на части, обратно пропорциональные «весам» точек A и B . Точку M называют также средневзвешенной, так как ее координаты находят как средние из «взвешенных координат» точек A и B . Например, координата x_M (см. рис. 4.3) определяется равенством:

$$x_M = \frac{x_A p_A + x_B p_B}{p_A + p_B}. \quad (4.12)$$

При подстановке первых двух формул (4.10) в третью получаем формулу (4.9), что подтверждает справедливость выражаемых формулами (4.10) правил действий с весами. Эти правила позволяют упростить решение многих задач, чем воспользуемся в дальнейшем.

Пример 4.3. Когда судно находилось по счислению в точке C (рис. 4.4), получены независимые обсервованные точки O_1 и O_2 . Точность всех точек характеризуется кругами погрешностей: $m_c = 2,2$ мили; $m_1 = 1,2$ мили; $m_2 = -0,7$ мили. Проверка выполнения условия (4.4) показывает, что попарное расхождение всех точек объяснимо их случайными погрешностями и нет оснований считать, что какая-нибудь из них содержит грубую погрешность.

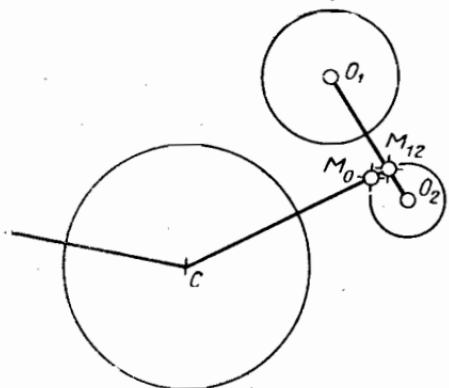


Рис. 4.4. Определение наиболее вероятного места

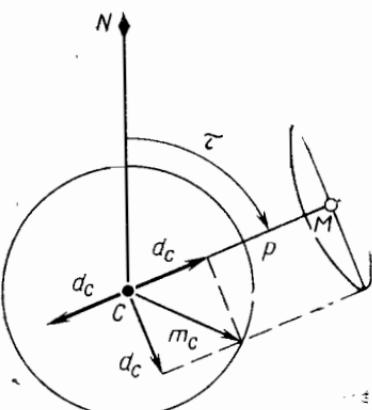


Рис. 4.5. Коррекция счисления по одной линии положения

Требуется найти наиболее вероятное место M_0 и оценить его точность. Осреднение исходных точек можно выполнять в любой последовательности. Найдем вначале средневзвешенную точку из двух обсерваций. Приняв $c=1$, находим по формулам (4.10) веса точек O_1 и O_2 : $p_1=1/m^2_1=0,69$; $p_2=1/m^2_2=2,04$. В соответствии с формулой (4.11) отрезок O_1O_2 надо разделить в отношении $2,0:0,7$, что дает точку M_{12} . Вес этой точки $p_{12}=p_1+p_2=2,73$.

Теперь будем искать средневзвешенное между этой точкой и счислимым местом, вес которого $p_c=1/m^2_c=0,21$. Для этого, как показывает формула (4.11), отрезок CM_{12} надо разделить в отношении $2,7:0,2$, что дает искомое место M_0 . Его вес $p_0=p_1+p_2+p_c=p_{12}+p_c=2,94$, откуда по последней из формул (4.10) с учетом равенства (4.2) получаем $m_0=1/p_0=0,58$ мили. Заметим, что деление отрезков в заданном отношении можно выполнять каждый раз графически, как показано на рис. 4.3.

Аналогично изложенному решается вопрос о коррекции счисления, когда имеется только одна линия положения.

Пример 4.4. На момент, когда судно находилось в счислимой точке C (рис. 4.5), получена линия положения $I-I$, направление градиента которой $\tau=68^\circ$, а перенос $p=13,5$ мили. Средняя квадратическая погрешность переноса $m_p=1,5$ мили, а круг погрешностей счислимого места $m_c=6,6$ мили.

Найти наиболее вероятное место M и оценить его точность.

Вначале по формуле (4.2) рассчитываем погрешность счислимого места вдоль линии переноса: $d_c=4,7$ мили. Затем по формуле (4.3) находим общую погрешность расстояния между счислимой C и определяющей K точками: $m_l=\sqrt{d^2_c+m^2_p}=4,9$ мили. Как видим, условие (4.4) выполняется ($l=p < 3m_l$) и нет оснований предполагать, что счислимое место или линия положения имеют грубую погрешность.

Принимая d_c вместо d_A и m_p вместо d_B , находим по первой из формул (4.8), что искомое место M на линии переноса на расстоянии 12,2 мили от счислимой точки.

По формуле (4.9) рассчитываем векториальную погрешность d_M места M вдоль линии переноса: $d_M=1,3$ мили. Круг погрешностей m_m полученного места M оценивается по формуле (2.29) квадратичным сложением d_c и d_M : $m_m=4,9$ мили. Впрочем, в данном случае эти погрешности прямо равны полуоссям эллипса ($a=d_c$; $b=d_M$), который и изображен на рис. 4.5.

Формулы (4.9) и (4.10) показывают, что погрешность средневзвешенного всегда меньше погрешности более точной из осредняемых величин. Однако если осредняемые величины неравноточны, то влияние менее точной из них на результат незначительно. Оценим это влияние.

Положим, имеются две точки A и B с кругами погрешностей m_A и m_B , причем точка A точнее и ее вес больше, т. е. $m_A < m_B$ или $p_A > p_B$. Введем отношение этих погрешностей λ :

$$\lambda = m_A/m_B = \sqrt{p_B/p_A}. \quad (4.13)$$

С учетом этого представим формулу (4.9) или эквивалентную ей последнюю из формул (4.10) в таком виде:

$$m_m = \frac{m_A}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{p_A(\lambda^2 + 1)}}. \quad (4.14)$$

Если вместо поиска средневзвешенной точки M пренебречь менее точной точкой B (считая ее вес пренебрежимо малым $p_B \approx 0$) и принять искомое место в точке A , то погрешность такого места будет естественно та же, что и погрешность точки A , т. е. m_A . Этому соответствует формула (4.14) при $\lambda = 0$. За счет отбрасывания менее точной точки происходит потеря точности результатов. Выразим эту потерю в процентах:

$$\delta_m = \frac{m_A - m_m}{m_A} \cdot 100 = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} \right) \cdot 100. \quad (4.15)$$

Рассчитанная по формуле (4.15) зависимость δ_m от λ представлена в табл. 4.2

Как видим, средняя из двух равноточных ($\lambda = 1$) точек имеет погрешность меньше, чем любая из этих точек, на 29,3%, т. е. меньше в $\sqrt{2}$ раз. Если погрешности двух точек различаются более чем в 2 раза ($\lambda < 0,5$), то, принимая место в более точной из них и отбрасывая вторую, допускаем потерю точности места $\delta_m < 10\%$.

Пример 4.5. В условиях примера 4.3 место приняли (см. рис. 4.4) как средневзвешенное из двух обсерваций в точке M_{12} .

Выяснить, какова при этом потеря точности (по сравнению с точностью точки M_0) из-за пренебрежения счислимой точкой C .

При решении примера 4.3 был получен вес $p_{12} = 2,73$ точки M_{12} . По формуле (4.10) погрешность этой точки $m_{12} = 1/\sqrt{p_{12}} = 0,60$ мили. По формуле (4.13) $\lambda = m_{12}/m_c = 0,28$. Из табл. 4.2 находим $\delta_m \approx 3,5\%$.

Таблица 4.2

λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\delta_m, \%$	0,5	1,9	4,2	7,2	10,5	14,2	18,1	21,9	25,7	29,3

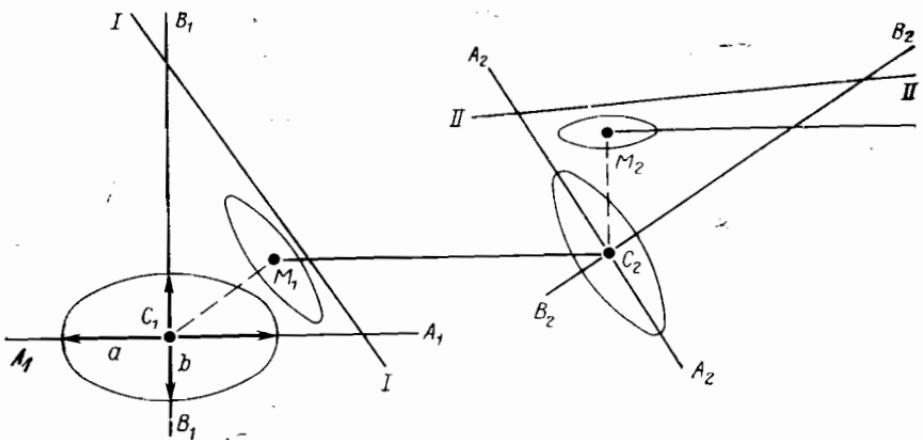


Рис. 4.6. Последовательное уточнение места судна

Пример 4.6. В условиях примера 4.4 место приняли в определяющей точке K (см. рис. 4.5).

Выяснить, какова потеря точности из-за пренебрежения счислимой точкой C .

По формуле (4.13) $\lambda = m_p/d_c = 0,3$. Из табл. 4.2 $\delta_m = 4,2\%$.

Малое влияние на точность результатов осреднения менее точной точки (такое влияние еще меньше, когда погрешности взаимозависимы) широко используется на практике: если погрешность обсервованного места меньше погрешности счислимого более чем в 2 раза, то счисление переносят в обсервованную точку.

Если точность счислимого места характеризуется не кругом, а эллипсом погрешностей, то использование одной линии положения для коррекции счисления может быть выполнено более общим и строгим методом, чем показано в примере 4.4. Поясним суть этого метода.

Положим, когда судно находилось в счислимой точке C_1 (рис. 4.6), получена линия положения $I-I$ с известной погрешностью m_1 . Точность счислимого места C_1 характеризуется эллипсом погрешностей с полуосами a и b . Этот эллипс может быть разложен на две векториальные погрешности по сопряженным диаметрам (см. параграф 2.3) и тем самым заменен двумя эквивалентными ему линиями положения. Проще всего такие линии принять вдоль осей эллипса, которые тоже являются его сопряженными диаметрами. Тогда счислимая линия положения $A_1 - A_1$, направленная вдоль полуоси a , имеет погрешность, равную b , и, наоборот, линия положения $B_1 - B_1$, направленная вдоль полуоси b , имеет погрешность a . Линии положения $A_1 - A_1$ и $B_1 - B_1$ эквивалентны счислимому месту C_1 в том смысле, что, пересекаясь, дают ту же точку C_1 с тем же эллипсом погрешностей с полуосами a и b .

Таким образом, задача коррекции счислимого места C по одной линии положения $I-I$ сводится к определению места и его эллипса погрешностей по трем линиям положения A_1-A_1 , B_1-B_1 и $I-I$, погрешности которых соответственно равны b , a и m_1 . Эта задача решается по методу наименьших квадратов (см. параграф 2.5). В результате будут получены наиболее вероятное место M_1 и новый эллипс погрешностей, уменьшенный вследствие использования линии положения $I-I$.

Описанное решение используется в разработанном А. Е. Сazonовым и Ю. М. Филипповым методе последовательного уточнения места судна [14—16, 40, 236]. Идея метода состоит в следующем.

При получении первой линии положения $I-I$ она используется для коррекции счислимого места C_1 (см. рис. 4.6), что дает точку M_1 с ее эллипсом погрешностей. Счисление переносят в точку M_1 . Далее на момент получения второй линии положения $II-II$ счислимое место C_2 характеризуется эллипсом погрешностей, который равен эллипсу точки M_1 , увеличенному вследствие погрешностей счисления на переходе M_1C_2 .

Затем повторяется описанное выше решение. Этот новый эллипс заменяют двумя эквивалентными ему линиями положения A_2-A_2 и B_2-B_2 , которые уравниваются совместно с линией положения $II-II$, что дает новое наиболее вероятное место M_2 с уменьшенным эллипсом погрешностей. Счисление переносят в точку M_2 , и далее повторяется та же процедура при получении каждой новой линии положения. Если в какой-нибудь момент получено одновременно две или более линий положения, то задача может решаться по той же стандартной схеме путем последовательного уравнивания трех линий положения, из которых две счислимые, а одна очередная обсервованная.

Достоинства метода применительно к ЭВМ в том, что относительно простой алгоритм позволяет оперативно уточнять место судна при любом количестве одновременных или разновременных однородных или разнородных линий положения по мере их получения. Авторами метода, а также в книге В. А. Коугии и А. И. Сорокина [9] доказано, что метод дает те же результаты (место и оценка его точности), что и обычный прием приведения по счислению всех линий положения к одному месту (зениту) с учетом погрешностей счисления и последующим уравниванием таких приведенных и счислимых линий положения. Однако в таком случае даже независимые линии положения после приведения к одному месту становятся зависимыми из-за общих погрешностей счисления за время приведения. При этом коэффициенты попарной корреляции приведенных линий будут разными, что усложняет их уравнивание [237, 238].

В отличие от этого описанный выше метод последовательного уточнения места дает строгое решение задачи без необходимости учитывать названную корреляцию при уравнивании, так как

направление счислимых линий положения принимается всякий раз вдоль осей счислимого эллипса, поэтому такие линии всегда независимы. Иначе говоря, эта независимость достигается путем поворота счислимых линий положения при переходе к новому счислимому месту, чем корреляционная матрица приводится к диагональному виду, а погрешности преобразуются в независимые.

Другим важным достоинством метода является использование рекуррентной процедуры, заключающейся в том, что при получении очередной линии положения новое место и его эллипс погрешностей определяются с учетом всех ранее полученных линий положения и счисления, причем вся эта информация сосредоточена в положении и элементах последнего предыдущего эллипса погрешностей.

Наряду с этим метод последовательного уточнения места в том виде, как он описан, имеет следующие недостатки. Во-первых, как доказано в книге В. А. Коугии и А. И. Сорокина [9], он строго обоснован лишь в частном случае, когда используемые обсервованные линии положения взаимонезависимы. Во-вторых, он не учитывает автокорреляцию линий положения, что особенно существенно, когда эти линии получают повторными измерениями того же параметра через малые интервалы времени, например при использовании РНС «Декка». Об этом подробнее сказано в приложениях книги Н. В. Герасимова и др. [24], где описаны более строгие (но тоже линейные) алгоритмы обработки непрерывной и дискретной навигационной информации, включая «фильтр Калмана», с учетом взаимной и временной корреляции (см. также работы И. А. Богуславского [43], Ю. Г. Фирсова [237, 238], И. А. Галошина [239], А. Н. Каяндра и др. [240]).

Под коррекцией счисления по обсервациям подразумевают обычно не только получение наиболее вероятного места, куда переносят счисление, но и уточнение принимаемых в расчет элементов движения судна. Такое уточнение выражается в общем случае парой чисел: либо поправкой ΔV к принятой путевой скорости и углом сноса судна, либо поправками ΔV_N и ΔV_E к проекциям вектора путевой скорости на меридиан и параллель, либо аналогичными поправками в маршрутных координатах ΔV_x вдоль линии намеченного пути и ΔV_y в поперечном направлении.

Для определения места судна и элементов его движения (всего четыре искомых) необходимо измерить не менее четырех навигационных параметров, линии положения которых образуют не слишком острые углы и достаточно разнесены по времени их получения. На практике такая задача решается обычно в два этапа: вначале по линиям положения получают разновременные обсервации, по которым затем уточняют элементы движения судна. Рассмотрим решение на втором этапе, начиная с простейшего случая двух точек.

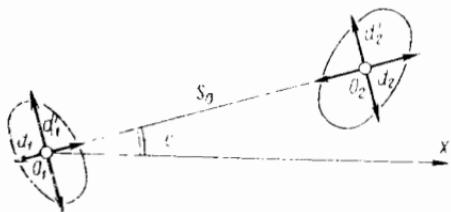


Рис. 4.7. Определение элементов движения судна по двум обсервациям

ваниям $V_o = S_o/T$, которая отличается от скорости по лагу V_l на значение искомой поправки ΔV (конечно, c и S_o можно рассчитать по формулам письменного счисления).

Оценим точность получаемых ΔV и c , считая уже известными полуоси a_1 , b_1 и a_2 , b_2 эллипсов погрешностей точек O_1 и O_2 , а также углы α_1 и α_2 , которые образуют полуоси a_1 и a_2 с линией O_1O_2 . Проекции эллипсов на соединяющую их центры линию дают действующие вдоль нее векториальные погрешности d_1 и d_2 , вычисляемые по формуле (4.1). Складывая их квадратично по формуле (4.3), получаем погрешность расстояния S_o или равную ей погрешность разности $\Delta S = S_o - S_l$:

$$m_{\Delta S} = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}. \quad (4.16)$$

Через разность ΔS поправка к путевой скорости выражается следующей формулой:

$$\Delta V = \Delta S/T, \quad (4.17)$$

а средняя квадратическая погрешность этой поправки

$$m_{\Delta V} = m_{\Delta S}/T. \quad (4.18)$$

Проекции эллипсов погрешностей точек O_1 и O_2 на нормаль к соединяющей их линии O_1O_2 дают векториальные погрешности d'_1 и d'_2 , квадратичным сложением которых по формуле (4.3) находим погрешность m_{\perp} взаимного бокового отклонения точек O_1 и O_2 :

$$m_{\perp} = \sqrt{(d'_1)^2 + (d'_2)^2}, \quad (4.19)$$

а также погрешность m_c определяемого угла c сноса:

$$m_c = 57,3^{\circ} m_{\perp} / S_o, \quad (4.20)$$

где можно принимать обычно $S_o \approx S_l$.

Пример 4.7. С интервалом времени $2^{\text{ч}}$, за который плавание по лагу $S_l = 32,5$ мили, выполнены две независимые обсервации. Оценили точность этих обсерваций, измерили расстояние между обсервованными точками $S_o = 176$

Положим, с интервалом времени T получены два независимых обсервованных места O_1 и O_2 (рис. 4.7). Измерениями на карте сразу находим искомый угол c сноса (на рис. 4.7 O_1x — линия по направлению пути судна), а также расстояние между точками S_o , что дает путевую скорость по обсер-

=36,7 мили и угол сноса $c=4^\circ$, а затем по формулам (4.1), (4.16) и (4.19) рассчитали $m_{\Delta S}$ и m_{\perp} . По формуле (4.17) получена поправка к путевой скорости $\Delta V=2,1$ уз.

Оценить точность этой поправки и угла c сноса.

По формулам (4.18) и (4.20) рассчитываем: $m_{\Delta V} \approx 1,0$ уз и $m_c \approx 3,5^\circ$.

Как видим, полученные при решении примера поправки пути и скорости не выходят за рамки предельных погрешностей их определения, поэтому не могут быть признаны надежными. Вообще формулы (4.18) и (4.20) показывают, как уменьшаются погрешности скорости и пути с увеличением интервала времени и расстояния между обсервациями.

Если имеются дополнительные (сверх четырех) разновременные линии положения, то наиболее вероятные место судна и поправка к вектору его скорости определяются уравниванием по методу наименьших квадратов (см. параграф 2.5). Такое решение задачи разработано М. И. Скворцовым и описано в книге Б. А. Мальцева [13]. Решение той же задачи, когда вместо разновременных линий положения используется ряд равноточных и независимых обсерваций, дано А. П. Ющенко [241]. Это решение существенно упрощается, если такие обсервации выполняются через равные интервалы времени, а решение ведется в прямоугольной системе маршрутных координат, что приводит к симметричным формулам [242], которые использованы в ряде работ [91, 92, 95, 97, 243] и здесь не приводятся.

Названное решение задачи по обычной схеме совместного уравнивания ряда линий положения или обсерваций (называют также сглаживанием, или фильтрацией) требует использования сразу всех обрабатываемых измерений. Такое решение, кроме необходимости сохранять большие массивы чисел, нерационально тем, что после каждого нового измерения приходится все вычислять заново. Для устранения этого недостатка и служит упоминавшаяся рекуррентная процедура, идея которой принадлежит К. Ф. Гауссу, о чем подробно сказано в книге К. Браммера и Г. Зифлинга [244]. Разные варианты рекуррентной обработки на ЭВМ результатов наблюдений, в том числе в реальном масштабе времени и от разных источников, называют фильтрами Калмана, или алгоритмами калмановского типа. Поясним идею таких фильтров-алгоритмов на простых примерах¹.

Положим, имеются результаты x_i ($i=1, 2, \dots, n$) независимых и равноточных n измерений неизменной величины x со средним квадратическим отклонением одного измерения m . В таких условиях наиболее точной оценкой величины x является, как известно, среднее \bar{x}_n из всех n измерений, точность которого характеризуется величиной m_n :

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum x_i; \quad m_n^2 = \frac{m^2}{n}.$$

¹ Далее до конца параграфа написано совместно с А. А. Якушенковым.

