В МИРЕ НАУКИ И ТЕХНИКИ (83)

Г. Кройль

ЧТО УМЕЕТ МОЙ МИКРО-КАЛЬКУЛЯТОР ?

ИЗДАТЕЛЬСТВО МИР МОСКВА

ИЗДАТЕЛЬСТВО • МИР •

H. KREUL

WAS KANN MEIN ELEKTRONISCHER TASCHENRECHNER?

VEB FACHBUCHVERLAG
LEIPZIG 1979

Г. КРОЙЛЬ

ЧТО УМЕЕТ МОЙ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОР?

Перевод с немецкого
Ю. А. ДАНИЛОВА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
МОСКВА 1981

ББК 22.19
К 83
УДК 17.2.7

Кройль Г.

К 83 Что умеет мой микрокалькулятор?: Пер. с нем./ — М.: Мир, 1981. 133 с. с ил. (В мире науки и техники)

Автор знакомит читателя с элементарными методами вычислений с помощью карманного микрокалькулятора.
Книга рассчитана на самые широкие круги читателей.

$К \frac{20204—194}{041(01)—81}$ — 81 БЗ 1702070000

ББК 22.19
518

Редакция научно-популярной и научно-фантастической литературы

От переводчика

Сегодня микрокалькулятор все чаще можно увидеть и на рабочем столе ученого, экономиста или инженера, и в руках продавца, и на парте школьника. Но далеко не все знают особенности и возможности своих «карманных» ЭВМ.

Микрокалькулятор, пришедший на смену счетной линейке, таблице логарифмов и арифмометру, может стать для вас незаменимым помощником. И секрет успеха здесь не в совершенстве модели состоящего «на вашем вооружении» микрокалькулятора, а в совершенном владении им (хотя рациональный выбор модели во многом облегчает последующую работу).

Книга Г. Кройля «Что умеет мой микрокалькулятор?» призвана помочь тем, кто делает первые шаги в овладении этим современным вычислительным устройством. Простые и доходчивые примеры помогут читателю разобраться в сути той или иной рекомендации и убедиться в ее эффективности. Предлагаемые тесты позволят удостовериться в исправности вашего микрокалькулятора и установить его особенности, послужат образцами для построения собственных тестов, лучше приспособленных к индивидуальным особенностям вашей модели. В ряде случаев одни и те же задачи решаются в книге по нескольку раз на разных моделях микрокалькуляторов. Это помогает составить достаточно полное представление о возможностях вашего электронного помощника и даже создает образ «идеального» микрокалькулятора, наиболее подходящего для решения того круга задач, с которым читателю приходится сталкиваться особенно часто. Подробно разъясняется бесскобочная запись, обычно вызывающая у начинающих наибольшие трудности.

Требования, предъявляемые автором к математической подготовке читателя, весьма умеренны. Необходимые математические сведения собраны в приложениях.

Справедливо полагая, что работа с программируемыми микрокалькуляторами требует известной подготовленности, автор посвятил им лишь небольшой раздел в заключительной части книги.

Прекрасным дополнением к предлагаемой вниманию читателей книге может послужить недавно вышедшая книга В. Гильде и З. Альтрихтера «С микрокалькулятором в руках» («Мир», 1980).

Вне всяких сомнений, книга Г. Кройля окажется весьма полезной читателям как для приобретения первоначальных навыков в обращении с микрокалькуляторами, так и для совершенствования приемов и методов счета с их использованием.

Ю. Данилов

Предисловие

С сороковых годов XX в., когда появились первые вычислительные машины на релейно-контактных схемах, способные по заданной программе производить без вмешательства человека сложнейшие математические расчеты, создатели высокопроизводительных вычислительных устройств добились гигантских успехов.

Электромеханические реле, использовавшиеся в первых вычислительных машинах в качестве переключателей, вскоре уступили место электронным лампам, а впоследствии — полупроводниковым элементам, что позволило существенно улучшить рабочие параметры вычислительных машин и одновременно повысить их надежность. Если первоначально все усилия сосредоточились на создании больших ЭВМ с максимальным быстродействием и объемом памяти, рассчитанных на решение сложных технических и экономических задач, то с появлением полупроводниковых элементов было освоено производство и настольных электронных вычислительных машин, которые позволили производить расчеты гораздо быстрее находившихся тогда в обращении механических арифмометров и к тому же совершенно бесшумно.

Переход к малообъемным микросхемам, способным заменить сотни полупроводниковых элементов, привел к созданию микрокалькуляторов, которые могут выполнять более сложные вычисления, чем настольные электронные машины, и в то же время умещаются в жилетном кармане. В последние годы появилось множество таких микрокалькуляторов различных типов — от самых простых, «владеющих» только четырьмя арифметическими действиями, до обладающих памятью и способных за долю секунды вычислить значения сложных математических функций. Современные микрокалькуляторы могут производить вычисления по заданной программе. Их можно подключать к различного рода внешним устройствам, например к печатающему устройству для выдачи результатов счета или к внешней памяти на магнитной ленте.

Те, кто хотел бы сейчас приобрести микрокалькулятор, нередко оказываются в довольно затруднительном положении, так как широкий ассортимент этих приборов не всегда позволяет сделать рациональный выбор. Учитывая запросы тех, кто пользуется или намерен пользоваться микрокалькулятором, мы предприняли попытку классификации основных типов наиболее распространенных микрокалькуляторов с указанием границ их применимости. Тем самым мы хотели убедить читателя, собирающегося приобрести микрокалькулятор, что самым лучшим будет не самый дорогой, а наиболее подходящий именно для него микрокалькулятор. Вместе с тем читатель сможет извлечь рекомендации по оптимальному использованию уже имеющегося у него микрокалькулятора.

Подробности «внутренней жизни» микрокалькуляторов мы сообщаем лишь в весьма ограниченном объеме. Мы рассматриваем микрокалькулятор как надежный инструмент, которым можно пользоваться, совершенно не интересуясь тем, что находится или происходит у него внутри. Читатель должен проникнуться идеей, что овладеть микрокалькулятором совсем нетрудно и что при умелом использовании он представляет собой весьма удобное средство для быстрого и точного решения самых разных математических и экономических задач.

В то же время мы всячески подчеркиваем, что оптимально использовать как простейший, так и сложный микрокалькулятор по плечу лишь тому, кто обладает глубокими познаниями по крайней мере в области элементарной математики и умеет рационально их применять. Нам бы хотелось предостеречь читателя от чрезмерного увлечения микрокалькулятором: не следует всецело полагаться на него и полностью пренебрегать собственным умением производить расчеты. Необходимо помнить, что любой прибор, в том числе и микрокалькулятор, каким бы дорогим и надежным он ни был, когда-нибудь может отказать в работе. В этом случае каждый должен быть готов к тому, чтобы с карандашом в руках за разумное время вычислить, сколько будет 0,0001762 : 0,074386 с нужным числом знаков. Пока же мы можем лишь с сожалением констатировать, что умение производить численные расчеты постепенно утрачивается, а с появлением микрокалькуляторов эта тенденция скорее усилилась, чем ослабела. От этого крайне нежелательного развития событий хотелось бы настоятельно предостеречь читателя!

В нашей книге почти ничего не говорится о программируемых микрокалькуляторах. Дело в том, что для рационального использования этих сложных вычислительных устройств необходимо обладать весьма обширными познаниями и в области математики, и в технике вычислений, что выходит за рамки нашей книги, представляющей лишь элементарное введение в методы вычислений на микрокалькуляторах.

Мы настоятельно рекомендуем читателю тщательно проработать все разделы нашей книги о технике вычислений на микрокалькуляторах, даже если его интересует только микрокалькулятор определенного типа. В каждом разделе он почерпнет для себя немало ценных сведений о возможностях и работе этих приборов, которые окажутся полезными и при пользовании его микрокалькулятором. Кроме того, мы рекомендуем читателю прорешать с микрокалькулятором в руках как можно больше задач, которые подробно разобраны в примерах. Это облегчит овладение микрокалькулятором.

Приводимые в нашей книге ответы могут не всегда до последнего знака совпадать с вычисленными вами. Такое расхождение обычно связано с тем, что микрокалькуляторы различных моделей производят вычисления с различной степенью точности и по-разному представляют числа. Читателю следует также иметь в виду, что он не всегда сможет воспроизвести во всех подробностях ход предлагаемого нами решения задачи. Но не стоит из-за этого унывать: логика, заложенная в различных моделях микрокалькуляторов, столь многообразна, что единого «рецепта» того или иного решения, пригодного для реализации на *любом* микрокалькуляторе, не существует. В таких случаях следует попытаться подогнать приведенное в книге решение к возможностям собственного микрокалькулятора. Чем лучше и быстрее это удастся, тем больше информации вы извлекли из нашей книги.

Пользуясь случаем, я хотел бы поблагодарить лейпцигское издательство VEB Fachbuchverlag за предложение написать книгу о микрокалькуляторах и сотрудничество в процессе работы над нею. Особую признательность я выражаю Г. Леману, В. Шварцу, Н. Денкману и Й. Портнеру за ценные советы, способствовавшие выработке общего плана этой книги.

Хотелось бы надеяться, что наша книга окажется полезной для читателя и, прочитав ее, он сможет использовать свой микрокалькулятор более эффективно и разнообразно.

Ганс Кройль

1. ОТ АБАКА ДО МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРА

С тех пор как в сфере материального производства все помыслы устремились к избавлению людей от тяжелого физического труда, к созданию различного рода устройств, машин и систем машин, способных облегчить, механизировать и в значительной мере автоматизировать выполнение тяжелых работ, непрестанно предпринимались и предпринимаются усилия по созданию вспомогательных средств, которые позволили бы избавить человека от монотонных операций и в области умственного труда. К числу таких утомительно однообразных операций, для выполнения которых по существу не требуются умственные способности, относятся различного рода расчеты и вычисления, необходимые как в повседневной жизни, так и в промышленности, экономике, торговле, банковском деле и т. п. Не удивительно, что с тех пор как человек научился считать, он стал разрабатывать и различные устройства, облегчающие вычисления.

Одним из первых счетно-решающих устройств был древнеримский *абак* — счетная доска, на которой в определенной последовательности (в зависимости от решаемой задачи) нужно было расставлять шарики или круглые шайбы. Абак позволял представить исходные данные и получить решение. Особенности римской системы записи чисел не позволяли при вычислениях на абаке производить *десятичный перенос.* Это приходилось проделывать «в уме». По образу и подобию абака устроены современные *счеты*, широко распространенные и в наши дни.

Первую вычислительную машину с *автоматическим десятичным переносом* изобрел в 1623 г. по предложению Иоганна Кеплера математик и астроном из Тюбингенского университета Вильгельм Шикард. Не известно, удалось ли изобретателю довести свой замысел до практического осуществления, однако впоследствии по эскизам Шикарда была построена действующая модель, которая оказалась вполне «работоспособной».

Примерно через 20 лет после Шикарда юный французский математик Блез Паскаль (1623—1662)

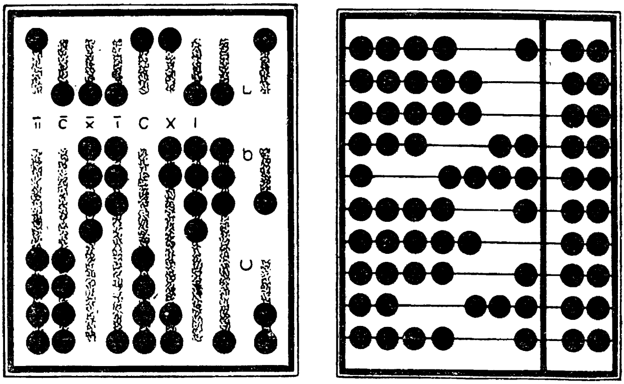


Рис. 1. Римский абак и японские счеты.

построил *вычислительную машину для выполнения двух действий* (сложения и вычитания) с *десятичным переносом.* Первую вычислительную машину, способную выполнять все четыре арифметических действия, продемонстрировал в 1673 г. на заседании Лондонского королевского общества Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646—1716). Правда, машина Лейбница функционировала не вполне исправно.

На основе принципов, разработанных Паскалем и Лейбницем, в дальнейшем было создано множество различных типов *арифмометров* (вычислительных машин, предназначенных для выполнения четырех арифметических действий). В первых моделях начальные данные вводились в машину при помощи *ручного привода,* впоследствии для этих целей стали использовать *электромоторы.* Принцип работы почти всех этих моделей основан на том, что при сложении двух чисел поворачиваются на определенные углы находящиеся в зацеплении зубчатые колеса или перемещаются какие-то другие подвижные части, а результат вычислений появляется в специальном «окошке». Движущиеся механические части в этих

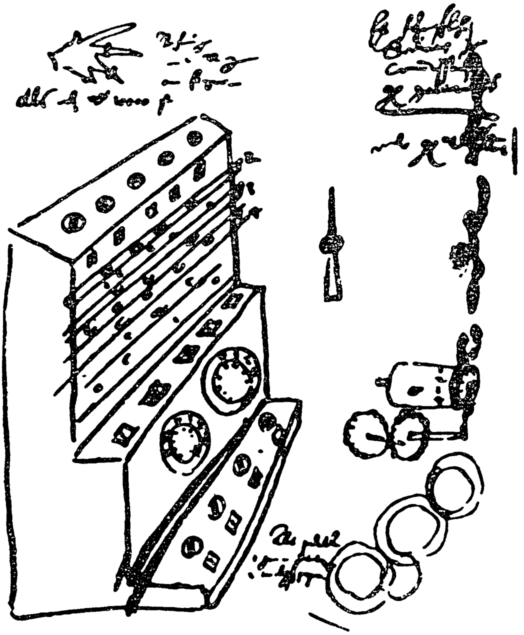


Рис. 2. Эскиз вычислительной машины Шикарда, по которому была построена первая вычислительная машина с десятичным переносом.

машинах быстро изнашивались, что приводило к различного рода сбоям и отказам в работе. Кроме того, шум, издаваемый механическими арифмометрами, сказывался на работоспособности вычислителей.

С появлением компактных *электронных переключателей* (около 20 лет назад) механические и электромеханические арифмометры начали во все более широких масштабах уступать место электронным вычислительным машинам. Современные настольные вычислительные машины в много раз превосходят арифмометры прежних типов по быстродействию, обладают большей надежностью в работе и совершенно бесшумны.

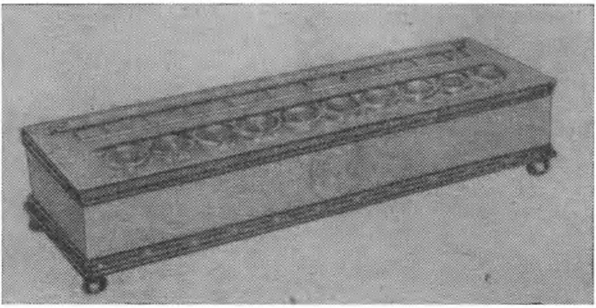


Рис. 3. Вычислительная машина Паскаля.

Хотя новейшие типы вычислительных машин с достаточным основанием принято называть *автоматическими*, об автоматическом выполнении на них сколько-нибудь значительных объемов вычислений не мо-

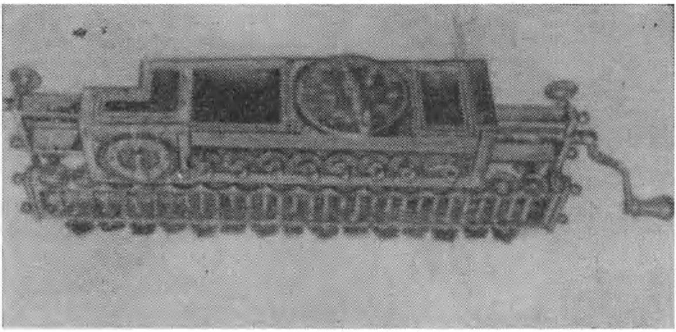


Рис. 4. Вычислительная машина Лейбница.

жет быть и речи: все современные настольные вычислительные машины автоматически выполняют лишь те операции, которые задает им вычислитель. Чтобы продолжить вычисления, человеку необходимо ввести в машину новые числа и указать, какие операции над ними необходимо произвести. О полной автоматизации вычислений имеет смысл говорить лишь в том случае, когда машина без вмешательства человека производит весь цикл вычислительных операций, как это происходит в ЭВМ.

Нельзя не упомянуть и об *аналоговых вычислительных машинах,* предназначенных для решения математических и технических задач. В качестве примера назовем хотя бы *интеграторы* различных типов,

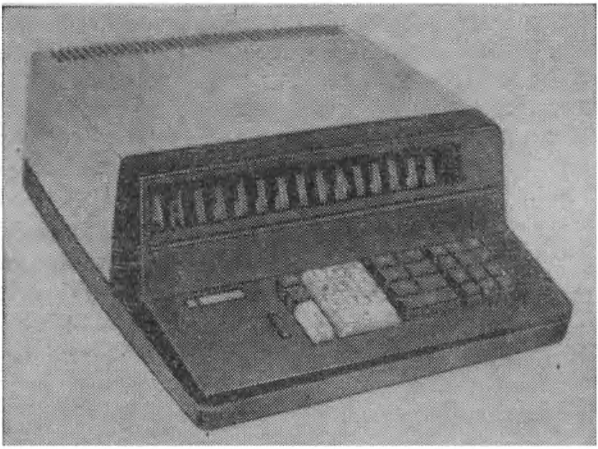


Рис. 5. Настольный электронный арифмометр.

позволяющие вычислять определенные интегралы, или *гармонические анализаторы*, осуществляющие разложение периодических функций в ряд Фурье. Самым известным примером аналоговой вычислительной машины может служить *логарифмическая линейка,* на протяжении многих десятилетий верно служившая целой армии инженеров.

С появлением *микросхем* перед конструкторами открылась возможность уменьшить размеры настольных электронных вычислительных машин настолько, что их можно было носить в кармане. Разработанные к тому времени миниатюрные источники тока (сухие батарейки и никелево-кадмиевые аккумуляторы) превратили микрокалькулятор в автономное, не нуждающееся в подключении к внешней сети вычислительное устройство, которым можно пользоваться не только дома или в лаборатории, но и в пути. Микрокалькуляторы завоевали поэтому широкое признание и стали мало-помалу вытеснять из обращения логарифмическую линейку. Научиться пользоваться микрокалькулятором несложно, а по сравнению с логарифмической линейкой он обладает преимуществом, что позволяет в доли секунды решить любую задачу, причем результат оказывается представленным в численном виде, его нетрудно считать со всеми правильными знаками, в то время как при работе с логарифмической линейкой считывание полученных результатов сопряжено с затратой дополнительных умственных усилий. Что же касается точности, то микрокалькулятор намного превосходит логарифмическую линейку: достигаемая при работе с ним точность столь велика, что во многих случаях он дает гораздо больше верных знаков, чем требуется.

2. УСТРОЙСТВО ЭЛЕКТРОННОГО МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРА

2.1. Что такое микрокалькулятор?

Хотя каждый считает, будто ему хорошо известно, что такое электронный микрокалькулятор, дать строгое определение этого прибора очень трудно из-за множества модификаций, поступающих на рынок. Мы будем понимать под *микрокалькулятором* электронную вычислительную машину, если она обладает следующими отличительными признаками:

применяется для выполнения численных расчетов при решении научных, технических, экономических и других задач;

обладает малым весом и малыми размерами, что позволяет носить ее в кармане;

может работать независимо от электросети;

принадлежит к числу товаров так называемой «бытовой электроники».

2.2. Классификация микрокалькуляторов

Фирмы, производящие микрокалькуляторы, выпускают их в различном исполнении, с различными рабочими характеристиками и различного назначения. Например, существуют микрокалькуляторы для *школьников, домашних хозяек, инженеров, статистиков, научных работников* и т. д.

Однако если отвлечься от второстепенных деталей, то по своему устройству все модификации микрокалькуляторов подразделяются на следующие основные типы:

обычные микрокалькуляторы без регистров памяти для выполнения четырех основных арифметических действий;

обычные микрокалькуляторы с регистрами памяти для выполнения четырех основных арифметических действий и вычисления некоторых элементарных функций;

микрокалькуляторы с регистрами памяти и широким набором математических функций и функций целевого назначения;

микрокалькуляторы с обратной бесскобочной (польской) записью действий;

программируемые микрокалькуляторы.

В основу этой *классификации* электронных микрокалькуляторов положен функциональный принцип, то есть микрокалькуляторы подразделены на отдельные типы *в зависимости от того, какой объем вычислений* могут производить на них те, кто ими пользуется. Тот же принцип положен в основу и более подробной классификации микрокалькуляторов, проводимой в нашей книге.

Внутри каждого типа, отличающегося характером и объемом производимых операций (а следовательно, и ценой), можно произвести дальнейшее деление по *логической структуре*, то есть по характеру и способу ввода данных и последовательности операций при решении отдельных задач. По логической структуре микрокалькуляторы подразделяются на

микрокалькуляторы с арифметической логикой;

микрокалькуляторы с алгебраической логикой;

микрокалькуляторы с алгебраической логикой и иерархией операций;

микрокалькуляторы с алгебраической логикой и скобками;

микрокалькуляторы с обратной бесскобочной (польской) записью операций.

