

ДЛЯ ВУЗОВ

---

*А.М.Чанка*

**РАСЧЕТНО-  
ПРОЕКТИРОВОЧНЫЕ  
РАБОТЫ  
НА ПРОГРАММИРУЕМЫХ  
МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ**

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для студентов высших технических учебных заведений



---

МОСКВА  
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»  
1988

ББК 32.973.2

Ч-19

УДК 539.4:518.5(075.8)

Рецензенты: кафедра сопротивления материалов завода-вуза при ЗИЛе, д-р техн. наук проф. В. С. Стреляев

**Чапка А. М.**

**Ч-19** Расчетно-проектировочные работы на программируемых микрокалькуляторах: Учеб. пособие для вузов — М.: Машиностроение, 1988. 144 с.: ил.

ISBN 5-217-00157-7

Приведены примеры выполнения расчетно-проектировочных работ по основным разделам курса «Сопротивление материалов» с помощью отечественных программируемых микрокалькуляторов. Предлагаемые программы позволяют получать промежуточные результаты на каждом этапе расчета, что способствует глубокому усвоению изучаемого предмета.

Учебное пособие предназначено для студентов вузов машиностроительных специальностей и может быть полезно для инженеров, занимающихся прочностными расчетами.

Ч 2702000000—146  
038(01)—88 146—88

ББК 32.973.2

ISBN 5-217-00157-7

© Издательство «Машиностроение», 1988

Для успешного усвоения предмета «Сопроотивление материалов» студенты должны выполнить расчетно-проектировочные задания по узловым разделам курса. Выполнение заданий связано с проведением большого объема трудоемких вычислений, поглощающих значительное время.

Использование универсальных ЭВМ для решения этих заданий нерационально вследствие высокой стоимости машинного времени и значительных затрат времени на ожидание выхода на машину, программирование и ввод исходных данных. Целесообразнее применять программируемые микрокалькуляторы. Эти портативные устройства доступны и просты в пользовании. Кроме того, навыки, приобретаемые при работе с микрокалькуляторами, помогают преодолеть психологический барьер при переходе от традиционных методов вычислений к использованию ЭВМ [14] и овладению методами программирования. Значительное число инженерных, конструкторских и экономических задач можно успешно решать именно на программируемых микрокалькуляторах, так что умение их эффективно использовать может оказаться необходимым будущему специалисту в его исследовательской и производственной деятельности. Кроме того, программируемые микрокалькуляторы успешно применяют на практике, например при автоматизации таких технологических процессов, как сварка [11] или настройка рабочей клетки универсального стана [2].

Однако вследствие ограниченного объема памяти программирование микрокалькуляторов требует не меньшего искусства, чем программирование универсальных ЭВМ [12].

Пособие имеет целью облегчить студентам машиностроительных специальностей, в первую очередь обучаю-

шимся без отрыва от производства, выполнение расчетно-проектировочных заданий по курсу «Сопротивление материалов» и значительно сократить время, затрачиваемое ими на выполнение этих заданий.

Пособие содержит учебные программы заданий, реализуемые на микрокалькуляторах «Электроника БЗ-34», «Электроника БЗ-54», «Электроника МК-54», «Электроника МК-56», «Электроника МК-61» и «Электроника МК-52». Вследствие учебного характера программ они не оптимальны по числу команд, но позволяют получить промежуточные результаты на каждом этапе расчета, что необходимо для глубокого усвоения изучаемого материала. Каждое задание может быть выполнено полностью с помощью одной программы; время ввода программы не превышает 5 минут.

Каждое задание включает вводную часть, поясняющую условие задачи и алгоритм расчета, программу, операторные инструкции и примеры решения.

Опыт использования программируемых микрокалькуляторов на кафедре сопротивления материалов Всесоюзного заочного машиностроительного института при проведении практических занятий показал, что активность студентов в учебном процессе значительно повышается, а время, высвобождающееся в результате значительного ускорения вычислений, может быть эффективно использовано для более глубокого анализа расчетных схем напряженно-деформированного состояния элементов конструкций [17].

Подбор заданий и принятые обозначения выполнены в соответствии с учебником В. И. Феодосьева «Сопротивление материалов» (М.: Наука, 1979) и «Руководством к решению задач по сопротивлению материалов» (под ред. Г. М. Ицковича. М.: Высшая школа, 1970), а также «Сборником задач по сопротивлению материалов» (под ред. А. С. Вольмира. М.: Наука, 1984).

Программы заданий составлены в соответствии с рекомендациями, изложенными в монографиях: Я. К. Трохименко и Ф. Д. Любича «Инженерные расчеты на программируемых микрокалькуляторах» (Киев: Техника, 1985) и В. П. Дьяконова «Справочник по расчетам на микрокалькуляторах». М.: Наука, 1985).

# 1. СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

---

Предлагаемые программы предназначены для реализации их на микрокалькуляторах «Электроника БЗ-34», «Электроника МК-52», «Электроника МК-54», «Электроника МК-56» и «Электроника МК-61». Это — программируемые микрокалькуляторы с программной памятью на 98 шагов; в их постоянном запоминающем устройстве содержатся подпрограммы вычислений прямых и обратных тригонометрических функций, а также функций  $x^y$ ,  $10^x$ ,  $e^x$ ,  $\ln x$ ,  $\lg x$ ,  $x^2$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $1/x$ . Они позволяют выполнять такие логические операции, как условный и безусловный переходы, обращение к подпрограммам, косвенную адресацию и т. д. Микрокалькуляторы имеют 14 регистров оперативной памяти для ввода исходных данных и хранения промежуточных результатов, регистр памяти для хранения результатов предыдущей операции, а также четыре регистра стековой памяти. Коды основных операций, которые использованы в программах, составленных для микрокалькулятора «Электроника БЗ-34», приведены в табл. 1.

Для ввода программы необходимо, нажав клавиши **Г** и **ПРГ**, установить микрокалькулятор в режим программирования; при вводе программы на индикаторе высвечиваются три кода предшествующих операций и номер шага очередной операции. По окончании набора программы необходимо, нажав клавиши **Г** и **АВТ**, перевести микрокалькулятор в режим автоматической работы.

Для выполнения операции пересылки числа  $x$  из регистра **X** в регистр **N** следует нажать клавиши **П** и **N**, операции вызова числа  $x$  из регистра **N** в регистр **X** — клавиши **ИП** и **N**. Таким образом, в составленных программах запись **Р X П N** означает, что содержимое регистра **X** вводится в регистр **N**, запись **Р X ИП N** — что результат, полученный в регистре **X**, уже содержится в регистре **N**.

# 1. Основные операции, используемые в программах для микрокалькуляторов

Клавиши	Код операции	Содержание операции
0—9	00—09	Занесение цифр от 0 до 9 в регистр X
П 0—П 9	40—49	Запись содержимого регистра X в регистр N
П А	4—	Запись содержимого регистра X в регистр А
П В	4L	Запись содержимого регистра X в регистр В
П С	4C	Запись содержимого регистра X в регистр С
П Д	4Г	Запись содержимого регистра X в регистр Д
ИП 0—ИП 9	60—69	Вызов содержимого регистра X в регистр X
ИП А	6—	Вызов содержимого регистра А в регистр X
ИП В	6L	Вызов содержимого регистра В в регистр X
ИП С	6C	Вызов содержимого регистра С в регистр X
ИП Д	6Г	Вызов содержимого регистра Д в регистр X
+	10	Сложение операндов
—	11	Вычитание операндов
×	12	Умножение операндов
÷	13	Деление операндов
.	0—	Занесение десятичной запятой
/—/	0L	Изменение знака и порядка числа
ВП	0C	Ввод порядка числа
F Вх		Восстановление предыдущего результата
Cx	0Г	Сброс содержимого регистра X
↑	0E	Передвижение информации в стеке
←		
xy	14	Обмен операндами в регистрах X и Y
$\overrightarrow{F} 10^x$	15	Вычисление функции $10^x$
$F e^x$	16	Вычисление функции $e^x$
$F \lg$	17	Вычисление $\lg x$
$F \ln$	18	Вычисление $\ln x$
$F \sin$	1C	Вычисление $\sin x$
$F \cos$	1Г	Вычисление $\cos x$
$F \operatorname{tg}$	1E	Вычисление $\operatorname{tg} x$
$F \arcsin$	19	Вычисление $\arcsin x$
$F \arccos$	1—	Вычисление $\arccos x$
$F \operatorname{arctg}$	1L	Вычисление $\operatorname{arctg} x$
$F \pi$	20	Занесение в регистр X константы $\pi$
$F \sqrt{\phantom{x}}$	21	Вычисление $\sqrt{x}$
$F x^2$	22	Вычисление $x^2$

Клавиши	Код операции	Содержание операции
F 1/x	23	Вычисление $1/x$
F x <sup>y</sup>	24	Вычисление $x^y$
F ,	25	Кольцевые передвижения информации в стеке
с/п	50	1. Прекращение прохождения программы в режиме программирования и фиксации содержимого регистра X на индикаторе 2. Вычисления по программе в режиме автоматической работы и прекращение вычислений при заиклиивании
БП N	51	Безусловный переход к команде N
в/о	52	1. Возврат из подпрограммы в режиме программирования 2. Переход на нулевой адрес в режиме автоматической работы
ПП N	53	1. Переход на подпрограмму N в режиме программирования 2. Потактовое прохождение программы в режиме автоматической работы
К НОП	54	Исключение команды N
F $x \neq 0$	57	Переход по условию $x \neq 0$ к команде N
F $x \geq 0$	59	Переход по условию $x \geq 0$ к команде N
F $x = 0$	5E	Переход по условию $x = 0$ к команде N
F $x < 0$	5C	Переход по условию $x < 0$ к команде N
F L 0	5Г	Организация циклов с регистром 0
F L 1	5L	Организация циклов с регистром 1
F L 2	58	Организация циклов с регистром 2
F L 3	5—	Организация циклов с регистром 3
$\overrightarrow{\text{ШГ}}$	—	Потактовое прохождение программы в режиме программирования в порядке увеличения адресов
$\overleftarrow{\text{ШГ}}$	—	Потактовое прохождение программы в режиме программирования в порядке уменьшения адресов
F ПРГ	—	Переход в режим программирования
F АВТ	—	Переход в режим автоматической работы

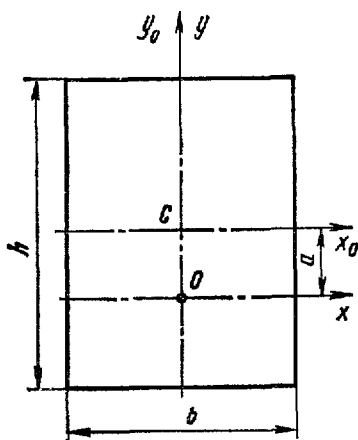


Рис. 1. Прямоугольное сечение стержня для определения момента инерции относительно оси, параллельной центральной

В микрокалькуляторах «Электроника МК-52», «Электроника МК-54», «Электроника МК-56», «Электроника МК-61» пересылка числа  $x$  из регистра  $X$  в регистр  $N$  осуществляется нажатием клавиши  $x \leftarrow N$ , вызов числа  $x$  из регистра  $N$  в регистр  $X$  — нажатием клавиш  $N \rightarrow x$ . Команда начала вычислений по введен-

ной программе в режиме автоматической работы подается нажатием клавиш в/о и с/п, отдельные этапы программы (начиная с команды  $N$ ) — нажатием клавиш БП,  $N$  и с/п. Команда  $S_x N$  предназначена для засылки нуля в регистр  $N$ , т. е. для его очистки.

Запись типа  $x_1 \uparrow x_2$  соответствует передвижению операнда  $x_1$  в регистр  $Y$  стековой памяти при вводе операнда  $x_2$  в регистр  $X$ , запись типа  $x_1 \Pi N_i$ , предшествующая обозначениям БП,  $N$  и с/п, указывает на необходимость предварительного ввода значений  $x_1, x_2, x_3$  в соответствующие регистры оперативной памяти.

Полное описание устройства и функциональных возможностей микрокалькуляторов дано в прилагаемых к ним руководствах по эксплуатации.

Порядок составления программ рассмотрим на примере вычисления момента инерции  $I_x$  прямоугольного сечения со сторонами  $b$  и  $h$  (рис. 1) относительно оси  $x$ , отстоящей на расстоянии  $a$  от его главной центральной оси  $x_0$ .

В соответствии с теоремой об изменении моментов инерции при параллельном переносе осей [15]

$$I_x = I_{x_0} + a^2 F,$$

где  $I_{x_0}$  — момент инерции прямоугольника относительно главной оси  $x_0$ ;  $I_{x_0} = bh^3/12$ ;  $a$  — ордината центра тяжести  $C$  прямоугольника в системе координат  $xOy$  (расстояние между осями  $x$  и  $x_0$ ).



Программу определения значения  $I_x$  записываем в виде таблицы из четырех столбцов, в которых указываем адрес команды, нажимаемые клавиши, код и содержание операции.

Для решения задачи переводим микрокалькулятор в режим программирования нажатием клавиш F и ПРГ, вводим программу (табл. 2), переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (режим вычислений) нажатием клавиш F и АВТ, помещаем значения  $b$ ,  $h$  и  $a$  в регистры микрокалькулятора В, С и А, даем команду начала вычислений, нажав клавиши в/о и с/п.

Примем, например,  $b=h/2$  и  $a=h/6$ , тогда при  $h=12$  см получим  $I_x=1152$  см<sup>4</sup>; при  $h=6$  см  $I_x=72$  см<sup>4</sup> и т. д. Если при вводе программы ошибочно нажата клавиша, для исправления ошибки достаточно нажать клавишу ШГ (шаг назад), а затем нужную клавишу. Подробные инструкции по отладке программ и проверке правильности их ввода приведены в руководствах по эксплуатации микрокалькуляторов.

2. Программа определения момента инерции прямоугольника относительно оси  $x$ , отстоящей на расстоянии  $a$  от главной центральной оси  $x_0$

Адрес команды	Клавиши	Код операции	Содержание операции
00	ИП В	6L	Вызов значения $b$ из регистра В
01	ИП С	6C	Вызов значения $h$ из регистра С
02	x	12	Вычисление значения площади $F$
03	П Д	4Г	Засылка значения площади $F$ в регистр Д
04	3	03	Занесение числа 3 в регистр Х
05	↑	0E	Перемещение числа 3 в регистр У
06	ИП С	6C	Вызов значения $h$ из регистра С
07	F $x^y$	24	Вычисление значения $h^3$
08	ИП В	6L	Вызов значения $b$ из регистра В
09	x	12	Вычисление значения $bh^3$
10	1	01	Занесение числа 1 в регистр Х
11	2	02	Занесение числа 2 в регистр Х
12	+	13	Вычисление значения $I_{x_0}$
13	ИП А	6—	Вызов значения $a$ из регистра А
14	F $x^2$	22	Вычисление значения $a^2$
15	ИП Д	6Г	Вызов значения $F$
16	x	12	Вычисление значения $a^2F$
17	+	10	Вычисление значения $I_x$
18	с/п	50	Останов для индикации результата

## 2. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

Система является статически неопределимой, если для нахождения внутренних силовых факторов, возникающих в сечениях ее элементов под действием приложенных нагрузок, изменения температуры, при сборке вследствие неточностей изготовления, уравнений равновесия недостаточно. При расчетах таких систем удобно применять метод сил [10, 15].

**Задача 1.** Для плоской шарнирно-стержневой системы (рис. 2, а) определить внутренние усилия в стержнях 1—3 и площади сечений стержней.

*Исходные данные:*  $P=200$  кН;  $[\sigma]=160$  МПа;  $\alpha=60^\circ$ ;  $\beta=30^\circ$ ;  $\gamma=45^\circ$  ( $\sin \alpha=0,866$ ;  $\sin \beta=0,500$ ;  $\sin \gamma=0,707$ ;  $\cos \alpha=0,500$ ;  $\cos \beta=0,866$ ;  $\cos \gamma=0,707$ );  $F_1=F$ ;  $F_2=2F$ ;  $F_3=F$ ;  $E_1=E_2=E_3=E=200$  ГПа.

*Решение.* 1. Устанавливаем степень статической неопределимости системы. В каждом поперечном сечении стержня возникает нормальное усилие. Так как эти усилия образуют плоскую систему сходящихся сил, для их определения можно составить только два уравнения равновесия. Поскольку система состоит из трех стержней, ее следует считать один раз статически неопределимой.

2. Для решения задачи применяем метод сил. В качестве эквивалентной системы выбираем систему из двух стержней, внутреннее усилие в стержне 1 принимаем за лишнее неизвестное  $X_1$  (рис. 2, б). Записываем каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0.$$

3. Определяем податливость  $l_i/(E_i F_i)$  стержней 1—3. Согласно рис. 2, а

$$\begin{aligned} l_{AD} &= l_1 = l / \cos \alpha = l / \cos 60^\circ = 2l; \\ l_{BD} &= l_2 = l / \cos \beta = l / \cos 30^\circ = 1,155l; \\ l_{CD} &= l_3 = l / \cos \gamma = l / \cos 45^\circ = 1,414l. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\frac{l_1}{E_1 F_1} = 2 \frac{l}{EF}; \quad \frac{l_2}{E_2 F_2} = 0,578 \frac{l}{EF}; \quad \frac{l_3}{E_3 F_3} = 1,414 \frac{l}{EF}.$$

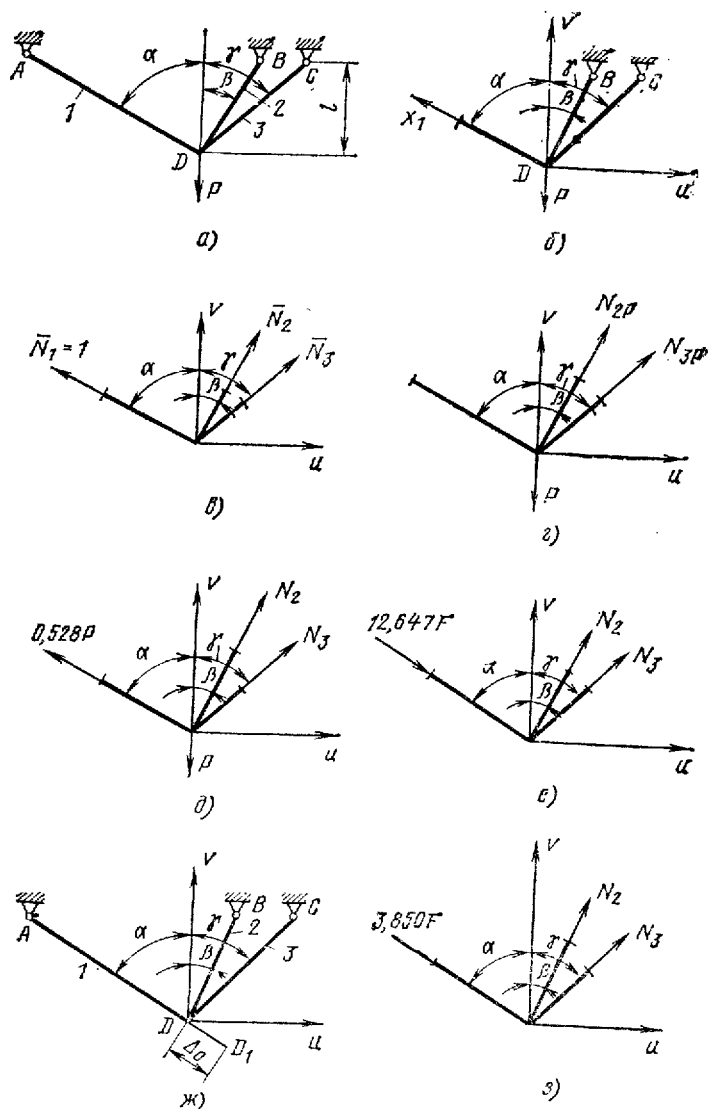


Рис. 2. Расчетная схема статически неопределимой плоской шарнирно-стержневой системы

Полученные результаты сводим в табл. 3.

4. В режиме программирования микрокалькулятора (F ПРГ) вводим программу расчета (табл. 4) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

5. Прикладываем к основной системе вместо неизвестной силы  $X_1$  единичную силу (см. рис. 2,в) и составляем уравнения равновесия для этой системы:

$$\Sigma u = -1 \cdot \sin \alpha + \bar{N}_2 \sin \beta + \bar{N}_3 \sin \gamma = 0;$$

$$\Sigma v = 1 \cdot \cos \alpha + \bar{N}_2 \cos \beta + \bar{N}_3 \cos \gamma = 0.$$

Отсюда  $0,5\bar{N}_2 + 0,707\bar{N}_3 = 0,866$ ;  $0,866\bar{N}_2 + 0,707\bar{N}_3 = -0,5$ .

Переписываем эту систему в общем виде

$$a_{11}Y_1 + a_{12}Y_2 = q_1; \quad a_{21}Y_2 + a_{22}Y_{22} = q_2.$$

Вводим исходные данные  $a_{11}=0,5$ ;  $a_{12}=0,707$ ;  $q_1=-0,866$ ;  $a_{21}=0,866$ ;  $a_{22}=0,707$ ;  $q_2=-0,5$  в регистры микрокалькулятора 7, 8, 9, 4, 5 и 6 соответственно, нажимая последовательно клавиши: 0,5 П 7; 0,707 П 8; 0,866 П 9; 0,866 П 4; 0,707 П 5; -0,5 П 6. Для запуска программы вычислений искомых значений  $Y_1=\bar{N}_2$  и  $Y_2=\bar{N}_3$  используем клавиши в/о и с/п. Полученные значения  $\bar{N}_2=-3,732$  (регистр 1) и  $\bar{N}_3=3,864$  (регистр 2) переписываем в регистры 0 и 3 соответственно, последовательно нажимая клавиши БП, 29 и с/п. Результаты вычислений заносим в табл. 3.

6. Прикладываем к основной системе заданную силу

### 3. Параметры шарнирно-стержневой системы (рис. 2, а—д)

Стер- жень $l$	$F_l$	$l_i$	$\frac{l_i}{E_l F_l}$	$\bar{N}_l$	$N_{lp}$	$N_l$	$\sigma_l$
1	$F$	$2l$	$2 \frac{l}{EF}$	1,000	0	$0,528 P$	$0,528 \frac{P}{F}$
2	$2F$	$1,155 l$	$0,578 \frac{l}{EF}$	-3,732	$2,732 P$	$0,762 P$	$0,381 \frac{P}{F}$
3	$F$	$1,414 l$	$1,414 \frac{l}{EF}$	3,864	$-1,932 P$	$0,107 P$	$0,107 \frac{P}{F}$

4. Программа расчета статически неопределимых шарнирно-стержневых систем на прочность при растяжении и сжатии

Адрес команды	Клавиши	Код операции	Адрес команды	Клавиши	Код операции	Адрес команды	Клавиши	Код операции
00	ИП 7	67	33	с/п	50	66	×	12
01	ИП 5	65	34	$F x^2$	22	67	ИП 7	67
02	×	12	35	×	12	68	+	10
03	ИП 8	68	36	ИП А	6—	69	П 7	47
04	ИП 4	64	37	+	10	70	с/п	50
05	×	12	38	П А	4—	71	$F x^2$	22
06	—	11	39	с/п	50	72	×	12
07	П Д	4Г	40	×	12	73	ИП 5	65
08	ИП 5	65	41	×	12	74	+	10
09	ИП 9	69	42	ИП В	6L	75	П 5	45
10	×	12	43	+	10	76	с/п	50
11	ИП 8	68	44	П В	4L	77	×	12
12	ИП 6	66	45	с/п	50	78	×	12
13	×	12	46	ИП В	6L	79	ИП 8	68
14	—	11	47	ИП А	6—	80	+	10
15	ИП Д	6Г	48	+	13	81	П 8	48
16	+	13	49	/—/	0L	82	П 4	44
17	П 1	41	50	П С	4С	83	с, п	50
18	ИП 7	67	51	с/п	50	84	×	12
19	ИП 6	66	52	$C_x$	0Г	85	×	12
20	×	12	53	П 7	47	86	/—/	0L
21	ИП 4	64	54	П 8	48	87	ИП 9	69
22	ИП 9	69	55	П 9	49	88	+	10
23	×	12	56	П 4	44	89	П 9	49
24	—	11	57	П 5	45	90	с/п	50
25	ИП Д	6Г	58	П 6	46	91	×	12
26	+	13	59	с/п	50	92	×	12
27	П 2	42	60	ИП 1	61	93	/—/	0L
28	с/п	50	61	П С	4С	94	ИП 6	66
29	ИП 1	61	62	ИП 2	62	95	+	10
30	П 0	40	63	П Д	4Г	96	П 6	56
31	ИП 2	62	64	с/п	50	97	с/п	50
32	П 3	43	65	$F x^2$	22			

$P$  (см. рис. 2,г) и составляем уравнения равновесия для этой системы

$$\Sigma u = N_{2P} \sin \beta + N_{3P} \sin \gamma = 0;$$

$$\Sigma v = N_{2P} \cos \beta + N_{3P} \cos \gamma - P = 0.$$

Отсюда  $0,5N_{2P} + 0,707N_{3P} = 0$ ;  $0,866N_{2P} + 0,707N_{3P} = 0$ .

Вводим исходные данные  $a_{11} = 0,5$ ;  $a_{12} = 0,707$ ;  $q_1 = 0$ ;  $a_{21} = 0,866$ ;  $a_{22} = 0,707$ ;  $q_2 = 1,000$  в регистры микроаль-

кулятора 7, 8, 9, 4, 5 и 6 соответственно: 0,5 П 7; 0,707 П 8; 0 П 9; 0,866 П 4; 0,707 П 5; 1 П 6.

Выполнив необходимые вычисления (используем клавиши в/о и с/п), получаем  $N_{2P}=2,732P$  (регистр 1) и  $N_{3P}=-1,932P$  (регистр 2). Результаты заносим в табл. 3.

7. Согласно формуле

$$\delta_{11} = \sum \frac{l_i}{E_i F_i} \bar{N}_i^2 = \frac{l_1}{E_1 F_1} \bar{N}_1^2 + \frac{l_2}{E_2 F_2} \bar{N}_2^2 + \frac{l_3}{E_3 F_3} \bar{N}_3^2$$

выполняем вычисления, последовательно нажимая клавиши: 2 ↑ 1 БП 34 с/п; 0,578 ↑ ИП 0 БП 34 с/п; 1,414 ↑ ИП 3 БП 34 с/п.

В результате получаем

$$\delta_{11} = 31,167 \frac{l}{EF} \text{ (регистр А).}$$

$$\begin{aligned} 8. \text{ Вычисляем значение } \Delta_{1P} &= \sum \bar{N}_i N_{iP} \frac{l_i}{E_i F_i} = \\ &= \bar{N}_2 N_{2P} \frac{l_2}{E_2 F_2} + \bar{N}_3 N_{3P} \frac{l_3}{E_3 F_3}. \end{aligned}$$

(ИП 0 ↑ ИП 1 ↑ 0,578 БП 40 с/п;

ИП 3 ↑ ИП 2 ↑ 1,414 БП 40 с/п).

В результате получаем  $\Delta_{1P} = -16,452 \frac{Pl}{EF}$  (регистр В).

9. Из канонического уравнения определяем (БП 46 с/п) значение  $X_1 = -\Delta_{1P}/\delta_{11} = 0,528P$  (регистр С).

10. Определив значение  $X_1 = N_1$ , из уравнений равновесия для заданной системы находим нормальные усилия  $N_2$  и  $N_3$  (см. рис. 2,б):

$$\sum u = -0,528P \sin \alpha + N_2 \sin \beta + N_3 \sin \gamma = 0;$$

$$\sum v = 0,528P \cos \alpha + N_2 \cos \beta + N_3 \cos \gamma - P = 0.$$

Отсюда  $0,5N_2 + 0,707N_3 = 0,457P$ ;  $0,866N_2 + 0,707N_3 = -0,736P$ .

Вводим исходные данные  $a_{11}=0,5$ ;  $a_{12}=0,707$ ;  $q_1=-0,457$ ;  $a_{21}=0,866$ ;  $a_{22}=0,707$ ;  $q_2=0,736$  в регистры микрокалькулятора 7, 8, 9, 4, 5 и 6 соответственно. Определяем (в/о с/п) искомые значения  $N_2=0,762P$  (регистр 1);  $N_3=0,107P$  (регистр 2).

11. Напряжения в стержнях 1—3 определяем по формуле  $\sigma_i = N_i/F_i$  ( $i=1, 2, 3$ ):

$$\sigma_1 = 0,528P/F \text{ (ИП С 1 } \div \text{);}$$

$$\sigma_2 = 0,762P/(2F) = 0,381P/F \text{ (ИП 1 2 } \div \text{);}$$

$$\sigma_3 = 0,107P/F \text{ (ИП 2 1 } \div \text{).}$$

Полученные значения напряжений заносим в табл. 3.

12. Анализ результатов показывает, что наиболее напряженным является стержень 1, поэтому искомую площадь  $F$  определяем из условия прочности ( $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ ) этого стержня  $0,528P/F \leq [\sigma]$ :

$$F = 0,528 \frac{P}{[\sigma]} = 6,6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 6,6 \text{ см}^2$$

$$(\text{ИП С } 200 \times 1 \text{ ВП } 3 \div 160 \div).$$

**Задача 2.** Для шарнирно-стержневой системы (см. рис. 2,а) определить напряжения, возникающие при нагревании стержней на  $\Delta t = 50 \text{ К}$  ( $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$ ;  $E = 200 \text{ ГПа}$ ).

*Решение.* 1. В качестве эквивалентной системы выбираем систему, показанную на рис. 2,б.

2. Составляем каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1t} = 0.$$

Значение  $\delta_{11} = 31,167l/(EF)$ , найденное в задаче 1, вводим в регистр А (31,167 П А), значение  $N_2 = -3,732$  — в регистр 0 (3,732 /—/ П 0), значение  $N_3 = 3,864$  — в регистр 3 (3,864 П 3).

3. Произведение  $\alpha \Delta t = 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 50 = 6,25 \cdot 10^{-4}$  помещаем в регистр Д нажатием клавиш П и Д.

Очистив регистр В (Сх П В), заносим в него значение

$$\Delta_{1t} = \alpha \Delta t \sum \bar{N}_i l_i = \alpha \Delta t \bar{N}_1 l_1 + \alpha \Delta t \bar{N}_2 l_2 + \alpha \Delta t \bar{N}_3 l_3 = 1,97 \cdot 10^{-3} l.$$

Для этого последовательно нажимаем клавиши ИП Д  $\uparrow$  1  $\uparrow$  2 БП 40 с/п; ИП Д  $\uparrow$  ИП 0  $\uparrow$  1,155 БП 40 с/п; ИП Д  $\uparrow$  ИП 3  $\uparrow$  1,414 БП 40 с/п.

Для удобства счета выразим модуль упругости в МПа:  $E = 200 \text{ ГПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ . Тогда, выполнив вычисления (ИП А 2 ВП 5  $\div$ ), получаем  $\delta_{11} = 1,558 \cdot 10^{-4} l/F$  и помещаем это значение в регистр А (П А).

4. Выполнив необходимые операции (БП 46 с/п), получаем  $X_1 = -12,647F$  (регистр С).

5. Условия  $N_2$  и  $N_3$  (см. рис. 2,е) определяем из уравнений равновесия

$$\Sigma u = 12,647F \sin \alpha + N_2 \sin \beta + N_3 \sin \gamma = 0;$$

$$\Sigma v = -12,647F \cos \alpha + N_2 \cos \beta + N_3 \cos \gamma = 0.$$

Отсюда  $0,5N_2 + 0,707N_3 = -10,952F$ ;  $0,856N_2 + 0,707N_3 = -6,323F$ .

Вводим исходные данные в регистры микрокалькулятора: 0,5 П 7; 0,707 П 8; 10,952 /—/ П 9; 0,866 П 4; 0,707 П 5; 6,323 П 6.

Определяем (в/о с/п) искомые неизвестные  $N_2 = 47,2F$  (регистр 1) и  $N_3 = -48,871$  (регистр 2).

6. Определяем напряжения в стержнях 1—3

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{-12,647F}{F} = -12,647 \text{ МПа (ИП С 1 +)};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{47,2F}{2F} = 23,6 \text{ МПа (ИП 1 2 +)};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{-48,871F}{F} = -48,871 \text{ МПа (ИП 2 1 +)}.$$

**Задача 3.** Определить напряжения в стержнях после сборки шарнирно-стержневой системы, если длина стержня 1 больше номинальной на  $\Delta_0 = 3 \cdot 10^{-4}$  м (рис. 2, ж). Считать, что  $E_1 = E_2 = E_3 = E = 200$  ГПа.

*Решение.* 1. В качестве эквивалентной системы выбираем систему, показанную на рис. 2, б.

2. Составляем каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{10} = 0.$$

Значение  $\delta_{11} = 1,558 \cdot 10^{-4}/F$  (см. решение задачи 2) вводим в регистр А (П А).

3. Значение  $\Delta_{10} = \sum \bar{N}_i \Delta_{1i} = 1 \cdot 3 \cdot 10^{-4} l_1 = 1 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 2l = 6 \cdot 10^{-4} l$  вводим в регистр В (П В).

4. Из канонического уравнения находим (БП 46 с/п)

$$X_1 = -\Delta_{10}/\delta_{11} = N_1 = -3,851F \text{ (регистр С)}.$$

5. Определяем из уравнений равновесия усилия  $N_2$  и  $N_3$  (см. рис. 2, з):

$$\Sigma u = 3,851F \sin \alpha + N_2 \sin \beta + N_3 \sin \gamma = 0;$$

$$\Sigma v = -3,851F \cos \alpha + N_2 \cos \beta + N_3 \cos \gamma = 0.$$

$$\text{Отсюда } 0,5N_2 + 0,707N_3 = -3,334F; 0,866N_2 + 0,707N_3 = -1,925F.$$

Вводим исходные данные в регистры микрокалькулятора: 0,5 П 7; 0,707 П 8; 3,334 /—/ П 9; 0,866 П 4; 0,707 П 5; 1,925 П 6.

В результате вычислений (в/о с/п) получаем  $N_2 = 14,368F$  (регистр 1);  $N_3 = -14,877F$  (регистр 2).



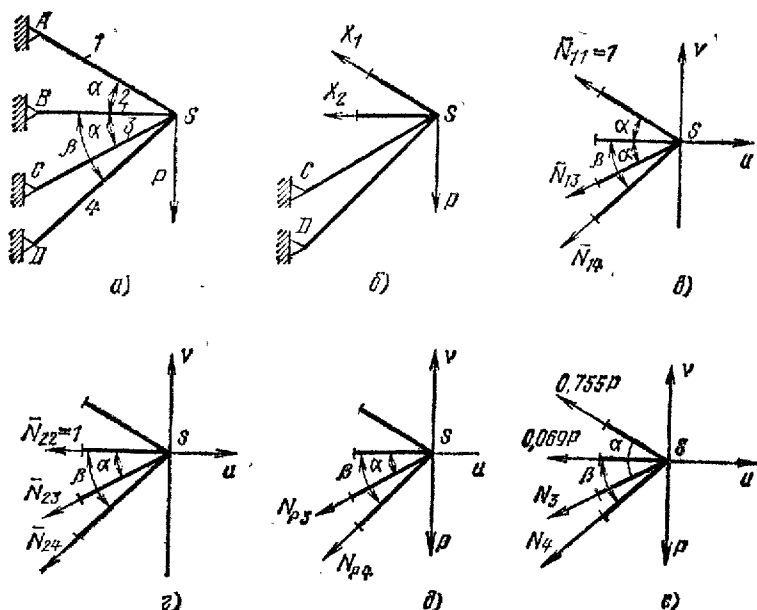


Рис. 3. Расчетная схема дважды статически неопределимой плоской шарнирно-стержневой системы

#### 6. Определяем напряжения в стержнях 1—3

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{-3,851F}{F} = -3,851 \text{ МПа (ИП С 1 +)};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{14,368F}{2F} = 7,184 \text{ МПа (ИП 1 2 +)};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{-14,877F}{F} = -14,877 \text{ МПа (ИП 2 1 +)}.$$

**Задача 4.** Для плоской шарнирно-стержневой системы (рис. 3,а) определить допускаемую (из условия прочности) силу  $P$ .

**Исходные данные:**  $F_1 = F_4 = 2F$ ;  $F_2 = F_3 = F = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ ;  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ;  $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E = 200 \text{ ГПа}$ .

**Решение.** 1. Устанавливаем степень статической неопределимости системы. Для определения нормальных усилий, возникающих в четырех стержнях и образующих с приложенной силой  $P$  плоскую систему сходящихся сил, можно составить только два уравнения рав-

новесия. Таким образом, заданная система оказывается дважды статически неопределимой.

2. В качестве эквивалентной системы выбираем систему из стержней 3 и 4, внутренние усилия в стержнях 1 и 2 принимаем за лишние неизвестные (рис. 3,б).

3. Составляем канонические уравнения метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0; \quad \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0.$$

4. Определяем податливости  $\frac{l_i}{E_i F_i}$  стержней, составляющих заданную систему:

$$l_{AS} = l_{CS} = l_1 = l_3 = \frac{l}{\cos \alpha} = \frac{l}{\cos 30^\circ} = 1,155l;$$

$$l_{BS} = l_2 = l; \quad l_{DS} = l_4 = \frac{l}{\cos \beta} = \frac{l}{\cos 45^\circ} = 1,414l;$$

$$\frac{l_1}{E_1 F_1} = 0,578 \frac{l}{EF}; \quad \frac{l_2}{E_2 F_2} = \frac{l}{EF};$$

$$\frac{l_3}{E_3 F_3} = 1,155 \frac{l}{EF}; \quad \frac{l_4}{E_4 F_4} = 0,707 \frac{l}{EF}.$$

Полученные данные сводим в табл. 5.

5. В режиме программирования микрокалькулятора вводим программу расчета (см. табл. 4) нажатием клавиш F и ПРГ и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

5. Параметры шарнирно-стержневой системы (рис. 3, а)

Стержень $i$	$F_i$	$l_i$	$\frac{l_i}{E_i F_i}$	$N_{11}$	$N_{21}$	$N_{1P}$	$N_{21}$	$\eta_i$
1	2F	1,155l	0,578 $\frac{l}{EF}$	1,000	0	0	0,755P	0,378 $\frac{P}{F}$
2	F	l	$\frac{l}{EF}$	0	1,000	0	0,069P	0,069 $\frac{P}{F}$
3	F	1,155l	1,155 $\frac{l}{EF}$	-3,732	-2,732	2,732P	-0,276P	-0,276 $\frac{P}{F}$
4	2F	1,414l	0,707 $\frac{l}{EF}$	3,346	1,932	-3,347P	-0,685P	-0,842 $\frac{P}{F}$

6. Прикладываем к основной системе вместо неизвестной силы  $X_1$  единичную силу (рис. 3,в) и составляем уравнения равновесия для этой системы

$$\Sigma u = -1 \cdot \cos \alpha - \bar{N}_{13} \cos \alpha - \bar{N}_{14} \cos \beta = 0;$$

$$\Sigma v = 1 \cdot \sin \alpha - \bar{N}_{13} \sin \alpha - \bar{N}_{14} \sin \beta = 0.$$

Отсюда  $0,866\bar{N}_{13} + 0,707\bar{N}_{14} = -0,866$ ;  $0,5\bar{N}_{13} + 0,707\bar{N}_{14} = 0,5$ .

Вводим исходные данные в регистры микрокалькулятора, нажимая последовательно клавиши: 0,866 П 7; 0,707 П 8; —0,866 П 9; 0,5 П 4; 0,707 П 5; 0,5 П 6.

Полученные в результате вычислений (в/о с/п) значения  $\bar{N}_{13} = -3,732$  (регистр 1) и  $\bar{N}_{14} = 3,346$  (регистр 2) заносим (БП 29 с/п) в регистры 0 и 3 соответственно.

Результаты вычислений записываем в табл. 5.

7. Прикладываем к основной системе вместо неизвестной силы  $X_2$  единичную силу (рис. 3,г) и составляем уравнения равновесия для этой системы

$$\Sigma u = -1 - \bar{N}_{23} \cos \alpha - \bar{N}_{24} \cos \beta = 0;$$

$$\Sigma v = -\bar{N}_{23} \sin \alpha - \bar{N}_{24} \sin \beta = 0.$$

Отсюда  $0,866\bar{N}_{23} + 0,707\bar{N}_{24} = -1$ ;  $0,5\bar{N}_{23} + 0,707\bar{N}_{24} = 0$ .

Вводим исходные данные в регистры микрокалькулятора: 0,866 П 7; 0,707 П 8; 1 /—/ П 9; 0,5 П 4; 0,707 П 5; 0 П 6. Полученные в результате вычислений (в/о с/п) значения  $\bar{N}_{23} = -2,732$  (регистр 1) и  $\bar{N}_{24} = 1,932$  (регистр 2) заносим (БП 60 с/п) в регистры С и Д соответственно и записываем в табл. 5.

8. Прикладываем к основной системе заданную силу  $P$  (рис. 3,д) и составляем уравнения равновесия для этой системы

$$\Sigma u = -N_{P3} \cos \alpha - N_{P4} \cos \beta = 0;$$

$$\Sigma v = -N_{P3} \sin \alpha - N_{P4} \sin \beta - P = 0.$$

Отсюда  $0,866N_{P3} + 0,707N_{P4} = 0$ ;  $0,5N_{P3} + 0,707N_{P4} = -1,000P$ .

Вводим исходные данные в регистры микрокалькулятора: 0,866 П 7; 0,707 П 8; 0 П 9; 0,5 П 4; 0,707 П 5; 1 /—/ П 6. Полученные в результате вычислений (в/о с/п) значения  $N_{P3} = 2,732P$  (регистр 1) и  $N_{P4} = -3,347P$  (регистр 2) заносим в табл. 5. В регистре Д восстанавливаем значение  $N_{24}$  (1,932 П Д).

Очищаем регистры 4—9 (БП 52 с/п).