Если в этих же условиях выполнено еще одно измерение с результатом x_{n+1} , то новые оценки среднего \bar{x}_{n+1} и его точности m^2_{n+1} можно выразить через предшествующие по этим же формулам, воспользовавшись тем, что $n\bar{x}_n = \sum_i^n x_i$ и $nm^2_n = m^2$:

$$\bar{x}_{n+1} = \frac{1}{n+1} (\bar{x}_n + x_{n+1}); \quad m^2_{n+1} = \frac{nm^2_n}{n+1}.$$

Вводя обозначение весового коэффициента $K_{n+1} = 1/(n+1)$, который тоже можно выразить через предшествующий $K_n = K_n/(1+K_n)$, представим предыдущие формулы в виде *одномерного алгоритма Калмана* для рассматриваемой задачи:

$$K_{n+1} = K_n/(1+K_n); \quad \bar{x}_{n+1} = \bar{x}_n + K_{n+1}(x_{n+1} - \bar{x}_n); \\ m^2_{n+1} = (1 - K_{n+1})m^2_n. \quad (4.21)$$

Как видим, на каждом этапе обработки наблюдений используются, кроме результата нового измерения x_{n+1} , три числа: K_n , \bar{x}_n и m_n , которые содержат сконцентрированную из всех предыдущих измерений информацию. Из формул (4.21) следует также, что с ростом числа измерений n уменьшается вес новых измерений, а точность оценки \bar{x} повышается, но все более медленно. В этом, кстати, и недостаток подобных фильтров. Они обладают возрастающей «инерцией» оценки \bar{x} и не могут сразу среагировать на изменение измеряемой величины x .

Описанный алгоритм фильтрации (4.21) можно представить и как алгоритм оптимального по точности объединения (комплексирования) однородной (или приведенной к ней) информации от двух источников x_1 и x_2 по схеме, показанной на рис. 4.8.

В соответствии с этой схемой выходной сигнал y выражается через x_1 , x_2 и K следующим образом:

$$y = K(x_1 - x_2) + x_2 = Kx_1 + (1 - K)x_2. \quad (4.22)$$

Заметим, что вариации измеряемой величины x в разности $x_1 - x_2$ исключаются, что уменьшает искажения полезного сигнала.

Из формулы (4.22) по правилу сложения дисперсий независимых величин находим:

$$m^2_y = K^2 m^2_1 + (1 - K)^2 m^2_2.$$

Видим, что эта и предыдущая формулы повторяют в иных обозначениях формулу (4.6) и предшествующую ей. Поэтому

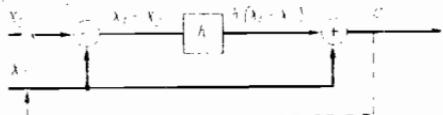


Рис. 4.8. Схема оптимального комплексирования

оптимальное по точности значение коэффициента K определяется тем же путем, что и формула (4.7):

$$K = m^2_2 / (m^2_1 + m^2_2),$$

с учетом чего аналогично формуле (4.9) получаем

$$m^2_y = \frac{m^2_1 m^2_2}{m^2_1 + m^2_2} = K m^2_1 = (1 - K) m^2_2. \quad (4.23)$$

Изложенное показывает, что одномерный калмановский алгоритм фильтрации (4.21) или объединения (комплексирования) (4.22) с оценкой точности результата (4.23) может быть истолкован как рекуррентное вычисление средневзвешенного. В первом случае (фильтрация) определяется такое среднее x_{n+1} из предшествующей оценки x_n с весом c/m^2_1 и нового измерения x_{n+1} с весом c/m^2_2 . К этому же сводится схема рис. 4.8, если в качестве x_2 принимать y , как показано пунктиром, когда формулы (4.22) и (4.23) принимают вид алгоритма (4.21).

При объединении информации от двух (или нескольких) источников, например, x_1 — счисление, а x_2 — обсервации или x_1 — показания гирокомпаса, а x_2 — магнитного компаса, алгоритм (4.22) — (4.23) дает те же результаты, что вычисление средневзвешенного с оценкой его точности по формулам (4.5) — (4.12). Заметим, что аналогичное оптимальное по точности объединение информации от нескольких источников с определением автокорреляционной функции результата рассматривалось ранее в статье автора [245].

Конечно, теория калмановских фильтров, которая развивается, далеко не исчерпывается рассмотренными случаями при сохранении той же идеи рекуррентной процедуры в многомерных алгоритмах такой фильтрации или комплексирования. При этом оперируют с матрицами наблюдения и состояния системы. Вместо весового коэффициента и дисперсий используются весовые и ковариационные матрицы.

Благодаря отмечавшимся достоинствам, включая приспособленность к расчетам на ЭВМ, алгоритмы фильтрации и комплексирования типа калмановских находят широкое применение в задачах автоматизации разных производственных процессов и управления подвижными объектами, в частности, в навигационных автоматизированных комплексах, и т. п. [21, 24, 36, 39, 188, 236—240, 246, 248].

В заключение напомним выработанные теорией и практикой судовождения рекомендации по контролю и коррекции счисления.

1. Устав [235] и Наставление [118] не требуют корректировки счисления по результатам каждой обсервации. Этого тем более не следует делать, если невязка объяснима случайными погрешностями счислимой и обсервованной точек или точность

этих точек примерно одинакова. Излишне частый и недостаточно обоснованный перенос счисления лишь снижает его точность и отвлекает внимание судоводителей.

2. Коррекцию счисления выполняют только по указанию капитана, когда имеется надежная обсервация с погрешностью меньшей, чем у счислимой точки, или лучше ряд обсерваций, выявляющих невязку и угол сноса. Перенос счисления в обсервованную точку снижает накопившуюся погрешность счисления до значения погрешности этой обсервированной точки. Изменение курса судна на угол сноса (поправка на снос) устраниет дальнейшее отклонение движения судна от намеченного направления (пока условия неизменны), но не возвращает судно на прежнюю линию пути.

3. Невязки и расхождения между приведенными к одному моменту обсервациями, значения которых превышают возможные случайные погрешности, указывают на невыявленные систематические или грубые погрешности счисления или (и) обсерваций. В таких случаях необходимо принять все возможные меры предосторожности, а также использовать все возможности для уточнения места судна.

4. Вопрос о коррекции счисления должен решаться с учетом основного штурманского правила: «Считай себя ближе к опасности» [249].

4.3. НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПЛАВАНИЯ

Усложнение условий судовождения, особенно крупнотоннажных и скоростных судов в стесненных водах, требует повышения точности и частоты обсерваций с оцениванием их погрешности, для чего нужно больше времени, которого и так не хватает. Наряду с автоматизацией судовождения и использованием ЭВМ, выход из положения видится в улучшении штурманской подготовки к плаванию с включением в нее всех расчетов и построений на картах, которые могут быть сделаны заранее. Таким путем раньше пошли в авиации, где подготовка к решению и решение многих штурманских задач перенесены на предполетное время [49, 248].

Аналогичная тенденция в судовождении проявляется, например, в разработке ускоренных способов определений места с предвычислением линий положения (см. параграф 3.5) и с использованием авиационных таблиц подобранных звезд [80, 228]. Но, пожалуй, более важно для практики увеличивать внимание к предварительной прокладке и к связанным с ней задачам, которые относят к подъему карт (конечно, откорректированных) [18, 104, 135, 164, 249, 252].

Подъемом карты называют подготовку ее к работе с учетом особенностей судна, намечаемого пути и времени перехода. Реб-

зультаты такой подготовки наносят на карту, что повышает ее информативность и облегчает оперативное решение задач судоходства во время плавания.

К подъему карт относят решение следующих задач.

1. Выделяют и обводят красным карандашом отдельные навигационные опасности и опасные для данного судна изобаты.

2. Дальность видимости огней маяков пересчитывают с учетом высоты мостика своего судна и изображают на карте дугами окружностей от маяков.

3. Предвычисляют и отмечают вдоль линии предполагаемого пути судна сведения об освещенности (день, ночь, сумерки).

4. Предвычисляют и надписывают в подходящем месте карты сведения о приливных явлениях (например, время наступления полной воды в порту, к которому отнесены сведения о приливах и течениях, напечатанные на данной карте).

5. Наносят границы территориальных вод, районов, запретных для постановки на якорь, районов действия местных правил и т. п. (ссылки на такие правила и наиболее важные выдержки из них выписывают на свободном месте карты).

6. Магнитное склонение приводят к году плавания и надписывают карандашом около его значений, напечатанных на карте, которые зачеркивают.

7. С помощью лоций намечают приметные ориентиры для визуальных и радиолокационных определений места. Подбирают и отмечают на карте створы таких ориентиров для точек поворотов, прохода вблизи опасностей, выхода к якорному месту и т. п.

8. Проводят ограждающие изолинии навигационных параметров, включая изобаты, у которых надписывают значения этих параметров с учетом поправок.

9. Вдоль пути судна отмечают границы дальности действия радиомаяков, надписывают их позывные и частоты. Отмечают границы рабочих зон фазовых и импульсных РНС, надписывают обозначения цепочек и пар станций, а также счислимые значения показаний приемоиндикаторов в месте их предполагаемого включения.

10. На районы узкостей, включая разделение движения и места для якорной стоянки, намечают ориентиры и способы определений по ним, для которых наносят сетки навигационных изолиний.

11. В полосе, прилегающей к линии намечаемого пути, проводят изолинии точности определений места планируемыми способами.

12. Рассчитывают и строят на свободном месте карты маршрутные графики точности обсерваций.

Конечно, не всегда необходимо выполнять все перечисленное, а в некоторых случаях, наоборот, требуется дополнительная подготовка карт к плаванию.

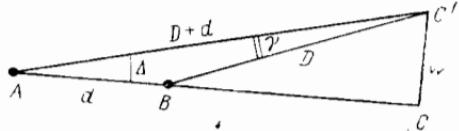


Рис. 4.9. К выводу формулы чувствительности створа

Остановимся на тех из перечисленных задач, которые непосредственно связаны с определениями места и оцениванием их точности, начиная с седьмой.

При подборе ориентиров для визуальных и радиоло-

кационных определений места вначале выделяют те из них, которые рекомендованы лоцией как наиболее приметные и легко распознаваемые, устанавливают дальность их надежного обнаружения и опознания. Затем, руководствуясь изложенными ранее рекомендациями (см. параграфы 3.1 и 3.2), подбирают такие сочетания этих ориентиров, которые обеспечивают наибольшую точность обсерваций и намечают основные и резервные способы определений места судна в плавании по участкам пути.

Пара любых приметных ориентиров образует створ, истинное направление которого получают измерением на карте. Такие створы в отличие от специально создаваемых называют естественными, хотя их могут образовывать и искусственные сооружения, создаваемые для иных целей (obelisk, заводская труба и т. п.).

Естественные створы позволяют легче и надежнее обеспечивать безопасность плавания. Иногда такие створы рекомендуются лоциями и показаны на картах. При самостоятельном подборе створных ориентиров надо убедиться, что задний из них не будет заслоняться передним, а чувствительность — достаточная.

Напомним, что линейная чувствительность w створа характеризуется наибольшим отклонением от его оси, при котором ориентиры (знаки) еще наблюдаются в створе, т. е. угол γ между направлениями на ориентиры меньше разрешающей способности зрения (рис. 4.9). Чтобы оценить чувствительность w створа, обратимся к рис. 4.9, где A и B — ориентиры, расстояние между которыми d — база створа (разнос знаков), C — проекция наблюдателя C' на ось створа, $D = BC'$ — расстояние до переднего ориентира, а $D + d \approx AC'$ — до заднего.

Из треугольников ACC' и ABC' имеем

$$\sin \Delta = w/(D + d); \quad \frac{\sin \Delta}{D} = \frac{\sin \gamma}{d}.$$

Отсюда, приравняв $\sin \Delta$ из обеих формул, получаем

$$w = \frac{D(D + d)}{d} \sin \gamma.$$

При расчете специальных створов [8] принимают $\gamma = 2'$, при наблюдении искусственных ориентиров симметричной формы

[154] $\gamma \approx 5'$, для естественных ориентиров осторожнее принять $\gamma = 10'$. С учетом этого, выражая D и d в милях, а w в кабельто-вах, представим предыдущую формулу в таком виде:

$$w = 0,03 \frac{D(D + d)}{d}. \quad (4.24)$$

Пример 4.8. Отдельная скала и приметная вершина образуют створ с базой $d = 3,2$ мили. Оценить линейную чувствительность этого створа на расстоянии от скалы $D = 5$ миль.

Подставляя исходные данные в формулу (4.24), получаем $w = 0,4$ кб.

Для непрерывного контроля за положением судна относительно ближайших опасностей служат ограждающие изолинии глубин (изобаты), пеленги (также створы), расстояния и т. п. [154].

Ограждающая изобата (называют также предостерегающей) назначается капитаном в зависимости от рельефа дна и осадки судна с учетом приливов. При подъеме карт эту изобату выделяют и около нее надписывают показания эхолота с учетом глубины погружения его вибраторов. В плавании непрерывным наблюдением за показаниями эхолота следят, чтобы судно не пересекло ограждающую изобату.

Линию ограждающего пеленга проводят на карте через приметный ориентир чисто от опасностей с запасом не менее $\Delta P_{\text{пр}}$ — предельной погрешности пеленга с учетом возможной предельной погрешности поправки компаса и измеряют пеленг ориентира $P_{\text{огр}}$ на этой линии (рис. 4.10). В плавании, наблюдая пеленг ориентира, следят за тем, чтобы судно не вошло в опасную зону.

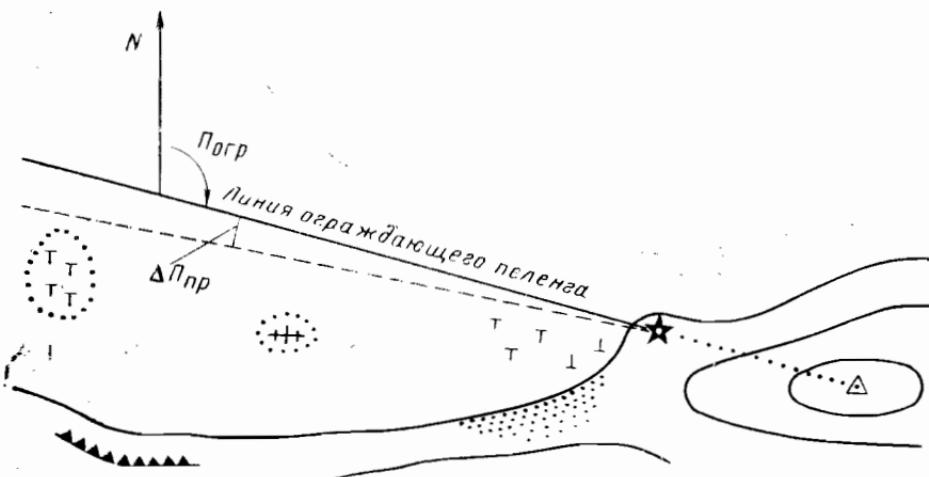


Рис. 4.10. Ограждающий пеленг

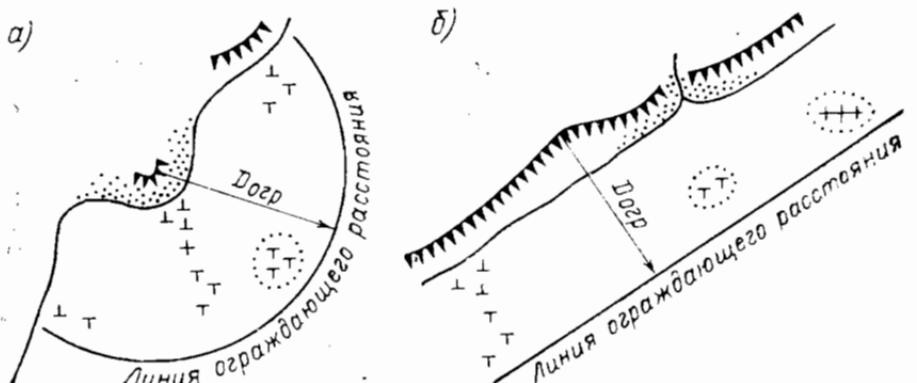


Рис. 4.11. Ограждающее расстояние:
а — приметного ориентира; б — обрывистого берега

Надежнее, если позволяют условия, подобрать, как описано выше, и использовать естественный створ двух ориентиров, определяя $\Delta P_{\text{пр}}$ с учетом чувствительности створа по формуле (4.24).

Ограждающие расстояния $D_{\text{огр}}$ применяют, когда путь судна огибает мыс (островок, скалу), хорошо видимый на экране РЛС, или проходит вдоль обрывистого берега, дающего четкое радиолокационное изображение. На карте проводят окружность (рис. 4.11, а) или прямую линию (рис. 4.11, б), которая охватывает с некоторым запасом зону опасностей, и измеряют расстояние $D_{\text{огр}}$. В плавании, установив подвижный круг дальности РЛС на значение величины $D_{\text{огр}}$, следят, чтобы судно не приблизилось к мысу или к берегу на расстояние, меньшее $D_{\text{огр}}$, и тем самым не вошло бы в опасную зону.

При подготовке карт к использованию радиотехнических средств судовождения (РТС) надо вначале отметить на линии пути места, где судно войдет в рабочую зону РТС и выйдет из нее, учитывая, если надо, день будет или ночь. Границы рабочих зон устанавливают по описаниям и схемам пособия РТСНО, по таблицам РНС, где также имеются схемы рабочих зон, или с помощью приложений книг [20, 169, 174, 175, 178, 190]. Для того места на линии пути, где судно войдет в рабочую зону РТС и будет включен приемоиндикатор, определяют по радионавигационной карте счислимые значения радионавигационных параметров (отсчетов). Как отмечалось выше, эти значения, а также позывные радиомаяков и их частоты, обозначения цепочек и пар РНС надписывают на картах. Такая подготовка позволит эффективнее и с меньшими потерями времени использовать РТС в плавании.

После того как для районов узостей, разделения движения, якорных мест и подходов к ним выбраны ориентиры и намечены

способы планируемых определений места (см. выше), целесообразно заранее построить на картах сетки изолиний навигационных параметров, даже простых. В качестве примеров такого рода на рис. 4.12 показана разреженная сетка пеленгов двух ориентиров, а на рис. 4.13 — сетка для радиолокационных определений по пеленгам и расстояниям пристального мыса при проходе узкости. Такие сетки наносят на карты цветной тушью, надписывая тем же цветом значения параметров. Использование сеток изолиний параметров во время плавания позволяет получать обсервованные точки сразу же после измерений параметров, выполняя на карте графическую интерполяцию на глаз.

Изолинии точности определений места — линии постоянных значений кругов (в частности, 95 %-ного) погрешностей определений рекомендуется [164] строить заранее при подъеме карт, что позволяет наиболее быстро и строго оценивать точность обсерваций в плавании. Изолинии точности помогают также выбирать путь судна, лучше обеспеченный обсервациями.

Изолинии точности определений по двум пеленгам были описаны ранее и показаны на рис. 3.2. Пользуясь рис. 3.2, можно

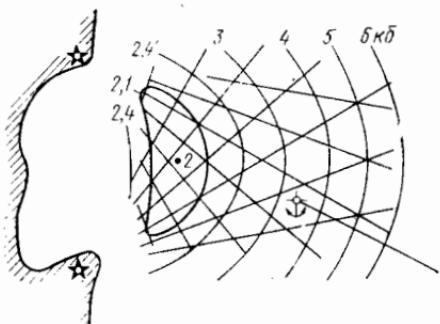


Рис. 4.12. Сетки азимутальные и изолинии точности места по двум пеленгам

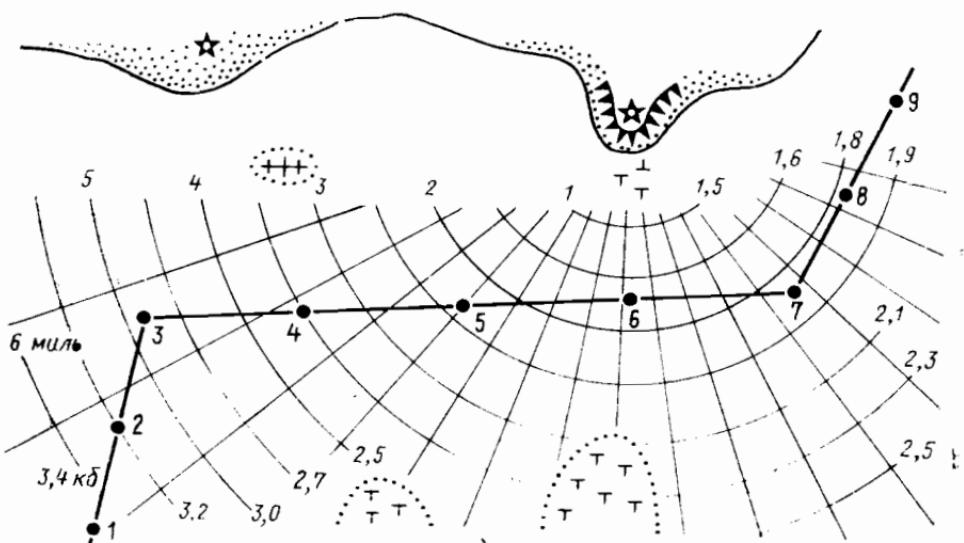


Рис. 4.13. Сетки азимутальная, стадиометрическая и изолинии точности места

Таблица 4.3

θ	μ									
	3	1,2	1,05	1	1,05	1,2	1,5	2	2,5	3
30° (150°)	0,13	0,35	—	—	—	0,61	0,73	0,88	1,00	1,12
60° (120°)	0,08	0,26	0,36	—	0,55	0,69	0,87	1,10	1,28	1,43
90	0,07	0,24	0,33	0,46	0,60	0,77	0,96	1,17	1,36	1,53

построить такие изолинии точности для любой пары ориентиров. Покажем, как это делать на примере.