Чисто внешне *микрокалькуляторы с арифметической логикой* можно отличить по отсутствию клавиши вывода результата $\boxed{=}$. В микрокалькуляторах этого типа клавиша выдачи результата всегда совмещена с клавишей «плюс» (а иногда и с клавишей «минус»):

$$\boxed{\stackrel{+}{=}}, \quad \boxed{\stackrel{-}{=}}$$

или

$$\boxed{+\ =}, \quad \boxed{-\ =}.$$

Работая на микрокалькуляторах с арифметической логикой, необходимо всегда *сначала ввести число, над* *которым производится операция, а затем нажать клавишу соответствующей операции.* Например, чтобы произвести вычитание 5—3, необходимо нажать клавиши в следующем порядке:

$$\boxed{5}\quad\boxed{+\ =}\quad\boxed{3}\quad\boxed{-\ =},$$

после чего на индикаторе появится результат: число 2.

Микрокалькулятор с алгебраической логикой можно отличить по специальной клавише вывода результатов $\boxed{=}$. Для микрокалькуляторов этого типа характерно, что *числа и арифметические операции вводятся в том же порядке, в котором их произнес бы вслух вычислитель.* Например, арифметическое выражение $5-3=$ вычислитель произнес бы следующим образом: «Пять минус три равно». Поэтому, вычисляя разность $5-3$ на микрокалькуляторе с алгебраической логикой, он должен нажать клавиши в таком порядке:

$$\boxed{5}\quad\boxed{-}\quad\boxed{3}\quad\boxed{=},$$

после чего на индикаторе появится результат: число 2.

В микрокалькуляторах с алгебраической логикой и иерархией операций «точечные» арифметические операции (умножение и деление) *выполняются в первую очередь, а «черточные» арифметиче*ские операции* (сложение и вычитание) — *во вторую.* Например, нажав клавиши микрокалькулятора с алгебраической логикой и иерархией операций в последовательности

$$\boxed{2}\quad\boxed{\times}\quad\boxed{3}\quad\boxed{+}\quad\boxed{4}\quad\boxed{\times}\quad\boxed{5},$$

вычислитель получит $(2\cdot3)+(4\cdot5)=26$, в то время как микрокалькулятор с простой алгебраической логикой (без иерархии операций) выдал бы результат $(2\cdot3+4)\cdot5=50$.

В микрокалькуляторах с алгебраической логикой и клавишами для расстановки скобок вычислитель, вводя открывающие и закрывающие скобки, может по своему усмотрению изменять порядок выполнения операций. Существуют микрокалькуляторы как с одной, так и с несколькими парами скобок.

Особенности работы на *микрокалькуляторах с обратной бесскобочной записью* подробно рассмотрены в разделе 4.6. Чисто внешне микрокалькуляторы этого типа можно отличить по отсутствию клавишей выдачи результата и по дополнительной клавише, вид которой может варьироваться от $\boxed{\uparrow}$, $\boxed{\text{ENTER}\uparrow}$, $\boxed{\text{ENTER}\downarrow}$ до $\boxed{\downarrow}$ (см. Приложение 1 в конце книги).

2.3. Общая схема устройства микрокалькулятора

2.3.1. Основные части микрокалькулятора

Типичный микрокалькулятор изображен на рис. 6.

При внешнем осмотре микрокалькулятора различают следующие основные части: корпус, клавиатуру, индикатор, выключатель.

Рис. 6. Микрокалькулятор с четырьмя арифметическими действиями без регистров памяти.

Внутри корпуса находятся: вычислительные схемы, регистры, регистры памяти, источники питания.

2.3.2. Клавиатура

Клавиатура микрокалькулятора может состоять из нескольких групп клавиш. У микрокалькуляторов любых типов должны быть клавиши ввода и операционные клавиши.

Клавиши ввода предназначены для ввода цифр от 0 до 9 и десятичной запятой (почти во всех зарубежных микрокалькуляторах десятичная запятая заменена десятичной точкой). В микрокалькуляторах повышенного типа к числу клавишей ввода относятся также *клавиши изменения знаков*

$\boxed{+/-}$ $\boxed{\mathrm{CH}}$ или $\boxed{\mathrm{CHS}}$

и клавиши для ввода показателя в представлении с плавающей запятой

$\boxed{\mathrm{EXP}}$, $\boxed{\mathrm{EE}}$ или $\boxed{\mathrm{EEX}}$.

К *операционным клавишам* относятся *клавиши четырех основных арифметических действий*

$\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\div}$

а также клавиша вывода результата $\boxed{=}$, обычно завершающая операции.

Кроме того, в каждом микрокалькуляторе имеется *клавиша сброса* (или очистки), позволяющая в случае ошибки стереть результат предыдущих вычислений. Обычно ее помечают латинской буквой $\boxed{\mathrm{C}}$.

Клавиши сброса встречаются в двух вариантах. В микрокалькуляторах одних типов при однократном нажатии на клавишу сброса происходит очистка всех регистров микрокалькулятора и полностью стираются результаты всех предыдущих вычислений. В микрокалькуляторах других типов при однократном нажатии на клавишу сброса стирается только последнее введенное число или результат операции, произведенной последней. Для полной очистки всех регистров в таких микрокалькуляторах клавишу сброса необходимо нажать дважды.

Необходимо справиться в инструкции, прилагаемой к каждому микрокалькулятору, к какому из двух типов он принадлежит!

У сложных микрокалькуляторов, помимо клавиш ввода и операционных клавиш, имеются клавиши функций, клавиши регистров памяти, клавиши для организации процесса вычислений.

Клавиши функций позволяют при заданном значении аргумента непосредственно вычислять *значения математических и других функций.* Вычисления производятся вычислительным устройством на основе интегральных схем и не требуют вмешательства со стороны. Например, одного нажатия на клавишу $\boxed{\ln}$ достаточно, чтобы получить значение натурального логарифма, введенного перед нажатием числа.

Многочисленные фирмы, занимающиеся производством микрокалькуляторов, стремятся максимально увеличить число функций, вычисляемых нажатием клавиши. Однако из-за естественных ограничений число таких функций не может быть сколь угодно велико, так как клавиши не должны располагаться слишком близко друг к другу или быть слишком маленькими. Для преодоления этой трудности в микрокалькуляторах некоторых типов предусмотрен режим совмещенной функции, позволяющий использовать каждую клавишу для выполнения двух и даже трех операций (на рис. 10 изображен микрокалькулятор с клавишами двойного назначения), что, естественно, значительно расширяет вычислительные возможности микрокалькулятора. Вместе с тем увеличивается и опасность получения неверного результата из-за ошибки в манипуляциях с клавишами. Приобретать микрокалькулятор, способный работать в режиме совмещенной функции, следует лишь в том случае, если вы намерены в совершенстве овладеть им, постоянно использовать все заложенные в конструкции возможности.

При использовании клавиш для вычисления значений двух различных функций обозначение одной функции наносится непосредственно на клавишу, а обозначение второй функции (обычно другим цветом) — на корпус микрокалькулятора над (или под) клавишей. Чтобы нажатие одной и той же клавиши позволяло вычислять значения двух различных функций, вводят дополнительную клавишу функции [обычно она располагается в левом верхнем углу клавиатуры (см. рис. 10)]:

$\boxed{\text{F}}$ или $\boxed{2^{\text{nd}}}$

Если желательно вычислить значение той функции, обозначение которой стоит на клавише, то достаточно нажать лишь эту клавишу. Если же требуется вычислить значение функции, обозначение которой нанесено на корпус микрокалькулятора, то необходимо *сначала нажать клавишу* $\boxed{\text{F}}$ и перевести *микрокалькулятор в режим совмещенной функции,* а затем нажать соответствующую клавишу.

Например, если на индикаторе микрокалькулятора, изображенного на рис. 10, уже стоит число 6 и мы нажмем клавишу $\boxed{0}$ то на индикаторе появится число 60. Если же на индикаторе стоит число 6 и мы нажмем сначала клавишу $\boxed{\text{F}}$ и лишь затем клавишу $\boxed{0}$, то на индикаторе появится число $6! = 720$.

У микрокалькуляторов с клавишами тройного назначения обозначение первой функции наносится непосредственно на клавишу, а обозначения второй и третьей функции различными цветами — на корпус микрокалькулятора над клавишей и под ней. Чтобы вычислить значение функции, символ которой нанесен на клавишу, достаточно нажать эту клавишу. Чтобы вычислить значение второй функции, необходимо предварительно нажать клавишу $\boxed{\text{F}}$ или $\boxed{2^{\text{nd}}}$, а затем нажать нужную клавишу. Чтобы вычислить значение третьей функции, необходимо предварительно нажать клавишу

$\boxed{\text{G}}$ или $\boxed{3^{\text{rd}}}$.

В заключение необходимо упомянуть о некоторых особенностях, которыми обладают клавиши функций.

1. При нажатии на любую клавишу функций вычисляется значение соответствующей функции от

аргумента, стоящего на индикаторе. Например, если на индикаторе стоит число 3, то, нажав клавишу $\boxed{\sqrt{\ }}$, мы получим значение $\sqrt{3} = 1{,}732\,050\,8$.

Отсюда следует, что в отличие от арифметических выражений, использующих только сложение, вычитание, умножение и деление, при вычислении значений функций клавиши следует нажимать не в том порядке, в каком прочитал бы вслух соответствующее выражение вычислитель. Например, выражение $\sqrt{3}$ вычислитель прочитал бы так: «Корень квадратный из трех», однако при вычислении $\sqrt{3}$ первой необходимо нажать не клавишу $\boxed{\sqrt{\ }}$, а клавишу 3.

При вычислении значений любой функции сначала необходимо ввести аргумент, а затем нажать клавишу соответствующей функции.

2. На клавиатуре многих микрокалькуляторов можно увидеть такие обозначения функций, как $\sin^{-1}$, $\tan^{-1}$ * и т. д. С точки зрения математики эти обозначения не вполне корректны, так как имеются в виду функции, обратные синусу и тангенсу, то есть функции $\arcsin x$ и $\mathrm{arctg}\, x$, а не значения, обратные значениям синуса и тангенса, то есть $1/\sin x$ и $1/\mathrm{tg}\, x$. Тем не менее обозначения $\sin^{-1}$, $\tan^{-1}$ и т. д. широко используются при маркировке клавиш, так как они короче математически корректных обозначений обратных функций.

В микрокалькуляторах некоторых моделей для вычисления обратных функций (причем не только тригонометрических!) имеется специальная клавиша

$$\boxed{\mathrm{arc}}$$

Чтобы вычислить на таких микрокалькуляторах, например, Arsh 2,35, необходимо нажать клавиши в следующем порядке:

$$\boxed{2}\quad\boxed{,}\quad\boxed{3}\quad\boxed{5}\quad\boxed{\mathrm{arc}}\quad\boxed{\mathrm{cosh}}.$$

---

* В отечественной литературе тангенс принято обозначать tg. — *Прим. перев.*

Нажав клавиши

[0] [,] [5] [arc] [sin]

мы получили бы значение arcsin 0,5.

3. Почти все микрокалькуляторы, имеющие клавиши для вычисления *тригонометрических функций,* позволяют задавать аргумент как в *градусной*, так и в *радианной* мере. Переход от градусов к радианам и обратно осуществляется специальным переключателем. [В некоторых микрокалькуляторах предусмотрен ввод даже новых (десятичных) градусов (Gon).]

Если у микрокалькулятора нет специального переключателя град/рад, то по инструкции, прилагаемой к микрокалькулятору, следует справиться, в каких единицах надлежит измерять аргументы тригонометрических функций. *Перевод градусов в радианы и радиан в градусы* производится по формулам

$$\alpha_{\text{град}} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha_{\text{рад}},$$

$$\alpha_{\text{рад}} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha_{\text{град}}.$$

2.3.3. Регистры

Независимо от основной логической структуры каждый калькулятор имеет по крайней мере два регистра, которые мы обозначим X и Y. Эти регистры предназначены для двух целей:

хранения чисел, используемых в качестве операндов в производимых вычислениях;

для связывания операндов, хранимых в обоих регистрах, в соответствии с командой, которую вычислитель вводит, нажимая соответствующие клавиши.

Необходимо различать *регистр ввода, или индикатора*, X *и операционный регистр* Y.

В *регистр ввода* X попадает сначала любое число (вместе со знаком), вводимое в микрокалькулятор. Одновременно это число появляется на *индикаторе*.

При нажатии на операционную клавишу содержимое регистра X *переносится в операционный регистр* Y, после чего в обоих регистрах оказывается одно и то же число. Затем нажатием клавиш можно ввести в регистр индикатора второй операнд, после чего, нажав клавишу вывода результата или соответствующую операционную клавишу, выполнить заранее заданную операцию, результат которой записывается в регистр индикатора X и одновременно появляется на индикаторе.

Поясним еще раз подробно работу регистров на следующем примере. Предположим, что требуется вычислить (23 + 17) : 5.

1-й шаг: ввод первого операнда 23.

$\boxed{2}$ $\boxed{3}$

		п	у	с	т	о	й	Регистр Y
						2	3	Регистр X

Число 23 записывается в регистр индикатора X и одновременно появляется на индикаторе.

2-й шаг: ввод первой операции +.

$\boxed{+}$

						2	3	Регистр Y
						2	3	Регистр X

Подготовляется предстоящая операция (сложение). Число 23 переносится из регистра индикатора X в операционный регистр Y, но содержимое регистра индикатора X и показание индикатора не стираются.

3-й шаг: ввод второго операнда 17.

$\boxed{1}$ $\boxed{7}$

						2	3	Регистр Y
						1	7	Регистр X

Хранившееся до сих пор в регистре индикатора X число 23 снова переносится в операционный регистр Y и заменяется в регистре индикатора X числом 17. На индикаторе стоит операнд 17.

4-й шаг: ввод второй операции ÷

$\boxed{\div}$

						1	7	Регистр Y
						4	0	Регистр X

Выполняется подготовленная на втором шаге операция сложения. Результат операции (число 40) записывается в регистр X и стоит на индикаторе. Число 17, хранившееся в регистре X перед выполнением сложения, переносится в регистр Y. Находившееся в регистре Y число 23 стирается.

5-й шаг: ввод третьего операнда 5.

$\boxed{5}$

						4	0	Регистр Y
							5	Регистр X

При вводе нового числа находившееся в регистре X число 40 переносится в регистр Y. Находившееся в регистре Y число 17 стирается и утрачивается для дальнейших вычислений. В регистре X и на индикаторе стоит вновь введенное число 5.

6-й шаг: завершение вычисления (нажатие клавиши вывода результата)

$\boxed{=}$

							5	Регистр Y
							8	Регистр X

Содержимое регистра X (число 5) переносится в регистр Y. Находившееся в регистре Y число 40 стирается и утрачивается для дальнейших вычислений. Выполняется подготовленная на 4-м и 5-м шаге операция 40 : 5. Результат (число 8) записывается в регистр X и появляется на индикаторе.

7-й шаг: запись результата на бумаге и оценка его правильности из общих соображений, связанных с постановкой задачи.

Настоятельно рекомендуется по окончании вычислений нажать несколько раз подряд клавишу $\boxed{C}$, чтобы исключить при решении следующей задачи нежелательные помехи в виде чисел, оставшихся в регистрах от решения предыдущей задачи.

Поскольку прокомментированный нами ход вычислений весьма важен для понимания того, как функционирует электронный микрокалькулятор, мы особо подчеркнем наиболее важные моменты и поясним их несколько подробнее.

При выполнении вычислительных операций, содержащих два операнда (например, любого из четырех основных арифметических действий, y^x и т. д.), *первый операнд* всегда стоит *в регистре* Y, а *второй — в регистре* X *и на индикаторе*. После выполнения операции прежнее содержимое регистра X переносится в регистр Y, а в регистре X и на индикаторе появляется результат.

При вычислении значений *функции одного переменного* (например, $\sin x$, $\ln x$ и т. д.) мы получаем его при аргументе, равном *числу, хранящемуся в регистре* X и стоящему на индикаторе. Полученное значение функции записывается в регистр X и может быть считано с индикатора. Содержимое регистра Y в подобных случаях остается неизменным.

В заключение необходимо упомянуть о том, что в микрокалькуляторах отдельных типов имеются клавиши

$$\boxed{\overset{\longleftrightarrow}{X\ Y}} \text{ или } \boxed{X \longleftrightarrow Y}.$$

При нажатии этих клавиш (клавиши *обмена содержимым регистров*) содержимое регистра X передается в регистр Y, а содержимое регистра Y — в регистр X.

2.3.4. Индикатор

Индикатор чисел предназначен для того, чтобы вычислитель, работающий с микрокалькулятором, постоянно получал информацию о том, какое число в данный момент хранится в качестве операнда или результата выполненной операции в регистре X. Во всех микрокалькуляторах индикатор выполнен в виде *табло со светящимися цифрами.*

Указатели цифр обычно состоят из светодиодов и встречаются главным образом в виде *семисегментных* или *мозаичных указателей.* В семисегментных указателях каждая цифра представлена в виде комбинации семи светящихся штрихов, в мозаичных — в виде не более чем $5 \cdot 7 = 35$ светящихся точек. *Светодиоды* обладают относительно высокой продолжительностью жизни (около 100 000 ч работы) и не чувствительны к тряске. Они светятся, как правило, красным светом, но плохо видны при ярком внешнем освещении.

Из-за этого недостатка световых диодов получили распростанение *электролюминесцентные индикаторы.* Они светятся зеленым светом, причем яркость их свечения легко регулируется, и легко различимы при любом внешнем освещении. Их большим недостатком является чувствительность к ударам и малый ресурс рабочего времени (не превышающий в среднем 10 000 ч). Кроме того, они потребляют почти вдвое больше электроэнергии, чем световые диоды.

Чтобы уменьшить расходы электроэнергии, некоторые микрокалькуляторы работают в *автоматическом режиме экономии:* показания индикатора светятся полностью в течение нескольких секунд, после чего все разряды, за исключением последнего, гаснут.

Некоторые наиболее распространенные формы изображения цифр на индикаторах показаны на рис. 7.

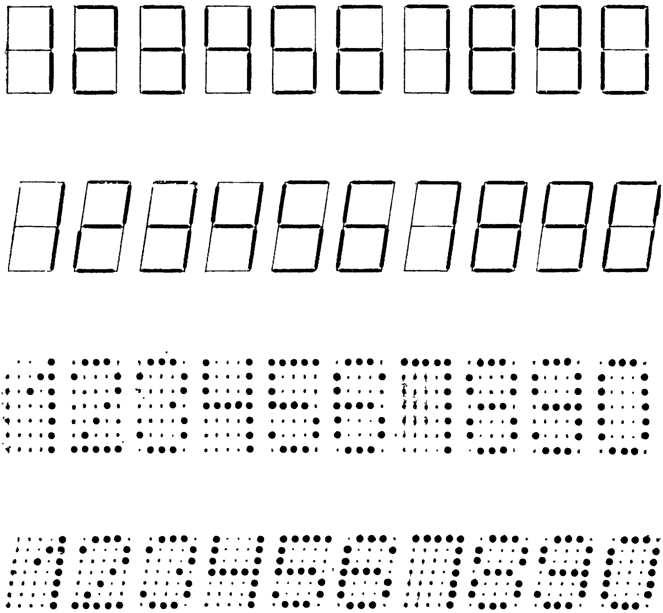


Рис. 7. Различные способы изображения чисел на индикаторе микрокалькулятора.

2.3.5. Регистры памяти

При выполнении большого объема вычислений всегда возникает необходимость в записи *промежуточных результатов*. Если в микрокалькуляторе нет специальных регистров для хранения промежуточных результатов, то их приходится записывать на листке бумаги и по мере надобности заново вводить в микрокалькулятор.

Регистры памяти предназначены для того, чтобы нажатием клавиши вычислитель мог записать в них и хранить сколько потребуется промежуточные результаты и часто встречающиеся в расчетах константы. Вызов содержимого регистра памяти производится нажатием другой клавиши.

Микрокалькуляторы простейших типов, как правило, либо вообще не имеют регистров памяти, либо имеют только один регистр памяти, в то время как более сложные модели могут иметь несколько регистров памяти.

Различают простые регистры памяти, считающие регистры памяти и регистры памяти с адресом.

Простой регистр памяти можно отличить по клавише

$\boxed{\text{M}}$

(от англ. memory — память). Нажав на эту клавишу, мы *переносим содержимое регистра ввода* X в *регистр памяти.* Если в регистре памяти уже находилось какое-то число, то при нажатии клавиши $\boxed{\text{M}}$ *старое значение стирается*, «уступая место» новому, и *в дальнейших расчетах использовать старое значение становится невозможным.*

Вызов содержимого регистра памяти происходит при нажатии клавиши

$\boxed{\text{MR}}$

(от англ. memory recall — вызов памяти) или

$\boxed{\text{RM}}$

(to recall memory). При нажатии на эту клавишу *содержимое регистра памяти переносится в регистр ввода* X *и одновременно сохраняется в регистре памяти.* Это означает, что число, записанное один раз в регистр памяти, можно вызывать и использовать *столько раз, сколько необходимо* для решения задачи, пока оно не будет стерто и на его место в регистр памяти не будет записано новое число.

