Е.А. ЛОДАТКО

ШКОЛЬНИКУ О ВЫЧИСЛЕНИЯХ С МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОМ

Е.А. ЛОДАТКО

ШКОЛЬНИКУ О ВЫЧИСЛЕНИЯХ С МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОМ

КНИГА ДЛЯ УЧАЩИХСЯ
9—10 КЛАССОВ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

МОСКВА «ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1985

ББК 32.974
Л70

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И. Н. Антипов, доктор педагогических наук, старший научный сотрудник Московского областного педагогического института им. Н. К. Крупской; *Э. И. Кузнецов,* кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной математики и программирования Московского государственного педагогического института им. В. И. Ленина; *Г. И. Ионов,* преподаватель кафедры алгебры, геометрии и методики преподавания математики Балашовского государственного педагогического института.

Лодатко Е. А.

Л70 Школьнику о вычислениях с микрокалькулятором.— М.: Просвещение, 1985.— 96 с., ил.

В книге рассматриваются вопросы организации вычислений с помощью микрокалькулятора в процессе овладения математическими знаниями в средней школе.

Предназначена учащимся средних школ.

Л $\frac{4306020000-824}{103(03)-85}$ 134—85

ББК 32.974

ПРЕДИСЛОВИЕ

Успехи, достигнутые в последние десятилетия в области электронной технологии, способствовали появлению и массовому распространению особого вида электронных вычислительных средств — микрокалькуляторов, ставших в настоящее время незаменимыми спутниками человека во всех областях деятельности, где приходится выполнять вычисления.

Естественно, широта функциональных возможностей современных микрокалькуляторов, простота обращения с ними сразу же привлекли внимание самых разнообразных категорий пользователей и микрокалькуляторы стали широко применяться при выполнении научных, проектно-конструкторских, планово-экономических и даже бытовых расчетов.

В последние годы микрокалькуляторы начали применяться также и в учебных целях — для выполнения вычислений в процессе изучения ряда учебных предметов в школе и в первую очередь при решении математических задач.

«Не следует думать, однако, будто решение задач на микрокалькуляторах сводится к бездумному нажиманию клавиш. Как и любое другое вычислительное устройство, будь то абак или русские счеты, логарифмическая линейка или современная ЭВМ, микрокалькулятор требует особых методов и приемов счета, учитывающих его специфику»[1].

Как правило, каждый микрокалькулятор снабжается краткой инструкцией по эксплуатации. По ней каждый может научиться выполнять все операции, предусмотренные в данном типе микрокалькуляторов. Однако умение выполнять отдельные операции на микрокалькуляторе еще не означает умения решать задачи с его помощью. Последнее значительно сложнее и имеет более глубокий смысл.

Дело в том, что практически каждый раз перед выполнением вычислений мы избираем наиболее «удобную», на наш взгляд, последовательность выполнения отдельных операций. Естественно, от того, насколько хороша оказывается избранная нами последовательность, зависят и трудоемкость вычислений, и время их выполнения. То же самое можно наблюдать и в случае применения в вычислениях микрокалькулятора.

[1] Данилов Ю. А. От переводчика.— В кн.: Гильде В., Альтрихтер З. С микрокалькулятором в руках.—М.: Мир, 1980, с. 5.

Поэтому, прежде чем приступить к использованию микрокалькулятора при решении задач, необходимо овладеть приемами вычислений и некоторыми особыми методами, характерными для имеющегося у Вас микрокалькулятора. Без этого микрокалькулятор так и останется вспомогательным вычислительным устройством и не оправдает возлагаемых на него надежд.

В предлагаемой вниманию школьников книге автор старался учесть это и показать возможности применения микрокалькулятора при решении некоторых задач школьного курса математики. Для этого были выбраны арифметический микрокалькулятор «Электроника МК-57» и инженерный «Электроника БЗ-37» как один из наиболее распространенных в настоящее время.

Чтобы читатель мог познакомиться с устройством и принципами работы современного микрокалькулятора, а также функциональными возможностями микрокалькуляторов «Электроника МК-57» и «Электроника БЗ-37», в книгу включены соответствующие вопросы. Кроме того, кратко обсуждаются точность вычислений и источники возникновения погрешностей в них, а также некоторые приемы сокращения вычислений.

Автор надеется, что данная книга поможет школьникам лучше узнать свой микрокалькулятор, а также пробудит интерес к поискам эффективных приемов вычислений при решении математических задач.

ИЗ ИСТОРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ

Год 1946 принято считать годом, открывшим новую эпоху в развитии вычислительной техники. В этом году американскими учеными Дж. Моучли и Д. Эккертом была завершена начавшаяся в 1943 году постройка первой электронной вычислительной машины (ЭВМ), получившей название ЭНИАК (ENIAC — Electronic Numerical Integrator and Computer — электронный цифровой интегратор и вычислитель).

В последующие годы было осуществлено проектирование и постройка уже целого ряда ЭВМ:

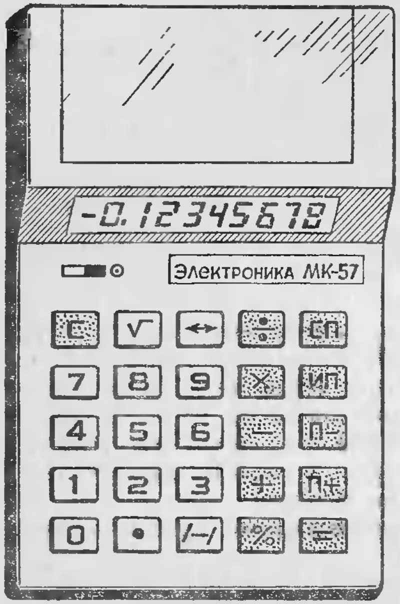
1949 год — ЭДСАК (под руководством профессора Кэмбриджского университета М. Уилкса);
1950 год — МЭСМ (Малая электронная счетная машина — под руководством академика С. А. Лебедева),
ЭДВАК (группой американских ученых);
1951 год — ЮНИВАК (под руководством американских ученых Дж. Моучли и Д. Эккерта);
1952 год — М-2 (под руководством И. С. Брука),
ДЖОНИАК (группой американских ученых);
1953 год — БЭСМ (Быстродействующая электронная счетная машина — под руководством академика С. А. Лебедева),
СТРЕЛА (под руководством Ю. И. Базилевского);
1954 год — УРАЛ (под руководством Б. И. Рамеева) и др.

К 1965 году мировой парк электронных вычислительных машин насчитывал уже свыше 50 тысяч единиц различного назначения и продолжал расширяться еще более быстрыми темпами.

Наряду с расширением мирового парка ЭВМ велась работа по их совершенствованию: расширению функциональных возможностей, повышению быстродействия при уменьшении размеров и мощности потребляемой электроэнергии. Большую роль сыграли в этом важнейшие достижения в области электроники и технологии производства полупроводников. Каждое из таких достижений предопределило, да и, пожалуй, будет аналогично предопределять в дальнейшем появление новых поколений электронных вычислительных машин.

Так, основным «строительным» элементом первых ЭВМ (например, отмеченных выше: ЭНИАК, ЭДСАК, МЭСМ, М-2, БЭСМ,

Рис. 1
Микрокалькулятор «Электроника МК-57». Световое табло (индикатор) выполнено на светодиодах (светодиодных излучающих сборках), имеющих свечение красного цвета.



СТРЕЛА, УРАЛ и др.) была электронная лампа. Вычислительные машины на такой конструктивной основе позже стали называть машинами первого поколения.

Освоение промышленностью технологии производства полупроводников в 50-е годы позволило осуществить значительные конструктивные изменения в электронных схемах разрабатываемых ЭВМ — заменить электронные лампы транзисторами, что привело к появлению машин так называемого второго поколения (например, отечественные БЭСМ-4, БЭСМ-6, М-220, М-222, МИНСК-22, МИНСК-32, УРАЛ-11, УРАЛ-14, НАИРИ, НАИРИ-2, НАИРИ-К и др.). Машины этого поколения уже к середине 60-х годов полностью вытеснили ЭВМ первого поколения.

Однако и это поколение электронных вычислительных машин доминировало недолго. К концу 60-х годов была освоена интегральная технология производства полупроводников, которая способствовала окончательному формированию ЭВМ третьего поколения — ЭВМ на больших интегральных схемах (БИСах — миниатюрных кремниевых пластинках с нанесенными (напыленными) на них тысячами транзисторов и других элементов схемы).

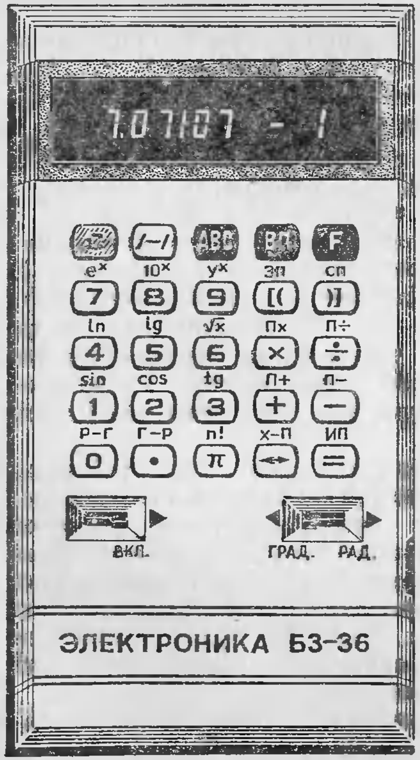


Рис. 2
Микрокалькулятор для научных и инженерных расчетов «Электроника Б3-36». В конструкции светового табло применен катодно-люминесцентный индикатор, имеющий свечение зеленого цвета.

К числу ЭВМ этого поколения можно отнести вычислительные машины типа «РЯД»: ЕС 1010—ЕС 1050.

Кроме того, появление больших интегральных схем открыло и новое направление развития электронной техники, связанное с возможностью создания малогабаритных вычислительных устройств — микрокалькуляторов[1].

Первые микрокалькуляторы на интегральных схемах, появившиеся в конце 60-х — начале 70-х годов, значительно отличались от современных своими функциональными возможностями[2] и размерами. В них использовались средние интегральные схемы (СИСы — кремниевые пластинки малых размеров с напыленными на них несколькими сотнями элементов схемы), но в конструкции световых табло применялись электронные лампы[3].

Рис. 3
Микрокалькулятор для простейших математических расчетов «Электроника Б3-39». В конструкции светового табло применены жидкие кристаллы, появляющиеся на нем цифры имеют на общем фоне серебристый оттенок.

Переход на использование в конструкциях микрокалькуляторов больших интегральных схем и применение с 1971 года табло на светодиодах[4] придали им современный вид (рис. 1) и способствовали их широкому распространению и проникновению практически во все области человеческой деятельности.

Несколько позже в конструкциях световых табло микрокалькуляторов были применены катодно-люминесцентные индикаторы (рис. 2), а к концу 70-х годов — жидкие кристаллы (рис. 3). Кроме этого, ряду изменений подверглись и источники питания микрокалькуляторов: если в первые годы применялись в качестве источников питания выпрямители, то в дальнейшем стали использоваться батареи, аккумуляторы и комбинированные ис-

---

[1] Хотя если быть точным, то следует считать, что предшественники современных микрокалькуляторов появились в Англии (а затем и в других странах) и начали широко распространяться с 1962 года. Электронная схема у них была выполнена на печатных платах и содержала несколько тысяч одних только транзисторов. Размеры таких «микрокалькуляторов» были, как у пишущей машинки.

[2] Как правило, первые микрокалькуляторы «умели» выполнять четыре арифметических действия, вычислять обратную величину числа, процент от числа и некоторые другие действия и операции.

[3] Количество электронных ламп зависело от разрядности табло, формы представления чисел и т. п., что в каждом из случаев в известном смысле определяло размеры прибора.

[4] Разработка такого табло была осуществлена в 1971 году американской фирмой «Бомар».

Рис. 4

Микрокалькулятор для простейших математических расчетов «Электроника МК-60». Источником питания служит батарея солнечных элементов.

Рис. 5, *а*)

точники питания — выпрямитель-аккумулятор и т. п. В 1982 году отечественной промышленностью начал выпускаться в обращение микрокалькулятор, питающийся от батареи солнечных элементов[1] (рис. 4.).

За немногим более 10 лет своего существования микрокалькулятор, кроме того, значительно «потерял» в массе. Она с нескольких килограммов в первых моделях снизилась до нескольких десятков граммов (!) в современных. Так, например, микрокалькулятор «Электроника МК-60» (рис. 4) имеет массу, не превышающую 60 граммов!

Следует сказать, что наряду с постоянным применением в конструкциях микрокалькуляторов различных технических

[1] Батарея солнечных элементов работает по принципу фотогальванического эффекта: достаточно обычного источника света (дневного, лампы накаливания или флюоресцентной лампы) для возникновения в батарее разности потенциалов, необходимой для нормальной работы прибора.

Рис. 5, *б*)

Микрокалькулятор для научных, инженерных и статистических расчетов:
а) «Электроника МК-51».
б) «Электроника БЗ-38». Клавиши этого микрокалькулятора имеют тройное назначение.

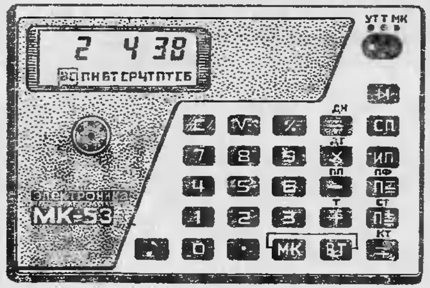


Рис. 6

Микрокалькулятор для простейших математических расчетов «Электроника МК-53». В нем предусмотрена возможность работы в режиме календаря, часов, секундомера и будильника.

Рис. 7

Программируемый микрокалькулятор «Электроника МК-54».

новшеств велась также настойчивая работа по расширению функциональных возможностей этих вычислительных средств, уже успевших стать незаменимыми нашими помощниками. Микрокалькуляторы постепенно «учились» выполнять инженерные и научные расчеты, статистические расчеты, работать по заранее составленным программам, отсчитывать время и т. д. (рис. 5, 6).

Естественно, что различные категории пользователей предъявляли к микрокалькуляторам различные требования, что обусловило производство микрокалькуляторов трех основных разновидностей:

1) микрокалькуляторы для выполнения простейших математических расчетов (см., например, рис. 3, 4, 6);

2) микрокалькуляторы для выполнения научных и инженерных (статистических) расчетов (см., например, рис. 1, 2, 5, *а*, *б*);

3) программируемые микрокалькуляторы — «Электроника МК-54» (рис. 7), «Электроника Б3-34», «Электроника Б3-21» и др.

Ниже, в таблицах 1—3, приведены важнейшие характеристики некоторых наиболее распространенных типов современных микрокалькуляторов, по которым можно судить о функциональных возможностях как основных разновидностей, так и отдельных марок этих индивидуальных вычислительных средств.

Таблица 1

Характеристики микрокалькуляторов для выполнения простейших математических расчетов, выпускаемых отечественной промышленностью[1]

Данные микро-калькуляторов	Б3-14	Б3-23	Б3-24Г	МК-57 МК-57А	Б3-26	Б3-30	Б3-39	С3-33	МК-40	МК-53	МК-60	Б3-05М	МК-59	С3-22 МК-42	МК-44
4 арифметических действия	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х
Цепочечные операции	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х
Действия с константой	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х		х	х
Вычисление обратной величины числа	х			х	х			х				х		х	х
Извлечение квадратного корня	х			х	х	х	х		х	х	х				х
Вычисление % от числа	х	х		х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х
Накопление в отдельном регистре памяти			х	х	х			х	х	х	х	х	х	х	х
Вычитание из отдельного регистра памяти				х	х			х	х	х	х				
Накопление итоговых сумм промежуточных результатов									х						х
Обмен содержимым операционных регистров				х	х			х			х				х
Изменение знака числа				х	х			х	х		х				
Округление чисел									х						х
Возможность вывода данных на печатающее устройство									х						
Подсчет числа слагаемых									х						
Возможность работы в режиме календаря, часов, секундомера, будильника										х					
Разрядность чисел	8	8	8	8	8	8	8	8	10	8	8	16	16	12	12
Источник питания: автономный	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х				
Источник питания: сеть 220 в	х	х	х	х	х			х	х	х		х	х	х	х

[1] См.: Электроника. Микрокалькуляторы /Каталог.— М., 1982, с. 7, 43; Каталог товаров народного потребления.— М., 1981, с. 42—43.

Продолжение

Таблица 2

Характеристики микрокалькуляторов для выполнения научных и инженерных расчетов, выпускаемых отечественной промышленностью[1]

Данные микрокалькуляторов	Б3-18А	Б3-18М	Б3-37	Б3-19М	Б3-32	Б3-35	Б3-36	С3-15	Б3-38	МК-51	МКШ-2
Арифметические действия, действия с константой, изменение знака числа	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х
Вычисления с применением скобок					х	х	х	х	х	х	х
Обмен содержимым операционных регистров	х	х	х	х		х	х			х	х

[1] См.: Электроника. Микрокалькуляторы /Каталог.— М., 1982, с. 19, 20—37, 57; Каталог товаров народного потребления.— М., 1981, с. 42—43. «Электроника МК-51». Электронный микрокалькулятор для инженерных расчетов /Руководство по эксплуатации.

Продолжение

Данные микрокалькуляторов		Б3-18А	Б3-18М	Б3-37	Б3-19М	Б3-32	Б3-35	Б3-36	С3-15	Б3-38	МК-51	МКШ-2
Степенные и показательные функции	x^2					x				x	x	x
	x^y или y^x, $1/x$, $\sqrt{x}$	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
	$x^{1/y}$									x	x	
	$\ln x$, $\lg x$, e^x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
	10^x	x	x	x		x	x	x		x	x	x
Тригонометрические функции (прямые и обратные)		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Представление аргумента тригонометрической функции	в радианах (Р)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
	в градусах (Г)	x	x	x		x	x	x		x	x	x
	в градах (ГРД)									x	x	
Преобразование угловых величин (радианы в градусы, градусы в радианы)							x	x				
Статистические функции σ_n, σ_{n-1}, Σx, Σx^2, $\bar{x}$, x, n										x	x	
Корни системы линейных уравнений с двумя неизвестными					x							x
Корни квадратного уравнения					x							x
Число π		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Число $n!$							x	x		x	x	
Работа с отдельным регистром памяти	запись	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
	сложение	x	x	x		x	x	x		x	x	x
	вычитание	x	x	x			x	x		x	x	
	умножение						x	x				
	деление						x	x				
Разрядность чисел		8	8	8	12	8	12	12	15	8	8	8
Источник питания	автономный	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
	сеть 220 в	x	x	x	x	x	x	x	x			

Таблица 3

Характеристики программируемых микрокалькуляторов, выпускаемых отечественной промышленностью[1]

Данные микрокалькуляторов		Б3-21	Б3-34	МК-54
Арифметические действия, действия с константой, изменение знака числа, число π		x	x	x
Степенные и показательные функции, логарифмические функции, тригонометрические функции (прямые и обратные)		x	x	x
Индикация памяти, запись в память		x	x	x
Количество шагов программы		60	98	98
Количество адресных регистров памяти	адресация прямая	7		
	адресация прямая и косвенная		14	14
Количество стековых регистров памяти		6	4	4
Разрядность чисел		12	12	12
Диапазон представления чисел		от $\pm 10^{-99}$ до $\pm(10^{99}-1)$		
Форма представления числа	с естественной запятой	x	x	x
	с плавающей запятой	x	x	x
Источник питания	автономный	x	x	x
	сеть 220 в	x	x	x
Размеры, мм		$185\times100\times\times43$	$185\times100\times\times47$	$78\times67\times36$
Масса, кг		0,39	0,39	0,25

КАК УСТРОЕН СОВРЕМЕННЫЙ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОР?

Современный микрокалькулятор при его достаточно малых размерах представляет собой весьма и весьма сложное устройство. Принципы его работы во многом сходны с принципами работы электронных вычислительных машин. И это закономерно, посколь-

[1] См.: Каталог товаров народного потребления.— М., 1981, с. 42—43; Электроника. Микрокалькуляторы /Каталог.— М., 1982, с. 37.

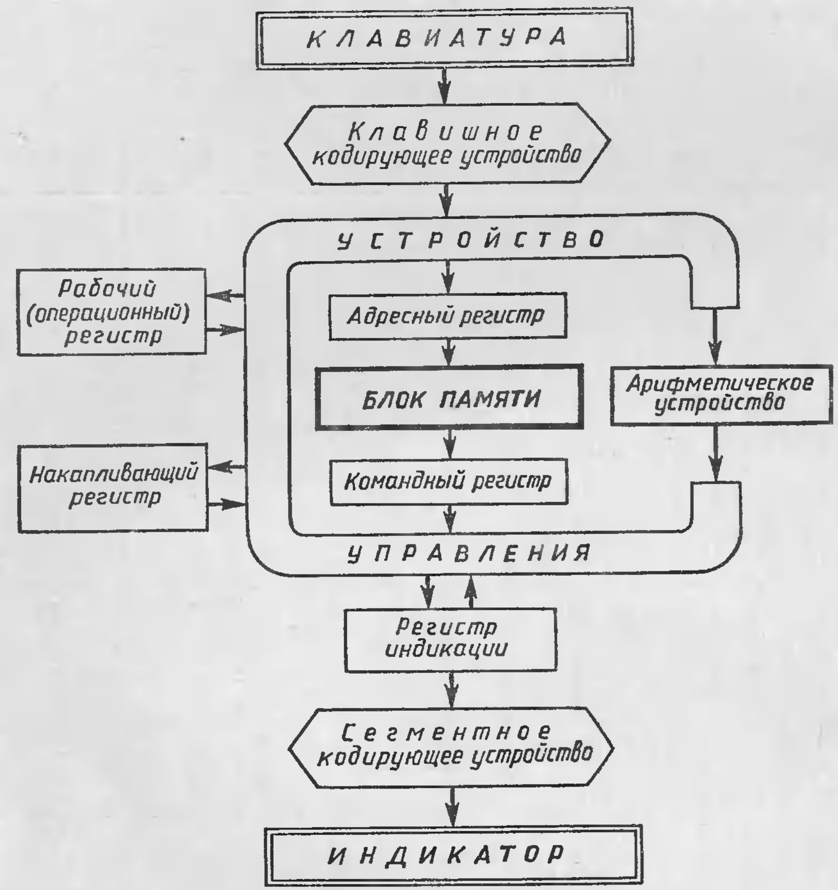


Рис. 8

Блок-схема современного микрокалькулятора.

ку микрокалькулятор унаследовал от ЭВМ отдельные функциональные блоки и устройства. На рисунке 8 приведена блок-схема современного микрокалькулятора[1], на которой мы и поясним его работу.

Микрокалькулятор, как и электронная вычислительная машина, имеет устройство ввода[2] информации[3], роль которого

[1] См.: Чакань А. Что умеет карманная ЭВМ? — М.: Радио и связь, 1982, с. 29.

[2] В ЭВМ для ввода информации, кроме клавишного устройства, например ПЧУ «Консул», могут использоваться и другие: фотосчитывающее (при вводе информации с перфокарт и перфолент), магнитосчитывающее (при вводе информации с магнитных лент, пластинок).

[3] Последовательность любых операций с числами, предусмотренными в микрокалькуляторе.

выполняет клавишное устройство (клавиатура), и устройство вывода информации[1] в виде индикатора (рис. 9). К этим устройствам — клавиатуре и индикатору — оператор (человек) имеет непосредственный доступ.

Клавиатура микрокалькулятора, например, «Электроника Б3-36» состоит из 25 клавиш, размещенных на лицевой стороне крышки корпуса. Микрокалькуляторы других марок могут иметь большее или меньшее число клавиш. Например, у «Электроник» С3-33, Б3-36, МК-60 их тоже 25; у «Электроники Б3-38» их только 22; еще меньше (16 клавиш) имеет «Электроника Б3-04». У микрокалькулятора «Электроника С3-15» имеется 36 клавиш.

На каждой клавише и над каждой клавишей (рис. 9) нанесены соответствующие надписи цифр, знаков операций, десятичной запятой.

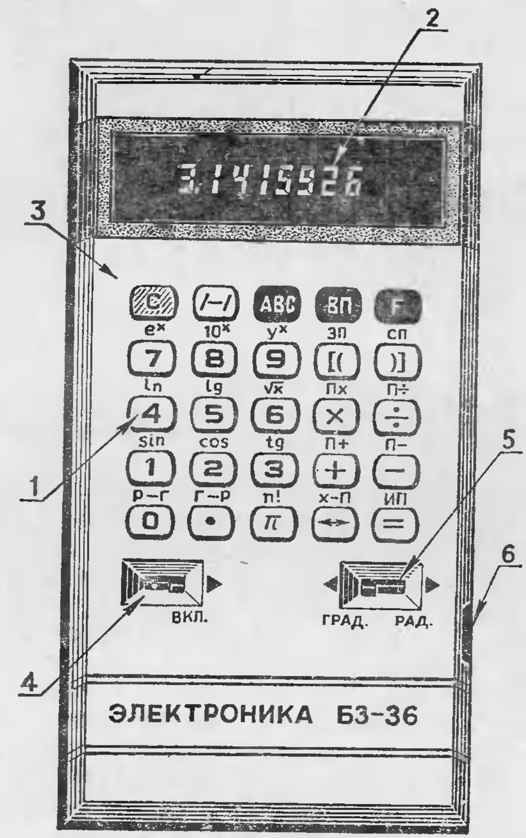


Рис. 9

Микрокалькулятор «Электроника Б3-36». Цифрами обозначены: *1* — клавиатура; *2* — индикатор; *3* — корпус; *4* — переключатель «Вкл.»; *5* — переключатель «Град.— Рад.»; *6* — гнездо для подключения блока питания «Электроника Д2-10 м».