# 9. Определяем значение

$$\delta_{11} = \sum \frac{l_i}{E_i F_i} \bar{N}_{1i}^2 = \frac{l_1}{E_1 F_1} \bar{N}_{11}^2 + \frac{l_2}{E_2 F_2} \bar{N}_{12}^2 +$$

$$+ \frac{l_4}{E_4 F_4} \bar{N}_{14}^2 \quad (0,578 \uparrow 1 \text{ БП } 65 \text{ с/п; } 1,155 \uparrow \text{ ИП } 0 \text{ БП } 65$$

$$\text{с/п; } 0,707 \uparrow \text{ ИП } 3 \text{ БП } 65 \text{ с/п}).$$

В результате получаем  $\delta_{11} = 24,585 l / (EF)$  (регистр 7).

$$10. \text{ Определяем значение } \delta_{22} = \sum \frac{l_i}{E_i F_i} \bar{N}_{2i}^2 = \frac{l_2}{E_2 F_2} \bar{N}_{22}^2 +$$

$$+ \frac{l_3}{E_3 F_3} \bar{N}_{23}^2 + \frac{l_4}{E_4 F_4} \bar{N}_{24}^2, \quad (1 \uparrow 1 \text{ БП } 71; 1,155 \uparrow \text{ ИП } С \text{ БП } 71$$

$$\text{с/п; } 0,707 \uparrow \text{ ИП } Д \text{ БП } 71 \text{ с/п}).$$

В результате получаем  $\delta_{22} = 12,261 l / (EF)$  (регистр 5).

$$11. \text{ Определяем значения } \delta_{12} = \delta_{21} = \sum \bar{N}_{1i} \bar{N}_{2i} \frac{l_i}{E_i F_i} =$$

$$= \bar{N}_{13} \bar{N}_{23} \frac{l_2}{E_2 F_2} + \bar{N}_{14} \bar{N}_{24} \frac{l_4}{E_4 F_4} \quad (\text{ИП } 0 \uparrow \text{ ИП } С \uparrow 1,155 \text{ БП } 77$$

$$\text{с/п; ИП } 3 \uparrow \text{ ИП } Д \uparrow 0,707 \text{ БП } 77 \text{ с/п}).$$

В результате получаем  $\delta_{12} = 16,349 \frac{l}{EF}$  (регистр 4);  $\delta_{21} =$   
 $= \delta_{12} = 16,349 \frac{l}{EF}$  (регистр 8).

$$12. \text{ Определяем значение } \Delta_{1P} = \sum \bar{N}_{1i} N_{Pi} \frac{l_i}{E_i F_i} =$$

$$= \bar{N}_{13} N_{3P} \frac{l_2}{E_2 F_2} + \bar{N}_{14} N_{4P} \frac{l_4}{E_4 F_4} \quad (\text{ИП } 0 \uparrow \text{ ИП } 1 \uparrow 1,155$$

$$\text{БП } 84 \text{ с/п; ИП } 3 \uparrow \text{ ИП } 2 \uparrow 0,707 \text{ БП } 84 \text{ с/п}).$$

В результате получаем  $\Delta_{1P} = -19,697 Pl / (EF)$ ; значение  $-\Delta_{1P} = 19,697 Pl / (EF)$  находится в регистре 9.

$$13. \text{ Определяем значение } \Delta_{2P} = \sum \bar{N}_{2i} N_{Pi} \frac{l_i}{E_i F_i} =$$

$$= \bar{N}_{23} N_{3P} \frac{l_2}{E_2 F_2} + \bar{N}_{24} N_{4P} \frac{l_4}{E_4 F_4} \quad (\text{ИП } С \uparrow \text{ ИП } 1 \uparrow 1,155$$

$$\text{БП } 91 \text{ с/п; ИП } Д \uparrow \text{ ИП } 2 \uparrow 0,707 \text{ БП } 91 \text{ с/п}).$$

В результате получаем  $\Delta_{2P} = -13,193 Pl / (EF)$  и значение  $-\Delta_{2P} = 13,393 Pl / (EF)$  находится в регистре 6.

14. Так как коэффициенты канонических уравнений и слагаемые, учитывающие нагрузку, уже находятся в соответствующих регистрах микрокалькулятора ( $\delta_{11}$  в регистре 7;  $\delta_{12}$  в регистре 8;  $\Delta_{1P}$  в регистре 9;  $\delta_{21}$  в ре-

гистре 4;  $\delta_{22}$  в регистре 5;  $\Delta_{2P}$  в регистре 6), решаем (в/о с/п) систему уравнений

$$24,585 \frac{l}{EF} X_1 + 16,349 \frac{l}{EF} X_2 = 19,697 \frac{Pl}{EF};$$

$$16,349 \frac{l}{EF} X_1 + 12,261 \frac{l}{EF} X_2 = 13,193 \frac{Pl}{EF}.$$

Полученные значения  $X_1 = N_1 = 0,755P$  (регистр 1) и  $X_2 = N_2 = 0,069P$  (регистр 2) переписываем (БП 29 с/п) в регистры 0 и 3 и заносим в табл. 5.

15. Из уравнений равновесия заданной системы находим нормальные усилия в остальных стержнях (рис. 3,е)

$$\Sigma u = -0,755P \cos \alpha - 0,069P - N_3 \cos \alpha - N_4 \cos \beta = 0;$$

$$\Sigma v = 0,755P \sin \alpha - N_3 \sin \alpha - N_4 \sin \beta - P = 0.$$

Отсюда  $0,866N_3 + 0,707N_4 = -0,723P$ ;  $0,5N_3 + 0,707N_4 = -0,622P$ . Вводим исходные данные в регистры микрокалькулятора: 0,866 П 7; 0,707 П 8;  $-0,723$  П 9; 0,5 П 4; 0,707 П 5;  $-0,622$  П 6. Полученные в результате вычислений (в/о с/п) значения  $N_3 = -0,276P$  (регистр 1);  $N_4 = -0,685P$  (регистр 2) заносим в табл. 5.

16. Определяем напряжения в стержнях 1—4 по формуле  $\sigma_i = N_i/F_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) и заносим их значения в регистры 4—7 и табл. 5:

$$\sigma_1 = \frac{0,755P}{2F} = 0,378 \frac{P}{F} \quad (\text{ИП } 0 \ 2 \div \text{П } 4);$$

$$\sigma_2 = 0,069 \frac{P}{F} \quad (\text{ИП } 3 \ 1 \div \text{П } 5);$$

$$\sigma_3 = -0,276 \frac{P}{F} \quad (\text{ИП } 1 \ 1 \div \text{П } 6);$$

$$\sigma_4 = -\frac{0,685P}{2F} = -0,342 \frac{P}{F} \quad (\text{ИП } 2 \ 2 \div \text{П } 7).$$

17. Анализ полученных результатов показывает, что опасным элементом системы является стержень 1. Из условия прочности  $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$  стержня  $0,378P/F \leq [\sigma]$  определяем допускаемую силу

$$[P] = \frac{160 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{0,378} = 0,127 \text{ МН} \quad (160 \uparrow 3 \text{ ВП } 4 \ / - / \times \text{ИП } 4 \div).$$

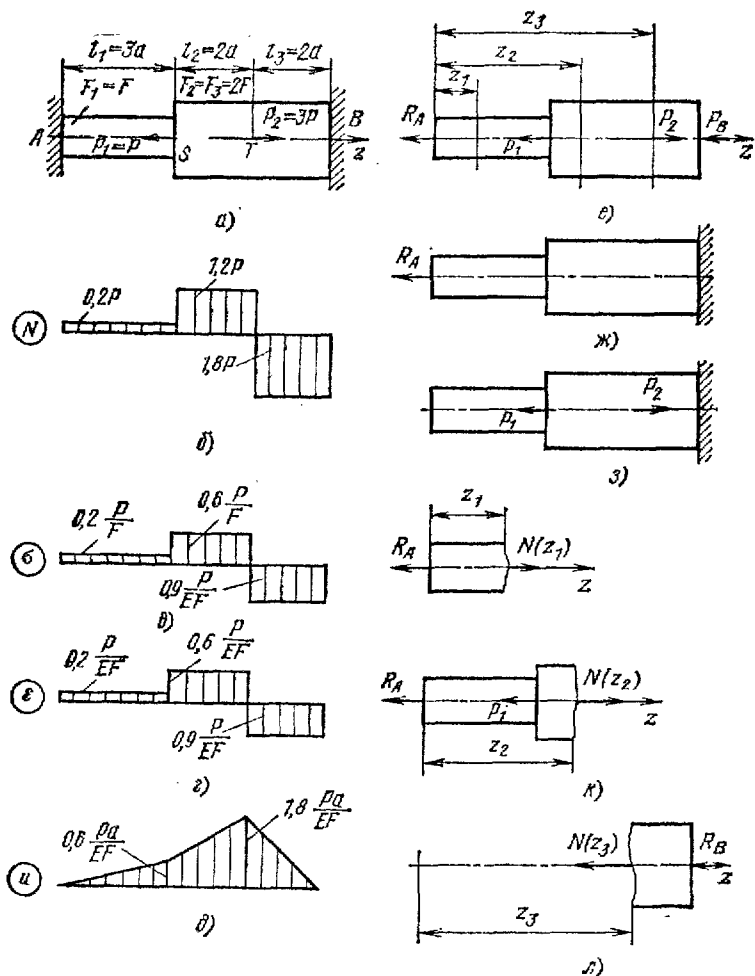


Рис. 4. Расчетная схема статически неопределимого ступенчатого стержня при растяжении-сжатии

**Задача 5.** Ступенчатый брусок жестко закреплен по концам и нагружен продольными силами  $P_1$  и  $P_2$  (рис. 4,а). Построить эпюры нормальных сил  $N$  и напряжений  $\sigma$ , относительных деформаций  $\varepsilon$  и перемещений  $u$ . Из условия прочности определить допускаемую силу  $P$ . Определить энергию деформации как работу

внешних сил и энергию, выраженную через нормальные силы  $N$ .

*Исходные данные:*  $P_1=P$ ;  $P_2=3P$ ;  $l_1=3a$ ;  $l_2=2a$ ;  $l_3=2a$ ;  $F_1=F$ ;  $F_2=F_3=2F$ ;  $a=0,1$  м;  $F=20 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>;  $[\sigma]=160$  МПа;  $E_1=E_2=E_3=E=200$  ГПа.

*Решение.* 1. Составляем уравнение равновесия для заданного бруса, находящегося под действием приложенных сил и опорных реакций (рис. 4, е),

$$\Sigma Z = -R_A - P_1 + P_2 - R_B = 0.$$

Поскольку уравнение равновесия единственное, задача один раз статически неопределимая.

2. Для решения задачи составляем дополнительное уравнение — уравнение совместности перемещений. Отбросив, например, заделку  $A$ , записываем условие отсутствия перемещения сечения  $A$ :

$$u(A) = 0.$$

3. На основании принципа независимости действия сил составляем выражения для перемещения сечения  $A$  под действием реакции  $R_A$  (рис. 4, ж) и сил  $P_i$  (рис. 4, з):

$$u_{RA}(A) = R_A \sum \frac{l_i}{E_i F_i};$$

$$u_P(A) = \sum P_i \frac{l_i}{E_i F_i} = P_1 \left( \frac{l_2}{EF_2} + \frac{l_3}{EF_3} \right) - P_2 \frac{l_3}{EF_3},$$

где  $\sum \frac{l_i}{E_i F_i}$  — общая податливость бруса.

Значения длин, площадей и податливостей участков бруса приведены в табл. 6.

6. Параметры участков бруса (см. рис. 4)

Участок $i$	$l_i$	$F_i$	$\frac{l_i}{EF_i}$	$N(z_i)$	$\sigma(z_i)$	$\epsilon(z_i)$	$u_i$
1	$3a$	$F$	$3 \frac{a}{EF}$	$0,2P$	$0,2 \frac{P}{F}$	$0,2 \frac{P}{EF}$	$u(S) = 0,6 \frac{Pa}{EF}$
2	$2a$	$2F$	$\frac{a}{EF}$	$1,2P$	$0,6 \frac{P}{F}$	$0,6 \frac{P}{EF}$	$u(T) = 1,8 \frac{Pa}{EF}$
3	$2a$	$2F$	$\frac{a}{EF}$	$-1,8P$	$-0,9 \frac{P}{F}$	$-0,9 \frac{P}{EF}$	$u(B) = 0$

Уравнение совместности перемещений отражает тот факт, что общая длина бруса остается неизменной, а сечение  $A$  — неподвижным. Таким образом,

$$u(A) = u_{R_A}(A) + u_P(A) = 0,$$

или

$$R_A \sum \frac{l_i}{EF_i} + P_1 \left( \frac{l_2}{EF_2} + \frac{l_3}{EF_3} \right) - P_2 \frac{l_3}{EF_3} = 0.$$

4. В режиме программирования (Ф ПРГ) вводим программу расчета (табл. 7) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (Ф АВТ).

Вводим исходные данные  $l_1/(E_1F_1)$ ,  $l_2/(E_2F_2)$ ,  $l_3/(E_3F_3)$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$  (см. табл. 6) в регистры микрокалькулятора 7, 8, 9, 4, 5, 6 соответственно (3 П 7; 1 П 8; 1 П 9; 1 П 4; 2 П 5; 2 П 6). В результате вычислений (в/о с/п) получаем общую податливость бруса

$$\sum \frac{l_i}{EF_i} = 5 \frac{a}{EF} \text{ (регистр 0)}.$$

5. Вычисляем перемещение сечения  $A$  бруса под действием приложенных сил по формуле

$$u_P(A) = \sum P_i \frac{l_i}{EF_i} = P_1 \frac{l_2}{EF_2} + P_1 \frac{l_3}{EF_3} - P_2 \frac{l_3}{EF_3}$$

(1 ↑ ИП 8 БП 07 с/п; 1 ↑ ИП 9 БП 07 с/п; 3 /—/ ↑  
ИП 9 БП 07 с/п).

В результате получаем

$$u_P(A) = - \frac{P_a}{EF} \text{ (регистр A)}.$$

6. Из уравнения совместности перемещений определяем (БП 12 с/п) неизвестную реакцию в точке  $A$

$$R_A = - \frac{\sum P_i l_i / (EF_i)}{\sum l_i / (EF_i)} = 0,2P$$

и заносим это значение в регистр 1 (П 1).

Из уравнения равновесия бруса определяем реакцию в точке  $B$

$$R_B = -R_A - P_1 + P_2 = -0,2P - P + 3P = 1,8P$$

(ИП 1 /—/ 1 — 3 +)

и заносим его в регистр 3.



**7. Программа расчета статически неопределимого ступенчатого бруса на прочность при растяжении и сжатии**

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП 7	67	33	ИП Д	6Г	66	F x <sup>2</sup>	22
01	ИП 8	68	34	×	12	67	ИП 9	69
02	ИП 9	69	35	П В	4L	68	×	12
03	+	10	36	с/п	50	69	ИП 1	61
04	+	10	37	ИП 7	67	70	+	10
05	П 0	40	38	ИП 1	61	71	2	02
06	с/п	50	39	×	12	72	+	13
07	×	12	40	П 4	44	73	с/п	50
08	ИП А	6—	41	ИП 8	68	74	ИП В	6L
09	+	10	42	ИП 2	62	75	F x <sup>2</sup>	22
10	П А	4—	43	×	12	76	ИП 1	61
11	с/п	50	44	ИП 4	64	77	×	12
12	ИП А	6—	45	+	10	78	ИП 0	60
13	ИП 0	60	46	П 5	45	79	×	12
14	+	13	47	ИП 9	69	80	ИП А	6—
15	/—/	6L	48	ИП 3	63	81	+	13
16	с/п	50	49	×	12	82	ИП Д	6Г
17	ИП 1	61	50	ИП 5	65	83	+	13
18	ИП 4	64	51	+	10	84	с/п	50
19	+	13	52	с/п	50	85	×	12
20	П 4	44	53	ИП 1	61	86	ИП А	6—
21	ИП 2	62	54	F x <sup>2</sup>	22	87	+	10
22	ИП 5	65	55	ИП 7	67	88	П А	4—
23	+	13	56	×	12	89	с/п	50
24	П 5	45	57	П 1	41	90	ИП А	6—
25	ИП 3	63	58	ИП 2	62	91	ИП В	6L
26	ИП 6	66	59	F x <sup>2</sup>	22	92	—	11
27	+	13	60	ИП 8	68	93	ИП Д	6Г
28	П 6	46	61	×	12	94	×	12
29	с/п	50	62	ИП 1	61	95	ИП 0	60
30	F 1/x	23	63	+	10	96	+	13
31	ИП С	6C	64	П 1	41	97	с/п	50
32	×	12	65	ИП 3	63			

7. Методом сечений из соответствующих уравнений равновесия определяем внутренние нормальные силы  $N(z_i)$ :

на первом участке бруса (рис. 4,и)

$$\Sigma Z = -R_A + N(z_1) = 0; \quad N(z_1) = R_A = 0,2P \quad (\text{регистр 1});$$

на втором участке (рис. 4,к)

$$\Sigma Z = -R_A - P_1 + N(z_2) = 0; \quad N(z_2) = R_A + P_1 = 1,2P$$

(регистр 2);

на третьем участке (рис. 4, л)

$$\Sigma Z = -N(z_3) - R_B = 0; N(z_3) = -R_B = -1,8P \text{ (регистр 3).}$$

8. Определяем (БП 17 с/п) напряжения и относительные деформации на каждом участке бруса, выполняя вычисления в соответствующих регистрах:

$$\sigma(z_1) = \frac{N(z_1)}{F_1} = 0,2 \frac{P}{F}; \quad \varepsilon(z_1) = \frac{N(z_1)}{EF_1} = \\ = 0,2 \frac{P}{EF} \quad \text{(регистр 4);}$$

$$\sigma(z_2) = \frac{N(z_2)}{F_1} = 0,6 \frac{P}{F}; \quad \varepsilon(z_2) = \frac{N(z_2)}{EF_1} = \\ = 0,6 \frac{P}{EF} \quad \text{(регистр 5);}$$

$$\sigma(z_3) = \frac{N(z_3)}{F_3} = -0,9 \frac{P}{F}; \quad \varepsilon(z_3) = \frac{N(z_3)}{EF_3} = \\ = -0,9 \frac{P}{EF} \quad \text{(регистр 6).}$$

Значения  $N(z)$ ;  $\sigma(z)$ ;  $\varepsilon(z)$  заносим в табл. 6.

9. Анализ полученных результатов показывает, что опасным является третий участок бруса. Определим допускаемую силу  $[P]$  из условия прочности ( $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ ) этого участка

$$|0,9P/F| \leq [\sigma].$$

Вводим значения  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$  и  $F = 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$  в регистры микрокалькулятора С и Д.

В результате вычислений (ИП 6 /—/ БП 30 с/п) получаем

$$[P] = [\sigma] F / 0,9 = 0,356 \text{ МН (регистр В).}$$

10. Вычисляем (БП 37 с/п) перемещения граничных сечений бруса относительно сечения А:

$$u(S) = \varepsilon(z_1) l_1 = 0,6 \frac{Pa}{EF} \quad \text{(регистр 4);}$$

$$u(T) = u(S) + \varepsilon(z_2) l_2 = \\ = 0,6 \frac{Pa}{EF} + 0,6 \frac{P}{EF} 2a = 1,8 \frac{Pa}{EF} \quad \text{(регистр 5);}$$

$$u(B) = u(T) + \varepsilon(z_3) l_3 = \\ = 1,8 \frac{Pa}{EF} - 0,9 \frac{P}{EF} 2a = 0 \quad \text{(регистр X)}$$

и записываем их в табл. 6. По найденным значениям  $N(z)$ ;  $\sigma(z)$ ;  $\epsilon(z)$  и  $u(z)$  строим эпюры (рис. 4, б—д).

11. Определяем работу деформирования и энергию деформации бруса. Для этого вводим в регистры микрокалькулятора 0 и А значения  $a=0,1$  м,  $E=2 \cdot 10^5$  МПа соответственно. В результате вычислений (БП 53 с/п) получаем

$$\begin{aligned} A_{\text{деф}} &= \frac{1}{2} \sum P_i (u_i) = \frac{1}{2} [(-P_1) u(S) + P_2 u(T) =] \\ &= \frac{1}{2} \left( -P \cdot 0,6 \frac{Pa}{EF} + 3P \cdot 1,8 \frac{Pa}{EF} \right) = 2,4 \frac{P^2 a}{EF}; \\ U_{\text{деф}} &= \frac{1}{2} \frac{N^2(z_1) l_1}{EF_1} = \frac{1}{2} \left[ \frac{N^2(z_1) l_1}{EF_1} + \frac{N^2(z_2) l_2}{EF_2} + \right. \\ &+ \left. \frac{N^2(z_3) l_3}{EF_3} \right] = \frac{1}{2} \left[ \frac{(0,2P)^2 3a}{EF} + \frac{(1,2P)^2 2a}{E \cdot 2F} + \frac{(-1,8P)^2 2a}{E \cdot 2F} \right] = \\ &= 2,4 \frac{P^2 a}{EF} \quad (\text{регистр X}). \end{aligned}$$

Значение  $U_{\text{деф}} = A_{\text{деф}}$  вводим в регистр 1.

12. Вычисляем (БП 74 с/п) энергию деформации

$$\begin{aligned} U_{\text{деф}} &= 2,4 \frac{[P]^2 a}{EF} = 2,4 \frac{(0,356)^2 0,1}{2 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = \\ &= 7,6 \cdot 10^{-5} \text{ МН} \cdot \text{м} = 76 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

**Задача 6.** Ступенчатый брус (рис. 5, а) жестко закреплен в сечении А. При нагревании заштрихованных участков стержня на  $\Delta t$  К зазор закрывается и в конечных сечениях бруса возникают опорные реакции. Определить опорные реакции и построить эпюры нормальных сил и напряжений  $\sigma$ ; относительных деформаций  $\epsilon$  и перемещений  $u$  по длине бруса.

*Исходные данные:*  $l_1=3a$ ;  $l_2=a$ ;  $l_3=3a$ ;  $a=0,1$  м;  $F_1=F_2=F$ ;  $F_3=2F$ ;  $F=20 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>;  $E_1=E_2=E_3=E=200$  ГПа;  $\Delta=2a \cdot 10^{-4}$  м;  $\Delta t=20$  К;  $\alpha=12 \cdot 10^{-6}$  К<sup>-1</sup>.

*Решение.* 1. Составляем уравнение равновесия бруса

$$\Sigma Z = R_A - R_B = 0.$$

Задача один раз статически неопределимая.

2. В качестве лишней неизвестной выбираем опорную реакцию  $R_B$  и составляем уравнение совместности перемещений (рис. 5, б)

$$u(B) = \sum -R_B \frac{l_i}{E_i F_i} + \sum \alpha \Delta t l_i = \Delta,$$

где  $u(B)$  — общее перемещение сечения В;  $\Sigma -R_B l_i / (E_i F_i)$  — перемещение сечения В под действием реак-

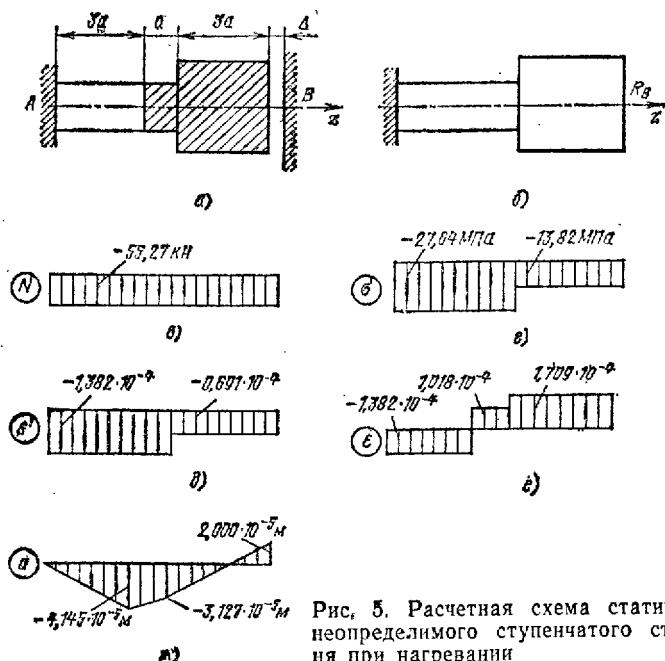


Рис. 5. Расчетная схема статически неопределимого ступенчатого стержня при нагревании

ции  $R_B$ ;  $\Sigma \alpha \Delta t l_i$  — перемещение сечения  $B$  при нагреве заштрихованных участков бруса.

Уравнение совместности перемещений отражает тот факт, что удлинение бруса, т. е. перемещение сечения  $B$  равно зазору  $\Delta$ .

3. Определяем податливости участков бруса:

$$\frac{l_1}{E_1 F_1} = 3 \frac{a}{EF}; \quad \frac{l_2}{E_2 F_2} = \frac{a}{EF}; \quad \frac{l_3}{E_3 F_3} = 1,5 \frac{a}{EF}$$

и заносим их значения в табл. 8.

4. В режиме программирования (F ПРГ) вводим программу расчета (см. табл. 7) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

5. Вводим значения податливостей участков бруса  $l_1/(E_1 F_1)$ ;  $l_2/(E_2 F_2)$  и  $l_3/(E_3 F_3)$  (см. табл. 8) в регистры микрокалькулятора 7, 8 и 9 соответственно и определяем (в/о с/п) общую податливость бруса

$$\Sigma \frac{l_i}{E_i F_i} = 5,5 \frac{a}{EF} \quad (\text{регистр } 0).$$

# 8. Параметры участков бруса (см. рис. 5)

участок $l$	$l_i$	$F_i$	$\frac{l_i}{E_i F_i}$	$N(z_i), \text{кН}$	$\sigma(z_i), \text{МПа}$	$\epsilon'(z) \cdot 10^4$	$\epsilon(z) \cdot 10^4$	$u(z) \cdot 10^5, \text{м}$
1	$3a$	$F$	$3 \frac{a}{EF}$	—55,27	—27,64	—1,382	—1,382	—4,145
2	$a$	$F$	$\frac{a}{EF}$	—55,27	—27,64	—1,382	1,018	—3,127
3	$3a$	$2F$	$1,5 \frac{a}{EF}$	—55,27	—13,82	—0,691	1,709	2,000

6. Вводим исходные данные  $l_1=3a$ ;  $l_2=a$ ;  $l_3=3a$ ;  $\Delta=2a \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ;  $\alpha \Delta t = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 2,4 \cdot 10^{-4}$ ;  $EF = 2 \cdot 10^{11} \times 20 \cdot 10^{-4} = 40 \cdot 10^7 \text{ Н} = 400 \text{ МН}$  в регистры микрокалькулятора 7, 8, 9, В, С и Д соответственно и определяем перемещение сечения В, обусловленное нагреванием заштрихованных участков стержня:

$$\Sigma l_i \alpha \Delta t = l_2 \alpha \Delta t + l_1 \alpha \Delta t.$$

Вычислив слагаемые этой суммы (1 ↑ ИП С БП 85 с/п; 3 ↑ ИП С БП 85 с/п), получаем

$$\Sigma l_i \alpha \Delta t = 9,6 \cdot 10^{-4} a \text{ (регистр А)}.$$

7. Из уравнения совместности перемещений определяем (БП 90 с/п) реакцию

$$R_B = \frac{\Sigma \alpha \Delta t l_i - \Delta}{\Sigma l_i / (E_i F_i)} = \frac{9,6 \cdot 10^{-4} a - 2 \cdot 10^{-4} a}{5,5a / (EF)} =$$

$$= 5,527 \cdot 10^{-2} \text{ МН} = 55,27 \text{ кН (регистр Х)}.$$

8. Заносим в регистры 1, 2 и 3 значения нормальных сил в сечениях участков бруса (/—/ П 1; П 2; П 3) и вводим исходные данные  $F=20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $a=0,1 \text{ м}$ ;  $E=210 \text{ ГПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  $l_1=0,3 \text{ м}$ ;  $l_2=0,1 \text{ м}$ ;  $l_3=0,3 \text{ м}$ ;  $F_1=20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $F_2=20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $F_3=40 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$  в регистры микрокалькулятора 0, А, Д, 7, 8, 9, 4, 5 и 6 соответственно (20 ВП 4 /—/ П 0; 0,1 П А; 2 ВП 5 П Д; 0,3 П 7; 0,1 П 8; 0,3 П 9; 20 ВП 4 /—/ П 4; 20 ВП 4 /—/ П 5; 40 ВП 4 /—/ П 6).

9. Определяем (БП 17 с/п) напряжения в сечениях различных участков бруса:

$$\sigma(z_1) = \frac{N(z_1)}{F_1} = \frac{-5,527 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} = -27,6 \text{ МПа (регистр 4);}$$

$$\sigma(z_2) = \frac{N(z_2)}{F_2} = \frac{-5,527 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} = -27,6 \text{ МПа (регистр 5);}$$

$$\sigma(z_3) = \frac{N(z_3)}{F_3} = \frac{5,527 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-4}} = 13,8 \text{ МПа (регистры X и 6).}$$

Полученные значения напряжений  $\sigma(z)$  помещаем в табл. 8.

10. Определяем относительные деформации различных участков бруса от напряжений:

$$\varepsilon'(z_1) = \frac{\sigma(z_1)}{E} = -\frac{27,6}{2 \cdot 10^5} = -1,382 \cdot 10^{-4}$$

(ИП 4 ↑ ИП Д БП 96 с/п);

$$\varepsilon'(z_2) = \frac{\sigma(z_2)}{E} = -\frac{27,6}{2 \cdot 10^5} = -1,382 \cdot 10^{-4}$$

(ИП 5 ↑ ИП Д БП 96 с/п);

$$\varepsilon'(z_3) = \frac{\sigma(z_3)}{E} = -\frac{13,8}{2 \cdot 10^5} = -0,691 \cdot 10^{-4}$$

(ИП 6 ↑ ИП Д БП 96 с/п).

Полученные значения  $\varepsilon'(z_1)$ ,  $\varepsilon'(z_2)$  и  $\varepsilon'(z_3)$  вводим в регистры 4, 5 и 6 соответственно и помещаем в табл. 8.

11. Определяем относительные деформации различных участков бруса с учетом температурного расширения:

$$\varepsilon(z_1) = \varepsilon'(z_1) = -1,382 \cdot 10^{-4};$$

значение  $\varepsilon(z_1)$  из регистра 4 перепишем в регистр 1 (ИП 4 П 1);

$$\varepsilon(z_2) = \varepsilon'(z_2) + \alpha \Delta t = -1,382 \cdot 10^{-4} + 2,4 \cdot 10^{-4} = 1,018 \cdot 10^{-4}$$

(ИП 5 ИП С +);

значение  $\varepsilon(z_2)$  вводим в регистр 2 (П 2);

$$\varepsilon(z_3) = \varepsilon'(z_3) + \alpha \Delta t = -0,691 \cdot 10^{-4} + 2,4 \cdot 10^{-4} = 1,709 \cdot 10^{-4}$$

(ИП 6 ИП С +);

значение  $\varepsilon(z_3)$  вводим в регистр 3 (П 3).

Полученные значения  $\varepsilon(z)$  помещаем в табл. 8.

12. Определяем (БП 37 с/п) перемещения граничных сечений бруса

$$u(S) = \varepsilon(z_1) l_1 = (-1,382 \cdot 10^{-4}) 0,3 = -4,145 \cdot 10^{-5} \text{ м} \\ (\text{регистр 4});$$

$$u(T) = u(S) + \varepsilon(z_2) l_2 = -4,145 \cdot 10^{-5} + 1,018 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 = \\ = -3,127 \cdot 10^{-5} \text{ м} (\text{регистр 5});$$

$$u(B) = u(T) + \varepsilon(z_3) l_3 = -3,127 \cdot 10^{-5} + 1,709 \cdot 10^{-4} \cdot 0,3 = \\ = 2 \cdot 10^{-5} = \Delta (\text{регистр X}).$$

Значения  $u(S)$ ,  $u(T)$  и  $u(B)$  помещаем в табл. 8.

По результатам вычислений строим эпюры  $N$ ,  $\sigma$ ,  $\varepsilon'$ ,  $\varepsilon(z)$  и  $u$  (рис. 5, в—ж).

### 3. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ ВАЛОВ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ КРУЧЕНИИ

**Задача 7.** Для ступенчатого вала круглого сечения (рис. 6, а), жестко заделанного обоими концами и нагруженного моментами  $M_1$  и  $M_2$ , определить реактивные моменты  $M_A$  и  $M_B$ , построить эпюры крутящих моментов  $M_z$ , наибольших касательных напряжений  $\tau_{\max}$ , относительных углов закручивания  $\theta$  и углов поворота сечений  $\alpha$  по длине вала. Определить из условия прочности и жесткости допускаемый момент  $[M]$ . Построить эпюру касательных напряжений в опасном сечении при найденном значении  $[M]$ .

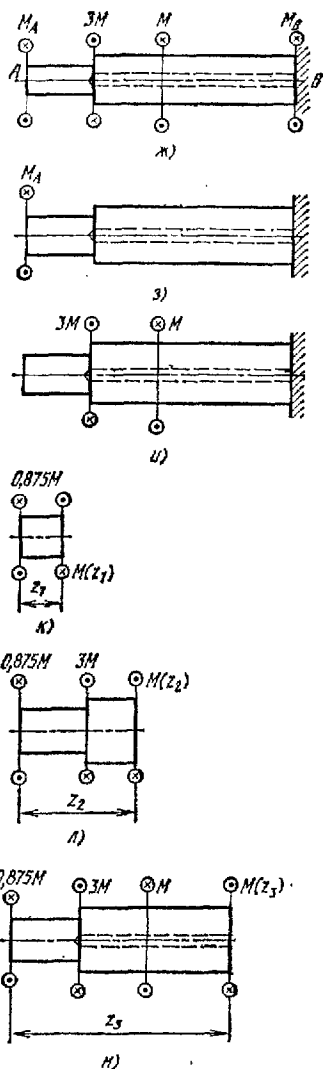
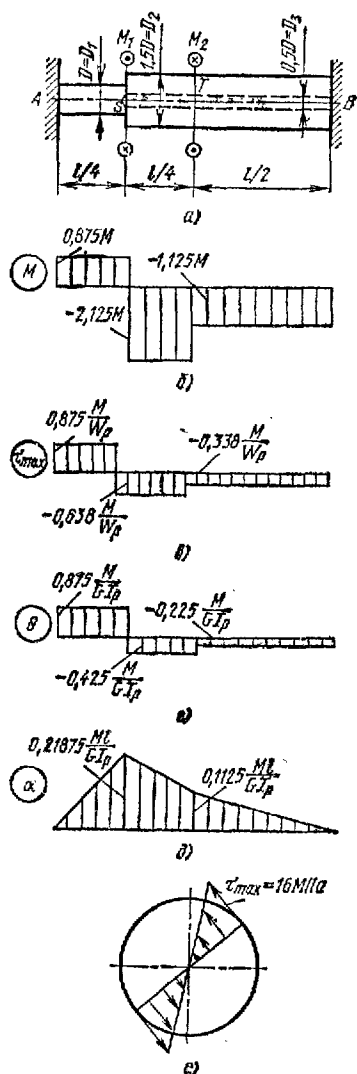
*Исходные данные:*  $D = 0,04$  м;  $[\tau] = 80$  МПа;  $[\theta] = 0,5^\circ$ ;  $G = 80$  ГПа.

*Решение.* 1. Заменяем действие заделок реактивными моментами  $M_A$  и  $M_B$  и составляем уравнение равновесия (рис. 6, ж)

$$\Sigma m_z = -M_A + M_1 - M_2 - M_B = 0.$$

Так как в это уравнение входят две неизвестные величины ( $M_A$  и  $M_B$ ), задача один раз статически неопределимая. Для раскрытия статической неопределимости составляем уравнение совместности перемещений, отбросив левую заделку и заменив ее действие реактивным моментом  $M_A$  (см. рис. 6, ж). Так как сечение А должно оставаться неподвижным, это уравнение принимает вид

$$\alpha(A) = 0.$$



21

Рис. 6. Расчетная схема статически неопределимого круглого ступенчатого стержня при кручении



На основании принципа независимости действия сил записываем

$$\alpha(A) = \sum \frac{l_i}{GI_{pi}} M_A + \sum \frac{l_i}{GI_{pi}} M_i = 0,$$

где  $l_i/(GI_{pi})$  — податливость  $i$ -го участка вала;  $M_i$  — заданные моменты ( $M_1$  и  $M_2$ ).

2. Значения диаметров и длин отдельных участков вала записываем в табл. 9.

Для вычисления полярных моментов сопротивления и инерции сечений при кручении в режиме программирования микрокалькулятора (Ф ПРГ) вводим программу расчета (табл. 10) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (Ф АВТ).

Для первого участка вала диаметром  $D$  имеем

$$W_{p1} = W_p = \frac{\pi D^3}{16}; \quad I_{p1} = I_p = \frac{\pi D^4}{32}.$$

Для второго и третьего участка, последовательно нажимая клавиши: 0,5 ↑ 1,5 в/о с/п, получаем

9. Параметры участков вала (см. рис. 6)

Уча- сток $i$	$D_{ni}$	$D_{vni}$	$W_{pi}$	$I_{pi}$	$l_i$	$\frac{l_i}{GI_{pi}}$	$M(z_i)$
1	$D$	—	$W_p$	$I_p$	0,25 $l$	$0,25 \frac{l}{GI_p}$	0,875 $M$
2	1,5 $D$	0,5 $D$	3,33 $W_p$	5 $I_p$	0,25 $l$	$0,05 \frac{l}{GI_p}$	-2,125 $M$
3	1,5 $D$	0,5 $D$	3,33 $W_p$	5 $I_p$	0,5 $l$	$0,1 \frac{l}{GI_p}$	-1,125 $M$

Уча- сток $i$	$\tau(z_i)$	$\theta(z_i)$	$\varphi(z_i)$	$\alpha(z_i)$
1	$0,875 \frac{M}{W_p}$	$0,875 \frac{M}{GI_p}$	$0,21875 \frac{Ml}{GI_p}$	$\alpha(S) = 0,21875 \frac{Ml}{GI_p}$
2	$-0,638 \frac{M}{W_p}$	$-0,425 \frac{M}{GI_p}$	$-0,10625 \frac{Ml}{GI_p}$	$\alpha(T) = 0,1125 \frac{Ml}{GI_p}$
3	$-3,338 \frac{M}{W_p}$	$-0,225 \frac{M}{GI_p}$	$-0,1125 \frac{Ml}{GI_p}$	$\alpha(B) = 0$

10. Программа расчета статически неопределимых валов на прочность при кручении

Адрес команды	Клавиши	Код операции	Адрес команды	Клавиши	Код операции	Адрес команды	Клавиши	Код операции
00	+	13	33	П 0	40	66	×	12
01	F $x^2$	22	34	с/п	50	67	П 5	45
02	F $x^2$	22	35	ИП 0	60	68	с/п	50
03	1	01	36	ИП 8	68	69	F $1/x$	23
04	$\begin{matrix} \uparrow \\ xy \end{matrix}$	14	37	×	12	70	ИП 3	63
05	—	11	38	П 0	40	71	×	12
06	П С	4С	39	ИП А	6—	72	П 6	46
07	с/п	50	40	ИП 9	69	73	с/п	50
08	×	12	41	×	12	74	F $1/x$	23
09	1	01	42	П А	4—	75	ИП 0	60
10	6	06	43	с/п	50	76	×	12
11	×	12	44	ИП 1	61	77	ИП Д	6Г
12	F $\pi$	20	45	+	10	78	×	12
13	÷	13	46	П 1	41	79	П С	4С
14	П 8	48	47	с/п	50	80	с/п	50
15	с/п	50	48	×	12	81	F $1/x$	23
16	×	12	49	ИП 2	62	82	ИП А	6—
17	3	03	50	+	10	83	×	12
18	2	02	51	П 2	42	84	ИП 7	67
19	×	12	52	с/п	50	85	×	12
20	F $\pi$	20	53	ИП 2	62	86	ИП 8	68
21	+	13	54	ИП 1	61	87	×	12
22	П 9	49	55	+	13	88	П В	4L
23	с/п	50	56	/—/	0L	89	с/п	50
24	÷	13	57	П 1	41	90	×	12
25	П В	4L	58	с/п	50	91	ИП 0	60
26	F $x^2$	22	59	F $1/x$	23	92	÷	13
27	F $x^2$	22	60	ИП 1	61	93	П 9	49
28	ИП С	6С	61	×	12	94	с/п	50
29	×	12	62	П 4	44	95	+	13
30	П А	4—	63	с/п	50	96	П 8	48
31	ИП В	6L	64	F $1/x$	23	97	с/п	50
32	÷	13	65	ИП 2	62			

$[1 - (0,5D/1,5D)^4] = 0,988$  (регистр С), затем выполнив операции  $1,5 \uparrow 1$  БП 24 с/п, находим

$$\begin{aligned}
 W_{p2} &= W_{p3} = \left[ 1 - \left( \frac{0,5D}{1,5D} \right)^4 \right] \left( \frac{1,5D}{D} \right)^3 W_p = \\
 &= 3,33 W_p \quad (\text{регистр 0}); \\
 I_{p2} &= I_{p3} = \left[ 1 - \left( \frac{0,5D}{D} \right)^4 \right] \left( \frac{1,5D}{D} \right)^4 I_p = \\
 &= 5,0 I_p \quad (\text{регистр А}).
 \end{aligned}$$

Значения  $W_{pi}$ ,  $I_{pi}$  и  $l_i/(GI_{pi})$  записываем в табл. 9.  
3. Вычисляем угол поворота сечения  $A$  от реактивного момента  $M_A$  (рис. 6, з)

$$\alpha_{M_A}(A) = M_A \sum \frac{l_i}{GI_{pi}} = M_A \left( \frac{l_1}{GI_{p1}} + \frac{l_2}{GI_{p2}} + \frac{l_3}{GI_{p3}} \right) = \\ = M_A (0,25 + 0,05 + 0,1) \frac{l}{GI_p} = 0,4 M_A \frac{l}{GI_p} \quad (\text{регистр 1}),$$

используя последовательно для определения значения  $\Sigma l_i/(GI_{pi})$  операцию безусловного перехода (БП 44 с/п).

4. Вычисляем угол поворота сечения  $A$  от внешних моментов (рис. 6, и)

$$\alpha_{\Sigma M_i}(A) = \sum \frac{l_i}{GI_{pi}} M_i = \frac{l_1}{GI_{p1}} M_1 + \frac{l_2}{GI_{p2}} M_1 + \\ + \frac{l_3}{GI_{p3}} M_2 = -0,35 \frac{Ml}{GI_p} \quad (\text{регистр 2});$$

используя последовательно операцию безусловного перехода (БП 48 с/п).