Считающие регистры памяти можно отличить по клавишам

$\boxed{\text{M+}}$, $\boxed{\text{M}-}$, $\boxed{\text{M}\times}$, $\boxed{\text{M}\div}$

(или аналогичным клавишам, на которых вместо буквы М стоит буква П). Встречаются микрокалькуляторы, имеющие только клавишу $\boxed{\text{M}+}$, только клавиши $\boxed{M+}$ + $\boxed{M-}$ или все четыре клавиши (последнее — в более дорогих моделях). Действие считающих регистров памяти отличается от действия простых регистров памяти. При нажатии клавиши $\boxed{M+}$ *содержимое регистра ввода* X *суммируется с числом, хранившимся в регистре памяти.* При нажатии клавиши $\boxed{M-}$ содержимое регистра X *вычитается* из содержимого регистра памяти. При нажатии клавиш $\boxed{M\times}$ или $\boxed{M\div}$ прежнее содержимое регистра памяти *умножается* или соответственно *делится* на содержимое регистра ввода X.

Например, если в регистре памяти хранится число 30, а в регистре ввода X стоит число 5, то после нажатия клавиши $\boxed{M+}$ в регистр памяти будет записано число $35 (= 30 + 5)$. Если бы мы нажали клавишу $\boxed{M-}$, то в регистр памяти было бы записано новое число 25. При нажатии клавиши $\boxed{M\times}$ в регистр памяти было бы записано новое число $150 (= 30 \cdot 5)$, а при нажатии клавиши $\boxed{M\div}$ — новое число $6 (= 30 : 5)$.

У некоторых микрокалькуляторов имеется особая клавиша

$$\boxed{M+X^2},$$

облегчающая статистические расчеты (усреднение разброса).

При нажатии этой клавиши при тех же начальных данных, что и в предыдущих примерах, в регистр памяти было бы записано новое число $55 (= 30 + 5^2)$.

Поскольку при нажатии всех пяти клавиш $\boxed{M+}$, $\boxed{M-}$, $\boxed{M\times}$, $\boxed{M\div}$ и $\boxed{M+X^2}$ запись результата производится в один и тот же регистр памяти, вызов его содержимого происходит при нажатии одной клавиши $\boxed{MR}$. При этом содержимое регистра памяти переносится в регистр ввода X и продолжает храниться в регистре памяти.

Для *очистки регистра памяти* предназначена клавиша сброса

$$\boxed{\text{CM}}$$

(от англ. to clear memory — очистить память).

Подобно тому как клавиша $\boxed{X \leftrightarrow Y}$ позволяет производить обмен содержимым между регистрами X и Y, клавиша

$$\boxed{M \leftrightarrow X}$$

предназначена для *обмена содержимым между регистром ввода* X *и регистром памяти* M.

В микрокалькуляторах с повышенными возможностями имеется не один, а несколько регистров памяти. Существуют микрокалькуляторы с тремя, пятью и даже десятью регистрами памяти.

Чтобы можно было вызывать различные регистры памяти для записи в них очередного промежуточного результата или использования хранящихся в них чисел, все регистры памяти нумеруются подряд от 0 до N ($N+1$ — число регистров памяти). В этом случае говорят, что каждый регистр памяти имеет *адрес* и называют его *регистром памяти с адресом.*

Для записи числа, находящегося в регистре ввода X *в регистр памяти с адресом* m, в микрокалькуляторах с несколькими регистрами памяти имеются специальные клавиши

$$\boxed{\text{STO}} \quad \boxed{\text{n}} \quad (n=0, 1, 2, \ldots, N)$$

(сокращенное обозначение STO происходит от англ. storage — память, любое устройство для хранения информации).

Если число, хранящееся в регистре памяти с адресом n, *требуется перенести в регистр ввода* X, *то необходимо нажать клавиши*

$$\boxed{\text{RCL}} \quad \boxed{\text{n}} \quad (n=0, 1, 2, \ldots, N)$$

(сокращенное обозначение RCL происходит от англ. recall — повторный вызов).

Нажав клавиши

$\boxed{\text{CL}}$ $\boxed{\text{n}}$ $(n=0, 1, 2, \ldots, N)$,

можно *очистить регистр памяти с адресом n* (сокращенное обозначение CL происходит от англ. to clear — очистить).

Как уже упоминалось, при работе с микрокалькуляторами, имеющими несколько регистров памяти с адресами, *необходимо все время помнить, какое число хранится в том или ином регистре.* В противном случае правильный результат не гарантируется.

2.3.6. Источники питания

Одно из важных преимуществ микрокалькуляторов состоит в том, что они могут работать *независимо от электросети.* Поэтому микрокалькуляторы должны быть снабжены источниками питания, занимающими мало места, легкими и гарантирующими достаточно продолжительную работу.

Этим требованиям удовлетворяют, в частности, *сухие батареи* (элементы типа «миньон» с напряжением 1,5 В), которые в зависимости от модели микрокалькулятора могут использоваться группами по 2, 3 или 4 батареи. Они легко заменяются и повсеместно имеются в продаже.

В некоторых моделях микрокалькуляторов в качестве источника питания используются *никелево-кадмиевые аккумуляторы.*

Наконец, почти во всех микрокалькуляторах помимо автономного питания от элементов и аккумуляторов предусмотрена возможность *подключения к электросети.* Для этого в микрокалькуляторе имеется *блок подключения к электросети.* Если вычислитель работает за письменным столом у себя дома или на работе, то питанию от электросети следует отдавать предпочтение как наиболее дешевому.

Если микрокалькулятор работает на сухих элементах, то необходимо время от времени проверять, достаточно ли напряжение на клеммах блока элементов. Падение напряжения может сказаться на точности вычислений, производимых на микрокалькуляторе.

В качестве проверки (теста) можно вычислить произведение

$$1{,}234\,567\,9 \cdot 7{,}2.$$

Если элементы достаточно хорошо заряжены, то на индикаторе должно появиться число

$$8{,}888\,888\,8.$$

(Число 8,888 888 8 особенно удобно для проверки напряжения на элементах, так как цифру 8 образует максимальное число штрихов в соответствующем разряде индикатора с семисегментным представлением чисел, а любые нарушения в питании прежде всего становятся заметными по свечению цифр индикатора.)

2.3.7. Микрокалькуляторы с повышенными возможностями

В этом разделе мы укажем некоторые особенности (дополнительные клавиши) отдельных моделей, облегчающие и рационализирующие работу с микрокалькулятором.

В научных расчетах нередко приходится оперировать некоторыми константами. К числу таких неоднократно повторяющихся констант относятся число $\pi = 3{,}141\,592...$, $e = 2{,}718\,281\,828...$, $g = 9{,}806\ ...$ м/с^2 и т. д. (см. Приложение 4). В расчетах большого объема эти константы могут встречаться довольно часто, и каждый раз вычислителю пришлось бы вводить многозначные числа заново или хранить их в регистрах памяти, тем самым исключая использование этих регистров для записи промежуточных результатов. Чтобы избежать нерациональных действий, во многих микрокалькуляторах имеются так называемые *клавиши констант*. Нажав такую клавишу, вычислитель переносит соответствующую константу в регистр ввода X. Клавиши для ввода π предусмотрены в микрокалькуляторах очень многих моделей. Клавиши для ввода других констант имеются главным образом у микрокалькуляторов специального назначения. У микрокалькуляторов почти всех типов, в том числе и простейших, имеются клавиши

$$\boxed{+/-},\quad \boxed{\text{CS}}\quad \text{или}\quad \boxed{\text{CHS}}$$

(от англ. to change sign — изменить знак). При нажатии на любую из этих клавиш изменяется знак числа, находящегося в регистре ввода X. В микрокалькуляторах, использующих представление чисел с плавающей запятой, эти же клавиши изменяют знак экспоненты.

Клавиша процентов

$$\boxed{\%}$$

позволяет находить сотую долю числа, хранящегося в регистре ввода X. Если требуется вычислить не 1%, а, например, p%, то после нажатия клавиши процентов необходимо лишь умножить полученное число на p.

Степени с целыми положительными показателями можно вычислять на любом микрокалькуляторе, используя повторенную соответствующее число раз операцию умножения, а степени с целым отрицательным показателем — при помощи повторного выполнения операции деления. Для вычисления *степеней с произвольным* (в частности, дробным) *показателем* во многих микрокалькуляторах, предназначенных для выполнения научных расчетов, имеется клавиша

$$\boxed{\mathrm{Y^X}}\ .$$

Она позволяет вычислять значение степенной функции y^x при помощи схемы, использующей соотношение

$$y^x = \mathrm{e}^{x \cdot \ln y}.$$

Поскольку при этом приходится вычислять натуральный логарифм основания степени и значение экспоненты, то может случиться, что, например, при вычислении 2^3 микрокалькулятор вместо точного значения 8 выдаст значение 7,999 999 9. Полностью избежать подобных *ошибок округления* при вычислении сложных функций (например, степенной функции) невозможно.

Если учесть, что

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n},$$

то клавишу $\boxed{\mathrm{Y^X}}$ можно использовать для вычисления *корней*, причем для нахождения показателя $1/n$ во многих микрокалькуляторах имеется специальная *клавиша обратной величины.*

В общем случае каждый микрокалькулятор решает любую задачу с тем числом знаков (разрядов), которое предусмотрено его конструкцией. Например, при умножении 3,17·8,21 шестиразрядный микрокалькулятор выдаст результат 26,0257, правильный как по числу знаков, так и по полученным цифрам. Во многих случаях два знака после запятой впо-

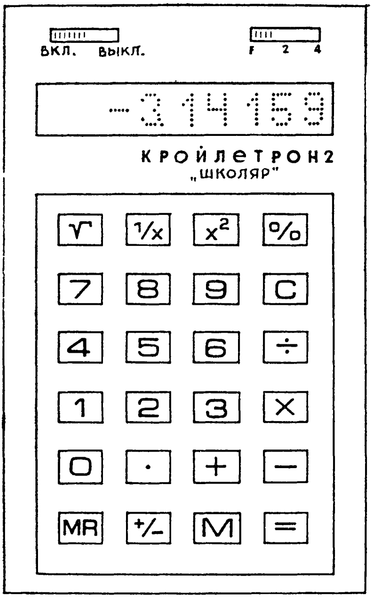


Рис. 8. Микрокалькулятор с простыми регистрами памяти и клавишами для вычисления элементарных функций.

лне обеспечивают *требуемую точность*. Поэтому во многих моделях микрокалькуляторов имеется *автоматика установки числа знаков*, позволяющая задавать число знаков, с которым должен быть вычислен результат. Эта автоматика обычно реализуется в виде дополнительного переключателя, указывающего требуемое число знаков после запятой. Переключатель располагается в правом верхнем углу пульта управления (рис. 8). Например, микрокалькулятор модели «Кройлетрон-2» позволяет получать результаты с двумя или четырьмя знаками после запятой. Если переключатель стоит в положении F (от англ. full — полный), то результат будет вычислен с максимальным числом знаков после запятой, доступным данной модели микрокалькулятора.

В микрокалькуляторах других типов вычислитель может выбирать число знаков после запятой по своему усмотрению. В микрокалькуляторах таких моделей имеется клавиша

$$\boxed{\text{FIX}}$$

(от англ. to fix — устанавливать), которую необходимо нажать вместе с соответствующей цифровой клавишей. Например, если *требуется произвести вычисления с n знаками* после запятой, то необходимо нажать клавиши

$$\boxed{\text{FIX}} \quad \boxed{\text{n}},$$

Во многих случаях приходится производить *массовые*, или *серийные*, *расчеты*. Так называются расчеты, в которых переменные приходится умножать или делить на одни и те же числа, придавать переменным одни и те же наборы значений и т. д., то есть вычислять значения выражений

$$x + k, \quad x - k, \quad x \cdot k \text{ или } x : k,$$

где x может изменяться, а k остается постоянным. Если серию значений, вычисляемых по одной формуле, считать, набирая все числа на пульте управления, то константу k придется каждый раз вводить заново. Чтобы избежать повторного ввода, во многих микрокалькуляторах имеется *автоматика констант*, выполненная в виде *клавиши констант* $\boxed{\text{K}}$, или *переключателя констант*. В некоторых современных моделях микрокалькуляторов константы формируются автоматически.

Обработка констант в микрокалькуляторах с автоматикой констант производится различными способами в зависимости от модели микрокалькулятора (в одних моделях константой считается первый операнд, в других — второй, в третьих моделях обработка констант связывается только с характером выполняемой арифметической операции, в четвертых — со всей совокупностью производимых операций в целом и т. д.). Чтобы *полностью использовать* возможности, заложенные в автоматике констант, необходимо тщательно изучить инструкцию по пользованию, прилагаемую к микрокалькулятору.

Наш обзор основных особенностей устройства микрокалькуляторов мы завершим некоторыми замечаниями относительно *клавиш функций*, предназначенных *для вычисления значений математических функций*. Следует иметь в виду, что *область определения* некоторых математических функций ограничена. Например, логарифмы (при любом основании) определены лишь для положительных значений аргумента, квадратные корни можно извлекать лишь из неотрицательных значений x, удовлетворяющих неравенству $x \geqslant 0$, и т. д. Во многих микрокалькуляторах ограничения, налагаемые областью существования функций, учтены и при введении аргумента, лежащего вне допустимой области, тогда на индикаторе загорается сигнал о *некорректной операции*. Но существуют и такие модели микрокалькуляторов, которые вычисляют значение функции даже в тех случаях, когда аргумент не принадлежит области определения функции. Это приводит к появлению неверных результатов (например, $\sqrt{-2} = -1{,}414$), способных свести на нет продолжительные вычисления. Следовательно, приступая к работе с новым микрокалькулятором, вычислитель должен посмотреть инструкцию или проверить с помощью *тестов*, правильно ли вычисляются значения функций с ограниченными областями определения. Необходимо произвести следующие тесты:

Тест для извлечения квадратного корня: при попытке извлечь квадратный корень из отрицательного числа должен появиться сигнал некорректной операции.

Тест для логарифмических функций с различными основаниями ($\ln x$, $\lg x$, $\mathrm{lb}\, x$): при попытке вычислить логарифм нуля или отрицательного числа должен появиться сигнал некорректной операции.

Тест для степенной функции Y^X: при попытке вычислить Y^X при $Y < 0$ (X — не целое число) должен появиться сигнал некорректной операции.

(Обычно сигнал появляется даже при целом X, поскольку, как уже говорилось, значение функции Y^X вычисляется через логарифм и экспоненту.)

Тест для $1/x$: *при* $x = 0$ должен появиться сигнал переполнения.

2.3.8. Устранение неисправностей

Микрокалькуляторы — устройства, обладающие при соблюдении правил эксплуатации *высокой надежностью* в работе. Заметив ошибку в вычислениях, производимых микрокалькулятором, или неисправность, не следует пытаться самостоятельно ремонтировать микрокалькулятор.

Устранением всех неисправностей должен заниматься только мастер!

3. О ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ НА МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ

3.1. Представление чисел и диапазон представления чисел

В микрокалькуляторах используются два *типа представления чисел:*

с фиксированной запятой и

с плавающей запятой.

Независимо от того, в какой из этих форм представлены числа в микрокалькуляторе, при *вводе чисел* существенно иметь в виду следующее.

> Все числа набираются на клавиатуре цифра за цифрой, включая десятичную запятую, в порядке их написания (слева направо).
>
> Ввод числа заканчивается при нажатии операционной клавиши, клавиши функции или (в микрокалькуляторах с обратной бесскобочной записью) клавиши $\boxed{\text{ENTER}}$.

Переход от представления чисел с фиксированной или плавающей запятой к *внутреннему представлению* чисел микрокалькулятор производит автоматически.

Если числа в микрокалькуляторе *представлены с фиксированной запятой*, то десятичная запятая (или точка) стоит на том месте, где она должна стоять в соответствии с введенным числом или вычисленным результатом. Примером чисел в представлении с фиксированной запятой могут служить

$$25{,}123 \quad 3{,}141\,59 \quad 0{,}001\,27 \quad -0{,}000\,001$$

В представлении с фиксированной запятой чисел, существенно меньших единицы, принято *отбрасывать нуль перед десятичной запятой,* поэтому два последних числа могут быть введены в микрокалькулятор или получены на индикаторе в результате выполнения операции или вычисления значений функции в виде

$$.00127 \quad -.000001$$

Каждый микрокалькулятор, работающий с числами в представлении с фиксированной запятой, обладает определенным, характерным для него *числом разрядов,* которое не может быть превзойдено ни при вводе чисел, ни в ходе вычислений. Например, существуют шести-, восьми- и десятиразрядные микрокалькуляторы.

Если мы попытаемся ввести в шестиразрядный микрокалькулятор число 12 345 678 или если это число возникнет как результат произведенной операции, то оно не уместится в операционном регистре микрокалькулятора. Возникнет так называемое *переполнение.* В некоторых микрокалькуляторах переполнение отмечается *особым знаком или точками, стоящими после каждой цифры, на индикаторе.*

Аналогичным образом при умножении 0,0001 $\times$ $\times$ 0,0001 на шестиразрядном микрокалькуляторе получится 0, поскольку для правильного результата 0,000 000 01 в операционном регистре не хватит места. При вычислениях на микрокалькуляторах с ограниченным числом разрядов, работающих в представлении чисел с фиксированной запятой, необходимо не упускать из виду возможность подобных нежелательных явлений. Простейшие *проверки на совпадение*

Диапазон представления чисел в микрокалькуляторах с фиксированной запятой

Характер представления чисел	Диапазон представления чисел (абсолютных величин)	
	от	до
Шесть разрядов с нулем перед запятой	0,000 01	999 999
Шесть разрядов без нуля перед запятой	,000 001	999 999
Восемь разрядов с нулем перед запятой	0,000 000 1	99 999 999
Восемь разрядов без нуля перед запятой	,000 000 01	99 999 999
Десять разрядов с нулем перед запятой	0,000 000 001	9 999 999 999
Десять разрядов без нуля перед запятой	,000 000 000 1	9 999 999 999

результатов и, в частности, получение одного и того же результата различными путями позволяют в значительной мере избегать неприятности, связанной с переполнением разрядов.

При научных расчетах диапазонов представления чисел, приведенных в таблице, иногда оказывается недостаточно, а число разрядов ограничено физическими размерами микрокалькулятора. В связи с этим в микрокалькуляторах с повышенными возможностями наряду с представлением чисел с фиксированной запятой используется также *представление чисел с плавающей запятой.* В этом представлении число z записывается в виде

$$z = m \cdot 10^e,$$

где m — мантисса, а e — показатель представления. Для *мантиссы* в микрокалькуляторах отводится не более восьми или десяти разрядов, в то время как *показатель* всегда двузначен. И мантисса, и показатель числа имеют знаки. Если речь идет о положительной мантиссе или о положительном показателе, то знак можно отбросить. Если же одна из этих характеристик числа отрицательна, то ее следует указывать со знаком.

На индикаторе микрокалькулятора мантисса и показатель *стоят рядом* (у некоторых моделей микрокалькуляторов показатель записывается более мелкими цифрами,чем мантисса). Например, число

$$-\,1.2345678 \quad 06$$

на индикаторе микрокалькулятора означает

$$-\,1{,}234\,567\,8 \cdot 10^6 = -\,1\,234\,567{,}8,$$

а число

$$-\,1.2345678 - 06$$

на индикаторе микрокалькулятора означает

$$1{,}234\,567\,8 \cdot 10^{-6} = 0{,}000\,001\,234\,567\,8.$$

Микрокалькулятор всегда выдает числа с плавающей запятой в *нормированном* виде. В одних моделях микрокалькуляторов нормировка подразумевает, что десятичная запятая стоит, как в приведенных нами примерах, после первого знака мантиссы, в других — после первого отличного от нуля знака мантиссы. В представлении с плавающей запятой числа вводятся в микрокалькулятор как обычно, то есть цифра за цифрой, если они лежат в допустимом диапазоне представления с фиксированной запятой, величина которого зависит от числа разрядов в микрокалькуляторе. Переход к представлению с плавающей запятой в этом случае осуществляется внутри микрокалькулятора автоматически.

Например, если с пульта управления цифра за цифрой ввести число —21,075, то есть нажать клавиши

$$\boxed{-}\quad\boxed{2}\quad\boxed{1}\quad\boxed{,}\quad\boxed{0}\quad\boxed{7}\quad\boxed{5},$$

то внутри микрокалькулятора (с восьмизначной мантиссой и десятичной запятой после первого знака мантиссы) это число будет преобразовано к виду

$$-\ 2{,}1075000\ 01$$

и в таком виде появится на индикаторе.