Пример 4.9. В районе, изображенном на рис. 4.12, где расстояние между ориентирами $D=6,2$ мили, построить сетку изолиний точности определений по двум пеленгам этих ориентиров, принимая полную среднюю квадратическую погрешность пеленгов $m = 1^{\circ}$.

На рис. 3.2 (правая половина) из центра базы проводим прямые под углами θ через 30° к базе и измеряем по этим прямым расстояния до изолиний точности. Полученные расстояния, выраженные относительно базы, т. е. длина базы принята за единицу, приведены в табл. 4.3.

Теперь новую базу $D=6,2$ мили умножаем на числа из табл. 4.3, что дает длины радиусов-векторов изолиний, которые откладываем под теми же углами θ к базе на рис. 4.12. Соединив полученные точки плавными кривыми, получаем изолинии точности для тех же значений μ . Напомним (см. параграф 2.1), что в точке с минимальной погрешностью $R_{\min} = 0,32Dm_{\Pi}$, где R — в кб, D — в милях, а m_{Π} — в градусах. По условиям примера $R_{\min}=2$ кб (на рис. 4.12 возле этой точки приведено 2).

Для изолиний с другими μ рассчитываем $R = \mu R_{\min}$; полученные значения R приведены на рис. 4.12 возле изолиний точности. Видим, в частности, что в точке постановки судна на якорь точность определения его места по пеленгам двух этих ориентиров оценивается погрешностью $R \approx 3,5$ кб.

Табл. 4.3 содержит относительные радиусы-векторы изолиний точности определений по двум пеленгам для выбранных значений μ , вследствие чего эта таблица может использоваться для построения таких изолиний любой пары ориентиров с заданной базой D , как это показано, при решении примера 4.9.

При других способах определений места их изолинии точности строят с помощью специальных диаграмм и типовых графиков [7, 25, 42, 110, 156] или по схемам рабочих зон РНС, помещаемым в РТСНО, в таблицах и книгах [174, 175, 178, 190]. В некоторых случаях проще воспользоваться прямым расчетом и построением нужных изолиний, что покажем на примере.

Пример 4.10. Для условий, представленных на рис. 4.13, построить изолинии точности определений по радиолокационным расстояниям и пеленгам приметного мыса, принимая средние квадратические погрешности измерений пеленгов $m_{\Pi}=1,5^{\circ}$, расстояний $m_D=0,5$ кб, а предельную погрешность объекта $\Delta_D=1$ кб (по измерениям на карте, как сказано в параграфе 3.2).

Для такого способа определений места 95%-ный круг погрешностей R рассчитывается по формуле (3.5):

$$R = \sqrt{\left(\frac{2m_{\Pi}}{57,3^{\circ}} D\right)^2 + (2m_D)^2 + \Delta_D^2}. \quad (4.25)$$

Из формулы (4.25) следует, что при постоянных (в пределах рассматриваемого небольшого района) погрешностях измерений m_{Π} и m_D , условие $R = \text{const}$ выполняется при $D = \text{const}$, т. е. изолиниями точности определений служат окружности с центром у ориентира. Так как на рис. 4.13 уже были проведены такие окружности — изолинии расстояний для определений места (эти расстояния в целых милях надписаны слева от дуг окружностей), то остается рассчитать по формуле (4.25) значения R для тех же D . Полученные по формуле (4.25) значения R (в кб) надписаны справа у дуг тех же окружностей.

Изолинии точности определений места дают весьма полную и наглядную информацию о распределении точности обсерваций в районе. Однако расчет их и построение довольно сложны, а если возможны определения разными способами, то наложение разных сеток изолиний точности затрудняет их использование.

Проще, вполне строго и достаточно наглядно вопросы оценки точности обсерваций решаются с помощью *маршрутных графиков точности* [253]. Идея таких графиков состоит в следующем. На каждом из участков намеченного пути выбирают по несколько точек (см. рис. 4.13, где такие точки пронумерованы от 1 до 9). Для этих точек измеряют расстояния до ориентиров, углы между направлениями на них и т. п., по которым рассчитывают круги погрешностей обсерваций планируемыми способами.

Результаты расчетов представляют графически (рис. 4.14) в прямоугольных координатах. Вдоль оси абсцисс откладывают выпрямленное расстояние x вдоль пути судна от точки, принятой за начальную, а вдоль оси ординат — вычисленные значения R , которые для наглядности изображают в более крупном масштабе. Плавная кривая, соединяющая полученные точки (она может иметь изломы и разрывы в точках изменения способа определений и курса судна), характеризует точность определений места вдоль линии пути судна.

Пример 4.11. Для пути судна, намеченного на рис. 4.13 точками 1—9, построить маршрутные графики точности обсерваций (95%-ных кругов погрешностей R) в двух вариантах: 1) для визуальных определений по пеленгам двух маяков, расстояние между которыми $D=4$ мили, принимая априорно средние квадратические погрешности пеленгования $\varepsilon=0,5^\circ$, и принятой поправки компаса $\delta=1^\circ$ (полная погрешность $m_{\Pi}=1,1^\circ$); 2) по пеленгу и расстоянию до приметного мыса, измеряемым радиолокатором со средними квадратическими погрешностями, которые приняты в примере 4.10.

На линии пути судна выбираем ряд точек, которые помечены на рис. 4.13 номерами от 1 до 9. Для каждой точки измеряем расстояния до маяков D_1 и D_2 и угол между направлениями на них $\Delta\Pi$. Результаты этих измерений представлены в табл. 4.4.

Принимая, что 95%-ный круг погрешностей определений по двум пеленгам $R_{\text{вз}}$ равен примерно удвоенной средней квадратической погрешности места m_m , воспользуемся

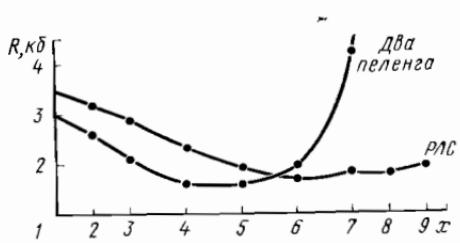


Рис. 4.14. Маршрутный график точности

Таблица 4.4

№ точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D_1 , мили	4,6	3,6	2,6	2,6	3,4	4,5	5,8	6,1	6,4
D_2 , мили	6,3	5,5	4,9	5,5	2,3	1,7	2,2	2,1	2,4
$\Delta\Pi$, градусы	40	45	53	79	86	59	25	8	7
$R_{вз}$, кб	3,0	2,6	2,1	1,6	1,6	1,9	4,2	12,9	15,1
$R_{РЛС}$, кб	3,5	3,2	2,9	2,3	1,9	1,7	1,8	1,8	1,9

формулой (3.1), которую представим в таком виде:

$$R_{вз} = \frac{2\epsilon}{57,3^\circ \sin \Delta\Pi} \sqrt{D^2_1 + D^2_2 + 4D^2}. \quad (4.26)$$

Результаты вычислений $R_{вз}$ для точек с номерами 1—9 представлены в табл. 4.4, где также приведены результаты вычислений $R_{РЛС}$ по радиолокационному пеленгу и расстоянию мыса по формуле (4.25). Полученные значения $R_{вз}$ и $R_{РЛС}$ использованы для построения маршрутных графиков точности обсерваций, представленных на рис. 4.14.

Как видим (см. рис. 4.14), на участке между точками 5 и 6 точность определений рассматриваемыми способами одинакова: до этого участка точнее визуальные определения, а после — радиолокационные. Понятно, что аналогичные графики точности можно построить более чем для двух способов определений, применимых в данном районе.

Пользуясь такими графиками, легко оценивать точность обсерваций на любом участке линии пути, а практически и вблизи этой линии.

В итоге, чем полнее и тщательнее штурманская подготовка к плаванию, тем выше навигационная безопасность плавания.

4.4. НАВИГАЦИОННАЯ ЭРГОНОМИКА¹

Анализ аварийности на флоте показывает, что непосредственной или косвенной причиной большинства аварий являются неправильные действия или ошибочное бездействие судоводителей. Эти причины называют обобщенно «человеческим фактором» [2, 254—260]. Несмотря на очевидную и особую важность такого фактора, его научное исследование с использованием количественных показателей при выполнении натурных наблюдений и лабораторных экспериментов по сути только разворачивается. Объясняется это, в первую очередь, чрезвычайной сложностью объекта исследования — поведения человека при производственной деятельности.

¹ Параграф написан совместно с А. И. Шевченко.

Изучением трудовой деятельности человека, включая его взаимодействие с техническими средствами, с целью повышения безопасности и эффективности работы занимается эргономика (от греч. *ergon* — труд и *nomos* — закон). Она, имея свой предмет и методы исследования, широко пользуется достижениями технических наук, психологии (особенно инженерной), физиологии, научной организации и гигиены труда и т. п. [254, 255, 261—264]. Эргономический анализ и вытекающие из него практические рекомендации находят применение во всех областях производственной деятельности. Здесь ограничимся лишь некоторыми сведениями из *навигационной эргономики*, подразумевая под этим приложение общей эргономики к работе судоводителей при решении задач навигации, таких, как выбор пути судна, счисление, выполнение обсерваций, и т. п.

Решение любой навигационной задачи можно условно представить состоящим из трех последовательных этапов:

1) наблюдения (опознание и выбор ориентиров, подготовка приборов, измерения и запись их результатов);

2) обработка наблюдений (исправление результатов измерений, вычисления, прокладка, оценка точности результатов);

3) принятие решения (анализ результатов, прогноз развития событий, решения, контроль и т. д.).

Наиболее важным для обеспечения навигационной безопасности является надежность решения, которая характеризуется вероятностью P отсутствия грубой ошибки (промаха, просчета) судоводителя. Считая, что вероятности таких грубых ошибок на каждом этапе P_i ($i=1, 2, 3$) независимы, общую оценку надежности решения задачи находим по правилу умножения вероятностей:

$$P = qP_1P_2P_3, \quad (4.27)$$

где q — коэффициент, учитывающий условия ($0 < q \leq 1$).

Входящие в эту формулу показатели надежности P_i зависят от сложности действий на каждом этапе, характеризуемой числом n выполняемых элементарных операций, как показано в табл. 4.5 по материалам ряда работ [254, 261, 262].

Приведенные в табл. 4.5 значения P_i соответствуют наиболее благоприятным (комфортным) условиям работы, при которых принимается коэффициент $q=1$. В сложных условиях этот коэффициент снижается до 0,8—0,9, в особо напряженной ситуации

Таблица 4.5

n	1—7	5—15	10—30	Более 30
P_i	0,995	0,99	0,95	0,9—0,8 и менее

при резком дефиците времени — до 0,7, а при экстремальных стрессовых ситуациях может быть и меньше.

Конечно, приведенные числовые данные носят весьма ориентировочный характер. Эти расплывчатые «условия» охватывают разные и разнородные факторы. К ним относятся состояние и влияние на человека внешней среды: видимость, температура, влажность, шум, качка, вибрация и т. п. [254, 261—264]. Особо важную роль играют психофизиологические особенности и состояние судоводителя [259, 264], чем обосновываются, например, предложения ввести психологические паспорта моряков [258], а также специальные тренировки и принципы комплектования экипажей, вахт [254, 263, 264]. Здесь следует напомнить, что судовождение всегда связано с риском, и от особенностей личности зависит, какой риск при данных конкретных обстоятельствах оправдан. Любое отклонение от обоснованного, расчетливого риска приводит либо к авантюризму, либо к перестраховке [256].

В процессе обучения и работы у судоводителя вырабатываются стереотипы (шаблоны, автоматизм) решения часто встречающихся задач судовождения, что, безусловно, повышает надежность и быстроту решения таких задач. Однако в сложных условиях и при решении нестандартных задач укоренившийся стереотип играет отрицательную роль и не раз был причиной аварий. Такое же неоднозначное влияние оказывают и стрессовые ситуации. В одних случаях они мобилизуют все возможности человека, а в других приводят к его полному «отключению» от развивающихся событий [256].

Вообще ограниченные природные возможности человека по восприятию и переработке поступающей информации оказывают существенное влияние на оценку им ситуации и принимаемые решения. Например, по исследованиям ЦНИИМФа [265], надежность выполнения судоводительских функций на судах на подводных крыльях на 50% ниже, чем на водоизмещающих судах при их обычных скоростях.

Изложенное, расчеты по формуле (4.27) с использованием данных табл. 4.5 и значений коэффициентов q для «обычных», или «средних», условий позволяют приближенно оценить надежность P определений места судна разными способами. Подчеркнем, что такой показатель характеризует вероятность безошибочного (правильного, без промахов и просчетов) решения, но отнюдь не точного, так как неизбежны погрешности наблюдений и их обработки. С учетом этих замечаний получаем следующие значения показателя P надежности обсерваций: астрономических 0,8; визуальных, по радиолеленгам, по неавтоматизированным измерениям с помощью РЛС и приемоиндикаторов РНС 0,9—0,95; с помощью автоматизированных приемоиндикаторов РНС и САРП 0,99—0,995.

Несмотря на весьма и весьма ориентировочный характер приведенных оценок, они, во-первых, показывают относительную на-

дежность разных способов определений места; во-вторых, убеждают, что ни один из них в отдельности не обеспечивает должную навигационную безопасность; в-третьих, свидетельствуют, что реальным путем повышения надежности обсерваций является их автоматизация, исключающая или уменьшающая на отдельных этапах влияние человеческого фактора.

Другие известные пути повышения навигационной безопасности выработаны всем накопленным опытом мореплавания. Этот обобщенный опыт представлен в Уставе [235], Наставлении [118], других руководящих документах, во всех учебниках и во многих публикациях для судоводителей. Основное содержание их требований и рекомендаций сжато выражается следующими словами: ответственность, аккуратность, контроль, дублирование, осторожность.

Судоводителя никогда не должно покидать чувство высочайшей ответственности за порученное ему дело, за доверенные ему жизни людей, сохранность судна, грузов и окружающей среды. Это чувство ответственности обязывает к непрерывному совершенствованию своих специальных знаний и практических навыков.

Издавна штурманская аккуратность справедливо считается необходимой профессиональной чертой характера судоводителя. Это значит всегда и все штурманское хозяйство содержать в полном порядке. Это значит, все записи, особенно на карте, в навигационных расчетах и в судовом журнале, включая черновой, надлежит делать четко и разборчиво, так, чтобы они легко и правильно читались, не порождая сомнений и двоякого толкования.

Ответственность и аккуратность судоводителя проявляются при выполнении любых наблюдений, измерений, вычислений и построений, на которых в эти моменты должно быть сосредоточено все его внимание.

Для своевременного обнаружения и устраивания возможных промахов и просчетов служат контроль и дублирование, в первую очередь самоконтроль. Так, нельзя ограничиваться одиночными измерениями и тем более полагаться на них. Показания компасов регулярно контролируют сличением и определением поправок.

Откладывая на карте расстояние, пройденное по лагу с учетом его поправки, надо проверять это расстояние по времени и скорости, в том числе по частоте вращения винта, и, кроме суммирования ежечасных плаваний, проверять результат по разности отсчетов лага за вахту.

При получении обсервованных точек необходимо сопоставлять расстояние между ними с плаванием по счислению, а измеренные глубины — с обозначенными в этих местах на карте. Наиболее надежный контроль обсерваций достигается повторением их, желательно по другим ориентирам, а еще лучше дру-

гими, даже менее точными способами. Особого внимания требует контроль курса, счисления и последних обсерваций предшественника при заступлении на ходовую вахту. Конечно, общий и постоянный контроль работы судоводителей осуществляют капитан и его старший помощник.

Наиболее сложно плавание в стесненных водах, когда для принятия правильных решений требуется получение и оценка такого количества навигационной информации, которое превышает возможности человека. В таких условиях для работы на мостике вызывают всех помощников капитана. Это намного повышает навигационную безопасность, но лишь при условии, что обязанности между всеми четко распределены и освоены. В таких районах, особенно на подходах к портам, все шире применяются системы централизованного управления движением судов, включающие береговые РЛС и вычислительную технику [266]. Все это показывает, что навигационная эргономика не может ограничиваться изучением деятельности капитана или его вахтенного помощника как человека-оператора. В судовождении одновременно участвует группа людей. Такие системы называют полиэргатическими, роль человеческого фактора в них возрастает и усложняется.

4.5. ОЦЕНКА НАВИГАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Обеспечение навигационной безопасности — необходимое условие охраны жизни на море и среды от загрязнения, эффективной работы флота. Многочисленные научные исследования, технические разработки и организационные мероприятия направлены на повышение этой безопасности. Однако количественная оценка достигнутого уровня навигационной безопасности и влияния на него проводимых мероприятий вызывает серьезные затруднения. Статистика аварий отражает лишь долговременные тенденции прошлого, что снижает ее значение для принятия оперативных мер. Поэтому наряду со статистическим анализом аварийности необходимо, видимо, разрабатывать методы количественной оценки влияния отдельных факторов на навигационную безопасность. Основой таких методов может служить общая теория надежности функционирования сложных систем [267]. Предложение по надежностной оценке навигации выдвинуто и развито для авиации в работах Г. Ф. Молоканова [49, 74], применительно к речному судоходству — в книгах С. Б. Ольшамовского и др. [75], Д. К. Земляновского [76], а для морского судовождения — в работах автора [77, 78], В. М. Митника [268].

Основным показателем навигационной безопасности, или надежности навигации, примем вероятность отсутствия навигационного происшествия (аварии) в течение определенного интервала времени (за переход, рейс, месяц, год). К таким произше-

ствиям относят все случаи касания судном грунта вследствие ошибок выбора пути и проводки по нему судна. В этом смысле границей навигационной опасности будем считать изобату с глубиной H , равной осадке судна T (такая изобата показана пунктиром на рис. 4.15).

Очевидно, навигационные происшествия возможны лишь, когда судно проходит вблизи опасностей. Кратчайшее расстояние D между судном и опасностью известно по результатам обсерваций и счисления с неизбежными погрешностями. Когда суммарное значение этих погрешностей ΔD таково, что действительное расстояние до опасности оказывается равным нулю, происходит навигационное происшествие. Следовательно, вероятность такого события зависит от расстояния D и его погрешности, среднее квадратическое значение которой обозначим m_D . Эта погрешность зависит от того, с какой точностью известны место судна и положение опасности. Поэтому в соответствии с формулой (4.3) имеем

$$m_D = \sqrt{d_{\text{м.с}}^2 + d_{\text{п.о}}^2}, \quad (4.28)$$

где $d_{\text{м.с}}$ и $d_{\text{п.о}}$ — средние квадратические погрешности места судна и положения опасности вдоль соединяющей их линии.

Значение $d_{\text{м.с}}$ равно проекции эллипса погрешностей места судна в момент кратчайшего сближения с опасностью на нормаль к линии пути судна (см. рис. 4.15). Иначе говоря, $d_{\text{м.с}}$ — радиус-вектор или полудиаметр подеры эллипса вдоль названной нормали. Он выражается формулой (4.1), где a — угол между полуосью эллипса a и направлением на опасность. Если ориентацию эллипса характеризовать углом ψ между полуосью a и линией пути судна, то та же формула (4.1) принимает вид:

$$d_{\text{м.с}}^2 = a^2 \sin^2 \psi + b^2 \cos^2 \psi. \quad (4.29)$$

Если место судна определяется в момент кратчайшего сближения с опасностью, то в эту формулу входят полуоси a и b

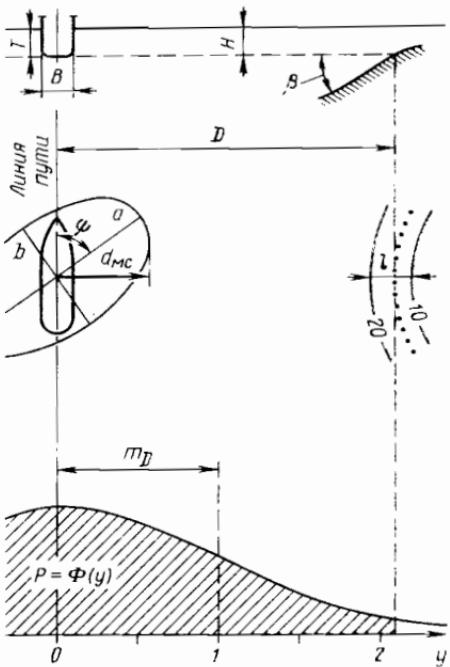


Рис. 4.15. К оценке показателя навигационной безопасности

эллипса погрешностей, характеризующего точность этого определения. Если последнее определение места выполнено за время t до момента кратчайшего сближения с опасностью, то дополнительно надо учитывать боковую составляющую погрешности счисления за это время. При небольших t погрешность счисления нарастает примерно пропорционально времени, с учетом чего предыдущую формулу представим в более общем виде:

$$d_{\text{н.с}}^2 = a^2 \sin^2 \psi + b^2 \cos^2 \psi + (k_{\perp} t)^2. \quad (4.30)$$

Сюда входит коэффициент k_{\perp} боковой составляющей погрешности счисления:

$$k_{\perp}^2 = (m_k^2 + m_{\alpha}^2) \left(\frac{V_n}{57,3^\circ} \right)^2 + \left(\frac{v_t m_{k_t}}{57,3^\circ} \right)^2 \cos^2 q + m_{v_t}^2 = \sin^2 q, \quad (4.31)$$

где

V_n и v_t — соответственно скорость судна по лагу и скорость течения, составляющая угол q с линией пути судна;

m_k , m_{α} , m_{k_t} и m_{v_t} — средние квадратические погрешности соответственно курса, угла дрейфа, направления и скорости течения.