5. Из уравнения перемещений определяем (БП 53 с/п) реактивный момент

$$M_A = - \frac{\Sigma M_{pi} l_i / (GI_{pi})}{\Sigma l_i / (GI_{pi})} = 0,875 M \quad (\text{регистр 1}).$$

6. С помощью метода сечений определяем крутящие моменты:

на первом участке вала (рис. 6, к)

$$M(z_1) = M_A = 0,875 M \quad (\text{регистр 1});$$

на втором участке (рис. 6, л)

$$M(z_2) = M(z_1) - 3M = -2,125 M. \quad (\text{ИП 1 3 } -);$$

значение  $M(z_2)$  помещаем в регистр 2 (П 2);

на третьем участке (рис. 6, м)

$$M(z_3) = M(z_2) + M = -1,125 M \quad (\text{ИП 2 1 } +);$$

значение  $M(z_3)$  помещаем в регистр 3 (П 3).

Значения  $M(z_i)$  записываем в табл. 9.

7. Помещаем значение  $D/2$  в регистр В (0,02 П В); значение  $\pi/32$  — в регистр С (F π 32 ÷ П С). Вычисляем (0,04 БП 26 с/п) полярные моменты сопротивления и инерции сечения на первом участке вала

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} = 1,257 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 \quad (\text{регистр 0});$$

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} = 2,513 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4 \quad (\text{регистр А}).$$

8. Определяем значения  $\tau_{\max}(z)$  на каждом участке вала

$$\tau_{\max}(z_1) = 0,875 \frac{M}{W_p} \quad (\text{регистр 4});$$

$$\tau_{\max}(z_2) = -0,638 \frac{M}{W_p} \quad (\text{регистр 5});$$

$$\tau_{\max}(z_3) = -0,338 \frac{M}{W_p} \quad (\text{регистр 6}),$$

выполнив последовательно операции: 1 БП 59 с/п; 3,33 БП 64 с/п; 3,33 БП 69 с/п).

Значения  $\tau_{\max}(z)$  записываем в табл. 9.

9. Из условия прочности  $\tau_{\max} < [\tau]$  определяем допускаемый момент  $[M]_{[\tau]}$ .

Значение  $[\tau] = 80$  МПа помещаем в регистр Д (80 П Д). В данном случае  $\tau_{\max} = 0,875 M / W_p$ .

В результате вычислений (ИП 4 БП 74 с/п) получаем

$$\begin{aligned} [M]_{[\tau]} &= \frac{[\tau] W_p}{0,875} = 1,149 \cdot 10^{-3} \text{ МН} \cdot \text{м} = \\ &= 1,149 \text{ кН} \cdot \text{м} \quad (\text{регистр С}). \end{aligned}$$

10. Определяем значения  $\theta(z)$  на каждом участке вала

$$\theta(z_1) = 0,875 \frac{M}{GI_p} \quad (\text{регистр 4});$$

$$\theta(z_2) = -0,425 \frac{M}{GI_p} \quad (\text{регистр 5});$$

$$\theta(z_3) = -0,225 \frac{M}{GI_p} \quad (\text{регистр 6}),$$

выполнив последовательно следующие операции: 1 БП 59 с/п; 5 БП 64 с/п; 5 БП 69 с/п.

Значения  $\theta(z)$  записываем в табл. 9.

11. Из условия жесткости  $\theta_{\max} \leq [\theta]$  определяем допускаемый момент  $[M]_{[\theta]}$ . Значение  $[\theta]$  вводим в регистр 7 ( $0,5 \uparrow 57,3 \div$  П 7); значение модуля упругости  $G$  — в регистр 8 (8 ВП 10 П 8). В данном случае  $\theta_{\max} = 0,875 M / (GI_p)$ , тогда после вычислений (ИП 4 БП 81 с/п), получаем

$$\begin{aligned} [M]_{[\theta]} &= \frac{G [\theta] I_p}{0,875} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,5 \cdot 2,513 \cdot 10^{-7}}{57,3 \cdot 0,875} = \\ &= 200,5 \text{ Н} \cdot \text{м} \quad (\text{регистр В}). \end{aligned}$$

12. Определяем значение  $\tau_{\max}$  на опасном участке вала AS

$$\tau_{\max} = \frac{[M]_{\min}}{W_p} = \frac{[M]_{(0)}}{W_p}.$$

Выполнив вычисления (ИП В  $\uparrow$  1 БП 90 с/п), получаем

$$\tau_{\max} = \frac{200,5}{1,257 \cdot 10^{-5}} = 160 \cdot 10^5 \text{ Па} = 16 \text{ МПа} \quad (\text{регистр 9}).$$

13. Определяем угол закручивания каждого участка вала

$$\varphi_{AS} = \theta(z_1) l_1 = 0,21875 \frac{Ml}{GI_p} \quad (\text{ИП 4 } 0,25 \times);$$

$$\varphi_{ST} = \theta(z_2) l_2 = -0,10625 \frac{Ml}{GI_p} \quad (\text{ИП 5 } 0,25 \times).$$

$$\varphi_{TB} = \theta(z_3) l_3 = -0,1125 \frac{Ml}{GI_p} \quad (\text{ИП 6 } 0,5 \times).$$

Значения  $\theta(z_i)$  заносим в регистры 4, 5 и 6 соответственно и записываем в табл. 9.

14. Определяем углы поворота граничных сечений вала

$$\alpha(S) = \varphi_{AS} = 0,21875 \frac{Ml}{GI_p} \quad (\text{ИП 4});$$

$$\alpha(T) = \alpha(S) + \varphi_{ST} = 0,1125 \frac{Ml}{GI_p} \quad (\text{Р X ИП 5 } +);$$

$$\alpha(B) = \alpha(T) + \varphi_{TB} = 0 \quad (\text{Р X ИП 6 } +).$$

Значения  $\alpha(z_i)$  записываем в табл. 9.

Используя полученные значения  $M(z)$ ,  $\tau_{\max}(z)$ ,  $\theta(z)$ ,  $\alpha(z)$  (см. табл. 9), строим эпюры (рис. 6, б—д).

**Задача 8.** Для ступенчатого вала (рис. 7, а), жестко заделанного обоими концами и нагруженного моментом  $M$ , определить реактивные моменты  $M_A$  и  $M_B$ , построить эпюры крутящих моментов  $M_z(z)$ , наибольших касательных напряжений  $\tau_{\max}(z)$ , относительных углов закручивания  $\theta(z)$  и углов поворота сечений  $\alpha(z)$ . Определить коэффициент запаса по текучести  $n_t$ , если  $M=16 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $D=0,1 \text{ м}$ ; на участке  $TB$  вал имеет прямоугольное сечение ( $h/b=1,5$ ;  $b=0,5D$ );  $\tau_t=240 \text{ МПа}$ ,  $G=80 \text{ ГПа}$ .

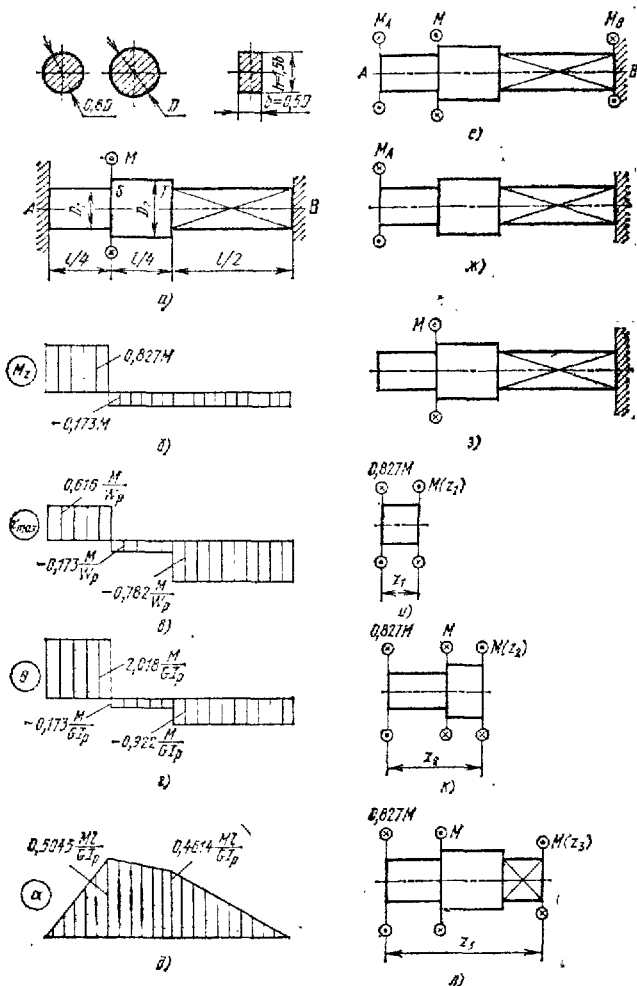


Рис. 7. Расчетная схема статически неопределимого ступенчатого стержня круглого и прямоугольного поперечных сечений при кручении

*Решение.* 1. Заменяем действие заделок реактивными моментами  $M_A$  и  $M_B$  (рис. 7, е) и составляем уравнение равновесия

$$\Sigma m_i = -M_A + M - M_B = 0.$$

Так как в это уравнение входят две неизвестные величины ( $M_A$  и  $M_B$ ), задача один раз статически неопределимая. Для раскрытия статической неопределимости, как и в задаче 7, составляем уравнение совместности перемещений, отбросив левую заделку и заменив ее действие реактивным моментом  $M_A$  (рис. 7, е). Так как сечение  $A$  должно оставаться неподвижным, уравнение совместности перемещений имеет вид

$$\alpha(A) = 0.$$

Согласно принципу независимости действия сил

$$\alpha(A) = \sum \frac{I_i}{GI_{\rho i}} M_A + \sum \frac{I_i}{GI_{\rho i}} M_i = 0.$$

Так как на участке  $TB$  вал имеет прямоугольное сечение, при решении задачи целесообразно его геометрические характеристики (моменты сопротивления  $W_K$  и момент инерции  $I_K$  при кручении) выразить через полярные моменты сопротивления и инерции круглого сечения. Так как

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} \quad \text{и} \quad W_K = \alpha b^2 h,$$

где  $\alpha = f_1(k)$ ;  $k = h/b$ , т. е.  $W_K = \alpha k b^3$ , то

$$\frac{W_K}{W_p} = \frac{16}{\pi} \alpha k \left( \frac{b}{D} \right)^3.$$

Тогда

$$W_K = \frac{16}{\pi} \alpha k \left( \frac{b}{D} \right)^3 W_p.$$

Аналогично,

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} \quad \text{и} \quad I_K = \beta b^2 h,$$

где  $\beta = f_2(k)$ ; т. е.  $I_K = \beta k b^4$ , то

$$\frac{I_K}{I_p} = \frac{32}{\pi} \beta k \left( \frac{b}{h} \right)^4.$$

Следовательно,

$$I_K = \frac{32}{\pi} \beta k \left( \frac{b}{D} \right)^4 I_p.$$

# 11. Параметры участков вала (см. рис. 7)

Уча- сток $l$	$D_l$	$b_l$	$W_{pl}$ или $W_{kl}$	$I_{pl}$ или $I_{kl}$	$l_l$	$\frac{l_l}{GI_{pl}}$	$M(z_l)$
1	$0,8D$	—	$0,512W_p$	$0,42I_p$	$0,25l$	$0,61 \frac{l}{GI_p}$	$0,827M$
2	$D$	—	$W_p$	$I_p$	$0,25l$	$0,25 \frac{l}{GI_p}$	$-0,173M$
3	—	$0,5D$	$0,2W_p$	$0,187I_p$	$0,5l$	$2,672 \frac{l}{GI_p}$	$-0,173M$

Уча- сток $l$	$\varphi(z_l)$	$\tau(z_l)$	$\theta(z_l)$	$\alpha(z_l)$
1	$0,5045 \frac{Ml}{GI_p}$	$1,616 \frac{M}{W_p}$	$2,018 \frac{M}{GI_p}$	$\alpha(S) = 0,5045 \frac{Ml}{GI_p}$
2	$-0,0432 \frac{Ml}{GI_p}$	$-0,173 \frac{M}{W_p}$	$-0,173 \frac{M}{GI_p}$	$\alpha(T) = 0,4613 \frac{Ml}{GI_p}$
3	$-0,4617 \frac{Ml}{GI_p}$	$-0,781 \frac{M}{W_p}$	$-0,923 \frac{M}{GI_p}$	$\alpha(B) = 0$

2. Значения диаметров, размера  $b$  и длин отдельных участков вала записываем в табл. 11.

В режиме программирования (F ПРГ) вводим программу расчета статически неопределимых валов на прочность при кручении (табл. 10), переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ) и вычисляем геометрические характеристики сечений отдельных участков вала.

Для первого участка

$$W_{p1} = \left( \frac{0,8D}{D} \right)^3 W_p = 0,512 W_p \quad (\text{регистр } 0),$$

$$I_{p1} = \left( \frac{0,8D}{D} \right)^4 I_p = 0,41 I_p \quad (\text{регистр } A).$$

Следует отметить, что перед вычислениями ( $0,8 \uparrow 1$  БП 24 с/п) необходимо заслать в регистр С единицу (1 П С).



Для второго участка

$$W_{p2} = W_p; \quad I_{p2} = I_p.$$

Для третьего участка сначала определяем значения

$$(16/\pi)\alpha k; \quad (32/\pi)\beta k; \quad (b/D)^3 \text{ и } (b/D)^4.$$

При заданном значении  $k = h/b = 1,5$   $\alpha = 0,231$ ;  $\beta = 0,196$  [15].

Таким образом, выполнив вычисления  $(0,231 \uparrow 1,5 \text{ БП } 08 \text{ с/п}$  и  $0,196 \uparrow 1,5 \text{ БП } 16 \text{ с/п})$ , получаем

$$\frac{16}{\pi} \alpha k = 1,765 \quad (\text{регистр } 8).$$

$$\frac{32}{\pi} \beta k = 2,995 \quad (\text{регистр } 9).$$

Используя операцию безусловного перехода  $(0,5 \uparrow 1 \text{ БП } 24 \text{ с/п})$ , вычисляем

$$\left(\frac{b}{D}\right)^3 = 0,125 \quad (\text{регистр } 0);$$

$$\left(\frac{b}{D}\right)^4 = 0,0625 \quad (\text{регистр } A)$$

В результате окончательных вычислений (БП 35 с/п), получаем

$$W_k = \frac{16}{\pi} \alpha k \left(\frac{b}{D}\right)^3 W_p = 0,221 W_p \quad (\text{регистр } 0);$$

$$I_k = \frac{32}{\pi} \beta k \left(\frac{b}{D}\right)^4 I_p = 0,187 I_p \quad (\text{регистр } A).$$

Найденные значения  $W_{pi}$ ;  $I_{pi}$  и  $l_i/(GI_{pi})$  записываем в табл. 11.

3. Вычисляем угол поворота сечения  $A$  от реактивного момента  $M_A$  (рис. 7, ж)

$$M_A \sum \frac{l_i}{GI_{pi}} = 3,533 M_A \frac{l}{GI_p} \quad (\text{регистр } 1),$$

используя последовательно операцию безусловного перехода (БП 44 с/п).

4. Вычисляем угол поворота сечения  $A$  от заданного момента  $M$  (рис. 7, з)

$$\begin{aligned} \alpha_M(A) &= \sum \frac{l_i}{GI_{pi}} M_i = \frac{l_2}{GI_{p2}} M + \frac{l_3}{GI_{p3}} M = \\ &= -2,923 M \quad (\text{регистр } 2). \end{aligned}$$

Для вычисления слагаемых этой суммы используем операции:  $0,25 \uparrow 1 / \text{---} / \text{БП } 48 \text{ с/п}$ ;  $2,673 \uparrow 1 / \text{---} / \text{БП } 48 \text{ с/п}$ .

5. Из уравнения совместности перемещений определяем (БП 53 с/п) неизвестный реактивный момент

$$M_A = - \frac{\Sigma M_{il} l_i / (GI_{pl})}{\Sigma l_i / (GI_{pl})} = 0,827 M \quad (\text{регистр } 1).$$

6. В режиме автоматической работы методом сечений определяем крутящие моменты:

на первом участке вала (рис. 7, *u*)

$$M(z_1) = M_A = 0,827 M \quad (\text{регистр } 1);$$

на втором и третьем участках (рис. 7, *к* и *л*)

$$M(z_2) = M(z_3) = M(z_1) - M = -0,173 M \quad (\text{ИП } 1 \text{ } 1 \text{ ---}).$$

Это значение помещаем в регистры 2 и 3.

Значения  $M(z_i)$  записываем в табл. 11.

7. Помещаем значение  $D/2$  в регистр В ( $0,05 \text{ П В}$ ); значение  $\pi/32$  — в регистр С ( $F \pi 32 \div \text{П С}$ ). В результате вычислений ( $0,1 \text{ БП } 26 \text{ с/п}$ ) получаем

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} = 1,963 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \quad (\text{регистр } 0);$$

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} = 9,817 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4 \quad (\text{регистр } A).$$

8. Используя значения  $W_{p1}$  ( $0,512 \text{ БП } 59 \text{ с/п}$ ),  $W_{p2}$  ( $1 \text{ БП } 64 \text{ с/п}$ ) и  $W_{p3}$  ( $0,221 \text{ БП } 69 \text{ с/п}$ ), определяем значения  $\tau_{\max}(z)$  на каждом участке вала

$$\tau_{\max}(z_1) = 1,616 \frac{M}{W_p} \quad (\text{регистр } 4);$$

$$\tau_{\max}(z_2) = -0,173 \frac{M}{W_p} \quad (\text{регистр } 5);$$

$$\tau_{\max}(z_3) = -0,781 \frac{M}{W_p} \quad (\text{регистр } 6).$$

Значения  $\tau_{\max}(z_i)$  записываем в табл. 11.

9. На наиболее нагруженном участке вала (*AS*)

$$\tau_{\max} = 1,616 M / W_p \quad (\text{регистр } 4).$$

При заданном значении  $M = 16 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , выполнив вычисления ( $16 \text{ ВП } 3 / \text{---} / \uparrow \text{ИП } 4 \text{ БП } 90 \text{ с/п}$ ), получаем

$$\tau_{\max} = 1,616 \frac{16 \cdot 10^{-3}}{1,963 \cdot 10^{-4}} = 132 \text{ МПа} \quad (\text{регистр } 9).$$

10. Определяем значение коэффициента запаса по пределу текучести

$$n_T = \tau_T / \tau_{\max}.$$

Выполнив вычисления (240 ↑ ИП 9 БП 95 с/п) при заданном значении  $\tau_T = 240$  МПа и найденном значении  $\tau_{\max}$  (регистр 9), получаем

$$n_T = \frac{240}{132} = 1,82 \quad (\text{регистр 8}).$$

11. Используя значения  $I_{p1}$  (0,41 БП 59 с/п),  $I_{p2}$  (1 БП 64 с/п) и  $I_{p3}$  (0,187 БП 69 с/п), определяем значения  $\theta(z)$  на каждом участке вала

$$\theta(z_1) = 2,018 \frac{M}{GI_p} \quad (\text{регистр 4});$$

$$\theta(z_2) = -0,173 \frac{M}{GI_p} \quad (\text{регистр 5});$$

$$\theta(z_3) = -0,923 \frac{M}{GI_p} \quad (\text{регистр 6}).$$

Значения  $\theta(z_i)$  записываем в табл. 11.

12. В режиме автоматической работы микрокалькулятора определяем угол закручивания каждого участка вала:

$$\varphi_{AS} = \theta(z_1) I_1 = 0,5045 \frac{MI}{GI_p} \quad (\text{ИП 4 } 0,25 \times);$$

$$\varphi_{ST} = \theta(z_2) I_2 = -0,0432 \frac{MI}{GI_p} \quad (\text{ИП 5 } 0,25 \times);$$

$$\varphi_{TB} = \theta(z_3) I_3 = -0,4617 \frac{MI}{GI_p} \quad (\text{ИП 6 } 0,5 \times).$$

Значения  $\varphi_{AS}$ ,  $\varphi_{ST}$  и  $\varphi_{TB}$  помещаем в регистры 4, 5 и 6 соответственно.

13. Определяем углы поворота граничных сечений вала:

$$\alpha(S) = \varphi_{AS} = 0,5045 \frac{MI}{GI_p} \quad (\text{ИП 4});$$

$$\alpha(T) = \alpha(S) + \varphi_{ST} = 0,4613 \frac{MI}{GI_p} \quad (\text{Р X ИП 5 } +);$$

значение  $\alpha(T)$  находится в регистре X

$$\alpha(B) = \alpha(T) + \varphi_{TB} \approx 0 \quad (\text{Р X ИП 6 } \mp).$$

Значения  $\alpha(z_i)$  записываем в табл. 11. Используя полученные значения  $M(z)$ ,  $\tau_{\max}(z)$ ,  $\theta(z)$ ,  $\alpha(z)$  (см. табл. 11), строим эпюры (рис. 7, б—д).

#### 4. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКИ НА ПРОЧНОСТЬ

Задача 9. Для балки, показанной на рис. 8, а, требуется:

1) построить эпюры поперечных сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_x$  (для каждого участка составить аналитические выражения и характерные ординаты эпюр выразить через  $q$  и  $l$ );

2) определить размеры поперечного сечения в виде круга, прямоугольника и двутавра; сравнить площади сечений;

3) построить для опасного сечения двутавровой балки эпюры нормальных и касательных напряжений.

*Исходные данные:*  $P=ql$ ;  $M=ql^2$ ;  $q=25$  кН/м;  $l=0,5$  м;  $[\sigma]=160$  МПа;  $k=h/b=2$ .

*Решение.* 1. Вводим программу расчета (табл. 12) в микрокалькулятор (F ПРГ) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

2. Для определения опорных реакций составляем уравнения равновесия балки (рис. 8, б)

$$\Sigma m_B = P \cdot 3l + 2ql \cdot 1,5l - M - ql \cdot 0,5l - R_A \cdot 2l = 0.$$

Вводим значение  $L=2l$  в регистр микрокалькулятора 7 (2 П 7), в регистр 4 — число 9 (9 П 4), очищаем стек ( $C_x \uparrow \uparrow \uparrow$ ).

Выполнив вычисления:

1 /—/ в/о с/п

1  $\uparrow$  3 БП 04 с/п

2  $\uparrow$  1,5 БП 04 с/п

1 /—/  $\uparrow$  1 БП 09 с/п,

получаем  $R_A \cdot 2l = 4,5ql^2$  (регистр 9).

Определяем (БП 17 с/п) опорную реакцию в точке А

$$R_A = \frac{4,5ql^2}{2l} = 2,25ql \quad (\text{регистр А}).$$

Аналогично из уравнения равновесия

$$\Sigma m_A = -M + ql \cdot l - 2ql \cdot 0,5l - ql \cdot 2,5l + R_B \cdot 2l = 0$$

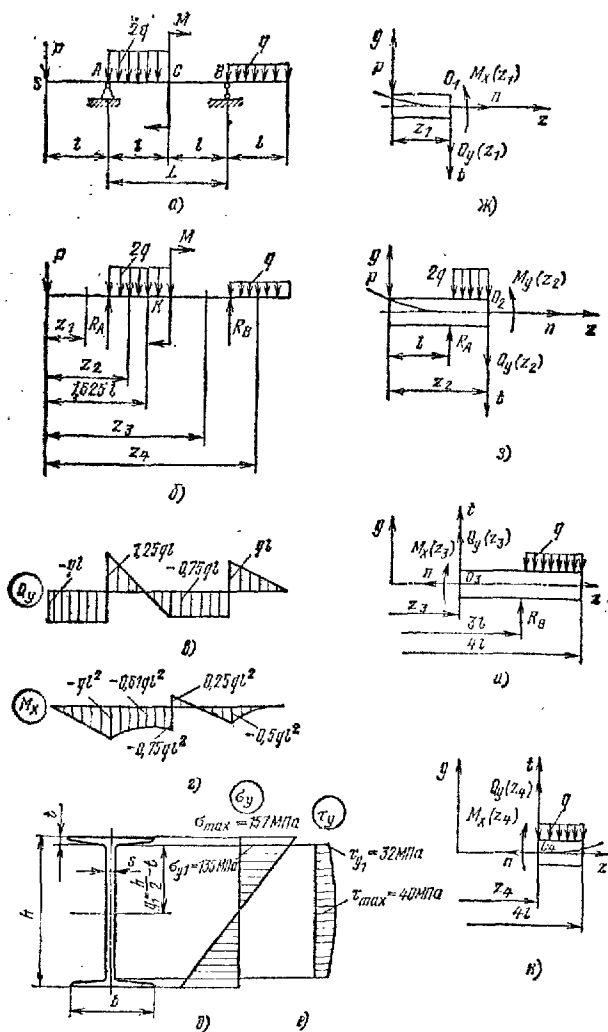


Рис. 8. Расчетная схема статически определимой балки

## 12. Программа расчета на прочность статически определимых балок

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП 9	69	33	F $x^y$	24	66	÷	13
01	+	10	34	П 8	48	67	ИП 2	62
02	П 9	49	35	с/п	50	68	—	11
03	с/п	50	36	ИП 3	63	69	ИП 0	60
04	х	12	37	ИП С	6С	70	х	12
05	ИП 9	69	38	6	06	71	ИП С	6С
06	+	10	39	х	12	72	+	13
07	П 9	49	40	ИП Д	6Г	73	П 6	46
08	с/п	50	41	х	12	74	с/п	50
09	F $x^y$	22	42	F $x^y$	24	75	ИП 1	61
10	х	12	43	П 9	49	76	ИП 2	62
11	2	02	44	с/п	50	77	—	11
12	+	13	45	ИП С	6С	78	2	02
13	ИП 9	69	46	ИП 8	68	79	÷	13
14	+	10	47	+	13	80	ИП 2	62
15	П 9	49	48	8	08	81	х	12
16	с/п	50	49	х	12	82	ИП 3	63
17	ИП 9	69	50	П 4	44	83	х	12
18	ИП 7	67	51	с/п	50	84	П 5	45
19	+	13	52	ИП С	6С	85	ИП В	6L
20	К П 4	L4	53	ИП 9	69	86	х	12
21	С <sub>х</sub>	6Г	54	+	13	87	ИП С	6С
22	П 9	49	55	6	06	88	+	13
23	с/п	50	56	х	12	89	ИП 4	64
24	ИП 0	60	57	П 5	45	90	+	13
25	ИП 1	61	58	с/п	50	91	П 9	49
26	÷	13	59	ИП 0	60	92	ИП Д	6Г
27	П С	4С	60	ИП А	6—	93	х	12
28	с/п	50	61	+	13	94	ИП 5	65
29	ИП 3	63	62	П 8	48	95	+	13
30	ИП С	6С	63	с/п	50	96	П 7	47
31	ИП 2	62	64	ИП 1	61	97	с/п	50
32	х	12	65	2	02			

в результате выполнения следующих операций

1 /—/ в/о с/п

1 ↑ 1 БП 04 с/п

1 /—/ ↑ 2,5 БП 04 с/п

2 /—/ ↑ 1 БП 09 с/п

находим

$$-R_B \cdot 2l = -3,5ql^2 \text{ (регистр 9).}$$

Определяем (БП 17 с/п) опорную реакцию в точке В

$$-R_B = -\frac{3,5ql^2}{2l} = -1,75ql \quad (\text{регистр В}).$$

Тогда  $R_B = 1,75ql$ .

3. Для определения внутренних силовых факторов применяем метод сечений. Составляем уравнения равновесия для оставленной части балки на каждом участке, задав положительные направления внутренних силовых факторов. За положительное направление поперечной силы  $Q_y(z)$  принимаем направление, которое получается вращением нормали к сечению на угол  $\pi/2$  по часовой стрелке. Изгибающий момент  $M_x(z)$  считаем положительным, если он соответствует положительной кривизне оси балки в выбранной системе осей координат  $y-z$ .

На первом участке  $0 \leq z_1 \leq l$  (рис. 8, ж)

$$\Sigma Y = -P - Q_y(z_1) = 0; \quad Q_y(z_1) = -P = -ql;$$

$$\Sigma m_{O_1} = Pz_1 + M_x(z_1) = 0; \quad M_x(z_1) = -Pz_1.$$

При  $z_1 = 0$   $M_x(S) = 0$ ; при  $z_1 = l$   $M_x(A) = -Pl = -ql^2$ ,

На втором участке  $l \leq z_2 \leq 2l$  (рис. 8, з):

$$\Sigma Y = -P + R_A - 2q(z_2 - l) - Q_y(z_2) = 0;$$

$$Q_y(z_2) = -P + R_A - 2q(z_2 - l);$$

при  $z_2 = l$

$$Q_y(A) = -P + R_A = (-1 + 2,25)ql = 1,25ql \quad (\text{регистр X})$$

(1 /—/ ИП А +);

при  $z_2 = 2l$

$$Q_y(C) = -P + R_A - 2ql = (1,25 - 2)ql = -0,75ql$$

(регистр X) (P X 2 —);

$$\Sigma m_{O_1} = Pz_2 - R_A(z_2 - l) + 2q \frac{(z_2 - l)^2}{2} + M_x(z_2) = 0;$$

$$M_x(z_2) = -Pz_2 + R_A(z_2 - l) - 2q \frac{(z_2 - l)^2}{2};$$

при  $z_2 = l$   $M_x(A) = -Pl = -ql^2$ ;

при  $z_2 = 2l$ , выполнив вычисления

1 /—/ ↑ 2 БП 04 с/п

ИП А ↑ 1 БП 04 с/п

2 /—/ ↑ 1 БП 09 с/п,

получаем

$$M_x(C) = -ql \cdot 2l + 2,25ql \cdot l - 2q \frac{(2l-l)^2}{2} = \\ = -0,75ql^2 \quad (\text{регистр 9}).$$

Уравнение для  $M_x(z_2)$  исследуем на экстремум:

$$\frac{dM_x(z_2)}{dz_2} = -P + R_A - 2q(z_2 - l); \\ -ql + 2,25ql - 2qz_2 + 2ql = 0;$$

Отсюда

$$z_2 = \frac{3,25ql}{2q} = 1,625l \quad (3,25 : 2 = 1,625).$$

Значение  $z_2$  помещаем в регистр Д (П Д). Значение  $1,625l - l = 0,625l$  (ИП Д 1 —) помещаем в регистр С ( $0,625$  П С). Очищаем регистр 9 (Сх П 9).

При  $z_2 = 1,625l$ , выполнив вычисления

1 /—/ ↑ ИП Д БП 04 с/п

ИП А ↑ ИП С БП 04 с/п

2 /—/ ↑ ИП С БП 09 с/п,

получаем

$$M_x(K) = -ql \cdot 1,625l + R_A(1,625l - l) - \\ - 2q(1,625l - l)^2/2 = -0,61ql^2 \quad (\text{регистр 9}).$$

На третьем участке  $2l \leq z_3 \leq 3l$  (рис. 8, и):

$$\Sigma Y = Q_y(z_3) + R_B - ql = 0;$$

$$Q_y(z_3) = -R_B + ql = (-1,75 + 1)ql = \\ = -0,75ql \quad (\text{регистр X}) \quad (\text{ИП В 1 +});$$

$$\Sigma m_{O_3} = R_B(3l - z_3) - ql(3,5l - z_3) - M_x(z_3) = 0;$$

$$M_x(z_3) = R_B(3l - z_3) - ql(3,5l - z_3);$$

при  $z_3 = 2l$ , очистив регистр 9 (Сх П 9) и выполнив вычисления

ИП В /—/ ↑ 1 БП 04 с/п

1 /—/ ↑ 1,5 БП 04 с/п,

получаем

$$M_x(C) = 1,75ql(3l - 2l) - ql(3,5l - 2l) = \\ = 0,25ql^2 \quad (\text{регистр 9});$$

при  $z_3 = 3l$

$$M_x(B) = -ql(3,5l - 3l) = -0,5ql^2.$$



На четвертом участке  $3l \leq z_4 \leq 4l$  (рис. 8, к):

$$\Sigma Y = Q_y(z_4) - q(4l - z_4) = 0;$$

$$Q_y(z_4) = q(4l - z_4);$$

при  $z_4 = 3l$   $Q_y(B) = ql$ ;

при  $z_4 = 4l$   $Q_y(T) = 0$ ;

$$\Sigma m_{O_4} = -q \frac{(4l - z_4)^2}{2} - M_x(z_4) = 0;$$

$$M_x(z_4) = -q \frac{(4l - z_4)^2}{2};$$

при  $z_4 = 3l$   $M_x(B) = -0,5ql^2$ ;

при  $z_4 = 4l$   $M_x(T) = 0$ .

По найденным значениям строим эпюры  $Q_y(z)$  (рис. 8, в) и  $M_x(z)$  (рис. 8, г).

4. Анализ эпюры  $M_x(z)$  показывает, что опасным сечением балки является сечение А, где

$$M_x(A) = M_{x \max} = ql^2 = 25(0,5)^2 = 6,25 \text{ кН} \cdot \text{м} = \\ = 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ МН} \cdot \text{м}.$$

Введем значение  $M_{x \max}$  в регистр микрокалькулятора 0, (6,25 ВП 3 /—/ П 0);  $[\sigma]$  — в регистр 1 (160 П 1); значения  $32/\pi$ ,  $1/3$  и 2 — соответственно в регистры 2, 3 и Д ( $32 \text{ Ф } \pi \div \text{П } 2$ ;  $1 \uparrow 3 \div \text{П } 3$ ; 2 П Д).

Из условия прочности

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

определяем (БП 24 с/п) значение осевого момента сопротивления сечения

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{6,25 \cdot 10^{-3}}{160} = 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 = \\ = 39 \text{ см}^3 \text{ (регистр С)}.$$

Из выражения  $W_x = \pi d^3/32$  определяем (БП 29 с/п) диаметр  $d$  балки круглого сечения

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3,9 \cdot 10^{-5}}{\pi}} = \\ = 7,35 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 7,35 \text{ см (регистр 8)}.$$

Для балки прямоугольного сечения  $W_x = bh^2/6$ , или при  $h/b = k$   $W_x = h^3/(6k)$ .

Выполнив вычисления (БП 36 с/п), получаем

$$h = \sqrt[3]{6kW_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 2 \cdot 3,9 \cdot 10^{-5}} = \\ = 7,77 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 7,77 \text{ см (регистр 9)}.$$

Вычисляем (БП 45 с/п) площадь сечения круглой балки

$$F_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (7,35 \cdot 10^{-3})^2}{4} = \\ = 4,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 42,5 \text{ см}^2 \text{ (регистр 4).}$$

Вычисляем (БП 52 с/п) площадь прямоугольного сечения балки

$$F_2 = bh = \frac{h^2}{k} = \frac{(7,77 \cdot 10^{-3})^2}{2} = \\ = 3,01 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 30,1 \text{ см}^2 \text{ (регистр 5).}$$

Определяем необходимые размеры двутавровой балки. По таблицам ГОСТ 8239—72 (СТ СЭВ 2209—80) находим ближайшее большее значение осевого момента сопротивления  $W_x = 39,7 \text{ см}^3$ , которое соответствует двутавру № 10 с характеристиками:

$$I_x = 198 \text{ см}^4; F = 12,0 \text{ см}^2; S^*_x = 23,0 \text{ см}^3; \\ h = 100 \text{ мм}; b = 55 \text{ мм}; S = 4,5 \text{ мм}; t = 7,2 \text{ мм}.$$

Помещаем характеристики двутавра:  $W_x$ ,  $I_x$ ,  $F$ ,  $h$  и  $t$  в регистры микрокалькулятора А, С, 6, 1 и 2 соответственно (39,7 ВП 6 /—/ П А; 198 ВП 8 /—/ П С; 12 ВП 4 /—/ П 6; 0,1 П 1; 0,0072 П 2).

Сравниваем площади круглого и прямоугольного сечений с наименьшей площадью  $F_3$  двутавра:

$$c_1 = \frac{F_1}{F_3} = \frac{4,25 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 10^{-3}} = 3,54 \text{ (ИП 4 ИП 6 } \div \text{);}$$

$$c_2 = \frac{F_2}{F_3} = \frac{3,01 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 10^{-3}} = 2,51 \text{ (ИП 5 ИП 6 } \div \text{).}$$

Б. Вычисляем (БП 59 с/п) наибольшие нормальные напряжения в опасном сечении двутавровой балки

$$\sigma_{\max} = M_{x\max} / W_x = \frac{6,25 \cdot 10^{-3}}{39,7 \cdot 10^{-6}} = \\ = 157 \text{ МПа (регистр 8).}$$

Определяем (БП 64 с/п) нормальное напряжение  $\sigma_{y1}$  в месте перехода от полки к стенке двутавровой балки

$$\sigma_{y1} = \frac{M_{x\max}}{I_x} \left( \frac{h}{2} - t \right) = \frac{6,25 \cdot 10^{-3}}{198 \cdot 18^{-8}} \left( \frac{0,1}{2} - 0,072 \right) = \\ = 135 \text{ МПа (регистр 6).}$$

Эпюра нормальных напряжений в опасном сечении двутавровой балки показана на рис. 8, *д*.

8. Для построения эпюры касательных напряжений в опасном сечении двутавровой балки введем в регистры микрокалькулятора В, З, 4 и Д значения  $Q_{y \max} = Q_y(A) = 1,25ql = 15,625 \text{ кН} = 15,625 \cdot 10^{-3} \text{ МН}$ ;  $b$ ,  $d$  и  $S'_x$  (15,625 ВП З /—/ П В; 0,055 П З; 0,0045 П 4; 23 ВП 6 /—/ П Д).

В результате вычислений (БП 75 с/п) получаем: статический момент полки двутавра относительно оси  $x$

$$S'_x = bt \left( \frac{h-t}{2} \right) = 0,055 \cdot 0,072 \times \\ \times \left( \frac{0,1 - 0,072}{2} \right) = 1,84 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 18,4 \text{ см}^3 \text{ (регистр 5);}$$

касательное напряжение в месте перехода от полки к стенке двутавра

$$\tau_{y1} = \frac{Q_{y \max} S'_x}{SI_x} = \frac{15,625 \cdot 10^{-3} \cdot 1,84 \cdot 10^{-6}}{0,0045 \cdot 198 \cdot 10^{-8}} = \\ = 32 \text{ МПа (регистр 9);}$$

наибольшее касательное напряжение

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{y \max} S'_x}{SI_x} = \frac{15,625 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot 10^{-6}}{0,0045 \cdot 198 \cdot 10^{-8}} = \\ = 40 \text{ МПа (регистры X и 7).}$$

Эпюра касательных напряжений в стенке двутавровой балки показана на рис. 8, *е*.

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ И РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК МЕТОДОМ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

**Задача 10.** Построить упругую линию (изогнутую ось) балки (рис. 9, *а*), рассчитанной на прочность.

**Решение.** В соответствии с методом начальных параметров запишем уравнение углов поворота  $\theta(z)$  поперечных сечений балки

$$EI_x \theta(z) = EI_x \theta(0) \pm \sum \frac{M_l(z-a_l)}{l} \pm \\ \pm \sum P_l \frac{(z-b_l)^2}{2l} \pm \sum \frac{q_l(z-c_l)^3}{3l} \mp \sum \frac{q_l(z-d_l)^3}{3l}$$

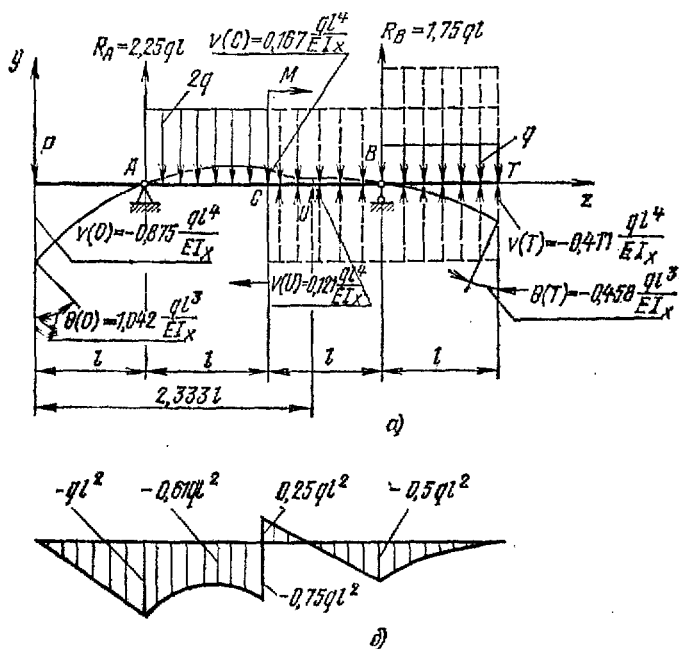


Рис. 9. Упругая линия статически определимой балки

и уравнение прогибов  $v(z)$  балки

$$EI_x v(z) = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) z \pm \pm \sum M_i \frac{(z-a_i)^3}{2!} \pm \sum P_i \frac{(z-b_i)^3}{3!} \pm \pm \sum q_i \frac{(z-c_i)^4}{4!} \pm \sum q_i \frac{(z-d_i)^4}{4!},$$

где  $\theta(0)$  — угол поворота поперечного сечения в начале координат;  $v(0)$  — прогиб в начале координат;  $a_i$  — расстояние от начала координат до сечения, в котором приложен сосредоточенный момент  $M_i$ ;  $b_i$  — расстояние от начала координат до сечения, в котором приложена сосредоточенная сила  $P_i$ ;  $c_i$  — расстояние от начала координат до сечения, в котором начинается равномерно распределенная нагрузка  $q_i$ ;  $d_i$  — расстояние от начала координат до сечения, в котором начинается уравновешивающая равномерно распределенная нагрузка  $q_i$ .