Если же числа в представлении с плавающей запятой выходят за пределы допустимого диапазона представления с фиксированной запятой, то их с самого начала следует вводить как числа с плавающей запятой, поскольку при обычном вводе такие числа не уместились бы в число разрядов микрокалькулятора. При вводе чисел в представлении с плавающей запятой *сначала необходимо цифра за цифрой набрать мантиссу, а затем показатель*, причем перед вводом показателя следует нажать клавишу

$$\boxed{\mathrm{EE}},\quad\boxed{\mathrm{EX}},\quad\boxed{\mathrm{EEX}}\ \text{или}\ \boxed{\mathrm{EXP}}.$$

Например, при вводе постоянной Больцмана $k = 1{,}380\,66 \times 10^{-23}$ Дж/К необходимо нажать клавиши

$$\boxed{1}\quad\boxed{,}\quad\boxed{3}\quad\boxed{8}\quad\boxed{0}\quad\boxed{6}\quad\boxed{6}$$

$$\boxed{\mathrm{EX}}\quad\boxed{2}\quad\boxed{3}\quad\boxed{+/-}$$

в то время как при вводе постоянной Планка $h = 6{,}6262 \times 10^{-34}$ Дж·с требуется нажать клавиши

$\boxed{6}$ $\boxed{:}$ $\boxed{6}$ $\boxed{2}$ $\boxed{6}$ $\boxed{2}$

$\boxed{\text{EX}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{+/-}$

В следующих примерах числа в представлении с плавающей запятой, которые можно увидеть на индикаторах микрокалькуляторов, сравниваются с обычной записью тех же чисел.

а) Восьмизначная мантисса, десятичная запятая — после первого знака мантиссы:

Представление с плавающей запятой	Обычная запись числа
—1.0000000 —02	—0,01
1.0002003 05	100 020,03
4.5634200 00	4,563 42

б) Восьмизначная мантисса, десятичная запятая — перед первым отличным от нуля знаком мантиссы:

Представление с плавающей запятой	Обычная запись числа
—.10000000 —02	—0,001
.10002003 05	10 002,003
—.31415906 01	—3,141 590 6

в) Десятизначная мантисса, десятичная запятая — перед первым знаком мантиссы:

Представление с плавающей запятой	Обычная запись числа
1.234567890 03	1 234,567 89
—1.234567890 —04	—0,000 123 456 789
1.000000000 —98	10^{-98}

г) Десятизначная мантисса, десятичная запятая — перед первым отличным от нуля знаком мантиссы:

Представление с плавающей запятой	Обычная запись числа
.1000000000 —04	0,000 01
—.9876543210 06	—987 654,321
.0000000000 00	0

Ясно, что при использовании представления с плавающей запятой диапазон чисел, доступных для обработки на микрокалькуляторе, существенно расширяется по сравнению с представлением чисел с фиксированной запятой.

Диапазоны представления чисел в микрокалькуляторах с плавающей запятой

Характер представления чисел	Диапазон представления чисел (абсолютных величин)	
	от	до
Десятичная запятая перед первым отличным от нуля знаком шестизначной мантиссы	10^{-100}	$,999\,999 \cdot 10^{99}$
Десятичная запятая после первого знака шестизначной мантиссы	10^{-99}	$9,999\,99 \cdot 10^{99}$
Десятичная запятая перед первым отличным от нуля знаком восьмизначной мантиссы	10^{-100}	$,999\,999\,99 \cdot 10^{99}$
Десятичная запятая после первого знака восьмизначной мантиссы	10^{-99}	$9,999\,999\,9 \cdot 10^{99}$
Десятичная запятая перед первым отличным от нуля знаком десятичной мантиссы	10^{-100}	$,999\,999\,999\,9 \cdot 10^{99}$
Десятичная запятая после первого знака десятизначной мантиссы	10^{-99}	$9,999\,999\,999 \cdot 10^{99}$

Следует иметь в виду, что, несмотря на огромный диапазон чисел, представимых с плавающей запятой, и в этом представлении *мантисса охватывает только 8 или 10 знаков числа* и любая цифра, не укладывающаяся в этот интервал, автоматически теряется. В одних моделях микрокалькуляторов числа округляются по обычным правилам округления (*автоматика округления*), в других моделях все *цифры, начиная с девятой или одиннадцатой, обрезаются без округления.*

Например, на индикаторе микрокалькулятора с десятизначной мантиссой и запятой перед первым отличным от нуля знаком мантиссы от числа

$$1,732\,056\,306\,782\,149\,365$$

останутся только цифры

$$.173205306 \quad 01,$$

если в микрокалькуляторе не предусмотрена автоматика округления, и цифры

$$.1732056307 \quad 01,$$

если имеется автоматика округления.

Рассматривая представление чисел с фиксированной запятой, мы привели пример умножения, приводящего к неверному результату на микрокалькуляторе с шестью разрядами:

$$0{,}0001 \cdot 0{,}0001.$$

При вычислении того же произведения на микрокалькуляторе, работающем в представлении с плавающей запятой, мы получили бы результат

$$.1000000000 \quad -07.$$

3.2. Можно ли положиться на результаты, получаемые при помощи микрокалькулятора?

Все современные микрокалькуляторы сконструированы так, что при вычислении любого выражения, содержащего четыре основные арифметические операции, результат может отличаться от истинного значения самое большее в последнем знаке показания индикатора. Столь высокая точность достигается главным образом тем, что внутри микрокалькулятора все операции производятся с большим числом знаков, чем показывает индикатор.

Отсюда следует, что любые вычисления, использующие только четыре основных арифметических действия, на микрокалькуляторах можно производить, не сомневаясь в правильности получаемых результатов, если числа, над которыми производятся действия, не слишком сильно отличаются по порядку величин.

Иначе обстоит дело, если *для вычисления значений математических функций используются клавиши функций.* Эти значения микрокалькулятор вычисляет при помощи вмонтированных в него схем. В основу вычислений в большинстве случаев положены либо *разложения в степенные ряды*, либо *итерационные методы*. Возникающая при этом *ошибка округления* может сказываться в последнем и даже в предпоследнем разряде индикатора. Избежать подобных ошибок можно было бы путем специальных технических ухищрений при разработке конструкции микрокалькулятора. Вместе с тем не следует чрезмерно переоценивать ошибки округления, возникающие при вычислении значений математических функций. До появления микрокалькуляторов вычислителям приходилось пользоваться четырех-, пяти- и в редких случаях семизначными таблицами функций. Микрокалькулятор с восьмизначной мантиссой позволяет получать значения функций, не уступающие по точности значениям, приведенным в семизначной таблице логарифмов.

Особую осторожность необходимо соблюдать при использовании микрокалькулятора в тех случаях, когда *арифметические операции требуется произвести над числами, существенно отличающимися по порядку величины.*

Продемонстрируем опасности, подстерегающие вычислителя, на двух примерах:

1. Рассмотрим сумму

$$1\,234\,567\,890 + 0{,}009\,876\,543\,21 = 1\,234\,567\,890{,}009\,876\,543\,21.$$

Даже в очень точных микрокалькуляторах, работающих с числами в представлении с плавающей запятой (с десятизначной мантиссой), эта сумма окажется равной лишь первому слагаемому 1 234 567 890, так как индикатор способен вместить лишь 10 разрядов.

2. Если на восьмиразрядном микрокалькуляторе, работающем с числами в представлении с плавающей запятой, вычислитель, начав с числа 99 999 991, будет каждый раз прибавлять к нему 2, то получится следующий набор результатов:

9.9999993 07,

9.9999995 07,

9.9999997 07,

9.9999999 07,

1.0000000 08.

Но начиная с этого места все остальные результаты будут оставаться неизменными:

1.0000000 08,

сколько бы двоек ни прибавлял вычислитель. Такая «нечувствительность» связана с тем, что при переходе от 99 999 999 к следующей сумме, равной 100 000 001, происходит переполнение: имеющихся в индикаторе восьми разрядов становится недостаточно для записи результата. Микрокалькулятор не может выдать девятый знак и обрезает его. Именно поэтому показание индикатора остается равным 1.0000000 08, несмотря на все попытки увеличить это число на 2.

Примечание. Мы умышленно воспользовались в обоих примерах микрокалькуляторами, работающими с числами в представлении с плавающей запятой, поскольку в микрокалькуляторах, использующих представление чисел с фиксированной запятой, произошло бы переполнение разрядов. У микрокалькуляторов с плавающей запятой переполнение наступает позже из-за существенно большего диапазона чисел. Тем не менее, как показывают приведенные примеры, при работе с числами, существенно отличающимися по порядку величины, необходимо иметь в виду возможность возникновения нежелательных явлений, по существу аналогичных переполнению.

К счастью, ситуации, в которых число разрядов микрокалькулятора оказывается недостаточным для получения достоверного результата, встречаются сравнительно редко. Тем не менее каждый, кто использует в своей работе микрокалькулятор, не должен забывать о том, что *любой расчет, производимый на микрокалькуляторе, нельзя выполнять бездумно и чисто механически: необходимо всегда критически следить за ходом вычислений*, в особенности если операции над очень большими и очень малыми числами требуется выполнить одновременно.

Следует предостеречь от злоупотребления многозначными результатами (например, при вычислениях на десятиразрядном микрокалькуляторе).

Приступая к решению задачи, необходимо тщательно проанализировать, до какого знака после запятой получаемые результаты имеют смысл.

Если кто-нибудь утверждает, будто объем сосуда равен 250,378 460 2 см^3 на том лишь основании, что именно такое число выдал микрокалькулятор, то отсюда можно сделать важные выводы. Автор подобного заявления способен в лучшем случае правильно воспользоваться математическими формулами и без ошибок произвести необходимые вычисления (разумеется, последний вывод справедлив лишь при том условии, если объем сосуда действительно равен 250,378 460 2 см^3), но он абсолютно не умеет *критически оценить полученный результат*. Последнее же не менее важно, чем формальное владение математическими правилами и грамотное использование вспомогательных вычислительных средств.

Это замечание в особенности заставляет никогда не забывать о следующем *основном правиле.*

Даже самые современные и дорогие вычислительные средства не освобождают человека от необходимости обдумывать вычисления. Вычислительные средства лишь облегчают выполнение арифметических действий и берут на себя значительную часть трудоемких и непроизводительных операций по сложению, умножению и т. д. многозначных чисел.

Высвободившееся время следует использовать для критической оценки производимых вычислений, их проверки и поиска лучших решений.

3.3. Установление определяющих свойств микрокалькуляторов

Взяв в руки микрокалькулятор незнакомой модели, вы не можете по его внешнему виду определить, наделен ли он алгебраической логикой или алгебраической логикой и иерархией операций, с какой точностью вычисляет значения функций и т. д. Приводимые ниже тесты позволяют при помощи сравнительно ограниченных средств установить важнейшие свойства микрокалькулятора. Сначала даны тесты, позволяющие определить основную логическую структуру микрокалькулятора, а затем — серия тестов, позволяющих судить о качестве выполняемых им операций.

3.3.1. Тесты для установления логической структуры микрокалькулятора

Классификация микрокалькуляторов на типы, перечисленные в разделе 2.2, во многом производится по внешним признакам.

Микрокалькуляторы с арифметической логикой обладают комбинированной клавишей сложение/выдача результата $\boxed{\overset{+}{=}}$ (или $\boxed{+\ =}$), а также *комбинированной клавишей вычитание/выдача результата* $\boxed{\overset{-}{=}}$ (или $\boxed{-\ =}$).

Если на пульте микрокалькулятора имеются *клавиши с открывающими и закрывающими скобками* $\boxed{[(}$ и $\boxed{)]}$, прибор принадлежит к классу *микрокалькуляторов с алгебраической логикой и скобками.* Остается выяснить вопрос, сколько пар скобок можно расставить так, чтобы одна пара располагалась внутри другой. Для этого можно воспользоваться следующим тестом: при нажатии клавиш

[2] [×] [(([3] [+] [4] [)] [=]

на индикаторе должно появиться число 14. Тем самым будет доказано, что при надлежащем порядке последовательности операций *с одной парой скобок* микрокалькулятор дает правильный результат. Если при нажатии клавиш

[2] [×] [(([3] [×] [(([4]

[+] [5] [)] [+] [6] [)] [=]

на индикаторе микрокалькулятора появляется число 66, то микрокалькулятор приводит к правильному результату при вычислении арифметических выражений *с двумя парами скобок*, расставленными так, что одна пара находится внутри другой.

Приведенный нами тест без труда можно обобщить на случай трех и более пар скобок, «вложенных» друг в друга.

Микрокалькуляторы с обратной бесскобочной записью операций легко распознать по клавише

[ENTER] или [↑],

заменяющей клавишу вывода результата.

К сожалению, по внешнему виду *микрокалькуляторы с алгебраической логикой и иерархией операций невозможно отличить от микрокалькуляторов с алгебраической логикой без иерархии операций.* Существует несложный тест, позволяющий устанавливать, предусмотрена ли в микрокалькуляторе иерархия операций или нет: при нажатии клавиш

[3] [×] [4] [+] [5] [×] [6] [=]

на индикаторе микрокалькулятора с алгебраической логикой и иерархией операций появляется число 42, поскольку микрокалькулятор такого типа соблюдает старшинство операций и вычисляет *сначала оба произведения* $3 \cdot 4 = 12$ и $5 \cdot 6 = 30$, а затем суммирует оба промежуточных результата. При нажатии тех же клавиш (и в той же последовательности) у микрокалькулятора с алгебраической логикой без иерархии операций на индикаторе появляется число 102, так как микрокалькулятор такого типа вычисляет арифметическое выражение *слева направо*, то есть сначала вычисляет произведение $3 \cdot 4 = 12$, затем прибавляет к нему число 5 и промежуточный результат (число 17) умножает на 6.

3.3.2. Тесты для установления точности микрокалькулятора

Мы уже упоминали о том, что если *число знаков операндов не превосходит числа разрядов на индикаторе, то микрокалькулятор выполняет четыре основные арифметические операции, как правило, точно.* Простые тесты, позволяющие удостовериться в правильности этого утверждения, каждый без труда может придумать самостоятельно.

Гораздо важнее знать, с какой точностью микрокалькулятор вычисляет значения тех функций, для которых отведены специальные клавиши. Здесь также можно указать несколько тестов, по образцу которых каждый может построить тесты для любых других функций.

Тест для клавиши обратной величины можно построить двумя способами.

а) Вычислить величину, обратную любому многозначному числу x один раз нажатием клавиши обратной величины, а другой раз при помощи операции деления $1 : x$. Оба результата должны совпадать или отличаться на пренебрежимо малую величину (последнее означает, что все цифры обоих результатов должны совпадать по крайней мере до предпоследнего разряда индикатора).

б) Выбрав произвольное многозначное число x, два раза подряд нажать клавишу обратной величины. На индикаторе должно появиться исходное число x.

Принцип, положенный в основу теста (б), допускает следующее обобщение.

Если на пульте микрокалькулятора наряду с клавишей для вычисления значений функции f имеется клавиша для вычисления обратной функции f^{-1} (если микрокалькулятор может работать в режиме совмещенных функций, не следует забывать о клавише $\boxed{\text{F}}$, переводящей его в этот режим!), то при нажатии клавиш f и f^{-1} на индикаторе должно появиться исходное значение независимой переменной x. То же самое должно произойти при нажатии клавиш f^{-1} и f (в обратном порядке).

Если, выполнив эти тесты, вычислитель обнаружит лишь *незначительные отклонения* между исходным и восстановленным значением x в последнем знаке, то точность микрокалькулятора считается вполне удовлетворительной. Условимся понимать под символом $\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ ввод произвольного многозначного числа x. Тогда, выполнив следующие тесты, мы получим на индикаторе исходное значение x:

$\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{\sin^{-1}}$ или $\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\sin^{-1}}$ $\boxed{\sin}$,

$\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{\cos^{-1}}$ или $\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\cos^{-1}}$ $\boxed{\cos}$,

$\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\tan}$ $\boxed{\tan^{-1}}$ или $\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\tan^{-1}}$ $\boxed{\tan}$,

$\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\ln}$ $\boxed{e^x}$ или $\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{e^x}$ $\boxed{\ln}$,

$\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{x^2}$ или $\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$.

Если у микрокалькулятора нет клавиши возведения в квадрат, то тест из последней строки можно видоизменить следующим образом:

$\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$

или

$\boxed{\text{ЧИСЛО}}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$

Предполагается, что у микрокалькулятора имеется автоматика констант. Если модель микрокалькулятора не обладает автоматикой констант, то следует нажать набор клавиш

$$\boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{\sqrt{\ }}\ \boxed{\times}\ \boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{\sqrt{\ }}\ \boxed{=}$$

или

$$\boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{\times}\ \boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{=}\ \boxed{\sqrt{\ }}$$

Если микрокалькулятор имеет клавишу для вычисления *степени с произвольным показателем*, то аналогичным образом можно опробовать клавиши $\boxed{\lg}$ и $\boxed{\mathrm{lb}}$. Тест для *десятичного логарифма* сводится к нажатию следующих клавиш:

$$\boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{\lg}\ \boxed{\mathrm{M}}\ \boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{\mathrm{Y^X}}$$

$$\boxed{\mathrm{MR}}\ \boxed{=}$$ или

$$\boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{\mathrm{Y^X}}\ \boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{=}\ \boxed{\lg}$$

Тест для *двоичного логарифма* сводится к нажатию аналогичного набора клавиш:

$$\boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{\mathrm{lb}}\ \boxed{\mathrm{M}}\ \boxed{2}\ \boxed{\mathrm{Y^X}}\ \boxed{\mathrm{MR}}\ \boxed{=}$$

или

$$\boxed{2}\ \boxed{\mathrm{Y^X}}\ \boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{=}\ \boxed{\mathrm{lb}}$$

Тригонометрическая форма теоремы Пифагора $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ лежит в основе *теста для тригонометрических функций*:

$$\boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{\sin}\ \boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{\mathrm{M}}\ \boxed{\text{ЧИСЛО}}\ \boxed{\cos}$$

$$\boxed{\times}\ \boxed{+}\ \boxed{\mathrm{MR}}\ \boxed{=}$$

Если микрокалькулятор работает без сбоев, то в результате должно получиться число 1.

3.3.3. Установление надежности операций, производимых над памятью микрокалькулятора

Условимся обозначать символами $\boxed{\text{ЧИСЛО}_1}$ и $\boxed{\text{ЧИСЛО}_2}$ ввод двух произвольных многозначных чисел x_1 и x_2.

Если после нажатия клавиш

$$\boxed{\text{ЧИСЛО}_1}\ \boxed{\text{M}}\ \boxed{\text{CM}}\ \boxed{\text{ЧИСЛО}_2}\ \boxed{\text{M}}\ \boxed{\text{C}}\ \boxed{\text{MR}}$$

на индикаторе появляется число x_2, то это свидетельствует о нормальном функционировании трех *операций, производимых над памятью микрокалькулятора*: $\boxed{\text{M}}$ (запись в регистры памяти), $\boxed{\text{CM}}$ (очистка регистров памяти) и $\boxed{\text{MR}}$ (вызов регистра памяти). (При проведении всех тестов необходимо тщательнейшим образом следить за тем, какие вычислительные или иные операции, выполняемые микрокалькулятором, подлежат проверке.)

Если при нажатии клавиш

$$\boxed{\text{CM}}\ \boxed{\text{ЧИСЛО}_1}\ \boxed{\text{M}}\ \boxed{\text{ЧИСЛО}_2}\ \boxed{\text{M}}\ \boxed{\text{C}}\ \boxed{\text{MR}}$$

на индикаторе появляется число x_2, то микрокалькулятор обладает *простым регистром памяти*. Если же на индикаторе после нажатия этих клавиш появляется сумма $x_1 + x_2$, то мы имеем дело с *суммирующим регистром памяти* (разумеется, суммирующий регистр памяти проще установить по клавише $\boxed{\text{M+}}$).

Если в последнем примере клавишу $\boxed{\text{M}}$ всюду заменить клавишей $\boxed{\text{M+}}$, то на индикаторе должно появиться число $x_1 + x_2$. Появление числа x_1 свидетельствует о неисправности суммирующего регистра памяти. При замене в том же примере клавиши $\boxed{\text{M}}$

клавишей $\boxed{\text{M}\times}$ или $\boxed{\text{M}\div}$ на индикаторе должно появиться число $x_1 \cdot x_2$ или соответственно x_1/x_2.

Читателю, работающему на микрокалькуляторе с несколькими регистрами памяти с адресами, придется самостоятельно приспособить приведенные выше тесты к особенностям своего вычислительного устройства.

3.3.4. Заключительные замечания

В разделе 3.3 приведены рекомендации относительно того, как проверить нормальное функционирование определенных групп клавиш и схем микрокалькулятора. Перечень тестов отнюдь не претендует на полноту, а сами тесты применимы не ко всякой модели микрокалькулятора. Предполагается, что в случае необходимости читатель по аналогии сумеет самостоятельно построить варианты тестов, пригодные для проверки работы его микрокалькулятора. Доскональное изучение свойств и операционных возможностей микрокалькулятора — самый верный путь к его рациональному применению.

Мы надеемся, что наши рекомендации окажутся полезными и для тех, кто собирается приобрести новый микрокалькулятор,

4. ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОВ

4.1. Предварительные замечания

В этой главе мы попытаемся изложить некоторые рекомендации относительно быстрых и надежных способов решения различных задач при помощи микрокалькуляторов. Основное внимание при этом будет уделено алгоритмам, позволяющим наиболее полно раскрыть возможности, заложенные в микрокалькуляторах. Излагая рекомендации, мы будем следовать классификации микрокалькуляторов, приведенной в разделе 2.2. В то же время множество имеющихся на мировом рынке разнообразных марок микрокалькуляторов вынуждает нас излагать рекомендуемые алгоритмы в наиболее общем виде и формулировать их *независимо от особенностей конкретной модели микрокалькулятора.* Наряду с несомненными достоинствами избранный нами подход обладает тем недостатком, что рекомендуемые нами алгоритмы не всегда оказываются непосредственно применимыми.