Индикатор микрокалькулятора собран из отдельных семисегментных элементов (рис. 10, *а*). С помощью таких элементов можно воспроизвести все десять цифр и десятичную запятую (рис. 11), роль которой выполняет точка в правом нижнем углу. Кроме того, в микрокалькуляторе, как правило, имеется один двухэлементный сегмент (рис. 10, *б*), с помощью которого изображается знак числа « — », а также символ переполнения разрядной сетки или некорректности поставленной задачи «·».

Число семисегментных элементов в индикаторе зависит от коли-

[1] В ЭВМ обычно для вывода информации используются ПЧУ (печатающие устройства), дисплеи (экраны), перфораторы, магнитные ленты, пластинки и т. п.

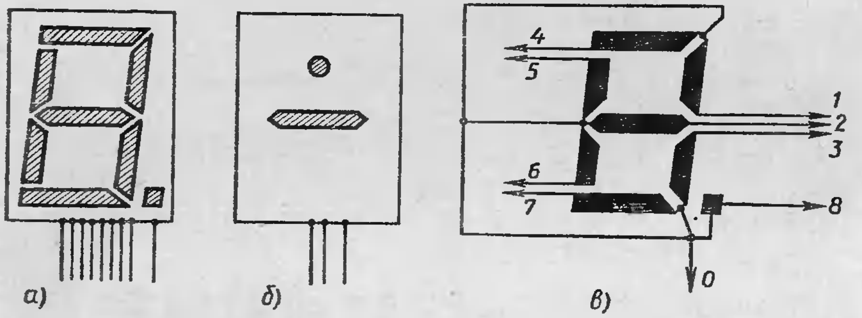


Рис. 10

а — семисегментный элемент индикатора;
б — двухсегментный элемент индикатора;
в — схема соединения сегментов в отдельном элементе; при подаче питания на любую пару 0—1, 0—2, ... , 0—8 высвечивается соответствующий сегмент элемента.

чества разрядов чисел, которыми может оперировать микрокалькулятор: по одному такому элементу на каждый разряд числа. Например, у микрокалькулятора «Электроника Б3-36» индикатор состоит из двенадцати семисегментных элементов, а у микрокалькулятора «Электроника Б3-18А» — из восьми.

Для того чтобы микрокалькулятор «воспринимал» информацию, вводимую оператором с помощью клавиатуры, ее необходимо предварительно обработать, т. е. представить в виде некоторой последовательности электрических импульсов (закодировать). После этого микрокалькулятор может ее обработать.

Когда обработка информации закончена, микрокалькулятор должен полученный результат выдать оператору через индикатор. Поэтому информация подвергается еще одной кодировке для того, чтобы можно было высветить на индикаторе определенную последовательность сегментов для изображения некоторого числа.

Рис. 11

Изображение цифр и десятичной запятой с помощью семисегментных элементов.

Описанные функции кодировки информации в микрокалькуляторе выполняют **клавишное и сегментное кодирующие устройства** (см. рис. 8).

Поступающая с клавиатуры микрокалькулятора информация, пройдя обработку в клавишном кодирующем устройстве, передается для последующего использования ряду специальных устройств — **регистров.** Каждый из них предназначен для хранения определенных «порций» информации, которые по мере реализации вычислительного процесса могут понадобиться.

Одним из таких регистров является **регистр индикации,** связанный через сегментное кодирующее устройство с индикатором (см. рис. 8). Его наличие в микрокалькуляторе обусловлено тем, что информация, выводимая на индикатор, предназначена, как правило, и для дальнейшего использования в вычислениях. Поэтому такую информацию необходимо где-то хранить, причем в закодированном виде. Для этой цели и предназначен регистр индикации.

Среди операций, выполнению которых «обучен» микрокалькулятор, можно выделить две группы: *унарные* (например, lg, $\sqrt{\ }$, 10^x и др.) и *бинарные* («+», «—», «×», «:») операции. Унарные операции характеризуются тем, что для их выполнения необходимо иметь только *одно* число, например lg2, $\sqrt{3}$ и т. п. Бинарные же операции — это операции с *парами* чисел, например 7,2+0,24, 299:13 и т. п.

Естественно, что при выполнении унарных операций необходимо обеспечивать хранение в микрокалькуляторе только одного числа, которое после выполнения заданной операции (например, извлечения квадратного корня) становится, как правило, ненужным. Поэтому при выполнении унарных операций может быть использован только регистр индикации: число, находящееся в регистре индикации в закодированном виде, извлекается из регистра и с ним выполняется заданная унарная операция, после чего результат вычислений снова помещается в регистр индикации (в качестве ответа) на смену находившемуся там первоначально.

В случае, когда задана бинарная операция, так поступить не удается потому, что для ее выполнения необходимо обеспечивать хранение уже двух (пары) чисел, например первого и второго слагаемых суммы 230+97. Одно из них конечно же можно поместить в регистр индикации, но для хранения второго необходимо выделять свой, особый регистр. Роль такого регистра выполняет **рабочий** (или операционный) **регистр** (см. рис. 8).

Необходимо заметить, что вводимое в микрокалькулятор число в рабочий регистр сразу не помещается (не записывается). Это обусловлено тем, что после ввода числа микрокалькулятору еще не «известна» операция, которая будет задана далее: бинарная или унарная. Поэтому микрокалькулятор помещает число сначала только в регистр индикации и «ожидает» ввода соответствующей операции. Как только вводится бинарная опера-

2 Заказ 106

ция (например, нажимается клавиша $\boxed{+}$), то число из регистра индикации извлекается[1] и помещается в рабочий регистр. Регистр индикации используется в дальнейшем уже для хранения второго компонента операции (например, второго слагаемого). Затем при нажатии клавиши итога $\boxed{=}$ (или любой из клавиш $\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$, $\boxed{:}$) микрокалькулятор выполняет заданную операцию и ее результат помещается в регистр индикации. При этом число, которое до выполнения операции хранилось в регистре индикации (второй компонент операции), помещается в рабочий регистр.

Итак, рабочий (операционный) регистр в микрокалькуляторе предназначен для хранения следующих компонентов операций: первого слагаемого, уменьшаемого, множимого, делимого, которые затем заменяются вторым слагаемым, вычитаемым, множителем, делителем и т. д.

В некоторых моделях микрокалькуляторов, например «Электроника Б3-18А», «Электроника Б3-35», «Электроника Б3-36», предусмотрен доступ оператора к содержимому рабочего (операционного) регистра. Для этой цели служит клавиша $\boxed{\leftrightarrow}$. При ее нажатии происходит обмен содержимым регистра индикации и рабочего (операционного) регистра; на индикаторе при этом появляется число, хранившееся в рабочем (операционном) регистре.

Накапливающий регистр микрокалькулятора можно сравнить с копилкой, в которую опускают монетку за монеткой, чтобы потом извлечь все разом. Такая его роль вызвана особенностями вычислительных процессов, происходящих в микрокалькуляторе, т. е. тех «формул» (алгоритмов), по которым производит вычисления микрокалькулятор.

Для иллюстрации работы накапливающего регистра удобно обратиться к следующему простому примеру: найти сумму 23456789 + 2345678. При этом вспомним, как мы выполняем такое сложение «в столбик». Итак,

$$
\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 23456789 \\ 2345678 \end{array} \\
\hline
\end{array}
$$

Как правило, мы начинаем выполнять сложение с младшего разряда — разряда единиц. Затем с учетом известного правила переноса единицы в старший разряд переходим к сложению десятков, сотен и т. д.

Аналогично считает и микрокалькулятор, т. е. сначала суммирует единицы, затем десятки, сотни и т. д. Но при этом

[1] То есть точно такое же число записывается в рабочий (операционный) регистр, оставляя неизменным содержимое регистра индикации.

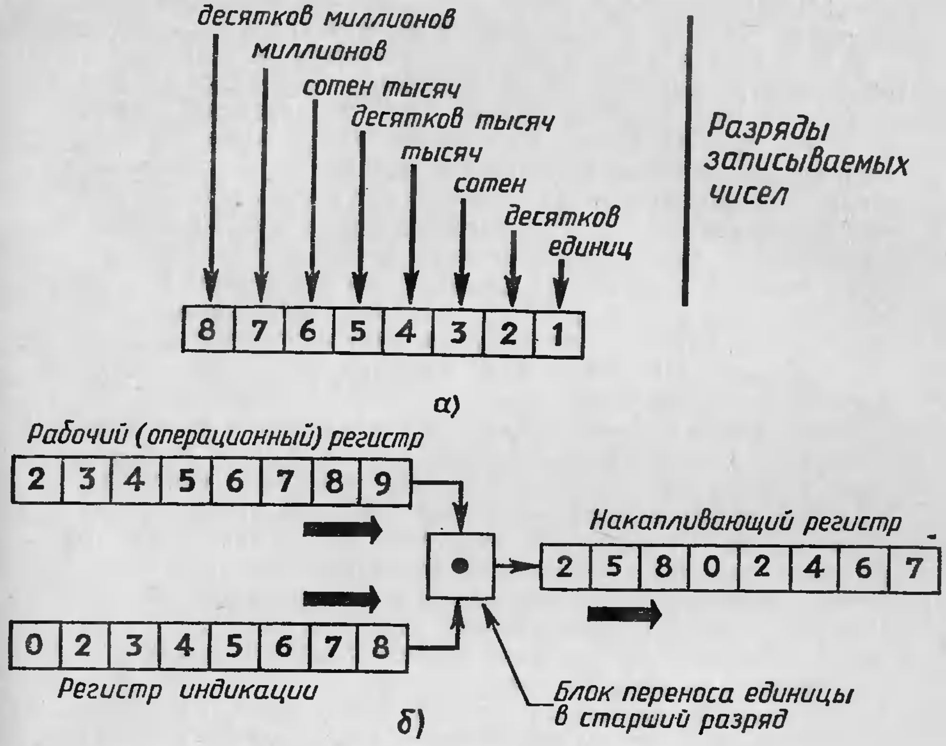


Рис. 12

возникает необходимость где-то фиксировать число получаемых единиц, десятков, сотен (мы-то ведь это делаем на бумаге!), чтобы потом из них составить требуемое число. Вот для этого и оказывается необходимым накапливающий регистр.

Чтобы лучше понять, как происходит его «наполнение», обратимся к рисунку 12. На части а) этого рисунка условно представлен восьмиразрядный регистр и показаны ячейки для хранения соответствующих разрядов числа. Часть б) рисунка иллюстрирует процесс взаимодействия трех регистров при выполнении сложения чисел[1] 23456789 и 2345678.

Из рабочего (операционного) регистра и регистра индикации извлекаются единицы записанных в них чисел (9 и 8), суммируются (9 + 8 = 17), после чего число 7 (единицы полученной суммы) помещается в разряд единиц накапливающего регистра, а 1 прибавляется к сумме десятков на следующем шаге вычислений, т. е. после суммирования десятков заданных чисел (8 и 7) к ним

[1] См.: Чакань А. Что умеет карманная ЭВМ? — М.: Радио и связь, 1982, с. 31.

прибавляется 1 ($8+7+1=16$), после чего число 6 помещается в разряд десятков накапливающего регистра, а 1 аналогичным образом переносится в старший разряд — разряд сотен и т. д.

Когда же очередь дойдет до заполнения последней (самой «старшей») ячейки накапливающего регистра, микрокалькулятор в случае необходимости очередного переноса единицы в старший разряд «покажет» невозможность дальнейших вычислений — ведь все разряды накапливающего регистра уже заполнены. При этом оператор на индикаторе увидит знак переполнения разрядной сетки «·». Если же на этом шаге переноса единицы в старший разряд не требуется, то микрокалькулятор заполнит оставшуюся последнюю ячейку (в нашем примере числом 2) в накапливающем регистре и выдаст полученный результат на индикатор: 25802467.

Блок памяти микрокалькулятора по сравнению с другими регистрами (индикации, рабочим (операционным), накапливающим) занимает особое положение: он не имеет непосредственной связи с устройством управления (см. рис. 8). Это вызвано его функциональными особенностями. Условно блок памяти микрокалькулятора можно разделить на три части: *долговременную память, оперативную память* и *служебную память*. В долговременной памяти микрокалькулятора хранятся программы всевозможных вычислений, которым «обучен» микрокалькулятор, правила знаков, переноса единицы в старший разряд и т. п.

Оперативная память микрокалькулятора существенным образом отличается от долговременной и по объему и по своим функциям. Это обусловлено в первую очередь особенностью распределения поступающей с клавиатуры информации.

Дело в том, что такая информация неоднородна по своему содержанию (составу): она состоит из числовых данных и различных операций. Как мы говорили выше, числовые данные помещаются на хранение в специально отведенные для этого регистры. Но для того чтобы микрокалькулятор «знал», что «делать» с этими числовыми данными, необходимо фиксировать и задаваемые операции. Кроме того, в процессе вычислений микрокалькулятор должен обладать и информацией несколько иного рода, например: не введена ли оператором случайно ошибка, каковы в данных вычислениях правила знаков и т. п. Для временной фиксации такого рода информации и предназначена оперативная память микрокалькулятора.

Еще одна часть блока памяти — так называемая служебная память. Для нее обычно отводится несколько специальных ячеек (регистров), в которые по желанию оператора могут помещаться любые числа, нужные в дальнейших вычислениях. Так, например, в микрокалькуляторе «Электроника БЗ-18А» служебная память состоит из одной ячейки (регистра). Оператор может с помощью клавиш $\boxed{\text{F}}$ и $\boxed{\text{ЗАП}}$ поместить на хранение в эту ячейку любое

восьмизначное число. Это число может в любой момент вычислений быть извлечено из ячейки памяти и помещено в регистр индикации или рабочий (операционный) регистр.

В микрокалькуляторах других моделей служебная память может состоять и из большего числа ячеек (регистров), например $П_1$, $П_2$, $П_3$, $П_4$, независимых друг от друга.

С блоком памяти микрокалькулятора связаны еще два регистра: *адресный регистр* и *командный регистр* (см. рис. 8). Адресный регистр производит анализ всей информации, предназначаемой для блока памяти. В зависимости от содержания этой информации адресный регистр находит и указывает адреса программ[1], хранящихся в блоке памяти, обращение к которым будет необходимо для выполнения заданной операции.

Блок памяти, «узнав» адреса таких программ, извлекает их и использует в вычислениях. В результате вычислений возникает необходимость распределения обрабатываемой блоком памяти информации по другим устройствам и регистрам. Так как блок памяти этого сделать не может, то в микрокалькуляторе предусмотрен еще один специальный регистр, называемый командным.

Для упрощения работы микрокалькулятора часто используется **арифметическое устройство** (см. рис. 8), принципы работы которого во многом сходны с принципами работы блока памяти. На первый взгляд может показаться, что его наличие в микрокалькуляторе неоправданно, поскольку программы всех вычислений можно хранить и в случае необходимости ими пользоваться, ограничившись блоком памяти. Однако оказывается, что если для хранения программ арифметических операций сложения, вычитания и простейших случаев умножения (например, целого числа на целое) выделить специальное устройство, способное также и выполнять эти операции, то в целом повышается быстродействие микрокалькулятора и упрощается работа блока памяти.

Всю совместную работу устройств и регистров микрокалькулятора организует и осуществляет **устройство управления**. С его помощью происходит распределение и перераспределение числовой информации по отдельным регистрам, засылка нечисловой информации в адресный регистр, обращение к арифметическому устройству и т. п.

ЧТО УМЕЮТ «ЭЛЕКТРОНИКА БЗ-37» И «ЭЛЕКТРОНИКА МК-57»?

Одними из наиболее распространенных видов микрокалькуляторов, выпускаемых нашей промышленностью, являются микрокалькуляторы для выполнения простейших математических

[1] Обычно это номера команд, с которых начинаются программы.

Рис. 13
Микрокалькулятор для научных и инженерных расчетов «Электроника Б3-37».

расчетов (так называемые арифметические микрокалькуляторы) и микрокалькуляторы для выполнения научных, инженерных и статистических расчетов (так называемые инженерные микрокалькуляторы).

С помощью инженерных микрокалькуляторов можно выполнять практически все операции, предусмотренные в арифметических микрокалькуляторах (см. таблицы 1 и 2), различные операции с памятью, а также находить значения степенных, показательных и тригонометрических (прямых и обратных) функций, выражений со скобками и т. д.

Чтобы рассказать, как выполняются такие вычисления, мы выбрали в качестве примера типичный инженерный микрокалькулятор «Электроника Б3-37» (рис. 13). Он по своим функциональным возможностям и особенностям выполнения вычислений полностью идентичен микрокалькуляторам «Электроника Б3-18А» (рис. 14) и «Электроника Б3-18М» и незначительно отличается, например, от микрокалькулятора «Электроника Б3-32».

Микрокалькуляторы этих марок долгое время выпускались нашей промышленностью и получили довольно широкое распространение. Кроме того, выполнение ряда простейших операций (арифметические действия, цепочечные операции, действия с константой) на микрокалькуляторе «Электроника Б3-37» аналогично выполнению этих же операций на арифметических микрокалькуляторах типа «Электроника МК-57»[1]. Поэтому все рассматриваемые далее простейшие вычисления и операции могут выполняться как на микрокалькуляторе «Электроника Б3-37», так и на микрокалькуляторе «Электроника МК-57». В тех же случаях, когда будут возникать отличия в выполнении операций, мы будем делать соответствующие замечания.

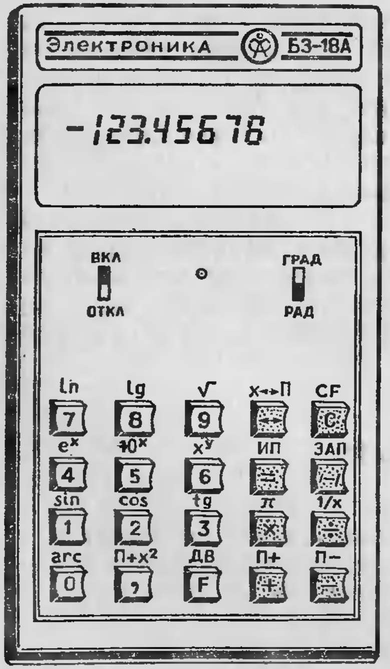


Рис. 14
Микрокалькулятор «Электроника Б3-18А» отличается от микрокалькулятора «Электроника Б3-37» только оформлением и расположением клавиш на клавиатуре.

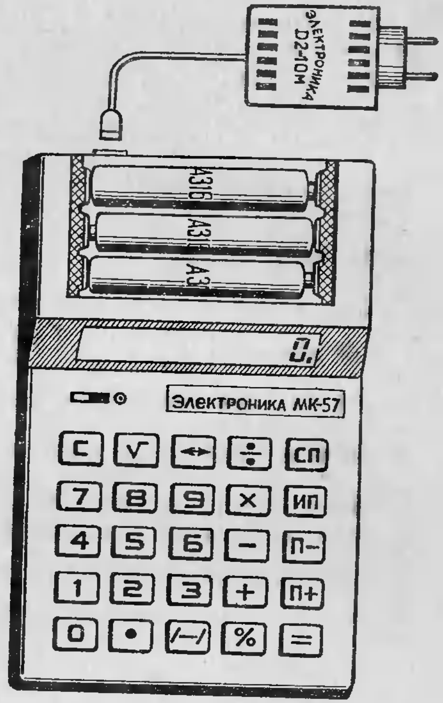


Рис. 15
Микрокалькулятор «Электроника МК-57».

Микрокалькуляторы «Электроника Б3-37» (рис. 13) и «Электроника МК-57» (рис. 1) собраны в пластмассовых корпусах, на передних панелях которых находятся клавиатура, восьмиразрядный индикатор и переключатели: два у микрокалькулятора «Электроника Б3-37» («Откл.-Вкл.» и «Град.-Рад.») и один у микрокалькулятора «Электроника МК-57» («Откл.-Вкл.»). Питание микрокалькуляторов может осуществляться от автономных источников питания, например элементов А316, или от сети через вынесенный блок питания. На рисунке 15 показан микрокалькулятор «Электроника МК-57» с вынесенным блоком питания и батареей элементов А316.

Клавиатура микрокалькулятора «Электроника Б3-37» состоит из 20 клавиш, с помощью которых осуществляется ввод чисел и задаются необходимые операции. На каждой клавише и над ней нанесены надписи (см. рис. 13), соответствующие их функциональному назначению. Такое двойное назначение каждой клавиши[2] позволяет расширить вычислительные возможности микрокалькулятора без увеличения при этом количества клавиш.

[1] Микрокалькулятор «Электроника МК-57» по своим функциональным возможностям и особенностям выполнения операций идентичен микрокалькуляторам «Электроника МК-57А», «Электроника Б3-26» и незначительно отличается от микрокалькулятора «Электроника С3-33».

[2] Широко распространены также микрокалькуляторы с тройным назначением клавиш, например «Электроника Б3-38».

У микрокалькулятора «Электроника МК-57» в отличие от микрокалькулятора «Электроника БЗ-37» клавиши не имеют двойного назначения. Поэтому соответствующие надписи нанесены только на каждой из 25 имеющихся клавиш (см. рис. 1).

Функциональные назначения клавиш микрокалькуляторов «Электроника БЗ-37» и «Электроника МК-57» подробно описаны в приложениях I и II[1].

1. Ввод чисел

Для ввода чисел в микрокалькуляторах имеются десять цифровых клавиш [0], [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], клавиша десятичной запятой [,] (или [.]) и клавиша изменения знака числа [/—/].

Ввод чисел осуществляется последовательным нажатием цифровых клавиш и клавиши десятичной запятой. При этом если необходимо вводить отрицательное число, то клавиша [/—/] изменения знака числа нажимается последней, например:

Вводимое число	Последовательность нажатия клавиш
31275	[3], [1], [2], [7], [5]
9,2843	[9], [,], [2], [8], [4], [3]
0,76	[0], [,], [7], [6]
—1,7	[1], [,], [7], [/—/]
—285	[2], [8], [5], [/—/]

При вводе чисел в микрокалькулятор необходимо контролировать правильность данных, появляющихся на индикаторе. Если при нажатии цифровых клавиш произошла ошибка (ошибочно была нажата другая клавиша), то ее исправление производится следующим образом: нажимается один раз клавиша сброса [C], а затем заново вводится необходимое число.

[1] См.: Ковалев М. П., Шварцбурд С. И. Электроника помогает считать.— М.: Просвещение, 1978, с. 92—96.

Следует отметить, что микрокалькуляторы имеют одну особенность ввода числовых данных, знание и использование которой позволяет оператору в отдельных случаях сокращать число нажимаемых клавиш. Эта особенность заключается в следующем.

Если при вычислениях необходимо осуществить ввод числа $-1<a<1$, то последовательность нажатия цифровых клавиш может быть сокращена за счет того, что ввод числа можно начинать с нажатия клавиши десятичной запятой [,], опустив ввод целой части (нажатие клавиши [0]).

Например, пусть необходимо ввести в микрокалькулятор число 0,24. Как отмечалось выше, для этого необходимо последовательно нажать клавиши [0], [,], [2], [4]. Однако мы видим, что данное число $-1<0{,}24<1$ и поэтому для его ввода достаточно нажать такие клавиши: [,], [2], [4]. На индикаторе микрокалькулятора в обоих случаях появится одно и то же число.

Микрокалькуляторы «Электроника БЗ-37» и «Электроника МК-57» рассчитаны на ввод и операции с числами в пределах от —99 999 999 до 99 999 999, т. е. с восьмиразрядными числами. Ввести в микрокалькулятор число, содержащее более восьми разрядов, не удается, ибо микрокалькулятор устроен таким образом, что после наполнения регистра индикации срабатывает система блокировки и микрокалькулятор перестает «воспринимать» сигналы от цифровых клавиш.

Например, если мы попытаемся ввести число 12365469,854, то на индикаторе появится только число 12365469, полученное из исходного фиксацией первых восьми цифр и отбрасыванием остальных.

Если в результате выполнения какой-либо операции с введенными числами получается число $a<-99999999$ либо $a>99999999$, то слева на индикаторе высвечивается знак «*» переполнения разрядной сетки накапливающего регистра.

При вычислениях с помощью микрокалькулятора обычно руководствуются различными формулами, задающими эти вычисления. Так, например, можно находить числовые значения выражений, задаваемых формулами $(a+b)\times c$, $ab-c$ и др. для определенных значений a, b, c. Такие вычисления в силу «конструктивных» особенностей задающих их формул для микрокалькулятора не сложны и могут, как правило, выполняться оператором сразу, без предварительной подготовки.

Однако в ряде случаев формулы, по которым производятся вычисления, оказываются довольно громоздкими или «неудобными» для вычислений «сходу». Поэтому практикуют предварительную запись последовательности действий оператора при вычислениях, которую принято называть программой.