13. Программа определения перемещений при изгибе и расчета статически неопределимых балок методом начальных параметров

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП 9	69	33	П С	4С	66	ИП 7	67
01	+	10	34	ИП 0	60	67	+	13
02	П 9	49	35	1	01	68	П 2	42
03	с/п	50	36	ИП 0	60	69	ИП 1	61
04	х	12	37	х	12	70	ИП 6	66
05	ИП 9	69	38	F L 0	5Г	71	х	12
06	+	10	39	36	36	72	ИП 4	64
07	П 9	49	40	F 1/х	23	73	ИП 8	63
08	с/п	50	41	ИП С	6С	74	х	12
09	F х'	22	42	х	12	75	—	11
10	х	12	43	ИП А	6—	76	ИП 7	67
11	2	02	44	х	12	77	+	13
12	+	13	45	П С	4С	78	П 1	41
13	ИП 9	69	46	ИП Д	6Г	79	с/п	50
14	+	10	47	+	10	80	ИП 1	61
15	П 9	49	48	П Д	4Г	81	ИП Д	6Г
16	с/п	50	49	ИП С	6С	82	+	10
17	ИП 9	69	50	с/п	50	83	П Д	4Г
18	ИП 7	67	51	ИП 1	61	84	с/п	50
19	+	13	52	ИП 5	65	85	ИП 1	61
20	К П 4	L4	53	х	12	86	ИП 9	69
21	Сх	0Г	54	ИП 2	62	87	х	12
22	П 9	49	55	ИП 4	64	88	ИП 2	62
23	с/п	50	56	х	12	89	+	10
24	ИП 9	69	57	—	11	90	ИП Д	6Г
25	ИП 8	68	58	П 7	47	91	+	10
26	—	11	59	ИП 5	65	92	П Д	4Г
27	П В	4L	60	ИП 3	63	93	с/п	50
28	ИП 7	67	61	х	12	94	Сх	0Г
29	П 0	40	62	ИП 6	66	95	П Д	4Г
30	↑	0Е	63	ИП 2	62	96	П 9	49
31	ИП В	6L	64	х	12	97	с/п	50
32	F ху	24	65	—	11			

Знаки слагаемых определяем в соответствии с правилом знаков для изгибающих моментов. Для решения задачи в режиме программирования микрокалькулятора (F ПРГ) вводим программу расчета (табл. 13) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

Для определения начальных параметров  $\theta(0)$  и  $v(0)$

используем граничные условия: прогибы на опорах балки  $v(A)$  и  $v(B)$  равны нулю. Таким образом, при  $z=l$

$$EI_x v(A) = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) l - ql \frac{l^3}{3!} = 0; \quad (1)$$

при  $z=3l$

$$EI_x v(B) = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 3l + M \frac{(3l-2l)^3}{2!} - \\ - P \frac{(3l)^3}{3!} + R_A \frac{(3l-l)^3}{3!} - 2q \frac{(3l-l)^4}{4!} + 2q \frac{(3l-l)^4}{4!}. \quad (2)$$

При вычислении слагаемых вида  $k(h-t)^n/n!$  их значения фиксируются в регистрах X и C, а значение суммы  $\sum k(h-t)^n/n!$  записывается в регистр D.

Введя значения  $k=-1$ ;  $n=3$ ;  $t=0$  и  $h=1$  в регистры микрокалькулятора А; 7, 8 и 9 соответственно, из уравнения (1) получаем (БП 24 с/п)

$$EI_x v(A) = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) l - 0,167ql^2 = 0.$$

Значение  $(-0,167)$  помещаем с обратным знаком в регистр З (0,167 /—/ П 3). Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

Введя для каждого слагаемого вида  $k(h-t)^n/n!$  значения:  $k$ ;  $n$ ;  $h$  и  $t$  в соответствующие регистры микрокалькулятора, из уравнения (2) получаем (БП 24 с/п)

$$EI_x v(B) = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 3l + \\ + ql^2 \frac{(3l-2l)^3}{2!} - ql \frac{(3l)^3}{3!} + 2,25ql \frac{(3l-l)^3}{3!} - \\ - 2q \frac{(3l-l)^4}{4!} + 2q \frac{(3l-2l)^4}{4!} = EI_x v(0) + \\ + EI_x \theta(0) \cdot 3l + 0,5ql^4 - 4,5ql^4 + 3,0ql^4 - 1,333ql^4 + \\ + 0,083ql^4 = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 3l - 2,25ql^4 = 0.$$

Таким образом,  $\sum k(h-t)^n/n! = -2,25$  (регистр Д) вводим в регистр 6 (ИП Д /—/ П 6).

В результате для определения начальных параметров получаем систему уравнений  $a_{11}v(0) + a_{12}\theta(0) = b_1$ ;  $a_{21}v(0) + a_{22}\theta(0) = b$ , т. е.

$$EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot l = 0,167ql^4 \quad (\text{регистр 3});$$

$$EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 3l = 2,25ql^4 \quad (\text{регистр 6}).$$

Для решения этой системы коэффициенты  $a_{11}=1$ ;  $a_{12}=1$ ;  $a_{21}=1$  и  $a_{22}=3$  помещаем в регистры 1, 2, 4 и 5 соответственно (1 П 1; 1 П 2; 1 П 4; 3 П 5).

В результате вычислений (БП 51 с/п) получаем

$$EI_x \theta(0) = 1,042ql^3; \quad \theta(0) = 1,042 \frac{ql^3}{EI_x} \quad (\text{регистр 1});$$

$$EI_x v(0) = -0,875ql^4; \quad v(0) = -0,875 \frac{ql^4}{EI_x} \quad (\text{регистр 2}).$$

Вычислив начальные параметры, определяем прогиб сечения  $C$  в середине пролета балки (при  $z=2l$ ), используя уравнение

$$EI_x v(C) = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) 2l - ql \frac{(2l)^3}{3!} + \\ + R_A \frac{(2l-l)^3}{3!} - 2q \frac{(2l-l)^4}{4!} = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 2l - \\ - ql \frac{(2l)^3}{3!} + 2,25ql \frac{(2l-l)^3}{3!} - 2q \frac{(2l-l)^4}{4!}.$$

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п) и для каждого слагаемого  $k(h-t)^n/n!$  при  $h=2$  вводим значения  $k$ ,  $n$ ,  $h$  и  $t$  в регистры А, 7, 8 и 9 соответственно.

Выполнив вычисления (БП 24 с/п), получаем

$$EI_x v(C) = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 2l - 1,333ql^4 + 0,375ql^4 - \\ - 0,083ql^4 = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 2l - 1,042ql^4.$$

Значение  $-1,042$  содержится в регистре Д.

Выполнив безусловный переход (БП 85 с/п), из уравнения

$$EI_x v(C) = -0,875ql^4 + 1,042ql^2 \cdot 2l - 1,042ql^4 = \\ = 0,167ql^4 \quad (\text{регистр Д}).$$

определяем  $v(C) = 0,167 \frac{ql^4}{EI_x}$ .

Находим прогиб в сечении  $U$ , в котором изгибающий момент обращается в ноль. Предварительно определяем положение этого сечения из уравнения

$$M_x(U) = -Pz(U) + R_A[z(U) - l] + M - \\ - 2ql[z(U) - 1,5l] = 0$$

или

$$-qlz(U) + 2,25qlz(U) - 2,25ql^2 + \\ + ql^2 - 2qlz(U) + 3ql^2 = 0.$$

Полученное из окончательного уравнения  $-0,75qlz(U) + 1,75ql^2 = 0$  значение  $z(U) = \frac{1,75ql^2}{0,75ql} = 2,333l$

(1,75 ↑ 0,75 ÷) из регистра X переносим в регистр 0 (Π 0).

Вычисляем значение  $v(U)$ :

$$\begin{aligned} EI_x v(U) &= EI_x v(0) + EI_x \theta(0) z(U) + \\ &+ M \frac{[z(U) - 2l]^3}{2!} - P \frac{[z(U)]^3}{3!} + R_A \frac{[z(U) - l]^3}{3!} - \\ &- 2q \frac{[z(U) - l]^4}{4!} + 2q \frac{[z(U) - 2l]^4}{4!} = EI_x v(0) + \\ &+ EI_x \theta(0) 2,333l + ql^2 \frac{(2,333l - 2l)^3}{2!} - ql \frac{(2,333l)^3}{3!} + \\ &+ 2,25 ql \frac{(2,333l - l)^3}{3!} - 2q \frac{(2,333l - l)^4}{4!} + 2q \frac{(2,333l - 2l)^4}{4!}. \end{aligned}$$

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

Вычислив (БП 24 с/п) слагаемые  $k(h-l)^n/n!$  ( $h=2,333$  в регистре 0), получаем

$$\begin{aligned} EI_x v(U) &= EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 2,333l + 0,055ql^4 - \\ &- 2,117ql^4 + 0,889ql^4 - 0,263ql^4 + 0,001ql^4 = \\ &= EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 2,333l - 1,435ql^4. \end{aligned}$$

Значение  $-1,435$  содержится в регистре Д.

Решив (БП 85 с/п) уравнение

$$\begin{aligned} EI_x v(U) &= -0,875ql^4 + 1,042ql^3 \cdot 2,333l - 1,435ql^4 = \\ &= 0,12ql^4 \text{ (регистр Д),} \end{aligned}$$

получаем

$$v(U) = 0,12 \frac{ql^4}{EI_x}.$$

Определяем угол поворота  $\theta(T)$  и прогиб  $v(T)$  на конце правой консоли балки (при  $z=4l$ )

$$\begin{aligned} EI_x \theta(T) &= EI_x \theta(0) + M \frac{(4l - 2l)}{1!} - ql \frac{(4l)^2}{2!} + \\ &+ R_A \frac{(4l - l)^2}{2!} + R_B \frac{(4l - 3l)^2}{2!} - 2q \frac{(4l - l)^3}{3!} + \\ &+ 2q \frac{(4l - 2l)^3}{3!} - q \frac{(4l - 3l)^3}{3!}. \end{aligned}$$



Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п). Вычисляем (БП 24 с/п) слагаемые  $k(h-t)^n/n!$  при  $h=4$ , получаем

$$\begin{aligned} EI_x \theta(T) &= EI_x \theta(0) + ql^2 \frac{(4l-2l)}{1!} - \frac{ql^2(4l)^2}{2!} + \\ &+ 2,25 ql \frac{(4l-l)^2}{2!} + 1,75 ql \frac{(4l-3l)^2}{2!} - 2q \frac{(4l-l)^3}{3!} + \\ &+ 2q \frac{(4l-2l)^3}{3!} - q \frac{(4l-3l)^3}{3!} = EI_x \theta(0) + 2ql^3 - \\ &- 8ql^3 + 10,125 ql^3 + 0,875ql^3 - 9ql^3 + 2,667ql^3 - \\ &- 0,167ql^3 = EI_x \theta(0) - 1,50 ql^3. \end{aligned}$$

Значение  $-1,50$  содержится в регистре Д.

Значение  $\theta(T) = -0,458 \frac{ql^3}{EI_x}$  определяем (БП 80 с/п) из уравнения

$$EI_x \theta(T) = 1,042ql^3 - 1,500ql^3 = -0,458ql^3 \quad (\text{регистр Д}).$$

Прогиб  $v(T)$  определяем из уравнения

$$\begin{aligned} EI_x v(T) &= EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 4l + \\ &+ M \frac{(4l-2l)^2}{2!} - P \frac{(4l)^3}{3!} + R_A \frac{(4l-l)^3}{3!} + R_B \frac{(4l-3l)^3}{3!} - \\ &- 2q \frac{(4l-l)^4}{4!} + 2q \frac{(4l-2l)^4}{4!} - q \frac{(4l-3l)^4}{4!}. \end{aligned}$$

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п) и вычисляем (БП 24 с/п) значение каждого слагаемого  $k(h-t)^n/n!$  при  $h=4$ .

В результате получаем

$$\begin{aligned} EI_x v(T) &= EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 4l + \\ &+ ql^2 \frac{(4l-2l)^2}{2!} - ql \frac{(4l)^3}{3!} + 2,25ql \frac{(4l-l)^2}{3!} + \\ &+ 1,75 ql \frac{(4l-3l)^2}{3!} - 2q \frac{(4l-l)^4}{4!} + 2q \frac{(4l-2l)^4}{4!} - \\ &- q \frac{(4l-3l)^4}{4!} = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 4l + 2,00ql^4 - \\ &- 10,667ql^4 + 10,125ql^4 + 0,292ql^4 - 6,75ql^4 + 1,33ql^4 - \\ &- 0,042ql^4 = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 4l - 3,709ql^4. \end{aligned}$$

Значение  $-3,709$  содержится в регистре Д.

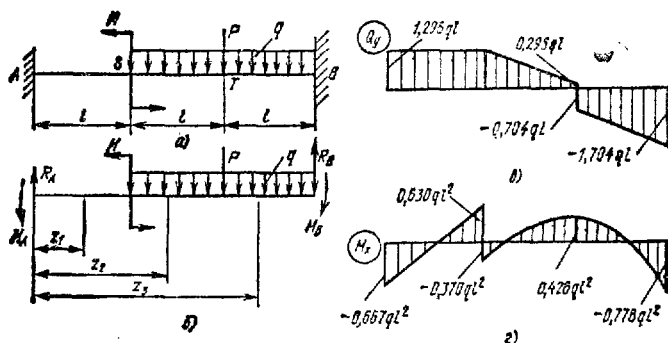


Рис. 10. Расчетная схема дважды статически неопределимой балки

Из уравнения

$$EI_x v(T) = -0,875ql^4 + 1,042ql^3 \cdot 4l - 3,709ql^4 = \\ = -0,417ql^4 \quad (\text{регистр Д})$$

находим (БП 85 с/п)

$$v(T) = -0,417 \frac{ql^4}{EI_x}.$$

По найденным значениям прогибов и углов поворота поперечных сечений балки строим упругую линию (см. рис. 9,а). Для сопоставления знаков кривизны отдельных участков упругой линии со знаками изгибающих моментов на рис. 9,б приведена эпюра изгибающих моментов.

**Задача 11.** Для балки, показанной на рис. 10,а, построить эпюры поперечных сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_x$ . Исходные данные:  $P=ql$ ;  $M=ql^2$ .

**Решение.** 1. Составляем уравнения равновесия для заданной баки (рис. 10,б)

$$\Sigma Y = R_A - P - 2ql + R_B = 0; \quad (3)$$

$$\Sigma m_A = M_A + M - P \cdot 2l - 2ql \cdot 2l - M_B = 0. \quad (4)$$

Поскольку в эти уравнения равновесия входят четыре неизвестные величины, задача дважды статически неопределимая.

2. Для решения задачи составляем дополнительные уравнения — уравнения совместности перемещений, со-

гласно которым угол поворота сечения  $B$  в заделке и прогиб сечения  $B$  равны нулю:

$$\theta(B)=0; \quad v(B)=0.$$

При составлении уравнений совместности перемещений используем метод начальных параметров:

при  $z_3=3l$

$$EI_x \theta(B) = EI_x \theta(0) - M_A \frac{3l-0}{1!} + R_A \frac{(3l-0)^2}{2!} - \\ - M \frac{3l-l}{1!} - q \frac{(3l-l)^2}{2!} - P \frac{(3l-2l)^2}{2!} = 0; \quad (5)$$

$$EI_x v(B) = EI_x v(0) + EI_x \theta(0) \cdot 3l - M_A \frac{(3l-0)^3}{2!} + \\ + R_A \frac{(3l-0)^3}{3!} - M \frac{(3l-l)^3}{2!} - q \frac{(3l-l)^4}{4!} - P \frac{(3l-2l)^3}{3!} = 0. \quad (6)$$

Коэффициент при  $M_A$  в уравнении (5) обозначаем  $a_{11}$ ; при  $R_A$  —  $a_{12}$  и оставшиеся слагаемые —  $c_1$ , в уравнении (6) — соответственно  $a_{21}$ ,  $a_{22}$  и  $c_2$ . Тогда получаем

$$a_{11}M_A + a_{12}R_A + c_1 = 0; \quad (7)$$

$$a_{21}M_A + a_{22}R_A + c_2 = 0. \quad (8)$$

В уравнениях (5) и (6) начальные параметры — угол поворота сечения и прогиб в начале координат равны нулю:

$$\theta(0)=\theta(A)=0; \quad v(0)=v(A)=0.$$

3. Вводим в режиме программирования микрокалькулятора (Ф ПРГ) программу определения перемещений при изгибе и расчета статически неопределимых балок методом начальных параметров (см. табл. 13) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (Ф АВТ). Для вычисления коэффициентов при неизвестных  $M_A$  и  $R_A$  в уравнениях (5) и (6) и определения слагаемых  $k(h-t)^n/n!$  вводим значения  $k$ ,  $n$ ,  $t$  и  $h$  в регистры микрокалькулятора А, 7, 8 и 9 соответственно.

Вычислив (БП 24 с/п) значения  $k(h-t)^n/n!$  (регистр С) и  $\sum k(h-t)^n/n!$  (регистр Д), получаем  $a_{11}=-3$ ;  $a_{12}=-4,5$ ;  $c_1=-3,833$ ;  $a_{21}=-4,5$ ;  $a_{22}=4,5$ ;  $c_2=-2,833$ .

Значение  $a_{11}$  вводим в регистр 1 и очищаем регистры 9 и Д (Р Х П 1 БП 94 с/п); значение  $a_{12}$  вводим в регистр 2 и очищаем регистры 9 и Д (Р Х П 2 БП 94 с/п);

значение  $c_1$  (регистр Д) после замены знака переносим в регистр 3 (ИП Д /—/ П 3 БП 94 с/п); значение  $a_{21}$  вводим в регистр 4 и очищаем регистры 9 и Д (Р X /—/ П 4 БП 94 с/п); значение  $a_{22}$  вводим в регистр 5 и очищаем регистры 9 и Д (Р X П 5 БП 94 с/п); значение  $c_2$  (регистр Д) после замены знака переносим в регистр 6 (ИП Д /—/ П 6 БП 94 с/п).

Решив (БП 51 с/п) систему уравнений

$$-3M_A l + 4,5R_A l^2 = 3,833 ql^2;$$

$$-4,5M_A l^2 + 4,5R_A l^2 = 2,833 ql^2,$$

получаем

$$M_A = 0,667 ql^2 \text{ (регистр 2); } R_A = 1,296 ql \text{ (регистр 1).}$$

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

4. Для построения эпюр  $Q_y(z)$  и  $M_x(z)$  используем метод сечений. На первом участке

$$Q_y(z) = R_A = 1,296 ql; \quad M_x(z_1) = -M_A + R_A z_1.$$

$$\text{При } z_1 = 0 \quad M_x(A) = -M_A = -0,667 ql^2;$$

$$\text{при } z_1 = l \quad M_x(S) = -M_A + R_A l.$$

В результате вычислений (ИП 2 /—/ в/о с/п; ИП 1 ↑ 1 БП 04 с/п) получаем

$$M_x(S) = 0,630 ql^2 \text{ (регистр 9).}$$

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

На втором участке

$$Q_y(z_2) = R_A - q(z_2 - l);$$

$$M_x(z_2) = -M_A + R_A z_2 - q(z_2 - l)^2/2 - M.$$

При  $z_2 = l$

$$Q_y(S) = R_A = 1,296 ql \text{ (регистр 1);}$$

$$M_x(S) = -M_A + R_A l - M.$$

Выполнив вычисления:

ИП 2 /—/ в/о с/п

ИП 1 ↑ 1 БП 04 с/п

1 /—/ в/о с/п,

получаем

$$M_x(S) = -0,370 ql^2 \text{ (регистр 9).}$$

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

При  $z_2 = 2l \quad Q_y(T) = R_A - ql.$

Выполнив вычисления:

ИП 1 в/о с/п

1 /—/ в/о с/п,

получаем  $Q_y(T) = 0,296ql$  (регистр 9).

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

Из уравнения

$$M_x(T) = -M_A + R_A \cdot 2l - ql/2 - M,$$

выполнив вычисления:

ИП 2 /—/ в/о с/п

ИП 1 ↑ 2 БП 04 с/п

1 /—/ ↑ 1 БП 09 с/п

1 /—/ в/о с/п,

находим  $M_x(T) = 0,426ql^2$  (регистр 9).

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

На третьем участке

$$Q_y(z_3) = R_A - q(z_3 - l) - P;$$

$$M_x(z_3) = -M_A + R_A z_3 - q(z_3 - l)^2/2 - M - P(z_3 - 2l).$$

При  $z_3 = 2l$   $Q_y(T) = R_A - ql - P$ .

В результате вычислений:

ИП 1 в/о с/п

1 /—/ в/о с/п

1 /—/ в/о с/п

получаем  $Q_y(T) = -0,704ql$  (регистр 9).

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

Ранее получено  $M_x(T) = 0,426ql^2$ .

При  $z_3 = 3l$   $Q_y(B) = R_A - q \cdot 2l - P$ .

Выполнив вычисления:

ИП 1 в/о с/п

1 /—/ ↑ 2 БП 04 с/п

1 /—/ в/о с/п,

получаем  $Q_y(B) = -1,704ql$  (регистр 9).

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

Из уравнения

$$M_x(B) = -M_A + R_A \cdot 3l - q(2l)^2/2 - M - Pl,$$

выполнив вычисления:

ИП 2 /—/ в/о с/п

ИП 1 ↑ 3 БП 04 с/п

1 /—/ ↑ 2 БП 09 с/п

1 /—/ в/о с/п

1 /—/ ↑ 1 БП 04 с/п,

получаем  $M_x(B) = -0,778 ql^2$  (регистр 9).

Очищаем регистры 9 и Д (БП 94 с/п).

По найденным значениям строим эпюры  $Q_v$  и  $M_x$  (рис. 10, в и г).

## 6. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

Рама является статически неопределимой, если для нахождения внутренних силовых факторов, возникающих под действием заданных нагрузок в ее поперечных сечениях, уравнений равновесия недостаточно.

**Задача 12.** Для плоской рамы (рис. 11, а), имеющей одинаковую жесткость на всех участках и находящейся под действием нагрузок, приложенных в плоскости рамы, построить эпюры нормальных сил, поперечных сил и изгибающих моментов.

**Решение.** 1. Устанавливаем степень статической неопределимости рамы. В шарнирных опорах  $B$  и  $D$  возникают по две реакции — горизонтальная и вертикальная, в опоре  $A$  — только горизонтальная. Для плоской системы сил можно составить три независимых уравнения равновесия, рама дважды статически неопределимая.

2. Отбросив лишние для равновесия связи, получаем два варианта основной системы (рис. 11, б и в). Выбрав для расчета основную систему, показанную на рис. 11, б, превращаем основную систему в эквивалентную, приложив к ней заданные нагрузки и реакции от отброшенных связей (рис. 11, г). При выборе основной системы учитываем, что она должна быть геометрически неизменяемой (нельзя, например, отбросить шарнирную опору  $D$ ).

3. Составляем систему канонических уравнений ме-

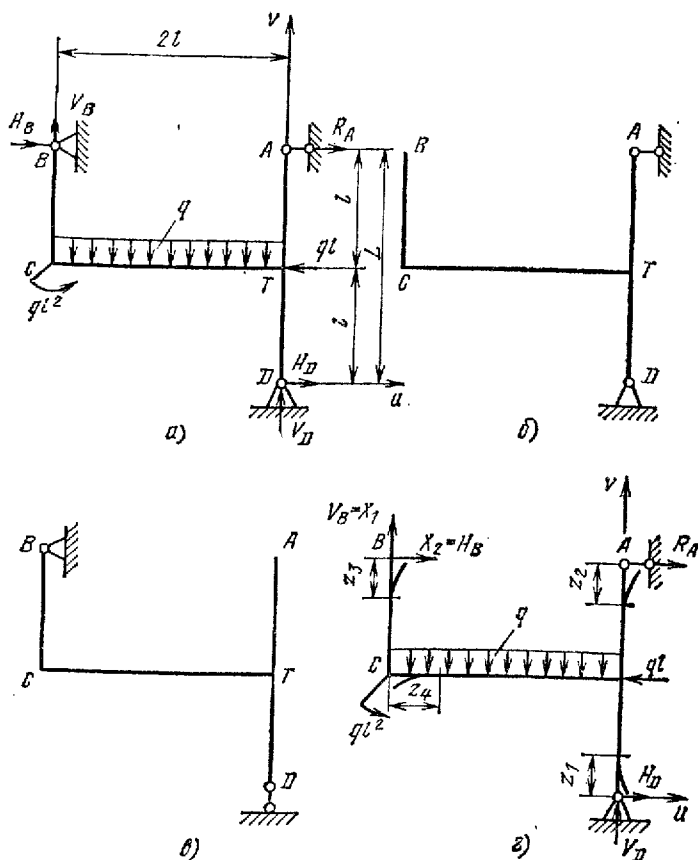


Рис. 11. Основная и эквивалентная системы плоской дважды статически неопределимой рамы

тогда сил, выражающих условия отсутствия перемещений точки  $B$  по направлению отброшенных связей:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0;$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0.$$

4. В режиме программирования микрокалькулятора (F ПРГ) вводим программу расчета (табл. 14) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

# 14. Программа расчета статически неопределимой рамы методом сил

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП 9	69	33	ИП 7	67	66	ИП 1	61
01	+	10	34	—	11	67	ИП 2	62
02	П 9	49	35	ИП 9	69	68	х	12
03	с/п	50	36	+	13	69	ИП 3	63
04	х	12	37	ИП 6	66	70	F x'	22
05	ИП 9	69	38	х	12	71	—	11
06	+	10	39	П С	4С	72	П 6	46
07	П 9	49	40	ИП Д	6Г	73	ИП 2	62
08	с/п	50	41	+	10	74	ИП 4	64
09	F x'	22	42	П Д	4Г	75	х	12
10	х	12	43	ИП 9	69	76	ИП 3	63
11	2	02	44	1	01	77	ИП 5	65
12	+	13	45	—	11	78	х	12
13	ИП 9	69	46	П 9	49	79	—	11
14	+	10	47	ИП С	6С	80	ИП 6	66
15	П 9	49	48	с/п	50	81	+	13
16	с/п	50	49	ИП Д	6Г	82	П В	4L
17	ИП 7	67	50	П Г	41	83	ИП 1	61
18	+	13	51	с/п	50	84	ИП 5	65
19	П А	4—	52	ИП Д	6Г	85	х	12
20	с/п	50	53	П 2	42	86	ИП 3	63
21	ИП 9	69	54	с/п	50	87	ИП 4	64
22	1	01	55	ИП Д	6Г	88	х	12
23	+	10	56	П 3	43	89	—	11
24	П 9	49	57	с/п	50	90	ИП 6	66
25	ИП 7	67	58	ИП Д	6Г	91	+	13
26	F x ≠ 0	57	59	/—/	0L	92	П 0	40
27	30	30	60	П 4	44	93	с/п	50
28	F x <sup>y</sup>	24	61	с/п	50	94	C <sub>x</sub>	0Г
29	П 7	47	62	ИП Д	6Г	95	П Д	4Г
30	ИП 9	69	63	/—/	0L	96	с/п	50
31	ИП 8	68	64	П 5	45			
32	F x <sup>y</sup>	24	65	с/п	50			

5. Для определения коэффициентов  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{22}$ ,  $\delta_{12} = \delta_{21}$  и перемещений от нагрузки  $\Delta_{1P}$  и  $\Delta_{2P}$  в канонических уравнениях прикладываем к основной системе последовательно единичную силу в точке В по направлению силы  $X_1$  (рис. 12,а), единичную силу в точке В по направлению силы  $X_2$  (рис. 12,б) и заданные нагрузки (рис. 12,в). Коэффициенты канонических уравнений и

21



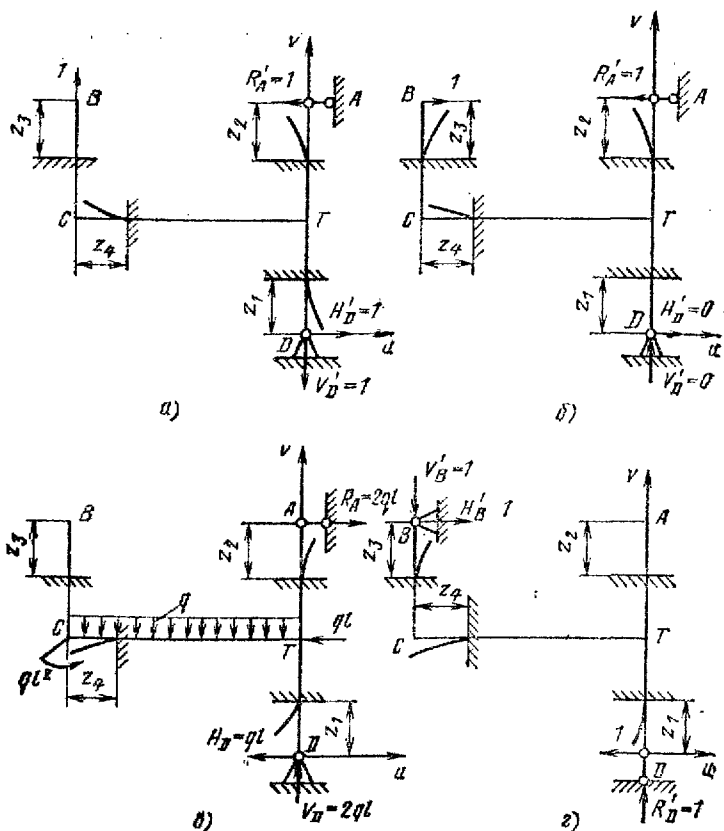


Рис. 12. Эквивалентная система при действии единичных и заданных нагрузок

3 перемещения от нагрузки определяем с помощью интегралов Мора

$$\delta_{11} = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_1^2(z_i) dz_i}{EI_x}; \quad \delta_{22} = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_2^2(z_i) dz_i}{EI_x};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{[M_1(z_i)] [M_2(z_i)] dz_i}{EI_x};$$

$$\Delta_{1P} = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{[M_P(z_i)][M_1(z_l)] dz_l}{EI_x};$$

$$\Delta_{2P} = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{[M_P(z_l)][M_2(z_l)] dz_l}{EI_x},$$

где  $M_1(z_i)$  — изгибающий момент в сечении на  $i$ -м участке рамы от единичной силы, приложенной в точке  $B$  в направлении силы  $X_1$ ;  $M_2(z_i)$  — изгибающий момент в сечении на  $i$ -м участке рамы от единичной силы, приложенной в точке  $B$  в направлении силы  $X_2$ ;  $M_P(z_i)$  — изгибающий момент в сечении на  $i$ -м участке рамы от заданных нагрузок в основной системе.

6. Для составления уравнений изгибающих моментов от единичных сил и заданных нагрузок определяем предварительно соответствующие опорные реакции:

для схемы на рис. 12,а

$$\Sigma m_D = -1 \cdot 2l + R'_A \cdot 2l = 0; \quad R'_A = 1;$$

$$\Sigma u = -R'_A + H'_D = 0; \quad H'_D = 1;$$

$$\Sigma v = 1 - V'_D = 0; \quad V'_D = 1;$$

для схемы на рис. 12,б

$$\Sigma m_D = -1 \cdot 2l + R'_A \cdot 2l = 0; \quad R'_A = 1;$$

$$\Sigma u = 1 - R'_A + H'_D = 0; \quad H'_D = 0;$$

$$\Sigma v = V'_D = 0; \quad V'_D = 0;$$

для схемы на рис. 12,в

$$\Sigma m_D = ql^2 + ql \cdot l + 2ql \cdot l - R_A \cdot 2l = 0;$$

$$R_A = 2ql;$$

$$\Sigma u = -ql + R_A - H_D = 0; \quad H_D = ql;$$

$$\Sigma v = -2ql + V_D = 0; \quad V_D = 2ql.$$

7. Составляем уравнения для изгибающих моментов  $M_1(z_i)$  (рис. 12,а),  $M_2(z_i)$  (рис. 12,б) и  $M_P(z_i)$  (рис. 12,в):

для первого участка ( $0 \leq z_1 \leq l$ )

$$M_1(z_1) = 1 \cdot z_1; \quad M_2(z_1) = 0; \quad M_P(z_1) = ql \cdot z_1;$$

для второго участка ( $0 \leq z_2 \leq l$ )

$$M_1(z_2) = 1 \cdot z_2; \quad M_2(z_2) = 1 \cdot z_2; \quad M_P(z_2) = 2ql \cdot z_2;$$

для третьего участка ( $0 \leq z_3 \leq l$ )

$$M_1(z_3) = 0; \quad M_2(z_3) = 1 \cdot z_3; \quad M_P(z_3) = 0;$$

для четвертого участка ( $0 \leq z_4 \leq 2l$ )

$$M_1(z_4) = 1 \cdot z_4; \quad M_2(z_4) = 1 \cdot l; \quad M_P(z_4) = ql^2 + 0,5qz_4^2.$$

8. Вводим значения  $k$ ,  $a$ ,  $b$  и  $n$  в регистры памяти микрокалькулятора 6, 7, 8 и 9 соответственно ( $a$  и  $b$  — нижний и верхний пределы интегрирования). Вычислив (БП 21 с/п) слагаемые коэффициента

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI_x} \left( 1 \cdot \int_0^l z_1^2 dz_1 + 1 \cdot \int_0^l z_2^2 dz_2 + 1 \cdot \int_0^{2l} z_4^2 dz_4 \right),$$

вносим их значения  $k \int_a^b z^n dz$  в регистр С, а значение их

суммы  $\Sigma \int_a^b z^n dz$  — в регистр Д.

В результате вычислений (БП 49 с/п) получаем

$$\delta_{11} = \frac{l^3}{EI_x} (0,333 + 0,333 + 2,667) = 3,333 \frac{l^3}{EI_x} \quad (\text{регистр 1}).$$

Очищаем регистр Д (БП 94 с/п).

Аналогично вводим в соответствующие регистры микрокалькулятора значения  $k$ ,  $a$ ,  $b$  и  $n$ . Вычисляем (БП 21 с/п) интегралы, входящие в выражение для коэффициента

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI_x} \left( \int_0^l z_2^2 dz_2 + \int_0^l z_3^2 dz_3 + \int_0^{2l} l^2 dz_4 \right).$$

В результате вычислений (БП 52 с/п) получаем

$$\delta_{22} = \frac{l^3}{EI_x} (0,333 + 0,333 + 2,000) = 2,666 \frac{l^3}{EI_x} \quad (\text{регистр 2}).$$

Очищаем регистр Д (БП 94 с/п).

Аналогично вычисляем значения  $\delta_{12} = \delta_{21}$ ;  $\Delta_{1P}$  и  $\Delta_{2P}$ .

При вычислении (БП 21 с/п) коэффициентов

$$\delta_{12} = \delta_{21} \frac{1}{EI_x} \left( \int_0^l z_2^2 dz_2 + \int_0^{2l} l z_4 dz_4 \right)$$

знаки слагаемых должны быть согласованы с положением упругой линии каждого участка рамы ( $z_i$ ) на рис. 12, а и б.

В результате вычислений (БП 55 с/п) получаем

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{l^3}{EI_x} (0,333 + 2,000) = 2,333 \frac{l^3}{EI_x} \text{ (регистр 3).}$$

Очищаем регистр Д (БП 94 с/п).

При вычислении (БП 21 с/п) перемещения

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \frac{1}{EI_x} \left( \int_0^l -qlz_1^2 dz_1 + \int_0^l -2qlz_2^2 dz_2 + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{2l} -ql^2 z_4 dz_4 + \int_0^{2l} -0,5qlz_4^3 dz_4 \right) = \\ &= \frac{ql^4}{EI_x} (-0,333 - 0,667 - 2,000 - 2,000) = -5 \frac{ql^4}{EI_x} \end{aligned}$$

знаки слагаемых должны быть согласованы с положением упругой линии каждого участка рамы на рис. 12,а и в. Изменив знак перед  $\Delta_{1P}$  (БП 58 с/п), заносим полученное значение в регистр 4.

Очищаем регистр Д (БП 94 с/п).

При вычислении (БП 21 с/п) перемещения

$$\begin{aligned} \Delta_{2P} &= \frac{1}{EI_x} \left( \int_0^l -2qlz_2^2 dz_2 + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{2l} -ql^3 dz_4 + \int_0^{2l} -0,5qlz_4^2 dz_4 \right) \end{aligned}$$

знаки слагаемых необходимо согласовывать с положением упругой линии каждого участка рамы на рис. 12,б и в.

В результате вычислений (БП 62 с/п) получаем

$$\Delta_{2P} = \frac{ql^4}{EI_x} (-0,667 - 2,000 - 1,333) = -4 \frac{ql^4}{EI_x}.$$

Значение  $-\Delta_{2P}$  находится в регистре 5.

Очищаем регистр Д (БП 94 с/п).

9. Решив (БП 66 с/п) полученную систему канонических уравнений

$$3,333 \frac{l^3}{EI_x} X_1 + 2,333 \frac{l^3}{EI_x} X_2 - 5 \frac{ql^4}{EI_x} = 0;$$

$$2,333 \frac{l^3}{EI_x} X_1 + 2,666 \frac{l^3}{EI_x} X_2 - 4 \frac{ql^4}{EI_x} = 0,$$

получаем

$$X_2 = H_B = 0,484ql \text{ (регистр 0),}$$

$$X_1 = V_B = 1,161ql \text{ (регистр В).}$$

10. Определяем из уравнений равновесия для заданной рамы (см. рис. 11,а) остальные опорные реакции:

$$\sum m_D = ql^2 - H_B \cdot 2l - V_B \cdot 2l + ql \cdot l +$$

$$+ q \frac{(2l)^2}{2} - R_A \cdot 2l = 0; \quad (9)$$

$$R_A = 0,5 \sum m_D / l; \quad (10)$$

$$\sum u = R_A - ql + H_D + H_B = 0; \quad (11)$$

$$H_D = -R_A + ql - H_B; \quad (12)$$

$$\sum V = V_B - 2ql + V_D = 0; \quad (13)$$

$$V_D = -V_B + 2ql. \quad (14)$$

Для решения уравнений равновесия с помощью микрокалькулятора обозначаем расстояние между опорами А и D (см. рис. 11,а)  $L$  и заносим его значение в регистр 7. Очищаем регистр 9 ( $C_x$  П 9). Вычислив значения  $\sum M_i$  (в/о с/п),  $\sum P_i l_i$  (БП 05 с/п) и  $\sum 0,5 q l_i^2$  (БП 11 с/п), находим

$$\sum M_i + \sum P_i l_i + \sum 0,5 q l_i^2 \text{ (регистры X и 9).}$$

Здесь  $M_i$  — сосредоточенный момент;  $P_i$  — сосредоточенная сила;  $l_i$  — расстояние от  $P_i$  до точки, относительно которой составлено уравнение равновесия;  $q_i$  — интенсивность распределенной нагрузки. Операции БП 11 с/п выполняем, если участок с распределенной нагрузкой примыкает к точке, относительно которой составлено уравнение равновесия, в противном случае распределенную нагрузку учитываем как сосредоточенную (БП 05 с/п). Для заданной рамы (см. рис. 11,а)  $L = 2l$  (2 П 7). Очищаем стек  $C_x \uparrow \uparrow \uparrow$ . Очищаем регистр 9 ( $C_x$  П 9).

Решаем уравнение (9):

1 в/о с/п

ИП 0 /—/  $\uparrow$  2 БП 04 с/п

ИП В /—/  $\uparrow$  2 БП 04 с/п

1  $\uparrow$  1 БП 04 с/п

1  $\uparrow$  2 БП 09 с/п.

В результате получаем  $\Sigma m_D = 0,710ql^2$  (регистры X и 9). В результате вычислений (БП 17 с/п) получаем

$$R_A = \frac{\Sigma m_D}{L} = \frac{0,710ql^2}{2l} = 0,355ql \quad (\text{регистры X и A}).$$

Очищаем регистр 9 (С<sub>x</sub> П 9).

Решаем уравнение (12):

ИП А /—/ в/о с/п

1 в/о с/п

ИП 0 /—/ в/о с/п.

В результате находим  $H_D = 0,161ql$ . Значение  $H_D$  вводим в регистр 4. Очищаем регистр 9 (С<sub>x</sub> П 9).

Решаем уравнение (14):

ИП В /—/ в/о с/п

2 в/о с/п.

В результате получаем  $V_D = 0,839ql$ .

Значение  $V_D$  вводим в регистр 5. Очищаем регистр 9 (С<sub>x</sub> П 9).

11. Проверяем правильность определения опорных реакций, чтобы убедиться, например, в отсутствии горизонтального перемещения сечения  $D$ . Для этого к основной системе (см. рис. 11,б) прикладываем в сечении  $D$  в горизонтальном направлении единичную силу (рис. 12,з).

Условие отсутствия горизонтального перемещения сечения имеет вид

$$\Delta_{\text{гор}}(D) = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_P(z_i) M_1(z_i) dz_i}{EI_x} = 0,$$

где  $M_P(z_i)$  — изгибающий момент в сечении на  $i$ -м участке рамы (см. рис. 11,з);  $M_1(z_i)$  — изгибающий момент в сечении на  $i$ -м участке рамы от единичной силы (см. рис. 12,з).

Для составления уравнений изгибающих моментов от единичной силы определяем предварительно вызываемые ею опорные реакции

$$\Sigma m_B = -1 \cdot 2l + R'_D \cdot 2l = 0; \quad R'_D = 1;$$

$$\Sigma u = -1 + H'_B = 0; \quad H'_B = 1;$$

$$\Sigma v = -V'_B + R'_D = 0; \quad V'_B = 1.$$

Составляем уравнения изгибающих моментов  $M_P(z_i)$  (см. рис. 11, з) и  $M_1(z_i)$  (см. рис. 12, з):  
 для первого участка ( $0 \leq z_1 \leq l$ )

$$M_P(z_1) = H_D z_1; \quad M_1(z_1) = 1 \cdot z_1;$$

для второго участка ( $0 \leq z_2 \leq l$ )

$$M_P(z_2) = R_A z_2; \quad M_1(z_2) = 0;$$

для третьего участка ( $0 \leq z_3 \leq l$ )

$$M_P(z_3) = H_B z_3; \quad M_1(z_3) = 1 \cdot z_3;$$

для четвертого участка ( $0 \leq z_4 \leq 2l$ )

$$M_P(z_4) = ql^2 + 0,5qz_4^2 - H_B l - V_B z_4;$$

$$M_1(z_4) = 1 \cdot z_4 - 1 \cdot l.$$

В результате получаем

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{гор}}(D) = & \frac{1}{EI_x} \left( \int_0^l -H_D z_1^2 dz_1 + \int_0^l H_B z_3^2 dz_3 + \right. \\ & + \int_0^{2l} ql^2 z_4 dz_4 + \int_0^{2l} 0,5qz_4^3 dz_4 + \int_0^{2l} -H_B l z_4 dz_4 + \\ & + \int_0^{2l} -V_B z_4^2 dz_4 + \int_0^{2l} -ql^3 dz_4 + \int_0^{2l} -0,5qlz_4^2 dz_4 + \\ & + \left. \int_0^{2l} H_B l^2 dz_4 + \int_0^{2l} V_B l z_4 dz_4 \right) = \frac{1}{EI_x} \left( \int_0^l -0,161qlz_1^2 dz_1 + \right. \\ & + \int_0^l 0,484qlz_3^2 dz_3 + \int_0^{2l} ql^2 z_4 dz_4 + \int_0^{2l} 0,5qz_4^3 dz_4 - \\ & - \int_0^{2l} 0,484ql^2 z_4 dz_4 - \int_0^{2l} 1,161qlz_4^2 dz_4 - \int_0^{2l} ql^3 dz_4 - \\ & - \int_0^{2l} 0,5qlz_4^2 dz_4 + \int_0^{2l} 0,484ql^3 dz_4 + \\ & + \left. \int_0^{2l} 1,161ql^2 z_4 dz_4 \right) = 0. \end{aligned}$$

При вычислении перемещения  $\Delta_{\text{гор}}(D)$  значения опорных реакций  $H_D$ ,  $H_B$  и  $V_B$  из соответствующих регистров (4, 0 и В) следует перевести в регистр 6.