Мы настоятельно советуем читателю подробно ознакомиться с разделами этой главы, соответствующими возможностям его микрокалькулятора, и прорешать как можно больше примеров.

> *Лишь постоянной тренировкой достигается та степень владения микрокалькулятором, которая необходима для его оптимального использования.*

Заметим также, что наши алгоритмы и рекомендации пригодны для непрограммируемых микрокалькуляторов.

Примеры подобраны таким образом, что позволяют судить о том, какие типы задач удобны для решения на микрокалькуляторах того или иного типа и где проходят границы их операционных возможностей. Особое внимание уделяется наиболее сложным расчетам, производимым с числами, которые содержат максимальное число знаков. Основная цель примеров заключается в том, чтобы дать читателю *ясное представление о ходе вычислений*. Это позволит ему приобрести познания, необходимые в работе со своим микрокалькулятором.

4.2. Микрокалькулятор с четырьмя основными арифметическими операциями без регистров памяти

Даже самые простые и дешевые микрокалькуляторы обладают способностью производить *четыре основные арифметические операции*, но не имеют *регистров памяти*. Индикатор таких микрокалькуляторов обычно шестиразряден, а числа приводятся в *представлении с фиксированной запятой*. Почти все простейшие микрокалькуляторы работают на основе *арифметической логики* и особенно подходят для школьников и представителей таких профессий, которые связаны с необходимостью постоянно производить сложение, вычитание и умножение, например кассиров, продавцов, официантов и т. д. Один из простейших микрокалькуляторов изображен на рис. 6.

Пример 1. Выполнить подряд несколько операций сложения и вычитания, например

$$2{,}465 + 0{,}0247 - 176{,}23 + 204{,}12 - 53{,}246.$$

Решение. В микрокалькуляторах с арифметической логикой сначала вводятся операнды, а затем производимые операции (если речь идет об арифметических операциях первой ступени). Ход вычислений выглядит следующим образом:

Ввод	Показания индикатора
2,465	2.465
+=	2.465
0,0247	0.0247
+=	2.4897
176,23	176.23
−=	−173.740
204,12	204.12
+=	30.380
53,246	53.246
−=	−22.866

Итак, окончательный результат равен —22,866. Четвертый знак после запятой утрачен из-за того, что микрокалькулятор работает только с шестью разрядами.

Пример 2. При вычислении выражений типа

$$a \cdot (b + c)$$

удобно начать с выражения в скобках, а затем произвести умножение. Числовой пример: 2,315·(7,175—6,293).

Решение.

Ввод	Показания индикатора
7,175	7.175
+=	7.175
6,293	6.293
—=	0.882
×	0.882
2,315	2.315
+=	2.04183

Пример 3. Если требуется просуммировать несколько произведений, то предварительно необходимо вычислить каждое из них. Промежуточные результаты можно выписать на листке бумаги, а затем просуммировать. Именно при решении такого рода задач впервые проявляется несовершенство простейших микрокалькуляторов без памяти.

Числовой пример:

$$7{,}98 \cdot 2{,}01 + 3{,}568 \cdot 8{,}46 - 0{,}013 \cdot 2{,}146 \cdot 45{,}169 = ?$$

Решение.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
7,98	7,98	
×	7.98	
2,01	2.01	
+=	16.0398	Записать первый промежуточный результат
3,568	3.568	
×	3.568	
8,46	8.46	
+=	30.1853	Записать второй промежуточный результат. См. примечание 1
0,013	0.013	
×	0.013	
2,146	2.146	
×	0.027898	
45,169	45.169	

Ввод	Показания индикатора	Примечания
$-=$	-1.26013	Третий промежуточный результат. См. примечание 2
30,1853	30.1853	Второй промежуточный результат
$+=$	28.9252	
16,0398	16.0398	
$+=$	44.9650	

Окончательный результат: 44,9650.

Примечания 1. Второй промежуточный результат должен был бы иметь 5 знаков после запятой, но поскольку индикатор содержит лишь 6 разрядов, произошло округление (предполагается, что у микрокалькулятора имеется автоматика округления).

2. Здесь также микрокалькулятор автоматически округлил полученный результат. Записывать третий промежуточный результат не требуется, поскольку слагаемые можно суммировать в любом порядке. Именно поэтому третий промежуточный результат выдан с нужным знаком при помощи клавиши $\boxed{-=}$, то есть подготовлен к последующему суммированию с двумя предыдущими промежуточными результатами.

3. Значения арифметических выражений, в которых требуется суммировать и вычитать несколько произведений, можно вычислять на микрокалькуляторах, не обладающих регистрами памяти, без записи промежуточных результатов. Продемонстрируем ход вычислений (отличный от предыдущего) на следующем примере. Требуется вычислить скалярное произведение

$$s = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 + \ldots .$$

Мы утверждаем, что для этого достаточно нажать клавиши в таком порядке:

$$\boxed{a_1}\ \boxed{\times}\ \boxed{b_1}\ \boxed{\div}\ \boxed{a_2}\ \boxed{+}\ \boxed{b_2}$$

$$\boxed{\times}\ \boxed{a_2}\ \boxed{\div}\ \boxed{a_3}\ \boxed{+}\ \boxed{b_3}\ \boxed{\times}$$

$$\boxed{a_3}\ \ldots$$

Читатель без труда убедится, что в результате мы действительно получаем значение s.

Приведенный выше числовой пример можно было бы вычислить без записи промежуточных результатов следующим образом:

$$7{,}98 \times 2{,}01 \div 3{,}568 + 8{,}46 \times 3{,}568 \div 0{,}013 \div 2{,}146 - 45{,}169 \times$$
$$\times\, 0{,}013 \times 2{,}146 = 44{,}9650.$$

Пример 4. При вычислении дробей, числитель и знаменатель которых состоит из многочисленных арифметических выражений, рекомендуется *сначала вычислить знаменатель*, а затем числитель, так как числитель можно сразу же использовать для деления на знаменатель, не записывая его в качестве промежуточного результата.

Числовой пример:

$$\frac{23{,}45 + 127{,}13 \cdot 0{,}326 \cdot 5{,}302}{12{,}43 \cdot 0{,}825 - 176{,}24 \cdot 0{,}231}.$$

Решение.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
12,43	12.43	
$\times$	12.43	
0,825	0.825	
$+=$	10.2548	Записать первый промежуточный результат
176,24	176.24	
$\times$	176.24	
0,231	0.231	
$-=$	—40.7114	Поскольку этот промежуточный результат можно вывести нажатием клавиши $\boxed{-=}$, то вычисления можно тотчас же продолжить
10,2548	10.2548	Первый (записанный ранее) промежуточный результат
$+=$	—30.4566	Знаменатель записать!
127,13	127.13	
$\times$	127.13	
0,326	0.326	
$\times$	41.4444	
5,302	5.302	
$+=$	219.738	
23,45	23.45	

Ввод	Показания индикатора	Примечания
+=	243.188	Числитель. Записывать его в качестве промежуточного результата не требуется. Вычисления можно продолжить
÷	243.188	
30,4566	30.4566	Знаменатель без знака
—=	—7.98474	Результат деления выдан при нажатии клавиши $\boxed{-=}$, так как для деления использован знаменатель без знака

Окончательный ответ: —7,984 74.

Пример 5. Из 90 номеров числового лото выбрано 5. Это можно сделать

$$\binom{90}{5}=\frac{90\cdot 89\cdot 88\cdot 87\cdot 86}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}$$

различными способами. Чему равно это число?

Решение. При вычислении дробей, числитель и знаменатель которых состоит из произведений, рекомендуется вычислять числитель и знаменатель одновременно, *производя поочередно операции деления и умножения.* Такая тактика позволяет избежать записи промежуточных результатов.

Поскольку в рассматриваемой задаче возникают очень большие числа, мы будем предполагать, что работаем с микрокалькулятором, обладающим 10-разрядным индикатором.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
90	90	
÷	90	
1	1	От этой операции деления можно было бы, разумеется, отказаться!
×	90	
89	89	
÷	8010	
2	2	
×	4005	
88	88	
÷	352440	
3	3	
×	117480	
87	87	

Ввод	Показания индикатора	Примечания
÷	10220760	Если бы вычисления производились при помощи 6-разрядного микрокалькулятора, то здесь произошло бы переполнение
4	4	
×	2555190	
86	86	
÷	219746340	
5	5	
+=	43949268	

Окончательный результат: выбрать 5 номеров лото из 90 можно 43 949 268 различными способами.

Пример 6. Найти сопротивление участка цепи, состоящего из трех параллельно соединенных сопротивлений величиной $R_1 = 24$ Ом, $R_2 = 12$ Ом и $R_3 = 32$ Ом.

Решение. Величину сопротивления участка цепи вычислим по формуле

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Ход вычислений можно построить следующим образом:

Ввод	Показания индикатора	Примечания
1	1	
÷	1	
24	24	
+=	.041666	Первое слагаемое. Записать!
1	1	
÷	1	
12	12	
+=	.083333	Второе слагаемое. Записать!
1	1	
÷	1	
32	32	
+=	.03125	Третье слагаемое. Записывать его не нужно, вместо этого необходимо просуммировать оба предыдущих слагаемых

Ввод	Показания индикатора	Примечания
.041666	.041666	Первое слагаемое
+=	.072916	
.083333	.083333	Второе слагаемое
+=	.156249	Правая часть равенства (1/*R*). Записать!
1	1	
÷	1	
.156249	.156249	Правая часть равенства
+=	6.40004	

Окончательный ответ: 6,4 Ом.

Если в микрокалькуляторе имеется автоматика констант для деления, то можно было бы обойтись без записи правой части равенства (суммы проводимостей параллельных ветвей цепи). Начиная с пятнадцатой строки ход вычислений выглядел бы так:

Ввод	Показания индикатора	Примечания
⋮	⋮	⋮
+=	.156249	
÷	.156249	Подготовлено первое деление на .156249
÷	1	Первое деление выполнено и подготовлено второе
+=	6.40004	Выполнено второе деление на .156249

Если воспользоваться более сложным алгоритмом из примечания 3 к примеру 3 (в данном случае его применение вполне оправдано), то отпадает необходимость в записи промежуточных результатов. Ход вычислений в этом случае выглядит следующим образом:

$$1 \div 24 \times 12 + 1 \div 12 \times 32 + 1 \div 32 = 0.15625,$$

$$1 \div 0.15625 = 6.4$$

или

$$1 \div 24 \times 12 + 1 \div 12 \times 32 + 1 \div 32 = \div \div 1 = 6.4.$$

Пример 7. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 2,45 м, а один из его катетов — 1,78 м. Найти длину другого катета.

Решение. По теореме Пифагора

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

(в нашем примере $c = 2{,}45$ м, $a = 1{,}78$ м).

Ввод	Показания индикатора	Примечания
2,45	2.45	
$\times$	2.45	
$+=$	6.0025	Первый промежуточный результат. Записать!
1,78	1.78	
$\times$	1.78	
$-=$	−3.1684	Второй промежуточный результат. Записывать его не нужно: если он вычислен со знаком «минус», то его можно сразу же просуммировать с первым промежуточным результатом
6,0025	6.0025	Первый промежуточный результат
$+=$	2.8341	Вычислено подкоренное выражение

Поскольку мы имеем дело с простейшим микрокалькулятором, то у него нет клавиши для извлечения квадратного корня и 2,8341 нам придется вычислить по таблицам:

$$c = \sqrt{2{,}8341} = 1{,}6835 \text{ м}.$$

Окончательный результат: второй катет имеет длину 1,68 м (табличное значение квадратного корня округлено с разумным числом знаков).

Пример 8. Найти длину стороны косоугольного треугольника по двум сторонам (12,74 м и 24,36 м) и углу (64,5°), заключенному между ними.

Решение. По теореме косинусов

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}$$

(в нашем примере $a = 12{,}74$ м, $b = 24{,}36$ м, $\gamma = 64{,}5°$). Косинус угла γ необходимо взять из таблиц тригонометрических функций: $\cos 64{,}5° = 0{,}43051$. Ход вычислений сводится к следующему:

Ввод	Показания индикатора	Примечания
12,74	12.74	
×	12.74	
+=	162.308	Первое слагаемое подкоренного выражения. Записать!
24,36	24.36	
×	24.36	
+=	593.410	Второе слагаемое подкоренного выражения. Записать!
2	2	
×	2	
12,74	12.74	
×	25.48	
24,36	24.36	
×	620.692	
0,43051	.43051	
−=	−267.214	Вычисления можно незамедлительно продолжить
162,308	162.308	Первое слагаемое
+=	−104.906	
593,410	593.410	Второе слагаемое
+=	488.504	Подкоренное выражение

Наконец, по таблицам находим квадратный корень:

$$c = \sqrt{488{,}504} = 22{,}1021 \text{ м}.$$

Окончательный результат: длина стороны треугольника равна 22,10 м.

Из примеров 3, 4, 6, 7 и 8 отчетливо виден недостаток микрокалькуляторов без памяти и клавиш для вычисления функций: при решении даже простых задач промежуточные результаты приходится записывать на листе бумаги, а если в ходе решения возникает необходимость в вычислении квадратного корня, тригонометрических или каких-нибудь других функций, то приходится обращаться к математическим таблицам.

4.3. Микрокалькуляторы с четырьмя основными арифметическими операциями и простыми регистрами памяти

Чтобы не увеличивать чрезмерно число задач, мы повторим решения тех же задач, которые были рассмотрены в разделе 4.2, приспособив их к операционным возможностям микрокалькулятора с четырьмя основными арифметическими действиями и простыми регистрами памяти. Примечаниями мы сопроводим лишь те места, в которых ход вычислений существенно отличается от предыдущего варианта. Предполагается, что микрокалькулятор обладает алгебраической логикой без иерархии операций.

Пример 1.

Ввод	Показания индикатора
2,465	2.465
+	2.465
,0247	.0247
—	2.4897
176,23	176.23
+	—173.74
204,12	204.12
—	30.38
53,246	53.246
=	—22.866

Окончательный результат: —22,866.

Пример 2.

Ввод	Показания индикатора
7,175	7.175
—	7.175
6,293	6.293
×	0.882
2,315	2.315
=	2.04183

Окончательный результат: 2,04183.

Пример 3.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
7,98	7.98	
×	7.98	
2,01	2.01	
=	16 0398	
M	16.0398	Первый промежуточный результат записан в регистр памяти
3,568	3.568	
×	3.568	
8,46	8.46	
=	30.1853	Второй промежуточный результат
+	30.1853	
MR	16.0398	Вызов первого промежуточного
=	46.2251	результата из регистра памяти с последующим сложением со вторым промежуточным результатом
M	46.2251	Сумма двух первых промежуточных результатов записана в регистр памяти
0,013	0.013	
×	0.013	
2.146	2.146	
×	.027898	
45,169	45.169	
=	1.26013	
+/−	−1.26013	Нажатием клавиши $\boxed{+/-}$ последнему слагаемому придан знак минус
+	−1.26013	
MR	46.2251	Сумма двух первых слагаемых подкоренного выражения вызвана из регистра памяти
=	44.9650	

Окончательный результат: 44,9650.

Пример 4.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
12,43	12.43	
×	12.43	
0,825	.825	
=	10.2548	
M	10.2548	Запись в регистр памяти первого слагаемого знаменателя
176,24	176.24	
×	176.24	
0,231	.231	
=	+40.7114	Второе слагаемое знаменателя
+/−	−40.7114	Изменение знака
+	−40.7114	
MR	10.2548	Вызов первого слагаемого знаменателя из регистра памяти
=	−30.4566	
M	−30.4566	Повторная запись знаменателя в регистр памяти
127,13	127.13	
×	127.13	
0,326	.326	
×	41.4444	
5,302	5.302	
+	219.738	
23,45	23.45	
÷	243.188	Вычислен числитель и подготовлена операция деления
MR	−30.4566	Вызов знаменателя из регистра памяти
=	−7.98474	

Окончательный результат: — 7,98474.

Последние два примера показывают, что регистр памяти существенно облегчает вычисления на микрокалькуляторе. Отпадает необходимость в записи промежуточных результатов на листе бумаги и повторном введении их. Вместо того чтобы набирать понадобившийся промежуточный результат цифра за цифрой, достаточно нажатием одной клавиши перевести его в регистр ввода. Тем самым существенно понижается число ошибок, связанных с неправильным вводом чисел.

Из последнего примера видно также, что одного регистра памяти в принципе еще недостаточно. Действительно, если бы в числителе на первом месте вместо числа 23,45 стояло какое-нибудь произведение, то второе слагаемое понадобилось бы записать, а поскольку регистр памяти занят знаменателем, то второе слагаемое пришлось бы записать на листке бумаги, поскольку оно необходимо для дальнейших вычислений.

Пример 5. Вычисления протекают так же, как в разделе 4.2, так как результаты операций сложения и вычитания приходится записывать на листке бумаги. К сожалению, в последней строке комбинированную клавишу сложение/выдача результата приходится заменить простой клавишей вывода результата $\boxed{=}$, имеющейся в микрокалькуляторе с алгебраической логикой.

Пример 6. Для решения этой задачи одного регистра памяти оказывается достаточно, если отдельные слагаемые по мере получения суммировать с предыдущими.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
1	1	
÷	1	
24	24	
=	.041666	$1/R_1$
M	.041666	Слагаемое $1/R_1$ записано в регистр памяти
1	1	
÷	1	
12	12	
=	.083333	
+	.083333	
MR	.041666	Слагаемое $1/R_1$ вызвано из регистра памяти
=	.124999	$1/R_1 + 1/R_2$

Ввод	Показания индикатора	Примечания
M	.124999	Сумма $1/R_1 + 1/R_2$ записана в регистр памяти
1	1	
÷	1	
32	32	
=	.03125	$1/R_3$
+	.03125	
MR	.124999	Сумма $1/R_1 + 1/R_2$ вызвана из регистра памяти
+	.156249	$1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$
M	.156249	Сумма $1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$ записана в регистр памяти
1	1	
÷	1	
MR	.156249	Вызов содержимого регистра памяти
=	6.40004	Вычислено сопротивление R

Пример 7. Подробно описав решения предыдущих примеров на микрокалькуляторах с простым регистром памяти, мы лишь бегло наметили ход решения следующих двух примеров из раздела 4.2 (указав, в какой последовательности необходимо нажимать клавиши на пульте управления). Условимся обозначать через $\boxed{c}$ и $\boxed{a}$ числа c и a, вводимые цифра за цифрой с пульта микрокалькулятора.

Мы настоятельно рекомендуем читателю для упражнения и закрепления ранее полученных знаний подробно проследить весь ход вычислений в приводимых ниже примерах так же, как это было сделано в предыдущих примерах.

Итак, нажав клавиши в последовательности

$$\boxed{c}\ \boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{M}\ \boxed{a}\ \boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{+/-}$$

$$\boxed{+}\ \boxed{MR}\ \boxed{=}$$

мы получим подкоренное выражение. Значение квадратного корня нам придется найти по таблицам.

Пример 8. Через $\boxed{a}$, $\boxed{b}$ и $\boxed{fw}$ мы обозначили

вводимые цифра за цифрой длины сторон a и b, а также значение функции $\cos\gamma$:

$\boxed{a}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{M}$ $\boxed{b}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$ $\boxed{+}$

$\boxed{MR}$ $\boxed{=}$ $\boxed{M}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{a}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{b}$

$\boxed{\times}$ $\boxed{fw}$ $\boxed{=}$ $\boxed{+/-}$ $\boxed{+}$ $\boxed{MR}$ $\boxed{=}$

Из числа, стоящего на индикаторе, остается лишь извлечь квадратный корень.

Имея под рукой микрокалькулятор с регистром памяти, можно сравнительно просто вычислять *квадратные корни.* Метод вычисления основан на следующих соображениях.

Предположим, что требуется найти $\sqrt{a}$. Если *приближенное значение* x_1 для $\sqrt{a}$ известно, то от истинного значения оно отличается на величину погрешности k:

$$\sqrt{a} = x_1 + k.$$

Возведем обе части этого равенства в квадрат:

$$a = x_1^2 + 2x_1k + k^2.$$

Поскольку погрешность k мала, то квадратом ее k^2 можно пренебречь:

$$a \approx x_1^2 + 2x_1k.$$

В этом соотношении величины a и x_1 известны, поэтому его можно использовать для вычисления погрешности, или поправки, k:

$$k \approx \frac{a}{2x_1} - \frac{x_1}{2}.$$

Подставляя это значение k в исходное равенство для $\sqrt{a}$, получаем

$$\sqrt{a} \approx x_1 + \frac{a}{2x_1} - \frac{x_1}{2} = \frac{1}{2}\left(x_1 + \frac{a}{x_1}\right).$$

Это новое приближенное значение квадратного корня из a, заведомо лучшее, чем x_1. Обозначим его x_2:

$$x_2 = \frac{1}{2}\left(x_1 + \frac{a}{x_1}\right).$$

Если точность нового (улучшенного) приближенного значения x_2 недостаточно высока, то его можно использовать в качестве начального значения для следующего приближения x_3:

$$x_3 = \frac{1}{2}\left(x_2 + \frac{a}{x_2}\right).$$

Получение последовательных приближений можно продолжать вплоть до достижения требуемой точности.