В записи программы часто выполняемые операции обозначают символами, помещенными в квадратиках и соответствующими нажатиям необходимых клавиш. При записи чисел — компонентов операций — последовательность нажатия клавиш не указывается, так как это загромождает составляемую программу. Например, программы вычисления значений выражений, приведенных выше, будут выглядеть следующим образом:

$$a\boxed{+}b\boxed{\times}c\boxed{=}, \qquad a\boxed{\times}b\boxed{-}c\boxed{=}.$$

В дальнейшем мы также будем придерживаться аналогичных обозначений.

2. Арифметические операции

Среди операций, выполнение которых предусмотрено в микрокалькуляторах, имеются четыре простейшие арифметические операции: сложение (+), вычитание (−), умножение (×) и деление (:).

При нахождении суммы (разности, произведения, частного) двух чисел a и b с помощью микрокалькулятора действия оператора могут быть представлены в виде следующей последовательности шагов:

1) ввод первого числа — числа a;
2) нажатие клавиши необходимой арифметической операции ($\boxed{+}$, или $\boxed{-}$, или $\boxed{\times}$, или $\boxed{:}$);
3) ввод второго числа — числа b;
4) нажатие клавиши итога $\boxed{=}$.

После нажатия клавиши итога (четвертый шаг) микрокалькулятор выполняет необходимые вычисления и на индикаторе появляется результат.

Следует сказать, что описанные действия оператора аналогичны действиям, которые выполняются при записи в тетрадь числовых выражений $a+b=$, $a-b=$, $a\times b=$, $a:b=$, а именно:

1) записывается первое число — число a;
2) записывается знак («+», или «−», или «×», или «:») арифметической операции;
3) записывается второе число — число b;
4) записывается знак равенства (итога) «=», после чего выполняются соответствующие вычисления и записывается ответ (результат).

Как видим, эта последовательность шагов отличается от предыдущей только тем, что в первом случае на четвертом шаге вычисления выполняет микрокалькулятор, а во втором случае

это приходится делать «вручную». Поэтому программы вычисления суммы, разности, произведения и частного двух чисел a и b можно записать так:

Выражение	Программа вычисления значения выражения
$a+b$	$a\boxed{+}b\boxed{=}$
$a-b$	$a\boxed{-}b\boxed{=}$
$a\times b$	$a\boxed{\times}b\boxed{=}$
$a:b$	$a\boxed{:}b\boxed{=}$

Читатель может, используя приведенные программы вычисления суммы, разности, произведения и частного двух чисел, на своем микрокалькуляторе убедиться, как производятся по ним вычисления.

Микрокалькулятор устроен таким образом, что при работе с ним необходимо все вводимые числа представлять в десятичной форме записи, например: 0,18, 2,376, −189, 0,0000012 и т. д. Однако в числовых выражениях наряду с десятичными числами часто встречаются и обыкновенные дроби (числа, представленные в виде $\frac{a}{b}$, где $a\in Z$, $b\in N$), которые обычным образом ввести в микрокалькулятор не удается. Поэтому выражение $\frac{a}{b}$, где $a\in Z$, $b\in N$, представляется в иной форме: $a:b$. Как выполнять деление двух чисел с помощью микрокалькулятора, мы только что указали: $a\boxed{:}b\boxed{=}$.

Итак, для ввода в микрокалькулятор числа, заданного обыкновенной дробью $\frac{a}{b}$ ($a\in Z$, $b\in N$), необходимо:

1) ввести числитель дроби — число a;
2) нажать клавишу $\boxed{:}$;
3) ввести знаменатель дроби — число b;
4) нажать клавишу итога $\boxed{=}$.

Микрокалькулятор имеет одну важную особенность, связанную с вычислениями значений таких выражений, которые содержат более двух чисел и разнородные арифметические операции, например: $(5{,}6+14):4+11{,}45$.

При нахождении числовых значений выражений такого типа мы обычно пользуемся известными правилами приоритета операций. В первую очередь выполняем возведение числа в степень, затем действия в скобках, затем операции умножения, деления, сложения и вычитания. Этими правилами, естественно, нужно руководствоваться и при работе с микрокалькулятором.

С их учетом процесс вычисления данного числового выражения будет состоять из нескольких этапов:

1) нахождение суммы чисел 5,6 и 14;
2) деление полученной суммы на 4;
3) сложение полученного частного с числом 11,45.

На каждом из этапов мы можем воспользоваться приведенными выше программами нахождения суммы, частного двух чисел:

$a\boxed{+}b\boxed{=}$ и $a\boxed{:}b\boxed{=}$.

Тогда общая программа вычисления значения данного выражения может быть представлена в виде:

$$5{,}6\boxed{+}14\boxed{=}\ \boxed{:}4\boxed{=}\ \boxed{+}11{,}45\boxed{=}.$$

В этой программе можно заметить аналогичные шаги $\boxed{=}$ $\boxed{:}$ и $\boxed{=}\boxed{+}$. Каждый из них характеризуется тем, что нажатию клавиши очередной арифметической операции ($\boxed{:}$ или $\boxed{+}$) предшествует нажатие клавиши итога $\boxed{=}$, т. е. подряд нажимаются две операционные клавиши.

Современные микрокалькуляторы позволяют избежать такого нажатия клавиш и производить вычисления значений «арифметических» выражений без промежуточного использования клавиши итога $\boxed{=}$ В этом случае говорят, что выполняется **цепочка арифметических операций,** или, короче, **цепочные операции.**

Наше числовое выражение как раз позволяет перейти к режиму вычислений цепочки операций, и поэтому программа вычислений несколько сократится:

$$5{,}6\boxed{+}14\boxed{:}4\boxed{+}11{,}45\boxed{=}.$$

В этой программе характерным является то, что клавиша итога $\boxed{=}$ нажимается только один раз в конце вычисления, а в промежуточных вычислениях используются только клавиши арифметических операций $\boxed{+}$ и $\boxed{:}$. Иначе говоря, клавиши арифметических операций заменяют в промежуточных вычислениях клавишу итога $\boxed{=}$.

Более простую иллюстрацию особенностей выполнения цепочечных операций можно проследить на примере нахождения суммы двух чисел, например $7+15$.

Выполняя последовательно программы $7\boxed{+}15\boxed{=}$, $7\boxed{+}15\boxed{+}$, $7\boxed{+}15\boxed{-}$, $7\boxed{+}15\boxed{\times}$, $7\boxed{+}15\boxed{:}$ и сравнивая получаемые результаты, заметим, что во всех случаях придем к одному и тому же результату — 22. Это свидетельствует о том, что клавиши $\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$, $\boxed{:}$, кроме своих основных функций, обладают также и функцией, характерной для клавиши итога $\boxed{=}$.

Кратко программы всех операций такого рода можно представить следующей таблицей:

Выражение	Возможные программы вычисления значений выражения	Выражение	Возможные программы вычисления значений выражения
$a+b$	$a\boxed{+}b\boxed{=}$	$a\times b$	$a\boxed{\times}b\boxed{=}$
	$a\boxed{+}b\boxed{+}$		$a\boxed{\times}b\boxed{+}$
	$a\boxed{+}b\boxed{-}$		$a\boxed{\times}b\boxed{-}$
	$a\boxed{+}b\boxed{\times}$		$a\boxed{\times}b\boxed{\times}$
	$a\boxed{+}b\boxed{:}$		$a\boxed{\times}b\boxed{:}$
$a-b$	$a\boxed{-}b\boxed{=}$	$a:b$	$a\boxed{:}b\boxed{=}$
	$a\boxed{-}b\boxed{+}$		$a\boxed{:}b\boxed{+}$
	$a\boxed{-}b\boxed{-}$		$a\boxed{:}b\boxed{-}$
	$a\boxed{-}b\boxed{\times}$		$a\boxed{:}b\boxed{\times}$
	$a\boxed{-}b\boxed{:}$		$a\boxed{:}b\boxed{:}$

При выполнении арифметических операций в микрокалькуляторе предусмотрен также еще один режим — режим «константы». В этот режим микрокалькулятор переводится после ввода числа и нажатия клавиши любой арифметической операции, т. е. при выполнении одной из программ $a\boxed{+}$, $a\boxed{-}$, $a\boxed{\times}$, $a\boxed{:}$.

Работа микрокалькулятора в этом режиме начинается в том случае, если в качестве продолжения программы будет осуществлено нажатие клавиши итога $\boxed{=}$ или клавиши любой арифметической операции. Если этого не происходит, а вводится число, то микрокалькулятор «выходит» из режима «константы».

За работой микрокалькулятора в этом режиме и всеми изменениями, происходящими на индикаторе, удобно проследить с помощью таблиц.

Последовательность шагов программы	Число на индикаторе
a	a
$\boxed{+}$	a
$\boxed{=}$	$2a$
$\boxed{=}$	$3a$
$\boxed{=}$	$4a$
$(n-1)$ раз $\vdots$	$\vdots$
$\boxed{=}$	$(n-1)\,a$
$\boxed{=}$	na

Последовательность шагов программы	Число на индикаторе
a	a
$\boxed{-}$	a
$\boxed{=}$	0
$\boxed{=}$	$-a$
$\boxed{=}$	$-2a$
n раз $\vdots$	$\vdots$
$\boxed{=}$	$-(n-2)\,a$
$\boxed{=}$	$-(n-1)\,a$

Последовательность шагов программы	Число на индикаторе
a	a
$\boxed{\times}$	a
$\boxed{=}$	a^2
$\boxed{=}$	a^3
$\boxed{=}$	a^4
$(n-1)$ раз $\vdots$	$\vdots$
$\boxed{=}$	a^{n-1}
$\boxed{=}$	a^n

Последовательность шагов программы	Число на индикаторе
a	a
$\boxed{:}$	a
$\boxed{=}$	1
$\boxed{=}$	$\frac{1}{a}$
$\boxed{=}$	$\frac{1}{a^2}$
n раз $\vdots$	$\vdots$
$\boxed{=}$	$\frac{1}{a^{n-2}}$
$\boxed{=}$	$\frac{1}{a^{n-1}}$

Использование в вычислениях режима «константы» очень удобно (и дает ощутимый эффект), например, при возведении числа в натуральную степень, нахождении членов прогрессий и т. п. Обратимся к примеру.

П р и м е р 1. Пусть необходимо найти числовое значение выражения 7^9. Если мы будем при составлении программы исходить из имеющейся цепочки операций умножения[1], то в этом случае программа примет вид:

$$7\boxed{\times}7\boxed{\times}7\boxed{\times}7\boxed{\times}7\boxed{\times}7\boxed{\times}7\boxed{\times}7\boxed{\times}7\boxed{=}.$$

Как видим, вычисления по такой программе довольно громоздки и неудобны даже в нашем примере, где основание степени — число натуральное[2].

Поэтому удобнее выполнить вычисление значения выражения 7^9 в режиме «константы». Обратившись к приведенным выше таблицам (см. таблицу для операции $\times$), можем записать такую программу:

$$7\boxed{\times}\underbrace{\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}}_{8\text{ раз}}.$$

Эта программа значительно проще потому, что не требуется девять раз вводить в микрокалькулятор основание степени, а сделать это нужно только один раз. Естественно, при этом снижается вероятность появления ошибок при вводе основания степени,

[1] 7^9 можно представить (исходя из определения степени числа) в виде $7\times7\times7\times7\times7\times7\times7\times7\times7$.

[2] Читателю, сомневающемуся в неудобствах вычисления по приводимой программе, рекомендуем найти значение $(2{,}1734958)^9$ или $(1{,}7294835)^{30}$. При этом желательно засечь время.

значительно уменьшается время вычисления. Как в первом случае, так и во втором результат будет таким: 40353607.

Пример 2. Вычислить 3^{16}. Как мы отметили выше, в таких случаях удобно выполнять вычисления в режиме «константы». Поэтому программа вычисления может быть такой:

$$3 \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=}$$

$$\boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=}.$$

При ее выполнении мы вводим один раз основание степени, один раз нажимаем клавишу умножения $\boxed{\times}$ и пятнадцать раз клавишу итога $\boxed{=}$. Однако и эту программу можно несколько сократить.

Дело в том, что в данном случае показатель степени можно представить в виде 2^n, где $n=1, 2, 3, \dots$ $(16=2^4)$, а поэтому вместо последовательного нажатия клавиши итога $\boxed{=}$ при выполнении программы использовать комбинацию двух клавиш: $\boxed{\times}$ и $\boxed{=}$. Это приведет к тому, что после первого нажатия пары клавиш $\boxed{\times}$ и $\boxed{=}$ основание степени будет возведено во вторую степень, после второго нажатия той же пары клавиш — в четвертую и т. д.

$$3 \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{\times} \boxed{=}.$$

С помощью таблицы, приводимой ниже, можно проследить за всеми изменениями показаний индикатора, происходящими при вычислениях по данной программе.

Последовательность нажатия клавиш		Число на индикаторе
	3	$3=3^1$
1-й раз	$\boxed{\times}$	3
	$\boxed{=}$	$9=3^2$
2-й раз	$\boxed{\times}$	9
	$\boxed{=}$	$81=3^4$

Продолжение

Последовательность нажатия клавиш		Число на индикаторе
3-й раз	$\boxed{\times}$	81
	$\boxed{=}$	$6561=3^8$
4-й раз	$\boxed{\times}$	6561
	$\boxed{=}$	$43046721=3^{16}$

По аналогичным соображениям можно пересмотреть и программы вычисления 7^9.

В этом случае показатель степени можно представить в виде 3^n, где $n=1, 2, 3, \dots$ $(9=3^2)$; тогда вместо последовательного нажатия клавиши итога $\boxed{=}$ (она нажималась восемь раз) будем нажимать последовательно одну и ту же тройку клавиш: $\boxed{\times}$, $\boxed{=}$, $\boxed{=}$. При этом после первого нажатия указанной тройки клавиш число, бывшее на индикаторе, будет возведено в третью степень, а после повторного нажатия этой же тройки клавиш — в девятую степень.

Программа вычислений в этом случае примет вид:

$$7 \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{=}.$$

Как видим, она сократилась на три «нажатия» операционных клавиш. Происходящие изменения показаний индикатора при ее выполнении показаны в следующей таблице.

Последовательность нажатия клавиш		Число на индикаторе
	7	$7=7^1$
1-й раз	$\boxed{\times}$	7
	$\boxed{=}$	$49=7^2$
	$\boxed{=}$	$343=7^3$

Последовательность нажатия клавиш		Число на индикаторе
2-й раз	$\boxed{\times}$	343
	$\boxed{=}$	$117649=343^2=7^6$
	$\boxed{=}$	$40353607=343^3=7^9$

Рассуждая таким же образом, можно прийти к выводу о том, что если показатель степени некоторого числа представляется в виде 5^n, где $n=1, 2, 3, \ldots$, то для вычисления a^p ($p=5^n$, где $n=1, 2, 3 \ldots$) можно использовать пятерки клавиш: $\boxed{\times}, \boxed{=}, \boxed{=}, \boxed{=}, \boxed{=}$.

Наблюдательный читатель может заметить также, что при возведении числа a в степень $p=3^n$, где $n=1, 2, 3, \ldots$, по программе, основывающейся на последовательном нажатии тройки клавиш $\boxed{\times}, \boxed{=}, \boxed{=}$, можно получить значения степеней числа a, кратные трем, т. е. 3, 6, 9, 12, ... (см. таблицу для 7^9).

Программа, основывающаяся на последовательном нажатии пятерки клавиш $\boxed{\times}$, $\boxed{=}$, $\boxed{=}$, $\boxed{=}$, $\boxed{=}$, позволяет производить вычисления степеней числа, кратных пяти, т. е. 5, 10, 15, 20, ... (см. таблицу ниже).

Способность микрокалькулятора выполнять цепочечные операции также может быть использована при вычислениях в режиме «константы». Исходя из того, что клавиша каждой арифметической операции ($\boxed{+}, \boxed{-}, \boxed{\times}, \boxed{:}$) обладает также функцией клавиши итога $\boxed{=}$, можно вместо последовательного нажатия клавиши итога $\boxed{=}$ осуществлять последовательное нажатие соответствующей операционной клавиши $\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$ или $\boxed{:}$. Как изменяются при этом показания индикатора, показано в следующих таблицах.

Последовательность нажатия клавиш		Число на индикаторе
	a	a
1-й раз	$\boxed{\times}$	a
	$\boxed{=}$	a^2
	$\boxed{=}$	a^3
	$\boxed{=}$	a^4
	$\boxed{=}$	a^5

Последовательность нажатия клавиш		Число на индикаторе
2-й раз	$\boxed{\times}$	a^5
	$\boxed{=}$	a^{10}
	$\boxed{=}$	a^{15}
	$\boxed{=}$	a^{20}
	$\boxed{=}$	a^{25}
	...	...

Последовательность шагов программы I	Последовательность шагов программы II		Число на индикаторе
a		a	a
$\boxed{+}$	$n-1$ раз	$\boxed{+}$	a
$\boxed{+}$		$\boxed{+}$	$2a$
$\boxed{+}$		$\boxed{+}$	$3a$
...		...	...
$\boxed{+}$		$\boxed{+}$	$(n-1)a$
$\boxed{+}$		$\boxed{=}$	na

Последовательность шагов программы I	Последовательность шагов программы II		Число на индикаторе
a		a	a
$\boxed{-}$	n раз	$\boxed{-}$	a
$\boxed{-}$		$\boxed{-}$	0
$\boxed{-}$		$\boxed{-}$	$-a$
...		...	...
$\boxed{-}$		$\boxed{-}$	$-(n-2)a$
$\boxed{-}$		$\boxed{=}$	$-(n-1)a$

Последовательность шагов программы		Число на индикаторе
I	II	
a	a	a
$\boxed{\times}$	$\boxed{\times}$	a
$\boxed{\times}$	$\boxed{\times}$	a^2
$\boxed{\times}$	$n-1$ раз $\boxed{\times}$	a^3
...	...	...
$\boxed{\times}$	$\boxed{\times}$	a^{n-1}
$\boxed{\times}$	$\boxed{=}$	a^n

Последовательность шагов программы		Число на индикаторе
I	II	
a	a	a
$\boxed{:}$	$\boxed{:}$	a
$\boxed{:}$	$\boxed{:}$	1
$\boxed{:}$	n раз $\boxed{:}$	$\frac{1}{a}$
...	...	...
$\boxed{:}$	$\boxed{:}$	$\frac{1}{a^{n-2}}$
$\boxed{:}$	$\boxed{=}$	$\frac{1}{a^{n-1}}$

В таблицах приведено два варианта вычислений в режиме «константы» с использованием операционных клавиш $\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$, $\boxed{:}$. В первом варианте показана последовательность нажатия однородных клавиш; во втором варианте последовательность нажатия однородных клавиш завершается нажатием клавиши итога $\boxed{=}$, что позволяет выполнять далее цепочку арифметических операций.

Упражнения.

1. Вычислите:

а) $5783{,}42+37654{,}71$; б) $-654{,}1638+37{,}294$;
в) $0{,}45217-1{,}85493$; г) $-59765819-7548{,}01$;
д) $306{,}2781\times 0{,}25$; е) $-1{,}8235\times 45{,}45$;
ж) $75{,}225:25{,}25$; з) $9902:(-518{,}002)$.

2. Введите в микрокалькулятор:

а) $\frac{7}{9}$; б) $\frac{13}{25}$; в) $\frac{30}{158}$; г) $2\frac{8}{9}$; д) $-\frac{141}{847}$.

3. Вычислите:

а) $\frac{2}{3}+2{,}334$; б) $\frac{45}{564}$ yk1,943; в) $0{,}99955:\frac{15}{64}$; г) $56{,}1128-\frac{4}{7}$.

4. Составьте программы вычислений и найдите числовые значения выражений:

а) $24{,}591-16072{,}11+15{,}507$;

б) $19{,}203\times 72{,}84903:0{,}55$;
в) $12{,}583:14{,}05-2{,}704+100{,}289$;
г) $0{,}583\times 205{,}39:2{,}75+14{,}563+17{,}289-10{,}218$;
д) $(39{,}64\times 495-2{,}3052):0{,}9+17$;
е) $(0{,}54721+0{,}00496-575{,}575\times 0{,}101)\times 0{,}2:0{,}0045$;
ж) 5^8; з) 2^{12}; и) 3^{15};
к) $\frac{(2{,}5)^8+5{,}85}{42{,}5}-1{,}306$.

5. Выполните следующие программы и объясните, почему получен такой ответ:

а) $3\ \boxed{+}\ \boxed{\times}\ \boxed{=}$; б) $3\ \boxed{\times}\ \boxed{+}\ \boxed{=}$;

в) $5\ \boxed{\times}\ \boxed{+}\ \boxed{-}\ \boxed{:}\ \boxed{=}$; г) $5\ \boxed{+}\ \boxed{-}\ \boxed{\times}\ \boxed{:}\ \boxed{=}$.

3. Вычисление значений элементарных функций

Другой вид операций, выполнение которых предусмотрено в микрокалькуляторах типа «Электроника БЗ-37»,— это вычисление значений элементарных функций. В микрокалькуляторе «Электроника МК-57» предусмотрено нахождение значений только двух элементарных функций — квадратного корня из числа и обратной величины числа, как наиболее часто встречающихся в элементарных расчетах. Основной особенностью при выполнении таких операций является ввод в микрокалькулятор аргумента (числа), прежде чем производится нажатие операционных клавиш.

Все операции вычисления значений элементарных функций можно условно разделить на три группы по имеющимся отличиям в программах вычислений.

Первую из групп операций составляют операции вычисления значений элементарных функций $y=\frac{1}{x}$, $y=\sqrt{x}$, $y=\lg x$, $y=\ln x$, $y=10^x$, $y=e^x$, $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$. Все они на микрокалькуляторе выполняются аналогично, и поэтому действия оператора могут быть представлены в виде следующей последовательности:

1) ввод аргумента функции — числа a;

2) нажатие клавиши $\boxed{F}$ перевода микрокалькулятора в режим совмещенной функции;

3) нажатие клавиши необходимой функции (одной из клавиш $\boxed{1/x}$, $\boxed{\sqrt{\ }}$, $\boxed{\lg}$, $\boxed{\ln}$, $\boxed{10^x}$, $\boxed{e^x}$, $\boxed{\sin}$, $\boxed{\cos}$, $\boxed{\operatorname{tg}}$)[1].

[1] Для нахождения значения функции $y=\sqrt{x}$ на микрокалькуляторе «Электроника МК-57» необходимо: 1) ввести аргумент функции — число a; 2) нажать клавишу $\boxed{\sqrt{\ }}$.

После этих действий на индикаторе микрокалькулятора появляется результат вычислений на смену находившемуся там числу — аргументу функции.

Среди функций, значения которых вычисляются таким образом, имеются тригонометрические — синус, косинус, тангенс. При работе с ними не следует забывать о возможных формах представления аргумента (в градусах или радианах). Для этого (как мы отмечали выше при описании внешнего вида микрокалькулятора «Электроника БЗ-37») существует специальный переключатель «Рад.-Град.», который перед вычислением должен быть установлен в одно из положений в соответствии с требуемой формой представления аргумента. При вычислениях значений других функций положение этого переключателя не играет роли.

Другую группу операций составляют вычисления значений обратных тригонометрических функций — арксинуса, арккосинуса, арктангенса. Отличия в действиях оператора при вычислении их значений обусловлены тем, что в микрокалькуляторе нет специальных клавиш вида $\boxed{\text{arcsin}}$, $\boxed{\text{arccos}}$, $\boxed{\text{arctg}}$, но есть отдельная клавиша $\boxed{\text{arc}}$, которая в комбинации с клавишами $\boxed{\sin}$, $\boxed{\cos}$, $\boxed{\text{tg}}$ дает возможность вычислять значения соответствующих функций. Делается это обычно так:

1) вводится аргумент функции — число a;
2) нажимается клавиша $\boxed{\text{F}}$ перевода микрокалькулятора в режим совмещенной функции;
3) нажимается клавиша $\boxed{\text{arc}}$;
4) нажимается клавиша соответствующей тригонометрической функции: $\boxed{\sin}$, либо $\boxed{\cos}$, либо $\boxed{\text{tg}}$.

К третьей группе относится одна операция — операция возведения числа $a>0$ в степень x. Выполняется эта операция с помощью специальной клавиши $\boxed{x^y}$. При этом действия оператора должны быть следующими:

1) ввод основания степени — числа a;
2) нажатие клавиши $\boxed{\text{F}}$ перевода микрокалькулятора в режим совмещенной функции;
3) нажатие клавиши $\boxed{x^y}$;
4) ввод показателя степени — числа x;
5) нажатие клавиши итога $\boxed{=}$.

После пятого шага на индикаторе появляется искомое числовое значение выражения a^x.

Следует сказать, что при этом трижды происходит изменение чисел на индикаторе. Первое изменение происходит после нажатия клавиши $\boxed{x^y}$: число, первоначально введенное в микрокалькулятор (основание степени), заменяется значением натурального логарифма (логарифма по основанию $e = 2{,}71828182845...$) числа a. Второе изменение числа на индикаторе происходит после введения в микрокалькулятор показателя степени — числа x. После нажатия клавиши итога $\boxed{=}$ число на индикаторе изменяется третий раз: на индикаторе появляется результат вычисления.

Описанные действия оператора при вычислении значений различных элементарных функций могут быть представлены соответствующими программами. Для удобства сведем их в таблицу.