Вводя значения  $k$ ,  $a$ ,  $b$  и  $n$  соответственно в регистры 6, 7, 8 и 9, вычисляем (БП 21 с/п) положительные слагаемые  $\Delta_{\text{гор}}(D)$  и суммируем их (БП 49 с/п) в регистре 1. Очищаем регистр Д (БП 94 с/п). Затем вычисляем (БП 21 с/п) отрицательные слагаемые  $\Delta_{\text{гор}}(D)$  и суммируем их (БП 52 с/п) в регистре 2. В результате получаем

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{гор}}(D) &= \frac{ql^4}{EI_x} (-0,054 + 0,161 + 2,000 + \\ &+ 2,000 - 0,968 - 3,096 - 2,000 - 1,333 + \\ &+ 0,968 + 2,322) = \frac{ql^4}{EI_x} (-7,451 + 7,451) = 0.\end{aligned}$$

Очищаем регистр Д (БП 94 с/п).

12. При построении эпюр нормальных  $N$  и поперечных  $Q_y$  сил и изгибающих моментов  $M_x$  задаем положительные направления: нормальную силу считаем положительной, если ее направление совпадает с направлением внешней нормали  $n$  к сечению; поперечную силу считаем положительной, если ее направление совпадает с положительным направлением оси  $t$  (положительное направление оси  $t$  получаем поворотом внешней нормали по часовой стрелке на угол  $\pi/2$ ); изгибающий момент считаем положительным, если он соответствует положительной кривизне рассматриваемого участка рамы в координатах  $y-z$ . Начало координат выбираем в точке С рамы (рис. 13,а). Составляем уравнения равновесия для оставленной части рамы на первом участке (рис. 13,б), т. е. при  $0 \leq z_1 \leq 2l$

$$\begin{aligned}\Sigma Z &= N(z_1) + H_B = 0; \quad N(z_1) = -H_B = \\ &= -0,484ql \quad (\text{ИП } 0 \text{ /-/-});\end{aligned}$$

$$\Sigma Y = V_B - Q_y(z_1) - qz_1 = 0;$$

$$Q_y(z_1) = V_B - qz_1;$$

$$\text{при } z_1 = 0 \quad Q_y(C) = 1,161ql \quad (\text{ИП } B);$$

$$\text{при } z_1 = 2l \quad Q_y(T) = -0,839ql \quad (\text{Р } X);$$

$$\Sigma m_{O_1} = M_x(z_1) + ql^2 - H_B l - V_B z_1 + 0,5qz_1^2 = 0;$$

$$M_x(z_1) = -ql^2 + H_B l + V_B z_1 - 0,5qz_1^2;$$

$$\text{при } z_1 = 0 \quad M_x(C) = -0,516ql^2 \quad (\text{Р } X);$$

$$\text{при } z_1 = 2l \quad M_x(T) = -0,194ql^2 \quad (\text{Р } X).$$



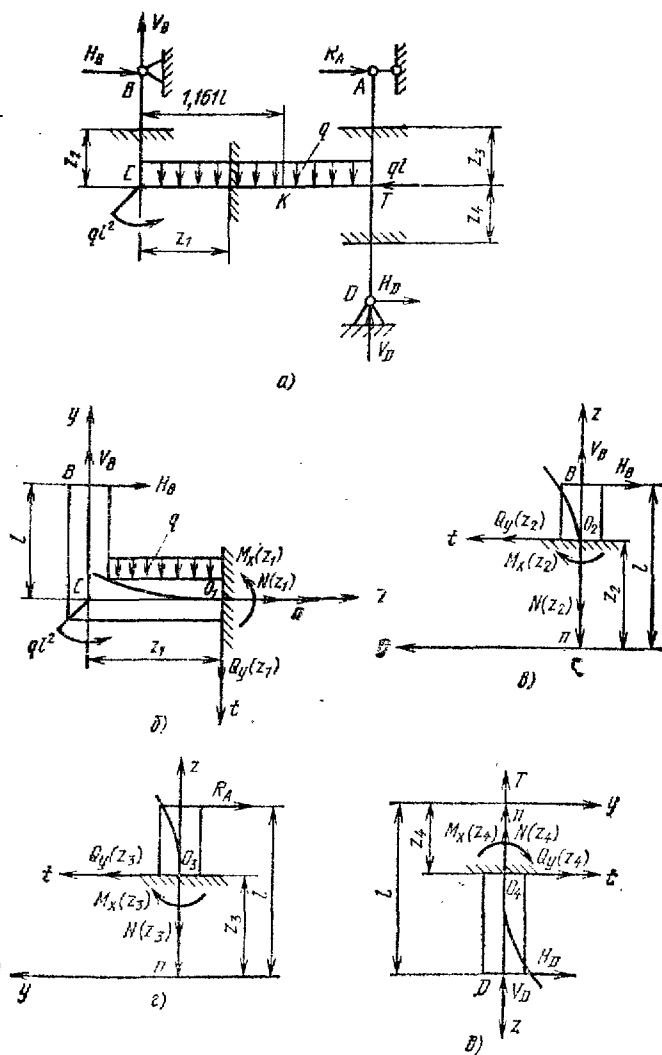


Рис. 13. Расчетные схемы отдельных участков рамы

Из условия  $Q_y(z_K) = V_B - qz_K = 0$  определяем координату

$$z_K = \frac{V_B}{q} = 1,161l \quad (\text{Р X}),$$

при которой изгибающий момент принимает экстремальное значение.

Значение  $z_K$  помещаем в регистр 3. Очищаем регистр 9 (С<sub>x</sub> П 9).

При  $z_K = 1,161l$  вычисляем:

1 /—/ в/о с/п

ИП 0 в/о с/п

ИП В ↑ ИП 3 БП 04 с/п

1 /—/ ↑ ИП 3 БП 09 с/п

максимальный изгибающий момент

$$M_x(K) = 0,158ql^2 \quad (\text{регистр 9}).$$

Очищаем регистр 9 (С<sub>x</sub> П 9).

На втором участке (рис. 13, в), т. е. при  $0 \leq z_2 \leq l$

$$\Sigma Z = V_B - N(z_2) = 0; \quad N(z_2) = V_B = 1,161ql \quad (\text{ИП В});$$

$$\Sigma Y = Q_y(z_2) - H_B = 0; \quad Q_y(z_2) = H_B = 0,484ql \quad (\text{ИП 0});$$

$$\Sigma m_{O_1} = -M_x(z_2) - H_B(l - z_2) = 0;$$

$$M_x(z_2) = -H_B(l - z_2);$$

$$\text{при } z_2 = 0 \quad M_x(C) = -0,484ql^2 \quad (\text{ИП 0 /—/});$$

$$\text{при } z_2 = l \quad M_x(B) = 0.$$

На третьем участке (рис. 13, г), т. е. при  $0 \leq z_3 \leq l$

$$\Sigma Z = -N(z_3) = 0; \quad N(z_3) = 0;$$

$$\Sigma Y = Q_y(z_3) - R_A = 0; \quad Q_y(z_3) = R_A = 0,355ql \quad (\text{ИП А});$$

$$\Sigma m_{O_3} = -M_x(z_3) - R_A(l - z_3) = 0;$$

$$M_x(z_3) = -R_A(l - z_3);$$

$$\text{при } z_3 = 0 \quad M_x(T) = -0,355ql^2 \quad (\text{ИП А /—/});$$

$$\text{при } z_3 = l \quad M_x(A) = 0.$$

На четвертом участке (рис. 13, д), т. е. при  $0 \leq z_4 \leq l$

$$\Sigma Z = N(z_4) + V_D = 0; \quad N(z_4) = -V_D =$$

$$= -0,839ql \quad (\text{ИП 5 /—/});$$

$$\Sigma Y = Q_y(z_4) + H_D = 0; \quad Q_y(z_4) = -H_D =$$

$$= -0,161ql \quad (\text{ИП 4 /—/});$$

$$\Sigma m_{O_4} = -M_x(z_4) + H_D(l - z_4) = 0;$$

$$M_x(z_4) = H_D(l - z_4);$$

$$\text{при } z_4 = 0 \quad M_x(T) = 0,161ql^2 \quad (\text{ИП 4});$$

$$\text{при } z_4 = l \quad M_x(D) = 0.$$

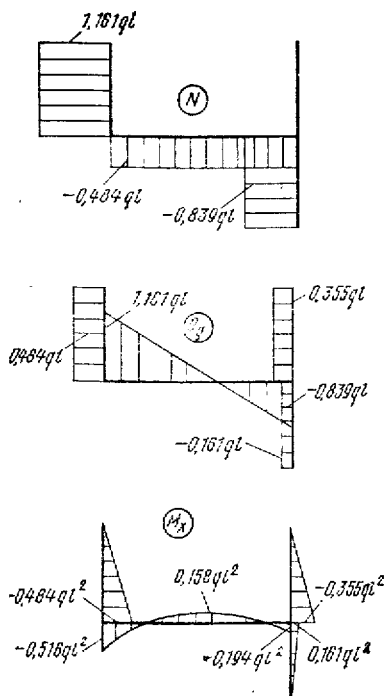


Рис. 14. Эпюры внутренних силовых факторов, возникающих при изгибе дважды статически неопределимой плоской рамы

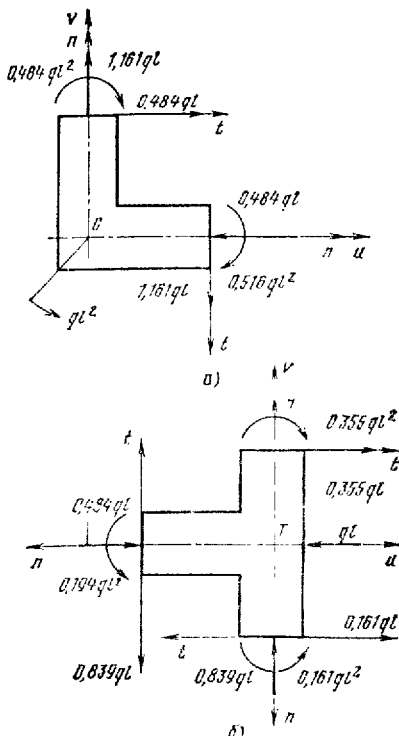


Рис. 15. Расчетная схема узлов дважды статически неопределимой плоской рамы

По полученным данным строим эпюры нормальных  $N$ , поперечных  $Q_y$  сил и изгибающих моментов  $M_x$  (рис. 14).

13. Для статической проверки решения составляем уравнения равновесия узлов рамы:

узел  $C$  (рис. 15, а)

$$\sum U = 0,484ql - 0,484ql = 0;$$

$$\sum V = 1,161ql - 1,161ql = 0;$$

$$\sum m_C = -0,484ql^2 - 0,516ql^2 + ql^2 = 0;$$

узел  $T$  (рис. 15, б)

$$\sum U = 0,484ql + 0,355ql + 0,161ql - ql = 0;$$

$$\sum V = -0,839ql + 0,839ql = 0;$$

$$\sum m_T = 0,194ql^2 + 0,161ql^2 - 0,355ql^2 = 0.$$

## 7. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ БРУСА БОЛЬШОЙ ЖЕСТКОСТИ ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ СЖАТИИ

**Задача 13.** Короткий чугунный брус сжат продольной силой  $P$ , приложенной в точке  $A$  (рис. 16). Определить из условия прочности допускаемую силу  $P$  и при этом значении силы построить эпюру нормальных напряжений в сечении, перпендикулярном нейтральной линии.

*Исходные данные:*

$$[\sigma]_p = 25 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{сж} = 100 \text{ МПа}; \quad a = 0,1 \text{ м.}$$

*Решение.* Представляем площадь сечения бруса в виде

$$F = F_1 - F_2 + F_3,$$

$$\text{где } F_1 = F_{\Delta BDT} = 12a^2; \quad F_2 = F_{\Delta ADE} = 3a^2; \quad F_3 = F_{\square ASKE} = 4a^2.$$

Для определения положения центра тяжести сечения бруса проводим через основание треугольника  $BDT$  вспомогательную ось  $x'$ , от которой центры тяжести каждой части сечения ( $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$ ) удалены на расстояния

$$y'_{C_1} = 2a; \quad y'_{C_2} = y'_{C_3} = 4a.$$

Через центры тяжести отдельных частей сечения проводим центральные оси  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ . Оси  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ , а также вспомогательная ось  $y'$ , совпадают с осью симметрии  $y$ .

В режиме автоматической работы микрокалькулятора определяем моменты инерции отдельных частей сечения относительно их центральных осей

$$I_{x_1} = \frac{4a(6a)^3}{36} = 24a^4; \quad I_{y_1} = \frac{(4a)^3 6a}{48} = 8a^4,$$

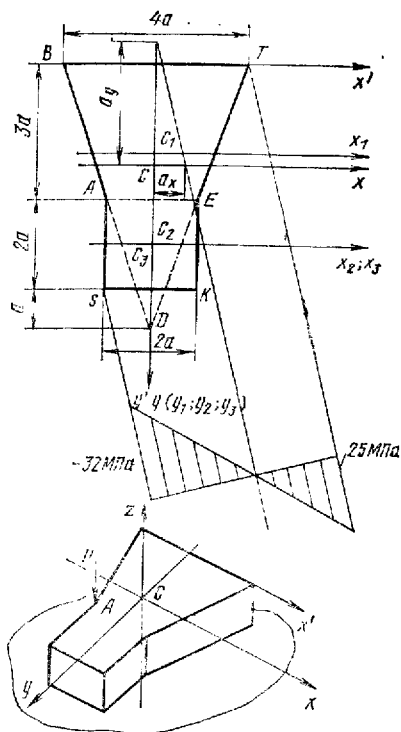
$$I_{x_2} = \frac{2a(4a)^3}{36} = 1,5a^4;$$

$$I_{y_2} = \frac{(2a)^3 3a}{48} = 0,5a^4;$$

$$I_{x_3} = I_{y_3} = \frac{2a(2a)^3}{12} = 1,333a^4.$$

Значения площадей  $F_i$ , координат  $y'_{C_i}$  и моментов инерции  $I_{x_i}$ ,  $I_{y_i}$  частей сечения приведены в табл. 15.

Рис. 16. Расчетная схема бруса большой жесткости при внецентренном сжатии



15. Геометрические параметры сечения бруса (см. рис. 16)

Часть сечения	$y'_{C_i}$	$F_i$	$I_{x_i}$	$I_{y_i}$
1	$2a$	$12a^2$	$24a^4$	$8a^4$
2	$4a$	$3a^2$	$1,5a^4$	$0,5a^4$
3	$4a$	$4a^2$	$1,333a^4$	$1,333a^4$
$\Sigma$	—	$13a^2$	$23,833a^4$	$8,833a^4$

Для дальнейшего решения задачи переводим микрокалькулятор в режим программирования (F ПРГ), вводим программу расчета бруса (табл. 16) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

Дальнейшее решение выполняем в следующем порядке.

**16. Программа расчета бруса большой жесткости на прочность при внецентренном сжатии**

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	×	12	33	/—/	0L	66	ИП Д	С1
01	+	10	34	с/п	50	67	+	13
02	с/п	50	35	ИП 2	62	68	П 9	49
03	ИП 9	69	36	ИП А	6—	69	2	02
04	+	13	37	×	12	70	5	05
05	П Д	4Г	38	ИП С	6С	71	ИП 9	69
06	с/п	50	39	+	13	72	×	12
07	ИП А	6—	40	К П 1	L1	73	ИП 4	64
08	ИП Д	6Г	41	с/п	50	74	+	13
09	—	11	42	ИП 3	63	75	П 8	48
10	с/п	50	43	ИП 0	60	76	с/п	50
11	Е x'	22	44	×	12	77	ИП Д	6Г
12	ИП 0	60	45	ИП В	6L	78	ИП 9	69
13	×	12	46	+	13	79	×	12
14	К П 1	L1	47	К П 1	L1	80	ИП 3	63
15	с/п	50	48	с/п	50	81	+	13
16	ИП 8	68	49	ИП 8	68	82	П 7	47
17	ИП 7	67	50	ИП 7	67	83	с/п	50
18	ИП 6	66	51	1	01	84	ИП 4	64
19	+	10	52	+	10	85	×	12
20	+	10	53	+	10	86	ИП 9	69
21	с/п	50	54	/—/	0L	87	+	13
22	ИП 9	69	55	П 4	44	88	П 0	40
23	+	13	56	с/п	50	89	с/п	50
24	с/п	50	57	ИП 6	66	90	ИП 3	63
25	ИП В	6L	58	ИП 5	65	91	×	12
26	ИП 0	60	59	1	01	92	ИП 9	69
27	+	13	60	+	10	93	+	13
28	/—/	0L	61	+	10	94	П А	4—
29	с/п	50	62	/—/	0L	95	С <sub>x</sub>	0Г
30	ИП С	6С	63	П 3	43	96	П 6	46
31	ИП А	6—	64	с/п	50	97	с/п	50
32	+	13	65	ИП 9	69			

1. Определяем положение центра тяжести сечения бруса и статический момент  $S_{x'}$ , площади  $F = \sum F_i$  сечения бруса относительно оси  $x'$ . Для этого вводим в регистр микрокалькулятора 9 значение  $F = 13a^3$  (13 П 9). Очищаем стек (С<sub>x</sub> ↑ ↑ ↑) и выполняем вычисления:

2 ↑ 12 в/о с/п

4 ↑ 3 /—/ в/о с/п

4 ↑ 4 в/о с/п.

Результат ( $S_{x'}=28a^3$ ) получаем в регистре X. Определяем (БП 03 с/п) координату

$$y'_C = \frac{S_{x'}}{F} = \frac{y'_{C_1}F - y'_{C_2}F_1 + y'_{C_3}F_2}{F_1 - F_2 + F_3} = \\ = \frac{2a \cdot 12a^2 - 4a \cdot 3a^2 + 4a \cdot 4a^2}{12a^2 - 3a^2 + 4a^2} = 2,154a \quad (\text{регистр Д}).$$

2. Для определения момента инерции сечения бруса относительно центральной оси  $x$  находим координаты центров тяжести отдельных частей сечения относительно оси  $x$  (расстояния  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ ) и значения  $a^2 \cdot F_i$ . С этой целью вводим в регистры микрокалькулятора 1, 0 и А значения 9;  $F_i$  и  $y'_{C_i}$  (из табл. 15) и в результате вычислений (БП 07 с/п БП 11 с/п) получаем

$$a_1 = y'_{C_1} - y'_C = 2a - 2,154a = -0,154a \quad (\text{регистр X});$$

$$a^2_1 F_1 = (-0,154a)^2 12a^2 = 0,284a^2 \quad (\text{регистр 8});$$

$$a_2 = y'_{C_2} - y'_C = 4a - 2,154a = 1,846a \quad (\text{регистр X});$$

$$a^2_2 F_2 = (1,846a)^2 (-3a^2) = -10,225a^4 \quad (\text{регистр 7});$$

$$a_3 = y'_{C_3} - y'_C = 4a - 2,154a = 1,846a \quad (\text{регистр X});$$

$$a^2_3 F_3 = (1,846a)^2 4a^2 = 13,633a^4 \quad (\text{регистр 6}).$$

Вычисляем (БП 16 с/п) значение

$$\Sigma a^2_i F_i = a^2_1 F_1 - a^2_2 F_2 + a^2_3 F_3 = 0,284a^4 - 10,225a^4 + \\ + 13,633a^4 = 3,692a^4 \quad (\text{регистр X}).$$

Определяем момент инерции  $I_x$  относительно главной центральной оси  $x$  (значения  $\Sigma I_{x_i}$  берем из табл. 15)

$$I_x = \Sigma a^2_i F_i + \Sigma I_{x_i} = 3,692a^4 + 23,833a^4 = \\ = 27,525a^4 \quad (\text{регистр X}).$$

В результате вычислений (БП 22 с/п) получаем

$$i^2_x = \frac{27,525a^4}{15a^2} = 2,117a^2 \quad (\text{регистр X}).$$

Значение  $i^2_x$  вводим в регистр С (П С).

Так как оси  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$  совпадают с осью симметрии  $y$ , осевой момент инерции

$$I_y = \Sigma I_{y_i} = 8a^4 - 0,5a^4 + 1,333a^4 = 8,833a^4 \quad (\text{регистр X}).$$

В результате вычислений ( $8,833 \uparrow$  БП 22 с/п) получаем

$$i^2_y = \frac{8,833a^4}{13a^2} = 0,679a^2 \quad (\text{регистр X}).$$

Значение  $i^2_y$  вводим в регистр В (П В).

3. Положение нейтральной оси определяем по длине отрезков, отсекаемых ею на главных осях  $x$  и  $y$ . Предварительно находим координаты  $x_P$  и  $y_P$  точки приложения силы  $P$  в главных осях  $x$  и  $y$ . Согласно рис. 16  $y_P = y'_A - y'_C$  и  $y'_P = y'_A = 3a$ . В результате вычислений (3 ↑ БП 08 с/п) получаем

$$y_P = 3a - 2,154a = 0,846a \quad (\text{регистр X}).$$

Значение  $y_P$  вводим в регистр А (П А).

Согласно рис. 16

$$x_P = x_A = -a.$$

Значение  $X_P$  вводим в регистр 0 (1 /—/ П 0).

Определяем длины отрезков, отсекаемых нейтральной осью на главных осях:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_P} = -\frac{0,679a^2}{-a} = 0,679a \quad (\text{БП 25 с/п});$$

$$a_y = -\frac{i_x^2}{y_P} = -\frac{2,117a^2}{0,846a} = -2,502a \quad (\text{БП 30 с/п}).$$

Отложив отрезки  $a_x$  и  $a_y$  на главных осях (см. рис. 16), проводим нейтральную ось.

4. Для определения положения опасных точек сечения проводим касательные к контуру сечения параллельно нейтральной оси (см. рис. 16). В результате находим положение опасных точек  $S$  (сжатие) и  $T$  (растяжение).

5. Записываем условия прочности

$$\sigma_T = -\frac{P}{F} \left( 1 + \frac{y_P y_T}{i_x^2} + \frac{x_P x_T}{i_y^2} \right) \leq [\sigma]_p;$$

$$\sigma_S = -\frac{P}{F} \left( 1 + \frac{y_P y_S}{i_x^2} + \frac{x_P x_S}{i_y^2} \right) \leq [\sigma]_{сж}.$$

Определяем координаты точек  $T$  и  $S$  в главных центральных осях  $x$  и  $y$ . Согласно рис. 16  $y'_T = 0$ , тогда  $y_T = 0 - 2,154a = -2,154a$  (0 ↑ БП 08 с/п).

Значение  $y_T$  из регистра X переводим в регистр 2 (П 2).

Согласно рис. 16  $x_T = 2a$ . Значение  $X_T$  вводим в регистр 3 (2 П 3).

Для определения напряжения  $\sigma_T$  вводим в регистр 1



число 9 (9 П 1) и последовательно вычисляем значения:

$$\frac{y_P y_T}{i_x^2} = \frac{0,846a (-2,154a)}{2,117a^2} = -0,861 \quad (\text{БП } 35 \text{ с/п});$$

$$\frac{x_P x_T}{i_y^2} = \frac{(-a) 2a}{0,679a^2} = -2,943 \quad (\text{БП } 42 \text{ с/п});$$

$$\sigma_T = -\frac{P}{F} (1 - 0,861 - 2,943) = 2,804 \frac{P}{F} \quad (\text{БП } 49 \text{ с/п}).$$

В процессе вычислений значения  $\frac{y_P y_T}{i_x^2}$ ,  $\frac{x_P x_T}{i_y^2}$  и  $\sigma_T$  переводятся из регистра X в регистры 8, 7 и 4 соответственно.

Определяем координаты точки S в главных центральных осях x и y. Согласно рис. 16  $y'_S = 5a$ , тогда

$$y_S = 5a - 2,154a = 2,846a \quad (5 \uparrow \text{ БП } 08 \text{ с/п}).$$

Значение  $y_S$  из регистра X переводим в регистр 2 (П 2).

Согласно  $x_S = -a$ . Значение  $x_S$  вводим в регистр 3 (1 /—/ П 3).

Определив значения

$$\frac{y_P y_S}{i_x^2} = \frac{0,846a \cdot 2,846a}{2,117a^2} = 1,137 \quad (\text{БП } 35 \text{ с/п});$$

$$\frac{x_P x_S}{i_y^2} = \frac{(-a)(-a)}{0,679a^2} = 1,472 \quad (\text{БП } 42 \text{ с/п});$$

$$\begin{aligned} \sigma_S &= -\frac{P}{F} (1 + 1,137 + 1,472) = \\ &= -3,609 \frac{P}{F} \quad (\text{БП } 57 \text{ с/п}). \end{aligned}$$

В процессе вычислений значения  $\frac{y_P y_S}{i_x^2}$ ,  $\frac{x_P x_S}{i_y^2}$  и  $\sigma_S$  переводятся из регистра X в регистры 6, 5 и 3 соответственно.

Для определения допускаемой силы  $[P]_p$  по условию прочности для точки T введем в регистр Д микрокалькулятора число 100 (100 П Д).

Из условия прочности для точки T  $\sigma_T = 2,804P/F \leq \leq [\sigma]_p$  следует  $[P]_p = [\sigma]_p F / 2,804$ .

В результате вычислений (БП 65 с/п) получаем

$$[P]_p = \frac{25 \cdot 13 (0,1)^3}{2,804} = 1,159 \text{ МН (регистры X и 8)}.$$

Из условия прочности для точки S  $\sigma_S = -3,609 P/F \leq \leq [\sigma]_{сж}$  следует

$$[P]_{сж} = -[\sigma]_{сж} F / 3,609.$$

В результате вычислений (БП 77 с/п) получаем

$$[P]_{сж} = - \frac{100 \cdot 13 \cdot (0,1)^3}{3,609} = -3,602 \text{ МН (регистры X и 7)}.$$

Окончательно принимаем меньшее значение, т. е.  $[P] = 1,159 \text{ МН}$ .

7. Определяем при принятом значении  $[P]$  напряжения в опасных точках T и S:

$$\begin{aligned} \sigma_T &= 2,804 \frac{[P]}{F} = 2,804 \frac{1,159}{13 (0,1)^2} = \\ &= 25 \text{ МПа (ИП 8 БП 84 с/п);} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_S &= -3,609 \frac{[P]}{F} = -3,609 \frac{1,159}{13 (0,1)^2} = \\ &= -32 \text{ МПа (ИП 8 БП 90 с/п).} \end{aligned}$$

Значения  $\sigma_T$  и  $\sigma_S$  содержатся соответственно в регистрах 0 и A. По найденным значениям  $\sigma_T$  и  $\sigma_S$  строим эпюру нормальных напряжений в сечении, перпендикулярном нейтральной оси (см. рис. 16).

## 8. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ БРУСА С ЛОМАННОЙ ОСЬЮ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ НАГРУЖЕНИИ

**Задача 14.** Ломаный брус квадратного поперечного сечения нагружен пространственной системой сил (рис. 17, а). Требуется:

1) построить эпюры изгибающих  $M_x$  и  $M_y$  и крутящего  $M_z$  моментов;

2) найти положение опасного сечения и определить его размеры по теориям прочности наибольших касательных напряжений и энергии формоизменения;

3) сравнить площади сечений, найденные по этим теориям;

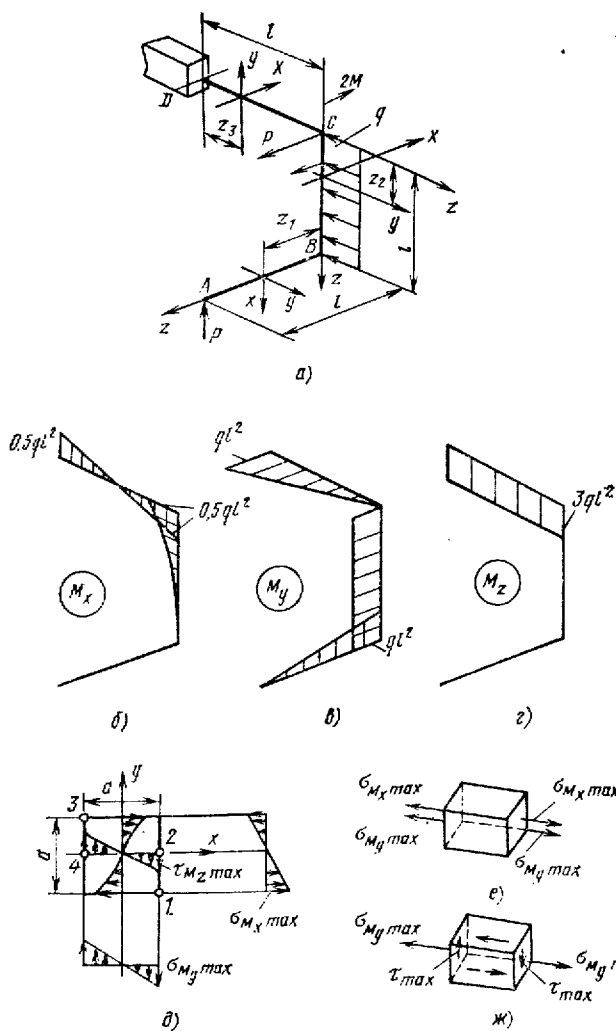


Рис. 17. Расчетная схема, эпюры внутренних моментов и напряжений в брусе квадратного сечения с ломаной осью при произвольной нагрузке

4) в окрестности расчетной точки выделить элемент в виде параллелепипеда и показать напряжения, действующие на его гранях.

Исходные данные:  $P=ql$ ;  $M=ql^2$ ;  $l=1$  м;  $q=1$  кН/м;  $[\sigma]=160$  МПа.

Решение. С помощью метода сечений определяем внутренние моменты на каждом участке стержня.

На первом участке (AB)

$$M_x(z_1)=0; \quad M_y(z_1)=P(l-z_1); \quad M_z(z_1)=0;$$

$$\text{при } z_1=0 \quad M_y(B)=Pl=ql^2;$$

$$\text{при } z_1=l \quad M_y(A)=0.$$

На втором участке (BC)

$$M_x(z_2)=q \frac{(l-z_2)^2}{2}; \quad M_y(z_2)=Pl=ql^2; \quad M_z(z_2)=0;$$

$$\text{при } z_2=0 \quad M_x(C)=\frac{ql^2}{2};$$

$$\text{при } z_2=l \quad M_x(B)=0.$$

На третьем участке (CD)

$$M_x(z_3)=P(l-z_3)-ql^2/2;$$

$$M_y(z_3)=P(l-z_3); \quad M_z(z_3)=-Pl-2M=-3ql^2;$$

$$\text{при } z_3=0 \quad M_x(D)=ql^2/2; \quad M_y(D)=Pl=ql^2,$$

$$\text{при } z_3=l \quad M_x(C)=-ql^2/2; \quad M_y(C)=0.$$

По найденным значениям внутренних моментов строим эпюры  $M_x$ ,  $M_y$  и  $M_z$  (рис. 17,б-г), из которых определяем, что опасным является сечение D. Строим эпюры нормальных и касательных напряжений в сечении D (рис. 17,д) и определяем наибольшие напряжения

$$\sigma_{M_x \max} = \frac{M_x(D)}{W_x}; \quad \sigma_{M_y \max} = \frac{M_y(D)}{W_y}; \quad \tau_{\max} = \frac{M_z(D)}{W_{\kappa}},$$

где  $W_x$  и  $W_y$  — осевые моменты сопротивления сечения;  $W_{\kappa}$  — момент сопротивления некруглого бруса при кручении.

Для квадратного сечения  $W_x=W_y=a^3/6$ ;  $W_{\kappa}=0,208a^3$  [15].

Наиболее опасные точки сечения D: 1, 3, 2 и 4. Напряженное состояние в окрестности точек 1 и 2 показано на рис. 17,е и ж соответственно.

Так как в точке 1 действуют только нормальные напряжения, результирующее напряжение

$$\sigma_{\text{рез}} = \sigma_{M_y \max} + \sigma_{M_x \max} = 6 \frac{ql^2}{a^3} + 6 \frac{ql^2}{2a^3} = 9 \frac{ql^2}{a^3}.$$

Для определения эквивалентного напряжения в точке 2 в режиме программирования микрокалькулятора (F ПРГ) введем программу расчета бруса с ломаной осью (табл. 17) и переведем микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

Для определения значения эквивалентного напряжения  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}}$  вводим значение  $M_y(D) = ql^2$  в регистр А (1 П А) и значение  $M_z(D) = 3ql^2$  в регистр В (3 П В).

17. Программа расчета на прочность бруса с ломаной осью при произвольной нагрузке

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП А	6—	33	F x <sup>y</sup>	24	66	2	02
01	6	06	34	П 0	40	67	F π	20
02	×	12	35	с/п	50	68	+	13
03	F x <sup>1</sup>	22	36	Cx	0Г	69	ИП С	6С
04	П А	4—	37	П 0	40	70	×	12
05	ИП В	6L	38	П А	4—	71	П Д	4Г
06	0	00	39	П В	4L	72	3	03
07	.	0—	40	П С	4С	73	F 1/x	23
08	2	02	41	П Д	4Г	74	↑	0Е
09	0	00	42	с/п	50	75	ИП Д	6Г
10	8	08	43	ИП 9	69	76	F x <sup>y</sup>	24
11	+	13	44	ИП А	6—	77	1	01
12	F x <sup>2</sup>	22	45	+	13	78	0	00
13	4	04	46	F arctg	1L	79	+	13
14	×	12	47	П 8	48	80	П 0	40
15	П В	4L	48	с/п	50	81	с/п	50
16	ИП А	6—	49	ИП А	6—	82	ИП В	6L
17	+	10	50	F x <sup>2</sup>	22	83	0	00
18	F y	21	51	П А	4—	84	.	0—
19	П С	4С	52	ИП 9	69	85	7	07
20	с/п	50	53	F x <sup>1</sup>	22	86	5	05
21	1	01	54	П 9	49	87	×	12
22	6	06	55	ИП А	6—	88	ИП А	6—
23	В П	6С	56	+	10	89	+	10
24	3	03	57	П А	4—	90	F y	21
25	F 1/x	23	58	ИП В	6L	91	П С	4С
26	ИП С	6С	59	F x <sup>2</sup>	22	92	с/п	50
27	×	12	60	П В	4L	93	ИП 1	61
28	П Д	4Г	61	ИП А	6—	94	+	13
29	3	03	62	+	10	95	F x <sup>2</sup>	22
30	F 1/x	23	63	F y	21	96	F 1/x	23
31	↑	0Е	64	П С	4С	97	с/п	50
32	ИП Д	6Г	65	с/п	50			

В результате вычислений (в/о с/п) по теории прочности наибольших касательных напряжений получаем

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma_{M_y \text{ max}}^2 + 4\tau_{\text{max}}^2} = \sqrt{\left(6 \frac{ql^2}{a^3}\right)^2 + 4\left(\frac{3ql^2}{0,208a^3}\right)^2} = \\ = 29,46 \frac{ql^2}{a^3} \quad (\text{регистр С}).$$

Определяем из условия прочности  $\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}} = 29,46 ql^2/a^3 \leq [\sigma]$  размер  $a$  квадратного сечения бруса. Выполнив вычисления (БП 21 с/п), получаем:

$$a^{\text{III}} = \sqrt[3]{29,46 \frac{ql^2}{[\sigma]}} = \sqrt[3]{29,46 \frac{10}{10^3} \frac{1}{160}} = \\ = 0,122 \text{ м} \quad (\text{регистр О}).$$

Значение  $a^{\text{III}}$  вводим в регистр 1 (0,122 П 1).

В результате вычислений (БП 82 с/п) согласно теории прочности энергии формоизменения получаем

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{VI}} = \sqrt{\sigma_{M_y \text{ max}}^2 + 3\tau_{\text{max}}^2} = \sqrt{\left(6 \frac{ql^2}{a^3}\right)^2 + 3\left(\frac{3ql^2}{0,208a^3}\right)^2} = \\ = 25,69 \frac{ql^2}{a^3} \quad (\text{регистр С}).$$

Определяем размер  $a^{\text{VI}}$  из условия прочности  $\sigma_{\text{экр}}^{\text{VI}} = 25,69 ql^2/a^3 \leq [\sigma]$ . Выполнив вычисления (БП 21 с/п), получаем

$$a^{\text{VI}} = \sqrt[3]{25,69 \frac{ql^2}{a^3}} = \sqrt[3]{25,69 \frac{10}{10^3} \frac{1}{160}} = \\ = 0,117 \text{ м} \quad (\text{регистр О}).$$

Сравниваем площади сечений, найденные по этим теориям прочности. Для этого вычисляем (БП 93 с/п) отношение

$$\psi = \frac{F^{\text{III}}}{F^{\text{VI}}} = \left(\frac{0,122}{0,117}\right)^2 = 1,09 \quad (\text{регистр Х}).$$

**Задача 15.** Решить задачу, аналогичную 14, для бруса круглого сечения (рис. 18,а). С помощью метода сечений определяем внутренние моменты на каждом участке стержня.

На первом участке (AB)

$$M_x(z_1) = P(l - z_1); \quad M_y(z_1) = 0; \quad M_z(z_1) = 0;$$

$$\text{при } z_1 = 0 \quad M_x(B) = Pl = ql^2;$$

$$\text{при } z_1 = l \quad M_x(A) = 0.$$

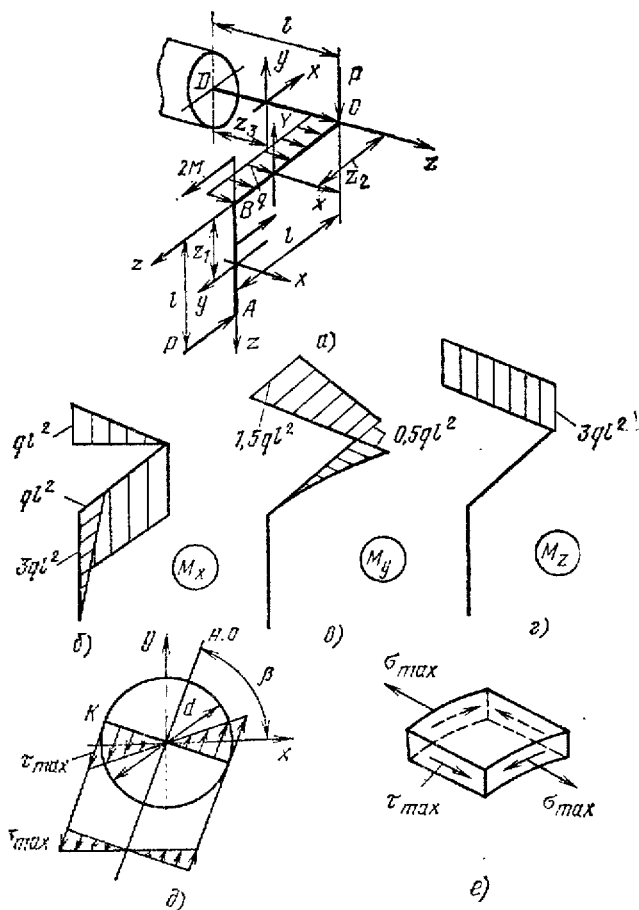


Рис. 18. Расчетная схема, эпюры внутренних моментов в напряженном в брусе круглого сечения с ломаной осью при произвольной нагрузке

На втором участке (BC)

$$M_x(z_2) = Pl + 2M = 3ql^2;$$

$$M_y(z_2) = q(l - z_2)^2/2; \quad M_z(z_2) = 0;$$

при  $z_2 = 0$   $M_y(C) = ql^2/2$ ;

при  $z_2 = l$   $M_y(B) = 0$ .

На третьем участке (CD)

$$M_x(z_3) = P(l - z_3); \quad M_y(z_3) = ql^2/2 + P(l - z_3);$$

$$M_z(z_3) = Pl + 2M = 3ql^2;$$

$$\text{при } z_3 = 0 \quad M_x(D) = ql^2; \quad M_y(D) = 1,5ql^2;$$

$$\text{при } z_3 = l \quad M_x(C) = 0; \quad M_y(C) = 0,5ql^2.$$

По найденным значениям внутренних моментов строим эпюры  $M_x$ ,  $M_y$  и  $M_z$  (рис. 18,б—г), из которых определяем, что опасным является сечение  $D$ . Для расчета бруса на прочность переводим микрокалькулятор в режим программирования (F ПРГ) вводим программу расчета бруса (см. табл. 17) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

Определяем положение нейтральной оси в сечении  $D$ . С этой целью вводим значение  $M_x(D) = ql^2$  в регистр А (1 П А), значение  $M_y(D) = 1,5ql^2$  — в регистр 9 (1,5 П 9), значение  $M_z(D) = 3ql^2$  — в регистр В (3 П В). Положение нейтральной оси в сечении  $D$  определяется углом  $\beta$  наклона нейтральной оси (н.о) к оси  $x$  (см. рис. 18, д).