Вычислительные методы, в которых исходное приближение может быть улучшено до требуемой точности путем повторного применения одного и того же алгоритма, называются *итерационными.*

Пример 9. Пользуясь приведенным выше итерационным методом вычисления квадратных корней, найти $\sqrt{2}$ с максимальной точностью, допускаемой числом разрядов на индикаторе микрокалькулятора.

Решение. Вычислим $\sqrt{2}$ на восьмиразрядном микрокалькуляторе. В качестве исходного приближения выберем $x_1 = 1$.

Прежде всего укажем, в какой последовательности необходимо нажимать клавиши микрокалькулятора, чтобы получить следующее приближение x_2, а затем приведем в виде таблицы ход вычислений. Итак, чтобы найти x_2, клавиши микрокалькулятора необходимо нажать в следующем порядке:

$$\boxed{x_1}\quad\boxed{\mathrm{M}}\quad\boxed{a}\quad\boxed{\div}\quad\boxed{\mathrm{MR}}\quad\boxed{+}\quad\boxed{\div}\quad\boxed{2}\quad\boxed{=}$$

Стрелка означает, что для достижения требуемой точности последовательность нажатия клавиш требуется повторить, начиная с клавиши $\boxed{\mathrm{M}}$. При каждой итерации исходным приближением служит значение квадратного корня, полученное при нажатии клавиши $\boxed{=}$ в конце предыдущей итерации (таким образом, необходимость в записи промежуточного результата отпадает).

Ход вычислений:

Ввод	Показания индикатора		
	1-я итерация	2-я итерация	3-я итерация
x_1	1		
M	1	1.5	1.4166666
a	2	2	2
÷	2	2	2
MR	1	1.5	1.4166666
+	2	1.3333333	1.4117647
÷	3	2.8333333	2.8284313
2	2	2	2
=	1.5	1.4166666	1.4142156

Ввод	4-я итерация	5-я итерация	Примечания
M	1.4142135	1.4142135	x_1
a	2	2	
÷	2	2	
MR	1.4142156	1.4142135	a/x_1
+	1.4142114	1.4142136	
÷	2.8284271	2.8284271	$x_1 + a/x_1$
2	2	2	
=	1.4142135	1.4142135	x_2

Поскольку результат 5-й итерации совпадает с результатом 4-й итерации, вычисления можно прервать. Итак,

$$\sqrt{2} = 1{,}414\ 213\ 5.$$

Проверка: $1{,}414\ 213\ 5^2 = 1{,}999\ 999\ 8$. (Проделайте проверку на своем микрокалькуляторе!)

Микрокалькуляторы, имеющие клавишу для вычисления квадратного корня, проделывают приведенные выше вычисления при помощи вмонтированной в них схемы, работающей после нажатия клавиши совершенно самостоятельно. В большинстве моделей схема сконструирована так, что она сама выбирает подходящее первое приближение и проверяет неотрицательность подкоренного выражения. Все сказанное относительно извлечения квадратного корня в равной мере относится и ко всем функциям, для вычисления которых имеется специальная клавиша. Отсюда легко понять, какие сложные процессы происходят в микрокалькуляторе после нажатия клавиши. Трудно себе представить, сколько сложнейших схем умещаются на крохотном пространстве внутри микрокалькулятора. Мы упоминаем об этом для того, чтобы читатель разделил с нами почтительное восхищение перед теми, кто разрабатывает, конструирует и своими руками создает столь высокоточные вычислительные устройства.

4.4. Микрокалькуляторы с клавишами для вычисления элементарных функций и регистром памяти

Чтобы *вычислить значение функции*, символ которой стоит на клавише или на корпусе микрокалькулятора над или под клавишей, достаточно *сначала* ввести в регистр индикатора (ввода) X соответствующее значение аргумента, а *затем* нажать клавишу нужной функции. В микрокалькуляторах более сложных моделей, способных работать в так называемом режиме совмещенной функции, одна клавиша может служить для вычисления двух и даже трех различных функций. Для приведения микрокалькулятора в режим второй совмещенной функции необходимо нажать клавишу $\boxed{F}$, а в режим третьей совмещенной функции — клавишу $\boxed{G}$ (после чего нажать соответствующую клавишу функции).

Прежде чем приступить к работе с микрокалькулятором, обладающим клавишами функций, необходимо выяснить, участвует ли в вычислении значений функции только *регистр* X (и внутренний операционный регистр) или же *регистр ввода* X и *операционный регистр* Y. От этого зависит выбор рациональной последовательности операций при проведении громоздких вычислений. Микрокалькуляторы, использующие при вычислении значений элементарных функций как регистр ввода X, так и регистр Y, обладают существенным недостатком в работе: при вычислении очередного значения функции прежнее *содержимое регистра* Y *стирается и утрачивается.* Такого рода моделей микрокалькуляторов следует по возможности избегать.

Следующий *тест* позволяет судить о том, используется ли при вычислении значений различных функций только регистр X или регистр X вместе с регистром Y:

$$\boxed{1}\quad\boxed{+}\quad\boxed{9}\quad\boxed{\sqrt{\ }}\quad\boxed{=}$$

Нажатием этих клавиш вычислитель производит следующие операции:

$\boxed{1}$ Число 1 записывается в регистр X.

$\boxed{+}$ Подготавливается операция «сложение» и одновременно число 1 переносится в регистр Y.

$\boxed{9}$ В регистр X вводится число 9.

$\boxed{\sqrt{\ }}$ Извлекается квадратный корень из числа, находящегося в регистре X. Если в вычислении квадратного корня участвует только регистр X и дополнительный (внутренний) операционный регистр, то в регистре Y сохраняется число 1. Если вычисление квадратного корня затрагивает не только регистр X, но и регистр Y, то число 1 в регистре Y стирается.

$\boxed{=}$ Наконец, выполняется операция сложения, подготовленная на втором шаге. Если в вычислении квадратного корня участвует только регистр X, то операция сложения приводит к числу $1 + 3 = 4$. Если в извлечении квадратного корня кроме регистра X участвует еще и регистр Y, то сложение порождает число $0 + 3 = 3$.

Во всех следующих примерах предполагается, что при вычислении значений функций не используется регистр Y. Если микрокалькулятор не обладает этим свойством, то в тех местах, где возникает необходимость в вычислении функций, следует произвести запись промежуточных результатов.

Даже небольшое число клавиш для вычисления простейших функций, например $1/x$ и $\sqrt{x}$, и всего лишь один регистр памяти значительно увеличивают возможности микрокалькулятора. (Такой микрокалькулятор показан на рис. 8.) Продемонстрируем наше утверждение на примерах.

Пример 1. Вычислить сумму $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$.

Решение. Если у микрокалькулятора имеется клавиша обратной величины, то вычисление суммы дробей происходит так:

Ввод	Показания индикатора
2	2
$1/x$	0.5
$+$	0.5
5	5
$1/x$	0.2
$=$	0.7

Ответ: $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=0{,}7$.

Пример 2. Вычислить выражение

$$2\cdot\sqrt{36}+3\cdot\sqrt{64}.$$

Решение.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
2	2.	
$\times$	2.	
36	36.	См. примечание
$\sqrt{\ }$	6.	
$=$	12.	
M	12.	
3	3.	
$\times$	3.	
64	64.	
$\sqrt{\ }$	8.	
$+$	24.	
MR	12.	Вызов первого слагаемого
$=$	36.	

Ответ: $2\cdot 36+3\cdot 64=36$.

Примечание. В микрокалькуляторах без иерархии операций (а по предположению мы имеем дело именно с такими микрокалькуляторами) первое слагаемое необходимо записать в качестве промежуточного результата в памяти микрокалькулятора, поскольку второе слагаемое представляет собой произведение, которое необходимо вычислить, прежде чем его можно будет подставить в сумму. В микрокалькуляторах с иерархией операций необходимость в записи промежуточного результата отпадает. Обосновать правильность последнего утверждения мы предоставляем читателю.

Из двух последних примеров (мы умышленно выбрали их особенно простыми) видно, что если в процессе вычислений возникает необходимость найти значения функций, то микрокалькуляторы, в которых при нажатии клавиш функций используется только регистр X, позволяют не прерывать общий ход вычислений, то есть не вычислять значения функций заранее. Если же при нажатии клавиш функций используется не только регистр X, но и регистр Y, то все значения функций, которые понадобятся в ходе вычислений, необходимо найти заранее и записать. Ясно, что запись промежуточных результатов существенно усложняет ход вычислений.

Пример 3. Чтобы продемонстрировать преимущества клавиш для вычисления функций на примере более длинных вычислений, рассмотрим еще раз пример 6 из раздела 4.2 (или 4.3). Ход вычислений ясен и не требует дополнительных комментариев.

Решение.

Ввод	Показания индикатора
24	24.
$1/x$	.041666
+	.041666
12	12.
$1/x$	.083333
+	.124999
32	32.
$1/x$	.03125
=	.156249
$1/x$	6.40004

Решение всей задачи не требует записи промежуточных результатов в памяти микрокалькулятора, если предположить, что при нажатии клавиши $\boxed{1/x}$ регистр Y не используется.

Пример 4. Примеры 7 и 8 из раздела 4.2 (или 4.3) можно просчитать до конца на микрокалькуляторе, имеющем клавишу для извлечения квадратных корней. Для этого соответствующие места решений примеров 7 и 8 необходимо заменить нажатием клавиши $\boxed{\sqrt{\ }}$.

Пример 5. Корни x_1 и x_2 квадратного уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

вычисляются по формуле

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

Ход вычислений для квадратного уравнения

$$x^2 + 2{,}736x - 5{,}219 = 0$$

показан в таблице.

Решение.

$$p = 2{,}736, \quad q = -5{,}219.$$

Ввод	Показания индикатора	Примечания
2,736	2.736	p
$\times$	2.736	
$\div$	7.48569	p^2
4	4.	
—	1.87142	$p^2/4$
5,219	5.219	
+/—	—5.219	q
=	7.09042	$p^2/4 - q$
$\sqrt{\ }$	2.66278	$\sqrt{p^2/4 - q}$
M	2.66278	Значение $\sqrt{p^2/4 - q}$ записано в регистр памяти
2,736	2.736	p
$\div$	2.736	
2	2.	
+	1.368	
+/—	—1.368	$-p/2$
MR	2.6678	Вызов из регистра памяти $\sqrt{p^2/4 - q}$
—	1.29478	$-p/2 + \sqrt{p^2/4 - q} = x_1$
—	—1.368	$-p/2$
=	—4.03078	$-p/2 - \sqrt{p^2/4 - q} = x_2$

Итак, корни квадратного уравнения $x^2 + 2{,}736x - 5{,}219 = 0$ равны соответственно

$$x_1 = 1{,}294\,78 \quad \text{и} \quad x_2 = -4{,}030\,78.$$

Проверку корней мы предоставляем читателю.

В следующих двух примерах будет показано, как вычислять значения тригонометрических функций на микрокалькуляторах, не имеющих специальных клавиш тригонометрических функций.

Воспользуемся *разложениями синуса и косинуса в степенные ряды*:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \ldots$$

и

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} - \frac{x^8}{8} + \ldots .$$

При малых значениях x члены этих разложений убывают очень быстро и для получения хорошего приближения достаточно взять лишь несколько первых членов, так как при этом достигается максимальная точность, доступная данному микрокалькулятору. Напомним, что угол x в разложения синуса и косинуса следует подставлять в *радианной мере*.

Для ускорения сходимости степенных разложений углы должны лежать в первом квадранте. Если угол лежит в другом квадранте, то формулы приведения всегда позволяют заменить его эквивалентным углом, заключенным между 0° и 90°.

Для углов, лежащих в первом квадранте и превосходящих 45°, следует воспользоваться соотношениями

$$\sin x = \cos(90° - x)$$

и

$$\cos x = \sin(90° - x)$$

(то есть осуществить переход к дополнительному углу). Это позволит максимально уменьшить значение x, подставляемое в степенные разложения синуса и косинуса, и тем самым ускорить сходимость этих разложений.

Пример 6. Вычислить $\sin 20°$.

Решение. Наметим в общих чертах ход вычислений. Прежде всего переведем угол 20° в радианы:

$$x = \operatorname{arc} 20° = 20° \cdot \frac{\pi}{180°} .$$

Это значение запишем в регистр памяти М микрокалькулятора, поскольку оно понадобится для вычисления каждого члена разложения.

Что касается отдельных членов разложения, то вычисление каждого из них можно сократить, если воспользоваться уже известным предыдущим членом. Например, вычислять члены степенного разложения синуса можно следующим образом:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{x}_{\text{1-й член}} \cdot x : 2 \cdot x : 3}_{\text{2-й член}} \cdot x : 4 \cdot x : 5}_{\text{3-й член и т. д.}} \cdot x : 6 \cdot \ldots$$

Если микрокалькулятор имеет лишь один регистр памяти, то этот регистр занят углом x, и значения отдельных членов разложения необходимо записывать на листке бумаги с тем, чтобы затем их можно было просуммировать.

Ход вычислений выглядит следующим образом:

Ввод	Показания индикатора	Примечания
20	20.	
÷	20.	
180	180.	
×	.111111	
3,14159	3.14159	
=	.349065	Угол 20°, выраженный в радианах,— первый член разложения. Записать!
M	.349065	
×	.349065	
÷	.121847	
2	2.	
×	.060923	
MR	.349065	
÷	.021266	
3	3.	
×	.007088	2-й член разложения. Записать!
MR	.349065	
÷	.002474	
4	4.	
×	.000618	
MR	.349065	
÷	.000216	
5	5.	
×	.000043	3-й член разложения. Записать!
MR	.349065	
÷	.000015	
6	6.	
×	.000002	
MR	.349065	
÷	.000001	
7	7.	
×	.000000	4-й член разложения

Все последующие члены разложения с точностью, достижимой при помощи шестиразрядного микрокалькулятора, равны нулю (их значения меньше предельной величины, отличаемой микрокалькулятором от нуля). Это означает, что вычислением всех членов разложения, начиная с четвертого, можно пренебречь.

Суммируя три первых члена разложения, получаем:

.349065	.349065	1-член
—	.349065	
.007088	.007088	2-член
+	.341977	
.000043	.000043	3-член
=	.342020	

Ответ: $\sin 20° = 0{,}342\,020$.

Для сравнения заглянем в пятизначные таблицы тригонометрических функций:

$$\sin 20° = 0{,}342\,02.$$

Пример 7. Вычислить $\sin 75°$.

Решение. Воспользуемся тем, что $\sin 75° = \cos 15°$, и вместо $\sin 75°$ вычислим косинус меньшего угла 15°. Вычисления проводятся так же, как в примере 6, только вместо степенного разложения синуса необходимо взять степенное разложение косинуса.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
15	15.	
÷	15.	
180	180.	
×	.083333	
3,14159	3.14159	
=	.261799	Угол 15° в радианах. Записать в регистр памяти!
M	.261799	
×	.261799	
÷	.068539	
2	2.	
×	.034269	2-й член разложения. Записать на листке бумаги!
MR	.261799	
÷	.008972	
3	3.	
×	.002991	
MR	.261799	
÷	.000783	
4	4.	

Продолжение табл.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
×	.000196	3-й член разложения. Записать!
MR	.261799	
÷	.000051	
5	5.	
×	.000010	
MR	.261799	
÷	.000003	
6	6.	
×	.000000	4-й член разложения. На нем вычисление ряда обрывается.
1	1.	1-й член разложения
—	1.	
.034269	.034269	2-й член разложения
+	.965731	
.000196	.000196	3-й член разложения
=	.965927	

Ответ: $\sin 75° = 0{,}965927$.

Пятизначные таблицы тригонометрических функций дают значение синуса 75°, равное 0,96593.

Если значения синуса или косинуса требуется вычислить с двумя или тремя знаками (для многих прикладных задач такая точность вполне достаточна), то можно ограничиться двумя первыми членами степенных разложений синуса и косинуса. В этих случаях издержки вычислений весьма малы.

Значения тангенса и котангенса можно вычислять при помощи степенных разложений. Но поскольку степенные ряды для $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{ctg} x$ сходятся медленно, то гораздо проще вычислить $\sin x$ и $\cos x$, а затем воспользоваться тригонометрическими соотношениями

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}.$$

Помимо тригонометрических функций микрокалькуляторы, даже не имеющие специальных клавиш, позволяют вычислять значения гиперболических функций, экспоненты, логарифмов и т. д. Соответствующие степенные разложения помещены в приложении в конце книги.

Приведенные выше алгоритмы довольно сложны и трудоемки. Прибегать к ним следует лишь в тех случаях, когда под рукой нет таблиц нужных функций. Мы привели эти алгоритмы, чтобы показать читателю, как следует вычислять значения функций, о которых не известно ничего, кроме их разложений в степенной ряд, и заодно предоставить ему возможность поупражняться в обращении с микрокалькулятором.

В заключение мы покажем, как сравнительно просто вычислять корни произвольной степени. Предлагаемый метод тесно связан с итерационным методом вычисления квадратных корней, изложенным в разделе 4.3. Вывод формулы

$$x_2 = \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{a}{x_1^{n-1}} + (n-1) \cdot x_1 \right]$$

для вычисления *корня n-й степени из числа a методом последовательных приближений* аналогичен выводу итерационной формулы для квадратных корней в разделе 4.3 (x_1 — исходное, а x_2 — улучшенное приближение).

Пример 8. Вычислить $\sqrt[5]{50}$.

Воспользуемся итерационной формулой для корней пятой степени

$$x_2 = 0{,}2 \cdot \left(\frac{50}{x_1^4} + 4 \cdot x_1 \right)$$

и выберем в качестве первого приближения $x_1 = 2$ $(2^5 = 32,$ $3^5 = 243)$.

Поскольку в нашем микрокалькуляторе имеется лишь один регистр памяти, то произведение $4 \cdot x_1$ удобнее разложить в сумму $x_1 + x_1 + x_1 + x_1$. Тем самым нам удастся избежать необходимости записывать и затем вновь вводить промежуточный результат. (Предоставляем читателю самостоятельно убедиться в том, что при вычислении выражений, стоящих в скобках, на микрокалькуляторах без иерархии операций потребовался бы дополнительно один регистр памяти.)

Ввод	Показания индикатора: 1-я итерация	Показания индикатора: 2-я итерация	Примечания
x_1	2.	2.225	
M	2.	2.225	x_1
50	50.	50.	
÷	50.	50.	
MR	2.	2.225	
÷	25.	22.4719	$50/x_1$
÷	12.5	10.0997	$50/x_1^2$
÷	6.25	4.53921	$50/x_1^3$
+	3.125	2.04009	$50/x_1^4$
MR	2.	2.225	
+	5.125	4.26509	$50/x_1^4+x_1$
+	7.125	6.49009	$50/x_1^4+2x_1$
+	9.125	8.71509	$50/x_1^4+3x_1$
×	11.125	10.9401	$50/x_1^4+4x_1$
0,2	.2	.2	
=	2.225	2.18802	x_2
	3-я итерация	**4-я итерация**	
x_1	2.18802		
M	2.18802	2.18673	
50	50.	50.	
÷	50.	50.	
MR	2.18802	2.18673	
÷	22.8517	22.8652	
÷	10.4440	10.4563	
÷	4.77327	4.78172	
+	2.18155	2.18670	
MR	2.18802	2.18673	
+	4.36957	4.37343	
+	6.55759	6.56016	
+	8.74561	8.74689	
×	10.9336	10.9336	
0 2	.2	.2	
=	2.18673	2.18672	

Ответ: $\sqrt[5]{50} = 2{,}18672$. Проверка: $2{,}18672^5 = 49{,}9998$.

Из примеров, приведенных в этом разделе, видно, что микрокалькулятор с ограниченным числом клавиш для вычисления значений элементарных функций и регистром памяти представляет собой весьма универсальное средство вычислений и по своим возможностям намного превосходит микрокалькулятор без клавиш для вычисления функций и без регистра памяти. Микрокалькуляторы с ограниченным числом клавиш для вычисления простейших функций и регистром памяти можно рекомендовать всякому, кто не предъявляет к микрокалькулятору требований, связанных со спецификой той или иной области науки и техники.

Последние, не столь элементарные примеры показывают, что при выполнении сложных расчетов не рекомендуется действовать «вслепую». *Ход вычислений следует продумывать заранее, а в особо трудных случаях составлять подробный план решения задачи.* Это позволит избежать многих ошибок при вводе данных и в процессе решения. Внешне план выглядит примерно так же, как записи в столбце «Ввод» разобранных нами примеров.

4.6. Микрокалькуляторы со сложными функциями и одним или несколькими регистрами памяти

В этом разделе мы дополним уже известные читателю сведения о микрокалькуляторах данными о тех моделях, в которых имеются специальные клавиши для вычисления многих (не только элементарных) математических функций. Внешний вид одного из таких микрокалькуляторов показан на рис. 9.