Группа операций	Выражение	Программа вычисления значения выражения
	$\frac{1}{a}$, $a \neq 0$	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{1/x}$
	$\sqrt{a}$, $a \geqslant 0$	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$
	$\lg a$, $a>0$	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\lg}$
I	$\ln a$, $a>0$	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\ln}$
	10^a	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{10^x}$
	e^a	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{e^x}$
	$\sin a$	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\sin}$
	$\cos a$	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\cos}$
	$\text{tg}\, a$	a $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{tg}}$

Группа операций	Выражение	Программа вычисления значения выражения
II	$\arcsin a,\ \lvert a\rvert \leqslant 1$	$a\ \boxed{F}\ \boxed{\text{arc}}\ \boxed{\sin}$
	$\arccos a,\ \lvert a\rvert \leqslant 1$	$a\ \boxed{F}\ \boxed{\text{arc}}\ \boxed{\cos}$
	$\text{arctg}\, a$	$a\ \boxed{F}\ \boxed{\text{arc}}\ \boxed{\text{tg}}$
III	$a^x,\ a>0$	$a\ \boxed{F}\ \boxed{x^y}\ \boxed{x=}$

В приведенной таблице при записи выражений указаны ограничения, накладываемые на аргумент. При их несоблюдении (например, требовании от микрокалькулятора вычислить $\sqrt{-2}$ или т. п.) микрокалькулятор не производит вычислений и высвечивает слева на индикаторе знак «·» некорректности поставленной задачи.

Остановимся на выполнении отдельных групп операций.

Пример 1. Вычислим $\sqrt{5{,}6}$. Используя программу, приведенную в таблице, запишем программу вычисления данного выражения: $5{,}6\ \boxed{F}\ \boxed{\sqrt{\ }}$.

Выполняя эту программу, получим следующий ответ: 2,3664319.

Для микрокалькулятора «Электроника МК-57» программа вычисления будет иной: $5{,}6\ \boxed{\sqrt{\ }}$. Это обусловлено тем, что в микрокалькуляторе такого типа клавиши не имеют двойного назначения и поэтому отсутствует специальная клавиша $\boxed{F}$.

Пример 2. Найдем угол, косинус которого равен 0,75.

Для того чтобы найти искомый угол в градусах, переведем переключатель «Рад.-Град.» в положение «Град.», а затем выполним вычисления по программе $0{,}75\ \boxed{F}\ \boxed{\text{arc}}\ \boxed{\cos}$. В результате получим: $\alpha=41{,}40962°$. Если теперь преобразуем дробную часть в минуты и секунды, то получим $\alpha\approx 41°24'4''$.

Если угол необходимо выразить в радианах, то переключатель «Рад.-Град.» должен быть в положении «Рад.». Программа вычислений не отличается от выполненной нами только что, но ответ будет другим: $\alpha=0{,}722734\approx 0{,}72$ (рад).

Пример 3. Вычислим $(1{,}2)^{5{,}5}$. Используя программу, приведенную в таблице, запишем ее для конкретных значений основания степени и показателя: $1{,}2\ \boxed{F}\ \boxed{x^y}\ 5{,}5\ \boxed{=}$.

Выполняя по ней вычисления, получаем на индикаторе 2,725809.

Пример 4. Вычислим $\text{ctg}\, 60°$. Поскольку в микрокалькуляторах не предусмотрено нахождение значений функции котангенс (и арккотангенс), то для нахождения значения искомой функции котангенс воспользуемся известной формулой $\text{ctg}\,\alpha=\frac{1}{\text{tg}\,\alpha}$. Таким образом, мы можем сначала найти значение $\text{tg}\, 60°$, а затем вычислить обратную полученному числу величину. Как находить значения функции тангенс и вычислять обратную величину числа, мы указывали в таблице. Поэтому программа вычисления будет иметь вид: $60\ \boxed{F}\ \boxed{\text{tg}}\ \boxed{F}\ \boxed{1/x}$ (переключатель «Рад.-Град.» находится в положении «Град.»).

Выполняя по ней вычисления, получим ответ: 0,5773505.

Упражнения.

1. Вычислите:
   а) $\sqrt{244{,}56}$; б) $\lg 45{,}7$; в) $\ln 76{,}049$;
   г) $10^{1{,}78}$; д) $e^{7{,}481}$; е) $\frac{1}{279{,}15}$.
2. Считая аргумент заданным в радианах, вычислите:
   а) $\sin 4{,}2$; б) $\cos 2{,}145$; в) $\text{tg}\, 8$.
3. Считая аргумент заданным в градусах, вычислите:
   а) $\sin 30$; б) $\cos 45$; в) $\text{tg}\, 60$.
4. Вычислите (в градусах и радианах):
   а) $\arcsin 0{,}8472$; б) $\arccos(-0{,}5)$; в) $\text{arctg}\, 12{,}34$.
5. Вычислите:
   а) $4^{3{,}3}$; б) $(156{,}381)^{0{,}328}$; в) $(0{,}144)^{1{,}1}$; г) $(1{,}24)^{18{,}46}$.
6. Вычислите:
   а) ctg 2,2 в градусах; б) ctg 4,5 в радианах.

4. Операции с памятью и регистрами микрокалькулятора

В ряде вычислений с микрокалькулятором возникает необходимость фиксации промежуточного результата вычислений для последующего его использования. Так, например, если будем вычислять выражение $\frac{7{,}18-9{,}823}{(1{,}8)^3+1{,}4}$, то вынуждены отдельно найти числитель и знаменатель, а потом уже выполнять деление. Так поступим потому, что имеющиеся в выражении арифметические операции не образуют цепочки и поэтому нельзя составить программы, похожей на приведенные в п. 2. Поэтому в процессе вычислений необходимо зафиксировать значение числителя (например, записать на бумаге), а затем приступить к вычислению значения знаменателя и т. д.

Естественно, это неудобно, так как отвлекает от вычислений и требует введения зафиксированного на бумаге числа в микрокалькулятор в ходе дальнейших вычислений.

Чтобы не прибегать к такой промежуточной фиксации получаемых чисел и упростить вычисления, в микрокалькуляторе предусмотрен регистр памяти. Он предназначен для хранения одного (любого) восьмиразрядного числа, которое может понадобиться оператору в вычислениях.

Запись числа в регистр памяти[1] производится последовательным нажатием клавиш [F] и [ЗАП]. При этом число, высвеченное на индикаторе до нажатия этих клавиш, сохраняется и может использоваться в любых дальнейших вычислениях или быть «стерто» за ненадобностью в данный момент.

Вызов числа, занесенного на хранение в регистр памяти, производится последовательным нажатием клавиш [F] и [ИП]. При этом число, высвеченное на индикаторе до нажатия этих клавиш, заменяется числом, хранившимся в регистре памяти.

Содержимое регистра памяти остается неизменным, т. е. вызов числа из регистра памяти можно производить столько раз, сколько требуется в ходе вычислений.

Вызов числа из регистра памяти может быть осуществлен и иначе: путем обмена содержимым регистра индикации и регистра памяти. Для этого в микрокалькуляторе предусмотрена специальная клавиша [X↔П]. Таким образом, если мы нажмем последовательно клавиши [F] и [X↔П], то число, записанное в регистре индикации и высвеченное на индикаторе, будет помещено на хранение в регистр памяти. Число, хранившееся до этого в регистре памяти, будет записано в регистр индикации и появится на индикаторе. Иначе говоря, содержимое регистра индикации будет переписано в регистр памяти, а содержимое регистра памяти будет помещено в регистр индикации.

Кроме того, в ряде вычислений часто возникает необходимость выполнения некоторых операций с числом, хранящимся в регистре памяти. При этом вовсе не обязательно извлекать (вызывать) его из регистра памяти для выполнения необходимой операции. К таким операциям в микрокалькуляторе «Электроника БЗ-37» относятся сложение и вычитание. Для их выполнения предназначены три специальные клавиши [П+], [П−], [П+x^2]. С помощью последовательного нажатия клавиш [F] и [П+] можно к числу, хранящемуся в регистре памяти, прибавить число, записанное в регистре индикации (и высвеченное на индикаторе). При этом содержимое регистра индикации остается неизменным. Последовательное нажатие клавиш [F] и [П−] позволяет из числа, хранящегося в регистре памяти, вычесть число, записанное в регистре индикации (и высвеченное на индикаторе). Содержимое регистра индикации также остается неизменным. При последовательном нажатии клавиш [F] и [П+x^2] происходит сложение содержимого регистра памяти с квадратом числа, записанного в регистре индикации. При этом содержимое регистра индикации в квадрат не возводится, а остается неизменным.

В микрокалькуляторе «Электроника МК-57» также предусмотрены две операции с памятью: сложение и вычитание. Для их выполнения выделены две отдельные клавиши [П+] и [П−]. Кроме того, предусмотрено очищение регистра памяти, для чего существует клавиша [СП], а также вызов числа, хранящегося в регистре памяти, на индикатор (и помещение его в регистр индикации) с помощью клавиши [ИП].

Ниже в таблице приводятся программы всех описанных операций с содержимым регистров памяти и индикации микрокалькуляторов «Электроника БЗ-37» и «Электроника МК-57».

	Операции	Программы операций	
		«Электроника БЗ-37»	«Электроника МК-57»
1	Очищение регистра памяти	0 [F] [ЗАП]	[СП]
2	Запись числа *a*, высвеченного на индикаторе, в регистр памяти	*a* [F] [ЗАП]	[СП] *a* [П+]
3	Вызов на индикатор числа, хранящегося в регистре памяти	[F] [ИП]	[ИП]

---

[1] Здесь приводятся программы операций с содержимым отдельных регистров микрокалькулятора «Электроника БЗ-37»

	Операции	Программы операций	
		«Электроника БЗ-37»	«Электроника МК-57»
4	Сложение содержимого регистра памяти с числом *a*, высвеченным на индикаторе	*a* [F] [П+]	*a* [П+]
5	Вычитание из содержимого регистра памяти числа *a*, высвеченного на индикаторе	*a* [F] [П−]	*a* [П−]
6	Сложение содержимого регистра памяти с квадратом числа *a*, высвеченного на индикаторе	*a* [F] [$П+x^2$]	Не предусмотрено
7	Обмен содержимым регистра памяти и регистра индикации	[F] [$x \leftrightarrow П$]	Не предусмотрено
8	Вызов на индикатор числа π	[F] [π]	Не предусмотрено

Для удобства вычислений в отдельном регистре памяти микрокалькулятора «Электроника БЗ-37» хранится число π. Это связано с тем, что число π часто встречается в тригонометрических формулах, входит в формулы вычисления площадей и объемов некоторых фигур и т. п.

Хранение числа π в памяти микрокалькулятора позволяет в любой момент вычислений «вызвать» его на индикатор для выполнения необходимых вычислений.

Как в микрокалькуляторе «Электроника БЗ-37», так и в микрокалькуляторе «Электроника МК-57» предусмотрена операция обмена содержимым регистра индикации и рабочего (операционного) регистра. Выполняется она в этих двух микрокалькуляторах одинаково, путем нажатия клавиши [$\leftrightarrow$]. При этом число, помещенное в регистр индикации, записывается в рабочий (операционный) регистр, а число, хранившееся в рабочем (операционном) регистре, помещается в регистр индикации и высвечивается на индикаторе.

Для иллюстрации применения операций с памятью и регистрами микрокалькулятора «Электроника БЗ-37» приведем несколько примеров.

Пример 1. Вычислить $\frac{7{,}18-9{,}823}{(1{,}8)^3+1{,}4}$.

Вычисления таких выражений удобнее начинать с нахождения числового значения знаменателя, поскольку оно затем будет фиксироваться в памяти микрокалькулятора. Далее находится числовое значение числителя дроби и делится на число, хранящееся в регистре памяти. Поэтому программа вычислений примет вид:

1,8 [×] [×] [+] 1,4 [=] [F] [ЗАП] 7,18 [−] 9,823 [:] [F] [ИП].

Выполнив ее, придем к ответу: −0,365459.

Пример 2. Вычислить $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+5\cdot 6$.

При вычислении значения этого числового выражения удобно воспользоваться операцией сложения чисел, помещаемых в регистр индикации с содержимым регистра памяти. После накопления в регистре памяти всех произведений его содержимое можно вызвать на индикатор. Выполнить вычисление можно по такой программе:

2 [F] [ЗАП] [×] 3 [=] [F] [П+] 3 [×] 4 [=]
[F] [П+] 5 [×] 6 [+] [F] [ИП] [=].

В результате получим на индикаторе микрокалькулятора число 50.

Пример 3. Вычислить $\frac{1+2+3}{1^2+2^2+3^2}$.

При вычислении значения данного выражения можно одновременно находить значения числителя и знаменателя: нахождение числителя производить с использованием регистра индикации, а при нахождении знаменателя использовать регистр памяти. Это позволяет сделать специальная операция, задаваемая клавишей [$П+x^2$]. Запишем программу вычислений:

1 [F] [ЗАП] [+] 2 [F] [$П+x^2$] [+] 3 [F] [$П+x^2$] [:] [F]
[ИП] [=].

В результате выполнения программы получим 0,4285714.

Пример 4. Вычислить $1{,}2\times 2{,}17-\frac{(1{,}2)^2+(2{,}17)^2}{5{,}5}$.

Данное выражение, так же как и предыдущее, допускает сокращение вычислений за счет одновременного нахождения первого слагаемого (произведения чисел 1,2 и 2,17) и числителя второго слагаемого. При этом числитель второго слагаемого удобно находить с помощью регистра памяти (клавиши $\boxed{\Pi + x^2}$), а затем, осуществив обмен содержимым регистров памяти и индикации, продолжить вычисления. Эти особенности вычислений показаны в следующей программе:

$$0\boxed{F}\boxed{ЗАП}1{,}2\boxed{F}\boxed{\Pi+x^2}\boxed{\times}2{,}17\boxed{F}\boxed{\Pi+x^2}\boxed{=}$$

$$\boxed{F}\boxed{X\leftrightarrow\Pi}\boxed{:}5{,}5\boxed{-}\boxed{F}\boxed{ИП}\boxed{\leftrightarrow}\boxed{=}.$$

После выполнения программы на индикаторе микрокалькулятора появляется $-0{,}1458717$.

Упражнения.

1. Вычислите:

а) $\dfrac{(2{,}1798)^3\times 1{,}234+189}{e^2-9{,}46}$; б) $\dfrac{1{,}18+10^{2,5}}{((8{,}32)^4-1028{,}5)^2}$;

в) $(4{,}17)^4-(2{,}5)^6$; г) $10^{3,2}+e^{5,63}$.

2. Вычислите сумму кубов первых десяти натуральных чисел.
3. Найдите сумму квадратов первых восьми простых чисел.
4. Вычислите $2\cdot 3+4\cdot 5-6\cdot 7+8\cdot 9-10\cdot 11+12\cdot 13-14\cdot 15$.
5. Вычислите $10^{0,13}-\pi^3+\sqrt{2{,}308\times 12{,}294-5{,}67}$.
6. Вычислите $\dfrac{1^2+3^2+5^2+7^2+9^2}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}$.

5. Процентные вычисления на микрокалькуляторе «Электроника МК-57»

Микрокалькулятор «Электроника МК-57», как и большинство микрокалькуляторов для простейших математических расчетов, позволяет производить процентные вычисления. С этой целью в микрокалькуляторе предусмотрена специальная клавиша $\boxed{\%}$.

Мы не будем рассматривать подробно особенности выполнения таких вычислений, а ограничимся перечислением простейших задач «на проценты» и соответствующих им программ.

Пример 1. Найти m % от числа a.

Для решения такой задачи необходимо выполнить вычисления по следующей программе: $a\boxed{\times}m\boxed{\%}$.

Пример 2. Сколько процентов от числа a составляет число b?

Для решения этой задачи необходимо выполнить вычисления по следующей программе: $b\boxed{:}a\boxed{\%}$.

Пример 3. Найти число a, m % которого равны числу b.

Чтобы решить такую задачу, необходимо выполнить вычисления по программе: $b\boxed{:}m\boxed{\%}$.

Пример 4. Число a увеличить (уменьшить) на m %.

Для решения задач такого типа необходимо выполнять вычисления по программе:

$a\boxed{+}m\boxed{\%}\boxed{=}$ (соответственно $a\boxed{-}m\boxed{\%}\boxed{=}$).

Пример 5. Число a умножить (разделить) на m% от него.

При решении таких задач вычисления выполняются по программам, аналогичным приведенным в предыдущей задаче:

$a\boxed{\times}m\boxed{\%}\boxed{=}$ (соответственно $a\boxed{:}m\boxed{\%}\boxed{=}$).

О ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ И ИСТОЧНИКАХ ОШИБОК

Микрокалькулятор устроен таким образом, что в отличие от человека не совершает элементарных ошибок в вычислениях. Этот факт исключительно определяет наше доверие к нему. Нам не придет в голову мысль усомниться в правильности выполненных микрокалькулятором вычислений даже при повторении вычислений с целью «проверки». В этом случае мы проверяем самих себя и при обнаружении ошибки относим ее на свой счет.

Но иногда, даже зная, что наш микрокалькулятор исправен и конечно же правильно выполняет все задаваемые операции, мы склонны усомниться в достоверности полученного результата. Есть ли у нас для этого основания? Чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к примерам.

Пример 1. Зная, что $\frac{1}{3}\cdot 3=1$, выполните аналогичное вычисление на микрокалькуляторе и сравните полученный результат с известным.

Программа вычисления числового значения левой части равенства проста и имеет вид: $1\boxed{:}3\boxed{\times}\boxed{=}$. Выполняя вычисления по этой программе, придем к результату $0{,}9999999\neq 1$.

Пример 2. Зная, что $\frac{1}{7}\cdot 7=1$, выполните аналогичное вычисление на микрокалькуляторе и сравните полученный результат с известным.

Пользуясь в вычислениях аналогичной программой, получим следующий результат: $0{,}9999997\neq 1$.

П р и м е р 3. Известно, что $(\sqrt{5})^2=5$. Вычислите левую часть равенства с помощью микрокалькулятора и сравните результаты.

Программа вычисления левой части равенства такова:

$$5\boxed{F}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\times}\boxed{=}.$$

Выполнив вычисление по этой программе, получим $4{,}9999996\neq5$.

П р и м е р 4. Вычислите $\sqrt{3}$ с помощью микрокалькулятора двумя способами, используя клавиши $\boxed{\sqrt{\ }}$ и $\boxed{x^y}$, и сравните полученные результаты.

Выполняя вычисление по программе $3\boxed{F}\boxed{\sqrt{\ }}$ (с использованием клавиши $\boxed{\sqrt{\ }}$), получим результат 1,7320508.

Вычисление по программе $3\boxed{F}\boxed{x^y}0{,}5\boxed{=}$ (с использованием клавиши $\boxed{x^y}$) дает 1,732051. Итак, $1{,}732051>1{,}7320508$.

П р и м е р 5. Выполните возведение в квадрат числа 10 двумя способами: в режиме «константы» и с использованием клавиши $\boxed{x^y}$ — и сравните результаты.

В режиме «константы» вычисления выполняются по программе $10\boxed{\times}\boxed{=}$. На индикаторе микрокалькулятора появляется число 100.

При выполнении вычислений по программе $10\boxed{F}\boxed{x^y}2\boxed{=}$ (с использованием клавиши $\boxed{x^y}$) получим на индикаторе 99,99995.

Как видим, $99{,}99995<100$.

П р и м е р 6. Вычислите $\sin^2 1+\cos^2 1$ (угол задан в радианах) и сравните полученный результат с известным.

Программа вычисления в данном случае может быть такой:

$$0\boxed{F}\boxed{\text{ЗАП}}1\boxed{F}\boxed{\sin}\boxed{F}\boxed{\Pi+x^2}1\boxed{F}\boxed{\cos}\boxed{F}\boxed{\Pi+x^2}$$
$$\boxed{F}\boxed{\text{ИП}}.$$

В результате выполнения этой программы на индикаторе высвечивается 1,0000007, что на $7\cdot10^{-7}$ больше известного результата (1).

Если выполнить аналогичные вычисления для угла, например, в 0,1 радиана, то на индикаторе получим 0,9999995. В данном случае он на $5\cdot10^{-7}$ меньше известного.

П р и м е р 7. Вычислите e^1 и сравните полученный результат с известным: $e=2{,}71828182845...$.

Вычисление по программе $1\boxed{F}\boxed{e^x}$ дает на индикаторе микрокалькулятора результат 2,718281, который меньше известного на 0,00000082845... .

Подобные примеры можно было бы продолжить, но обратимся к вопросу о том, как микрокалькулятор выполняет вычисления такого рода.

Большинство микрокалькуляторов для научных и инженерных расчетов (инженерные микрокалькуляторы) рассчитано на вычисления с числами, содержащими не более восьми разрядов и представленными в естественной форме, т. е. с числами целыми или конечными десятичными дробями.

Между тем во всех приведенных примерах мы так или иначе вынуждены были оперировать с бесконечными десятичными дробями. Так, в примерах 1 и 2 для того, чтобы выполнить умножение, необходимо было сначала ввести в микрокалькулятор число, представленное обыкновенной дробью[1]. Каждая из этих обыкновенных дробей — и $\frac{1}{3}$, и $\frac{1}{7}$ — обращается в бесконечную периодическую десятичную дробь: 0,(3) и 0,(142857) соответственно.

Но поскольку микрокалькулятор оперирует с «конечными» числами, то он, естественно, «оставляет»[2] в получаемой бесконечной десятичной дроби только восемь старших разрядов, а остальные просто отбрасывает[3]. Эти восемь разрядов и высвечиваются на индикаторе микрокалькулятора. Такая процедура приводит к тому, что в микрокалькулятор оказываются введенными числа, меньшие данных: $0{,}3333333<0{,}(3)=\frac{1}{3}$, $0{,}1428571<0{,}(142857)=\frac{1}{7}$.

Иначе говоря, микрокалькулятор заставляет нас вести дальнейшие вычисления с приближенными числами ($0{,}3333333\approx\frac{1}{3}$, $0{,}142857\approx\frac{1}{7}$), что и дает *приближенный результат.*

В примере 3 при извлечении квадратного корня из 5 возникает аналогичная ситуация. Известно, что $\sqrt{5}$ — число иррациональное и представляется в виде бесконечной непериодической десятичной дроби. Эту дробь микрокалькулятор может получать с помощью некоторого алгоритма, но зафиксировать в регистре индикации (и на индикаторе) он может только 8 старших ее разрядов: 2,2360679. Ясно, что полученное число будет меньше истинного значения $\sqrt{5}$, т. е. $2{,}2360679<\sqrt{5}$. Дальнейшее возведение его в квадрат даст нам также приближенное значение $4{,}9999999\approx\sqrt{5}$.

[1] Как вводятся такие числа, мы указывали выше (см. «Ввод чисел»).
[2] Без округления.
[3] Этот процесс иллюстрирует пример 7.

Микрокалькулятор оперирует с конечными десятичными дробями (приближениями заданных действительных чисел $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\sqrt{5}$), в то время как для получения точного результата необходимо выполнять вычисления с бесконечными десятичными дробями. Однако погрешность в вычислениях может возникать и по другой причине. Например, от того, по каким программам выполняются вычисления. Иллюстрацией этого факта могут служить примеры 4, 5.

Пример 4 показывает, что с помощью микрокалькулятора можно извлекать квадратный корень по крайней мере двумя способами:

а) используя в программе вычислений клавишу $\boxed{\sqrt{\ }}$ и

б) используя в программе вычислений клавишу $\boxed{x^y}$ [1].

Различие в получаемых ответах объясняется тем, что каждая из клавиш $\boxed{\sqrt{\ }}$ и $\boxed{x^y}$ реализует свою, заложенную в память микрокалькулятора программу вычислений, отличную от какой-либо другой.

В примере 5 рассмотрены два варианта возведения числа в квадрат, которые также дали различные результаты: в первом случае получен точный результат, во втором — приближенный. Конечно же, причина этому аналогичная — предложенные программы вычислений реализуют различные алгоритмы.

Но что значит «различные алгоритмы»? И вообще, каковы они и как микрокалькулятор по ним вычисляет значения различных функций? Ведь не заложены же в его память таблицы значений таких функций!

Конечно, дело не в таблицах или в чем-либо подобном. Существуют более простые способы вычисления значений различных функций (которые, кстати, применяются и при составлении таблиц), основывающиеся на возможности представления значительной части известных функций в виде суммы бесконечного числа слагаемых, получаемых по определенному правилу. Обычно такое представление функции называется разложением ее в ряд.

Так, например, функцию $y=e^x$ можно представить в виде суммы бесконечного числа слагаемых вида $\frac{x^k}{k!}$:

[1] С помощью микрокалькулятора «Электроника БЗ-37» можно извлекать квадратный корень из числа a и по-другому:

а) используя в программе вычислений клавиши ln и e^x;

б) используя в программе вычислений клавиши lg и 10^x.

Им будут соответствовать следующие программы вычислений:

$a\ \boxed{F}\ \boxed{\ln}\ \boxed{:}\ 2\ \boxed{F}\ \boxed{e^x}$ и $a\ \boxed{F}\ \boxed{\lg}\ \boxed{:}\ 2\ \boxed{F}\ \boxed{10^x}$.