Выполнив вычисления (БП 43 с/п), получаем

$$\begin{aligned} \beta &= \operatorname{arctg} \frac{M_y(D)}{M_x(D)} = \operatorname{arctg} \frac{1,5ql^2}{ql^2} = \\ &= 56,30^\circ = 56^\circ 19' \quad (\text{регистр 8}). \end{aligned}$$

Определяем (БП 49 с/п) эквивалентный момент по теории прочности наибольших касательных напряжений:

$$\begin{aligned} M_{\text{экр}}^{\text{III}} &= \sqrt{M_x^2(D) + M_y^2(D) + M_z^2(D)} = \\ &= \sqrt{(ql^2)^2 + (1,5ql^2)^2 + (3ql^2)^2} = 3,5ql^2 \quad (\text{регистр С}). \end{aligned}$$

Определяем диаметр бруса по теории прочности наибольших касательных напряжений. Из условия прочности

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}} = \frac{M_{\text{экр}}^{\text{III}}}{W_{\text{н.о}}} \leq [\sigma],$$

где  $W_{\text{н.о}}$  — осевой момент сопротивления круглого сечения ( $W_{\text{н.о}} = \pi d^3/32$ ), следует, что

$$W_{\text{н.о}} = \frac{M_{\text{экр}}^{\text{III}}}{[\sigma]} = \frac{\pi d^3}{32},$$

Выполняя вычисления (БП 66 с/п), получаем

$$\begin{aligned} d^{\text{III}} &= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{\text{экр}}^{\text{III}}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3,5 \cdot 10^4}{\pi \cdot 160 \cdot 10^3}} = \\ &= 0,131 \text{ м} \quad (\text{регистр О}). \end{aligned}$$



Значение  $d^{III}$  вводим в регистр 1 (0,131 П 1).

Определяем (БП 82 с/п) эквивалентный момент по теории прочности энергии формоизменения

$$\begin{aligned} M_{э.к.в}^{VI} &= \sqrt{M_x^2(D) + M_y^2(D) + 0,75 M_z^2(D)} = \\ &= \sqrt{(ql^2)^2 + (1,5ql^2)^2 + 0,75(ql^2)^2} = \\ &= 3,162 ql^2 \quad (\text{регистр С}). \end{aligned}$$

Определяем диаметр бруса по теории прочности энергии формоизменения. Выполним вычисления (БП 66 с/п) согласно условию прочности  $\sigma_{э.к.в}^{VI} = M_{э.к.в}^{VI} / W_{н.о} \leq [\sigma]$ , получаем

$$\begin{aligned} d^{VI} &= \sqrt[3]{\frac{32 M_{э.к.в}^{VI}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3,162 \cdot 10 \cdot 1}{\pi \cdot 160 \cdot 10^8}} = \\ &= 0,126 \text{ м} \quad (\text{регистр О}). \end{aligned}$$

Сравниваем площади сечений, найденные по этим теориям прочности. Для этого вычисляем (БП 93 с/п) отношение

$$\psi = \frac{F^{III}}{F^{VI}} = \left( \frac{0,131}{0,126} \right)^2 = 1,07 \quad (\text{регистр Х}).$$

Эпюры напряжений в сечении  $D$  показаны на рис. 18,б, напряженное состояние в опасной точке  $K$  этого сечения — на рис. 18,в.

## 9. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО И ОБЪЕМНОГО НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЙ

При одновременном действии изгиба и кручения эквивалентные напряжения определяют согласно теории прочности наибольших касательных напряжений по формуле

$$\sigma_{э.к.в}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma_{из}^2 + 4\tau_k^2}$$

или согласно теории прочности энергии формоизменения по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_{э.к.в}^{VI} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \\ &= \sqrt{\sigma_{из}^2 + 3\tau_k^2}, \end{aligned}$$

где

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{из}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{из}}{2}\right)^2 + \tau_k^2};$$

$$\sigma_2 = 0;$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{из}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{из}}{2}\right)^2 + \tau_k^2},$$

т. е. напряженное состояние считают плоским. Однако в ряде случаев необходимо рассматривать объемное напряженное состояние, при котором главные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2};$$

$$\sigma_2 \neq 0;$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2}.$$

**Задача 16.** Для элемента, находящегося в условиях плоского напряженного состояния (рис. 19), определить главные напряжения, положение главных площадок, главные относительные деформации, относительное изменение объема, полную удельную потенциальную энергию деформации, удельную потенциальную энергию изменения объема и удельную потенциальную энергию формоизменения [15].

**Решение.** 1. В режиме программирования микрокалькулятора (Ф ПРГ) вводим программу исследования (табл. 18) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (Ф АВТ).

Заданные значения  $\sigma_x = 40$  МПа;  $\sigma_y = -30$  МПа и  $\tau_{yx} = 20$  МПа вводим в регистры микрокалькулятора 0, А и В (40 П 0; 30 /—/ П А и 20 П В).

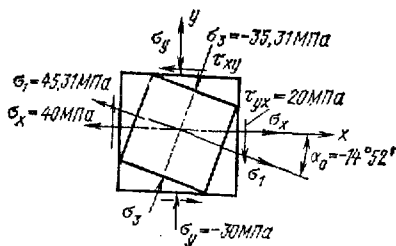


Рис. 19. Расчетная схема элемента, находящегося в условиях плоского напряженного состояния

18. Программа исследования плоского и объемного напряженного и деформированного состояний

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП 0	60	33	с/п	50	66	П 3	43
01	ИП А	6—	34	ИП 4	64	67	ИП 2	62
02	+	10	35	ИП 5	65	68	+	10
03	2	02	36	+	10	69	ИП 1	61
04	+	13	37	ИП Д	6Г	70	+	10
05	П 9	49	38	х	12	71	П 7	47
06	ИП 0	10	39	ИП 0	60	72	ИП 0	60
07	ИП А	6—		←		73	ИП 1	61
08	—	11	40	ху	14	74	х	12
09	2	02		→		75	ИП 4	64
10	+	13	41	—	11	76	ИП 2	62
11	F x²	22	42	ИП С	6С	77	х	12
12	ИП В	6L	43	+	13	78	ИП 5	65
13	F x²	22	44	П 1	41	79	ИП 3	63
14	+	10	45	ИП 5	65	80	х	12
15	F √	21	46	ИП 0	60	81	+	10
16	П 8	48	47	+	10	82	+	10
17	ИП 9	69	48	ИП Д	6Г	83	2	02
18	+	10	49	х	12	84	+	13
19	П 4	44	50	ИП 4	64	85	П А	4—
				←				
20	ИП 9	69	51	ху	14	86	ИП 7	67
21	ИП 8	68		→		87	F x²	22
22	—	11	52	—	11	88	ИП С	6С
23	П 5	45	53	ИП С	6С	89	х	12
24	с/п	50	54	+	13	90	ИП В	6L
25	ИП 5	65	55	П 2	42	91	+	13
26	ИП 0	60	56	ИП 0	60	92	П Д	4Г
27	—	11	57	ИП 4	64	93	ИП А	6—
28	ИП В	6L	58	+	10		←	
	←		59	ИП Д	6Г	94	ху	14
29	ху	14	60	х	12		→	
	→		61	ИП 5	65	95	—	11
30	+	13		←		96	П С	4С
31	F arctg	1L	62	ху	14	97	с/п	50
32	П 6	46		→				
			63	—	11			
			64	ИП С	6С			
			65	+	13			

Вычисляем (в/о с/п) главные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{10 + (-30)}{2} - \sqrt{\left[\frac{40 - (-30)}{2}\right]^2 + 20^2} =$$

$$= 45,31 \text{ МПа (регистр 4);}$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ (по условию задачи);}$$

$$\sigma_3 = \frac{40 + (-30)}{2} - \sqrt{\left[\frac{40 - (-30)}{2}\right]^2 + 20^2} =$$

$$= -35,31 \text{ МПа (регистры X и 5)}.$$

2. Положение главных площадок определяется углом

$$\alpha_0 = \operatorname{arctg} \frac{\sigma_{yx}}{\sigma_3 - \sigma_x}.$$

Выполнив вычисления (БП 25 с/п), получаем

$$\alpha_0 = \operatorname{arctg} \left( \frac{20}{-35,31 - 40} \right) = -14,87^\circ = 14^\circ 52' \text{ (регистр 6)}.$$

3. Определяем главные относительные деформации

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_2 + \sigma_3);$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_3 + \sigma_1);$$

$$\epsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2),$$

где  $E$  — модуль упругости материала ( $E=200$  ГПа);  
 $\nu$  — коэффициент Пуассона ( $\nu=0,3$ ).

Вводим в регистры микрокалькулятора 0, 4, 5, С, Д и В значения  $\sigma_1=45,31$  МПа;  $\sigma_2=0$ ;  $\sigma_3=-35,31$  МПа;  $E=200$  ГПа  $= 2 \cdot 10^5$  МПа;  $\nu=0,3$ ;  $6(1-2\nu)=2,4$  и 0 (45, 31 П 0; 0 П 4; 35,31 /—/ П 5; 2 ВП 5 П С; 0,3 П Д; 2,4 П В). Выполнив вычисления (БП 34 с/п), получаем

$$\epsilon_1 = \frac{45,31}{2 \cdot 10^5} - \frac{0,3}{2 \cdot 10^5} [0 + (-35,31)] =$$

$$= 2,795 \cdot 10^{-4} \text{ (регистр 1);}$$

$$\epsilon_2 = - \frac{0,3}{2 \cdot 10^5} [- (35,31) + 45,31] =$$

$$= -1,5 \cdot 10^{-5} \text{ (регистр 2);}$$

$$\epsilon_3 = - \frac{35,31}{2 \cdot 10^5} - \frac{0,3}{2 \cdot 10^5} (45,31 + 0) =$$

$$= -2,445 \cdot 10^{-4} \text{ (регистр 3).}$$

4. Относительное изменение объема

$$\Theta = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 2,795 \cdot 10^{-4} + (-1,5 \cdot 10^{-5}) +$$

$$+ (-2,445 \cdot 10^{-4}) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ (регистр 7).}$$

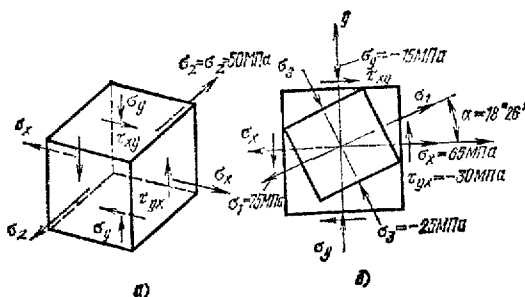


Рис. 20. Расчетная схема элемента, находящегося в условиях объемного напряженного состояния

### 5. Полная удельная потенциальная энергия деформации

$$\begin{aligned}
 U_{\text{полн}} &= \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2} = \\
 &= \frac{45,31 \cdot 2,795 \cdot 10^{-4}}{2} + \frac{(-35,31) (-2,445) \cdot 10^{-4}}{2} = \\
 &= 1,065 \cdot 10^{-2} \text{ МДж/м}^3 = 1,065 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3 \text{ (регистр А)}.
 \end{aligned}$$

Удельная потенциальная энергия изменения объема

$$\begin{aligned}
 U_{\text{об}} &= \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 = \frac{\theta^2 E}{6(1-2\nu)} = \\
 &= \frac{(2 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{6(1-2 \cdot 0,3)} = 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ МДж/м}^3 = \\
 &= 33,3 \text{ Дж/м}^3 \text{ (регистр Д)}.
 \end{aligned}$$

Удельная потенциальная энергия формоизмерения

$$\begin{aligned}
 U_{\text{ф}} &= U_{\text{полн}} - U_{\text{об}} = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \\
 &+ (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 1,065 \cdot 10^4 - 33,3 = 1,062 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3 \\
 &\text{(регистр С)}.
 \end{aligned}$$

**Задача 17.** Для элемента, находящегося в условиях объемного напряженного состояния (рис. 20.а), определить главные напряжения, положение главных площадок, главные относительные деформации, относительное изменение объема, полную удельную потенциальную энергию, удельную потенциальную энергию изменения объема и удельную потенциальную энергию изменения формы.

**Решение.** 1. В режиме программирования микрокалькулятора (Г ПРГ) вводим программу исследования одноосного напряженного и деформированного состояний (см. табл. 18) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (Г АВТ).

Заданные значения  $\sigma_x=65$  МПа;  $\sigma_y=-15$  МПа;  $\tau_{yx}=-30$  МПа вводим в регистры микрокалькулятора 0, А и В (65 П 0; 15 /—/ П А; 30 /—/ П В).

Выполнив вычисления (в/о с/п), получаем значения главных напряжений

$$\sigma_1 = \frac{65 + (-15)}{2} + \sqrt{\left(\frac{65 - (-15)}{2}\right)^2 + (-30)^2} = 75 \text{ МПа (регистр 4);}$$

$\sigma_2 = \sigma_z = 50$  МПа (по условию задачи);

$$\sigma_3 = \frac{65 + (-15)}{2} - \sqrt{\left[\frac{65 - (-15)}{2}\right]^2 + (-30)^2} = -25 \text{ МПа (регистры X и 5).}$$

2. Определяем положение главных площадок (см. рис. 20,б), вычислив (БП 25 с/п) значение угла

$$\alpha_0 = \operatorname{arctg}\left(\frac{-30}{-25 - 35}\right) = 18,43^\circ = 18^\circ 26' \text{ (регистр 6).}$$

3. Для определения главных относительных деформаций  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$ , относительного изменения объема  $\Theta$ , полной удельной потенциальной энергии  $U_{\text{полн}}$  деформации, удельной потенциальной энергии  $U_{\text{об}}$  изменения объема, удельной потенциальной энергии  $U_{\text{ф}}$  изменения формы вводим в регистры микрокалькулятора 0, 4, 5, С, Д и В значения  $\sigma_1=75$  МПа;  $\sigma_2=50$  МПа;  $\sigma_3=-25$  МПа;  $E=200$  ГПа= $2 \cdot 10^5$  МПа;  $\nu=0,3$ ;  $6(1-2\nu)=2,4$  (75 П 0; 50 П 4; 25 /—/ П 5; 2 ВП 5 П С; 0,3 П Д; 2,4 П В).

Выполнив вычисления (БП 34 с/п), получаем

$$\epsilon_1 = \frac{75}{2 \cdot 10^5} - \frac{0,3}{2 \cdot 10^5} [50 + (25)] = 3,375 \cdot 10^{-4} \text{ (регистр 1);}$$

$$\epsilon_2 = \frac{50}{2 \cdot 10^5} - \frac{0,3}{2 \cdot 10^5} [(-25) + 75] = 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ (регистр 2);}$$

$$\epsilon_3 = \frac{25}{2 \cdot 10^5} - \frac{0,3}{2 \cdot 10^5} [75 + 50] = -3,125 \cdot 10^{-4} \text{ (регистр 3);}$$

$$\Theta = 3,375 \cdot 10^{-4} + 1,75 \cdot 10^{-4} + (-3,125 \cdot 10^{-4}) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ (регистр 7);}$$

$$\begin{aligned}
U_{\text{полн}} &= \frac{75 \cdot 3,375 \cdot 10^{-4}}{2} + \frac{50 \cdot 1,75 \cdot 10^{-4}}{2} + \\
&+ \frac{(-25) \cdot (-3,125 \cdot 10^{-4})}{2} = 2,094 \cdot 10^{-3} \text{ МДж/м}^3 = \\
&= 2,094 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3 \quad (\text{регистр А}); \\
U_{\text{об}} &= \frac{(2 \cdot 10^{-4}) \cdot 2 \cdot 10^6}{6(1-2 \cdot 0,3)} = 3,333 \cdot 10^{-3} \text{ МДж/м}^3 = \\
&= 3,333 \cdot 10^3 \text{ Дж/м}^3 \quad (\text{регистр Д}); \\
U_{\text{ф}} &= 2,094 \cdot 10^4 - 3,333 \cdot 10^3 = \\
&= 1,761 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3 \quad (\text{регистр С}).
\end{aligned}$$

## 10. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ НА КОЛЕБАНИЯ

**Задача 18.** Определить максимальные напряжения в опасном сечении вращающегося вала (рис. 21,а). На вал насажен диск массой  $m$  с эксцентриситетом  $e$ . Исследовать динамическую устойчивость вала [1].

*Исходные данные:*  $m=220$  кг;  $e=0,8$  мм;  $d=50$  мм;  $D=80$  мм;  $\rho=3$  мм;  $a=b=1,0$  м;  $l=2,0$  м;  $n=250$  мин<sup>-1</sup>;  $E=200$  ГПа.

*Решение.* Вводим в режиме программирования микрокалькулятора (Ф ПРГ) программу (табл. 19).

Эта программа может быть использована при любых значениях  $a$  и  $b$ , если по условию задачи можно пренебречь влиянием гироскопического момента диска.

Переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (Ф АВТ). Вводим в регистры микрокалькулятора Д, С, А, В, 0, 1, 2, 3, 4 и 6 значения:  $d=0,05$  м;  $l=2,0$  м;  $a=1,0$  м;  $b=1,0$  м;  $P=mg=220 \cdot 9,81=2150$  Н=2,15 кН;  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>;  $e=8 \cdot 10^{-4}$  м;  $n=250$  мин<sup>-1</sup>;  $E=200$  ГПа= $2 \cdot 10^5$  МПа и число 64 (0,05 П Д; 2,0 П С; 1,0 П А; 1,0 П В; 2,15 ВП 3 /—/ П 0; 9,81 П 1; 8 ВП 4 /—/ П 2; 250 П 3; 2 ВП 5 П 4; 64 П 6).

1. Вычисляем (в/о с/п) осевой момент инерции поперечного сечения вала

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi (0,05)}{64} = 3,07 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4 \quad (\text{регистры Х и 9}).$$

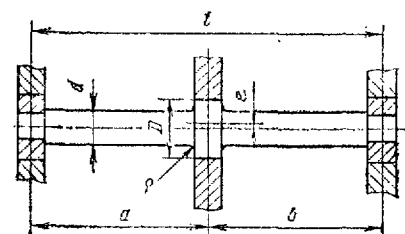
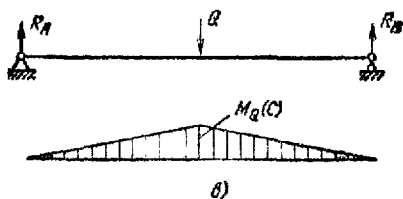
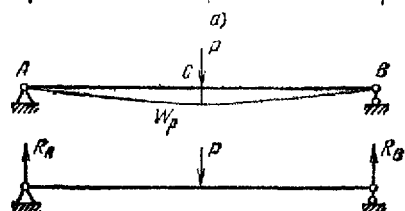


Рис. 21. Расчетная схема вращающегося вала с эксцентрично насаженным диском



2. С помощью метода начальных параметров или интеграла Мора вычисляем (БП, 09 с/п) прогиб вала от силы  $P$  в месте ее приложения (рис. 21, б)

$$\begin{aligned} w_p &= \frac{Pa^3 b^3}{3EI_x} = \frac{2,15 \cdot 10^3 \cdot 1,0^3 \cdot 1,1^3}{3 \cdot 2,0 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,07 \cdot 10^{-7}} = \\ &= 5,84 \cdot 10^{-3} \text{ м (регистры X и 8).} \end{aligned}$$

3. Определяем (БП 26 с/п) частоту свободных поперечных колебаний вала

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{g}{w_p}} = \sqrt{\frac{9,81}{5,84 \cdot 10^{-3}}} = \\ &= 41,0 \text{ рад/с} = \frac{11}{2\pi} = 6,73 \text{ Гц (регистры X и 7).} \end{aligned}$$



19. Программа исследования динамической устойчивости вала и определения максимальных, возникающих в нем, напряжений

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП Д	6Г	33	ИП 3	63	66	х	12
01	F x <sup>2</sup>	22	34	х	12	67	х	12
02	F x <sup>2</sup>	22	35	3	03	68	ИП С	6С
03	F π	20	36	0	00	69	+	13
04	х	12	37	+	13	70	П 5	45
05	ИП 6	66	38	П 8	48	71	с/п	50
06	+	13	39	с/п	50	72	ИП 6	66
07	П 9	49	40	ИП 8	68	73	ИП 0	60
08	с/п	50	41	ИП 7	67	74	+	13
09	ИП А	6—	42	+	13	75	П 1	41
10	F x <sup>2</sup>	22	43	П 7	47	76	ИП 5	65
11	ИП В	6L	44	с/п	50	77	х	12
12	F x <sup>2</sup>	22	45	ИП 7	67	78	П 4	44
13	х	12	46	F x <sup>2</sup>	22	79	с/п	50
14	ИП С	6С	47	1	01	80	ИП 9	69
15	+	13	48	←	14	81	ИП Д	6Г
16	3	03	49	—	11	82	+	13
17	+	13	50	П 7	47	83	2	02
18	ИП 4	64	51	ИП 8	68	84	х	12
19	+	13	52	F x <sup>2</sup>	22	85	П 3	43
20	ИП 9	69	53	ИП 7	67	86	с/п	50
21	+	13	54	+	13	87	ИП 5	65
22	ИП 0	60	55	ИП 0	60	88	ИП 3	63
23	х	12	56	х	12	89	+	13
24	П 8	48	57	ИП 1	61	90	П А	4—
25	с/п	50	58	+	13	91	с/п	50
26	ИП 1	61	59	ИП 2	62	92	ИП А	6—
27	ИП 8	68	60	х	12	93	ИП 1	61
28	+	13	61	П 6	46	94	х	12
29	F √	21	62	с/п	50	95	П В	4L
30	П 7	47	63	ИП 0	60	96	с/п	50
31	с/п	50	64	ИП А	6—			
32	F π	20	65	ИП В	61			

4. Вычисляем (БП 32 с/п) угловую частоту вала

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 250}{30} = 26,2 \frac{\text{рад}}{\text{с}} =$$

$$= \frac{26,2}{2\pi} = 4,17 \text{ Гц (регистры X и 8).}$$

5. Проверяем вал на резонанс; для этого определяем (БП 40 с/п) отношение частот

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{4,17}{6,53} = 0,64 \quad (\text{регистры X и 7}).$$

Таким образом, отношение частот лежит вне резонансной области ( $0,7 \leq \omega/\omega_0 \leq 1,3$ ).

6. Определяем (БП 45 с/п) центробежную силу  $Q$ , действующую на вал:

$$Q = \frac{P}{g} \omega^2 \frac{e}{1 - (\omega/\omega_0)^2} = \frac{2,15}{9,81} (26,2)^2 \frac{0,0008}{1 - (26,2/41,0)^2} = 0,203 \text{ кН} \quad (\text{регистры X и 6}).$$

7. Вычисляем (БП 63 с/п) изгибающий момент в опасном сечении  $C$  от силы  $P$  (рис. 21,в)

$$M_P(C) = P \frac{ab}{l} = 2,15 \frac{1,0 \cdot 1,0}{2,0} = 1,075 \text{ кН} \cdot \text{м} \quad (\text{регистры X и 5}).$$

8. Вычисляем (БП 72 с/п) изгибающий момент в сечении  $C$  от силы  $Q$  (рис. 21,г)

$$M_Q(C) = Q \frac{ab}{l} = 0,203 \frac{1,0 \cdot 1,0}{2,0} = 0,1015 \text{ кН} \cdot \text{м} \quad (\text{регистры X и 4}).$$

9. Вычисляем (БП 80 с/п) осевой момент сопротивления поперечного сечения вала

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi (0,05)^3}{32} = 1,23 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 \quad (\text{регистр 3}).$$

10. Определяем (БП 87 с/п) максимальные напряжения в сечении  $C$  от изгибающего момента  $M_P(C)$ :

$$\sigma_a = \frac{M_P(C)}{W_x} = \frac{1,075 \cdot 10^3}{1,23 \cdot 10^{-5}} = 87,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 87,6 \text{ МПа} \quad (\text{регистры X и A}).$$

11. Определяем (БП 92 с/п) максимальные напряжения в сечении  $C$  от изгибающего момента  $M_Q(C)$ :

$$\sigma_m = \frac{M_Q(C)}{W_x} = \frac{0,1015 \cdot 10^3}{1,23 \cdot 10^{-5}} = 8,3 \cdot 10^6 \text{ Па} = 8,3 \text{ МПа} \quad (\text{регистры X и B}).$$

Напряжения  $\sigma_a$  изменяются во времени (амплитудные); напряжения  $\sigma_m$  постоянны во времени (средние напряжения цикла). В связи с этим необходимо оценить сопротивление усталости вала (см. подразд. 11).

## 11. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАПАСА ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

Исследуем сопротивление усталости вала, рассчитанного в подразд. 10. В опасном сечении вала действуют переменные во времени напряжения  $\sigma_a$  (амплитуда напряжений) и постоянные напряжения  $\sigma_m$  (среднее напряжение цикла). Сопротивление усталости вала оцениваем по коэффициенту запаса

$$n_s = \frac{\sigma_{-1}}{K_{s,1} \sigma_a + \psi_s \sigma_m}, \quad (15)$$

где  $\sigma_{-1}$  — предел выносливости материала при симметричном цикле напряжений;  $K_{s,1} \sigma_a$  — расчетное значение амплитуды цикла;  $\psi_s$  — коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений:

$$\psi_s = (2\sigma_{-1} - \sigma_0)/\sigma_0; \quad (16)$$

$\sigma_0$  — предел выносливости при отнулевом цикле напряжений

Причем

$$K_{s,1} = K_s / (K_d K_p). \quad (17)$$

Здесь  $K_s$  — эффективный коэффициент концентрации напряжений:

$$K_s = 1 + q_s (\alpha_s - 1), \quad (18)$$

где  $q_s$  — коэффициент чувствительности к концентрации напряжений;  $\alpha_s$  — теоретический коэффициент концентрации напряжений;  $K_d$  — коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения;  $K_p$  — коэффициент влияния шероховатости поверхности;  $\psi_s$  — коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений.

Расчет выполняем в двух вариантах: 1) с использованием коэффициента чувствительности материала к концентрации напряжений [15] и 2) с использованием относительного градиента первого главного напряжения  $\sigma$  [6, 15].

**Задача 19.** Определить коэффициент запаса  $n_s$  для вала (см. рис. 21) из легированной стали 12ХНЗА.

*Исходные данные:*  $D=80$  мм;  $d=50$  мм;  $\rho=3$  мм;  $\sigma_{-1}=430$  МПа;  $\sigma_s=950$  МПа;  $\sigma_0=690$  МПа;  $\sigma_a=87,6$  МПа,  $\sigma_m=8,3$  МПа.

**Решение. 1.** Определяем теоретический коэффициент концентрации напряжений  $\alpha_s$ . Для рассматриваемого вала с галтелью при  $D/d=80/50=1,6$  и  $\rho/d=3/50$  находим  $\alpha_s=2,02$  [8].

Коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений при  $\sigma_b=950$  МПа и  $\alpha_s=2,02$   $q_s=0,8$  [9].

Коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения при  $d=50$  мм  $K_d=0,6$  [9].

Коэффициент влияния шероховатости поверхности (поверхность вала шлифованная) при  $\sigma_b=950$  МПа  $K_F=0,88$  [15].

При определении расчетной амплитуды цикла по относительному градиенту первого главного напряжения  $\bar{\sigma}$  используем параметр  $v_s=0,2-0,0001\sigma_b$  [7]. Для легированных сталей (при  $\sigma_b=950$  МПа)  $v_s=0,105$ .

В режиме программирования микрокалькулятора (F ПРГ) вводим программу расчета (табл. 20) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

Вводим в регистры микрокалькулятора А, В, С, Д, 0, 1—6 значения:  $\sigma_a=87,6$  МПа;  $\sigma_m=8,3$  МПа;  $\rho=3$  мм;  $d=50$  мм;  $\sigma_0=690$  МПа;  $\sigma_{-1}=430$  МПа;  $\alpha_s=2,02$ ;  $q_s=0,8$ ;  $K_d=0,6$ ;  $K_F=0,88$ ;  $v_s=0,105$  (87,6 П А; 8,3 П В; 3 П С; 50 П Д; 690 П 0; 430 П 1; 2,02 П 2; 0,8 П 3; 0,6 П 4; 0,88 П 5; 0,105 П 6).

Эффективный коэффициент концентрации напряжений вычисляем (в/о с/п) по формуле (18)

$$K_s = 1 + 0,8(2,02 - 1) = 1,816 \quad (\text{регистры X и 7}).$$

2. При расчетной амплитуде цикла определяем (БП 09 с/п) коэффициент  $K_{sa}$  по формуле (17)

$$K_{sa} = \frac{1,816}{0,6 \cdot 0,88} = 3,439 \quad (\text{регистры X и 3}).$$

3. Вычисляем (БП 15 с/п) коэффициент  $\psi_s$  по формуле (16)

$$\psi_s = \frac{2 \cdot 430 - 690}{\sigma_{-1}} = 0,246 \quad (\text{регистры X и 8}).$$

4. Определяем (БП 24 с/п) расчетное значение амплитуды цикла

$$K_{sa} \sigma_a = 3,439 \cdot 87,6 = 301,3 \text{ МПа} \quad (\text{регистры X и 0}).$$

**20. Программа расчета коэффициента запаса вала при переменных напряжениях**

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП 2	62	33	с/п	50	66	1	01
01	1	01	34	ИП 0	60	67	+	10
02	—	11	35	ИП 9	69	68	П 0	40
03	ИП 3	63	36	+	10	69	ИП 2	62
04	х	12	37	ИП 1	61	70	2	02
05	1	01	38	↔	14	71	х	12
06	+	10	39	+	13	72	ИП 0	0
07	П 7	47	40	П 8	48	73	+	13
08	с/п	50	41	с/п	50	74	П 0	40
09	ИП 4	64	42	ИП 4	64	75	с/п	50
10	+	13	43	ИП С	6С	76	ИП 5	65
11	ИП 5	65	44	+	13	77	Р 1/х	23
12	+	13	45	П 7	47	78	1	01
13	П 3	43	46	2	02	79	—	11
14	с/п	50	47	ИП Д	6Г	80	ИП 0	60
15	ИП 1	61	48	+	13	81	+	10
16	2	02	49	ИП 7	67	82	П 3	43
17	х	12	50	+	10	83	с/п	50
18	ИП 0	60	51	П 7	47	84	ИП А	6—
19	—	11	52	с/п	50	85	Р х'	22
20	ИП 0	60	53	Р π	20	86	ИП В	6L
21	+	13	54	ИП Д	6Г	87	Р х'	22
22	П 8	48	55	х	12	88	+	10
23	с/п	50	56	ИП 7	67	89	Р у	21
24	ИП А	6—	57	↔	14	90	ИП А	6—
25	ИП 3	63	58	+	13	91	+	13
26	х	12	59	ИП 0	60	92	ИП В	6L
27	П 0	40	60	х	12	93	+	13
28	с/п	50	61	П 0	40	94	Р 1/х	23
29	ИП В	6L	62	ИП 6	66	95	П 0	40
30	ИП 8	68	63	↑	0Е	96	с/п	50
31	х	12	64	ИП 0	60			
32	П 9	49	65	Р ху	24			

5. Определяем (БП 29 с/п) слагаемое  $\psi_0 \sigma_m$  в формуле (15)

$$\psi_0 \sigma_m = 0,246 \cdot 8,3 = 2,04 \text{ МПа (регистры X и 9).}$$

6. Используя коэффициент  $q$  чувствительности материала к местным напряжениям, вычисляем (БП 34 с/п) коэффициент запаса по формуле (15)

$$n_0 = \frac{130}{301,3 + 2,0} = 1,42 \text{ (регистры X и 8).}$$

Вводим в регистры 4 и 0 значения 2,3 и 88,3: 2,3 П 4; 88,3 П 0.

7. Для определения коэффициента запаса  $n_\sigma$  с помощью относительного градиента первого главного напряжения  $\bar{G}$  вычисляем (БП 42 с/п) при  $D/d=1,5$  значение этого градиента [15]

$$\bar{G} = \frac{2,3}{\rho} + \frac{2}{d} = \frac{2,3}{3} + \frac{2}{50} = 0,807 \text{ мм}^{-1} \text{ (регистры X и 7).}$$

8. Находим отношение [6]

$$\frac{K_\sigma}{K_d} = \frac{2\alpha_\sigma}{1 + (88,3\bar{G}/L)^{0,5}},$$

где  $L$  — линейная протяженность очага концентрации ( $L=\pi d$ ).

Выполнив вычисления (БП 53 с/п), получаем

$$\frac{K_\sigma}{K_d} = \frac{2 \cdot 2,02}{1 + [88,3 \cdot 0,807 / (\pi \cdot 50)]^{0,50}} = 2,104 \text{ (регистры X и 0).}$$

9. Определяем (БП 76 с/п) коэффициент расчетной амплитуды цикла [7]

$$K_{\sigma d} = \frac{K_\sigma}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 = 2,104 + \frac{1}{0,88} - 1 = 2,24 \text{ (регистры X и 3).}$$

10. Определяем (БП 24 с/п) значение расчетной амплитуды цикла

$$K_{\sigma d} = 2,24 \cdot 87,6 = 196,2 \text{ МПа (регистры X и 0).}$$

11. Вычисляем (БП 34 с/п) частный коэффициент запаса

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d} \sigma_a + \psi \sigma_m} = \frac{430}{196,2 + 2,0} = 2,17 \text{ (регистры X и 0).}$$

Решим ту же задачу для вала, на который кроме рассмотренных нагрузок действует переменный во времени крутящий момент.

*Исходные данные:*  $\tau_{-1}=240$  МПа;  $\tau_0=420$  МПа;  $\tau_a=30$  МПа;  $\tau_m=10$  МПа.

Частный коэффициент запаса

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau d} \tau_a + \psi_\tau \tau_m}.$$

Параметры, входящие в это выражение, можно определить по формулам (16) — (18), заменив индекс  $\sigma$  индексом  $\tau$ .

**Решение.** 1. Определяем теоретический коэффициент концентрации напряжений  $\alpha_t$ . Для рассматриваемого вала с галтелью при  $d/D=50/80=0,625$  и  $\rho/d=3/50$  находим  $\alpha_t=1,55$  [8].

Коэффициент чувствительности материала к концентрации касательных напряжений  $q_\tau$  принимаем равным  $q_\sigma: q_\sigma=0,8$ .

Коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения  $K_{d\tau}$  также принимаем равным  $K_{d\sigma}: K_{d\tau}=0,6$ .

Коэффициент влияния шероховатости поверхности принимаем равным [7]

$$K_{F\tau}=0,575 K_{F\sigma}+0,425=0,575 \cdot 0,88+0,425=0,931.$$

Параметр уравнения подобия усталостного разрушения  $v_\tau$ , используемый при определении расчетной амплитуды цикла через относительный градиент напряжений  $\bar{\sigma}$ , принимаем равным [7]

$$v_\tau=1,5 v_\sigma=1,5 \cdot 0,105=0,158.$$

Вводим в регистры микрокалькулятора А, В, С, Д, 0, 1—6 значения:  $\tau_a=30$  МПа;  $\tau_m=10$  МПа;  $\rho=3$  мм;  $d=50$  мм;  $\tau_0=420$  МПа;  $\tau_{-1}=240$  МПа;  $\alpha_t=1,55$ ;  $q_\tau=0,8$ ;  $K_{d\tau}=0,6$ ;  $K_{F\tau}=0,931$ ;  $v_\tau=0,158$  (30 П А; 10 П В; 3 П С; 50 П Д; 420 П 0; 240 П 1; 1,55 П 2; 0,8 П 3; 0,6 П 4; 0,931 П 5; 0,158 П 6).

Эффективный коэффициент концентрации напряжений вычисляем (в/о с/п) по формуле (18)

$$K_\tau=1+0,8(1,55-1)=1,44 \quad (\text{регистры X и 7}).$$

2. Определяем (БП 09 с/п) по формуле (17) коэффициент при расчетной амплитуде цикла:

$$K_{\tau 1}=\frac{1,44}{0,6 \cdot 0,931}=2,578 \quad (\text{регистры X и 3}).$$

3. Вычисляем (БП 15 с/п) коэффициент  $\psi_\tau$  по формуле (16)

$$\psi_\tau=\frac{2 \cdot 240-420}{420}=0,143 \quad (\text{регистры X и 8}).$$

4. Определяем (БП 24 с/п) расчетное значение амплитуды цикла

$$K_{\tau 1} \tau_a=2,578 \cdot 30=77,3 \text{ МПа} \quad (\text{регистры X и 0}).$$

5. Определяем (БП 29 с/п) слагаемое  $\psi, \tau_m$  в формуле (15):

$$\psi, \tau_m = 0,143 \cdot 10 = 1,43 \text{ МПа (регистры X и 9).}$$

6. Вычисляем (БП 34 с/п) коэффициент запаса  $n_\tau$  по формуле (15) (при использовании коэффициента  $q_\tau$  чувствительности материала к концентрации напряжений)

$$n_\tau = \frac{240}{77,3 + 1,4} = 3,05 \text{ (регистры X и 8).}$$

7. Для определения коэффициента запаса  $n_\tau$  с помощью относительного градиента первого главного напряжения  $\bar{G}$  [15] (предварительно вводим в регистры 4 и 0 значения 1,15 и 88,3: 1,15 П 4; 88,3 П 0) вычисляем (БП 42 с/п) при  $D/d = 1,6$  значение этого градиента:

$$\bar{G} = \frac{1,15}{\nu} + \frac{2}{d} = \frac{1,15}{3} + \frac{2}{50} = 0,423 \text{ мм}^{-1} \text{ (регистры X и 7).}$$

8. Находим отношение [7]

$$\frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = \frac{2\alpha_\tau}{1 + (88,3\bar{G}/L)^{\nu_\tau}},$$

где  $L$  — линейная протяженность очага концентрации ( $L = \pi d$ ).

Выполнив вычисления (БП 53 с/п), получаем

$$\frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = \frac{2 \cdot 1,55}{1 + [88,3 \cdot 0,423 / (\pi \cdot 50)]^{0,153}} = 1,725 \text{ (регистры X и 0).}$$

9. Определяем (БП 76 с/п) коэффициент расчетной амплитуды цикла [7]:

$$K_{\tau d} = \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 = 1,725 + \frac{1}{0,931} - 1 = 1,80 \text{ (регистры X и 3).}$$

10. Определяем (БП 24 с/п) значение расчетной амплитуды цикла

$$K_{\tau d} \tau_a = 1,80 \cdot 30 = 54 \text{ МПа (регистры X и 0).}$$

11. Вычисляем (БП 34 с/п) частный коэффициент запаса

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau d} \tau_a + \psi, \tau_m} = \frac{240}{51 + 1,4} = 4,33 \text{ (регистры X и 8).}$$



12. Для определения общего коэффициента запаса

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$$

при использовании коэффициентов чувствительности материала к концентрации напряжений  $q_\sigma$  и  $q_\tau$  вводим в регистры микрокалькулятора А и В ранее найденные значения  $n_\sigma$  и  $n_\tau$ : 1,42 П А; 3,05 П В.

Выполнив операции БП 84 с/п, получаем

$$n = \frac{1,42 \cdot 3,05}{\sqrt{1,42^2 + 3,05^2}} = 1,29 \quad (\text{регистры X и O}).$$

Такой коэффициент запаса недопустим.

13. Для определения общего коэффициента запаса при использовании относительных градиентов напряжений  $\bar{\sigma}$  вводим в регистры микрокалькулятора А и В ранее найденные значения  $n_\sigma$  и  $n_\tau$ : 2,17 П А; 4,33 П В.

Выполнив операции БП 84 с/п, получаем

$$n = \frac{2,17 \cdot 4,33}{\sqrt{2,17^2 + 4,33^2}} = 1,94 \quad (\text{регистры X и O}).$$

т. е. в действительности вал вполне работоспособный.

Таким образом, определение коэффициента запаса  $n$  при использовании относительных градиентов первых главных напряжений позволяет вскрыть дополнительные резервы прочности детали.

## 12. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ НАГРУЗКИ

**Задача 20.** Груз, падающий с высоты  $h$ , совершает удар по раме в точке А (рис. 22,а). Поперечное сечение рамы — квадрат со стороной  $b$ . Определить из условия прочности размеры поперечного сечения и прогиб в точке удара. Массу рамы не учитывать, коэффициент динамичности вычислить по приближенной формуле

$$K_d = \sqrt{2h/\Delta_{ст}(A)}.$$

*Исходные данные:*  $P=60$  Н;  $h=0,4$  м;  $l=1$  м;  $[\sigma]=100$  МПа;  $E=200$  ГПа.

*Решение.* Составляем уравнение прочности при ударе

$$\sigma_d = \sigma_{ст} K_d \leq [\sigma].$$

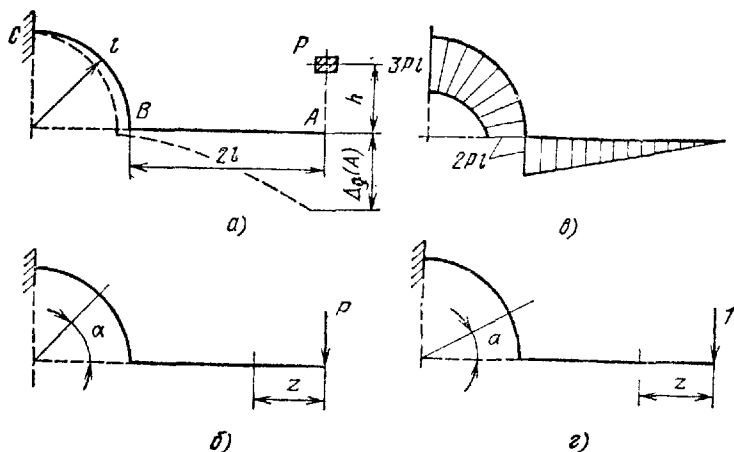


Рис. 22. Расчетная схема рамы, подвергающейся действию ударной нагрузки

Здесь  $\sigma_d$  — наибольшее напряжение при ударе;  $\sigma_{ст}$  — наибольшее напряжение при статическом приложении нагрузки:

$$\sigma_{ст} = M_{x \max} / W_x,$$

где  $M_{x \max}$  — наибольший изгибающий момент, который можно представить в виде  $M_{x \max} = sPl$ ;  $s$  — коэффициент, зависящий от расчетной схемы рамы;  $W_x$  — осевой момент сопротивления поперечного сечения рамы:  $W_x = b^3/6$ .

Статический прогиб в точке A от приложения силы  $P$ .

$$\Delta_{ст}(A) = r \frac{Pl^3}{EI_x},$$

где  $r$  — коэффициент, зависящий от расчетной схемы рамы;  $I_x$  — осевой момент инерции поперечного сечения рамы:  $I_x = b^4/12$ .

Высоту  $h$  падения груза в общем виде можно выразить через  $l$ :  $h = tl$ .