В тех случаях, когда точность счисления характеризуется круговой погрешностью, последнее слагаемое в формуле (4.30) надо выразить по формуле (4.2), а для ориентировочных расчетов можно принимать, как было сделано в формуле (3.28), $k_{\perp} = 0,2 \div 0,3$ мили/ч.

Второе слагаемое формулы (4.28) характеризует общую погрешность, с которой известно положение опасности. Часть этой погрешности обусловлена погрешностью планового положения отметок глубин (изобат) по нормали к линии пути судна. Эта часть выражает точность гидро- и картографических работ и для тиражного оттиска карт оценивается средней квадратической величиной $d_{\text{пл}} \approx 1$ мм в масштабе карты.

При работе с крупномасштабными картами, когда судно проходит вблизи опасностей, следует учитывать также средние квадратические погрешности измерений глубин m_h и расчетной высоты прилива m_h , которые переводятся в плановые погрешности (см. рис. 4.15) в зависимости от угла уклона β морского дна у опасности вдоль нормали к линии пути судна [8, 9]. Аналогично этому проявляется и погрешность осадки судна, среднее квадратическое значение которой m_t должно учитывать качку судна и проседание его на мелководье [269]. Так как перечисленные погрешности независимы, то

$$d_{\text{н.о}}^2 = d_{\text{пл}}^2 + (m_h^2 + m_h^2 + m_t^2) \operatorname{ctg}^2 \beta. \quad (4.32)$$

Заметим, что входящую сюда величину $\operatorname{ctg} \beta$ можно определить по карте, измерив вдоль линии кратчайшего сближения

судна с опасностью расстояние l (в кб) между 10- и 20-метровыми изобатами:

$$\operatorname{ctg} \beta = 18,5l. \quad (4.33)$$

Таким образом, по формулам (4.28)–(4.33) оценивается средняя квадратическая погрешность m_D , с которой может быть известно кратчайшее расстояние D до опасности. Нормированная величина этого расстояния

$$y = D/m_D. \quad (4.34)$$

Так как для оценки навигационной безопасности при выборе пути могут использоваться только априорные характеристики точности, то необходимо учитывать возможные вариации условий счисления и обсерваций. В конце параграфа 1.5 отмечалось, что хорошее согласие с экспериментальными данными дает смешанное (нормальное и логарифмически нормальное) распределение погрешностей, которое для больших отклонений практически совпадает с более простым распределением Лапласа (1.61). Этому распределению соответствуют значения вероятности $P_L(|\Delta D| \leq y m_D)$, приведенные в табл. 1.4. Однако для оценки навигационной безопасности в расчет должна приниматься вероятность того, что погрешность ΔD не только не больше D , но еще и направлена в сторону опасности. Такая вероятность $\Phi(y)$ выражается формулой:

$$\Phi(y) = \frac{1}{2} (1 + P_L) = 1 - e^{-y\sqrt{\pi/2}}. \quad (4.35)$$

Расчеты по этой формуле дают значения $\Phi(y)$, представленные в табл. 4.6, где индексы обозначают по-прежнему число повторяющихся девяток.

Распределение вероятностей $P = \Phi(y)$ схематично показано в нижней части рис. 4.15, где вся площадь под кривой равна единице, а заштрихованная ее часть (на рис. 4.15 до $y=2$) выражает вероятность (здесь $P=0,959$) того, что погрешность ΔD направлена к опасности и не больше расстояния D до нее. Эта вероятность P служит численной оценкой навигационной безопасности, иначе говоря, показателем надежности навигации за время прохождения судном данной опасности. Вероятность противоположного события, т. е. того, что погрешность ΔD направлена к опасности и меньше расстояния D до нее, вследствие чего судно сядет на мель, составляет $1-\Phi(y)$.

Таблица 4.6

y	0	1	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$\Phi(y)$	0,5	0,857	0,959	0,978	0,988	0,994	0,997	0,998	0,999

Итак, для оценки навигационной безопасности надо вычислить m_D по формулам (4.28)–(4.33), затем в зависимости от намечаемого расстояния до опасности D найти по формуле (4.34) его нормированную величину y и, наконец, расчетом по формуле (4.35) или выборкой из табл. 4.6 получить искомую вероятность $P=\Phi(y)$, характеризующую надежность навигации.

Пример 4.12. На судне, идущем со скоростью $V_{\text{п}}=20$ уз, за 20 мин до прохождения навигационной опасности выполнена обсервация, точность которой характеризуется средним квадратическим эллипсом погрешностей с полуосами $a=2$ кб, $b=1$ кб и углом $\psi=60^\circ$. Учитываемое течение имеет скорость $v_r=1$ уз и направлено под углом $q=45^\circ$ к линии пути судна. Точность счисления характеризуется следующими значениями средних квадратических погрешностей: $m_k=m_\alpha=1^\circ$; $m_{k_T}=20^\circ$; $m_{v_T}=0,3$ уз. Масштаб карты 1 : 200 000, чему соответствует погрешность планового положения глубин (изобат) $d_{\text{пл}}=-200$ м. Измеренное на карте вдоль линии кратчайшего сближения судна с опасностью расстояние между 10–20-метровыми изобатами $l=20$ кб. Точность глубин и осадки судна характеризуются средними квадратическими погрешностями $m_h=0,2$ м; $m_n=0,5$ м и $m_T=0,3$ м.

Определить вероятность того, что судно благополучно минует опасность, если новые обсервации невозможны, а его курс проложен из последней обсервованной точки с расчетом пройти на расстоянии $D=7,5$ кб от опасности.

Вычисления по формулам (4.28)–(4.33) дают $m_D=3$ кб. По формуле (4.34) находим $y=2,5$ и выбираем из табл. 4.6 $\Phi(2,5)=0,978$. Этим оценивается надежность навигации при прохождении судном данной опасности. Очевидно, что такая надежность не может быть признана удовлетворяющей требованиям безопасности плавания. Действительно, полученная оценка вероятности $P=0,978$ означает, что при многократном повторении таких же условий судно будет в среднем 22 раза из тысячи садиться на мель из-за того, что путь его выбран недопустимо близко к опасности.

Рассмотренный пример специально подобран так, чтобы показать возможность учета всех названных ранее факторов. Обычно в этом нет необходимости, так как формулы (4.28)–(4.32) выражают квадратичное сложение, при котором [см. формулу (4.15) и табл. 4.2] результат зависит в основном от большего слагаемого. Как правило, достаточно учитывать только точность, с которой известно место судна. Даже при решении примера 4.12, если пренебречь погрешностями положения опасности (хотя по условиям примера угол уклона дна $\beta \approx 15^\circ$), то будет получено $m_D=2,7$ кб; $y=2,8$ и $P=0,970$, что практически совпадает с прежним результатом.

Заметим, что показатель надежности оценивается вероятностью, близкой к единице. Такую вероятность удобно выражать количеством десятичных девяток до первой, отличной от девяти, цифры. Так, в примере 4.12 получена оценка надежности «одна девятка».

Изложенное по оцениванию надежности навигации позволяет решать и обратную задачу, когда требуется найти минимальное расстояние от опасности, на котором надо наметить путь судна, чтобы обеспечить заданный уровень надежности P . Для решения такой задачи по заданному значению величины $P=\Phi(y)$

обратным входом в табл. 4.6 выбирают y , после чего на основе формулы (4.34) получают $D = y m_D$.

Пример 4.13. В условиях примера 4.12 определить, на каком минимальном расстоянии от опасности D следует наметить путь судна из обсервованной точки, чтобы надежность навигации за время прохождения данной опасности характеризовалась «тремя девятками».

Из табл. 4.6 находим, что заданному условию соответствует $y=5$. Используя полученное при решении примера 4.12 значение $m_D=3$ кб, находим искомое кратчайшее расстояние до опасности $D=5m_D=1,5$ мили.

Описанная методика по использованию количественной зависимости между точностью и надежностью навигации допускает как ее детализацию, так и обобщение.

Детализация заключается, например, в том, что входящие в формулы (4.29) и (4.30) элементы эллипса погрешностей могут быть представлены в зависимости от применяемого способа определений места, как описывалось в предыдущих главах. В формуле (4.29) дополнительным слагаемым может быть учтено боковое смещение судна вследствие рыскания, что приводит к задаче о выбросах случайного процесса [49]. Входящая в формулу (4.32) величина m_h может быть рассчитана с учетом расхождения времени, на которое предвычислена высота прилива, и времени фактического прохождения судном опасности. Кроме того, может быть учтено изменение уровня моря вследствие сгонно-нагонных явлений и т. п. При вычислении величины y по формуле (4.34) расстояние D следует уменьшить на половину ширины судна B , что может иметь практическое значение при плавании в стесненных водах и т. д.

Обобщение методики заключается в распространении ее на задачи, которые охватывают рассмотренную выше как частный случай. Обратимся к некоторым из таких задач.

Если судно последовательно проходит n опасностей, например, следя от мыса к мысу вдоль побережья, и если условия таковы, что прохождения этих опасностей можно считать независимыми событиями, то показатель надежности навигации за время всего перехода оценивается величиной

$$P = \prod P_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где P_i — показатели надежности прохождения каждой опасности, которые оцениваются, как описано выше и показано в примере 4.12.

Если судно должно пройти между двумя опасностями, то, кроме вопроса о выборе пути, обеспечивающем наибольшую надежность навигации, возникает вопрос об оценке этой надежности.

Как видно из формулы (4.28), средние квадратические погрешности m_{D_L} и m_{D_R} , с которыми известны расстояния до левой D_L и правой D_R опасностей, могут отличаться только за счет второго слагаемого, т. е. за счет величины $d_{\text{п.о.}}$. Поэтому наиболее безопасному пути соответствует условие

$$D_L/m_{D_L} = D_R/m_{D_R} = y. \quad (4.36)$$

Это значит, что путь надо выбирать ближе к той опасности, положение которой известно точнее, в частности, у которой более крутой уклон дна, как это следует из формулы (4.32).

При таком выборе пути между двумя опасностями для оценки надежности навигации вначале рассчитывают по формуле (4.36) величину y , по которой выбирают из табл. 4.6 значение величины $\Phi(y)$, а затем находят показатель надежности P благополучного прохода данной узкости:

$$P = 2\Phi(y) - 1. \quad (4.37)$$

Пример 4.14. Используя условия и решение примера 4.12, будем считать дополнительно, что слева имеется вторая опасность с расстоянием до нее $D_{\text{дл}}=10$ кб и погрешностью определения этого расстояния $m_{D_{\text{дл}}}=4$ кб, так что выполняется условие (4.36) и $y=2,5$. Оценить надежность навигации за время прохода узкости.

Из табл. 4.6 выбираем $\Phi(2,5)=0,978$. Далее по формуле (4.37) получаем $P=0,956$. Как видим, из-за второй опасности надежность навигации уменьшилась по сравнению с результатом примера 4.16. Вероятность аварии увеличилась с 22 до 44 случаев на тысячу.

Изложенные рассуждения велись в предположении, будто измерения и расчеты судоводителей не имеют грубых погрешностей (промахов), а навигационная аппаратура работает безотказно. Теперь покажем, как дополнительно могут быть учтены возможные промахи и отказы.

Допустим, что вероятность отсутствия промахов, которые не обнаружены, оценивается величиной $P_{\text{o.п.}}$. При этом условимся к промахам относить только такие грубые погрешности, вследствие которых если они направлены к опасности, судно коснется грунта или сядет на мель.

В случае односторонней опасности (см. рис. 4.15) только половина возможных промахов уменьшает показатель надежности навигации P , для оценки которого в таком случае служит формула:

$$P = \frac{1}{2} (P_{\text{o.п.}} + 1)\Phi(y), \quad (4.38)$$

где $\Phi(y)$ — выбирается, как и раньше, из табл. 4.6 по значению величины y , вычисляемому по формуле (4.34).

Пример 4.15. Сохраняя условия примера 4.12, примем дополнительно, что вероятность отсутствия промахов $P_{\text{o.п.}}=0,94$.

Оценить надежность навигации с учетом возможных промахов.

Используя полученную при решении примера 4.12 величину $\Phi(2,5)=0,978$ и заданное значение $P_{\text{o.п.}}=0,94$, получаем по формуле (4.38) искомую оценку $P=0,949$. Как видим, даже относительно небольшая вероятность промахов (в условиях этого примера в среднем, шесть на сотню задач) заметно снижает надежность навигации.

В случае двусторонней опасности отрицательное влияние промахов на надежность навигации проявляется сильнее, так как причиной навигационного происшествия могут быть промахи

с любым знаком. В таком случае, если путь между опасностями выбран наиболее безопасный, т. е. при условии (4.36), надежность навигации оценивается произведением $P_{o.p}$ на величину, рассчитанную по формуле (4.37).

Пример 4.16. Сохраняя условия примера 4.14, будем дополнительно учитывать возможные промахи с вероятностью их отсутствия той же, что в предыдущем примере, т. е. $P_{o.p}=0,94$.

Воспользовавшись результатом решения примера 4.14, где было получено $P=0,956$, находим искомую оценку показателя надежности навигации с учетом промахов: $P=0,956 \cdot 0,94=0,899$, что, как видим, ниже, чем в предыдущем примере.

Теперь обратимся к задаче оценки показателя надежности навигации с учетом точности и эксплуатационной надежности применяемых технических средств судовождения [270]. При этом будем предполагать, что отказ какого-либо прибора сразу обнаруживают и переходят на резервный вариант, который имеет, как правило, меньшую точность, но большую надежность (например, при выходе гирокомпаса из меридiana переходят на работу с магнитным компасом).

Положим, имеется всего два — основной и резервный варианты использования навигационной аппаратуры. Основной вариант обеспечивает определение места судна со средней квадратической погрешностью $d'_{m.c}$, входящей в формулу (4.28), а его эксплуатационная надежность оценивается вероятностью безотказной работы $P'_{6.p}$ за время прохождения судном данной опасности. Резервный вариант имеет соответствующие характеристики $d''_{m.c}$ и $P''_{6.p}$. Предполагаем также, что при подходе к опасности аппаратура, используемая в обоих вариантах, вполне исправна (иначе надо учитывать коэффициент ее готовности).

Рассматривая эти варианты вначале поочередно как безотказные, находим по описанной ранее методике соответствующие им показатели надежности навигации P_1 и P_2 . Далее перебираем возможные состояния системы, охватывающей оба варианта, как это представлено в табл. 4.7.

Надежность навигации при каждом состоянии системы равна произведению вероятности этого состояния из табл. 4.7 на показатель надежности навигации, полученный в предположении безотказной работы. Для первых двух состояний эти значения показателя P_1 и P_2 получают, как описано ранее. Для третьего

Таблица 4.7

Состояние системы	Вероятность состояния
Первый вариант работает, второй в резерве	$P'_{6.p}$
Первый вариант отказал, второй работает	$(1 - P'_{6.p})P''_{6.p}$
Оба варианта отказали	$(1 - P'_{6.p})(1 - P''_{6.p})$

состояния примем $P_3=0,5$, предполагая тем самым, что при отказе обоих вариантов в половине случаев судно сядет на мель или коснется грунта.

Так как перечисленные в табл. 4.7 состояния образуют полную группу несовместных событий (какое-то из них непременно произойдет, но никакие два не могут быть вместе), то по правилам действий с вероятностями [25] находим показатель надежности навигации P с учетом возможных отказов и вариантов использования аппаратуры:

$$P = P_1 P'_{6,p} + P_2 (1 - P'_{6,p}) P''_{6,p} + 0.5 (1 - P'_{6,p}) (1 - P''_{6,p}). \quad (4.39)$$

Напомним, что входящие в эту формулу оценки P_1 и P_2 определяются по описанной ранее методике для всех рассмотренных случаев одно- и двусторонней опасности, в том числе и с учетом возможных промахов.

Пример 4.17. Сохраняя условия примера 4.15, где получен результат $P_1=0,949$, будем дополнительно считать, что вероятность безотказной работы применяемого основного варианта использования навигационной аппаратуры $P'_{6,p}=0,8$. Кроме того, положим, имеется резервный вариант, для которого аналогичным путем получено $P_2=0,920$ и которому соответствует вероятность безотказной работы $P_{6,p}=0,9$.

Оценить показатель надежности навигации с учетом обоих вариантов использования аппаратуры и возможных ее отказов.

Подставляя исходные данные в формулу (4.39), получаем $P=0,935$.

Как видим, возможные отказы применяемых технических средств судовождения существенно снижают надежность навигации, для предотвращения чего и служат резервные варианты. По аналогии с изложенным при выводе формулы (4.34) можно оценить показатель надежности навигации многовариантных систем.

Для повышения объективности рассматриваемых надежностных оценок необходимы дальнейшие исследования по навигационной эргономике и эксплуатационной надежности технических средств судовождения. Результаты таких исследований позволяют уточнить принимаемые в расчет числовые данные без изменения описанной методики. Вопрос о том, какой же уровень навигационной безопасности (показатель надежности навигации) считать разумно достаточным, зависит от многих дополнительных аргументов и решается, видимо, так же, как определение грани между обоснованным (оправданным) риском и авантюризмом и перестраховкой [256].

Как уже отмечалось, изложенное в этом параграфе позволяет решать две взаимообратные задачи: оценивать показатель надежности навигации и обоснованно выбирать путь судна, обеспечивающий заданный уровень надежности. Необходимые для этого вычисления должны, конечно, выполняться заранее при штурманской подготовке к плаванию (переходу). Тем не менее

в некоторых ситуациях подобные соображения следует принимать в расчет и во время плавания, когда, например, получена обсервация с большой невязкой и надо проложить новый курс мимо опасности с обоснованным запасом.

В случае двусторонней опасности (прохождения узкости) может оказаться, что и при наилучшем выборе пути в соответствии с условием (4.36) надежность навигации неудовлетворительна. Это тем более подчеркивает важность и необходимость оценивания надежности. В такой ситуации наметят иной путь (в обход) или примут все доступные дополнительные меры предосторожности.

4.6. ПРИМЕНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Как и во всех отраслях народного хозяйства, на флоте все шире применяется вычислительная техника, начиная от простейших калькуляторов и включая мощные ЭВМ, предназначенные для вычислительных центров. Для удобства дальнейшего изложения все вычислительные машины, применяемые на судах, разделим на две группы: специализированные, которые решают ограниченный круг задач по заранее введенным и жестко «зашитым» программам; универсальные, допускающие решение разных задач, в том числе по изменяемым или вновь составляемым программам.

Первая группа вычислительной техники характерна тем, что при работе с ней, кроме ясного понимания задач, от судоводителя требуется только умение вводить исходные данные (эта процедура все чаще автоматизируется) и использовать получаемые результаты.

К этой группе относятся ЭВМ навигационных автоматизированных комплексов (НАК). Например, отечественные НАК «Бриз» и «Бирюза», создатели которых удостоены в 1985 г. Государственной премии СССР [41, 147, 148], а также зарубежные «Диджинав», «Автонавигатор», «Дата Бридж» и др. [24, 26, 34, 40]. Программное обеспечение ЭВМ НАК охватывает широкий круг навигационных и эксплуатационных судовых задач, по многим из которых ввод исходных данных частично или полностью автоматизирован. Составление новых программ или изменение их силами судоводителей не предусматривается.

Программирования на судне не требуется также при использовании специализированных микрокалькуляторов, которые называют еще электронными клавишными вычислительными машинами (ЭКВМ), так как все (или почти все) исходные данные вводятся через клавиатуру. Такие ЭКВМ, в том числе настольные, имеют от пяти до нескольких десятков жестко зашифтованных программ типичных задач, алгоритмы которых обычно не включают в описания и инструкции. Примерами названных ЭКВМ

служат «Контакт-2Н» и его модификации, «Электроника-астро» на базе МК-52, а также японские NC-2, NC-77 и др. [67, 71, 72].