Выполните вычисления по этим программам корня квадратного из 3 и сравните результаты с полученными в примере 4.

$$e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^5}{5!}+\ldots+\frac{x^k}{k!}+\ldots,\text{ где}$$

$1!=1$	$5!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5=120$
$2!=1\cdot2=2$	$6!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6=720$
$3!=1\cdot2\cdot3=6$	....
$4!=1\cdot2\cdot3\cdot4=24$	$k!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot(k-1)\cdot k$

(Принято считать, что $0!=1$.)

Попробуем по этой формуле найти приближенное значение e, ограничившись вычислением суммы одиннадцати первых слагаемых.

Итак,

$$e^1\approx1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{5!}+\frac{1}{6!}+\frac{1}{7!}+\frac{1}{8!}+\frac{1}{9!}+\frac{1}{10!}=1+1+$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{120}+\frac{1}{720}+\frac{1}{5040}+\frac{1}{40320}+\frac{1}{362880}+\frac{1}{362880}.$$

При выполнении промежуточных расчетов обратимся к микрокалькулятору; сумма примет вид:

$$e^1\approx1+1+0{,}5+0{,}1666666+0{,}416666+0{,}0083333+0{,}0013888+$$
$$+0{,}0001984+0{,}0000248+0{,}0000027+0{,}0000002=2{,}7182814.$$

Сравнивая полученный результат с известным ($e=$ $=2{,}71828182845\ldots$) и найденным в примере 7 (2,718281), убеждаемся, что он ненамного от них отличается и даже точнее последнего.

Подобным же образом выполняет микрокалькулятор вычисления значений различных функций. В его памяти закладываются программы нахождения суммы конечного числа слагаемых рядов, соответствующих функциям ln, e^x, $\sqrt{x}$, $\sin x$, $\cos x$ и т. д. Понятно, что микрокалькулятор не может находить сумму бесконечного числа слагаемых и поэтому на основании заданных ему заранее правил ограничивается в вычислениях некоторым конечным числом слагаемых[1], а остальные просто отбрасывает.

Сумма этих отброшенных слагаемых и погрешности в вычислениях каждого из слагаемых составляют впоследствии общую погрешность вычисления[2].

Поскольку различным функциям (например, $\sqrt{x}$ и x^y) соответствуют различные разложения в ряд, то микрокалькулятор

[1] Мы также ограничивались при нахождении числа e одиннадцатью слагаемыми по той причине, что с помощью микрокалькулятора уже невозможно вычислить двенадцатое слагаемое: $\frac{1}{11!}=\frac{1}{39916800}<10^{-7}$. Оно просто не «помещается» на индикаторе.

[2] Если бы мы находили сумму $1+1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{3628800}$ «вручную» (приведя сначала слагаемые к общему знаменателю), то в результате получили бы $e\approx2\frac{2606501}{3628800}=$ $=2{,}718281801146\ldots$, что несколько точнее нашего результата

может при нахождении значения одной и той же функции по различным программам (например, 3 $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ и 3 $\boxed{F}$ $\boxed{x^y}$ 0,5 $\boxed{=}$) давать различные результаты.

В примере 6, вообще говоря, мы не получили подтверждения известного тождества. Результаты (1,0000007 и 0,9999995) все же отличны от 1, хотя и на довольно малые величины. Однако не будем спешить с выводами и проверим лучше, мог ли наш микрокалькулятор выполнить вычисления так, чтобы на индикаторе появилась 1.

Для этого опять обратимся к формулам разложения функций синус и косинус в ряд. Известно, что

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{k-1} \cdot \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!} + \ldots,$$

где $k = 1, 2, 3, \ldots$.

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^k \cdot \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \ldots,$$

где $k = 1, 2, 3, \ldots$.

Найдем значения этих функций для угла $x = 1$ (радиан). По опыту предыдущего вычисления отметим сразу, что применение микрокалькулятора в промежуточных вычислениях само по себе ограничит число слагаемых в каждой из сумм — в первой возьмем 5, а во второй можно взять 6 слагаемых.

Тогда $\sin 1 \approx 1 - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \frac{1}{7!} + \frac{1}{9!} = 1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{120} - \frac{1}{5040} + \frac{1}{362880} \approx 1 - 0{,}1666666 + 0{,}0083333 - 0{,}0001984 + 0{,}0000027 = 0{,}8414710.$

$\cos 1 \approx 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{6!} + \frac{1}{8!} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{24} - \frac{1}{720} + \frac{1}{40320} - \frac{1}{3628800} \approx 1 - 0{,}5 + 0{,}0416666 - 0{,}0013888 + 0{,}0000248 - 0{,}0000002 = 0{,}5403024.$

Сравнив полученные результаты с вычисленными на микрокалькуляторе с использованием клавиш $\boxed{\sin}$ и $\boxed{\cos}$, можем убедиться, что значения синуса совпадают, а значения косинуса отличаются на 0,0000006, т. е. на $6 \cdot 10^{-7}$.

Дальнейшие вычисления приводят к следующему результату: $(0{,}841471)^2 + (0{,}5403024)^2 \approx 0{,}7080734 + 0{,}2919266 = 1.$

Итак, как будто бы удалось установить, что микрокалькулятор, вообще говоря, мог найти значение косинуса точнее, что в конечном счете позволило бы получить на индикаторе 1.

Однако при этом необходимо учесть следующее. Микрокалькулятор по определенной программе (заложенной в блок памяти) в каждом конкретном случае выясняет, сколько слагаемых

суммы ряда он может вычислить. Так, оказывается, что при вычислении значения функции синус для угла в 1 радиан микрокалькулятор может найти сумму только пяти слагаемых[1]. Поэтому при вычислении значения функции косинус того же аргумента автоматически берутся для суммирования также только пять членов соответствующего ряда.

Поскольку шестое слагаемое при нахождении значения косинуса не находится (хотя это и можно сделать), то микрокалькулятор вводит определенную поправку в последний разряд, что и приводит к некоторой погрешности.

Если бы мы действовали по таким же правилам, то получили бы следующее: $\sin 1 = 0{,}841471$, $\cos 1 = 0{,}5403026$. С учетом поправки[2] $\delta = 0{,}0000003$ значение косинуса следовало бы взять 0,5403029.

Тогда $\sin^2 1 + \cos^2 1 = (0{,}841471)^2 + (0{,}5403029)^2 \approx 0{,}7080734 + 0{,}2919272 = 1{,}0000006$, т. е. результат получился бы на $6 \cdot 10^{-7}$ больше известного.

Аналогично правильность вычислений и источник возникновения погрешности читатель может установить самостоятельно и для угла в 0,1 радиана.

Итак, рассмотренные примеры убеждают нас в том, что возникающие погрешности связаны с особенностями вычислений на микрокалькуляторе и не могут быть устранены полностью. Условно их можно назвать запланированными; они, как правило, незначительны и практически не оказывают влияния на результаты в научных и инженерных расчетах с помощью микрокалькулятора. В тех же случаях, когда требуется существенно повысить точность вычислений (например, в бухгалтерских расчетах), используются другие марки микрокалькуляторов, у которых индикаторы имеют 10, 12 разрядов[3].

Для того чтобы понять влияние погрешности в одну единицу в восьмом разряде микрокалькулятора на результат в целом, обратимся к следующему примеру. «Будем начиная от нуля ежесекундно увеличивать показания индикатора ... на одну единицу до максимального числа, которое можно записать в восьмиразрядном индикаторе. Найдем время, которое необходимо для полного заполнения индикатора. Так как максимальное число, которое может быть записано в восьмиразрядном индикаторе, равно ... 99999999, то для его полного заполнения необходимо $99999999 : (60 \cdot 60 \cdot 24) = 1157{,}4073$ дней, или примерно 3 года и

---

[1] Шестое слагаемое $\frac{1}{11!} = \frac{1}{39916800} < 10^{-7}$ и не умещается в разрядные сетки регистров (см. «Ввод чисел»).

[2] Поправка δ определилась бы из условия $\delta \leqslant \left| -\frac{1}{3628800} \right| = 0{,}000000275 \approx 0{,}0000003$ (δ не больше модуля первого из отбрасываемых слагаемых).

[3] Среди микрокалькуляторов для научных и инженерных расчетов, например, «Электроника С3-15» имеет десятиразрядный индикатор, «Электроника Б3-36» и другие — двенадцатиразрядный индикатор.

2 месяца. То есть восьмиразрядное число означает возможность измерения интервала времени в три с лишним года с точностью до 1 с.

Таким образом, восьмиразрядное число может выражать очень большую относительную точность, реализовать которую в процессе измерений очень трудно и неэкономично»[1].

В заключение отметим еще одну причину, по которой погрешностью в несколько единиц в младшем разряде десятичного числа можно, как правило, пренебрегать. Дело в том, что в большинстве вычислений мы используем приближенные величины. А как известно, в таких случаях точность вычислений зависит от количества значащих цифр компонентов операций. Это означает, что в получаемом результате вычислений необходимо оставлять столько значащих цифр, сколько их содержится в числе, имеющем наименьшее их количество.

Кроме того, часто в расчетах применяется округление результатов отдельных вычислений, если дробная часть числа содержит несколько подряд следующих девяток. Так, например, было у нас в примерах 1—3, 5, 6 (часть 2), и поэтому полученные результаты в обязательном порядке подлежат округлению до целого числа, т. е. 1, 1, 5, 100, 1. Аналогично поступают и в том случае, когда в дробной части числа, начиная со старшего разряда, имеется несколько подряд следующих нулей (см. пример 6, часть 1). В этом случае дробная часть числа просто опускается. Таким образом за счет этого повышается точность вычислений и оператор избавляется от утомительной, непродуктивной работы.

МИКРОКАЛЬКУЛЯТОР ПОМОГАЕТ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ

Часто в школьном курсе математики, а еще чаще в практике встречаются задачи, сводящиеся в конце концов к нахождению числового значения некоторого выражения. Как правило, в большинстве таких случаев решающий задачу вынужден выполнять различные операции и действия с весьма «неудобными» числами: результатами измерений, промежуточных вычислений и т. п. «Неудобство» таких чисел может, например, выражаться в том, что они имеют много знаков после десятичной запятой либо выступают в неявном ($\sqrt{17}$, 2^{π}, $(1{,}7)^{3,3}$ и др.) и потому непригодном для конкретных вычислений виде и т. д. Конечно, для облегчения вычислений принимаются определенные меры (округление, использование табличных данных и др.), но они не всегда заметно упрощают дальнейшую вычислительную работу.

Поэтому естественно стремление к организации всей вычислительной работы на качественно ином уровне. Здесь прежде всего

[1] Чакань А. Что умеет карманная ЭВМ? — М.: Радио и связь, 1982, с. 49.

имеется в виду возможность использования в вычислениях микроэлектронной техники и, в частности, микрокалькуляторов.

Для этого имеются все предпосылки. Микрокалькулятор (как показано выше) позволяет достаточно быстро, просто и с высокой точностью выполнять самые сложные вычисления. При этом от оператора требуется в основном лишь знание закономерностей работы микрокалькулятора и умение правильно организовать вычисления.

Покажем на некоторых задачах школьного курса математики, как может применяться микрокалькулятор при их решении.

Задача 1. Найдите значение выражения

$$\frac{17{,}2a^3}{a^2+2{,}5ab^2-b^3} \text{ при } a=5{,}41238,\ b=1{,}0925.$$

Нахождение числового значения данного выражения обычным способом занимает довольно много времени. При этом промежуточные и итоговое вычисления слишком громоздки, так как связаны с необходимостью оперировать пяти-шестиразрядными десятичными дробями.

Так, необходимо вычислять a^2, a^3, b^2, b^3, ab^2, $2{,}5ab^2$, $a^2+2{,}5ab^2-b^3$, $17{,}2a^3$ и, наконец, частное двух последних выражений. Ясно, что такая работа не из легких.

Совсем другое дело, если мы применим в вычислениях микрокалькулятор. Покажем, как с его помощью можно организовать нахождение числового значения данного выражения.

1. Попробуем все необходимые операции выполнить в такой последовательности, как выполнялись бы они при вычислениях «вручную».

Итак, для нахождения числового значения данного выражения можно:

1) найти a^2 и записать его в регистр памяти для последующего суммирования;

2) найти произведение чисел 2,5 и a, затем умножить его на b, полученный результат еще раз умножить на b и прибавить получившееся число к содержимому регистра памяти;

3) найти b^3 и вычесть его из содержимого регистра памяти;

4) найти a^3 и умножить его на 17,2;

5) последний полученный результат разделить на содержимое регистра памяти.

Каждый из выделенных шагов можно реализовать с помощью конкретной небольшой программы вычислений — части общей программы вычисления значения выражения, т. е. каждый из представленных шагов записать в виде:

1) a $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$;

2) 2,5 $\boxed{\times}$ a $\boxed{\times}$ b $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{П+}}$;

3) b $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{П}-}$;

4) 17,2 $\boxed{\times}$ a $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$;

5) $\boxed{:}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{ИП}}$ $\boxed{=}$.

Объединяя части программы, приведенные выше, получим общую программу вычисления:

a $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$ 2,5 $\boxed{\times}$ a $\boxed{\times}$ b $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{П}+}$ b $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{П}-}$ 17,2 $\boxed{\times}$ a $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{:}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{ИП}}$ $\boxed{=}$.

Если теперь в этой программе заменить a и b их значениями, то получим программу нахождения числового значения данного выражения при $a=5{,}41238$ и $b=1{,}0925$:

5,41238 $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$ 2,5 $\boxed{\times}$ 5,41238 $\boxed{\times}$ 1,0925 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{П}+}$ 1,0925 $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{П}-}$ 17,2 $\boxed{\times}$ 5,41238 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{:}$ $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{ИП}}$ $\boxed{=}$.

Выполнив вычисления по этой программе, получим на индикаторе микрокалькулятора число 61,782072.

Итак, ответ получен. Однако мы можем отметить некоторые неудобства, возникающие в процессе реализации такой программы. Это, во-первых, необходимость трижды вводить в процессе вычислений число 5,41238, что требует нажатия 21 клавиши. Во-вторых, и число 1,0925 также требуется ввести дважды. Это еще 12 нажатых клавиш. Еще 30 нажатий клавиш необходимо для ввода двух других чисел и задания необходимых операций. Всего получается ни много ни мало — 63 нажатия клавиш.

В связи с этим естественно возникает вопрос: можно ли так организовать вычисление значения данного выражения, чтобы избежать двух-трехкратного ввода одного и того же числа, а ограничиться при этом вводом каждого из данных чисел по одному разу?

2. Попробуем составить программу вычислений так, чтобы каждое из данных чисел при ее реализации нужно было бы вводить по одному разу. При этом постараемся учесть возможность использования в вычислениях содержимого каждого из трех регистров: регистра индикации, регистра памяти и рабочего (операционного) регистра.

Так же как и ранее, вычисления удобно начать с нахождения значения знаменателя, так как операции «+» и «—» требуют использования регистра памяти, в то время как умножение в числителе можно выполнить «цепочкой». Кроме того, удобнее вычисления в знаменателе начинать с нахождения b^3. Дело в том, что при этом в регистре индикации окажется записанным число b^3, а в рабочем (операционном) регистре останется число b, которое мы сможем использовать при нахождении второго слагаемого. Тогда таким же образом сможем сохранить в рабочем (операционном) регистре и число a. Для этого достаточно вычислять произведение $2{,}5ab^2$ таким образом, чтобы число a оказалось последним из сомножителей, т. е. предшествовало нажатию итоговой клавиши $\boxed{=}$. При возведении числа a в квадрат результат будет помещен в регистр индикации (и оттуда переписан затем в регистр памяти), а само число a опять попадет в рабочий (операционный) регистр, что позволит использовать его в вычислениях еще раз: найти a^3 и произведение $17{,}2a^3$.

Чтобы проследить за происходящими изменениями содержимого трех указанных регистров, будем каждый шаг программы вычислений сопровождать заполнением такой таблицы.

Последовательность нажатия клавиш	Содержимое		
	регистра индикации (и индикатора)	рабочего (операционного) регистра	регистра памяти
1	2	3	4
b	b	—	—
$\boxed{\times}$	b	b	—
$\boxed{=}$	b^2	b	—
$\boxed{=}$	b^3	b	—
$\boxed{/-/}$	$-b^3$	b	—
$\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$	$-b^3$	b	$-b^3$
$\boxed{\leftrightarrow}$	b	$-b^3$	$-b^3$
$\boxed{\times}$	b	b	$-b^3$

Продолжение

Последовательность нажатия клавиш	Содержимое		
	регистра индикации (и индикатора)	рабочего (операционного) регистра	регистра памяти
$\boxed{=}$	b^2	b	$-b^3$
$\boxed{\times}$	b^2	b^2	$-b^3$
2,5	2,5	b^2	$-b^3$
$\boxed{\times}$	$2{,}5b^2$	2,5	$-b^3$
a	a	$2{,}5b^2$	$-b^3$
$\boxed{=}$	$2{,}5ab^2$	a	$-b^3$
$\boxed{F}$ $\boxed{П+}$	$2{,}5ab^2$	a	$2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{\leftrightarrow}$	a	$2{,}5ab^2$	$2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{\times}$	a	a	$2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{=}$	a^2	a	$2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{F}$ $\boxed{П+}$	a^2	a	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{=}$	a^3	a	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{\times}$	a^3	a^3	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$
17,2	17,2	a^3	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{:}$	$17{,}2a^3$	17,2	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{F}$ $\boxed{ИП}$	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$	$17{,}2a^3$	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$
$\boxed{=}$	$\dfrac{17{,}2a^3}{a^2+2{,}5ab^2-b^3}$	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$	$a^2+2{,}5ab^2-b^3$

Итак, мы пришли к программе:

1,0925 $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{/-/}$ $\boxed{F}$ $\boxed{ЗАП}$ $\boxed{\leftrightarrow}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\times}$

2,5 $\boxed{\times}$ 5,41238 $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{П+}$ $\boxed{\leftrightarrow}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{П+}$

$\boxed{=}$ $\boxed{\times}$ 17,2 $\boxed{:}$ $\boxed{F}$ $\boxed{ИП}$ $\boxed{=}$.

Если выполнить вычисления по такой программе, на индикаторе микрокалькулятора получим 61,782068.

Нетрудно выполнить и сравнительный подсчет числа нажатых клавиш при выполнении этой программы. Так, для ввода чисел в данном случае потребовалось нажать 13 клавиш (вместо 33). Для ввода 17,2, 2,5 и задания операций мы нажали еще 32 клавиши. Всего 45 клавиш вместо 63, т. е. фактически первоначальная программа сократилась более чем на четверть!

В первом и втором вариантах составления программы вычисления значения данного выражения мы не прибегали к преобразованию его, а рассматривали в том виде, в каком оно представлено. Поэтому вычисления в первом случае требовали нажатия 63, а во втором — 45 клавиш. Однако в ряде случаев бывает целесообразно, прежде чем начинать вычисления, выполнить тождественное преобразование данного выражения. В результате этого можно получить некоторое другое выражение, которое часто оказывается более удобным для вычислений с помощью микрокалькулятора. Покажем, как это можно сделать.

3. Попробуем преобразовать данное выражение так, чтобы можно было еще на несколько шагов сократить программу вычислений.

Для этого разделим числитель и знаменатель данного выражения на a^3. Получим тождественное ему выражение:

$$\frac{17{,}2}{\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)}.$$

Это выражение «более удобно» для вычислений на микрокалькуляторе, так как наличие дроби $\frac{b}{a}$ позволяет сразу вычислять второе слагаемое в знаменателе, а затем суммировать его с первым слагаемым. Числитель также несколько упростился, так как содержит только одно число и не требует выполнения операций, как ранее. Кроме того, мы можем использовать свойства цепочечных операций, и возможность обращения к отдельным регистрам микрокалькулятора. Чтобы можно было проследить за изменениями содержимого отдельных регистров при выполнении операций, будем, так же как и в предыдущем случае, последовательность шагов программы сопровождать заполнением таблицы.

Последовательность нажатия клавиш	Содержимое		
	Регистра индикации (и индикатора)	Рабочего (операционного) регистра	Регистра памяти
a	a	—	—
$\boxed{\text{F}}\ \boxed{1/x}$	$\frac{1}{a}$	—	—
$\boxed{\text{F}}\ \boxed{\text{ЗАП}}$	$\frac{1}{a}$	—	$\frac{1}{a}$
$\boxed{\times}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{a}$
b	b	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{a}$
$\boxed{-}$	$\frac{b}{a}$	b	$\frac{1}{a}$
2,5	2,5	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}$
$\boxed{\leftrightarrow}$	$\frac{b}{a}$	2,5	$\frac{1}{a}$
$\boxed{\times}$	$2{,}5-\frac{b}{a}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}$
$\boxed{=}$	$\frac{b}{a}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}$
$\boxed{=}$	$\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}$
$\boxed{\text{F}}\ \boxed{\text{П+}}$	$\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$
17,2	17,2	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$
$\boxed{:}$	17,2	17,2	$\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$
$\boxed{\text{F}}\ \boxed{\text{ИП}}$	$\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$	17,2	$\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$
$\boxed{=}$	$\dfrac{17{,}2}{\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)}$	$\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$	$\frac{1}{a}+\frac{b^2}{a^2}\left(2{,}5-\frac{b}{a}\right)$

Таким образом получена следующая программа:

$$5{,}41238\ \boxed{\text{F}}\ \boxed{1/x}\ \boxed{\text{F}}\ \boxed{\text{ЗАП}}\ \boxed{\times}\ 1{,}0925\ \boxed{-}$$

$$2{,}5\ \boxed{\leftrightarrow}\ \boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{\text{F}}\ \boxed{\text{П+}}\ 17{,}2\ \boxed{:}\ \boxed{\text{F}}\ \boxed{\text{ИП}}\ \boxed{=}.$$

Вычисления, выполненные по этой программе, дадут следующий результат: 61,782097. Сравнивая его с полученными ранее, видим, что он незначительно от них отличается. Учитывая правила подсчета верных цифр и округления[1], придем к такому результату: 61,7821.

Если подсчитать теперь необходимое количество нажатий клавиш для выполнения последней программы, то получим вместо 45 (во втором случае) уже только 36.

Мы рассмотрели три различных подхода к решению данной задачи с помощью микрокалькулятора. Каждый из них реализуется в конкретной программе вычисления. Последняя из этих программ быстрее приводит к ответу, а значит, ее можно считать более выгодной и экономичной. Однако составление подобных программ требует от оператора знаний особенностей функционирования отдельных регистров микрокалькулятора, его возможностей, а также хорошего владения навыками тождественных преобразований алгебраических выражений.

Следует сказать, что навыки рационализации вычислений на микрокалькуляторе не образуются сами по себе, а вырабатываются в ходе решения многих задач. Естественно, было бы ошибочным считать, что при решении всякой задачи можно сразу найти рациональный путь вычислений. Иногда для этого требуется достаточно много времени, может быть, даже не намного меньше, чем при вычислениях «вручную». Но каждый раз вы будете узнавать что-то новое, и это новое в дальнейшем вам не раз пригодится.

Известный математик и методист Д. Пойа в одной из своих книг писал: «...если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их!»[2]. Следуя этому совету, мы сочли необходимым предложить читателю некоторые задачи для самостоятельного решения. Среди них имеются и трудные[3], которые отмечены звездочкой.

При решении задач желательно, чтобы читатель:

— пробовал в каждом случае самостоятельно составлять программу вычислений;

[1] См., например: Макарычев Ю. Н. и др. Алгебра. Учебник для 7 кл. ср. школы /Под ред. А. И. Маркушевича.— 6-е изд. — М.: Просвещение, 1983, с. 97—126.

[2] Пойа Д. Математическое открытие. — М.: Наука, 1970, с. 13.

[3] Здесь «трудная» задача понимается в смысле составления программы вычисления для микрокалькулятора.

— старался организовать вычисление так, чтобы по возможности ограничиваться одноразовым вводом числовых данных;

— осуществлял проверку получаемых результатов;

— сравнивал самостоятельно составленную программу вычислений с приводимой в отделе «Указания к решениям задач. Ответы», анализировал последнюю;

— пробовал сократить составленную программу вычислений за счет использования возможностей регистров микрокалькулятора и тождественных преобразований данного выражения.

Решите самостоятельно.

1. Найдите значение выражения:
а) $a^2+26{,}33ab+b^2$ при $a=0{,}73$ и $b=2{,}284$;
б) $a^2-14{,}5ab+b^3$ при $a=11{,}83$ и $b=3{,}291$;
б) $a^2-0{,}18abc-b^2+c^2$ при $a=137$, $b=274$, $c=319$.

2. Найдите значение выражения:
а) $a^6-a^5+a^4-a^3+a^2-a+1$ при $a=1{,}92467$;
б) $x^4-x^2+1-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}$ при $x=25{,}5$.

3. Найдите значение выражения:
а) $\frac{x-2y}{xy+y}$ при $x=8{,}71$ и $y=0{,}69$;
б) $(a^2-b)(b^2-c)(c^2-d)$ при $a=7{,}8$, $b=4{,}75$, $c=10{,}12$, $d=2{,}9$.

4*. Найдите значение выражения $\frac{p+q}{p^2}+\frac{p-q}{q^2}-\frac{p+q}{pq}$ при $p=1{,}27$ и $q=9{,}75$, не прибегая к промежуточной записи результата на листе бумаги или тетради.