В результате уравнение прочности при ударе в общем виде можно представить следующим образом:

$$\sigma_d = \frac{sPl}{b^3} 6 \sqrt{\frac{2tlb^3E}{rPl^3/12}} \leq [\sigma],$$

или после подстановки значения модуля упругости  $E$

$$\sigma_d = \frac{s}{b} \sqrt{1,2 Pl/r} \leq [\sigma].$$

В результате определяем размер

$$b = \frac{s}{[\sigma]} \sqrt{1,2 P \frac{t}{r}}.$$

Коэффициент динамичности  $K_d$  можно выразить через размер  $b$ :

$$K_d = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{ст}(A)}} = \sqrt{\frac{2tEb^3}{rPl^3 \cdot 12}},$$

или

$$K_d = \frac{b^3}{l} \sqrt{\frac{10^{11} t}{3rP}}.$$

1. Для решения задачи переводим микрокалькулятор в режим программирования (F ПРГ), вводим программу расчета (табл. 21) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

Для определения значения  $M_{x \max}$  строим эпюру изгибающих моментов. Методом сечений определяем изгибающие моменты на различных участках рамы (рис. 22,б):

на участке  $AB$  ( $0 \leq z \leq 2l$ )

$$M_x(z) = Pz;$$

при  $z=0$   $M_x(A) = 0$ ;

при  $z=2l$   $M_x(B) = 2Pl$ ;

на участке  $BC$  ( $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ )

$$M_x(\alpha) = P[2l + (l - l \cos \alpha)] = Pl(3 - \cos \alpha);$$

при  $\alpha=0$   $M_x(B) = 2Pl$ ;

при  $\alpha=\pi/2$   $M_x(C) = 3Pl$ .

По найденным значениям ординат строим эпюру изгибающих моментов (рис. 22,в), из которой следует, что опасным сечением рамы является сечение  $C$ , где  $M_{x \max} = 3Pl$ , т. е.  $s=3$ .

2. Для определения статического прогиба рамы в точке  $A$  согласно методу Мора прикладываем в этой точке единичную силу (рис. 22,г) и составляем уравне-

## 21. Программа расчета на прочность при действии ударной нагрузки

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП 9	69	33	—	11	66	ИП А	6—
01	1	01	34	—/	0L	67	+	13
02	+	10	35	ИП 6	06	68	F y	21
03	ИП 9	49	36	x	12	69	ИП 5	65
04	ИП 7	67	37	c/n	50	70	F x'	22
05	F x ≠ 0	57	38	ИП 8	68	71	x	12
06	09	09	39	F sin	1C	72	ИП Д	6Г
07	F x <sup>y</sup>	24	40	ИП 7	67	73	+	13
08	П 7	47	41	F sin	1C	74	П 4	44
09	ИП 9	69	42	—	11	75	c/n	50
10	ИП 8	68	43	ИП 6	06	76	3	03
11	F x <sup>y</sup>	24	44	x	12	77	↑	6Е
12	ИП 7	67	45	c/n	50	78	ИП Д	6Г
13	—	11	46	ИП 2	62	79	F x <sup>y</sup>	24
14	ИП 9	69	47	ИП В	6L	80	ИП 5	65
15	+	13	48	ИП 0	60	81	F x'	22
16	ИП 6	56	49	+	13	82	F x'	22
17	x	12	50	П 2	42	83	+	13
18	c/n	50	51	x	12	84	ИП А	6—
19	ИП 0	60	52	ИП А	6—	85	x	12
20	+	10	53	x	12	86	ИП 0	60
21	П 0	40	54	F y	21	87	x	12
22	c/n	50	55	ИП 3	63	88	6	06
23	ИП 8	68	56	+	13	89	x	12
24	ИП 7	67	57	ИП С	6C	90	ИП 1	61
25	—	11	58	X	12	91	+	13
26	ИП 6	66	59	П 5	45	92	П 2	42
27	x	12	60	c/n	50	93	c/n	50
28	c/n	50	61	ИП 1	61	94	ИП 2	62
29	ИП 8	68	62	3	03	95	ИП 4	64
30	F cos	1Г	63	+	13	96	x	12
31	ИП 7	67	64	ИП 2	62	97	c/n	50
32	F cos	1Г	65	x	12			

ния изгибающих моментов от единичной силы на каждом участке рамы:

на участке  $AB$  ( $0 \leq z \leq 2l$ )

$$M_1(z) = 1 \cdot z;$$

на участке  $BC$  ( $0 \leq \alpha \leq \pi/a$ )

$$M_1(\alpha) = 1 \cdot l(3 - \cos \alpha).$$

Прогиб в точке  $A$

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{сг}}(A) &= \frac{1}{EI_x} \left[ \int_0^{2l} M_x(z) M_1(z) dz + \right. \\ &+ \int_0^{\pi/2} M_x(\alpha) M_1(\alpha) l d\alpha \Big] = \frac{1}{EI_x} \left[ \int_0^{2l} P z^2 dz + \right. \\ &+ \int_0^{\pi/2} P l^3 (3 - \cos \alpha)^2 d\alpha \Big] = \frac{P}{EI_x} \left[ \int_0^{2l} z^2 dz + \right. \\ &+ l^3 \int_0^{\pi/2} \left( 9 - 6 \cos \alpha + \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \right) d\alpha \Big] = \\ &= \frac{P}{EI_x} \left[ \int_0^{2l} z^2 dz + l^3 \left( 9,5 \int_0^{\pi/2} d\alpha - \right. \right. \\ &\left. \left. - 6 \int_0^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha + 0,5 \int_0^{\pi/2} \cos 2\alpha d\alpha \right) \right].\end{aligned}$$

Для подсчета интегралов вида  $k \int_a^b z^n dz$  вводим в регистры микрокалькулятора 6, 7, 8 и 9 значения  $k$ ,  $a$ ,  $b$  и  $n$  соответственно. В данном случае  $k=1$ ;  $a=0$ ;  $b=2$ ;  $n=2$  (1 П 6; 0 П 7; 2 П 8; 2 П 9) и в результате вычислений (в/о с/п БП 19 с/п) получаем

$$\int_0^{2l} z^2 dz = 2,667 \quad (\text{регистры X и 0}).$$

Для подсчета интегралов вида  $k \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} d\alpha$  вводим в регистры микрокалькулятора 6, 7 и 8 значения  $k$ ,  $\alpha_0$  и  $\alpha_1$  ( $\alpha$  — в радианах). При  $k=9,5$ ;  $\alpha_0=0$  и  $\alpha_1=\pi/2$  (9,5 П 6; 0 П 7; F п 2 ÷ П 8) после вычислений (БП 23 с/п) получаем

$$9,5 \int_0^{\pi/2} d\alpha = 14,922 \quad (\text{регистр X}).$$

В результате суммирования (БП 19 с/п) находим

$$\int_0^{2l} z^2 dz + 9,5 \int_0^{\pi/2} d\alpha = 17,589 \quad (\text{регистры X и 0}).$$

При подсчете интегралов вида  $k \int_0^{\alpha_1} \cos \alpha d\alpha$  вводим в регистры микрокалькулятора 6, 7 и 8 значения  $k$ ,  $\alpha_0$  и  $\alpha_1$  (6 /—/ П 6; 0 П 7; F л 2 ÷ П 8) и после вычислений (БП 38 с/п) получаем

$$-6 \int_0^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = -6 \quad (\text{регистр X}).$$

В результате суммирования (БП 19 с/п) находим

$$\int_0^{2l} z^2 dz + 9,5 \int_0^{\pi/2} d\alpha - \int_0^{\pi/2} 6 \cos \alpha d\alpha = 11,59 \quad (\text{регистры X и 0}).$$

При вычислении (БП 38 с/п) интеграла

$$0,5 \int_0^{\pi/2} \cos 2\alpha d\alpha = 0,25 \int_0^{\pi} \cos \beta d\beta,$$

где  $2\alpha = \beta$ ;  $d\alpha = 0,5 d\beta$  вводим в регистры микрокалькулятора 6, 7 и 8 значения 0,25; 0 и л. В результате получаем (БП 38 с/п)

$$0,25 \int_0^{\pi} \cos \beta d\beta = 0 \quad (\text{регистр X}).$$

Таким образом,  $\Delta_{\text{ст}}(A) = 11,59 \frac{Pl^3}{EI_y}$ , т. е.  $r = 11,59$  (регистр 0).

3. Для определения размера поперечного сечения  $b$  введем в регистры микрокалькулятора А, В, С, Д, 1, 2 и 3 значения  $P=60$  Н;  $t=0,4$ ;  $s=3$ ;  $l=1$  м;  $10^{10}$ ; 1,2 и  $\{\sigma\}=100$  МПа соответственно: 60 П А; 0,4 П В; 3 П С; 1 П Д; 10 ВП 10 П 1; 1,2 П 2; 100 П 3. Выполнив вычисления (БП 46 с/п), получаем

$$b = \frac{s}{\{\sigma\}} \sqrt{1,2 P \frac{l}{r}} = \frac{3}{100} \sqrt{1,2 \cdot 60 \frac{1}{11,59}} = 4,73 \cdot 10^{-2} \text{ м} \quad (\text{регистры X и 5}).$$

4. Коэффициент динамичности вычисляем (БП 61 с/п) по формуле

$$k_d = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{10^{11} t}{3rP}} = \frac{(4,73 \cdot 10^{-3})^2}{1} \sqrt{\frac{10^{11} \cdot 0,4}{3 \cdot 11,59 \cdot 60}} = 9,79 \text{ (регистры X и 4).}$$

5. Вычисляем (БП 76 с/п) статический прогиб в точке А

$$\Delta_{ст}(A) = r \frac{Pl^3}{EI_x} = r \frac{Pl^3}{Eb^4} 12 = 11,59 \frac{60 \cdot 12}{10^6 \cdot 2 \cdot 10^5 (4,73 \cdot 10^{-3})^4} = 8,34 \cdot 10^{-3} \text{ (регистры X и 2).}$$

6. Вычисляем (БП 94 с/п) динамический прогиб в точке А

$$\Delta_d(A) = k_d \Delta_{ст}(A) = 9,79 \cdot 8,34 \cdot 10^{-3} = 8,17 \cdot 10^{-2} \text{ м (регистр X).}$$

Кривая прогибов показана на рис. 22,а.

### 13. РАСЧЕТ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Расчет сжатых стержней на устойчивость выполним методом последовательных приближений: 1) с использованием коэффициента  $\varphi$  снижения допускаемого напряжения на сжатие и 2) с использованием коэффициента  $K_\Phi$  формы поперечного сечения.

**Задача 21.** Определить диаметр  $d$  стойки круглого поперечного сечения (рис. 23).

**Исходные данные:**  $P = 800 \text{ кН}$ ;  $l = 3 \text{ м}$ ;  $\mu = 0,7$ ; материал стойки — сталь Ст3 ( $E = 200 \text{ ГПа}$ ;  $[\sigma]_c = 160 \text{ МПа}$ ).

**Решение.** Записываем условие устойчивости [15]

$$\sigma \leq [\sigma]_y,$$

где  $\sigma = P/F$ ;  $[\sigma]_y = \varphi[\sigma]_c$ .

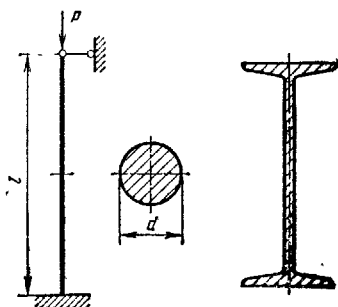


Рис. 23. Расчетная схема сжатого стержня, исследуемого на устойчивость

## 22. Программа расчета сжатых стержней на устойчивость

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	ИП 9	69	33	+	13	66	ИП 6	66
01	×	12	34	П 3	43	67	F x'	22
02	П 9	49	35	с/п	50	68	ИП 8	68
03	с/п	50	36	ИП 6	66	69	×	12
04	ИП 7	67	37	ИП 8	68	70	ИП 9	69
05	ИП 8	68	38	×	12	71	×	12
06	÷	13	39	П 4	44	72	ИП 7	67
07	ИП 1	61	40	с/п	50	73	+	13
08	+	13	41	ИП 4	64	74	П Д	4Г
09	П 2	42	42	ИП 3	63	75	с/п	50
10	с/п	50	43	—	11	76	ИП С	6С
11	ИП 9	69	44	ИП 4	64	77	ИП Д	6Г
12	ИП 2	62	45	+	13	78	—	11
13	F √	21	46	1	01	79	ИП С	6С
14	+	13	47	0	00	80	ИП 0	60
15	П Д	4Г	48	0	00	81	—	11
16	с/п	50	49	×	12	82	+	13
17	ИП Д	6Г	50	П 5	45	83	ИП А	6—
18	ИП С	6С	51	с/п	50	84	ИП В	6Л
19	—	11	52	ИП 1	61	85	—	11
20	ИП А	6—	53	ИП 6	66	86	×	12
21	ИП В	6Л	54	+	10	87	ИП А	6—
22	—	11	55	2	02	88	≠	14
23	×	12	56	+	13	89	—	11
24	ИП 0	60	57	П 1	41	90	П 1	41
25	+	13	58	с/п	50	91	с/п	50
26	ИП А	6—	59	ИП 2	62	92	F 1/x	23
27	←	14	60	4	04	93	ИП 9	69
28	—	11	61	×	12	94	×	12
29	П 6	46	62	F π	20	95	П Д	4Г
30	с/п	50	63	+	13	96	с/п	50
31	ИП 7	67	64	F √	21			
32	ИП 2	62	65	с/п	50			

Следовательно,

$$F = \frac{P}{\varphi [\sigma]_c}.$$

В режиме программирования микрокалькулятора (F ПРГ) вводим программу расчета (табл. 22) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

Вводим в регистры микрокалькулятора 7, 8 и 9 значения  $P$  (в МН),  $[\sigma]$  и  $\mu l$  (800 ВП 3 /—/ П 7; 160 П 8; 2,1 П 9).



Задаем  $\varphi: \varphi_1=0,6$  и вводим это значение в регистр 1 (0,6 П 1).

Определяем (БП 04 с/п) площадь  $F_1$  в первом приближении

$$F_1 = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 160} = 8,333 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \quad (\text{регистры X и 2}).$$

Для упрощения расчета гибкости стержня  $\lambda$ , соответствующей найденной площади, преобразуем выражение для  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}; \quad i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}};$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{\sqrt{I_{\min}}} \sqrt{F} = \frac{F}{\sqrt{I_{\min}}} \mu l \frac{1}{\sqrt{F}}.$$

Введя обозначение  $t = F/\sqrt{I_{\min}}$ , получаем  $\lambda = t \mu l / \sqrt{F}$ .

Обозначив  $s = t \mu l$ , окончательно находим

$$\lambda = s / \sqrt{F}.$$

Для круглой стойки

$$t = \frac{\pi d^4}{4 \sqrt{\pi D^4 \cdot 0,4}} = 2 \sqrt{\pi} = 3,54; \quad s = 3,54 \mu l.$$

Для определения значения  $s$  вводим в регистр X значение  $t=3,54$  и в результате вычислений (в/о с/п) получаем

$$s = 3,54 \cdot 2,1 = 7,434 \text{ м} \quad (\text{регистры X и 9}).$$

Выполнив вычисления (БП 11 с/п), получаем

$$\lambda = \frac{7,434}{\sqrt{8,333 \cdot 10^{-3}}} = 81,4 \quad (\text{регистры X и Д}).$$

С помощью интерполяции табличных значений коэффициентов  $\lambda$ ;  $\varphi$  и  $\alpha$  (табл. 23) найдем коэффициент  $\varphi'_1$ , соответствующий гибкости  $\lambda=81,4$ :

$$\varphi'_1 = \varphi_i - \frac{\varphi_i - \varphi_k}{\Delta \lambda} (\lambda - \lambda_i).$$

При найденном значении  $\lambda=81,4$  определяем  $\varphi'_1$ . Для этого вводим в регистры микрокалькулятора А, В, С и 0 значения:  $\varphi_i=0,75$ ;  $\varphi_k=0,69$ ;  $\lambda_i=80$ ;  $\Delta \lambda=10$  (0,75 П А; 0,69 П В 80 П С; 10 П 0).

Выполнив вычисления (БП 17 с/п), получаем

$$\varphi'_1 = 0,75 - \frac{0,75 - 0,69}{10} (81,4 - 80) = 0,741 \quad (\text{регистры X и 6}).$$

**23. Коэффициенты  $\lambda$ ,  $\varphi$  и  $\alpha$ , используемые при расчетах на устойчивость сжатых стержней из сталей Ст2, Ст3, Ст4**

$\lambda$	$\varphi$	$\alpha \cdot 10^{-3}$	$\lambda$	$\varphi$	$\alpha \cdot 10^{-3}$	$\lambda$	$\varphi$	$\alpha \cdot 10^{-3}$
0	1,00	0,00	70	0,81	6,05	140	0,36	54,5
10	0,99	0,10	80	0,75	8,55	150	0,32	70,4
20	0,96	0,42	90	0,69	11,90	160	0,29	88,4
30	0,94	0,96	100	0,60	16,70	170	0,26	110,0
40	0,92	1,74	110	0,52	23,30	180	0,23	141,0
50	0,89	2,81	120	0,45	32,00	190	0,21	172,0
60	0,86	4,19	130	0,40	42,30	200	0,19	210,0

Вычисляем (БП 31 с/п) напряжение в сечении стойки

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{8,333 \cdot 10^{-3}} = 96 \text{ МПа (регистры X и 3).}$$

При найденном значении  $\varphi'_1$  вычисляем (БП 36 с/п) допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \varphi'_1 [\sigma]_c = 0,741 \cdot 160 = 118,6 \text{ МПа (регистры X и 4).}$$

Расхождение между значениями  $\sigma$  и  $[\sigma]$  вычисляем (БП 41 с/п) по формуле

$$\psi = \frac{|\sigma| - \sigma}{[\sigma]} 100 = \frac{118,6 - 96}{118,6} 100 = 19 \% \text{ (регистры X и 5).}$$

Вычисляем (БП 52 с/п) значение  $\varphi$  во втором приближении

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,6 + 0,741}{2} = 0,671 \text{ (регистры X и 1).}$$

Определяем (БП 04 с/п) площадь  $F$  во втором приближении при найденном значении  $\varphi_2$ :

$$F_2 = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{0,671 \cdot 160} = 7,455 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \text{ (регистры X и 2).}$$

Определяем (БП 11 с/п) соответствующую гибкость стержня

$$\lambda = \frac{7,434}{\sqrt{7,455 \cdot 10^{-3}}} = 86,1 \text{ (регистры X и Д).}$$

Выполнив вычисления (БП 17 с/п), получаем

$$\begin{aligned} \varphi'_2 &= 0,75 - \frac{0,75 - 0,69}{10} (86,1 - 80) = \\ &= 0,713 \text{ (регистры X и 6).} \end{aligned}$$

Определяем (БП 31 с/п) напряжение в стойке

$$\sigma = \frac{800}{10^3 \cdot 7,455 \cdot 10^{-3}} = 107,3 \text{ МПа (регистры X и 3).}$$

Определяем (БП 36 с/п) допускаемое напряжение  
 $[\sigma] = 0,713 \cdot 160 = 114,1 \text{ МПа (регистры X и 4).}$

Вычисляем (БП 41 с/п) расхождение между  $\sigma$  и  $[\sigma]$ :

$$\psi = \frac{114,1 - 107,3}{114,1} 100 = 6 \% \text{ (регистры X и 5).}$$

Повторив последовательно вычисления при значении  $\varphi$  в третьем приближении

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2'}{2} = \frac{0,671 + 0,713}{2} =$$

$$= 0,692 \text{ (БП 52 с/п, регистры X и 1),}$$

получаем

$$F_3 = \frac{800}{10^3 \cdot 0,692 \cdot 160} =$$

$$= 7,225 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \text{ (БП 04 с/п, регистры X и 2);}$$

$$\lambda = \frac{7,434}{\sqrt{7,225 \cdot 10^{-3}}} = 87,45 \text{ (БП 11 с/п, регистры X и Д);}$$

$$\varphi_3' = 0,75 - \frac{0,75 - 0,69}{10} (87,45 - 80) =$$

$$= 0,705 \text{ (БП 17 с/п, регистры X и 6);}$$

$$\sigma = \frac{800}{10^3 \cdot 7,225 \cdot 10^{-3}} = 110,7 \text{ МПа}$$

$$\text{(БП 31 с/п, регистры X и 3);}$$

$$[\sigma] = 0,705 \cdot 160 = 112,8 \text{ МПа (БП 36 с/п, регистры X и 4);}$$

$$\psi = \frac{112,8 - 110,7}{112,8} 100 =$$

$$= 1,9 \% \text{ (БП 41 с/п, регистры X и 5).}$$

Считая это расхождение вполне допустимым, определяем (БП 59 с/п) диаметр стойки

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7,225 \cdot 10^{-3}}{\pi}} = 9,6 \cdot 10^{-2} \text{ м (регистр X).}$$

Определяем диаметр стойки с учетом коэффициента формы поперечного сечения  $k_\phi = F^2/I_{\min}$  [3]. Для этого обе части неравенства

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq \varphi [\sigma]_c$$

делим на  $\lambda^2$ :

$$\frac{P}{\lambda^2 F} \leq \frac{\varphi}{\lambda^2} [\sigma]_c, \quad \text{или} \quad \frac{\lambda^2}{\varphi} \leq \frac{\lambda^2 F [\sigma]_c}{P}.$$

Так как  $\lambda^2 = (\mu l)^2 F/I_{\min}$ , то

$$\frac{\lambda^2}{\varphi} \leq \frac{F^2}{I_{\min}} \cdot \frac{(\mu l)^2 [\sigma]_c}{P}.$$

Отношение  $\lambda^2/\varphi = \alpha$  определяем с помощью табличных значений  $\varphi = f(\lambda)$  (см. табл. 23).

Для круглого сечения

$$k_\phi = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right)^2 \frac{64}{\pi d^4} = 4\pi.$$

Тогда

$$\alpha = \frac{\lambda^2}{F} \leq \frac{k_\phi (\mu l)^2 [\sigma]_c}{P}.$$

Для определения величины  $\alpha$  вводим в регистры микрокалькулятора 9 и 6 значения  $k_\phi = 4\pi$  и  $\mu l = 2,1$  м.

Выполнив вычисления (БП 66 с/п), получаем

$$\alpha = \frac{4\pi (2,1)^2 160}{800 \cdot 10^{-3}} = 11\,083 \quad (\text{регистры X и D}).$$

Методом интерполяции с помощью табл. 23 находим

$$\varphi = \varphi_i - \frac{\varphi_i - \varphi_k}{\alpha_i - \alpha_k} (\alpha_i - \alpha).$$

При найденном значении  $\alpha = 11\,083$  определяем  $\varphi$ . Для этого вводим в регистры микрокалькулятора С, 0, А и В значения  $\alpha_i = 8550$ ;  $\alpha_k = 11\,900$ ;  $\varphi_i = 0,75$  и  $\varphi_k = 0,69$  соответственно: 8550 П С; 11 900 П 0; 0,75 П А; 0,69 П В.

Выполнив вычисления (БП 76 с/п), получаем

$$\begin{aligned} \varphi &= 0,75 - \frac{0,75 - 0,69}{8550 - 1190} (8550 - 11\,083) = \\ &= 0,705 \quad (\text{регистры X и 1}). \end{aligned}$$

Таким образом, с помощью коэффициента формы поперечного сечения  $k_\phi$  необходимое значение коэффи-

циента  $\varphi$  получено непосредственно в первом же приближении.

**Задача 22.** Определить по условиям задачи 21 номер профиля двутавровой стойки.

Вводим в регистры микрокалькулятора 7, 8, 9 и 1 значения  $P$  (в МН);  $[\sigma]$ ;  $\mu l$  и  $\varphi_1$  (800 ВП 3 /—/ П 7; 160 П 8; 2,1 П 9; 0,6 П 1).

Определяем (БП 04 с/п) площадь сечения в первом приближении

$$F_1 = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 160} = 8,333 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \quad (\text{регистры X и 2}).$$

В соответствии с ГОСТ 8239—72 выбираем двутавровую балку № 55 ( $F=8,47 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ;  $i_{\min}=3,09 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ). Значения  $F$  и  $i_{\min}$  вводим в регистры 2 и X (8,47 ВП 3 /—/ П 2; 3,09 ВП 2 /—/ П X) и вычисляем (БП 92 с/п) соответствующую гибкость стойки

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{2,1}{3,09 \cdot 10^{-2}} = 68 \quad (\text{регистры X и Д}).$$

При найденном значении  $\lambda$  определяем  $\varphi'_1$ . Для этого вводим в регистры микрокалькулятора А, В, С и 0 значения  $\varphi_1$ ,  $\varphi_\lambda$ ,  $\lambda_1$  и  $\Delta \lambda$  из табл. 23 (0,86 П А; 0,81 П В; 60 П С; 10 П 0).

Выполнив вычисления (БП 17 с/п), получаем

$$\varphi'_1 = 0,86 - \frac{0,86 - 0,81}{10} (68 - 60) = 0,82 \quad (\text{регистры X и 6}).$$

Вычисляем (БП 31 с/п) напряжение в сечении стойки

$$\sigma = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{8,47 \cdot 10^{-3}} = 94 \text{ МПа} \quad (\text{регистры X и 3}).$$

Определяем (БП 36 с/п) допускаемое напряжение

$$[\sigma] = 0,82 \cdot 160 = 131 \text{ МПа} \quad (\text{регистры X и 4}).$$

Определяем (БП 41 с/п) расхождение между  $\sigma$  и  $[\sigma]$ :

$$\psi = \frac{131 - 94}{131} 100 = 28 \% \quad (\text{регистры X и 5}).$$

Вычисляем (БП 52 с/п) значение  $\varphi$  во втором приближении

$$\varphi_2 = \frac{0,6 + 0,82}{2} = 0,71 \quad (\text{регистры X и 1}).$$

Определяем (БП 04 с/п) площадь сечения

$$F_2 = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{0,7 \cdot 100} = 7,041 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \quad (\text{регистры X и 2}).$$

Согласно ГОСТ 8239—72 выбираем двутавровую балку № 40 ( $F=7,26 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ;  $i_{\min}=3,03 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ ). Значения  $F$  и  $i_{\min}$  вводим в регистры микрокалькулятора 2 и X (7,26 ВП 3 /—/ П 2; 3,03 ВП 2 /—/ П X) и определяем (БП 92 с/п) соответствующую гибкость стойки

$$\lambda = \frac{2,1}{3,03 \cdot 10^{-2}} = 69,3 \quad (\text{регистры X и Д}).$$

Выполнив последовательно аналогичные вычисления, получаем

$$\begin{aligned} \varphi'_2 &= 0,86 - \frac{0,86 - 0,81}{10} (69,3 - 60) = \\ &= 0,813 \quad (\text{БП 17 с/п, регистры X и 6}); \end{aligned}$$

$$\sigma = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{7,26 \cdot 10^{-3}} = 110 \text{ МПа} \quad (\text{БП 31 с/п, регистры X и 3});$$

$$[\sigma] = 0,813 \cdot 60 = 130 \text{ МПа} \quad (\text{БП 36 с/п, регистры X и 4});$$

$$\psi = \frac{130 - 110}{130} \cdot 100 = 15,3 \% \quad (\text{БП 41 с/п, регистры X и 5}).$$

Вычисляем (БП 52 с/п) значение  $\varphi$  в третьем приближении

$$\varphi_3 = \frac{0,71 + 0,813}{2} = 0,761 \quad (\text{регистры X и 1}).$$

Определяем (БП 04 с/п) площадь сечения

$$F_3 = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{0,769 \cdot 160} = 6,564 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \quad (\text{регистры X и 2}).$$

Выбираем двутавровую балку № 36 ( $F=6,19 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ;  $i_{\min}=2,89 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ). Значения  $F$  и  $i_{\min}$  вводим в регистры микрокалькулятора 2 и X (6,19 ВП 3 /—/ П 2; 2,89 ВП 2 /—/ П X) и определяем (БП 92 с/п) соответствующую гибкость стойки

$$\lambda = \frac{2,1}{2,89 \cdot 10^{-2}} = 72,7 \quad (\text{регистры X и Д}).$$

При найденном значении  $\lambda=72,7$ , определяем  $\varphi'_3$ . Для этого вводим в регистры микрокалькулятора А, В, С и 0 значения  $\varphi_i=0,81$ ;  $\varphi_k=0,75$ ;  $\lambda_i=70$  и  $\Delta\lambda=10$  соответственно: 0,81 П А; 0,75 П В; 70 П С; 10 П 0.

Повторив последовательно вычисления, получаем

$$\varphi'_3 = 0,81 - \frac{0,81 - 0,75}{10} (72,7 - 70) =$$

$$= 0,794 \quad (\text{БП } 17 \text{ с/п, регистры X и 6});$$

$$\sigma = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{6,19 \cdot 10^{-3}} = 129 \text{ МПа} \quad (\text{БП } 31 \text{ с/п, регистры X и 3});$$

$$[\sigma] = 0,794 \cdot 160 = 127 \text{ МПа} \quad (\text{БП } 36 \text{ с/п, регистры X и 4});$$

$$\psi = \frac{127 - 129}{127} 100 = -1,7 \% \quad (\text{БП } 41 \text{ с/п, регистры X и 5}).$$

Таким образом, окончательно выбираем двутавровую балку № 36.

При расчете с использованием коэффициента формы поперечного сечения  $k_\phi$  принимаем для двутавровой балки в соответствии с ГОСТ 8239—72 в первом приближении среднее значение

$$k_\phi = \frac{\sum_{i=1}^n F_i^2 / I_{i \min}}{n} = \frac{162,4}{2,3} = 7,1.$$

Здесь  $n$  — число двутавровых профилей (ГОСТ 8239—72). Вводим значения  $k_\phi = 7,1$  и  $\mu l = 2,1$  в регистры 9 и 6 (7,1 П 9 и 2,1 П 6).

В результате вычислений (БП 66 с/п), получаем

$$\alpha = \frac{7,1 (2,1)^2 160}{800 \cdot 10^{-3}} = 6262 \quad (\text{регистры X и Д}).$$

При найденном значении  $\alpha = 6262$  определяем  $\varphi$ . Вводим в регистры микрокалькулятора С, 0, А и В значения  $\alpha_i = 6050$ ;  $\alpha_k = 8550$ ;  $\varphi_i = 0,81$  и  $\varphi_k = 0,75$  соответственно: 6050 П С; 8550 П 0; 0,81 П А; 0,75 П В.

Выполнив вычисления (БП 76 с/п), получаем

$$\varphi = 0,81 - \frac{0,81 - 0,75}{6050 - 8550} (8550 - 6262) =$$

$$= 0,805 \quad (\text{регистры X и 1}).$$

Окончательно вычисляем (БП 04 с/п) площадь сечения стойки

$$F = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{0,805 \cdot 160} = 6,21 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \quad (\text{регистр 2}).$$

Таким образом, ближайшее значение площади сечения  $F=6,19 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ , соответствующее двутавровому профилю № 36, получено и в этом случае непосредственно в первом же приближении.

#### 14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ БРУСА

При расчетах на прочность, жесткость и устойчивость в случае неравномерного распределения напряжений используют геометрические характеристики (статические моменты и моменты инерции поперечных сечений), которые зависят не только от размеров, но и от формы сечений.

**Задача 23.** Для заданного составного сечения (рис. 24) вычислить главные центральные моменты инерции, определить положение главных центральных осей и построить центральный эллипс инерции.

**Решение.** Разбиваем сечение на три простейшие фигуры: прямоугольник со сторонами  $b=1,2 \text{ см}$  и  $h=18,0 \text{ см}$ , швеллер № 18 (ГОСТ 8240—70) и неравно-

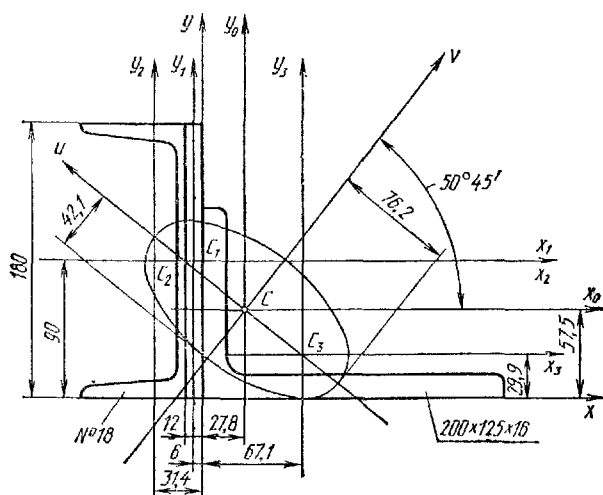


Рис. 24. Сечение, составленное из прокатных профилей



полочный уголок с размерами  $200 \times 125 \times 16$ , положение центров тяжести которых известны.

1. Выбираем систему вспомогательных осей координат  $x$  и  $y$ , параллельных контуру фигуры и определяем координаты центров тяжести и площади составляющих фигур;

для прямоугольника

$$x_{c_1} = -\frac{1,2}{2} = -0,6 \text{ см}; \quad y_{c_1} = \frac{18}{2} = 9,0 \text{ см};$$

для швеллера

$$x_{c_2} = -1,2 - 1,94 = -3,14 \text{ см};$$

$$y_{c_2} = \frac{18}{2} = 9,0 \text{ см}; \quad F_2 = 20,7 \text{ см}^2;$$

для неравнополочного уголка

$$x_{c_3} = 6,71 \text{ см}; \quad y_{c_3} = 2,99 \text{ см}; \quad F_3 = 49,8 \text{ см}^2.$$

2. Проводим центральные оси  $x_1y_1$ ;  $x_2y_2$ ;  $x_3y_3$  каждой составляющей сечения параллельно вспомогательным осям  $x$  и  $y$  и вычисляем моменты инерции относительно этих осей:

$$I_{x_1} = \frac{1,2 \cdot 18^3}{12} = 583 \text{ см}^4; \quad I_{y_1} = \frac{1,2^3 \cdot 18}{12} = 2,6 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_1y_1} = 0; \quad I_{x_2} = 1090 \text{ см}^4; \quad I_{y_2} = 86 \text{ см}^4; \quad I_{x_2y_2} = 0;$$

$$I_{x_3} = 617 \text{ см}^4; \quad I_{y_3} = 2026 \text{ см}^4.$$

Центробежный момент инерции неравнополочного уголка определяем по формуле:

$$I_{xy} = (I_u - I_x) \operatorname{tg} \alpha,$$

где  $I_u = 367 \text{ см}^4$ ;  $I_x = 2026 \text{ см}^4$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = 0,388$ ;  $I_{x_3y_3} = (367 - 2026) 0,388 = -644 \text{ см}^4$ .

Полученные значения заносим в табл. 24.

3. В режиме программирования микрокалькулятора (Ф ПРГ) вводим программу расчета (табл. 25) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (Ф АВТ).

4. В регистр 0 вводим число 14 (14 П 0), в регистр В — значение общей площади сечения  $F_0 = \sum F_i$  (92,1 П В) и очищаем стек ( $C_x \uparrow \uparrow \uparrow$ ).

**24. Геометрические характеристики составных частей сечения, показанного на рис. 24**

Часть сечения $i$	$x_{C_i}$	$y_{C_i}$	$F_i$ , см <sup>2</sup>	$I_{x_i}$	$I_{y_i}$	$I_{x_i y_i}$
	см			см <sup>4</sup>		
1	—0,60	9,00	21,6	583	3	0
2	—3,14	9,00	20,7	1090	86	0
3	6 71	2,99	49,8	617	2026	—644
Σ	—	—	92,1	2290	2115	—644

5. Определяем статический момент сечения относительно оси  $x$ , вводя поочередно значения  $y_{C_i}$  и  $F_i$  из табл. 24 ( $y_{C_i} \uparrow F_i$  в/о с/п):

$$s_x = y_{C_1} F_1 + y_{C_2} F_2 + y_{C_3} F_3 = 9,0 \cdot 21,6 + 20,7 = 2,99 \cdot 49,8 = 529,6 \text{ см}^3 \text{ (регистр X)}.$$

6. Определяем (БП 03 с/п) координату центра тяжести сечения

$$y_C = \frac{s_x}{F_0} = \frac{529,6}{92,1} = 5,75 \text{ см (регистры X и Д)}.$$

7. Очищаем стек ( $C_x \uparrow \uparrow \uparrow$ ) и определяем статический момент сечения относительно оси  $y$  ( $x_{C_i} \uparrow F_i$  в/о с/п):

$$s_y = x_{C_1} F_1 + x_{C_2} F_2 + x_{C_3} F_3 = (-0,6) \cdot 21,6 + (-3,14) \cdot 20,7 + 6,71 \cdot 49,8 = 256,2 \text{ см}^3 \text{ (регистр X)}.$$

8. Определяем (БП 03 с/п) координату центра тяжести сечения

$$x_C = \frac{s_y}{F_0} = \frac{256,2}{92,1} = 2,78 \text{ см (регистры X и С)}.$$

9. Через найденный центр тяжести сечения (точку С) проводим центральные оси  $x_0$  и  $y_0$  и определяем моменты инерции сечения относительно этих осей. Для этого в регистр 1 вводим число 10, в регистры 0, А и В значения  $F_i$ ,  $x_{C_i}$  и  $y_{C_i}$  соответственно. Предварительно определяем координаты центров тяжести отдельных частей сечения (точки  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$ ) относительно центральных

**25. Программа определения моментов инерции поперечных сечений бруса (вариант 1)**

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	×	12	33	с/п	50	6+	+	10
01	+	10	34	ИП 9	69	67	F √	21
02	с/п	50	35	ИП 6	66	68	П 2	42
03	ИП В	6L	36	+	10	69	ИП 1	61
04	+	13	37	ИП 3	63	7+	+	10
05	К П 0	L0	38	+	10	71	П С	4С
06	с/п	50	39	с/п	50	72	с/п	50
07	ИП В	6L	40	ИП 8	68	73	ИП 1	61
08	ИП Д	6Г	41	ИП 5	65	74	ИП 2	62
09	—	11	42	+	10	75	—	11
10	П В	4L	43	ИП 2	62	76	П Д	4Г
11	с/п	50	44	+	10	77	с/п	50
12	F x²	22	45	с/п	50	78	ИП В	6L
13	ИП 0	60	46	ИП 7	67	79	ИП Д	6Г
14	×	12	47	ИП 4	64	80	ИП 0	60
15	К П 1	L1	48	+	10	81	—	11
16	с/п	50	49	ИП 1	61	82	+	13
17	ИП А	6—	50	+	10	83	F arctg	1L
18	ИП С	6С	51	с/п	50	84	П 3	43
19	—	11	52	ИП 0	60	85	с/п	50
20	П А	4—	53	ИП А	6—	86	ИП С	6С
21	с/п	50	54	+	10	87	ИП 6	66
22	F x²	22	55	2	02	88	+	13
23	ИП 0	60	56	+	13	89	F √	21
24	×	12	57	П 1	41	90	П 4	44
25	К П 1	L1	58	ИП 0	60	91	с/п	50
26	с/п	50	59	ИП А	6—	92	ИП Д	6Г
27	ИП А	6—	60	—	11	93	ИП 6	66
28	ИП В	6L	61	2	02	94	+	13
29	×	12	62	+	13	95	F √	21
30	ИП 0	60	63	F x²	22	96	П 5	45
31	×	12	64	ИП В	6L	97	с/п	50
32	К П 1	L1	65	F x²	22			

осей (значения  $a_i$  и  $b_i$ ) и слагаемые  $a_i^2 F_i$ ;  $b_i^2 F_i$ ;  $a_i b_i F_i$ . Для этого при каждом значении  $F_i$ ,  $x_i$  и  $y_i$  последовательно выполняем вычисления:

БП 07 с/п  
БП 12 с/п  
БП 17 с/п  
БП 22 с/п  
БП 27 с/п.

В результате получаем

$$a_1 = y_c, -y_c = 9,00 - 5,75 = 3,25 \text{ см (регистры X и B);}$$

$$a_1^2 F_1 = (3,25)^2 21,6 = 228 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 9);}$$

$$b_1 = x_c, -x_c = -0,60 - 2,78 = -3,38 \text{ см (регистры X и A);}$$

$$b_1^2 F_1 = (-3,38)^2 21,6 = 247 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 8);}$$

$$a_1 b_1 F_1 = 3,25 (-3,38) 21,6 = -238 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 7);}$$

$$a_2 = y_c, -y_c = 9,00 - 5,75 = 3,25 \text{ см (регистры X и B);}$$

$$a_2^2 F_2 = (3,25)^2 20,7 = 219 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 6);}$$

$$b_2 = x_c, -x_c = -3,14 - 2,78 = -5,92 \text{ см (регистры X и A);}$$

$$b_2^2 F_2 = (-5,92)^2 20,7 = 726 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 5);}$$

$$a_2 b_2 F_2 = 3,25 \cdot (-5,92) 20,7 = -398 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 4);}$$

$$a_3 = y_c, -y_c = 2,99 - 5,75 = -2,76 \text{ см (регистры X и B);}$$

$$a_3^2 F_3 = (-2,76)^2 49,8 = 379 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 3);}$$

$$b_3 = x_c, -x_c = 6,71 - 2,78 = 3,93 \text{ см (регистры X и A);}$$

$$b_3^2 F_3 = (3,93)^2 49,8 = 768 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 2);}$$

$$a_3 b_3 F_3 = (-2,76) (3,93) 49,8 = -540 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 1).}$$

10. Определяем (БП 34 с/п) сумму

$$\Sigma a_i^2 F_i = 228 + 219 + 379 = 826 \text{ см}^4 \text{ (регистр X).}$$

Используя значение  $\Sigma I_{x_i}$  из табл. 24, вычисляем значение

$$I_{x_0} = \Sigma a_i^2 F_i + \Sigma I_{x_i} = 826 + 2290 = 3116 \text{ см}^4$$

и помещаем его в регистр 0 (П 0).

11. Определяем (БП 40 с/п) сумму

$$\Sigma b_i^2 F_i = 247 + 726 + 768 = 1741 \text{ см}^4 \text{ (регистр X).}$$

Используя значения  $\Sigma I_{y_i}$  из табл. 24, вычисляем значение

$$I_{y_0} = \Sigma b_i^2 F_i + \Sigma I_{y_i} = 1741 + 2115 = 3856 \text{ см}^4$$

и помещаем его в регистр А (П, А).