Работать на таких ЭКВМ не сложно: для решения какой-либо из запрограммированных задач надо в соответствии с инструкцией ввести через клавиатуру номер (код) этой задачи, и исходные данные — результаты решения высвечиваются на индикаторе. По сравнению с ручными (табличными) вычислениями время решения сокращается в 3—4 раза, повышается его точность (вследствие более строгих методов, принятых в программах) и, главное, резко повышается надежность результатов за счет исключения грубых ошибок, встречающихся при ручном счете.

Вместе с тем возможности специализированных ЭКВМ часто весьма ограничены. Например, японская навигационная ЭКВМ NC-2 предусматривает программное решение всего пяти задач, которые имеют следующие названия и содержание:

«счисление» — по координатам начальной точки, курсу и плаванию рассчитываются координаты конечной точки;

«курс и плавание на меркаторской проекции» — обратная к предыдущей задача, когда по координатам двух точек рассчитываются локсодромические курс и плавание между ними;

«плавание по большому кругу» — по координатам двух точек вычисляются ортодромические расстояние и начальный курс (т. е. решается сферический треугольник, когда по двум сторонам и углу между ними определяется третья сторона и прилежащий к ней угол);

«высота и азимут светила для линии положения» — вычисление счислимых высоты и азимута, т. е. решение предыдущей задачи под новым названием;

«наиболее вероятное место» — по координатам счислимого места и элементам линии положения вычисляются координаты определяющей точки, т. е. повторяется решение первой задачи.

Как видим, названия некоторых из этих задач носят рекламный характер и далеко не соответствуют тому, что принято у нас подразумевать под такими названиями. Так, расчеты плавания по ортодромии должны, по нашим понятиям, включать вычисление разности длин локсодромии и ортодромии, координаты всех промежуточных точек, локсодромические курсы и плавание между ними. Аналогичное замечание вызывает и последняя из перечисленных задач. Судя по содержанию, эту задачу надо называть «уточнение счислимого места по одной линии положения», а решать ее следует, конечно, с учетом весов счислимого места (вдоль переноса) и линии положения так, как описано в параграфе 4.2.

Это замечание о несоответствии названий некоторых задач их содержанию следует иметь в виду при ознакомлении с рекламными проспектами на ЭКВМ зарубежных фирм.

Наконец, к той же первой группе относятся и микрокомпьютеры, встроенные в приемоиндикаторы радионавигационных систем, включая спутниковые [112, 117, 174, 224, 225]. Такие компьютеры собраны по схеме решения основной задачи — определение места часто с оценкой качества обсерваций. Результаты выводятся в буквенно-цифровой и графической форме на дисплей, а иногда и на печать. Дополнительно к этому обычно имеются жестко вшитые программы решения нескольких других навигационных задач (счисление, расчет курса и плавание в заданную точку). Изменять такие программы на судне невозможно.

Вторая группа вычислительной техники характерна необходимостью выбирать методы решения задач и вычислений, приводить формулы к рабочему виду и составлять программы с учетом возможностей применяемой ЭКВМ. К этой группе относятся наиболее распространенные на судах массовые беспрограммные (правильнее — непрограммируемые) микрокалькуляторы (МК) «для инженерных и научных вычислений», а также программируемые микрокалькуляторы (ПМК) общего назначения [34, 66—73, 149, 271—273].

Наибольшее распространение на флоте получили отечественные МК «Электроника» (так как это название у всех МК и ПМК одинаково, то далее ограничимся лишь указанием номеров, возрастание которых, однако, не всегда означает расширение возможностей): Б3-18, Б3-19М, Б3-36, Б3-38, МК-51 и др., а также японской фирмы «Касио» серии fx. Подробное описание таких микрокалькуляторов и рекомендации по их использованию имеются в книге Я. К. Трохименко, Ф. Д. Любича [274] и в удачном пособии Е. А. Лодатко [275].

Программируемые микрокалькуляторы обладают, конечно, намного большими функциональными возможностями (логические операции, косвенная адресация, использование подпрограмм и т. п.), которые еще недавно были присущи лишь стационарным ЭВМ. К таким ПМК относятся отечественные Б3-21, Б3-34, МК-54, МК-61 и др., среди которых только МК-52 сохраняет записанное в памяти после выключения, но ни один не имеет внешних носителей программ и числовых массивов. На судах применяются также ПМК американских фирм «Хьюлетт Паккард» HP-67, HP-97, HP-41/C, «Техас Инструментс» T1-58, T1-59; японских «Касио», «Шарп» и др. Сведения о таких ПМК и рекомендации по их использованию имеются в книге Я. К. Трохименко, Ф. Д. Любича [276] и в справочнике В. П. Дьяконова [277]. Дальнейшим развитием этого направления вычислительной техники будут, видимо, персональные ЭВМ.

Преимущества ПМК перед беспрограммными МК особо проявляются при многократном решении одной и той же задачи с изменяющимися исходными данными. Однако, если ПМК не имеет внешних носителей программ (магнитные карты, ленты), то названные преимущества резко снижаются. Действительно,

чтобы решить какую-то задачу на таком ПМК по заранее отлаженной программе, надо ввести эту программу через клавиатуру, затем проверить правильность ввода решением тестовой задачи с известными результатами (иногда двух-трех таких задач для разного сочетания условий) и лишь после этого вводить исходные данные для решаемой задачи.

Очевидно, что для разовых задач такая процедура оказывается не проще, чем неавтоматический счет последовательным нажатием нужных клавиш. Это обстоятельство тем более заметно при решении судовых, в частности навигационных, задач: Например, в статье Н. Груздева [246] имеются описание и тщательно составленная программа на 88 шагов для ПМК Б3-34, МК-52, МК-54, МК-56, МК-61 и т. п. по задаче корректируемого счисления. Для ввода этой программы требуется 150 нажатий клавиш, часть вычислений предусмотрена в пошаговом счете и требуется еще поэтапный анализ знаков. Проверить правильность ввода такой программы весьма не просто, но, главное, в процессе решения задачи ПМК нельзя выключать или использовать для других расчетов. Получается, что для коррекции счисления по обсервациям нельзя использовать этот ПМК для выполнения самих обсерваций.

Изложенное, включая пример, показывает, что применение на судах подобных ПМК (без внешних носителей программ) неэффективно, а попытки составления разных сборников программ для таких ПМК мало улучшают положение. Для решения судовых задач, в том числе с привязкой к характеристикам данного судна и условиям его работы, требуются ПМК с внешними носителями программ. Примером такого ПМК может служить НР-97, который имеется на всех балкерах Черноморского морского пароходства (ЧМП) и на многих других судах нашего флота [149, 271—273].

Этот настольный ПМК размерами $22 \times 20 \times 5$ см и массой 600 г имеет 56 клавиш с совмещенными функциями на 127 команд-операций, четыре стековых и 26 адресных регистров памяти. Программная память на 224 шага, программа на столько же шагов записывается на магнитной карточке $7 \times 1,1$ см, причем для сложных задач возможнастыковка нескольких карточек. Машина имеет световой индикатор и практически бесшумное устройство печати на ленте шириной 5,7 см и длиной в рулоне 25 м.

Среди команд-операций, кроме арифметических и вычисления элементарных функций, включая прямые и обратные тригонометрические, имеются логические команды разветвления программ, команды обращения к регистрам памяти, к подпрограммам и т. д. Предусмотрены также операции, облегчающие составление, проверку и корректировку программ. Запись программы на карточке с одной стороны или считывание ее занимает около секунды, возможно тиражирование карточек с программа-

ми. Короче, машина НР-97 обладает большими возможностями, которые используются на судах пока не полностью.

Фирма-изготовитель ПМК поставляет также наборы программ (карточки с инструкциями) по разным отраслям возможного применения машины (статистика, геодезия, медицина, электротехника и т. д.). Однако эти программы не могут, естественно, учитывать конкретных условий их применения, что вынуждает потребителей самих составлять нужные им программы. Так, решение многих судовых задач на ПМК эффективно только при условии, что программы учитывают технико-эксплуатационные характеристики данного судна. Поэтому для таких задач, как контроль продольной прочности и остойчивости судна, расчет его посадки, тормозного пути, угла ветрового дрейфа и других, в ЧМП, Одесском институте инженеров морского флота и Одесском высшем инженерном морском училище были разработаны алгоритмы и составлены программы с учетом характеристик и результатов натурных испытаний судов, для которых эти программы предназначены [149, 271].

Даже по навигации набор фирменных программ не вполне подходит для использования на судах нашего флота. Так, в наборе совсем нет программ определений места по нескольким линиям положения, во всех программах долготе, магнитному склонению, девиации, переносам и т. д. приписаны знаки, противоположные принятым у нас. Некоторые программы предусматривают использование единиц измерений и пособий, которые на нашем флоте не применяются, и т. д. К тому же фирменные программы свидетельствуют, что упрощение их составления достигалось за счет усложнения работы судоводителей при решении задач по этим программам.

Так, некоторые программы составлены явно нерационально, поэтому размещаются на нескольких карточках, которые при решении задачи надо вводить последовательно. Программное решение многих задач перемежается или завершается беспрограммными вычислениями или поэтапным вводом исходных данных, а результаты выводятся без должного округления. Например, при расчетах плавания по ортодромии расстояния выводятся на печать с сохранением 10-тысячных долей мили, а курсы — с сохранением угловых секунд. Программа определений по Солнцу построена так, что после обработки первой высоты (осреднение не предусмотрено) машину нельзя ни выключать, ни использовать для решения других задач, так как в ее памяти сохраняются элементы первой линии положения.

Перечисленное и другие недостатки фирменных программ побуждают судоводителей самих заниматься программированием. На некоторых судах, например на теплоходе «Изгутты Айтков», канд. техн. наук капитаном судна Л. А. Козырем были составлены весьма удачные программы [271], но в целом выяснилось, что судоводители к такой работе пока не подготовлены.

Они стараются запрограммировать привычные для них методы и формулы, которые разрабатывались для ручных вычислений.

Для того чтобы работа с любым программируемым или не-программируемым микрокалькулятором была эффективной, необходимо, безусловно, хорошо изучить прилагаемые к нему описание и инструкцию, освоить решение всех включенных в нее примеров. Много других сведений и полезных советов по работе с МК и ПМК имеется в упоминавшихся книгах [273—277] и другой литературе. В дополнение к этому приведем некоторые общие рекомендации, основанные на опыте применения микрокалькуляторов на судах. Эти рекомендации охватывают выбор метода и расчетных формул, аппроксимацию расчетных зависимостей и программирование.

Выбор метода и расчетных формул зависит, конечно, от решаемой задачи и применяемого калькулятора.

Разовые и редко встречающиеся задачи нецелесообразно программировать. Надежнее и с меньшей затратой времени такие задачи решать пошаговым счетом так, как это делал бы судоводитель вручную, возможно, с частичным использованием таблиц и диаграмм. Эта рекомендация не относится к аварийным задачам (например, расчет посадки и остойчивости при частичном затоплении и т. п.). Такие задачи решать приходится не часто, но когда такая необходимость, к сожалению, возникает, то дорога каждая секунда. Для аварийных задач любая возможная заблаговременная подготовка всегда оправдана. Но если применяемый микрокалькулятор не имеет носителя заранее заготовленных программ, то решение на нем задач в аварийной ситуации может оказаться неверным или запоздалым. Лучше, видимо, заранее просчитать на имеющемся калькуляторе несколько разных вариантов, охватывающих весь диапазон возможных условий.

Для часто решаемых типичных судовых задач их тщательная подготовка к вычислениям на микрокалькуляторе позволяет намного повысить надежность решения за счет уменьшения вероятности неверных действий, а также ускорить получение ответа.

При выборе метода и расчетных формул стремятся, во-первых, максимально упростить ввод исходных данных, повысить информативность и наглядность получаемых результатов. Во-вторых, при работе с ПМК стараются избежать вставок в программу и ее дополнений с пошаговым счетом, а при работе с МК — необходимости записи на бумаге промежуточных результатов с последующим их вводом. Наконец, в-третьих, желательно также избежать необходимости анализа знаков в процессе счета, использования различных правил, таблиц и диаграмм. Достигается все это освоением своего микрокалькулятора, кропотливой заблаговременной подготовкой и использованием при-

Обретаемого опыта (своего и из публикаций). Поясним эти рекомендации примерами.

Пример 4.18. Для решения параллактического треугольника, когда по заданным широте φ , склонению δ и частовому углу t светила требуется вычислить высоту h (или $z=90^\circ - h$) и азимут A , в мореходной астрономии [80]

используются формулы $\sin h$ или $\sin^2 \frac{z}{2}$ и $\sin A$. По этим формулам составлены хорошо известные схемы вычислений по таблицам логарифмов, например из МТ-75, но использование этих формул при работе с микрокалькулятором нецелесообразно. Так, для вычисления h на МК с одним регистром памяти по формуле $\sin h$ требуется запись на бумаге промежуточного результата. Еще хуже, что формула $\sin A$ дает азимут A в четвертом счете и для определения его наименования нужны специальные правила, а иногда — и таблица высоты светила на первом вертикале.

Указанные недостатки устраняются использованием известных [80] формул $\operatorname{ctg} A$ и $\sin A$, преобразованных к такому виду [66]:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin t}{(\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \varphi \cos t) \cos \varphi}; \quad \cos h = \frac{\cos \delta \sin t}{\sin A}. \quad (4.40)$$

По первой из этих формул азимут A получается всегда в полукруговом счете (первая буква его наименования одноименна с φ , а вторая с t) в градусах с десятичными долями. В таком виде A записывают как первый результат и без преобразований используют далее для вычисления h по второй из формул (4.40).

В качестве недостатка формул (4.40) отмечалась [67] зависимость решения: погрешности вычисления A проявляются затем при вычислении h . Такие опасения были оправданы при вычислениях по четырехзначным таблицам логарифмов (МТ-43), но они теряют смысл при использовании восьмиразрядных калькуляторов.

Пример 4.19. Составление таблицы девиации компаса по ее значениям δ из наблюдений на восьми главных и четвертных курсах выполняется в два этапа: сначала вычисляют коэффициенты девиации A, B, C, D и E , используя которые, затем рассчитывают таблицу девиации для всех курсов через 10 или 15° .

Для выполнения названных вычислений вручную отработаны специальные схемы, для которых формулы расчета коэффициентов представляют в зависимости от полусумм и полуразностей девиации на противоположных курсах, что придает этим формулам «многоэтажный» вид, например,

$$A = \frac{\frac{\delta_N + \delta_S}{2} + \frac{\delta_E + \delta_W}{2}}{2} + \frac{\frac{\delta_{NE} + \delta_{SW}}{2} + \frac{\delta_{SE} + \delta_{NW}}{2}}{2},$$

а при вычислении таблицы девиации используют не менее сложные схемы и таблицы дуг на синусы кратных углов (табл. 7 в МТ-75).

Все перечисленные вычисления намного проще выполняются на любом микрокалькуляторе без записей промежуточных результатов. Для этого фор-

мулы коэффициентов девиации, где $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2 \approx 0,71$, представляют в таком виде:

$$\begin{aligned} A &= (\delta_N + \delta_{NE} + \delta_E + \delta_{SE} + \delta_S + \delta_{SW} + \delta_W + \delta_{NW}) : 8; \\ B &= [(\delta_{NE} + \delta_{SE} - \delta_{SW} - \delta_{NW}) 0,71 + \delta_E - \delta_W] : 4; \\ C &= [(\delta_{NE} - \delta_{SE} + \delta_{SW} - \delta_{NW}) 0,71 + \delta_N - \delta_S] : 4; \\ D &= (\delta_{NE} - \delta_{SE} + \delta_{SW} - \delta_{NW}) : 4; \\ E &= (\delta_N - \delta_E + \delta_S - \delta_W) : 4. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Используя полученные по этим формулам значения коэффициентов, таблицу девиации вычисляют на задаваемые компасные курсы K по известной формуле:

$$\delta = A + B \sin K + C \cos K + D \sin 2K + E \cos 2K.$$

Вычисления на микрокалькуляторе по этой формуле можно упростить, представив ее в таком виде [105],

$$\delta = R \sin(K + \psi_1) + S \sin(2K + \psi_2) + A, \quad (4.42)$$

где используются предварительно вычисляемые вспомогательные величины:

$$R = \sqrt{B^2 + C^2}; \quad \psi_1 = \arctg(C/B); \quad (4.43)$$

$$S = \sqrt{D^2 + E^2}; \quad \psi_2 = \arctg(E/D).$$

В этих формулах R и S имеют те же знаки, что B и D соответственно, а углы ψ_1 и ψ_2 по модулю меньше 90° и имеют знаки отношений C/B и E/D . Заметим, что расчеты по формулам (4.43) соответствуют переводу прямоугольных координат в полярные, для чего у некоторых калькуляторов имеется специальная микропрограмма (клавиша).

Пользуясь тем, что первый член формулы (4.42) выражает суммарную полукруговую девиацию, вычисления можно вести сразу для двух значений курса: K и $K+180^\circ$. Для этого вычисленное значение первого члена формулы (4.42) откладывают в память, а вычислив и записав δ для курса K , затем из результата дважды вычитывают содержимое памяти, что дает δ для курса $K+180^\circ$.

Аппроксимация расчетных зависимостей (приближенная их замена) позволяет существенно упростить вычисления на микрокалькуляторе заменой сложных формул более простыми, а также формульным представлением графиков и таблиц. Такая замена делается чисто формально с выполнением лишь двух требований: удовлетворительная точность в пределах всего рабочего диапазона аргументов и максимально достижимое упрощение с использованием возможностей применяемого микрокалькулятора.

Для выполнения аппроксимации зависимости y от x представляют ее графиком, по виду которого в пределах возможных значений аргумента x подбирают наиболее простую формулу. Например:

$$y = ax^2 + bx + c; \quad y = \frac{1}{ax + b}; \quad y = ae^{bx} \text{ и др.} \quad (4.44)$$

где некоторые из коэффициентов a, b, c, \dots могут быть равны нулю или единице. Для определения значений этих коэффициентов предложены различные методы [105, 107], из которых остановимся здесь на простейшем методе избранных точек.

В пределах рабочего диапазона аргумента x выбирают столько точек (пар чисел x и y), сколько коэффициентов подлежит определению. Так, при использовании первой из формул (4.44) надо выбрать три точки, а при использовании остальных две. Значения x и y для избранных точек подставляют в аппроксимирующую зависимость $y = f(x)$, получают столько уравнений с неизвестными a, b, \dots , сколько этих неизвестных. Решая такую систему уравнений, находят искомые значения коэффициентов a, b, \dots

Первая из формул (4.44) дает систему линейных уравнений относительно коэффициентов. В других случаях уравнения сводят к линейным путем преобразований. Например, во вторую формулу (4.44) надо вместо значений x и y для избранных точек подставить x и $Y = 1/y$, что приводит эту формулу к виду

$$Y = ax + b.$$

Третью из формул (4.44) преобразуют к линейному виду логарифмированием:

$$\ln y = \ln a + bx.$$

Получив значения коэффициентов a, b, \dots , их подставляют в выбранную зависимость $y = f(x)$, что и дает искомую аппроксимацию. Эту аппроксимацию необходимо обязательно проверить сравнением вычисленных по ней и исходных значений y при тех же x во всем рабочем диапазоне. В случае недопустимых расхождений надо путем проб немного изменить коэффициенты a, b, \dots или перейти к иной аппроксимации.

Пример 4.20. По исследованиям С. И. Демина [104] угол α ветрового дрейфа выражается формулой

$$\operatorname{tg} \alpha = k_{\text{др}} \frac{W}{V} \sqrt{\frac{S_{\text{ш}}}{S_{\text{п}}} \sin q - 0,064}, \quad (4.45)$$

причем если вычисления дают $\operatorname{tg} \alpha < 0$, то принимается $\alpha = 0$.

В формуле (4.45) V и W — скорости соответственно судна (уз) и кажущегося ветра ($\text{м}/\text{с}$), курсовой угол которого q ; $S_{\text{ш}}/S_{\text{п}}$ — отношение площадей надводной и подводной частей судна, спроектированных на его диаметральную плоскость; $k_{\text{др}}$ — коэффициент дрейфа, зависящий от осадки судна T , его длины L , ширины B и коэффициента продольной полноты φ , вычисляют следующим образом (с учетом приведения W и V к одинаковой размерности):

$$k_{\text{др}} = \frac{1}{35} \left[1,462 - 7,74 \frac{T}{L} + 0,061 \left(7 - \frac{L}{B} \right) + 2,19(\varphi - 0,66) \right]. \quad (4.46)$$

Требуется упростить расчетные зависимости (4.45) и (4.46) путем их аппроксимации для балкеров типа «Зоя Космодемьянская».