Такие микрокалькуляторы нередко называют *научными*, поскольку обширный набор «готовых» функций делает их особенно удобными для решения научно-технических задач.

Специфика этой области применения микрокалькуляторов привела к тому, что в большинстве моделей, используемых для научных расчетов, числа *представлены с плавающей запятой* (см. раздел 3.1). Это позволяет существенно расширить (по сравнению с представлением чисел с фиксированной запятой) диапазон допустимых чисел. В некоторых моделях микрокалькуляторов вычислитель может *выбирать представление чисел по своему усмотрению* и использовать либо представление с плавающей запятой, либо представление с фиксированной запятой. Именно

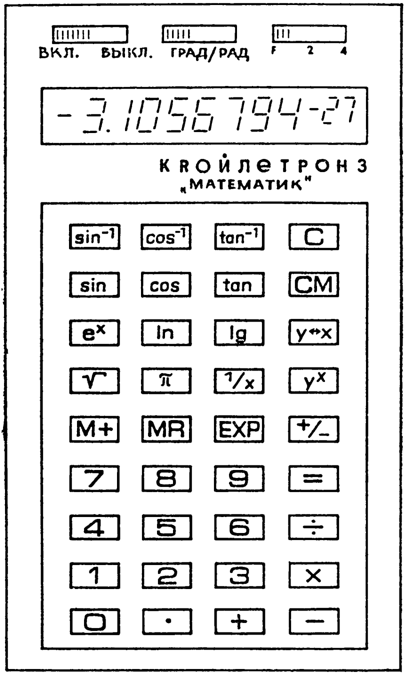


Рис. 9. Микрокалькулятор с регистрами памяти, производящими арифметические операции, и клавишами для вычисления сложных математических функций.

среди моделей, предназначенных для выполнения научных расчетов, встречаются микрокалькуляторы, обладающие не одним, а несколькими регистрами памяти.

Предположим, что в этом разделе все вычисления производятся на микрокалькуляторе, работающем в представлении чисел с плавающей запятой с десятизначной мантиссой и обладающем одним (или несколькими) регистрами памяти.

При работе с регистрами памяти, выполняющими арифметические операции, следует иметь в виду некоторые их отличия от простых регистров памяти, не производящих никаких операций. В простых регистрах памяти при записи нового числа старое содержимое автоматически стирается. В считающих регистрах памяти при нажатии соответствующей клавиши новое число в зависимости от того, какую арифметическую операцию производит данный регистр, суммируется с прежним содержимым регистра, вычитается из него, делится или умножается на него. Об этом не следует забывать, приступая к решению новой задачи на микрокалькуляторе, обладающем считающими регистрами памяти, или записывая в ходе решения какое-нибудь число в такой регистр. *Прежде чем записывать число, которое понадобится в дальнейшем, необходимо стереть прежнее содержимое считающего регистра, нажав клавишу* $\boxed{\text{CM}}$.

Особенно наглядно преимущества суммирующего регистра памяти проявляются при вычислении сумм, каждое слагаемое которых представляет собой сложное арифметическое выражение.

Пример 1. Полное сопротивление участка цепи, состоящего из трех соединенных параллельно сопротивлений R_1, R_2, R_3, определяется выражением

$$R = \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}.$$

[См. также пример 6 из раздела 4.2 (или 4.3) и пример 3 из раздела 4.4.]

Вычислить R при $R_1 = 24$ Ом, $R_2 = 12$ Ом и $R_3 = 32$ Ом.

Решение.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
CM	0.	Предварительная очистка суммирующего индикатора (в нем могло случайно остаться число, полученное при решении предыдущей задачи)
24	24.	
×	24.00000000 00	
12	12.	
=	288.0000000 00	

Ввод	Показания индикатора	Примечания
М+	288.0000000 00	Произведение R_1R_2 записано в регистр памяти
24	24.	
×	24.00000000 00	
32	32.	
=	768.0000000 00	
М+	768.0000000 00	Произведение R_1R_3 просуммировано в регистре памяти с R_1R_2
12	12.	
×	12.00000000 00	
32	32.	
=	384.0000000 00	
М+	384.0000000 00	В регистр памяти записан весь знаменатель дроби
×	384.0000000 00	При вычислении числителя учтено, что произведение двух его сомножителей уже известно
24	24.00000000 00	
÷	9216.000000 00	Числитель
MR	1440.000000 00	Вызов знаменателя из регистра памяти
=	6.400000000 00	

Ответ: полное сопротивление равно 6,4 Ом.

Все остальные примеры этого раздела носят чисто формальный характер и служат для демонстрации возможностей клавиш для вычисления различных функций.

П р и м е р 2. Вычислить ch 2,73.

Решение. Если на пульте управления микрокалькулятора имеется специальная клавиша для вычисления гиперболического косинуса, то, нажав ее, получим: ch 2,73 = 7,699 053 135.

Примечания. 1. Сначала необходимо ввести аргумент — число 2,73 — и лишь затем нажать клавишу $\boxed{\text{cosh}}$.

2. Если микрокалькулятор для вычисления ch x необходимо перевести во второй или в третий режим совмещен-

ной функции, то перед нажатием клавиши $\boxed{\text{cosh}}$ необходимо нажать клавишу $\boxed{\text{F}}$ или $\boxed{\text{G}}$.

3. В некоторых моделях микрокалькуляторов для вычисления гиперболических функций необходимо нажать комбинацию двух клавиш: клавиши $\boxed{\text{hyp}}$ и клавиши соответствующей тригонометрической функции. Например, чтобы вычислить гиперболический косинус, следовало бы нажать клавиши $\boxed{\text{hyp}}$ $\boxed{\text{cos}}$.

Если у микрокалькулятора нет специальной клавиши для гиперболического косинуса, то можно воспользоваться формулой Эйлера

$$\operatorname{ch} x = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x}).$$

Вычисления протекают следующим образом:

Ввод	Показания индикатора	Примечания
2,73	2.73	
CM	2.730000000 00	Очистка регистра памяти
M+	2.730000000 00	Запись аргумента в регистр памяти
e^x	15.33288699 00	e^x
+	15.33288699 00	
MR	2.730000000 00	Вызов аргумента из регистра памяти
+/−	−2.730000000 00	Изменение знака аргумента для вычисления e^{-x}
e^x	6.521928979 −02	e^{-x}
÷	15.39810627 00	$e^x + e^{-x}$
2	2.	
=	7.699053135 00	

Вычисленный результат совпадает с предыдущим (полученным при нажатии клавиши $\boxed{\text{cosh}}$).

Пример 3. Вычислить Arsh 3,66.

Решение. Если микрокалькулятор обладает специальной клавишей для вычисления ареасинуса $\boxed{\text{sinh}^{-1}}$ то, нажав ее, получим

$$\operatorname{Arsh} 3{,}66 = 2{,}008\,771\,380.$$

Примечание. В некоторых моделях микрокалькуляторов вычисление обратных гиперболических и тригонометрических функций происходит при нажатии клавиши $\boxed{\text{arc}}$. В таких микрокалькуляторах вместо клавиш $\boxed{\sinh^{-1}}$ необходимо нажать комбинацию клавиши $\boxed{\text{arc}}$ $\boxed{\text{sinh}}$.

Если на пульте микрокалькулятора нет специальных клавиш для гиперболических и обратных гиперболических функций, то для вычисления Arsh 3,66 следует воспользоваться соотношением

$$\operatorname{Arsh} 3{,}66 = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right).$$

Вычисления рекомендуется производить в следующем порядке:

Ввод	Показания индикатора	Примечания
3,66	3.66	
CM	3.660000000 00	Предварительная очистка регистра памяти
M+	3.660000000 00	Запись числа x в регистр памяти
$\times$	3.660000000 00	
+	13.39560000 00	x^2
1	1.	
=	14.39560000 00	$x^2 + 1$
$\sqrt{\ }$	3.794153397 00	$\sqrt{x^2 + 1}$
+	3.794153397 00	
MR	3.660000000 00	Вызов числа x из регистра памяти
=	7.454153397 00	
ln	2.008771380 00	

Найденное значение Arsh 3,66 совпадает с вычисленным ранее

Соответствующие формулы для замены ареакосинуса, ареатангенса и ареакотангенса комбинациями элементарных функций приведены в приложении.

Пример 4. Вычислить угол, заданный в градусной мере, в радианах и наоборот.

Решение. Для перевода углов из градусной меры в радианную и наоборот в большинстве моделей микрокалькуляторов имеются специальные клавиши

$$\boxed{\alpha^\circ \to \text{rad}}, \quad \boxed{\text{rad} \to \alpha^\circ}.$$

Их назначение не требует пояснений. Если же на пульте микрокалькулятора нет таких клавиш, но имеются клавиши для тригонометрических и обратных тригонометрических функций и переключатель, позволяющий устанавливать для углов либо радианную, либо градусную меру, то для пересчета угла из одной меры в другую можно поступить следующим образом.

1-й шаг. Установить переключатель в положение, соответствующее заданной угловой мере.

2-й шаг. Нажать клавишу любой тригонометрической функции.

3-й шаг. Установить переключатель в положение, соответствующее той угловой мере, в которую требуется пересчитать заданный угол.

4-й шаг. Нажать клавишу, соответствующую функции, обратной той тригонометрической функции, которая была выбрана на 2-м шаге.

Предоставляем читателю возможность убедиться в правильности этой «инструкции» на следующих двух числовых примерах:

1. Выразить угол 36° в радианах.

Ввод	Показания индикатора
Переключатель в положении, соответствующем градусам!	
36	36.
sin	5.877852514 —01
Переключатель в положении, соответствующем радианам!	
Sin^{-1}	
$\sin^{-1}$	6.283185303 —01

Ответ: угол 36° составляет 0,628 318 530 3 радиана.

2. Вычислить в градусах величину угла в 1 радиан.

Ввод	Показания индикатора
Переключатель в положении, соответствующем радианам!	
1	1
cos	5.403023051 —01
Переключатель в положении, соответствующем градусам!	
$\cos^{-1}$	57.29577957 00

Ответ: 1 радиан соответствует углу 57,295 779 57°.

Пример 5. Вычислить $0{,}037\,25^4$.

Решение. Если у микрокалькулятора нет клавиши для вычисления степеней с произвольным показателем, то возвести 0,03725 в четвертую степень можно, повторив трижды операцию умножения:

Ввод	Показания индикатора
0,03725	0.03725
$\times$	3.725000000 —02
$\times$	1.387562500 —03
$\times$	5.168670312 —05
=	1.925329691 —06

Ответ: $0{,}037\,25^4 = 1{,}925\,329\,691 \cdot 10^{-6}$.

Если у микрокалькулятора есть клавиша $\boxed{Y^X}$, то тот же результат можно получить значительно скорее:

Ввод	Показания индикатора
0,03725	0.03725
Y^X	3.725000000 —02
4	4.
=	1.925329693 —06

Оба результата отличаются лишь в десятом знаке мантиссы. Эта невязка объясняется тем, что при помощи клавиши $\boxed{Y^X}$ возведение в степень осуществляется окольным путем через логарифмы и при этом неизбежно возникает ошибка округления.

Пример 6. Вычислить $\sqrt[7]{1{,}3652 \cdot 10^{-11}}$.

Решение. Так как $\sqrt[7]{x} = x^{1/7}$, то значение корня можно вычислить следующим образом:

Ввод	Показания индикатора	Примечания
1	1.	
$\div$	1.000000000 00	
7	7.	
=	1.428571428 —01	Очистка регистра памяти
СМ	1.428571428 —01	

Ввод	Показания индикатора	Показания
M+	1.428571428 —01	Запись показателя степени в регистр памяти
1,3652	1.3652	
EXP	1.365200000 00	
11	1.365200000 11	
+/—	1.365200000 —11	
Y^X	1.365200000 —11	
MR	1.428571428 —01	Вызов показателя степени из регистра памяти
=	2.8044692059 —02	

Если у микрокалькулятора имеется клавиша обмена содержимым регистров $\boxed{Y \longleftrightarrow X}$,то задачу об извлечении корня можно решать в той же последовательности, в которой мы читаем выражение, которое требуется вычислить:

Ввод	Показания индикатора	Примечания
1,3652	1.3652	
EXP	1.365200000 00	
11	1.365200000 11	
+/—	1.365200000 —11	Подкоренное выражение (основание степени)
CM	1.365200000 —11	Очистка регистра памяти
M+	1.365200000 —11	Запись основания степени в регистр памяти
1	1.	
÷	1.000000000 00	
7	7.	
=	1.428571428 —01	Показатель степени
Y^X	1.428571428 —01	
MR	1.365200000 —11	См. примечание
X ←→ Y	1.428571428 —01	
=	2.804692059 —02	

Ответ: $\sqrt[7]{1,3652 \cdot 10^{-11}} = 0,028\,046\,920\,59.$

Примечание. При нажатии клавиши $\boxed{Y^X}$ последнее число на индикаторе, то есть число, находящееся в регистре X (показатель степени $^1/_7$), переносится в операционный регистр Y. Вводимое затем число $1{,}3652 \cdot 10^{-11}$ попадает в регистр X. При возведении в степень оно рассматривалось бы как показатель степени. Клавиша обмена содержимым регистров ставит все «на свое место»: $^1/_7$ превращает снова в показатель, а $1{,}3652 \cdot 10^{-11}$ — в основание степени.

Пример 7. Вычислить $\left(\dfrac{0{,}003\,72}{0{,}017\,64}\right)^{1{,}147}$.

Решение.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
0,00372	0.00372	
÷	3.720000000 —03	
0,01764	0.01764	
Y^X	2.108843537 —01	Основание степени
1,147	1.147	
=	1.677563162 —01	

Ответ: $\left(\dfrac{0{,}003\,72}{0{,}017\,64}\right)^{1{,}147} = 0{,}167\,756\,316\,2$.

Пример 8. Силы $F_1 = 24$ Н и $F_2 = 38$ Н приложены к одной и той же точке под углом $\varphi = 48°$ друг к другу. Вычислить их равнодействующую F_R.

Решение. По теореме косинусов

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \varphi.$$

Прежде чем приступать к вычислениям, переключатель угловых мер следует установить в положение, соответствующее градусной мере.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
24	24.	
×	24.00000000 00	
=	576.0000000 00	F_1^2

Ввод	Показания индикатора		Показания
CM	576.0000000	00	Очистка регистра памяти
M+	576.0000000	00	Запись величины F_1^2 в регистр памяти
38		38.	
×	38.00000000	00	
=	1444.000000	00	F_2^2
M+	1444.000000	00	Запись в регистр памяти суммы $F_1^2+F_2^2$
2		2.	
×	2.000000000	00	
24		24.	
×	48.00000000	00	$2\cdot F_1$
38		38.	
×	1824.000000	00	$2\cdot F_1\cdot F_2$
48		48.	
cos	6.691306058	—01	
=	1220.494224	00	$2\cdot F_1\cdot F_2\cdot\cos\varphi$
M+	1220.494224	00	В регистре памяти теперь записана величина F_R^2
MR	3240.494224	00	F_R^2
√‾	56.92533903	00	F_R

Ответ: результирующая равна $F_R = 56{,}9$ Н.

Пример 9. Распад радиоактивных веществ описывается соотношением

$$m(t) = m_0\cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t},$$

где m_0 — начальная масса вещества при $t=0$, $m(t)$ — масса вещества в момент времени t, $T_{1/2}$ — период полураспада вещества.

Сколько граммов радия останется от 125 г через 2000 лет ($T_{1/2} = 1620$ лет)?

Решение.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
2	2.	
ln	6.931471813 −01	ln 2
×	6.931471813 −01	
2000	2000.	t
÷	1386.294362 00	$t \cdot \ln 2$
1620	1620.	$T_{1/2}$
+/−	−1620.000000 00	
=	−8.557372604 00	Показатель экспоненты
e^x	4.249697627 −01	e^x (x — показатель)
×	4.249697627 −01	
125	125.	m_0
=	53.12122033 00	$m(t)$

Ответ: через 2000 лет от 125 г радия останется 53,1 г.

Пример 10. Между двумя мачтами, отстоящими друг от друга на расстояние $l = 150$ м, протянут провод. Вычислить длину провода L, если вес 1 м провода составляет $q = 4$ Н/м, а в наинизшей точке провода сила натяжения достигает $F = 480$ Н.

Длину провода вычисляют по формуле

$$L = \frac{2 \cdot F}{q} \operatorname{sh} \frac{q \cdot l}{2 \cdot F}.$$

Решение. Чтобы не записывать промежуточный результат в регистр памяти микрокалькулятора, лучше всего начать с вычисления аргумента гиперболического синуса.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
4	4.	q
÷	4.000000000 00	
2	2.	
×	2.000000000 00	$q/2$
150	150.	l
÷	300.0000000 00	$q \cdot l/2$
480	480.	F
=	6.250000000 −01	$A = \frac{q \cdot l}{2 \cdot F}$
sh	6.664922640 −01	sh A
×	6.664922640 −01	
2	2.	

Ввод	Показания индикатора	Примечания
×	1.332984528 00	$2 \cdot \mathrm{sh}\, A$
480	480.	F
÷	639.8325734 00	$2 \cdot F \cdot \mathrm{sh}\, A$
4	4.	q
=	159.9581433 00	L

Ответ: $L = 159{,}96$ м.

Если при вычислении сложного выражения встречаются несколько величин, к которым приходится неоднократно обращаться, и каждая величина представляет собой многозначное число, то возникает необходимость каждый раз вводить их в микрокалькулятор заново. При этом повышается опасность «сбоя». Для решения подобных задач лучше всего подходят *микрокалькуляторы с несколькими регистрами памяти*. Как обращаться с такими микрокалькуляторами, мы покажем в следующем примере. Предполагается, что микрокалькулятор, на котором производятся вычисления, обладает по крайней мере 5 простыми (несчитающими) регистрами памяти.

Пример 11. С учетом сопротивления воздуха траекторию артиллерийского снаряда можно задать в следующем параметрическом виде:

$$x = v_0 \cdot k \cdot \cos\alpha \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-t/k}\right),$$

$$y = v_0 \cdot k \cdot \sin\alpha \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-t/k}\right) - k \cdot g \cdot t.$$

На каком расстоянии по горизонтали от исходной точки находится снаряд через $t = 12$ с после выстрела и на какую высоту он поднимется, если его начальная скорость составляет $v_0 = 750$ м/с, угол возвышения $\alpha = 52°$ и постоянная $k = 42$ с?

Решение. Величины v_0, k, α и t входят в обе формулы, поэтому, перед тем как приступить к вычислениям, их удобно записать в регистры памяти с номерами от 1 до 4.

Ввод	Показания индикатора	Примечания
750	750.	v_0
STO 1	750.0000000 00	Начальная скорость v_0 записана в регистр памяти 1
42	42.	k

Ввод	Показания индикатора		Примечания
STO 2	42.00000000	00	Константа k записана в регистр памяти 2
52		52.	α
STO 3	52.00000000	00	Угол возвышения α записан в регистр памяти 3
12		12.	t
STO 4	12.00000000	00	Время t записано в регистр памяти 4
$\div$	12.00000000	00	Время t использовано для вычислений
RCL 2	42.00000000	00	Вызов постоянной k из регистра памяти 2
=	2.857142857	−01	t/k
+/−	−2.857142857	−01	$-t/k$
e^x	7.514772933	−01	$e^{-t/k}$
+/−	−7.514772933	−01	
+	−7.514772933	−01	
1		1.	
=	2.485227070	−01	$1 - e^{-t/k} = \exp$
STO 5	2.485227070	−01	См. примечание 1
$\times$	2.485227070	−01	
RCL 1	750.0000000	00	Вызов начальной скорости v_0
$\times$	186.3920302	00	$v_0 \cdot \exp$
RCL 2	42.00000000	00	Вызов константы k
$\times$	7828.465268	00	$v_0 \cdot \exp \cdot k$
RCL 3	52.00000000	00	Вызов угла возвышения α
cos	6.156614747	−01	$\cos\alpha$
=	4819.684471	00	$x = v_0 \cdot k \cdot \cos\alpha \cdot \exp$
RCL 1	750.0000000	00	Вызов начальной скорости v_0
$\times$	750.0000000	00	
RCL 2	42.00000000	00	Вызов постоянной k
$\times$	31500.00000	00	
RCL 3	52.00000000	00	Вызов угла возвышения α
sin	7.880107548	−01	$\sin\alpha$
$\times$	24822.33877	00	$v_0 \cdot k \cdot \sin\alpha$
RCL 5	2.485227070	−01	Вызов exp
=	6168.914825	00	$v_0 \cdot k \cdot \sin\alpha \cdot \exp$
STO 1	6168.914825	00	См. примечание 2

Ввод	Показания индикатора		Примечания
RCL 2	42.00000000	00	Вызов константы k
×	42.00000000	00	
9,81		9.81	g
×	412.0200000	00	$k \cdot g$
RCL 4	12.00000000	00	Вызов t
+/−	−12.00000000	00	
+	−4944.240000	00	$-k \cdot g \cdot t$
RCL 1	6168.914825	00	Вызов $v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha \cdot \exp$
=	1224.674825	00	$-y = v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha \cdot \exp$ $-k \cdot g \cdot t$

Ответ: через 12 с после выстрела снаряд находится на расстоянии 4820 м по горизонтали и на высоте 1225 м от орудия.