12. Определяем (БП 46 с/п) сумму

$$\Sigma a_i b_i F_i = -238 - 398 - 540 = -1176 \text{ см}^4 \text{ (регистр X).}$$

Используя значение  $\Sigma I_{x_i y_i}$  из табл. 24, вычисляем значение

$$I_{x_0 y_0} = \Sigma a_i b_i F_i + \Sigma I_{x_i y_i} = -1176 - 644 = -1820 \text{ см}^4$$

и помещаем его в регистр В (П В).

13. Вычисляем (БП 52 с/п) максимальный главный центральный момент

$$I_v = \frac{I_{x_0} + I_{y_0}}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2}\right)^2 + I_{x_0 y_0}^2} =$$

$$= \frac{3116 + 3856}{2} + \sqrt{\left(\frac{3116 - 3856}{2}\right)^2 + (-1820)^2} =$$

$$= 5343 \text{ см}^4 \quad (\text{регистры X и C}).$$

14. Вычисляем (БП 73 с/п) минимальный главный центральный момент

$$I_u = \frac{I_{x_0} + I_{y_0}}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2}\right)^2 + I_{x_0 y_0}^2} =$$

$$= \frac{3116 + 3856}{2} - \sqrt{\left(\frac{3116 - 3856}{2}\right)^2 + (-1820)^2} =$$

$$= 1629 \text{ см}^4 \quad (\text{регистры X и Д}).$$

15. Определяем (БП 78 с/п) положение главной оси  $u$ , т. е. угол наклона этой оси к оси  $x_0$

$$\alpha_0 = \arctg \frac{I_{x_0 y_0}}{I_u - I_{x_0}} = \arctg \frac{(-1820)}{1629 - 3116} =$$

$$= 50,75^\circ = 50^\circ 45' \quad (\text{регистры X и 3}).$$

16. Для определения радиусов инерции введем значение площади сечения  $F_0$  в регистр 6 (92,1 П 6).

17. Вычисляем (БП 86 с/п) радиус инерции

$$i_v = \sqrt{\frac{I_v}{F_0}} = \sqrt{\frac{5343}{92,1}} = 7,62 \text{ см} \quad (\text{регистры X и 4}).$$

18. Вычисляем (БП 92 с/п) радиус инерции

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{F_0}} = \sqrt{\frac{1629}{92,1}} = 4,21 \text{ см} \quad (\text{регистры X и 5}).$$

Отложив найденные значения  $i_v$ ,  $i_u$  на осях  $u$  и  $v$  соответственно, строим эллипс инерции (см. рис. 24).

**Задача 24.** Для заданного составного сечения (рис. 25) вычислить главные центральные моменты инерции, определить положение главных центральных осей и построить центральный эллипс инерции.

**Решение.** Разбиваем сечение на простейшие фигуры: прямоугольник с вырезом в форме четверти круга и прямоугольный треугольник. Положение центров тяжести этих фигур известны.

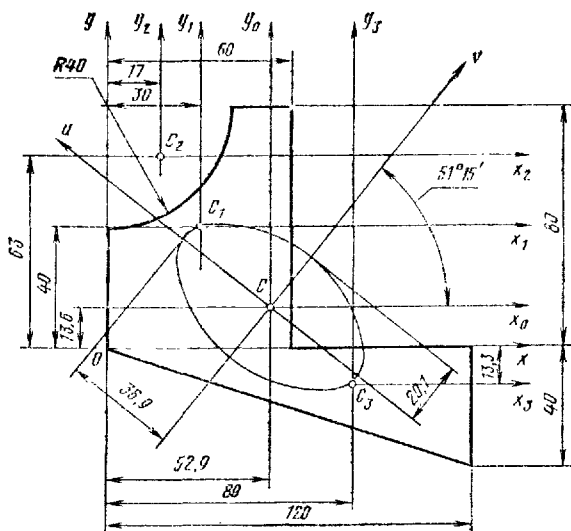


Рис. 25. Составное сечение

1. Выбираем систему вспомогательных осей  $x$  и  $y$ , параллельных контуру фигуры и определяем координаты центров тяжести и площади составляющих фигур:

для прямоугольника со сторонами  $b_1$  и  $h_1$

$$x_{C_1} = \frac{b_1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ см}; \quad y_{C_1} = \frac{h_1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ см};$$

$$F_1 = b_1 h_1 = 6 \cdot 8 = 48 \text{ см}^2;$$

для четверти круга радиусом  $R$

$$x_{C_2} = 0,424 R = 0,424 \cdot 4 = 1,7 \text{ см};$$

$$y_{C_2} = h_1 - 0,424 R = 8 - 1,7 = 6,3 \text{ см};$$

$$F_2 = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 12,57 \text{ см}^2;$$

для прямоугольного треугольника с катетами  $b_2$  и  $h_2$

$$x_{C_3} = \frac{2}{3} b_2 = \frac{2}{3} 12 = 8,0 \text{ см};$$

$$y_{C_3} = -\frac{h_2}{3} = -\frac{4}{3} = -1,33 \text{ см};$$

$$F_3 = \frac{b_2 h_2}{2} = \frac{12 \cdot 4}{2} = 24 \text{ см}^2.$$

2. Проводим центральные оси  $x_1y_1$ ;  $x_2y_2$ ;  $x_3y_3$  для каждой части сечения параллельно вспомогательным осям  $x$  и  $y$  и в автоматическом режиме работы микрокалькулятора вычисляем моменты инерции относительно этих осей

$$I_{x_1} = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{6 \cdot 8^3}{12} = 256 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_1} = \frac{b_1^3 h_1}{12} = \frac{6^3 \cdot 8}{12} = 144 \text{ см}^4; \quad I_{x_1 y_1} = 0;$$

$$I_{x_2} = I_{y_2} = 0,0549 R^4 = 0,0549 \cdot 4^4 = 14 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_2 y_2} = 0,0165 R^4 = 0,0165 \cdot 4^4 = 4 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_3} = \frac{b_2 h_2^3}{36} = \frac{12 \cdot 4^3}{36} = 21 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_3} = \frac{b_2^3 h_2}{36} = \frac{12^3 \cdot 4}{36} = 192 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_3 y_3} = -\frac{b_2^2 h_2^2}{72} = -\frac{12^2 \cdot 4^2}{72} = -32 \text{ см}^4.$$

Полученные данные заносим в табл. 26.

При определении площади, положения центра тяжести и моментов инерции всего сечения учитываем, что четверть круга на рис. 25 представляет собой вырез, т. е.

$$\sum F_i = F_1 - F_2 + F_3 = 48 - 12,57 + 24 = 59,43 \text{ см}^2;$$

$$\sum I_{x_i} = I_{x_1} - I_{x_2} + I_{x_3} = 256 - 14 + 21 = 263 \text{ см}^4;$$

$$\sum I_{y_i} = I_{y_1} - I_{y_2} + I_{y_3} = 144 - 14 + 192 = 322 \text{ см}^4;$$

$$\sum I_{x_i y_i} = I_{x_1 y_1} - I_{x_2 y_2} + I_{x_3 y_3} = 0 - 4 - 32 = 36 \text{ см}^4.$$

26. Геометрические характеристики составных частей сечения, показанного на рис. 25

Часть сечения $i$	$x_{C_i}$	$y_{C_i}$	$F_i$ см <sup>2</sup>	$I_{x_i}$	$I_{y_i}$	$I_{x_i y_i}$
	см			см <sup>4</sup>		
1	3,00	4,00	48,00	256	144	0
2	1,70	6,30	12,57	14	14	4
3	8,00	-1,33	24,00	21	192	-32
$\Sigma$	—	—	59,43	263	322	-36

27. Программа определения моментов инерции поперечных сечений бруса (вариант 2)

Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации	Адрес команды	Клавиши	Код опе- рации
00	x	12	33	ИП 5	65	66	2	02
01	+	10	34	ИП 2	62	67	+	13
02	c/p	50	35	+	10	68	П 1	41
03	ИП 9	69	36	+	10	69	ИП 0	60
04	+	13	37	c/p	50	70	ИП A	6—
05	K П 0	L0	38	ИП 7	67	71	—	11
06	c/p	50	39	ИП 4	64	72	2	02
07	ИП B	CL	40	ИП 1	61	73	+	13
08	F x <sup>2</sup>	22	41	+	10	74	F x <sup>2</sup>	22
09	ИП 0	60	42	+	10	75	ИП B	CL
10	x	12	43	c/p	50	76	F x <sup>2</sup>	22
11	K П 1	L1	44	ИП Д	6Г	77	+	10
12	c/p	50	45	F x <sup>2</sup>	22	78	F √	21
13	ИП A	6—	46	ИП 9	69	79	П 2	42
14	F x'	22	47	x	12	80	ИП 1	61
15	ИП 0	60	48	/—/	0L	81	+	10
16	x	12	49	c/p	50	82	П C	4C
17	ИП 1	L1	50	ИП C	CC	83	c/p	50
18	c/p	50	51	F x <sup>2</sup>	22	84	ИП 1	61
19	ИП A	6—	52	ИП 9	69	85	ИП 2	62
20	ИП B	CL	53	x	12	86	—	11
21	ИП 0	60	54	/—/	0L	87	П Д	4Г
22	x	12	55	c/p	50	88	c/p	50
23	x	12	56	ИП Д	6Г	89	ИП B	CL
24	K П 1	L1	57	ИП C	6C	90	ИП Д	6Г
25	c/p	50	58	ИП 9	69	91	ИП 0	60
26	ИП 9	69	59	x	12	92	—	11
27	ИП 6	66	60	x	12	93	+	13
28	ИП 3	63	61	/—/	0L	94	F arc1g	1L
29	+	10	62	c/p	50	95	П 3	43
30	+	10	63	ИП 0	60	96	c/p	50
31	c/p	50	64	ИП A	6—			
32	ИП 8	68	65	+	10			

3. В режиме программирования микрокалькулятора (F ПРГ) вводим программу расчета (табл. 27) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы (F АВТ).

4. В регистр 0 вводим число 14 (14 П 0); в регистр 9 — значение общей площади  $F_0 = \Sigma F_i$  (59,43 П 9) и очищаем стек ( $C_x \uparrow \uparrow \uparrow$ ).

5. Определяем статический момент сечения относи-



тельно оси  $x$ , вводя поочередно значения  $y_{C_i}$  и  $F_i$  из табл. 26 ( $y_{C_i} \uparrow F_i$  в/с с/п)

$$S_x = y_{C_1} F_1 - y_{C_2} (-F_2) + y_{C_3} (F_3) = 4,0 \cdot 48,0 - 6,3 \cdot 12,57 - 1,33 \cdot 24,0 = 80,89 \text{ см}^3 \text{ (регистр X)}.$$

6. Определяем (БП 03 с/п) координату центра тяжести сечения

$$y_C = \frac{S_x}{F_0} = \frac{80,89}{59,43} = 1,36 \text{ см (регистр X и Д)}.$$

7. Очищаем стек ( $C_x \uparrow \uparrow \uparrow$ ) и определяем статический момент сечения относительно оси  $y$  ( $x_{C_i} \uparrow F_i$  в/о с/п):

$$S_y = x_{C_1} F_1 - x_{C_2} F_2 + x_{C_3} F_3 = 3,0 \cdot 48 - 1,7 \cdot 12,57 + 8,0 \cdot 24,0 = 314,63 \text{ см}^3 \text{ (регистр X)}.$$

8. Определяем (БП 03 с/п) координату центра тяжести сечения

$$x_C = \frac{S_y}{F_0} = \frac{314,63}{59,43} = 5,29 \text{ см (регистры X и С)}.$$

9. Через найденный центр тяжести сечения (точку С) проводим центральные оси  $x_0$  и  $y_0$  и определяем моменты инерции сечения относительно осей  $x$  и  $y$ . Для этого в регистр 1 вводим число 10, в регистры 0, А и В значения  $F_i$ ,  $x_{C_i}$  и  $y_{C_i}$  соответственно. Для каждого ряда значений  $F_i$ ,  $x_{C_i}$ ,  $y_{C_i}$  выполняем последовательно вычисления:

БП 07 с/п

БП 13 с/п

БП 19 с/п.

В результате получаем

$$y_{C_i}^2 F_i = (4,0)^2 48 = 768 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 9);}$$

$$x_{C_i}^2 F_i = (3,0)^2 48 = 432 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 8);}$$

$$x_{C_i} y_{C_i} F_i = 3,0 \cdot 4,0 \cdot 48 = 576 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 7);}$$

$$y_{C_i}^2 F_i = (6,3)^2 (-12,57) = -499 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 6);}$$

$$x_{C_i} F_i = (1,7)^2 (-12,57) = -36 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 5);}$$

$$x_c^2, F_3 = (8,0)^2 24 = 1536 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 2);}$$

$$x_c, y_c^2, F_2 = 1,7 \cdot 6,3 (-12,57) = -135 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 4);}$$

$$y_c^2, F_3 = (-1,33)^2 24 = 42 \text{ см}^2 \text{ (регистры X и 3);}$$

$$x_c, y_c, F_3 = 8,0 (-1,33) 24 = -255 \text{ см}^4 \text{ (регистры X и 1).}$$

10. Определяем (БП 26 с/п) сумму

$$\sum y_c^2, F_i = 768 - 499 - 42 = 311 \text{ см}^4 \text{ (регистр X)}.$$

Используя значения  $\sum I_{x_i}$  из табл. 26, вычисляем значение

$$I_x = \sum y_c^2, F_i + \sum I_{x_i} = 311 + 263 = 574 \text{ см}^4$$

и помещаем его в регистр 0 (П 0).

11. Определяем (БП 32 с/п) сумму

$$\sum x_c^2, F_i = 432 - 36 + 1536 = 1932 \text{ см}^4 \text{ (регистр X)}.$$

Используя значение  $\sum I_{y_i}$  из табл. 26, вычисляем значение

$$I_y = \sum x_c^2, F_i + \sum I_{y_i} = 1932 + 322 = 2254 \text{ см}^4$$

и помещаем его в регистр А (П А).

12. Определяем (БП 38 с/п) сумму

$$\sum x_c, y_c, F_i = 576 - 135 - 255 = 186 \text{ см}^4 \text{ (регистр X)}.$$

Используя значения  $\sum I_{x_i y_i}$  из табл. 26, вычисляем значение

$$I_{xy} = \sum x_c, y_c, F_i + \sum I_{x_i y_i} = 186 - 36 = 150 \text{ см}^4$$

и помещаем его в регистр В (П В).

13. Вычисляем моменты инерции сечения относительно центральных осей  $x_0$  и  $y_0$ . Для этого значение площади сечения  $F_0$  вводим в регистр 9 (59,43 П 9).

В результате вычислений (БП 44 с/п) получаем

$$-y_c^2 F_0 = -(1,36)^2 59,43 = -110 \text{ см}^4 \text{ (регистр X)}.$$

Тогда

$$I_{x_0} = -y_c^2 F_0 + I_x = -110 + 574 = 464 \text{ см}^4 \text{ (Р X ИП 0 +)}.$$

Значение  $I_{x_0}$  помещаем в регистр 0 (П 0).

В результате вычислений (БП 50 с/п) получаем  
 $-x^2_c F_o = -(5,29)^2 59,43 = -1666 \text{ см}^4$  (регистр X).

Тогда

$$I_{y_o} = -x^2_c F_o + I_y = -1666 + 2554 = 588 \text{ см}^4 \quad (\text{Р X ИП A} +).$$

Значение  $I_{y_o}$  помещаем в регистр A (П A).

В результате вычислений (БП 56 с/п) получаем  
 $-x_{cy} F_o = -5,29 \cdot 1,36 \cdot 59,43 = -428 \text{ см}^4$  (регистр X).

Тогда

$$I_{x_o y_o} = -x_{cy} F_o + I_{xy} = -428 + 150 = -278 \text{ см}^4 \\ (\text{Р X ИП B} +).$$

Значение  $I_{x_o y_o}$  помещаем в регистр B (П B).

14. Вычисляем (БП 63 с/п) максимальный главный центральный момент

$$I_v = \frac{I_{x_o} + I_{y_o}}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_{x_o} - I_{y_o}}{2}\right)^2 + I_{x_o y_o}^2} = \\ = \frac{464 + 588}{2} + \sqrt{\left(\frac{464 - 588}{2}\right)^2 + (-278)^2} = \\ = 811 \text{ см}^4 \quad (\text{регистры X и C}).$$

15. Вычисляем (БП 84 с/п) минимальный главный центральный момент

$$I_u = \frac{I_{x_o} + I_{y_o}}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_{x_o} - I_{y_o}}{2}\right)^2 + I_{x_o y_o}^2} = \\ = \frac{464 + 588}{2} - \sqrt{\left(\frac{464 - 588}{2}\right)^2 + (-278)^2} = \\ = 241 \text{ см}^4 \quad (\text{регистры X и D}).$$

16. Определяем (БП 89 с/п) положение главной оси  $u$ , т. е. угол наклона этой оси к оси  $x_o$

$$\alpha_o = \arctg \frac{I_{x_o y_o}}{I_u - I_{x_o}} = \arctg \frac{(-278)}{241 - 464} = \\ = 51,25^\circ = 51^\circ 15' \quad (\text{регистры X и 3}).$$

17. Выполним вычисления в соответствии с формулой  $i_v = \sqrt{I_v/F_0}$  (ИП С ИП 9 ÷ F ✓), получаем

$$i_v = \sqrt{\frac{811}{59,43}} = 3,69 \text{ см (регистр X)}.$$

Так как  $i_u = \sqrt{I_u/F_0}$ , выполним вычисления (ИП Д ИП 9 ÷ F ✓), получаем

$$i_u = \sqrt{\frac{241}{59,43}} = 2,01 \text{ см (регистр X)}.$$

Отложив найденные значения  $i_v$  и  $i_u$  на осях  $u$  и  $v$ , строим эллипс инерции (см. рис. 25).

## 15. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

На двух двутавровых балках № 18 на расстоянии  $a$  от левой опоры установлен двигатель массой  $m$ . При работе двигателя возникает переменная сила  $P_0 \sin \omega t$ . Частота вращения ротора равна  $n$ . Определить средние (статические), амплитудные (динамические) и максимальные (суммарные) напряжения в балках. Определить коэффициент запаса  $n_r$ .

*Исходные данные:*  $J_x = 1290 \text{ см}^4$ ;  $W_x = 143 \text{ см}^3$ ;  $m = 1500 \text{ кг}$ ;  $l = 2,8 \text{ м}$ ;  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ;  $n = 480 \text{ мин}^{-1}$ ;  $P_0 = 10 \text{ кН}$ ;  $a = Kl$ ;  $K = 0,5$ ;  $\sigma_{-1} = 170 \text{ МПа}$ ;  $\psi_\sigma = 0,12$ ;  $K_{\sigma_D} = 2,0$ .

*Решение.* Составим выражения для определяемых напряжений. Опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$  от веса двигателя  $P_{ст} = mg$ :

$$R_A = mgb/l = mg(1 - K);$$

$$R_B = mga/l = mgK.$$

Наибольший изгибающий момент от статической нагрузки

$$M_{\max \text{ ст}} = R_A a = mglK(1 - K).$$

Аналогично, наибольший изгибающий момент от динамической нагрузки

$$M_{\max \text{ лин}} = P_0 l K(1 - K),$$

где  $\beta$  — коэффициент нарастания амплитуды колебаний:  $\beta = 1/[1 - (\omega/p)^2]$ ;  $\omega$  — угловая скорость двигателя:  $\omega = \pi n/30$ ;  $p$  — угловая частота свободных колебаний упругой системы:

$$p = \sqrt{1/(m\delta_{11})};$$

$\delta_{11}$  — прогиб в сечении  $C$  от единичной силы:

$$\delta_{11} = \frac{1}{2EJ_x} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3 b^2}{l} = \frac{l^3}{2EJ_x} \cdot \frac{K^3 (1-K)^2}{3}.$$

Статические (средние) напряжения

$$\sigma_{ст} = \sigma_m = M_{\max ст}/(2W_x).$$

Динамические (амплитудные) напряжения

$$\sigma_{дин} = \sigma_a = M_{\max дин}/(2W_x).$$

Максимальные напряжения

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a.$$

Так как средние напряжения цикла остаются неизменными, а с увеличением частоты вращения двигателя возрастают амплитудные напряжения, коэффициент запаса усталостной прочности определяется по формуле

$$n_r = \frac{1 - \psi_s + \sigma_{-1}(\sigma_m)}{1 + K_{\sigma_D} \sigma_a / \sigma_m},$$

где  $\psi_s$  — коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений;  $K_{\sigma_D}$  — коэффициент при расчетной амплитуде цикла.

Для решения задачи в режиме программирования микрокалькуляторов «Электроника МК-61» и «Электроника МК-52» Ф ПРГ введем программу определения напряжений при колебаниях системы с одной степенью свободы (табл. 28) и переводим микрокалькулятор в режим автоматической работы F АВТ.

Введем в регистры калькулятора:

число 10 в регистр 0 для использования косвенной адресации:

$$10 \rightarrow x \rightarrow \Pi 0;$$

$$K = a/l = 0,5 \rightarrow \text{в регистр } a;$$

$$0,5 \rightarrow x \rightarrow \Pi a;$$

## 28. Программа определения напряжений при колебаниях системы с одной степенью свободы

Адрес команды	Клавиши	Код опера- ции	Содержание регистров					Содержание операции
			X	Y	Z	T	X1	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l$ $m$ $E$ $J_x$	$B \uparrow$ $B \uparrow$ $B \uparrow$		$l$ $m$ $E$ $J_x$	$l$ $m$ $E$		$l$ $m$		Ввод $l$ Ввод $m$ Ввод $E$ Ввод $J_x$
00	X	12	$EJ_x$	$m$	$l$		$J_x$	Вычисление $EJ_x$
01	$\leftrightarrow$	14	$m$	$EJ_x$	$l$		$EJ_x$	Обмен операндами
02	$x - \Pi e$	4E	$m$	$EJ_x$	$l$		$EJ_x$	Засылка $m$ в регистр $e$
03	$+$	13	$EJ_x/m$	$l$			$EJ_x$	Вычисление $EJ_x/m$
04	$x - \Pi d$	4Г	$EJ_x/m$	$l$			$EJ_x$	Засылка $EJ_x/m$ в регистр $d$
05	F.	25	$l$			$EJ_x/m$	$EJ_x/m$	Вызов $l$ в регистр X
06	$x - \Pi c$	4C	$l$			$EJ_x/m$	$EJ_x/m$	Засылка $l$ в регистр $c$
07	F $x^2$	22	$l^2$			$EJ_x/m$	$l$	Вычисление $l^2$
08	F $Bx$	0	$l$	$l^2$			$l$	Вызов значения $l$
09	X	12	$l^2$				$l$	Вычисление $l^2$
10	$\Pi - xd$	6Г	$EJ_x/m$	$l^2$			$l$	Вызов значения $EJ_x/m$
11	$\leftrightarrow$	14	$l^2$	$EJ_x/m$			$EJ_x/m$	Обмен операндами
12	$+$	13	$EJ_x/(ml^2)$				$l^2$	Вычисление $EJ_x/(ml^2)$
13	$x - \Pi d$	4Г	$EJ_x/(ml^2)$				$l^2$	Засылка $EJ_x/(ml^2)$ в ре- гистр $d$
14	$\Pi - xa$	6—	$K$	$EJ_x/(ml^2)$			$l^2$	Вызов значения $K$
15	1	01	1	$K$			$l^2$	Засылка числа 1 в ре- гистр X

16	—	11	$K-1$			1	Вычисление $K-1$
17	$/- /$	0L	$1-K$			1	Смена знака в регистр X
18	$\Pi-xa$	6—	$K$	$1-K$		1	Вызов значения $K$
19	$\times$	12	$K(1-K)$			$K$	Вычисление $K(1-K)$
20	$x-\Pi a$	4—	$K(1-K)$			$K$	Засылка $K(1-K)$ в регистр a
21	$F x^2$	22	$K^2(1-K)^2$			$K(1-K)$	Вычисление $K^2(1-K)^2$
22	$\Pi-xd$	6Г	$EJ_{x/(ml^2)}$	$K^2(1-K)^2$		$K(1-K)$	Вызов $EJ_{x/(ml^2)}$
23	$\leftrightarrow$	14	$K^2(1-K)^2$	$EJ_{x/(ml^2)}$		$EJ_{x/(ml^2)}$	Обмен операндами
24	$+$	13	$p^2/3$			$K^2(1-K)^2$	Вычисление $p^2/3$
25	3	03	3	$p^2/3$		$K^2(1-K)^2$	Ввод числа 3 в регистр X
26	$\times$	12	$p^2$			3	Вычисление $p^2$
27	$F \sqrt{-}$	21	$p$			$p^2$	Вычисление $p$
28	$K-x-\Pi 0$	L0	$p$			$p^2$	Засылка $p$ в регистр 9
29	$\Pi-xb$	6L	$n$	$p$		$p^2$	Вызов значения $n$
30	$F\pi$	20	$\pi$	$p$	$p$	$p^2$	Вызов числа $\pi$
31	$\times$	12	$\pi n$	$p$		$\pi$	Вычисление $\pi n$
32	3	03	3	$\pi n$	$p$	$\pi$	Ввод числа 3 в регистр X
33	0	00	30	$\pi n$	$p$	$\pi$	Ввод числа 30 в регистр X
34	$+$	13	$\pi n/30$	$p$		30	Вычисление $\omega$
35	$K-x-\Pi 0$	L0	$\omega$	$p$		30	Засылка $\omega$ в регистр 8
36	$\leftrightarrow$	14	$p$	$\omega$		$\omega$	Обмен операндами
37	$+$	13	$\omega/p$			$p$	Вычисление $\omega/p$
38	$K-x-\Pi 0$	L0	$\omega/p$			$p$	Засылка $\omega/p$ в регистр 7
39	$F x^2$	22	$(\omega/p)^2$			$\omega/p$	Вычисление $(\omega/p)^2$
40	1	01	1	$(\omega/p)^2$		$\omega/p$	Засылка числа 1 в регистр X
41	$\leftrightarrow$	14	$(\omega/p)^2$	1		1	Обмен операндами
42	—	11	$1/\beta$			$(\omega/p)^2$	Вычисление $1-(\frac{\omega}{p})^2$
43	$F 1/x$	23	$\beta$			$1/\beta$	Вычисление $\beta$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	$K - x - \Pi 0$	L0	$\beta$				$1/\beta$	Засылка $\beta$ в регистр 6
45	$\Pi - xc$	6C	$l$	$\beta$			$1/\beta$	Вызов значения $l$
46	$\Pi - xa$	6—	$K(1-K)$	$l$	$\beta$		$1/\beta$	Вызов значения $K(1-K)$
47	$\times$	12	$lK(1-K)$	$\beta$			$K(1-K)$	Вычисление $lK(1-K)$
48	$x - \Pi a$	4—	$lK(1-K)$	$\beta$			$K(1-K)$	Засылка $lK(1-K)$ в регистр $d$
49	$\Pi - xe$	6E	$m$	$lK(1-K)$			$K(1-K)$	Вызов значения $m$
50	$\times$	12	$mlK(1-K)$				$m$	Вычисление $mlK(1-K)$
51	9	09	9	$mlK(1-K)$			$m$	Засылка числа 9 в регистр X
52	.	0—	9,	$mlK(1-K)$			$m$	Отделение целой части числа $g$
53	8	08	9,8	$mlK(1-K)$			$m$	Засылка числа 9,8 в регистр X
54	1	01	$g$	$mlK(1-K)$			$m$	Засылка $g$ в регистр X
55	ВП	0C	$g \cdot 10^9$	$mlK(1-K)$			$m$	Ввод порядка в регистр X
56	6	06	$g \cdot 10^9$	$mlK(1-K)$			$m$	Вычисление $g \cdot 10^9$
57	$/ - /$	0L	$g \cdot 10^{-6}$	$mlK(1-K)$			$m$	Вычисление $g \cdot 10^{-6}$
58	$\times$	12	$M_{ст}$				$g \cdot 10^{-6}$	Вычисление $M_{ст}$
59	$K - x - \Pi 0$	L0	$M_{ст}$				$g \cdot 10^{-6}$	Засылка $M_{ст}$ в регистр 5
60	$\Pi - x1$	61	$W_x$	$M_{ст}$			$g \cdot 10^{-6}$	Вызов значения $W_x$
61	$+$	13	$\sigma_m$				$W_x$	Вычисление $\sigma_m$
62	$K - x - \Pi 0$	L0	$\sigma_m$				$W_x$	Засылка $\sigma_m$ в регистр 4
63	$\Pi - x2$	62	$P_0$	$\sigma_m$			$W_x$	Вызов значения $P_0$
64	$\Pi - xa$	6—	$lK(1-K)$	$P_0$	$\sigma_m$		$W_x$	Вызов значения $lK(1-K)$
65	$\Pi - x6$	66	$\beta$	$lK(1-K)$	$P_0$	$\sigma_m$	$W_x$	Вызов значения $\beta$
66	$\times$	12	$\beta lK(1-K)$	$P_0$	$\sigma_m$		$\beta$	Вычисление $\beta lK(1-K)$
67	$\times$	12	$M_{дин}$	$\sigma_m$			$\beta lK(1-K)$	Вычисление $M_{дин}$
68	$x - \Pi a$	4—	$M_{дин}$	$\sigma_m$			$\beta lK(1-K)$	Засылка $M_{дин}$ в регистр $a$



69	$\Pi - x1$	61	$W_x$	$M_{\text{дин}}$	$\sigma_m$	$\beta LK(1-K)$	Вызов значения $W_x$
70	$+$	13	$\sigma_a$	$\sigma_m$		$W_x$	Вычисление $\sigma_a$
71	$K-x-\Pi 0$	L0	$\sigma_a$	$\sigma_m$		$W_x$	Засылка $\sigma_a$ в регистр 3
72	$+$	10	$\sigma_{\text{max}}$			$\sigma_a$	Вычисление $\sigma_{\text{max}}$
73	$K-x-\Pi 0$	L0	$\sigma_{\text{max}}$			$\sigma_a$	Засылка $\sigma_{\text{max}}$ в регистр 2
74	$c/\Pi$	50	$\sigma_{\text{max}}$			$\sigma_a$	Останов для индикации результата

1 $\psi_\sigma$ $\sigma_{-1}$	$B \uparrow$ $B \uparrow$		1 $\psi_\sigma$ $\sigma_{-1}$	$\sigma_{\text{max}}$ 1 $\psi_\sigma$	$\sigma_{\text{max}}$ 1	$\sigma_{\text{max}}$	$\sigma_a$ $\sigma_a$ $\sigma_a$	Ввод числа 1 Ввод $\psi_\sigma$ Ввод $\sigma_{-1}$
-------------------------------------	------------------------------	--	-------------------------------------	---	----------------------------	-----------------------	--	--

75	$\Pi - x4$	64	$\sigma_m$	$\sigma_{-1}$	$\psi_\sigma$	1	$\sigma_a$	Вызов значения $\sigma_m$
76	$+$	13	$\sigma_{-1}/\sigma_m$	$\psi_\sigma$	1		$\sigma_m$	Вычисление $\sigma_{-1}/\sigma_m$
77	$\leftrightarrow$	14	$\psi_\sigma$	$\sigma_{-1}/\sigma_m$	1		$\sigma_m$	Обмен операндами
78	$-$	11	$\sigma_{-1}/(\sigma_m - \psi_\sigma)$	1			$\psi_\sigma$	Вычисление $\sigma_{-1}/\sigma_m - \psi_\sigma$
79	$+$	10	$A$				$\sigma_{-1}/(\sigma_m - \psi_\sigma)$	Вычисление $A$
80	$\Pi - xe$	6E	$K_{\sigma D}$	$A$			$\sigma_{-1}/(\sigma_m - \psi_\sigma)$	Вызов значения $K_{\sigma D}$
81	$\Pi - x3$	63	$\sigma_a$	$K_{\sigma D}$	$A$		$\sigma_{-1}/(\sigma_m - \psi_\sigma)$	Вызов значения $\sigma_a$
82	$\times$	12	$K_{\sigma D} \sigma_a$	$A$			$\sigma_a$	Вычисление $K_{\sigma D} \sigma_a$
83	$\Pi - x4$	64	$\sigma_m$	$K_{\sigma D} \sigma_a$	$A$		$\sigma_a$	Вызов значения $\sigma_m$
84	$+$	13	$K_{\sigma D} \sigma_a/\sigma_m$	$A$			$\sigma_m$	Вычисление $K_{\sigma D} \sigma_a/\sigma_m$
85	1	01	1	$K_{\sigma D} \sigma_a/\sigma_m$			$\sigma_m$	Засылка числа 1 в регистр X
86	$+$	10	$B$	$A$			1	Вычисление $B$
87	$+$	13	$n_r$				$B$	Вычисление $n_r$
88	$K-x-\Pi 0$	L0	$n_r$				$B$	Засылка $n_r$ в регистр 1
89	$c/\Pi$	50	$n_r$				$B$	Останов для индикации результата

частоту вращения ротора  $n=480$  мин<sup>-1</sup> — в регистр  $b$ :

$$480-x-\Pi b;$$

осевой момент сопротивления балок:  $2 W_x=286 \times 10^{-6} \text{ м}^3$  — в регистр 1:

$$286 \cdot 10^{-6}-x-\Pi 1;$$

амплитуду возмущающей силы  $P_0=10 \cdot 10^{-3} \text{ МН}$  — в регистр 2:

$$10 \cdot 10^{-3}-x-\Pi 2.$$

Введем в регистры стека значения:

$$l=2,8 \text{ м}; m=1500 \text{ кг}; E=2 \cdot 10^{11} \text{ Па};$$

$$2 J_x=2580 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

$$2,8 \uparrow; 1500 \uparrow; 2 \cdot 10^{11} \uparrow; 2580 \cdot 10^{-8}$$

и выполняем операции в/о и с/п.

В результате получаем

$$p=86,7 (1/\text{с}) \text{ — в регистре 9;}$$

$$\omega=50,3 (1/\text{с}) \text{ — в регистре 8;}$$

$$\frac{\omega}{p}=0,58 \text{ — в регистре 7;}$$

$$\beta=1,5 \text{ — в регистре 6;}$$

$$M_{\text{ст}}=1,03 \cdot 10^{-2} \text{ МН} \cdot \text{м} \text{ — в регистре 5;}$$

$$\sigma_{\text{ст}}=\sigma_m=36 \text{ МПа} \text{ — в регистре 4;}$$

$$M_{\text{дин}}=1,05 \cdot 10^{-2} \text{ МН} \cdot \text{м} \text{ — в регистре } a;$$

$$\sigma_{\text{дин}}=\sigma_a=36,9 \text{ МПа} \text{ — в регистре 3;}$$

$$\sigma_{\text{max}}=72,9 \text{ МПа} \text{ — в регистре 2.}$$

Введем в регистр значение  $K_{\sigma_D}=2,0$ :

$$2,0-x-\Pi e,$$

$a$  в регистры стека значения единицы; коэффициента чувствительности к асимметрии цикла  $\psi_a=0,12$  и предел выносливости при симметричном цикле  $\sigma_{-1}=170 \text{ МПа}$ ;

$$1 \uparrow; 0,12 \uparrow; 170$$

и выполняем операции БП 75 с/п.

В результате получаем

$$n_r=1,84 \text{ — в регистре 1.}$$

Таким образом, конструкция оказывается вполне работоспособной.

# Единицы физических величин (по ГОСТ 8.417—81)

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение

## Основные единицы СИ

Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Сила электрического тока	ампер	А
Термодинамическая температура	кельвин	К
Количество вещества	моль	моль
Сила света	кандела	кд

## Дополнительные единицы СИ

Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср

## Производные единицы СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица		Выражение через основные и дополнительные единицы СИ
	Наименование	Обозначение	
Частота	герц	Гц	$\text{с}^{-1}$
Сила	ньютон	Н	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Давление	паскаль	Па	$\text{м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Энергия	джоуль	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Мощность	ватт	Вт	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$
Количество электричества	кулон	Кл	$\text{с} \cdot \text{А}$
Электрическое напряжение	вольт	В	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Электрическая емкость	фарад	Ф	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Электрическое сопротивление	ом	Ом	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$
Электрическая проводимость	сименс	См	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Поток магнитной индукции	вебер	Вб	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Магнитная индукция	тесла	Тл	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Индуктивность	генри	Гн	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Световой поток	люмен	лм	$\text{кд} \cdot \text{ср}$
Освещенность	люкс	лк	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кд} \cdot \text{ср}$
Активность радионуклида	беккерель	Бк	$\text{с}^{-1}$
Поглощенная доза ионизирующего излучения	грэй	Гр	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$
Эквивалентная доза излучения	зиверт	Зв	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

**Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ**

Наименование	Единица		Соотношение с единицей СИ	Примечание
	Название	Обозначение		
Масса	тонна	т	$10^3$ кг	
	атомная единица массы	а. е. м.	$1,66057 \cdot 10^{-27}$ кг (приблизительно)	
Время *	минута	мин	60 с	
	час	ч	3600 с	
	сутки	сут	86 400 с	
Плоский угол	градус	...°	$1,745329... \cdot 10^{-2}$ рад	
	минута	...'	$2,908882... \cdot 10^{-4}$ рад	
	секунда	..."	$4,848137... \cdot 10^{-6}$ рад	
	град **	град	$\pi/200$ рад	
Объем, вместимость	литр	л	$10^{-3}$ м <sup>3</sup>	
Длина	астрономическая единица	а. е.	$1,49598 \cdot 10^{11}$ м (приблизительно)	
	световой год	св. год	$9,4605 \cdot 10^{15}$ м (приблизительно)	
	парсек	пк	$3,0857 \cdot 10^{16}$ м (приблизительно)	
Оптическая сила	диоптрия	дптр	$1 \text{ м}^{-1}$	
Площадь	гектар	га	$10^4$ м <sup>2</sup>	
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1,60219 \cdot 10^{-19}$ Дж (приблизительно)	
Полная мощность	вольт-ампер	В·А		
Реактивная мощность	вар	вар		

\* Допускается также применять другие единицы, получившие широкое распространение (например неделя, месяц, год, век, тысячелетие и т. п.).

\*\* Допускается применять по-русски наименование «гон».

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 408 с.
2. Бойко В. К., Нельга А. Т., Тихобаев А. П. Устройство ввода технологической информации в микрокалькулятор «Электроника БЗ-21» // Приборы и системы управления, 1983. № 11. С. 33.
3. Горелов Л. К., Кисенко И. Д. О подборе сечений сжатых стержней. Расчеты на прочность и жесткость. М.: Машиностроение, 1965. С. 112—120.
4. Дьяконов В. П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах М.: Наука, 1985. 224 с.
5. Ицкович Г. М., Винокуров А. И., Минин Л. С. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. М.: Высшая школа, 1970. 542 с.
6. Когаев В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М.: Машиностроение, 1977. 232 с.
7. Когаев В. П., Гусенков А. П., Соболев В. Л. и др. Об унифицированном стандарте СССР и ГДР «Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы расчета характеристик усталости» // Стандартизация методов расчетов и испытаний на усталость. М.: Изд-во стандартов. 1983. Вып. 3. С. 3—8.
8. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. М.: Мир, 1977. 302 с.
9. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наукова думка, 1975. 704 с.
10. Сборник задач по сопротивлению материалов / А. С. Вольмир, Ю. П. Григорьев, А. И. Коданев и др. М.: Наука, 1984. 407 с.
11. Солдатенко Л. М., Захаров В. П. Микрокалькулятор «Электроника МК-46» для автоматизации ТП // Приборы и системы управления, 1983. № 11. С. 32.
12. Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Искусство программирования программируемых микрокалькуляторов // Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1983. № 6. С. 68—74.
13. Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Инженерные расчеты на программируемых микрокалькуляторах. Киев: Техника, 1985. 328 с.

14. Федосьев В. И. Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов, М.: Наука, 1975. 173 с.

15. Федосьев В. И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1986. 512 с.

16. Цветков А. Н., Епанечников В. А. Прикладные программы для микроЭВМ «Электроника БЗ-34», «Электроника МК-56», «Электроника МК-54». М.: Финансы и статистика, 1984. 175 с.

17. Чапка А. М. Использование вычислительной техники в курсе сопротивления материалов. М.: Изд. ВЗМИ, 1986. 86 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

---

Предисловие . . . . .	3
1. Составление программ для расчетно-проектировочных работ по курсу сопротивления материалов . . . . .	5
2. Расчет статически неопределимых систем на прочность при растяжении и сжатии . . . . .	10
3. Расчет статически неопределимых валов на прочность при кручении . . . . .	31
4. Расчет статически определимой балки на прочность . . . . .	44
5. Определение перемещений при изгибе и расчет статически неопределимых балок методом начальных параметров . . . . .	51
6. Расчет статически неопределимой рамы методом сил . . . . .	62
7. Расчет на прочность бруса большой жесткости при внецентренном сжатии . . . . .	76
8. Расчет на прочность бруса с ломаной осью при произвольном нагружении . . . . .	82
9. Исследование плоского и объемного напряженного и деформированного состояний . . . . .	89
10. Исследование динамической устойчивости упругой системы с одной степенью свободы на колебания . . . . .	95
11. Определение коэффициента запаса при переменных напряжениях . . . . .	99
12. Расчет на прочность при действии ударной нагрузки . . . . .	105
13. Расчет сжатых стержней на устойчивость . . . . .	111
14. Определение геометрических характеристик поперечных сечений бруса . . . . .	120
15. Определение напряжений при колебаниях системы с одной степенью свободы . . . . .	132
Список литературы . . . . .	141

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Анатолий Марианович Чапка

## РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНЫЕ РАБОТЫ НА ПРОГРАММИРУЕМЫХ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ

Редактор *О. Ф. Корсин*  
Художественный редактор *А. С. Веринский*  
Технический редактор *Н. М. Харитонова*  
Корректор *Т. В. Багдасарян*

ИБ № 5657

Сдано в набор 05.10.87. Подписано в печать 14.01.88. Т-04030.  
Формат 80×108<sup>1</sup>/<sub>2</sub>. Бумага типографская № 2.  
Гарнитура литературная. Печать высокая.  
Усл. печ. л. 7,56. Усл. кр.-отт. 7,81. Уч.-изд. л. 7,50.  
Тираж 115 500 экз. Заказ № 310. Цена 25 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Машиностроение»,  
107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Московская типография № 13 ПО «Периодика» ВО «Союзполиграфпром»  
Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книж-  
ной торговли 107005, Москва Б-5, Денисовский пер., д. 30