Замечаем, что для конкретного судна (и односерийных с ним) величины k_{dp} и S_n/S_p зависят только от осадки T . Пользуясь технической документацией названного судна, рассчитали таблицу и построили график (здесь не приведен), выражающий зависимость значения величины $K = k_{dp}\sqrt{S_n/S_p}$ от осадки T судна для диапазона ее возможных значений. Этот график имеет вид плавно опускающейся кривой, причем с ростом T убывание K замедляется. Для такого графика можно с удовлетворительной точностью подобрать квадратный трехчлен, но более простая аппроксимация достигается использованием последней из формул (4.44) при отрицательном коэффициенте b :

$$K = ae^{-bt}.$$

Чтобы найти входящие сюда коэффициенты a и b , прологарифмируем это выражение:

$$\ln K = \ln a - bT.$$

На упомянутом графике зависимости K от T выбираем две точки: при $T=5K=0,163$, а при $T=10K=0,089$. Подставляя эти значения T и K в предыдущую формулу, получаем систему двух линейных уравнений с неизвестными $\ln a$ и b :

$$\begin{cases} \ln 0,163 = \ln a - 5b; \\ \ln 0,089 = \ln a - 10b. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем $b=0,12$ и $\ln a=-1,209$, откуда $e^{-1,209}=0,299 \approx 0,3$. С учетом этого аппроксимирующее выражение принимает вид

$$K = 0,3e^{-0,12T}.$$

Контрольные вычисления убеждают, что для осадки судна от 5 до 12 м эта аппроксимация дает расхождение с заменяемым ею графиком не более чем на 0,001, что в данной задаче допустимо. Подставляя эту аппроксимацию в формулу (4.45), получаем

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(0,3e^{-0,12T} \frac{W}{V} \sqrt{\sin q} - 0,064 \right), \quad (4.47)$$

что намного проще, чем вычисления по формулам (4.45) и (4.46).

В качестве других примеров аппроксимации расчетных зависимостей напомним приведенную в параграфе 2.3 формулу (2.34), которая аппроксимирует табл. 2.3, полученную численным интегрированием. В параграфе 3.4 формула (3.23), а в более общем случае формула (3.24) аппроксимируют приведенные в табл. 3.4 изменения фазовой скорости радиоволн на трассах РНС «Омега». В параграфе 3.5 простая формула (3.31) с удовлетворительной для ее назначения точностью заменяет строгую, но сложную формулу (3.30).

Программирование часто повторяющихся типичных задач позволяет, как отмечалось, намного повысить надежность и сократить время их решения на микрокалькуляторе. Заметим, что под программой здесь подразумевается также и записанная на бумаге схема вычислений на непрограммируемом микрокалькуляторе, которую называют также «клавишным алгоритмом», «схемой решения» [34, 66—73, 273]. Для всех микрокалькулято-

ров программу записывают на его входном языке, обозначая иногда такие языки ЯМК34, ЯМК56 и т. п. [276].

Для непрограммируемых МК программу записывают построчно в виде последовательности нажатия клавиш, как они обозначены на применяемом калькуляторе. Вводимые через клавиатуру числовые данные или их символы иногда предваряют обозначением Нб (набор) или обводят кружком, но чаще никак не выделяют. Обозначения клавиш заключают в прямоугольники, квадратные скобки или разделяют вертикальной чертой или пробелом. Опыт показывает, что последний вариант (пробелы) проще и для записи, и для восприятия, поэтому далее будем им пользоваться, сохраняя квадратные скобки лишь в отдельных случаях. Указания о выполнении логических операций (например, типа «если..., то ...»), а иногда и о необходимых записях вставляют в программу в круглых скобках. Проиллюстрируем сказанное примерами.

Пример 4.21. Для вычисления на МК тригонометрических функций угол α , выражаемый в судовождении в градусах (α°) и минутах с десятыми (α'), требуется переводить в градусы с десятичными долями. Для этой цели МК «Касио» серии fx имеют клавишу $[^\circ, ..]$, с помощью которой такой перевод выполняется по следующей программе:

$$\alpha^\circ [^\circ, ..] \quad \alpha' [^\circ, ..]$$

На калькуляторах без стековой памяти (Б3-18 и др.) такой перевод выполняют по программе

$$\alpha' \div 60 + \alpha^\circ =$$

а для МК со стековой памятью (Б3-19М и др.) по программе

$$\alpha' \uparrow 60 \div \alpha^\circ +$$

Далее в примерах, где требуется представление углов в градусах с десятичными долями, будем предполагать, что такое представление при вводе углов выполняется по одной из приведенных программ в зависимости от применяемого микрокалькулятора.

Пример 4.22. Для решения параллактического треугольника по формулам (4.40) на МК Б3-19М служит программа:

$\varphi F \tan t F x \rightarrow m F \cos \times /- \delta$ (если δ разноименно с φ , то $/-$ $F \tan + \varphi F \cos \times F m \rightarrow x F \sin F x \rightarrow m F x \neq y \div$ (запомнить минус, если получено отрицательное число) $F \text{arc tan}$ (если был минус, то $/- 180 +$) записать A (градусы с десятыми) $F \sin F m \rightarrow x F x \neq y \div \delta F \cos \times F \text{arc cos}$ записать h° (градусы) $h^\circ - 60 \times$ записать h' (минуты с десятыми).

Та же задача и по тем же формулам решается на МК fx=39 по следующей программе:

$\varphi M \cos [(\delta \text{ (если } \delta \text{ разноименно с } \varphi, \text{ то } +-)) \tan - MR \tan \times t M \sin \cos = 1/x \times MR \sin M \sin = INV \tan^{-1} \text{ (если отрицательное число, то } + 180 =) \text{ записать } A \text{ (градусы с десятыми) } \sin 1/x \times MR \times \delta \cos = INV \cos^{-1} \text{ записать } h^\circ \text{ (градусы) } - h^\circ = \times 60 = \text{ записать } h' \text{ (минуты с десятыми).}$

В примере 4.22 решение по первой программе (для Б3-19М) требует с вводом исходных данных 98 нажатий клавиш, а по

второй (для $f_x=39$) всего 68 нажатий. Таким сравнением вообще оцениваются достоинства программ и микрокалькуляторов.

Каждая вновь составленная или измененная программа обязательно должна быть проверена путем решения тестовых задач с известными ответами при всех возможных сочетаниях знаков (наименований) исходных величин. В задаче примера 4.22 необходимо убедиться в том, что программы правильны при φ и δ одноименных и разноименных, при $t < 90^\circ$ и $t > 90^\circ$. С этой целью три задачи с такими сочетаниями условий представлены в табл. 4.8.

Очевидно, если изменить наименования φ и δ (сразу оба), то изменится только первая буква наименования A ; если изменить наименование t , то изменится только вторая буква наименования A .

Таблица 4.8

№ задачи	φ	δ	t	A	h
1	42°41,1' N	8°22,4' N	65°26,6' E	100,8° NE	23°28,3'
2	43 02,0 N	6 54,5 S	22 03,0 E	152,5 NE	36 11,4
3	18 56,0 N	62 24,8 N	98 49,1 E	28,0 NE	12 44,0

Пример 4.23. Требуется составить таблицу девиации компаса δ по ее наблюдениям на восьми главных и четвертных компасных курсах. Результаты наблюдений представлены в табл. 4.9.

Таблица 4.9

δ_N	δ_{NE}	δ_E	δ_{SE}	δ_S	δ_{SW}	δ_W	δ_{NW}
-0,8°	+1,3°	+2,8°	+1,4°	+0,3°	+2,1°	+2,6°	+0,5°

Для вычисления коэффициентов девиации простые формулы (4.41) можно рассматривать как программы для любого микрокалькулятора. По этим формулам и условиям примера из табл. 4.9 получаем:

$$A = +1,3^\circ; B = +0,1^\circ; C = -0,6^\circ; D = +0,4^\circ; E = -1,5^\circ.$$

Для вычисления R и ψ_1 по формулам (4.43) на МК $f_x=39$ служит программа:

$B \times M + C \times M + MR$ записать R (градусы с десятыми) со знаком B ;
 $C \div B = \text{INV } \tan^{-1}$ записать ψ_1 (градусы).

По этой же программе вычисляют S и ψ_2 с заменой B на D и C на E . Такие вычисления по ранее полученным коэффициентам девиации дают:

$$R = +0,6^\circ; \psi_1 = -80^\circ; S = +1,6^\circ; \psi_2 = -75^\circ.$$

Далее для вычислений девиации компаса по формуле (4.42) на том же микрокалькуляторе служит программа:

$K + \psi_1 = \sin \times RM + K \times 2 + \psi_2 = \sin \times S + A + MR$ — записать
 δ для курса K (градусы с десятыми) $MR - MR$ — записать δ для курса
 $K + 180^\circ$.

Вычисления по этой программе надо повторить для полуокружности компасных курсов K , например через 10° , а результаты сразу вписывать в таблицу девиации, часть которой для рассматриваемого примера представлена в табл. 4.10 (все обозначения в $^\circ$).

Таблица 4.10

K	0	10	20	30	40	50	60	70	...
δ	-0,8	-0,6	-0,1	+0,4	+1,1	+1,7	+2,2	+2,6	...

Продолжение табл. 4.10

K	180	190	200	210	220	230	240	250	...
δ	+0,3	+0,6	+0,9	+1,3	+1,8	+2,3	+2,6	+2,9	...

Пример 4.23. Для расчета угла α ветрового дрейфа судна типа «Зоя Космодемьянская» на МК со стековой памятью Б3-19М по формуле (4.47) служит программа:

$T \uparrow 0,12 \times /-/- F e^x 0,3 \times W \times V \div q F \sin F \sqrt{ } \times 0,064 = F \arctan$ записать α (градусы).

Та же задача и по той же формуле решается на МК без стековой памяти $f_x=39$ по следующей программе:

$T \times 0,12 +/ INV e^x \times W \div V M + q \sin \sqrt{ } \times MR = 0,064 = INV \tan^{-1}$ записать α (градусы).

Вычисления по этим программам, например, при $T=7$ м, $W=25$ м/с, $V=10$ уз и $q=80^\circ$ дают $\alpha=14^\circ$, а при $T=11$ м, $W=20$ м/с, $V=12$ уз и $q=120^\circ$ $\alpha=3^\circ$.

Подсчет показывает, что по числу нажатий клавиш обе приведенные программы равнозначны.

Для программируемых микрокалькуляторов запись программы на бумаге выполняется на языке данного калькулятора аналогично тому, как описано выше для непрограммируемых МК [276, 277]. В литературе предпочитают сокращенную построчную запись операторов, что достаточно для лиц, постоянно работающих с ПМК и запомнивших коды команд. Судоводителям, которые обращаются к ПМК лишь эпизодически, удобнее табличная форма записи программ с указанием номера шага и кода каждой операции. Эти данные высвечиваются на индикаторе при вводе программы, чем облегчают контроль. Такая форма записи использована далее в примерах.

Пример 4.24. Для решения параллактического треугольника по формулам (4.40) на ПМК HP-97 применяется программа из табл. 4.11.

Таблица 4.11

Шаг	Команда	Код	Шаг	Команда	Код
001	*LBL A	21 11	026	0	00
002	RCL 2	36 02	027	+	-55
003	TAN	43	028	*LBL B	21 12
004	RCL 1	36 01	029	STO 5	35 05
005	TAN	43	030	F 2?	16 23 02
006	RCL 3	36 03	031	GTO C	21 13
007	COS	42	032	CHS	-22
008	X	-35	033	3	03
009	-	-45	034	6	06
010	RCL 1	36 01	035	0	00
011	SIN	41	036	+	-55
012	X	-35	037	*LBL C	21 13
013	RCL 3	36 03	038	STO 6	35 06
014	SIN	41	039	PRT x	-14
015	x<0?	16-44	040	RCL 2	36 02
016	F 2	16 21 02	041	COS	42
017	ABS	16 31	042	RCL 4	36 04
018	STO 4	35 04	043	X	-35
019	x=!=y	-41	044	RCL 5	36 05
020	÷	-24	045	SIN	41
021	TAN ⁻¹	16 43	046	÷	-24
022	x>0?	16-44	047	COS ⁻¹	16 42
023	GTO B	22 12	048	STO 7	35 07
024	1	01	049	PRT x	-14
025	8	08	050	R/S	51

Эта программа предусматривает, что исходные данные ϕ , δ и t переводятся в градусы с десятичными долями при их вводе по отдельной подпрограмме и помещены в ячейки памяти 1, 2 и 3 соответственно (южные ϕ и δ и западные t — отрицательны). В результате вычислений азимут получается в круговом (навигационном) счете в градусах с десятичными, он направляется в ячейку памяти 6 для дальнейшего использования при расчете поправки приведения высот к одному месту и выводится на печать (шаг 39). Высота светила в градусах с десятичными долями засыпается в ячейку памяти 7 и тоже выводится на печать (шаг 49). Вся эта программа с отметкой *LBL A служит подпрограммой в программах астрономических определений места судна и поправки компаса. Для проверки программы из табл. 4.11 можно использовать данные из табл. 4.8.

Пример 4.25. При штурманской подготовке к переходу для построения маршрутных графиков точности (см. параграф 4.3) обсерваций по радиолокационным расстояниям D и пеленгам отдельной опознанной скалы требуется рассчитать для ряда точек радиус R 95%-ного круга погрешностей. Величина R вычисляется по формуле (2.33) с использованием аппроксимации (2.34). Так как изолинии пеленга и расстояния того же объекта пересекаются под углом $\theta=90^\circ$, то расчетная формула принимает вид

$$R = m_2 (1.96 - 0.39e^{-0.54\lambda}) \sqrt{1 + \lambda^2}, \quad (4.48)$$

где в соответствии с обозначениями МТ-75 m_2 — меньшая из средних квадратических погрешностей линий положения, так что их отношение $\lambda = m_1/m_2 \geq 1$.

Напомним, что модуль градиента расстояния — единица, а пеленга — по формуле (1.45) — $57,3^\circ/D$. Поэтому, принимая среднюю квадратическую

Таблица 4.12

Шаг	Команда	Код	Шаг	Команда	Код
00	$\Pi \rightarrow x$ 1	61	30	5	05
01	B ↑	0E	31	4	04
02	1	01	32	X	12
03	9	09	33	/\	01
04	÷	13	34	F ex	16
05	x → Π 3	43	35	B ↑	0E
06	B ↑	0E	36	0	00
07	1	01	37	.	0—
08	—	11	38	3	03
09	F x < 0	51	39	9	09
10	22	22	40	X	12
11	$\Pi \rightarrow x$ 3	63	41	B ↑	0E
12	F 1/x	23	42	1	01
13	x → Π 3	43	43	.	0—
14	$\Pi \rightarrow x$ 1	61	44	9	09
15	B ↑	0E	45	6	06
16	3	03	46	↔	14
17	8	08	47	—	11
18	÷	13	48	B ↑	0E
19	x → Π 4	44	49	$\Pi \rightarrow x$ 4	64
20	БП	51	50	X	12
21	26	26	51	B ↑	0E
22	0	00	52	$\Pi \rightarrow x$ 3	63
23	.	0—	53	F x ²	22
24	5	05	54	B ↑	0E
25	x → Π 4	44	55	1	01
26	$\Pi \rightarrow x$ 3	63	56	+	10
27	B ↑	0E	57	F 1/x	21
28	0	00	58	X	12
29	.	0—	59	C/P	50

погрешность пеленгования $m_n = 1,5^\circ$, а расстояния $m_D = 0,5$ кб, находим по формуле (1.59) соответствующие погрешности линий положения и их отношение:

$$m_1 = m_n D / 57,3^\circ \approx D / 38; \quad m_2 = m_D = 0,5 \text{ кб}; \quad \lambda = m_1 / m_2 \approx D / 19.$$

Видим, что условие $m_2 < m_1$ выполняется при $D > 19$ кб. При $D < 19$ кб надо поменять местами обозначения m_1 и m_2 , а λ заменить обратной величиной. С учетом этих замечаний по формуле (4.48) составлена программа для ПМК типов МК-54, МК-56 и т. п., которая представлена в табл. 4.12.

Исходными данными для вычислений по этой программе служат расстояния D , помещаемые в адресуемый регистр RG1, а получаемые в результате вычислений значения R высвечиваются на индикаторе. Например, для расстояний D , составляющих 41, 32, 22, 19, 14 и 10 кб, получаем R соответственно равными 2,2; 1,8; 1,3; 1,2; 1,1; 1,0 кб. Полученные значения R позволяют построить маршрутный график точности определений места таким способом вдоль намечаемого пути, как описано в параграфе 4.3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория и практика определений места судна, чему посвящена эта книга, непрерывно развиваются совместными усилиями моряков и ученых, что необходимо для обеспечения безопасности мореплавания. Основные итоги этого развития и достигнутые результаты описаны выше. В заключение выделим вопросы, которые представляются не вполне решенными и поэтому требуют, видимо, выполнения научно-технических исследований и практических разработок.

Статистические исследования навигационной информации будут продолжаться с целью уточнения оценок погрешностей и корреляций, принимаемых в качестве априорных, а также для выявления зависимости таких оценок от условий измерений. При этом особо важным становится изучение распределений больших погрешностей, которые в конкретных условиях проявляются систематически, и грубых погрешностей (промахов и выбросов). Конечно, такие исследования должны распространяться и на новые технические средства судовождения.

Результаты названных исследований позволят более объективно оценивать точность определений места, а также послужат для повышения этой точности посредством оптимизации обработки навигационной информации с учетом ее статистических характеристик.

Такая оптимизация полностью достижима только при использовании навигационных автоматизированных комплексов, включающих ЭВМ. Близкие к оптимальным решения могут быть получены применением упрощенных методов и рекомендаций, ориентированных на обработку измерений вручную или с помощью микрокалькуляторов, которые все шире применяются на судах. Наиболее эффективны программируемые микрокалькуляторы с внешними носителями программ. Такие микрокалькуляторы могут быть специализированы набором программ применительно к данному судну и условиям его работы.

Разработка международных требований к точности судовождения и принятая регламентация таких требований порождают вопрос о том, какие суда (их навигационное оборудование) и в каких условиях плавания удовлетворяют названным требованиям.

ям или что надо сделать для их удовлетворения. Вопрос этот кажется весьма сложным. В расширенной постановке он связан с исследованиями влияния человеческого фактора, динамики и траекторных характеристик судов и надежности функционирования полиэргатической (включающей коллектив людей) системы судовождения в целом.

Продолжающееся быстрое усложнение условий судовождения, особенно в районах интенсивного судоходства, стимулирует развитие автоматизированных комплексов, в том числе для централизованного управления с берега движением всех судов в районе. По той же причине все большая часть работ по навигационному обеспечению плавания должна переноситься на период подготовки к плаванию или переходу, для чего требуются методические разработки и активное участие судоводителей-практиков.

Перечисленные задачи и направления исследований тесно взаимосвязаны, и ими, конечно, далеко не исчерпывается проблематика многогранной и быстро развивающейся науки судовождения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Навигационное оборудование морей. М.: ВИНИТИ, 1985. 177 с. (Итоги науки и техники. Сер. «Водн. трансп.». Т. 12).
2. Юдович А. Б. Предотвращение навигационных аварий морских судов. 2-е изд. М.: Транспорт, 1989. 224 с.
3. Каврайский В. В. Астрономия и геодезия/Избр. тр. УНГС ВМФ. 1956. Т. 1. 358 с.
4. Келль Н. Г. Графический метод в действиях с погрешностями и положениями (распределениями). М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1948. 236 с.
5. Козлов А. Д. Оценка точности определения места корабля. ГУ ВМС, 1954. 190 с.
6. Ухов К. С. Навигация. 4-е изд. Л.: Водтрансиздат, 1954. 448 с.
7. Белобров А. П. Гидрографические работы: Дополнительные вопросы. ГУ ВМС, 1951. 208 с.
8. Белобров А. П. Гидрография моря. М.: Транспорт, 1964. 515 с.
9. Коугия В. А., Сорокин А. И. Геодезические сети на море. М.: Недра, 1979. 272 с.
10. Сорокин А. И. Гидрографические исследования Мирового океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. 287 с.
11. Справочник штурмана по математике./Сост. Н. Н. Матусевич; Ред. А. П. Ющенко. Вып. 2. Л.: ГУ ВМС, 1951. 143 с.
12. Ющенко А. П. Способ наименьших квадратов. Л.: Мор. трансп. 1956. 164 с.
13. Мальцев Б. А. Использование разновременных линий положения в судовождении. М.: Мор. трансп. 1962. 140 с.
14. Денисов К. Н., Сазонов А. Е., Филиппов Ю. М. Автоматизация последовательного вычисления координат места судна//Судовождение. Вып. 1. 1960. С. 83—87.
15. Сазонов А. Е., Филиппов Ю. М. Строгое последовательное уточнение счислимого места в случае одновременных линий положения//Судовождение: Сб. 1962. Вып. 2. С. 65—69.
16. Филиппов Ю. М., Сазонов А. Е. Теоретические основы автоматизации судовождения. Л.: Судостроение, 1971. 312 с.
17. Попеко Г. П., Соломатин Е. П. Навигация. Л.: УГС ВМФ. Курс кораблевождения. Т. 1. 1961. 679 с.
18. Каманин В. И., Лаврентьев А. В., Скубко Р. А. Штурман флота. М.: Воениздат, 1986. 539 с.
19. Лесков М. М., Гаврюк М. И. Ошибки навигационных определений. М.: Транспорт, 1964. 136 с.
20. Баранов Ю. К. Использование радиотехнических средств в морской навигации. З-е изд. М.: Транспорт, 1989. 208 с.
21. Скворцов М. И. Систематические погрешности в судовождении. М.: Транспорт, 1980. 168 с.
22. Справочник капитана дальнего плавания/М. Е. Бараповский, Г. П. Белевич, Ю. И. Белов и др.; Под ред. Б. П. Хабура. З-е изд., перераб. и доп. М.: Транспорт, 1973. 704 с.