5*. Найдите значение выражения $\frac{1}{a^2-ab}+\frac{3}{ab+b^2}$ при $a=2{,}7356619$ и $b=1{,}3247$. Попробуйте составить такую программу вычислений, чтобы каждое из чисел необходимо было вводить только один раз.

6*. Найдите значение выражения $\frac{4}{(m-10)^2}+\frac{1}{m^2-9}-\frac{3}{(m+1)^3}$ при $m=7{,}83$. Составьте такую программу вычисления, в которой каждое из чисел встречалось бы один раз.

7*. Найдите значение выражения $\frac{7m^2n+2-3n^3}{mn-\sqrt{m}}$ при $m=8{,}79$ и $n=5{,}6$.

8. Составьте таблицу значений 2^k $(k=1, 2, ..., 20)$, 3^p $(p=1, 2, ..., 15)$, 5^k $(k=1, 2, ..., 10)$, 7^p $(p=1, 2, ..., 5)$.

9. Представьте выражение в виде степени с основанием 3: а) $1594323\cdot59049$; б) $4782969\cdot0{,}1111111$.

10. Найдите целые значения переменной x, при которых выполняются неравенства:
а) $0{,}0008\leqslant4^x\leqslant262145$; б) $0{,}00166\leqslant6^x\leqslant99999999$;
в) $0{,}0025\leqslant7^x\leqslant989857$.

11. Вычислите:
а) $(2{,}1)^5+3^{-7}-(5{,}5)^2+(0{,}7)^{-4}$;
б) $(5{,}86)^{-2}\cdot(3{,}423)^3+(0{,}8712)^{-14}$;
в) $(0{,}285)^{-5}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^4\cdot\left(\frac{4}{7}\right)^{-10}\cdot(2{,}5)^{-6}$.

Как известно, в математических расчетах определенную трудность представляет извлечение квадратных, кубических и других корней. Эта трудность больше «технического» характера и связана со сложностью алгоритмов извлечения корней и громоздкостью необходимых при этом вычислений. Чтобы избавиться от утомительной и непродуктивной работы такого рода, часто пользовались таблицами. Однако и это также отнимало немало времени.

В школе при изучении математики уже начиная с VII класса вы сталкиваетесь с квадратными корнями из неотрицательных действительных чисел. Затем они начинают «сопровождать» вас повсюду: при решении квадратных уравнений и неравенств, изучении теоремы Пифагора, использовании формул приведения тригонометрических функций, вычислении площадей фигур, нахождении периода колебания математического маятника и т. п.

Вы настолько привыкаете к квадратным корням и сложности их нахождения, что потом уже, встречая выражение вида $\sqrt{a}$ $(a\geqslant0)$, редко задумываетесь, каково же его числовое значение. Кроме того, часто мы получаем ответы такого рода, которые в таком же виде и оставляются. Достаточно напомнить хотя бы решение квадратных уравнений.

Остановимся на этой задаче.

Задача 2. Найдите корни квадратного уравнения

$$3x^2-8x+2=0.$$

При решении этой задачи, так же как и предыдущей, покажем различные подходы к ее решению.

1. Решая данное уравнение известным методом, мы получим два корня:

$$x_1=\frac{8+\sqrt{40}}{6} \text{ и } x_2=\frac{8-\sqrt{40}}{6}. \quad (1)$$

Итак, корни данного уравнения мы нашли, причем следует заметить, что оба они точные. Можно, конечно, довольствоваться и такой формой ответа (что мы часто и делаем). Но если в дальнейшем такая форма ответа нас не устроит? Естественно, в этом случае вычисления будут продолжены и для нахождения квадратных корней могут быть использованы, например, таблицы, логарифмическая линейка, алгоритм извлечения квадратного корня «вручную» и др. Но удобнее всего использовать для этого микрокалькулятор, причем микрокалькулятор любой марки, в котором предусмотрена операция извлечения квадратного корня из числа. С его помощью в считанные секунды можно получить два приближения искомых корней. Остается только выписать их с требуемой точностью.

Обратимся к формулам — числовым выражениям (1). Найти значение каждого из них весьма просто. Для этого достаточно выполнить две такие программы[1]:

1) 8 $\boxed{+}$ 40 $\boxed{\mathrm{F}}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{:}$ 6 $\boxed{=}$ и 2) 8 $\boxed{-}$ 40 $\boxed{\mathrm{F}}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{:}$ 6 $\boxed{=}$.

Первая программа дает $x_1=2{,}3874258$, а вторая — $x_2=0{,}2792407$.

Как видим, действительно вычисления по приведенным программам просты, однако следует учесть также, что такой простоте предшествовала определенная вычислительная работа, которая была проделана «вручную»: составление числовых выражений корней данного квадратного уравнения.

2. К решению данной задачи можно подходить и иначе. Известно, что для решения квадратного уравнения на ЭВМ достаточно задать машине коэффициенты a, b, c и соответствующую подпрограмму. По этой подпрограмме машина выполнит необходимые вычисления и выдаст, например, с помощью печатающего устройства ответ.

Попробуем и мы так составить программу вычисления корней квадратного уравнения, чтобы без составления выражений вида (1) по одним лишь коэффициентам a, b, c можно было бы «автоматически» получать ответ.

Возьмем квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$.

Известно, что его корни выражаются через коэффициенты a, b и c следующим образом:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},\quad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Находить числовые значения приведенных выражений для конкретных a, b и c несложно, но, вообще говоря, делать это неудобно. И вот по какой причине.

Числитель выражений содержит два слагаемых (имеются в виду алгебраические слагаемые). Чтобы найти их сумму, необходимо прежде всего вычислить значение подкоренного выражения, а это невозможно сделать без использования регистра памяти. При этом коэффициенты a, b и c будут вводиться по одному разу и из них можно будет сохранить в рабочем (операционном) регистре только одно: либо a, либо b. Но в дальнейших вычислениях они будут нужны оба.

Значит, какое-то из них придется вводить повторно. Кроме того, необходимо будет вычислять значение и второго корня, что,

[1] Для микрокалькулятора «Электроника МК-57» программы будут проще: 1) 8 $\boxed{+}$ 40 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{:}$ 6 $\boxed{=}$ и 2) 8 $\boxed{-}$ 40 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{:}$ 6 $\boxed{=}$.

естественно, создаст аналогичную ситуацию. В конце концов, числа a, b и c придется вводить в микрокалькулятор как минимум по два раза. Чтобы избежать этого, обратимся к другому виду формулы корней квадратного уравнения:

$$x_1=-\frac{b}{2a}+\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}},\quad x_2=-\frac{b}{2a}-\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}.$$

Хотя по внешнему виду эти формулы и не проще, но для вычислений с помощью микрокалькулятора достаточно удобны[1]. Во-первых, можно будет, вычислив $-\frac{c}{a}$, сохранить для вычисления $\left(-\frac{b}{2a}\right)^2$ число a, которое затем уже нам не понадобится. Далее, числовое значение подкоренного выражения можно будет поместить на хранение в регистр памяти, а в регистре индикации (и на индикаторе) или рабочем (операционном) регистре хранить число $-\frac{b}{2a}$, которое еще будет «участвовать» в сложении и вычитании. Чтобы было понятно, какие изменения происходят с содержимым регистров микрокалькулятора и почему программа составляется таким образом, будем сопровождать ее составление заполнением таблицы.

Последовательность нажатия клавиш	Содержимое		
	регистра индикации (и индикатора)	рабочего (операционного) регистра	регистра памяти
c	c	—	—
$\boxed{:}$	c	c	—
a	a	c	—
$\boxed{=}$	$\frac{c}{a}$	a	—
$\boxed{/-/}$	$-\frac{c}{a}$	a	—
$\boxed{\mathrm{F}}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$	$-\frac{c}{a}$	a	$-\frac{c}{a}$
$\boxed{\leftrightarrow}$	a	$-\frac{c}{a}$	$-\frac{c}{a}$

[1] Решение 3 задачи 1 основано на аналогичных соображениях.

Последовательность нажатия клавиш	Содержимое		
	регистра индикации (и индикатора)	рабочего (операционного) регистра	регистра памяти
$\boxed{:}$	a	a	$-\frac{c}{a}$
b	b	a	$-\frac{c}{a}$
$\boxed{\leftrightarrow}$	a	b	$-\frac{c}{a}$
$\boxed{:}$	$\frac{b}{a}$	a	$-\frac{c}{a}$
2	2	$\frac{b}{a}$	$-\frac{c}{a}$
$\boxed{=}$	$\frac{b}{2a}$	2	$-\frac{c}{a}$
$\boxed{/-/}$	$-\frac{b}{2a}$	2	$-\frac{c}{a}$
$\boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{\Pi+x^2}$	$-\frac{b}{2a}$	2	$\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$
$\boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{X\leftrightarrow\Pi}$	$\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$	2	$-\frac{b}{2a}$
	(Появление на индикаторе дискриминанта)		
$\boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{\sqrt{\ }}$*	$\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	2	$-\frac{b}{2a}$
$\boxed{+}$	$\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$-\frac{b}{2a}$
$\boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{X\leftrightarrow\Pi}$	$-\frac{b}{2a}$	$\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$
$\boxed{-}$	$-\frac{b}{2a}+\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$-\frac{b}{2a}$	$\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$
	(первый корень)		
$\boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{X\leftrightarrow\Pi}$	$\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$-\frac{b}{2a}$	$-\frac{b}{2a}+\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$
$\boxed{=}$	$-\frac{b}{2a}-\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$-\frac{b}{2a}+\sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$
	(второй корень)		(первый корень)

Итак, мы составили общую программу вычисления корней квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$. Но если быть точным, то наша программа должна учитывать, будет ли данное уравнение иметь два различных корня, два равных корня или вообще не будет иметь корней. Этот вопрос можно решить после выполнения шага программы, помеченного звездочкой.

Если на индикаторе микрокалькулятора появляется знак «·» некорректности поставленной задачи, то следует сделать вывод, что данное уравнение действительных корней не имеет.

Если на индикаторе высвечивается нуль, то это означает, что уравнение имеет два равных корня. Их значение помещено в регистр памяти, и поэтому в качестве продолжения программы может последовать нажатие клавиш $\boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{X\leftrightarrow\Pi}$ либо $\boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{\text{ИП}}$.

Если на индикаторе появляется число, большее нуля, то программа должна продолжаться так, как указано в таблице. После выполнения такой программы на индикаторе высвечивается второй корень данного уравнения, а первый корень оказывается помещенным в регистр памяти. В рабочем регистре хранится квадратный корень из дискриминанта.

Таким образом мы пришли к следующей программе вычисления корней квадратного уравнения:

$$c\ \boxed{:}\ a\ \boxed{=}\ \boxed{/-/}\ \boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{\text{ЗАП}}\ \boxed{\leftrightarrow}\ \boxed{:}\ b\ \boxed{\leftrightarrow}\ \boxed{:}\ 2\ \boxed{=}\ \boxed{/-/}\ \boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{\Pi+x^2}\ \boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{X\leftrightarrow\Pi}\ \boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{\sqrt{\ }}\ \boxed{+}\ \boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{x\leftrightarrow\Pi}\ \boxed{-}\ \boxed{\mathrm{F}}\ \boxed{x\leftrightarrow\Pi}\ \boxed{=}.$$

Задача 3. Вычислите

$$(0{,}41)^{-\frac{5}{2}}+(2{,}837)^{\frac{3}{2}}-5^{-\frac{1}{2}}.$$

Нахождение числового значения данного выражения с помощью микрокалькулятора, вообще говоря, несложно, но при этом потребуется использование регистра памяти. В регистр памяти будут записываться слагаемые суммы после их нахождения.

Показатели степеней данного выражения позволяют вести вычисления с использованием как клавиши $\boxed{\sqrt{\ }}$, так и клавиши $\boxed{x^y}$. Покажем, как это можно делать.

1. Будем пользоваться в вычислениях клавишей $\boxed{\sqrt{\ }}$. Так

можно поступить потому, что данное выражение после несложных преобразований приводится к виду:

$$\frac{1}{\sqrt{(0{,}41)^5}}+\sqrt{(2{,}837)^3}-\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Тогда первое слагаемое будет вычисляться так: найдем $(0{,}41)^5$, затем извлечем из найденного числа квадратный корень и найдем обратную величину полученного числа. Второе слагаемое находится несколько проще — не нужно вычислять обратной величины числа. При вычислении третьего слагаемого следует, так же как и при нахождении первого слагаемого, извлечь сначала квадратный корень, а затем находить обратную величину полученного числа.

Поэтому программа вычисления будет иметь вид:

0,41 $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{}}$ $\boxed{F}$ $\boxed{1/x}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$ 2,837 $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{}}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{П}+}$ 5 $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{}}$ $\boxed{F}$ $\boxed{1/x}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{П}-}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ИП}}$.

Вычисления по этой программе дают 13,621795.

2. Покажем теперь, как можно организовать вычисления с использованием клавиши $\boxed{x^y}$. Предварительно (для удобства) представим показатели степеней в виде десятичных дробей: $-\frac{5}{2}=-2{,}5$, $\frac{3}{2}=1{,}5$, $-\frac{1}{2}=-0{,}5$. Тогда данное выражение принимает вид:

$$(0{,}41)^{-2{,}5}+(2{,}837)^{1{,}5}-5^{-0{,}5}.$$

Программа вычисления значения данного выражения будет состоять из трех этапов: нахождения первого, второго и третьего слагаемого. Так же как и в первом случае, суммирование удобно вести в регистре памяти. Поэтому программа будет такой:

0,41 $\boxed{F}$ $\boxed{x^y}$ 2,5 $\boxed{/-/}$ $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$ 2,837 $\boxed{F}$ $\boxed{x^y}$ 1,5 $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{П}+}$ 5 $\boxed{F}$ $\boxed{x^y}$ 0,5 $\boxed{/-/}$ $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{П}-}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ИП}}$.

Вычисления по этой программе дадут 13,621769. Округление как в первом случае, так и во втором даст следующий ответ: 13,62.

Решите самостоятельно.

12. Что больше:
а) $\sqrt{19}+\sqrt{91}$ или $\sqrt{439}-\sqrt{50}$; б) $\sqrt{44}$ или $\sqrt{26}+3$; в) $23^{\frac{3}{2}}+10$ или $3^{\frac{9}{2}}$?

13. Установите, какие из приведенных неравенств истинны:
а) $\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}+\sqrt{5}+\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{8}+\sqrt{9}+\sqrt{10}<23$;
б) $\sqrt{101}-\sqrt{102}+\sqrt{103}+\sqrt{104}+\sqrt{105}\leqslant\pi$;
в) $\sqrt{11}\,\sqrt{11}+\sqrt{12}\,\sqrt{21}-\sqrt{13}\,\sqrt{31}+\sqrt{14}\,\sqrt{41}-\sqrt{15}\,\sqrt{51}\geqslant 3$.

14. Вычислите $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{3}{2}}\cdot 6{,}2804+\left(\frac{22}{7}\right)^{\frac{5}{2}}-(2{,}5)^{\frac{1}{2}}$.

15. Найдите значение выражения:
а) $\sqrt{x^3+py^2-y^3}$ при $x=9{,}5$, $y=2{,}37$, $p=28{,}0$;
б) $\sqrt{xy^2-x^2y+x^2y^2+x+y}$ при $x=81{,}3$ и $y=107{,}5$;
в) $\sqrt{17x^3-14x^2+9x-1}$ при $x=56{,}21$.

16. Решите квадратные уравнения:
а) $14x^2-23x-108=0$; б) $2x^2+7x+3=0$;
в) $115x^2-x-213=0$ г) $11x^2-8x+13=0$;
д) $10x^2-78x+152{,}1=0$; е) $2x^2+9x-143=0$;
ж) $100x^2+2802x+19628=0$; з) $-21x^2+47x-283=0$.

Широкий круг задач, при решении которых можно эффективно применять микрокалькулятор, дает не только алгебра, но и геометрия. В первую очередь это связано с тем, что достаточно часто геометрические расчеты выполняются с тригонометрическими функциями. Такие функции входят составной частью во многие формулы.

Кроме того, достаточно часто геометрические формулы содержат и радикалы. Достаточно напомнить хотя бы задачи, связанные с вычислениями по теореме Пифагора, теоремам синусов и косинусов, формуле Герона и т. д.

Покажем, как при решении таких задач можно использовать микрокалькулятор.

Задача 4. В прямоугольном треугольнике ABC известны катет $AB=6{,}72$ дм и гипотенуза $AC=8{,}39$ дм. Найдите катет BC.

По теореме Пифагора $AC^2=AB^2+BC^2$. Тогда катет BC будет равен: $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}$. Далее вычисления с помощью микрокалькулятора могут быть выполнены по любой из приводимых программ.

1. Программа с использованием клавиши $\boxed{\text{П}+x^2}$:

AB $\boxed{F}$ $\boxed{\text{П}+x^2}$ AC $\boxed{\times}$ $\boxed{-}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ИП}}$ $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\sqrt{}}$.

2. Программа с использованием клавиши обмена содержимым регистров $\boxed{X\leftrightarrow\Pi}$:

$$AC\ \boxed{F}\ \boxed{ЗАП}\ \boxed{-}\ AB\ \boxed{+}\ \boxed{F}\ \boxed{X\leftrightarrow\Pi}\ \boxed{\times}\ \boxed{F}\ \boxed{ИП}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{\sqrt{}}.$$

При составлении этой программы сначала исходное выражение было преобразовано к виду $\sqrt{(AC-AB)(AC+AB)}$, а затем уже на его основе составлена программа.

3. Программа с использованием цепочечных операций и регистра памяти:

$$AB\ \boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{ЗАП}\ AC\ \boxed{\times}\ \boxed{-}\ \boxed{F}\ \boxed{ИП}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{\sqrt{}}.$$

Мы привели три программы вычислений, приводящих к ответу в данной задаче. Однако следует сказать, что, кроме них, могут быть использованы и другие программы, не менее удобные, чем эти.

Выполнив любую из приведенных программ, получим, что катет BC равен 5,0233156 (дм), или $BC\approx 5{,}02$ (дм).

З а д а ч а 5. Найдите углы треугольника ABC, если известны его стороны: $AB=8{,}5$ см, $BC=6{,}75$ см, $AC=11{,}2$ см.

Для решения этой задачи применим теорему косинусов:

$AB^2=BC^2-2\cdot BC\cdot AC\cdot\cos\angle ACB+AC^2;$

$BC^2=AC^2-2\cdot AC\cdot AB\cdot\cos\angle BAC+AB^2;$

$AC^2=AB^2-2\cdot AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC+BC^2.$

Из этих трех равенств найдем косинусы соответствующих углов:

$$\cos\angle ACB=\frac{AC^2+BC^2-AB^2}{2\cdot BC\cdot AC},$$

$$\cos\angle BAC=\frac{AC^2+AB^2-BC^2}{2\cdot AC\cdot AB},$$

$$\cos\angle ABC=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2\cdot BC\cdot AB}.$$

В дальнейших вычислениях можем уже использовать микрокалькулятор. При этом следует обратить внимание на положение переключателя единиц измерения углов «Рад.-Град.»: если требуется найти угол в градусной мере, то он должен быть установлен в положение «Град.», если же в радианах — то в положение «Рад.».

В данном случае будем производить все необходимые вычисления в положении указанного переключателя «Град.», т. е. ответ будем находить в градусной мере.

Программу удобнее составлять с использованием регистра памяти и обращения к нему с помощью клавиши $\boxed{\Pi+x^2}$. Это даст возможность параллельно с суммированием в регистре памяти квадратов чисел одновременно в регистре индикации произвести умножение двух из них. Такая организация вычислений более удобна, удобна уже хотя бы потому, что значительно сокращает время вычислений. Приведем программы необходимых вычислений.

а) Программа нахождения угла, лежащего против стороны AB:

$$AB\ \boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi-}\ AC\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi+x^2}\ \boxed{\times}\ BC\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi+x^2}\ \boxed{\times}\ 2\ \boxed{:}\ \boxed{F}\ \boxed{ИП}\ \boxed{\leftrightarrow}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{arc}\ \boxed{cos}.$$

б) Программа нахождения угла, лежащего против стороны BC:

$$BC\ \boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi-}\ AC\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi+x^2}\ \boxed{\times}\ AB\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi+x^2}\ \boxed{\times}\ 2\ \boxed{:}\ \boxed{F}\ \boxed{ИП}\ \boxed{\leftrightarrow}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{arc}\ \boxed{cos}.$$

в) Программа нахождения угла, лежащего против стороны AC:

$$AC\ \boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi-}\ BC\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi+x^2}\ \boxed{\times}\ AB\ \boxed{F}\ \boxed{\Pi+x^2}\ \boxed{\times}\ 2\ \boxed{:}\ \boxed{F}\ \boxed{ИП}\ \boxed{\leftrightarrow}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{arc}\ \boxed{cos}.$$

Заменяя AB, AC, BC их числовыми значениями и выполняя приведенные программы, получим ответ:

$\angle ACB=49{,}22236°$, $\angle BAC=36{,}96634°$, $\angle ABC=93{,}81129°$.

Надо сказать, что полученные углы согласуются с теоремой о сумме внутренних углов треугольника. Если их просуммируем, то получим $179{,}99999°\approx 180°$, т. е. погрешность вычисления составляет 10^{-5}.

Возвращаясь к программам нахождения углов треугольника, отметим, что в каждой из них запись квадрата числа в регистр памяти первый раз выполнялась с помощью клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{\Pi-}$, а не $\boxed{F}$ $\boxed{ЗАП}$, как это наиболее часто встречается. Это позволило избежать нажатия клавиши $\boxed{/-/}$ (изменения знака у квадрата числа), т. е. сократить программу на один шаг. Однако поскольку при нажатии клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{\text{П}-}$ происходит вычитание из содержимого регистра памяти числа, находившегося на индикаторе, то для записи таким образом в регистр памяти отрицательного числа необходимо, чтобы в регистре памяти до этой операции находился нуль. Если же в регистре памяти хранилось какое-то другое число, то дальнейшие вычисления будут неверны. Поэтому от оператора требуется перед началом вычисления по любой из приведенных программ записывать в регистр памяти число 0 либо использовать другое начало программ: $AB\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{/-/}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}$ ..., $BC\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{/-/}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}$ ..., $AC\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{/-/}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}$ ... .

З а д а ч а 6. Найдите площадь треугольника ABC (см. данные условия предыдущей задачи).

1. Исходя из условия данной задачи, можем при нахождении площади треугольника ABC использовать формулу Герона $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p=\frac{a+b+c}{2}$, т. е. для нахождения площади треугольника требуется вычислить $S=\sqrt{13{,}225\cdot(13{,}225-8{,}5)(13{,}225-6{,}75)(13{,}225-11{,}2)}$, где $13{,}225=\frac{8{,}5+6{,}75+11{,}2}{2}$.

Последнее числовое выражение удобнее преобразовать к такому виду: $S=\sqrt{13{,}225\cdot 4{,}725\cdot 6{,}475\cdot 2{,}025}$, т. е. выполнить вычитание в каждой из скобок под радикалом. Как правило, это сделать несложно и не отнимает много времени.

Дальнейшие вычисления могут быть выполнены по такой программе: $13{,}225\,\boxed{\times}\,4{,}725\,\boxed{\times}\,6{,}475\,\boxed{\times}\,2{,}025\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\sqrt{\ }}$.

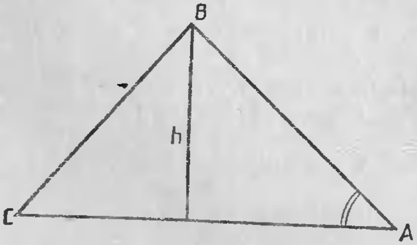


Рис. 16

На индикаторе получим ответ: 28,624053. Округлив его до одного верного десятичного знака, запишем $S\approx 28{,}6$ (дм^2).

2. При нахождении площади треугольника ABC при заданных сторонах и вычисленных углах можно также пользоваться и другой известной формулой: $S=\frac{AC\cdot AB\cdot\sin\angle BAC}{2}$ (рис. 16).

На ее основе можно написать такую программу:

$36{,}96634\,\boxed{F}\,\boxed{\sin}\,\boxed{\times}\,AC\,\boxed{\times}\,AB\,\boxed{:}\,2\,\boxed{=}$, или, если заменить AB и AC их числовыми значениями, $36{,}96634\,\boxed{F}\,\boxed{\sin}\,\boxed{\times}\,11{,}2\,\boxed{\times}\,8{,}5\,\boxed{:}\,2\,\boxed{=}$.

Вычисления по этой программе дают на индикаторе 28,624069. Следовательно, искомая площадь будет равна $S\approx 28{,}6$ (дм^2).

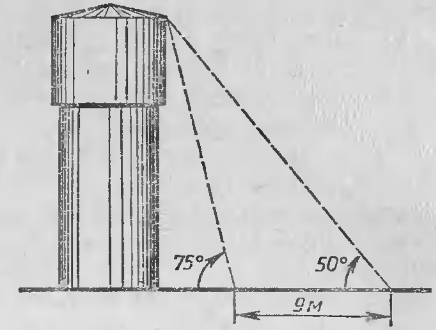


Рис. 17

Р е ш и т е с а м о с т о я т е л ь н о.

17. Столб высотой 9,8 м необходимо зафиксировать готовой растяжкой длиной 14,0 м. На каком расстоянии от столба необходимо вкопать балку для закрепления растяжки, если она должна возвышаться над поверхностью земли на 0,3 м?

18. Школьный опытный участок имеет форму треугольника со сторонами 18,2 м, 23,7 м и 36,0 м. Какова площадь этого участка?

19. Вершина водонапорной башни видна из точки A (рис. 17) под углом 75°, а из точки B, отстоящей от точки A на расстоянии 9 м, под углом 50°. Какова высота башни?

20. Известны три угла треугольника: 55°, 25° и 100°. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен: а) 20 см; б) 39 см.

21. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами: а) 11,0 см, 14,5 см, 19,2 см; б) 9,5 см, 0,5 дм, 1,1 дм.

22. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами: а) 0,96 м, 1,2 м, 1,7 м; б) 3 см, 4 см, 5 см.

23. Найдите площадь круга, вписанного в треугольник со сторонами 21,5 см, 30,8 см, 36,7 см.

24. Найдите площадь круга, вписанного в треугольник со сторонами 9,0 м, 10,0 м, 11,0 м. Во сколько раз она меньше площади этого треугольника?

25. Найдите площадь круга, описанного около треугольника со сторонами 15,0 дм, 18,25 дм, 21,08 дм.

Перейдем теперь к рассмотрению некоторых задач, связанных с нахождением числовых последовательностей и построением графиков различных функций «по точкам». Такие задачи должны быть знакомы читателю уже хотя бы потому, что их решение, как правило, сопровождается значительной вычислительной работой. В ряде случаев ее стараются свести к минимуму, ибо имеющиеся другие методы решения такого рода задач позволяют сделать это без существенно заметного ущерба для результата. Однако и при решении задач такими методами все равно приходится производить вычисления хотя бы с целью контроля или проверки.

Применение микрокалькулятора при решении такого рода задач делает их более доступными в части вычислений независимо от степени сложности выражений. Более того, в ряде случаев микрокалькулятор дает возможность быстрее решить ту или иную задачу собственно «вычислительными» методами (путем выполнения некоторых вычислений), нежели с применением традиционных методов.

Следует отметить также, что наличие микрокалькулятора позволяет существенно расширить спектр решаемых задач за счет того, что с его помощью можно решать недоступные ранее задачи. К ним в первую очередь относятся задачи, включающие вычисления трансцендентных функций, выражений, а также значений степенных функций для больших показателей степени.

Покажем, как можно решать некоторые из них с помощью микрокалькулятора.

З а д а ч а 7. Последовательность $\{a_k\}$ задана рекуррентно: $a_{k+1}=a_kq$. Найдите первые семь членов этой последовательности, если $a_1=200$ и $q=1{,}1$.

Рекуррентная формула, задающая указанную последовательность, позволяет составить простую программу вычислений с применением микрокалькулятора. Такая программа будет учитывать возможность использования в вычислениях режима «константы».

Так как $a_2=a_1q$, $a_3=a_2q$, $a_4=a_3q$ и, следовательно, $a_{k+1}=a_1q^k$, то программа вычислений будет иметь вид:

$$a_1 \boxed{\times}\ q\ \underbrace{\boxed{=}\ \ldots \boxed{=}\boxed{=}}_{k\ \text{раз}}.$$

Тогда с учетом данных задачи она перепишется так:

$$200 \boxed{\times}\ 1{,}1 \boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}.$$

Выполняя по ней вычисления, будем после каждого нажатия клавиши $\boxed{=}$ списывать с индикатора появляющиеся результаты — члены искомой последовательности. Тогда получим: $a_1=200$, $a_2=220$, $a_3=242$, $a_4=266{,}2$, $a_5=292{,}82$, $a_6=322{,}102$, $a_7=354{,}3122$.

Конечно, в данном случае можно и пренебречь предложением использовать в вычислениях микрокалькулятор и решить задачу, выполняя необходимые вычисления, например, «в столбик». Приведенная задача позволяет это сделать, но при этом желательно сравнить время, необходимое на вычисления с микрокалькулятором, со временем вычислений «вручную»: последнее окажется существенно больше. При решении более сложных задач такое сравнение вообще окажется неуместным.

З а д а ч а 8. Найдите 10, 100, 1000, 10 000, 100 000 и 1 000 000-й члены последовательности, заданной следующим образом: $f(k)=\left(1+\frac{1}{k}\right)^k$, где $k=1, 2, 3 \ldots$.

Нахождение искомых членов последовательности связано с возведением в степень — одной из наиболее трудоемких операций при вычислениях «вручную». Также и при вычислениях на микрокалькуляторе в подобных случаях сложно получить ответ, если пользоваться программой на основе режима «константы». Достаточно сказать, что если бы мы таким образом производили вычисления (с помощью клавиш $\boxed{\times}$ и $\boxed{=}$), то даже при 5 нажатиях клавиши $\boxed{=}$ в секунду искомые члены последовательности были бы найдены через 2,5 дня.

Поэтому для составления программ будем пользоваться клавишами $\boxed{F}$ и $\boxed{x^y}$. Тогда программа будет выглядеть следующим образом:

$$k \boxed{F}\boxed{\text{ЗАП}}\boxed{F}\boxed{1/x}\boxed{+}\ 1 \boxed{=}\boxed{F}\boxed{x^y}\boxed{F}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=}.$$

Для конкретных же значений k, указанных в условии, приведенная программа запишется так:

$$10 \boxed{F}\boxed{\text{ЗАП}}\boxed{F}\boxed{1/x}\boxed{+}\ 1 \boxed{=}\boxed{F}\boxed{x^y}\boxed{F}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=},$$

$$100 \boxed{F}\boxed{\text{ЗАП}}\boxed{F}\boxed{1/x}\boxed{+}\ 1 \boxed{=}\boxed{F}\boxed{x^y}\boxed{F}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=},$$

$$1000 \boxed{F}\boxed{\text{ЗАП}}\boxed{F}\boxed{1/x}\boxed{+}\ 1 \boxed{=}\boxed{F}\boxed{x^y}\boxed{F}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=},$$

$$10000 \boxed{F}\boxed{\text{ЗАП}}\boxed{F}\boxed{1/x}\boxed{+}\ 1 \boxed{=}\boxed{F}\boxed{x^y}\boxed{F}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=},$$

$$100000 \boxed{F}\boxed{\text{ЗАП}}\boxed{F}\boxed{1/x}\boxed{+}\ 1 \boxed{=}\boxed{F}\boxed{x^y}\boxed{F}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=},$$

$$1000000 \boxed{F}\boxed{\text{ЗАП}}\boxed{F}\boxed{1/x}\boxed{+}\ 1 \boxed{=}\boxed{F}\boxed{x^y}\boxed{F}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=}.$$

Вычисления по этим программам дают следующие результаты: $f(10)=2{,}593737$, $f(100)=2{,}704724$, $f(1000)=2{,}715564$, $F(10000)=$ $=2{,}718281$, $f(100000)=2{,}718281$, $f(1000000)=2{,}718281$.

Заметим, что приведенную общую программу вычисления любого члена заданной последовательности можно сократить. Так, если мы преобразуем выражение, задающее последовательность $f(k)$, таким образом: $\left(1+\frac{1}{k}\right)^k=\left(\frac{1+k}{k}\right)^k$, то программа может выглядеть так:

$$1\ \boxed{+}\ k\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ЗАП}}\ \boxed{:}\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{x^y}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ИП}}\ \boxed{=}\,.$$

Как видим, она короче записанной ранее на один шаг.

Предоставляем читателю возможность самостоятельно выполнить вычисления указанных членов последовательности по этой программе и сравнить полученные результаты с приведенными выше.

З а д а ч а 9. Последовательность задана следующим образом: $g(k)=\cos\frac{\pi}{k}$, где $k=1, 2, 3, \ldots$. Найдите 24-й и 25-й члены последовательности.

Ранее мы указывали, что в микрокалькуляторе «Электроника БЗ-37» в регистре памяти хранится число π, которое может по мере надобности извлекаться оттуда и помещаться в регистр индикации с помощью клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{\pi}$.

При нахождении искомых членов последовательности воспользуемся указанной операцией. При этом необходимо проследить за положением переключателя единиц измерения углов «Рад.-Град.». Он должен быть установлен в положение «Рад.».

Итак, программа вычисления k-го члена данной последовательности будет иметь вид:

$$\boxed{F}\ \boxed{\pi}\ \boxed{:}\ k\ \boxed{=}\ \boxed{F}\ \boxed{\cos}\,.$$

Для значений $k=24$, 25 получаем следующие значения: $g(24)=0{,}991445$ и $g(25)=0{,}992115$.

З а д а ч а 10. Заполните таблицу, округляя найденные значения $(0{,}75)^x$ до 0,01.

x	$-0{,}75$	$-0{,}5$	$-0{,}25$	0	0,25	0,5	0,75	1	2
$(0{,}75)^x$									

При заполнении данной таблицы удобно выполнять вычисления с учетом известного равенства $a^{-x}=\frac{1}{a^x}$. Это позволит использовать в вычислениях клавишу $\boxed{1/x}$, что значительно сократит вычисления. Кроме того, показатели степени позволяют организовать вычисления так, что ни один из них не потребуется вводить в микрокалькулятор.

Действительно, среди показателей степеней имеются 0 и 1, что дает возможность вычисления искомого выражения для этих показателей устно. При возведении данного выражения в степень

$\frac{1}{2}$ (0,5) можно воспользоваться клавишей $\boxed{\sqrt{\ }}$; повторное обращение к этой клавише позволит вычислить степень $\frac{1}{4}$ (0,25) и т. д.

Поэтому программа вычислений может быть представлена следующим образом:

$$0{,}75\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ЗАП}}\ \boxed{\times}\ \underset{\uparrow\,1}{\boxed{=}}\ \boxed{F}\ \boxed{x^y}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ИП}}\ \underset{\uparrow\,2}{\boxed{=}}\ \boxed{F}\ \underset{\uparrow\,3}{\boxed{1/x}}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ИП}}$$

$$\boxed{F}\ \underset{\uparrow\,4}{\boxed{\sqrt{\ }}}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ЗАП}}\ \boxed{F}\ \underset{\uparrow\,5}{\boxed{1/x}}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ИП}}\ \boxed{F}\ \underset{\uparrow\,6}{\boxed{\sqrt{\ }}}\ \boxed{F}\ \underset{\uparrow\,7}{\boxed{1/x}}\,.$$

В этой программе цифрами 1—7 помечены те шаги программы, после выполнения которых необходимо вписывать появившийся на индикаторе результат в таблицу. Ниже приводится соответствие меток в программе соответствующих показателям степени:

1 — $(0{,}75)^2$, 2 — $(0{,}75)^{0,75}$, 3 — $(0{,}75)^{-0,75}$,
4 — $(0{,}75)^{0,5}$, 5 — $(0{,}75)^{-0,5}$, 6 — $(0{,}75)^{0,25}$, 7 — $(0{,}75)^{-0,25}$

Следует сказать, что приведенная программа, как и большинство ранее рассмотренных, также допускает некоторые сокращения, например:

$$0{,}75\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ЗАП}}\ \boxed{\times}\ \underset{\uparrow\,1}{\boxed{=}}\ \boxed{F}\ \boxed{x^y}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ИП}}\ \underset{\uparrow\,2}{\boxed{=}}\ \boxed{F}\ \underset{\uparrow\,3}{\boxed{1/x}}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ИП}}$$

$$\boxed{F}\ \underset{\uparrow\,4}{\boxed{\sqrt{\ }}}\ \boxed{F}\ \underset{\uparrow\,5}{\boxed{1/x}}\ \boxed{F}\ \underset{\uparrow\,7}{\boxed{\sqrt{\ }}}\ \boxed{F}\ \underset{\uparrow\,6}{\boxed{1/x}}\,.$$

Выполняя вычисления по одной из приведенных программ и округляя получаемые результаты до 0,01, заполним таблицу.

x	$-0{,}75$	$-0{,}5$	$-0{,}25$	0	0,25	0,5	0,75	1	2
$(0{,}75)^x$	1,54	1,15	1,07	1	0,93	0,87	0,81	0,75	0,56

З а д а ч а 11. Постройте на промежутке [0; 10] график функции $y=2^{\sin x}$.

Выполним построение искомого графика по точкам. Для этого на промежутке [0; 10] отметим точки 0, 1, $\frac{\pi}{2}$, 2, 3, π, 4, $\frac{3\pi}{2}$, 5, 6, 2π, 7, $\frac{5\pi}{2}$, 8, 9, 3π, 10 и вычислим в каждой из них значение заданной функции. Данные сведем в таблицу. Так как для построения графика функции будем пользоваться миллиметровой бумагой, то все значения функции в отмеченных точках будем округлять до 0,01. Для вычисления удобно составить две программы: одна для вычисления значений функции в точках $\frac{\pi k}{2}$, где $k=1, 2, 3, 4, 5, 6$, а вторая для точек $n=1, 2, ..., 10$.

I. k $\boxed{:}$ 2 $\boxed{\times}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{=}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$ 2 $\boxed{F}$ $\boxed{x^y}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ИП}}$ $\boxed{=}$,

$k=1, 2, 3, 4, 5, 6.$

II. n $\boxed{F}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ЗАП}}$ 2 $\boxed{F}$ $\boxed{x^y}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\text{ИП}}$ $\boxed{=}$,

$n=1, 2, ..., 10.$

Результаты вычислений занесем в таблицу:

x	0	1	$\frac{\pi}{2}$	2	3	π	4	$\frac{3\pi}{2}$	5	6	2π	7	$\frac{5\pi}{2}$	8	9	3π	10
$2^{\sin x}$	1	1,8	2	1,9	1,1	1	0,6	0,5	0,5	0,8	1	1,8	2	2	1,3	1	0,7

По этим данным построим график искомой функции (рис. 18).

Аналогичным образом можно построить и график функции $y=(0,75)^x$, для которой заполнена таблица при решении предыдущей задачи (рис. 19).

Задача 12. Решите уравнение $\sin 2x=0,7$ с точностью до 0,001.

Чтобы найти все решения данного уравнения, достаточно найти все его решения на любом отрезке длины 2π, так как период синуса равен 2π. Затем можно будет, воспользовавшись периодичностью синуса, записать все его решения на промежутке $]-\infty;\ +\infty[$.

Возьмем промежуток $[0;\ 2\pi]$. Известно, что на этом промежутке данное уравнение имеет решения вида: $x=\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\arcsin 0,7$, $x=\frac{1}{2}\arcsin 0,7$.

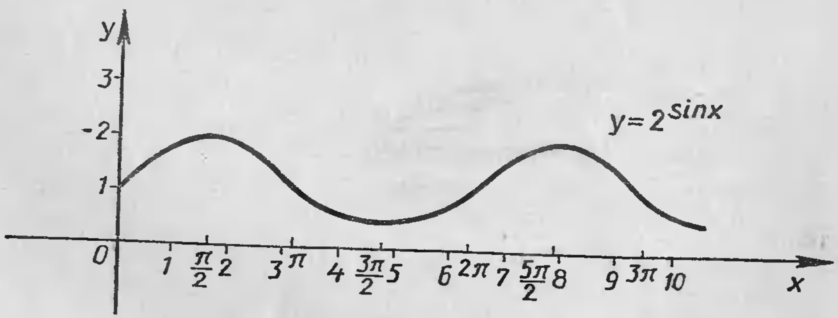


Рис. 18

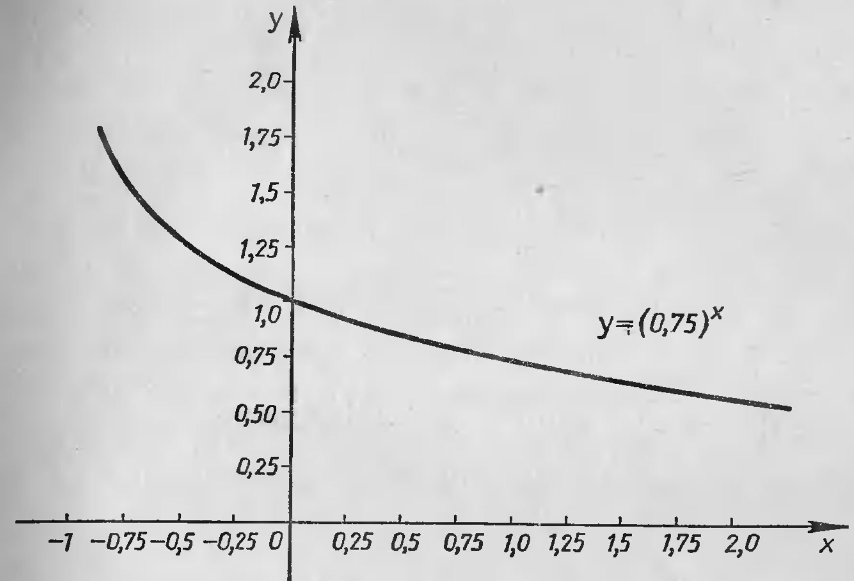


Рис. 19

Тогда для нахождения x требуется составить две программы вычисления. Они не сложны и могут быть записаны в виде:

1) 0,7 $\boxed{F}$ $\boxed{\text{arc}}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{-}$ $\boxed{F}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{:}$ 2 $\boxed{/-/}$ $\boxed{=}$;

2) 0,7 $\boxed{F}$ $\boxed{\text{arc}}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{:}$ 2 $\boxed{=}$.

Выполняя вычисления по этим программам, получим решения данного уравнения, принадлежащие промежутку $[0;\ 2\pi]$:

$$x_1'=1,183 \text{ и } x_2'=0,388.$$

Тогда с учетом периодичности синуса можно записать все решения данного уравнения на промежутке $]-\infty;\ +\infty[$:

$$x_1=1,183+2\pi k,\ x_2=0,388+2\pi k, \text{ где } k\in \mathbf{Z}.$$

Задача 13. В какой точке x_0 значение функции $y=2^x$ равно 5,5?

Чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо решить показательное уравнение $2^x=5,5$.

Прологарифмировав обе части этого уравнения, найдем x:

$$x=\frac{\lg 5,5}{\lg 2}\ \left(\text{либо } x=\frac{\ln 5,5}{\ln 2}\right).$$

Далее для нахождения числового значения x применим микрокалькулятор. Программа вычисления будет такой:

т2 $\boxed{F}\ \boxed{\lg}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ЗАП}}$ 5,5 $\boxed{F}\ \boxed{\lg}\ \boxed{:}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ИП}}\ \boxed{=}$

(либо 2 $\boxed{F}\ \boxed{\ln}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ЗАП}}$ 5,5 $\boxed{F}\ \boxed{\ln}\ \boxed{:}\ \boxed{F}\ \boxed{\text{ИП}}\ \boxed{=}$).

Выполнив по ней вычисления, получим $x=2{,}4594326$ ($x=2{,}4594335$).

С помощью программы 2 $\boxed{F}\ \boxed{x^y}$ 2,4594326 $\boxed{=}$ (2 $\boxed{F}\ \boxed{x^y}$ 2,4594335 $\boxed{=}$) нетрудно проверить, что полученное значение x дает нам хорошее приближение 2^x к 5,5 по недостатку: $2^{2,4594326}\approx 5{,}499999$ (либо с избытком: $2^{2,4594335}\approx 5{,}500003$).

Итак, $x=2{,}4594326$ (или $x=2{,}4594335$) можно считать приближенным решением данного уравнения, дающим погрешность 10^{-6} (соответственно $3\cdot 10^{-6}$).

Решите самостоятельно.

26. Найдите 30—35-й члены арифметической прогрессии, у которой первый член равен 7, а разность $-2{,}5$.

27. Первый член геометрической прогрессии равен 3, а ее знаменатель равен 2. Найдите сумму 20—25-х членов этой прогрессии.

28. Найдите первые десять членов и их сумму для последовательностей, заданных рекуррентно:
а) $a_{k+1}=(k+1)\,a_k$, если $a_1=6$; б) $a_{k+2}=a_k+a_{k+1}$, если $a_1=a_2=2$.

29. Найдите первые восемь членов и их сумму для последовательностей, заданных следующим образом:

а) $f(k)=\frac{k}{2^k}$, где $k=1, 2, \ldots, 8$;

б) $f(k)=\frac{2}{k+2}$, где $k=1, 2, \ldots, 8$;

в) $f(k-1)=\sqrt[k]{k}$, где $k=2, 3, \ldots, 9$.

30. Заполните таблицу

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
y														

округляя найденные значения y до 0,01:

а) $y=\frac{2}{x+1}-3$; б) $y=\sqrt{2x+5}$;

в) $y=(2{,}2)^{\sqrt{x}}$; г) $y=\frac{5}{2}\cos x-1$.

31. Постройте графики следующих функций «по точкам»:
а) $g=1{,}25\cos 3x$; б) $y=\operatorname{tg} 0{,}2x-1{,}5$;
в) $g=2\sin^2 x$; г) $y=\cos^3(x+1)$.

32. Постройте графики следующих функций «по точкам»:
а) $y=(2{,}5)^{x+1}$; б) $y=(0{,}1)^{3x-2}+1$;
в) $y=\lg^2 x-1$; г) $y=\frac{2}{\lg x+3}$.

33. Решите с точностью до 0,0001 следующие уравнения:
а) $\cos(2x+1)=0{,}2$; б) $\sin^2 2x=0{,}5$;
в) $5^{x+3}=4$; г) $2^{\sin x}=0{,}5$.

КАК СОКРАЩАТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ?

Как читатель успел убедиться, с помощью микрокалькулятора можно находить числовые значения одного и того же выражения по-разному. От того, каким способом производится вычисление, зависит время получения итогового результата. Поэтому каждый, кто применяет в расчетах микрокалькулятор, стремится по возможности сокращать время вычислений.

В этом в первую очередь помогают знание особенностей функционирования отдельных устройств микрокалькулятора и их совместной работы. Кроме того, часто рациональный путь вычислений «подсказывает» имеющийся опыт обращения с микрокалькулятором.

Чтобы помочь читателю быстрее овладеть более экономными приемами вычислений, мы старались по возможности подробно анализировать те или иные задачи, прежде чем дело доходило до составления программ вычислений. Также подробно было рассказано о предназначении отдельных устройств микрокалькуляторов и приведены с пояснениями основные (элементарные) программы вычислений. Но помимо этого, начинающему пользоваться в вычислениях микрокалькулятором будет полезно знать следующее.

1. Если в выражении встречаются числа $-1<a<1$, то их ввод в микрокалькулятор можно начинать с нажатия клавиши десятичной запятой $\boxed{,}$ вместо ввода первой цифры — нуля (см. Ввод чисел).

2. Довольно часто удается путем несложных тождественных преобразований привести данное выражение к такому виду, который позволяет при вычислениях ограничиться однократным вводом большинства числовых данных, а также делает вычисления для микрокалькулятора проще (см. задачу 1 (3)).

Такие программы дают особенно ощутимый выигрыш во времени при операциях с многозначными числами.

3. Однократный ввод чисел в ряде сложных вычислений может достигаться за счет использования в вычислениях рабочего (операционного) регистра и регистра памяти. Обращение к рабочему регистру производится с помощью клавиш $\boxed{\leftrightarrow}$, $\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$, $\boxed{:}$. К регистру памяти обращение производится с помощью клавиши $\boxed{\text{F}}$ и одной из клавиш $\boxed{\text{П}+}$, $\boxed{\text{П}-}$, $\boxed{\text{П}+x^2}$, $\boxed{x\leftrightarrow\text{П}}$, $\boxed{\text{ЗАП}}$, $\boxed{\text{ИП}}$ (см. задача 1 (2), задача 2 (2), задача 5).

4. При нахождении числовых значений выражений вида x^k, где $k \in N$, не всегда целесообразно выполнять вычисления в режиме «константы» (с помощью клавиш $\boxed{\times}$ и $\boxed{=}$). В ряде случаев вычисления такого рода быстрее можно выполнить с помощью клавиш $\boxed{\text{F}}$ и $\boxed{x^y}$ (см. задача 3 (2), задача 8).

5. При нахождении числовых значений выражений вида x^n, где $n=2^k$, k — натуральное число (то есть $n=2, 4, 8, 16, 32, \ldots$) целесообразно пользоваться программой

$$a\ \underbrace{\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{\times}\boxed{=}\ \ldots\ \boxed{\times}\boxed{=}}_{k\ \text{раз}},$$

которая значительно короче обычной (см. Арифметические операции).

6. При нахождении числовых значений выражений вида x^n, где $n=3^k$, k — натуральное число (то есть $n=3, 9, 27, 81, \ldots$) целесообразно пользоваться программой

$$a\ \underbrace{\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}\ \ldots\ \boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}}_{k\ \text{раз}}$$

(см. Арифметические операции).

7. При нахождении числовых значений выражений вида x^p, где натуральное число p кратно трем ($p=3, 6, 9, 12, \ldots$) целесообразно при составлении программ использовать тройки клавиш $\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$ с возможной концовкой из двух клавиш $\boxed{\times}\boxed{=}$ (см. Арифметические операции).

8. При нахождении числовых значений выражений вида x^s, где натуральное число s кратно пяти ($s=5, 10, 15, 20, \ldots$) целесообразно при составлении программ использовать пятерки клавиш $\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ с возможными концовками из 2-х; 3-х;

и 4-х клавиш: $\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$, $\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ (см. Арифметические операции).