23. Вульфович Б. А. Методы расчета основных элементов навигационных изолиний. М.: Пищ. пром-сть, 1974. 156 с.
24. Новые технические средства судовождения/Н. В. Герасимов, И. Д. Демин, А. Н. Каяндер и др.; Под ред. А. А. Якушенкова. М.: Транспорт, 1973. 264 с.
25. Кондрашихин В. Т. Теория ошибок и ее применение к задачам судовождения. М.: Транспорт, 1969. 256 с.
26. Сазонов А. Е. Вычислительная техника в судовождении. М.: Транспорт, 1982. 176 с.
27. Гордев А. В. О применении принципа наименьших квадратов при уравнивании зависимых результатов измерений//Геодезия и аэрофотосъемка: Изв. вузов. 1960. Вып. 2. С. 19—40.
28. Коугия В. А. Уравнивание зависимых результатов измерений//Геодезия и аэрофотосъемка: Изв. вузов. 1968. Вып. 3. С. 20—25.
29. Никифоров Б. И., Макаров Г. В. Математическая обработка зависимых величин. М.: Рекламинформбюро ММФ, 1976. 100 с.
30. Скубко Р. А. Загадка трех высот//Мор. сб. 1976. № 6. С. 60—64.
31. Вейхман В. В. Нахождение вероятного места при определении по трем звездам//Мор. флот. 1966. № 8. С. 19—21.
32. Кондрашихин В. Т. Уравнивание косвенных взаимозависимых измерений способом наименьшей квадратичной формы//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ, 1966. Вып. 69. С. 19—38.
33. Кондрашихин В. Т. Определение места судна по высотам трех светил//Мор. флот. 1967. № 3. С. 23—25.
34. Денисов К. Н., Караськов Г. А., Якшевич Е. В. Механизация и автоматизация вычислительных работ в судовождении. М.: Транспорт, 1969. 144 с.
35. Якушенков А. А. К теории оптимальной обработки навигационной информации и комплексирования навигационных систем//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1966. Вып. 73. С. 3—13.
36. Автоматизация судовождения/А. А. Якушенков, К. Н. Денисов, В. Т. Кондрашихин, А. П. Ющенко. М.: Транспорт, 1967. 364 с.
37. Игнатов А. А., Дмитриев С. П. Определение местоположения судна при непрерывной оптимальной обработке линий положения//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1966. Вып. 69. С. 10—18.
38. Челпанов И. Б. Оптимальная обработка сигналов в навигационных системах. М.: Наука, 1967. 392 с.
39. Ривкин С. С., Ивановский Р. И., Костров А. В. Статистическая оптимизация навигационных систем. Л.: Судостроение, 1976. 280 с.
40. Сазонов А. Е., Родионов А. И. Автоматизация судовождения. 2-е изд. М.: Транспорт, 1983. 216 с.
41. Результаты разработки и судовых испытаний комплексной системы автоматизации судовождения «Бирюза»/А. А. Якушенков, В. А. Антоненко, А. А. Кошевой//Навигация и управление судами: Тр. ЦНИИМФ. 1986. С. 3—18.
42. Сайбель А. Г. Основы теории точности радиотехнических методов местоопределения. М.: Оборонгиз, 1958. 55 с.
43. Богуславский И. А. Методы навигации и управления по неполной статистической информации. М.: Машиностроение, 1970. 256 с.
44. Помыкаев И. И., Селезнев В. П., Дмитриченко Л. А. Навигационные приборы и системы. М.: Машиностроение, 1983. 456 с.
45. Экстремальная радионавигация/В. И. Алексеев, А. М. Кориков, Р. И. Полонников и др.; Под ред. Р. И. Плотникова и В. П. Тарасенко. М.: Наука, 1978. 280 с.
46. Бажинов И. К., Почукаев В. Н. Оптимальное планирование навигационных измерений в космическом полете. М.: Машиностроение, 1976. 288 с.
47. Баклицкий В. К., Юрьев А. Н. Корреляционно-экстремальные методы навигации. М.: Радио и связь, 1982. 256 с.

98. Руденя Г. К. Экспериментальное исследование ошибок измерения зеленга системой автосопровождения судовой РЛС//Судовождение: Сб. 1977. Вып. 21. С. 121—124.
99. Состояние теоретических и экспериментальных исследований дифференциальных методов местоопределения в СДВ РНС «Омега»: Обзор/С. И. Котяшкин, Г. В. Головушкин, А. С. Гузман и др./Зарубеж. радиоэлектроника. 1977. № 11. С. 28—77.
100. Мищук И. Т., Острецов Г. А. Оценка точности определений места судна по фазовой РНС «Омега»//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1978. № 1 (106). С. 3—11.
101. Лукьянов В. Ф. К вопросу определения и предвычисления оценок коэффициента корреляции//Геодезия и аэрофотосъемка: Изв. вузов. 1969. Вып. 5. С. 41—44.
102. Кондрашихин В. Т. Оценка корреляции, обусловленной повторяющимися ошибками//Геодезия и аэрофотосъемка: Изв. вузов. 1973. № 2. С. 3—8.
103. Шевченко А. И. Расчет коэффициента корреляции между ошибками сдновременных измерений по двум каналам для радионавигационных систем//Геодезия и аэрофотосъемка: Изв. вузов. 1976. № 4. С. 49—55.
104. Лесков М. М., Баранов Ю. К., Гаврюк М. И. Навигация. 2-е изд. М.: Транспорт, 1986. 360 с.
105. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. Изд. перераб./Пер. с нем. яз.; Под ред. Г. Гроше, В. Циглера. М.: Наука, 1980. 976 с.
106. Гольдфайн И. А. Векторный анализ и теория поля. М.: Наука, 1968. 128 с.
107. Зельдович Я. Б., Мышкин А. Д. Элементы прикладной математики. 2-е изд. М.: Наука, 1967. 646 с.
108. Смирнов Г. Д. Навигационные спутники. М.: Воениздат, 1963. 88 с.
109. Чуров Е. П., Суворов Е. Ф. Космические средства судовождения. М.: Транспорт, 1979. 287 с.
110. Смирновский А. Ф. Радионавигационные средства. Л.: ГУ МО СССР. 1967. 640 с. Курс кораблевождения. Т. 5. Кн. 5.
111. Баранов Ю. К., Песков Ю. А. Теоретические основы определения места судна по навигационным искусственным спутникам Земли. М.: ЦРИА «Морфлот», 1977. 105 с.
112. Баранов Ю. К. Определение места судна с помощью навигационных спутников. 2-е изд. М.: Транспорт, 1984. 112 с.
113. Быков В. И., Никутенко Ю. И. Судовые радионавигационные устройства. М.: Транспорт, 1976. 399 с.
114. Судовые комплексы спутниковой навигации/П. С. Волосов, Ю. С. Дубинко, Б. Г. Мордвинов, В. Д. Шинков. 2-е изд. Л.: Судостроение, 1983. 272 с.
115. Чуров Е. П. Спутниковые системы радионавигации. М.: Совет. радио, 1977. 392 с.
116. Кожухов В. П. Уравнение изодопы//Судовождение: Сб. 1977. Вып. 19. С. 3—6.
117. Судовые испытания приемоиндикатора спутниковой навигационной системы «Транзит»/В. С. Луцый, Д. Р. Меденец, В. А. Сорочинский//Навигация и управление судном: Тр. ЦНИИМФ. 1984. С. 60—64.
118. Наставление по организации штурманской службы на судах Министерства морского флота Союза ССР (НШС—82). М.: ЦРИА «Морфлот», 1982. 100 с.
119. Anderson E. W. Is the Gaussian Distribution normal?//Journ. Inst. Navig. (London) 1965. Vol. 18. No 1. P. 65—79.
120. Hsu D. A. Further analysis of position error in navigation//Journ. Inst. Navig. (London). 1980. Vol. 33. No 3. P. 452—474.
121. Kuebler W., Sommers S. A critical review of the fix accuracy

and reliability of electronic navigation systems//Navigation (USA). 1982. Vol. 29. No 2. P. 137—151.

122. Скородумов П. П. Мореходная астрономия. Л.: УГС ВМФ, 1963. 528 с. Курс кораблевождения. Т. 2.

123. Кондрашихин В. Т. Аналитические методы решения задачи двух высот или расстояний//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1966. Вып. 73. С. 14—24.

124. Крылов А. Н. Астрономия: Собр. тр. Т. 6. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1936. 452 с.

125. Кондрашихин В. Т. Аналитический метод определения места судна по высотам двух звезд//Информ. сб. ЦНИИМФ. 1959. Вып. 42 (9). С. 36—53.

126. Wright C. Direct methods of latitude and longitude determination by mini-computer//Navigation (USA). 1976. Vol. 23. No 2. P. 149—156.

127. A'Heagin M. F., Rossano G. S. Two body fixes by calculator//Navigation (USA). 1977. Vol. 24. No 1, P. 59—66.

128. Kotlaric S. M. New methods of ship position finding from celestial observations//Intern. Hydr. Rev. 1956. Vol. 33. No 1. P. 97—119.

129. Загускин В. Л. Справочник по численным методам решения алгебраических и трансцендентных уравнений. М.: Физматгиз, 1960. 216 с.

130. Виленкин Н. Я. Метод последовательных приближений. 2-е изд. М.: Наука, 1968. 108 с.

131. Тихонов А. Н., Костомаров Д. П. Вводные лекции по прикладной математике. М.: Наука, 1984. 192 с.

132. Дьяконов В. Ф. Применение метода Ньютона для решения астрономической задачи двух высот//Судовождение: Сб. 1963. Вып. 3. С. 29—34.

133. Дьяконов В. Ф. Применение косвенного аналитического метода определения широты и долготы места судна при машинном решении задач мореходной астрономии//Судовождение: Сб. 1969. Вып. 10. С. 71—84.

134. Борель Эм., Дельтейль Р., Юрон Р. Вероятности, ошибки//Пер. с фр. яз. А. Л. Вайнштейна и Н. С. Четверикова. М.: Статистика, 1972. 176 с.

135. Ющенко А. П., Лесков М. М. Навигация. 2-е изд. М.: Транспорт, 1972. 360 с.

136. Кондрашихин В. Т., Раховецкий А. Н. Астрономические определения места судна и поправки компаса. 2-е изд. М.: Транспорт, 1971. 111 с.

137. Коугия В. А. Обоснованность оценки точности положения точки//Геодезия и картография. Изв. вузов. 1978. № 1. С. 12—15.

138. IMO. Resolution A. 529 (13). Accuracy standards for navigation.

139. Гаусс К. Ф. Способ наименьших квадратов: Избр. геодез. соч. Т. 1. М.: Геодезиздат, 1957. 152 с.

140. Майстров Л. Е. Теория вероятностей: Истор. очерк. М.: Наука, 1967. 320 с.

141. Дружинин Н. К. Развитие основных идей статистической науки. М.: Статистика, 1979. 269 с.

142. Фишер Р. А. Статистические методы для исследователей. М.: Госстатиздат, 1958. 268 с.

143. Космические траекторные измерения/П. А. Агаджанов, Н. М. Баранов, Н. И. Буренин и др.; Под ред. П. А. Агаджанова, В. Е. Дулевича и А. А. Коростелева. М.: Сов. радио, 1969. 498 с.

144. Сильвестров С. Д. Точность измерения параметров движения космических аппаратов радиотехническими методами. М.: Совет. радио, 1970. 318 с.

145. Худсон Д. Статистика для физиков/Пер. с англ. яз. В. Ф. Грушшина; Под ред. Е. М. Лейкина. 2-е изд. М.: Мир, 1970. 296 с.

146. Крамер Г. Математические методы статистики/Пер. с англ. яз. А. С. Монина и А. А. Петрова; Под ред. А. Н. Колмогорова. М.: Мир, 1975. 648 с.

147. Зурабов Ю., Якушенков А., Лапий В. Новая система автоматизации судовождения//Мор. флот. 1977. № 7. С. 30—32.
148. Антоненко В., Кошевой А., Якушенков А. «Бирюза» — новая система комплексной автоматизации судовождения//Мор. флот. 1986. № 3. С. 34—37.
149. Третьяк А. Г., Козляков В. В., Матюхин А. В. Опыт и перспективы использования на судах ММФ настольных программирующих мини-ЭВМ//Сер. «Безопасность мореплавания». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1978. Вып. 3 (103). 31 с.
150. Дьяконов В. Ф., Черниев Л. Ф., Демин А. П. Применение способа наименьших квадратов для решения задач судовождения//Судовождение: Сб. 1974. Вып. 14. С. 67—73.
151. Кондрашихин В. Т., Якшевич Е. В. Определение наиболее вероятного значения повторяющейся ошибки//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1972. Вып. 157. С. 23—34.
152. Якшевич Е. В. Влияние степени достоверности априорной информации на точность определения места судна при астрономических наблюдениях//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1971. Вып. 147. С. 16—22.
153. Лесков М. М. Определение места судна и поправки компаса по двум предметам. Л.: Мор. трансп. 1956. 67 с.
154. Кондрашихин В. Т., Лудченко Е. Ф. Визуальные определения места судна и поправки компаса. 2-е изд. М.: Транспорт, 1974. 72 с.
155. Учет погрешностей гирокомпаса в судовождении/Е. Л. Смирнов, А. А. Якушенков, М. Е. Блинников и др. М.: Транспорт, 1974. 68 с.
156. Кондрашихин В. Т. Изолинии точности определений места судна//Судовождение и связь: Научн. тр. ОВИМУ. 1958. Вып. 3. С. 139—148.
157. Попов Л. Навигация. М.: Типо-литография А. Мамонова и К°, 1882. 207 с.
158. Лобанов М. М. Начало советской радиолокации. М.: Сов. радио, 1975. 286 с.
159. The use radar at sea (Wylie F. I.). 2-d ed. London. 1954. 279 р.
160. Радиолокация на море/Пер. с англ. яз. И. Л. Бобырь-Бухановского и Г. К. Шумейко; Под ред. Б. Ф. Высоцкого. М.: Изд-во иностр. лит. 1955. 274 с.
161. Песков Ю. А. Использование РЛС в судовождении. М.: Транспорт, 1986. 144 с.
162. Бухановский И. Л. Радиолокационные методы судовождения. 2-е изд. М.: Транспорт, 1970. 248 с.
163. Бухановский И. Л. Радиолокационные определения места судна. М.: Транспорт, 1967. 76 с.
164. Смирнов А. И., Каманин В. И., Груздев Н. М. Практика кораблевождения. М.: Воениздат, 1978. 397 с.
165. Яловенко В. Я., Якушенков А. А. Навигационные возможности автоматизированных систем предупреждения столкновений судов//Автоматизация морских судов: Тр. ЦНИИМФ. 1982. Вып. 271. С. 12—14.
166. Кондрашихин В. Т., Данцевич В. А. Обработка радиолокационной информации//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1969. Вып. 115. С. 3—16.
167. Судовые средства автоматизации предупреждения столкновения судов/Ю. Г. Зурабов, Р. Н. Черняев, Е. В. Якшевич и др. М.: Транспорт, 1985. 264 с.
168. Методы и технические средства судовождения: По материалам Международного симпозиума по навигации. Осло, 1969//Информ. ЦНИИМФ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1971. № 45 (251). 103 с.
169. Баранов Ю. К. Использование секторных радиомаяков в судовождении. 3-е изд. М.: Транспорт, 1966. 88 с.
170. Топалов В. П. Определение места судна по радиопеленгам. М.: Транспорт, 1975. 64 с.
171. Задачник по навигации и лотции/М. И. Гаврюк, Н. В. Авербах,

48. Белавин О. В. Основы радионавигации. 2-е изд. М.: Сов. радио, 1977. 320 с.
49. Молоканов Г. Ф. Точность и надежность навигации летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1967. 215 с.
50. Шебашевич В. С. Введение в теорию космической навигации. М.: Сов. радио, 1971. 296 с.
51. Белоглазов И. Н., Джанджгава Г. И., Чигин Г. П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука, 1985. 328 с.
52. Ярлыков М. С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985. 344 с.
53. Громов Г. Н. Дифференциально-геометрический метод навигации. М.: Радио и связь, 1986. 384 с.
54. Ганьшин В. Н. Геометрия земного эллипсоида. М.: Недра, 1967. 115 с.
55. Морозов В. П. Курс сфериодической геодезии. 2-е изд. М.: Недра, 1979. 296 с.
56. Морозов В. П. Особые случаи решения обратной геодезической задачи на большие расстояния//Геодезия и аэрофотосъемка: Изв. вузов. 1976. № 6. С. 3—7.
57. Большаков В. Д. Теория ошибок наблюдений. 2-е изд. М.: Недра, 1983. 223 с.
58. Большаков В. Д., Гайдаев П. А. Теория математической обработки геодезических измерений. 2-е изд. М.: Недра, 1977. 367 с.
59. Кемниц Ю. В. Теория ошибок измерений. 2-е изд. М.: Недра, 1967. 175 с.
60. Кемниц Ю. В. Математическая обработка зависимых результатов измерений. М.: Недра, 1970. 188 с.
61. Полевой В. А. Математическая обработка результатов радиогеодезических измерений. М.: Недра, 1971. 342 с.
62. Видуев Н. Г., Григоренко А. Г. Математическая обработка геодезических измерений. Киев: Вища школа, 1978. 376 с.
63. Соболев В. И. Информационно-статистическая теория измерений. М.: Машиностроение, 1983. 224 с.
64. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 248 с.
65. Котельников Р. Б. Анализ результатов наблюдений. М.: Энергоатомиздат, 1986. 144 с.
66. Кондрашихин В. Т., Чесноков В. М. Решение навигационных задач с помощью ЭКВМ «Σ-132»//Судовождение: Сб. 1973. Вып. 13. С. 20—26.
67. Гаврюк М. И. Использование малых вычислительных машин при решении задач судовождения. М.: Транспорт, 1980. 237 с.
68. Левитский В. А. Опыт использования электронной клавишной вычислительной машины ИМЕ-401 в судовых условиях//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1975. Вып. 7 (82). 25 с.
69. Козырь Л. А., Кондрашихин В. Т. Применение ЭКВМ в судовождении//Мор. флот. 1976. № 4. С. 33—34.
70. Левитский В. А. Алгоритм вычисления видимых экваториальных координат звезд на любой момент текущего года с помощью малогабаритных электронных клавишных вычислительных машин//Судовождение: Сб. 1976. Вып. 20. С. 5—14.
71. Брусенцов В. П., Красавцев Б. И. Опыт применения ЭЦВМ «Контакт-2Н» для решения задач судовождения//Судовождение: Сб. 1976. Вып. 20. С. 37—43.
72. Долматов Б. П., Орлов В. А., Шишко В. Ю. Автоматизация навигационных и промысловых расчетов. Мурманск: Кн. изд-во, 1977. 175 с.
73. Кондрашихин В. Т. Применение электронных клавишных вычислительных машин для решения навигационных и эксплуатационных задач//INCA. International Symposium on Ship Automation. Varna. 1977. Р. 30—31.

Ю. К. Баранов и др.; Под ред. М. И. Гаврюка. 3-е изд. М.: Транспорт, 1984. 312 с.

172. Ермолаев Г. Г. Прокладка радиопеленгов на морской карте. М.: Мор. трансп. 1962. 88 с.

173. Болдырев В. С., Зурабов Ю. Г. Навигационное обеспечение морских перевозок//Навигация и управление судном: Тр. ЦНИИМФ. 1984. С. 3—8.

174. Быков В. И., Никитенко Ю. И. Импульсно-фазовые радионавигационные системы в судовождении. М.: Транспорт, 1985. 111 с.

175. Быков В. И., Никитенко Ю. И. Фазовая радионавигационная система «Декка-Навигатор». 2-е изд. М.: Транспорт, 1969. 176 с.

176. Быков В. И. Использование приемоиндикатора «Пирс-1». М.: Рекламинформбюро ММФ, 1975. 51 с.

177. Применение радионавигационной системы «Декка» (РШС-1). М.: Рекламинформбюро ММФ, 1976. 59 с.

178. Быков В. И. Импульсная радионавигационная система «Лоран». М.—Л.: Транспорт, 1964. 132 с.

179. Гаврюк М. И., Улькин Ю. М. Навигационное использование радионавигационных гиперболических импульсных и фазовых систем: Учеб. пособие. 2-е изд. М.: В/О «Мортехинформреклама», 1986. 64 с.

180. Быков В. И. Расширение границ рабочей зоны радионавигационной системы «Декка»//Автоматизация судовых производственных процессов: Тр. ЦНИИМФ. Л.: Транспорт, 1983. С. 43—48.

181. Баранов Ю. К., Песков Ю. А. Использование в судовождении спутниковой радионавигационной системы доплеровского типа. М.: ЦРИА «Морфлот», 1979. 71 с.