9. При нахождении числовых значений выражений вида $\sqrt[n]{x}$, где $n=2^k$, k — натуральное число (то есть корней 2-й, 4-й, 8-й, ... степеней) целесообразно пользоваться клавишами $\boxed{\text{F}}$ и $\boxed{\sqrt{\ }}$, т. е. вычисления выполнять по программе

$$a\ \underbrace{\boxed{\text{F}}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\text{F}}\boxed{\sqrt{\ }}\ \ldots\ \boxed{\text{F}}\boxed{\sqrt{\ }}}_{k\ \text{раз}}$$

(см. задача 10).

10. При нахождении числовых значений выражений вида $\sqrt[p]{x}$, где $p \neq 2^k$, k — натуральное число (т. е. корней p-й степени из числа a, где $p \neq 2, 4, 8, 16, 32, \ldots$) целесообразно пользоваться клавишами $\boxed{\text{F}}$, $\boxed{\ln}$, $\boxed{e^x}$ (или $\boxed{\text{F}}$, $\boxed{\lg}$, $\boxed{10^x}$) вместо клавиш $\boxed{\text{F}}$ и $\boxed{x^y}$. Преимущество такой программы состоит в том, что она короче на три шага:

$a\ \boxed{\text{F}}\boxed{\ln}\boxed{:}\ p\ \boxed{=}\boxed{\text{F}}\boxed{e^x}$ — 6 шагов,

$p\ \boxed{\text{F}}\boxed{1/x}\boxed{\text{F}}\boxed{\text{ЗАП}}\ a\ \boxed{\text{F}}\boxed{x^y}\boxed{\text{F}}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=}$ — 9 шагов.

11. При нахождении числовых значений выражений вида $\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{m}{n}}$, где $p,\ q,\ n \in \boldsymbol{N},\ m \in \boldsymbol{Z},$ пользуйтесь клавишами $\boxed{\text{F}}$, $\boxed{\ln}$, $\boxed{e^x}$ (или $\boxed{\text{F}}$, $\boxed{\lg}$, $\boxed{10^x}$). Это позволит выполнить вычисления быстрее, нежели чем с помощью клавиш $\boxed{\text{F}}$ и $\boxed{x^y}$. Для сравнения приводим обе программы:

$p\ \boxed{:}\ q\ \boxed{=}\boxed{\text{F}}\boxed{\ln}\boxed{:}\ n\ \boxed{\times}\ m\ \boxed{=}\boxed{\text{F}}\boxed{e^x}$ — 9 шагов,

$m\ \boxed{:}\ n\ \boxed{=}\boxed{\text{F}}\boxed{\text{ЗАП}}\ p\ \boxed{:}\ q\ \boxed{=}\boxed{\text{F}}\boxed{x^y}\boxed{\text{F}}\boxed{\text{ИП}}\boxed{=}$ — 11 шагов.

12. При нахождении числовых значений выражений вида $a^{\sqrt{b}}$, a^{π} и т. п. целесообразно пользоваться клавишами $\boxed{\text{F}}$ и $\boxed{x^y}$ по программам: $a\ \boxed{\text{F}}\boxed{x^y}\ b\ \boxed{\text{F}}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{=}$, $a\ \boxed{\text{F}}\boxed{x^y}\boxed{\text{F}}\boxed{\pi}\boxed{=}$ и т. д.

13. Для нахождения обратной величины числа необходимо пользоваться клавишами $\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{1/x}$. В этом случае вычисления получаются короче (сравните: $a\ \boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{1/x}$ и $1\ \boxed{:}\ a\ \boxed{=}$) и удобнее.

14. Научитесь все вычисления на микрокалькуляторе выполнять левой рукой. В этом случае правая рука будет свободна, что позволит не отрываясь от вычислений делать необходимые записи.

ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЯМ ЗАДАЧ

1. а) Воспользуйтесь программой:

$0\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,a\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+x^2}\,\boxed{\times}\,b\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+x^2}\,\boxed{\times}\,26{,}33\,\boxed{+}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=}$;

б) воспользуйтесь программой:

$0\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,a\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+x^2}\,\boxed{\times}\,14{,}5\,\boxed{\times}\,b\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ИП}}$;

в) воспользуйтесь программой:

$0\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,a\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+x^2}\,\boxed{\times}\,c\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+x^2}\,\boxed{\times}\,0{,}18\,\boxed{\times}\,b\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ИП}}$.

2. а) Можно воспользоваться программой:

$1\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,a\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ИП}}$; 33,793529.

б) Можно воспользоваться программой:

$1\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,x\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{1/x}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{1/x}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ИП}}$; 434133,35.

3. а) Преобразуйте данное выражение к виду $\frac{x-2y}{(x+y)\,y}$. Тогда программа вычислений может быть представлена в виде:

$1\,\boxed{+}\,x\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,\boxed{\times}\,y\,\boxed{-}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{X\leftrightarrow\text{П}}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{:}\,\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=}$; 1,0940461. б) 69451,081.

4*. Преобразуйте данное выражение к виду: $\frac{q}{p^2}+\frac{p}{q^2}-\frac{2}{q}$.

Соответственно программа вычисления может быть представлена в виде:

$$q\,\boxed{F}\,\boxed{1/x}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,\boxed{\times}\,2\,\boxed{=}\,\boxed{/-/}\,\boxed{F}\,\boxed{X\leftrightarrow\text{П}}\,\boxed{=}\,\boxed{\times}\,p$$

$$\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{:}\,q\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=}.\ 5{,}8532434.$$

5*. Можно воспользоваться программой:

$$a\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{\times}\,b\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{F}\,\boxed{X\leftrightarrow\text{П}}$$

$$\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+x^2}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{F}\,\boxed{1/x}\,\boxed{F}\,\boxed{X\leftrightarrow\text{П}}\,\boxed{F}\,\boxed{1/x}\,\boxed{\times}\,3$$

$$\boxed{+}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=}.$$

6*. Воспользуйтесь программой:

$$0\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,10\,\boxed{-}\,m\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+x^2}\,\boxed{=}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{1/x}$$

$$\boxed{\times}\,4\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{X\leftrightarrow\text{П}}\,\boxed{-}\,9\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{=}\,\boxed{/-/}\,\boxed{F}\,\boxed{1/x}\,\boxed{F}$$

$$\boxed{\text{П}+}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{F}\,\boxed{\sqrt{\ }}\,\boxed{+}\,1\,\boxed{=}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{1/x}\,\boxed{\times}\,3\,\boxed{=}$$

$$\boxed{F}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}.$$

7*. Вычисления можно выполнить по программе:

$$m\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,\boxed{F}\,\boxed{\sqrt{\ }}\,\boxed{/-/}\,\boxed{F}\,\boxed{X\leftrightarrow\text{П}}\,\boxed{\times}\,n\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{=}$$

$$\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{\times}\,7\,\boxed{\times}\,n\,\boxed{:}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=}\,\boxed{F}$$

$$\boxed{\text{ЗАП}}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{:}\,2\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,\boxed{\leftrightarrow}\,\boxed{:}\,n\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{=}$$

$$\boxed{\times}\,3\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{1/x}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}-}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}.$$

9. а) $3^{13}\cdot3^{10}=3^{23}$; б) $3^{14}\cdot3^{-2}=3^{12}$.
10. а) $-5\leqslant x\leqslant 9$; б) $-3\leqslant x\leqslant 10$; в) $-3\leqslant x\leqslant 7$.
11. При вычислениях можно воспользоваться программой:

$$\text{а) } 2{,}1\,\boxed{F}\,\boxed{x^y}\,5\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,3\,\boxed{F}\,\boxed{x^y}\,7\,\boxed{/-/}\,\boxed{=}$$

$$\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,5{,}5\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}-}\,0{,}7\,\boxed{F}\,\boxed{x^y}\,4\,\boxed{/-/}\,\boxed{+}$$

$$\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=};$$

$$\text{б) } 5{,}86\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{1/x}\,\boxed{\times}\,3{,}423\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}$$

$$0{,}8712\,\boxed{F}\,\boxed{x^y}\,14\,\boxed{/-/}\,\boxed{+}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=};$$

$$\text{в) } 7\,\boxed{:}\,4\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{x^y}\,10\,\boxed{:}\,6\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{F}$$

$$\boxed{\text{ЗАП}}\,0{,}285\,\boxed{F}\,\boxed{x^y}\,5\,\boxed{/-/}\,\boxed{\times}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}$$

$$2{,}5\,\boxed{F}\,\boxed{x^y}\,6\,\boxed{/-/}\,\boxed{\times}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}\,\boxed{=}.$$

12. а) $\sqrt{19}+\sqrt{91}$; б) $\sqrt{26}+3$; в) $23^{\frac{3}{2}}+10$. **13.** а) Истинно; б) ложно; в) ложно. **14.** 27,467735. **15.** а) 31,643895; б) 8752,8508; в) 1724,9508. **16.** а) 3,7178107, $-2{,}0749537$; б) $-0{,}5$; $-3{,}0$; в) 1,3653007, $-1{,}3566051$; г) решений нет; д) два равных корня 3,9; е) 6,5, $-11{,}0$; ж) $-14{,}0$, $-14{,}02$; з) решений нет. **17.** $10{,}283481\approx10{,}3$ м. **18.** Воспользуйтесь формулой Герона. **19.** 15,8 м. **20.** Для решения задачи используйте теорему синусов. **21.** Для нахождения радиуса окружности, вписанной в треугольник, воспользуйтесь известной формулой $r=\frac{2S_\Delta}{a+b+c}$. Площадь треугольника можно вычислить по формуле Герона. **25.** Воспользуйтесь формулой $R=\frac{abc}{4S_\Delta}$. Площадь треугольника можно найти по формуле Герона. **23.** 9,7747438. **24.** Примерно в 0,6 раза. **25.** 364,73346 дм^2. **26.** 79,5; 82,0; 84,5; 87,0; 89,5; 92,0. **27.** 99090432. **28.** В вычислениях можно воспользоваться программой:

$$\underset{\substack{\uparrow\\1}}{6}\,\boxed{\times}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ЗАП}}\,2\,\underset{\substack{\uparrow\\2}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,3\,\underset{\substack{\uparrow\\3}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}$$

$$4\,\underset{\substack{\uparrow\\4}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,5\,\underset{\substack{\uparrow\\5}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,6\,\underset{\substack{\uparrow\\6}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}$$

$$7\,\underset{\substack{\uparrow\\7}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,8\,\underset{\substack{\uparrow\\8}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,9\,\underset{\substack{\uparrow\\9}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{П}+}\,10\,\underset{\substack{\uparrow\\10}}{\boxed{\times}}\,\boxed{F}$$

$$\boxed{\text{П}+}\,\boxed{F}\,\boxed{\text{ИП}}.$$

При этом в местах программы, помеченных метками 1—10, необходимо фиксировать получаемые результаты, соответственно члены искомой последовательности a_1, a_2, ... , a_{10}. Сумма первых десяти членов последовательности будет равна 24227478.

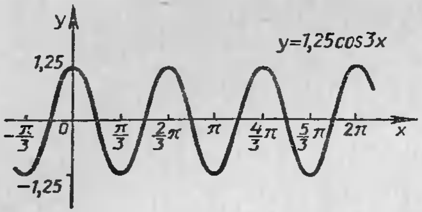


Рис. 20

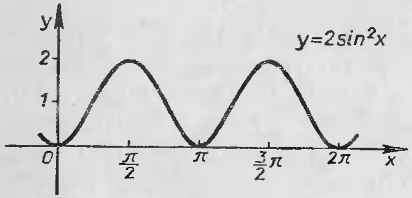


Рис. 21

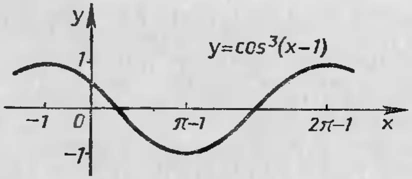


Рис. 22

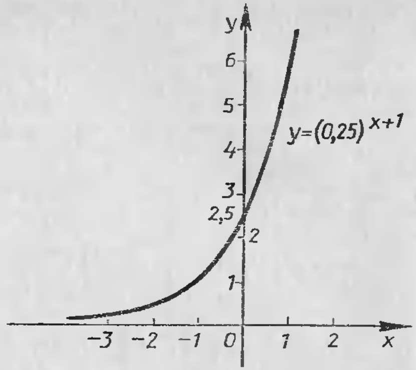


Рис. 23

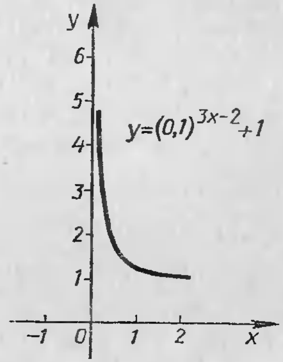


Рис. 24

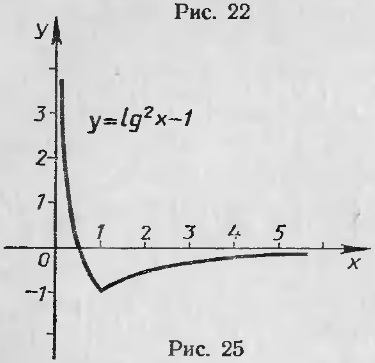


Рис. 25

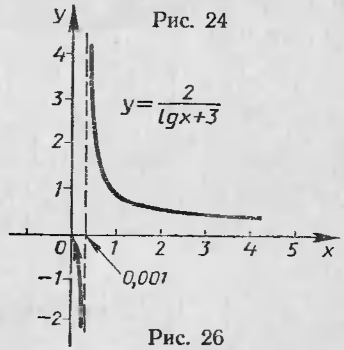


Рис. 26

29. а) 0,5; 0,5; 0,375; 0,25; 0,15625; 0,09375; 0,0546875; 0,03125. Сумма первых восьми членов последовательности будет 1,9609375. **31.** а) См. рисунок 20; б) см. рисунок 21; в) см. рисунок 22. **32.** а) См. рисунок 23; б) см. рисунок 24; в) см. рисунок 25; г) см. рисунок 26. **33.** а) $\pm 1{,}1847+\pi k$, где $k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$; б) $\pm 0{,}5117+2\pi k$, где $k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$; в) $-2{,}1386$; г) $\frac{3}{2}\pi+2\pi k$, где $k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

Приложение I

Функциональное назначение клавиш микрокалькулятора «Электроника МК-57»

Символы, изображенные на клавишах	Операции, выполняемые с помощью клавиши
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	«Числовые клавиши». При нажатии любой из этих клавиш или их последовательности в микрокалькулятор вводится число.
•	Клавиша десятичной запятой. Ее нажатие отделяет во вводимом числе целую часть от дробной.
=	Клавиша итога. При ее нажатии микрокалькулятор выполняет ранее заданную операцию и переводится в режим «константы». В этом режиме число, бывшее на индикаторе до нажатия клавиши итога, и операция (любая из +, —, ×, :), заданная непосредственно перед нажатием этой клавиши, становятся постоянными.
+	Клавиша сложения. При ее нажатии выполняется любая из ранее заданных арифметических операций и происходит подготовка микрокалькулятора к сложению числа, высвеченного на индикаторе, с числом, вводящимся после этого.
—	Клавиша вычитания. При ее нажатии выполняется любая из ранее заданных арифметических операций и происходит подготовка микрокалькулятора к вычитанию из числа, высвеченного на индикаторе, числа, вводящегося после этого.
×	Клавиша умножения. При ее нажатии выполняется любая из ранее заданных арифметических операций и происходит подготовка микрокалькулятора к умножению числа, высвеченного на индикаторе, на число, вводящееся после этого.
:	Клавиша деления. При ее нажатии выполняется любая из ранее заданных арифметических операций и происходит подготовка микрокалькулятора к делению числа, высвеченного на индикаторе, на число, вводящееся после этого.
/—/	Клавиша изменения знака числа. При ее нажатии происходит изменение знака числа, высвеченного на индикаторе.

Символы, изображенные на клавишах	Операции, выполняемые с помощью клавиши
↔	Клавиша обмена содержимым рабочего (операционного) регистра и регистра индикации.
C	Клавиша сброса (очистки регистров). При ее однократном нажатии происходит очистка регистра индикации, при двукратном нажатии — рабочего (операционного) регистра.
√	Клавиша извлечения квадратного корня. При ее нажатии происходит извлечение квадратного корня из числа, находящегося в регистре индикации (и на индикаторе). Ответ высвечивается на индикаторе. Содержимое рабочего (операционного) регистра остается неизменным.
%	Клавиша процентов. При ее нажатии после соответствующих операционных клавиш производятся процентные вычисления.
П+	Клавиша суммирования в регистре памяти. При ее нажатии к числу, хранящемуся в регистре памяти, прибавляется число, находящееся в регистре индикации (и на индикаторе). Результат операции помещается в регистр памяти.
П−	Клавиша вычитания из регистра памяти. При ее нажатии происходит вычитание из числа, хранящегося в регистре памяти, числа, находящегося в регистре индикации (и на индикаторе). Результат операции помещается в регистр памяти.
ИП	Клавиша «индикации памяти». При ее нажатии число, хранящееся в регистре памяти, помещается в регистр индикации (и на индикатор). Содержимое регистра памяти остается при этом неизменным.
СП	Клавиша записи в регистр памяти числа 0. При ее нажатии в регистр памяти помещается 0 вместо числа, находившегося там на хранении.

Приложение II

Функциональное назначение клавиш микрокалькулятора «Электроника БЗ-37»

1. Основное назначение клавиш

Символы, изображенные на клавишах	Функциональное назначение клавиш
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	«Числовые клавиши» (см. приложение I).
	Клавиша десятичной запятой (см. приложение I).

Символы, изображенные на клавишах	Функциональное назначение клавиш
=	Клавиша итога (см. приложение I).
+, −, ×, :	Клавиши арифметических операций (см. приложение I).
/−/	Клавиша изменения знака числа (см. приложение I).
↔	Клавиша обмена содержимым операционных регистров (см. приложение I).
C	Клавиша сброса (очистки регистров) (см. приложение I).
F	Клавиша совмещения функций клавиш. При ее нажатии микрокалькулятор переводится в режим совмещенной функции, позволяющей использовать другое назначение клавиш, помеченное надписями над ними.

2. Совмещаемое назначение клавиш

Символы, изображенные над клавишами	Функциональное назначение клавиш
1	2
CF	Клавиша сброса режима совмещенной функции. Однократное нажатие этой клавиши производит сброс (снятие) режима совмещенной функции, если таковая была установлена.
X↔П	Клавиша обмена содержимым операционных регистров. Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{X\leftrightarrow П}$ позволяет осуществить обмен содержимым регистра индикации и регистра памяти: число из регистра индикации помещается в регистр памяти, а число из регистра памяти — в регистр индикации.
ЗАП	Клавиша записи числа в регистр памяти. Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{ЗАП}$ позволяет осуществить запись числа, высвеченного на индикаторе, в регистр памяти. При этом содержимое регистра индикации остается неизменным.
ИП	Клавиша «индикации памяти» (см. приложение I). Требует предварительного нажатия клавиши $\boxed{F}$.

1	2
П+	Клавиша суммирования в регистре памяти (см. приложение I). Требует предварительного нажатия клавиши $\boxed{F}$.
П−	Клавиша вычитания из регистра памяти (см. приложение I). Требует предварительного нажатия клавиши $\boxed{F}$.
$П+x^2$	Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{П+x^2}$ позволяет к числу, хранящемуся в регистре памяти, прибавить квадрат числа, записанного в регистре индикации (и высвеченного на индикаторе). Содержимое регистра индикации (и индикатора) остается при этом неизменным.
π	Клавиша вызова на индикатор числа π. Требуется предварительное нажатие клавиши $\boxed{F}$.
ДВ	Клавиша восстановления данных. Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{ДВ}$ позволяет после ввода очередной цифры числа восстановить в регистре индикации (и на индикаторе) прежнее число.
$1/x$	Клавиша обратной величины числа. Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{1/x}$ позволяет вычислять обратную величину числа, находящегося в регистре индикации (и на индикаторе). Содержимое рабочего регистра остается при этом неизменным.
ln	Клавиша натурального логарифма. Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{\ln}$ позволяет вычислять натуральный логарифм (логарифм по основанию $e=2{,}71828182845...$) числа, находящегося в регистре индикации (и на индикаторе). При этом после выполнения операции в рабочем (операционном) регистре находится число 0.
lg	Клавиша десятичного логарифма. Вычисления происходят аналогично вычислениям натурального логарифма.
$\sqrt{\ }$	Клавиша извлечения квадратного корня (см. приложение I). Требует нажатия клавиши $\boxed{F}$.
e^x	Клавиша экспоненциальной функции. Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{e^x}$ позволяет число $e=2{,}71828182845...$ возвести в степень, указанную на индикаторе. При этом после выполнения возведения в сте-

1	2
	пень результат помещается в регистр индикации (и высвечивается на индикаторе), а в рабочий регистр помещается число 0.
10^x	Клавиша вычисления степени числа 10. Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{10^x}$ позволяет возводить число 10 в степень, указанную на индикаторе. Результат операции помещается в регистр индикации (и на индикатор), а в рабочий регистр записывается число 0.
x^y	Последовательные действия оператора: 1) набор на клавиатуре числа x; 2) последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ и $\boxed{x^y}$; 3) набор на клавиатуре числа y; 4) нажатие клавиши итога $\boxed{=}$ — позволяет возвести любое положительное число x в степень y. При этом результат операции помещается в регистр индикации (и высвечивается на индикаторе). Содержимое рабочего регистра заменяется числом 0.
sin, cos, tg	Клавиши тригонометрических функций. Последовательное нажатие клавиши $\boxed{F}$ и одной из указанных клавиш позволяет вычислять значения тригонометрических функций синуса, косинуса, тангенса. Результат операции помещается в регистр индикации (и высвечивается на индикаторе). Содержимое рабочего регистра заменяется числом 0.
arc	Клавиша обратных тригонометрических функций. Последовательное нажатие клавиш $\boxed{F}$ $\boxed{arc}$ и одной из клавиш тригонометрических функций $\boxed{\sin}$, $\boxed{\cos}$ или $\boxed{tg}$ позволяет вычислять значения соответственно функций арксинус, арккосинус, арктангенс от числа, находящегося в регистре индикации (и на индикаторе). При этом результат вычислений помещается в регистр индикации (и высвечивается на индикаторе). Содержимое рабочего регистра заменяется числом 0.

ЛИТЕРАТУРА

Белый Ю. А. Электронные микрокалькуляторы и техника вычислений.— М.: Знание, 1981.
Бруснецов Н. П. Микрокомпьютеры.— М.: Наука, 1979.
Гильде В., Альтрихтер З. С микрокалькулятором в руках.— М.: Мир, 1980.
Каталог товаров народного потребления.— М., 1981.
Ковалев М. П., Шварцбурд С. И. Электроника помогает считать.— М.: Просвещение, 1978.
Колмогоров А. Н. и др. Алгебра и начала анализа: Учеб. пособие для 9 и 10 кл. средней школы.— 5-е изд.— М.: Просвещение, 1985.
Кройль Г. Что умеет мой микрокалькулятор? — М.: Мир, 1981.
Макарычев Ю. Н. и др. Алгебра. Учебник для 7 кл. средней школы.— 6-е изд.—М.: Просвещение, 1983.
Макарычев Ю. Н. и др. Алгебра. Учебник для 8 кл. средней школы.— 5-е изд.— М.: Просвещение, 1984.
Мясников В. А., Майоров С. А., Новиков Г. П. ЭВМ для всех.— М.: Знание, 1980.
Основы информатики и вычислительной техники. Пробное учебное пособие для средних учебных заведений. В 2-х ч. Ч. I / Под ред. А. П. Ершова и В. М. Монахова.— М. Просвещение, 1985.
Погорелов А. В. Геометрия. Уч. пособие для 6—10 кл. средней школы.— 4-е изд.— М.: Просвещение, 1985.
Пойа Д. Математическое открытие.— М.: Наука, 1970.
Романовский Т. Б. Электронные карманные вычислители.— Рига: Зинатне, 1980.
Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Инженерные расчеты на микрокалькуляторах.— К.: Техника, 1980.
Чакань А. Что умеет карманная ЭВМ? — М.: Радио и связь, 1982.
Электроника. Микрокалькуляторы / Каталог.— М., 1982.
Электронная промышленность, 1981, № 3.

СОДЕРЖАНИЕ

Евгений Александрович Лодатко

ШКОЛЬНИКУ О ВЫЧИСЛЕНИЯХ
С МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОМ

Зав. редакцией **Р. А. Хабиб**
Редакторы **В. И. Ефимов, Л. Н. Белоновская**
Младший редактор **Н. Т. Протасова**
Художник **В. А. Орловский**
Художественный редактор **Е. Н. Карасик**
Технические редакторы **О. И. Савельева, Г. В. Субочева**
Корректоры **Г. И. Мосякина, Н. В. Красильникова**

ИБ № 8808

Сдано в набор 09.04.85. Подписано к печати 11.11.85. Формат $60 \times 90^1/_{16}$. Бум. типограф. № 2. Гарнит. литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 6,0. Усл. кр.-отт. 6,5. Уч.-изд. л. 5,08. Тираж 210 000 экз. Заказ 106. Цена 15 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 129846, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Росглавполиграфпрома Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Саратов, ул. Чернышевского, 59.

15 к.