182. Быков В. И. Радионавигационная система «Омега». М.: Транспорт, 1978. 88 с.

183. Пантев Н. Резултаты от определянето на случайните грешки на радионавигационните системи Decca и Loran//Корабостроене, корабоплаване. 1975. Т. 14. № 7. С. 19—22.

184. Кинкулькин И. Е., Рубцов В. Д., Фабрик М. А. Фазовый метод определения координат. М.: Сов. радио, 1979. 280 с.

185. Быков В. И. Состояние и перспективы использования зарубежных радионавигационных систем «Омега», «Декка», «Транзит», «Лоран-С» транспортным флотом//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1979. Вып. 1 (116). С. 21—33.

186. The Decca Navigator chain data sheets. Part 2—3. London. 1976. 120 р.

187. Шевченко А. И. Расчет постоянных поправок РНС «Декка»//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1977. № 7 (102). С. 15—24.

188. Адамченко В. Н. Обработка радионавигационных измерений. М.: Транспорт, 1983. 56 с.

189. Кондрашихин В. Т., Шевченко А. И. Выбор времени между измерениями при определениях места с помощью РНС//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1972. С. 3—7.

190. Gorskij S. Ocena dochladnosci w nawigacji morskiej. Gdansk: Wydawnictwo morskie. 1977. 130 s.

191. Гамов А. Г. Упрощенный способ расчета эллипса ошибок при определении места по радионавигационным системам//Судовождение: Сб. ЛВИМУ. 1976. вып. 20. С. 57—62.

192. Баскин А. С. Методика определения скорости и маневренных элементов судна на радионавигационном полигоне//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1983. № 8 (85). 19 с.

193. Раховецкий А. Н. Погрешность совмещения импульсов с различными амплитудами при использовании радионавигационной системы «Лоран-А»//Информ. сб. ЦНИИМФ. 1964. Вып. 126. С. 19—23.

194. Кондрашихин В. Т., Топалов В. П., Шевченко А. И. Определение места судна по импульсным РНС. М.: Транспорт, 1975. 64 с.

74. Молоканов Г. Ф. Объективный контроль точности самолетовождения. М.: Воениздат, 1980. 126 с.
75. Ольшамовский С. Б., Земляновский Д. К., Шепетов И. А. Организация безопасности плавания судов. 2-е изд. М.: Транспорт, 1979. 213 с.
76. Земляновский Д. К. Теоретические основы безопасности плавания судов. М.: Транспорт, 1973. 224 с.
77. Кондрашихин В. Т. Зависимость между точностью и надежностью навигации//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1973. Вып. 173. С. 41—49.
78. Кондрашихин В. Т. Определение места судна. М.: Транспорт, 1981. 206 с.
79. Кожухов В. П., Григорьев В. В., Лукин С. М. Математические основы судовождения. 2-е изд. М.: Транспорт, 1987. 231 с.
80. Красавцев Б. И. Мореходная астрономия. 3-е изд. М.: Транспорт, 1986. 255 с.
81. Никифоров Б. И. Систематические погрешности//Гидрография и гидрометеорология: Сб. 1974. Вып. 3. С. 21—30.
82. Кондрашихин В. Т. О погрешностях измерений//Геодезия и картография. 1977. № 5. С. 11—16.
83. Пустыльник Н. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М.: Наука, 1968. 288 с.
84. Смирнов Н. В., Белугин Д. А. Теория вероятностей и математическая статистика в приложении к геодезии. М.: Недра, 1969. 379 с.
85. Свешников А. А. Основы теории ошибок. Изд-во Ленингр. ун-та, 1972. 124 с.
86. Смирнов Н. В. Об оценке максимального члена в ряду наблюдений//Теория вероятностей и математическая статистика: Избр. тр. М.: Наука, 1970. С. 128—132.
87. Диксон У. Отбраковка сомнительных наблюдений//Введение в теорию порядковых статистик/Пер. с англ. яз.; Под ред. А. Я. Боярского. М.: Статистика. 1970. С. 274—307.
88. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. 2-е изд. М.: Физматгиз, 1962. 349 с.
89. Вагушенко Л. Л. Выявление промахов навигационных измерений//Судовождение: Сб. 1977. Вып. 21. С. 15—20.
90. Кондрашихин В. Т. Оценка точности обсерваций при взаимозависимых ошибках наблюдений//Судовождение и связь: Сб. ЦНИИМФ. 1963. Вып. 102. С. 51—55.
91. Кондрашихин В. Т. Статистические характеристики информации, поступающей от фазовой РНС//Судовождение и связь: Сб. ЦНИИМФ. 1963. Вып. 102. С. 23—28.
92. Зурабов Ю. Г. Определение взаимной корреляции ошибок измерений//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1970. Вып. 124. С. 14—25.
93. Зурабов Ю. Г. Статистические характеристики радионавигационной информации приемоиндикатора «Пирс-1»//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1968. Вып. 97. С. 24—35.
94. Баранов Ю. К. Об определении места судна в море с помощью РНС «Лоран-С»//Сер. «Судовождение и связь»: Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1972. Вып. 3 (49). С. 3—17.
95. Шевченко А. И. Статистические характеристики ошибок импульсных РНС//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1973. Вып. 167. С. 59—68.
96. Об ошибках фазовой радионавигационной системы «Декка»//В. В. Правдюк, С. А. Угрюмов, Ю. Г. Зурабов и др. Сб. ЦНИИМФ. 1968. № 39 (189). С. 57—73.
97. Кондрашихин В. Т., Лопчински Б. Корреляция между ошибками радионавигационной системы «Омега»//Геодезия и аэрофотосъемка: Изв. вузов. 1978, № 1. С. 30—34.

195. Баскин А. Преобразование координат — задача с подвохом//Мор., флот. 1986. № 3. С. 37—38.
196. Поттс К. Е., Видер Б. В. Передача сигналов точного времени и стандартной частоты через систему «Лоран-С»: Пер. с англ. яз./Время и частота. М.: Мир, 1973. С. 79—90.
197. Глумов И. Ф., Злотников Л. А., Смирнов А. В. Исследование точности системы «Лоран-С» с автоматическим цифровым приемоиндикатором в условиях Средиземного моря//Сер. «Морская геология и геофизика». Экспресс-информ. 1978. № 3. С. 13—24.
198. Гаврюк М. И. Графоаналитический метод расчета координат при определении места судна по РНС «Лоран»//Судовождение: Сб. ЛВИМУ. 1977. Вып. 21. С. 7—11.
199. Nard G. Results of recent experiments with Differential Omega//Intern. Hydr. Rev. 1973. Vol. 50. No 1. P. 101—123.
200. Свенсон Е. Р., Кугел К. П. Передача сигналов точного времени на ОНЧ. Традиционные и современные методы, использующие систему «Омега»: Пер. с англ. яз./Время и частота. М.: Мир, 1973. С. 91—106.
201. Логиновский В. А. Выбор линий положения РНС «Омега» при использовании опорно-расчетной точки//Проблема морского судовождения. М.: В/О «Мортехинформреклама». 1983. С. 9—12.
202. Греку Р. Х., Костецкий Н. М., Острецов Г. А. Прогнозирование поправок РНС «Омега» по текущим измерениям//Проблемы морского судовождения. М.: В/О «Мортехинформреклама». 1983. С. 19—25.
203. Баскин А. С. Первый опыт использования РНС «Омега»//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1975. № 1 (76). С. 3—11.
204. Якшевич Е. В., Пирожинский Ю. Н. Экспериментальные исследования ошибок радионавигационной системы «Омега»//Технические средства морской радиосвязи: Тр. ЦНИИМФ. 1975. Вып. 204. С. 120—124.
205. Шиваров А. Вероятностно-статистические характеристики на навигационната информация, получавана через радионавигационната система «Омега»//Проблеми водния транспорт. Варна. 1977. С. 3—10.
206. Шевченко А. И. Графоаналитический метод определения места судна по РНС «Омега»//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1976. № 2 (87). С. 26—37.
207. Глумов И. Ф., Злотников Л. А., Смирнов А. В. Исследование точности системы «Омега» при выполнении морских геофизических исследований в бассейне Средиземного моря//Сер. «Морская геология и геофизика». Экспресс-информ. М.: ВИЭМС. 1978. № 3. С. 24—32.
208. Глумов И. Ф., Котяшкин С. И., Зиберов В. И. Оценка возможности применения дифференциального метода РНС «Омега» для привязки морских геофизических исследований//Сер. «Морская геология и геофизика». Экспресс-информ. М.: ВИЭМС. 1978. № 3. С. 32—36.
209. Глумов И. Ф., Котяшкин С. И. Перспективы применения радионавигационной системы «Омега» для привязки морских геофизических съемок в океане//Геодезия и аэрофотосъемка: Изв. вузов. 1974. № 2. С. 11—18.
210. Агафонников А. М., Котяшкин С. И. Исследование сигналов радионавигационной системы дальнего действия «Омега» в бассейне Черного моря//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1974. Вып. 190. С. 49—56.
211. Шиваров А. Методы за повишаване точността на определено корабно място в Черно море через радионавигационната система «Омега»//Тр. Институт по воден транспорт. Варна: 1977. № 3. С. 11—22.
212. Быков В. И., Елисеев Б. В. Практические данные по определению места в ближней зоне приема сигналов радионавигационной системы «Омега»//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1976. Вып. 211. С. 69—72.
213. Быков В. И., Кожарский Р. Г., Хотяков С. Я. Опознавание сигналов и выбор станций для определений по РНС «Омега»//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1978. Вып. 234. С. 32—36.
214. Агафонников А. М., Котяшкин С. И., Писецкий А. Н.

Методика вычисления поправок на распространение радиоволн для РНС «Омега» на судовых ЭВМ//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1977. Вып. 224. С. 68—74.

215. Володин В. И. Упрощенный алгоритм расчета регулярных фазовых сдвигов на основной частоте для РНС «Омега»//Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. 1978. Вып. 234. С. 24—32.

216. Волосов П. С., Волынкин А. И., Мищенко И. Н. Спутниковая радионавигационная система «Транзит»//Зарубежная радиоэлектроника. 1979. № 1. С. 3—43.

217. Баранов Ю. К., Песков Ю. А. Вероятностно-статистические характеристики навигационной спутниковой системы (НСС) «Транзит»//Судовождение: Сб. М.: ЦРИА «Морфлот», 1978. Вып. 23. С. 26—33.

218. Песков Ю. Оценка точности определения места по спутнику//Мор. флот. 1974. № 11. С. 20—21.

219. Пирожинский Ю. Н., Аристов С. И. Экспериментальная оценка точности совместного использования приемоиндикатора СНС «Транзит» с абсолютным лагом//Навигация и управление судном: Тр. ЦНИИМФ. 1986. С. 60—61.

220. Глумов И. Ф., Злотников Л. А., Смирнов А. В. Применение системы спутниковой навигации «Транзит» для геодезического обеспечения морских геофизических съемок//Сер. «Морская геология и геофизика». Экспресс-информ. М.: ВИЭМС. 1978. № 3. С. 1—13.

221. Баранов Ю. К. Учет высоты приемной антенны и различий в опорных геодезических системах при определении места судна по навигационной спутниковой системе «Транзит»//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1976. № 3 (88). С. 17—26.

222. Панасик С. И. Учет различия геодезических систем при определении места судна по РНС «Транзит» в европейских водах//Методы и технические средства судовождения. М.: В/О «Мортехинформреклама». 1985. С. 29—33.

223. Баранов А. Ю. Особенности использования приемоиндикатора МХ-1102 спутниковой РНС «Транзит»//Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1979. Вып. 3 (118). С. 16—24.

224. Результаты опытной эксплуатации комбинированного спутникового приемоиндикатора МХ-1105/В. С. Болдырев, Б. А. Вильнер, В. И. Григорьев и др./Технические средства и методы судовождения: Тр. ЦНИИМФ. 1983. С. 22—26.

225. Михайлов Б. И. Опыт использования спутникового навигационного комплекса FSN-70 фирмы «Фуруно» (Япония)//Теория и практика морской навигации. М.: В/О «Мортехинформреклама». 1984. С. 90—94.

226. Якушенков А. А. Сравнительная эффективность применения спутниковых навигационных систем на морском флоте//Навигация и управление судном: Тр. ЦНИИМФ. 1986. С. 48—56.

227. Долматов Б. П. Сравнительная оценка таблиц и пособий мореходной астрономии. М.: Транспорт, 1965. 139 с.

228. Красавцев Б. И. Инструменты и методы мореходной астрономии. 2-е изд. М.: Транспорт, 1972. 88 с.

229. Гаврюк М. И. Астронавигационные определения места судна. М.: Транспорт, 1973. 176 с.

230. Новый судовой кварцевый хронометр//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1977. № 5 (100). С. 20.

231. Шеголов Е. Я. Радиотехнические средства морского судовождения. Л.: Мор. трансп. 1956. 569 с.

232. Якушенков А., Черняев Р. Развитие технических средств судовождения//Мор. флот. 1972. № 2. С. 22—25.

233. Болдырев В., Пересыпкин В., Якушенков А. Международные стандарты точности судовождения//Мор. флот. 1985. № 8. С. 28—29.

234. Зубков Р., Груздев Н. Современные методы навигации и перспективы их развития//Мор. сб. 1984. № 5. С. 54—58.

235. Устав службы на судах Министерства морского флота Союза ССР/ММФ СССР. М.: Рекламинформбюро. 1976. 224 с.
236. Сazonov A. E., Filiippov Yu. M. Nekotorye voprosy ispol'zovaniya posledovatel'nogo metoda dlya resheniya zadach sudovozhdeniya//Sudovozhdenie: Sb. 1977. Vyp. 22. C. 12—26.
237. Firssov Yu. G. Opredelenie mesta sudna po raznovremennym navingacionnym parametram s uchetom ikh vzaimozavisimosti//Sudovozhdenie: Sb. 1977. Vyp. 19. C. 9—16.
238. Firssov Yu. G. Sovmestnaya posledovatel'naya obrabotka navingacionnykh parametrov v usloviyah okeanskogo pлавania//Sudovozhdenie: Sb. 1976. Vyp. 20. C. 49—56.
239. Galoshin I. A. Posledovatel'noe utochnenie mesta sudna s uchtem vzaimnoy svazi opredelenij//Gidrografia i gidrometeorologiya: Sb. 1974. Vyp. 3. C. 34—40.
240. Kajander A. H., Rivkin B. S., Yashewich E. V. Algoritmi-zatsiya chisleniya i prokladki puti sudna//Sudovozhdenie i svaz': Tr. ЦНИИМФ. 1975. Vyp. 200. C. 3—12.
241. Yushchenko A. P. Opredelenie veroyatnogo puti po рядu observatsii//Sudovozhdenie: Sb. 1964. Vyp. 4. C. 8—13.
242. Kondrashikhin V. T. Obrabotka informatsii dlya programmirovannogo pлавания sudov//Sudovozhdenie i svaz': Tr. ЦНИИМФ. 1961. Vyp. 39. C. 12—17.
243. Kondrashikhin V. T., Tabachnik E. I. Opredelenie statisticheskikh charakteristik navingacionnoy informatsii//Sudovozhdenie i svaz': Tr. ЦНИИМФ. 1968. Vyp. 97. C. 3—13.
244. Brammer K., Ziffeling G. Fil'tr Kalmana — Byozi. Deternirivannoe наблюдение i stoхasticheskaya fil'tratsiya. M.: Nauchka, 1982. 200 c.
245. Kondrashikhin V. T. Ob'edinenie navingacionnoy informatsii, postupayushchey ot nekolykikh istochnikov//Inform. sb. ЦНИИМФ. 1962. Vyp. 80. C. 45—47.
246. Gruzdev N. Korrektuруemoe chislenie//Mop. sb. 1985: № 10. C. 47—54.
247. Vagushenko L. L. Obrabotka navingacionnykh dannykh na ЭВМ. M.: Transport, 1985. 144 c.
248. Vorob'ev L. M. Vozdushnaya navingacija. M.: Mashinostrоenie, 1984. 256 c.
249. Buxanovskiy I. L. Chislenie puti sudna. 5-e izd. M.: Transport, 1971. 72 c.
250. Ermolaev G. G. Morskaya lozija. 4-e izd. M.: Transport, 1982. 392 c.
251. Zemskiy O. Povyschenie tochnosti sudovozhdeniya/Mop. flot. 1985. № 6. C. 35.
252. Fatyanov A. Sudno proходит uzkost'...//Mop. flot. 1986. № 5. C. 25—26.
253. Martynov K. B. Navingacionnoe oborudovanie morskikh putej. M.: Mop. tрансп. 1962. 263 c.
254. Zelenin M. P., Bednyi G. Z. Ergonomika na morskom tранspore. M.: Transport, 1980. 176 c.
255. Aleksandrov M. N. Bezopasnost' cheloveka na more. L.: Sudostroenie, 1983. 208 c.
256. Abchuk V. A. Teoriya riska v morskoy praktike. L.: Sudostroenie, 1983. 152 c.
257. Baschin A. Etot «nepostiжimyy» chelovecheskii faktor//Mop. flot. 1986. № 4. C. 32—33.
258. Baidakov T. Vvesti psichologicheskie pasporta//Mop. flot. 1985. № 2. C. 34—35.
259. Fatyanov A. Psichologicheskii tonus kapitana//Mop. flot, 1985. № 4. C. 27—28.

260. Фатянов А. Промахи в судовождении//Мор. флот. 1985. № 5. С. 27—29.
261. Введение в эргономику/Г. М. Зараковский, Б. А. Королев, В. И. Медведев и др.; Под ред. В. П. Зинченко. М.: Сов. радио, 1974. 352 с.
262. Справочник по инженерной психологии/С. В. Борисов, В. А. Денисов, Б. А. Душнов и др.; Под ред. Б. Ф. Ломова. М.: Машиностроение, 1982. 368 с.
263. Страхов А. П. Адаптация моряков в длительных океанских плаваниях. Л.: Медицина, 1976. 128 с.
264. Стенько Ю. М. Психогигиена моряка. Л.: Медицина, 1981. 176 с.
265. Баранов О., Катон А. Есть другое решение//Мор. флот. 1985. № 2. С. 31—32.
266. Баскин А. С., Москвин Г. И. Береговые системы управления движением судов. М.: Транспорт, 1986. 159 с.
267. Червоный А. А., Лукьяненко В. И., Котин Л. В. Надежность сложных систем. М.: Машиностроение, 1972. 304 с.
268. Митник В. М. Вероятность аварий судов транспортного флота//Технические средства и методы судовождения. Тр. ЦНИИМФ. 1983. Вып. 279. С. 61—66.
269. Смирнов В. П. Результаты натурных наблюдений по определению просадки морских транспортных судов при плавании на мелководье// Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1979. Вып. 1 (116). С. 3—16.
270. Лудченко Е. Ф., Майоров Г. А. Обеспечение надежности судовых электронавигационных приборов. М.: Транспорт, 1979. 64 с.
271. Козырь Л. А., Кондрашихин В. Т. ЭКВМ для судовых задач//Мор. флот. 1978. № 12. С. 30—31.
272. Стойнешки М., Шиваров А. Использование на программируемых микрокалькуляторах для автоматизации навигационных вычислений//Кораблостроение, кораблестроение. 1978. Т. 17. № 7. С. 20—23.
273. Кондрашихин В. Т., Долгочуб В. Т. Применение микрокалькуляторов на судах//Сер. «Судовождение и связь». Экспресс-информ. М.: ЦБНТИ ММФ. 1981. Вып. 7 (142). 32 с.
274. Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Инженерные расчеты на микрокалькуляторах. Киев: Техника, 1980. 383 с.
275. Лодатко Е. А. Школьнику о вычислениях с микрокалькулятором. М.: Просвещение, 1985. 96 с.
276. Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Инженерные расчеты на программируемых микрокалькуляторах. Киев: Техника, 1985. 328 с.
277. Дьяконов В. П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. М.: Наука, 1985. 224 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Навигационные параметры и изолинии	7
1.1. Навигационные параметры и функции	7
1.2. Оценка погрешностей навигационных параметров	11
1.3. Навигационные изолинии	18
1.4. Градиенты навигационных параметров	26
1.5. Линия и полоса положения	33
2. Теоретические основы определений места	42
2.1. Идея и способы определений	42
2.2. Методы определений места	45
2.3. Оценка точности определений по двум параметрам	53
2.4. Определения по разновременным наблюдениям	76
2.5. Определения по трем и более параметрам	82
3. Практические рекомендации по определениям места	95
3.1. Визуальные определения	95
3.2. Радиолокационные определения	103
3.3. Определения по радиопеленгам	111
3.4. Определения по гиперболическим радионавигационным системам	121
3.5. Астрономические определения	154
4. Обеспечение навигационной безопасности	162
4.1. Требования к точности судовождения	162
4.2. Контроль и коррекция счисления	164
4.3. Навигационное обеспечение плавания	180
4.4. Навигационная эргономика	188
4.5. Оценка навигационной безопасности	192
4.6. Применение вычислительной техники	201
Заключение	216
Список литературы	218