Примечания. 1. Выражение $1 - e^{-t/k}$ записано в регистр памяти 5, так как оно понадобится в дальнейшем при вычислении y и одновременно использовано для вычисления x.

2. Выражение $v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha \cdot (1 - e^{-t/k})$ записано в регистр памяти 1, хотя в нем уже находилась начальная скорость v_0. Для дальнейших вычислений v_0 не нужна, поэтому ее можно стереть и на «освободившееся место» вписать новую величину.

4.6. Микрокалькуляторы с обратной бесскобочной записью операций

4.6.1. Обратная бесскобочная (польская) запись операций

В математике принято *знак операции*, производимой над двумя числами, ставить *между* ними. Например, сложение двух чисел a и b мы записываем в виде

$$a + b.$$

Традиционная запись операций обладает некоторыми недостатками, к которым мы успели привыкнуть. Например, если два операнда связаны между собой различными операциями, то формулировка задачи *не всегда однозначна.* Например, выражение

$$a+b\cdot c$$

можно истолковать двояко. При одной интерпретации сначала из чисел a и b образуется сумма, которая затем умножается на число c. При другой интерпретации число a необходимо просуммировать с произведением чисел b и c.

Чтобы избежать неоднозначности при интерпретации арифметических выражений, вводят так называемые *правила старшинства* операций, согласно которым *операции третьей ступени* (возведение в степень, извлечение корней) *должны выполняться перед операциями второй ступени* (умножением, делением), *а те в свою очередь — перед операциями первой ступени* (сложением и вычитанием). В тех случаях, когда требуется нарушить эти правила старшинства, вводятся *скобки.* Таким образом, правила старшинства позволяют однозначно интерпретировать любое арифметическое выражение. Например, $a+b\cdot c$ означает, что сначала необходимо вычислить произведение bc, а затем прибавить к нему число a. Если же мы хотим сначала умножить сумму $a+b$ на c, то запись должна выглядеть иначе $(a+b)\cdot c$.

Все эти несложные соображения, которые многим кажутся самоочевидными, при вычислениях на микрокалькуляторах приводят к определенным трудностям, связанным с тем, что почти во всех случаях, когда в арифметическом выражении встречаются скобки, при вычислении его возникает необходимость в записи промежуточного результата на листке бумаги или в регистрах памяти.

Польский математик Лукасевич предложил новую запись математических выражений, *не допускающую неоднозначности при интерпретации* и в то же время не использующую таких дополнительных вспомогательных средств, как скобки. Эта форма записи нашла широкое применение в расчетах, производимых при помощи различного рода электронных вычислительных устройств, и получила название *обратной бесскобочной, или польской, записи.*

Поясним основную идею бесскобочной записи и ее реализацию на микрокалькуляторах на нескольких примерах.

При вычислении арифметического выражения

$$a \cdot b + c \cdot d$$

необходимо помнить о старшинстве операции умножения перед операцией сложения. Ход вычисления можно описать следующим образом.

Команда	Полученные числа		
Взять число a	a		
Взять число b	b	a	
Умножить a на b	$a \cdot b$		
Взять число c	c	$a \cdot b$	
Взять число d	d	c	$a \cdot b$
Умножить c на d	$c \cdot d$	$a \cdot b$	
Сложить числа $a \cdot b$ и $c \cdot d$	$a \cdot b + c \cdot d$		

Полученные числа упорядочены так, что вновь вводимое число всегда оказывается на «первом этаже», а все ранее полученные числа при вводе очередного числа переселяются на один этаж выше, чем они занимали раньше. Операция производится над числами, находящимися на первом и втором этажах. Результат операции попадает на первый этаж, а все лежащие выше числа спускаются на один этаж. (В приводимых далее таблицах нижнему этажу соответствует левый, а верхнему — правый столбец.)

Если микрокалькулятор обладает несколькими *ячейками памяти* X, Y, Z, ..., между которыми при вводе нового числа или выполнении операции *автома-*

тически происходит обмен содержимым (сдвиг чисел, хранившихся до ввода выполнения операций, из одной ячейки в другую), соответствующий «переездам с этажа на этаж», то вычисление арифметического выражения $a \cdot b + c \cdot d$ свелось бы к следующим сдвигам содержимого ячеек (регистров) памяти:

Операция	Содержимое регистра памяти		
	X	Y	Z
Ввод a	a		
Ввод b	b	a	
$\times$	$a \cdot b$		
Ввод c	c	$a \cdot b$	
Ввод d	d	c	$a \cdot b$
$\times$	$d \cdot c$	$a \cdot b$	
$+$	$a \cdot b + c \cdot d$		

Итак, указания, необходимые для вычисления арифметического выражения $a \cdot b + c \cdot d$, можно сократить: вполне достаточно записать

$$ab \times cd \times +.$$

Именно так и выглядит выражение $a \cdot b + c \cdot d$ в обратной бесскобочной записи.

Арифметическое выражение

$$(a \cdot b + c) \cdot d$$

в бесскобочной записи выглядело бы так:

$$ab \times c + d \times +.$$

В этом нетрудно убедиться, если последовать указаниям и выполнить их на том же микрокалькуляторе, на котором мы «вычисляли» предыдущее арифметическое выражение.

Операция	Содержимое регистра памяти		
	X	Y	Z
Ввод a	a		
Ввод b	b	a	
$\times$	$a \cdot b$		
Ввод c	c	$a \cdot b$	
$+$	$a \cdot b + c$		
Ввод d	d	$a \cdot b + c$	
$\times$	$(a \cdot b + c) \cdot d$		

Итак, в обратной бесскобочной записи *знак операции ставится после чисел* и относится к последнему или к двум последним числам.

Предоставляем читателю самостоятельно убедиться в эквивалентности традиционной и бесскобочной записи приведенных ниже выражений.

Традиционная запись	Обратная бесскобочная запись
$a \cdot b + c$	$ab \times c +$
$a + b \cdot c$	$abc \times +$
$a \cdot (b + c)$	$abc + \times$
$(a + b) \cdot (c - d)$	$ab + cd - \times$
$\dfrac{a \cdot b}{c}$	$ab \times c /$
$\dfrac{a \cdot d - b \cdot c}{u \cdot z - v \cdot y}$	$ad \times bc \times - uz \times vy \times - /$
$\ln\left(x + \sqrt{y \cdot z - \sin u}\right)$	$yz \times u \sin - \sqrt{x} + \ln$

4.6.2. Операции над регистрами в микрокалькуляторах с обратной бесскобочной записью

Ход вычислений, производимых на микрокалькуляторах с обратной бесскобочной записью операций, кратко описан в разделе 4.6.1. Основные его особенности сводятся к следующему.

1. Каждый микрокалькулятор, использующий бесскобочную запись операций, обладает несколькими регистрами памяти. Обозначим их по порядку X, Y, Z, ...
2. Ввод любого числа всегда происходит в регистр X.
3. При вводе нового числа все числа, записанные ранее в регистры памяти, сдвигаются на один регистр «вверх».
4. Если операция производится только над одним числом (запись в регистр памяти, вычисление значения какой-нибудь функции и т. д.), то это число должно находиться в регистре X. Результат выполнения операции записывается в регистр X.
5. При выполнении вычислительных операций, производимых над двумя числами, операнды берутся из регистров Y и Z, а результат записывается в регистр X. После выполнения вычислительной операции числа из «верхних» регистров сдвигаются на одну ступень вниз.

Результат выполнения вычислительной операции после нажатия соответствующей операционной клавиши переходит в регистр X и появляется на индикаторе. Поэтому в микрокалькуляторах с обратной бесскобочной записью *нет специальной клавиши вывода результата* $\boxed{=}$

В бесскобочной записи довольно часто приходится вводить непосредственно одно за другим два, три и т. д. числа. Поскольку каждое число вводится цифра за цифрой, то необходимо указать микрокалькулятору, где заканчивается ввод одного и начинается ввод другого числа. Для этого на пульте управления микрокалькулятора с бесскобочной записью операций имеется клавиша

$\boxed{\text{ENTER}}$, $\boxed{\text{ENTER}\uparrow}$ или $\boxed{\uparrow}$

При вводе чисел в микрокалькулятор с обратной бесскобочной записью следует придерживаться следующего правила.

Ввод числа считается законченным, если после ввода его последней цифры нажата одна из следующих клавиш:

клавиша $\boxed{\text{ENTER}}$,
клавиша записи в регистр памяти,
клавиша функции,
операционная клавиша,
клавиша очистки,
клавиша обмена содержимым регистров,
клавиша обмена содержимым регистра памяти и операционного регистра.

Клавишу $\boxed{\text{ENTER}}$ нужно нажимать только в том случае, если после введенного числа требуется ввести еще одно число или если введенное число является операндом в нескольких следующих друг за другом операциях. Во всех остальных случаях необходимо нажимать ту из указанных в правиле клавиш, которая требуется по ходу вычислений.

Продемонстрируем еще раз перемещения содержимого регистров, происходящие при нажатии различных клавиш, на примере следующего набора клавиш:

$\boxed{a}$ $\boxed{\uparrow}$ $\boxed{b}$ $\boxed{\uparrow}$ $\boxed{c}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$

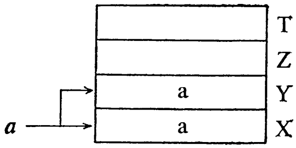
$\boxed{d}$ $\boxed{\uparrow}$ $\boxed{e}$ $\boxed{\uparrow}$ $\boxed{f}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{/}$ $\boxed{\ln}$

Ввод a:

		T
		Z
		Y
$a \longrightarrow$	a	X

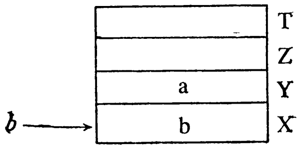
Число a записано в регистр X.

ENTER:



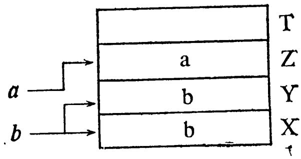
Нажатие этой клавиши просигнализирует об окончании ввода числа a и одновременно перенесет a в регистр Y (не стирая a в регистре X).

Ввод b:



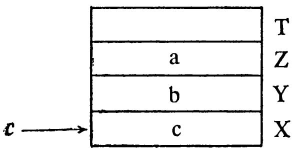
Число b записано в регистр X. Прежнее содержимое регистра X (число a) стерто.

ENTER:



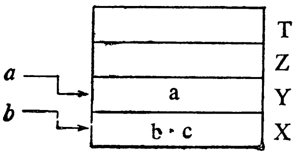
Нажатие этой клавиши переместило содержимое всех регистров на одну ступень вверх.

Ввод c:



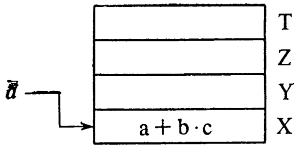
Число c записано в регистр X.

Умножение:



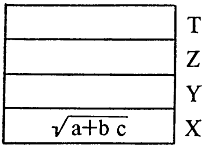
Число, хранившееся в регистре Y, умножено на число, хранившееся в регистре X. Содержимое всех остальных регистров переместилось на одну ступень вниз.

Сложение:



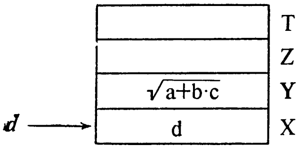
Просуммированы числа, хранившиеся в регистрах X и Y. Результат записан в регистр X.

Извлечение квадратного корня:



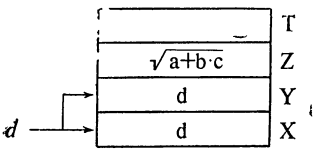
Нажатие соответствующей клавиши изменило содержимое только регистра X и не затронуло все остальные регистры.

Ввод *d*:



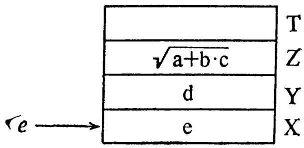
Число *d* записано в регистр X. Прежнее содержимое регистра X переместилось в регистр Y.

ENTER:



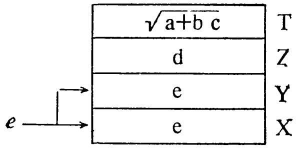
Содержимое всех регистров сдвинуто на одну ступень вверх.

Ввод *e*:



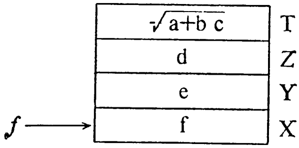
Число *e* записано в регистр X.

ENTER:



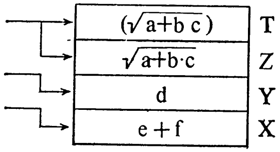
Содержимое всех регистров сдвинуто на одну ступень верх.

Ввод f:



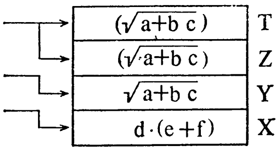
Число f записано в регистр X.

Сложение:



Просуммированы числа, хранившиеся в регистрах X и Y. Содержимое всех остальных регистров сдвинуто на одну ступень вниз. Содержимое регистра T взято в скобки потому, что в одних моделях микрокалькуляторов при выполнении вычислительной операции содержание «верхнего» регистра остается неизменным, в других — сопровождается очисткой верхнего регистра.

Умножение:



Вычислено произведение чисел, хранившихся в регистрах X и Y. Результат операции записан в регистр X. Содержимое верхних регистров сдвинуто на одну ступень вниз.

Деление:

$(\sqrt{a+b\cdot c})$	T
$(\sqrt{a+b\,c})$	Z
$(\sqrt{a+b\,c})$	Y
$\dfrac{d\cdot(e+f)}{\sqrt{a+b\,c}}$	X

Число из регистра Y разделено на число из регистра X. Результат записан в регистр X. Содержимое всех остальных регистров снова сдвинуто на одну ступень вниз.

Логарифм:

$(\sqrt{a+b\cdot c})$	T
$(\sqrt{a+b\,c})$	Z
$(\sqrt{a+b\,c})$	Y
$\ln\dfrac{d\cdot(e+f)}{\sqrt{a+b\cdot c}}$	X

Поскольку в вычислении логарифма участвует только регистр X, содержимое всех остальных регистров не изменяется.

Перемещения содержимого регистров при вводе нового числа (сдвиг вверх) и выполнении вычислительной операции (сдвиг вниз) лежат в основе понимания процессов, происходящих в микрокалькуляторе с обратной бесскобочной записью операций. У того, кто пользуется микрокалькулятором с бесскобочной записью операций, не должно быть в этом никаких сомнений, иначе он не сможет уверенно производить вычисления. Трудности возникают лишь на первых порах. Но стоит лишь привыкнуть к «мышлению» микрокалькулятора с бесскобочной записью, как вычислитель почувствует, что связанный с ней способ введения чисел и операций столь же прост и естествен, как и в микрокалькуляторах с алгебраической или арифметической логикой.

В пояснениях к последнему примеру мы упомянули о том, что различные модели микрокалькуляторов по-разному ведут себя при сдвиге содержимого регистров. В одних моделях в том случае, когда при выполнении вычислительной операции содержимое верхнего регистра сдвигается на ступень вниз, происходит очистка верхнего регистра. В других — содержимое верхнего регистра сохраняется неизменным.

При вычислениях на таком микрокалькуляторе важно помнить, какое число хранится в верхнем регистре. В противном случае, когда в ходе вычислений все регистры оказываются занятыми, могут получаться неправильные результаты.

Продемонстрируем это на микрокалькуляторе, обладающем четырьмя регистрами: X, Y, Z и T. Предположим, что нажаты следующие клавиши:

$\boxed{a}$ $\boxed{\uparrow}$ $\boxed{b}$ $\boxed{\uparrow}$ $\boxed{c}$ $\boxed{\uparrow}$ $\boxed{d}$ $\boxed{\times}$

$\boxed{\times}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\times}$

Необходимо различать два случая:

а) при сдвиге вниз содержимое верхнего регистра не стирается;

б) сдвиг вниз сопровождается очисткой верхнего регистра.

Ввод	Случай *а*				Случай *б*			
	X	Y	Z	T	X	Y	Z	T
a	*a*				*a*			
ENTER	*a*	*a*			*a*	*a*		
b	*b*	*a*			*b*	*a*		
ENTER	*b*	*b*	*a*		*b*	*b*	*a*	
c	*c*	*b*	*a*		*c*	*b*	*a*	
ENTER	*c*	*c*	*b*	*a*	*c*	*c*	*b*	*a*
d	*d*	*c*	*b*	*a*	*d*	*c*	*b*	*a*
×	*cd*	*b*	*a*	*a*	*cd*	*b*	*a*	0
×	*bcd*	*a*	*a*	*a*	*bcd*	*a*	0	0
×	*abcd*	*a*	*a*	*a*	*abcd*	0	0	0
×	a^2bcd	*a*	*a*	*a*	0	0	0	0

Окончательный результат: если при сдвиге вниз не происходит очистка верхнего регистра, то, нажав клавиши в указанной выше последовательности, вычислитель получает произведение a^2bcd, если же сдвиг вниз сопровождается очисткой верхнего регистра, то вычислитель получит 0.

Важной характеристикой микрокалькуляторов с бесскобочной записью операций служит *число считающих регистров*, или, как их иногда называют, *стеков* (от англ. stack — хранилище). У большинства микрокалькуляторов имеется четыре, а у некоторых лишь три стека.

Для установления числа стеков можно воспользоваться следующим простым тестом: ввести одно за другим несколько произвольных чисел (их должно быть заведомо больше, чем предполагаемое число стеков) и произвести следующие вычисления:

$\boxed{1}\ \boxed{\uparrow}\ \boxed{2}\ \boxed{\uparrow}\ \boxed{3}\ \boxed{\uparrow}\ \boxed{4}\ \boxed{\uparrow}$

$\boxed{5}\ \boxed{\uparrow}\ \boxed{6}\ \boxed{+}\ \boxed{+}\ \boxed{+}\ \boxed{+}\ \boxed{+}$

(мы ввели числа от 1 до 6).

Содержимое регистров будет изменяться в ходе вычислений так:

Ввод	Микрокалькулятор с 4 регистрами				Микрокалькулятор с 3 регистрами		
	X	Y	Z	T	X	Y	Z
1	1				1		
ENTER	1	1			1	1	
2	2	1			2	1	
ENTER	2	2	1		2	2	1
3	3	2	1		3	2	1
ENTER	3	3	2	1	3	3	2 *
4	4	3	2	1	4	3	2
ENTER	4	4	3	2 *	4	4	3 *
5	5	4	3	2	5	4	3
ENTER	5	5	4	3 *	5	5	4 *
6	6	5	4	3	6	5	4
+	11	4	3	3	6	5	4
+	15	3	3	3	15	4	4
+	18	3	3	3	19	4	4
+	21	3	3	3	23	4	4
+	24	3	3	3	27	4	4

Окончательный ответ: в микрокалькуляторе с 4 регистрами конечное значение равно 24, в микрокалькуляторе с 3 регистрами конечное значение равно 27. Предполагается, что при сдвиге вниз содержимое верхнего регистра в обоих микрокалькуляторах *не стирается.* Предоставляем читателю самостоятельно выяснить, что происходит при нажатии клавиш в той же последовательности в микрокалькуляторах с четырьмя и тремя регистрами, когда сдвиг вниз сопровождается очисткой верхнего регистра.

Последний тест позволяет установить еще одно свойство микрокалькуляторов с обратной бесскобочной записью: работая с такими микрокалькуляторами, *можно вводить в них непосредственно одно за другим сколько угодно чисел.* Действительно, если введенных чисел становится больше, чем регистров в микрокалькуляторе, то первые числа стираются и остается лишь n последних чисел, где n — число регистров в микрокалькуляторе. В некоторых моделях микрокалькуляторов стираемые числа можно видеть на индикаторе. В нашем тесте те места в вычислениях, где числа 1, 2 и 3 были стерты, отмечены звездочкой *.

Наконец, нельзя не упомянуть о клавише

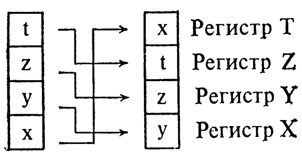
$$\boxed{R\downarrow}$$

Нажав ее, вычислитель осуществляет *«циклический сдвиг»* содержимого всех регистров (R — от англ. roll down stack — циклический сдвиг стеков): *содержимое всех регистров сдвигается на одну ступень вниз, а содержимое регистра* X *переходит в верхний регистр*:

СОДЕРЖИМОЕ РЕГИСТРОВ

до после

нажатия клавиши $\boxed{R\downarrow}$



Клавиша $\boxed{R\downarrow}$ особенно удобна в тех случаях, когда вычислителю требуется получить информацию о содержимом всех считающих регистров. Если микрокалькулятор имеет 4 стека, то после четырехкратного нажатия этой клавиши все 4 стека вернутся в исходное состояние.

4.6.3. Примеры вычислений на микрокалькуляторе с обратной бесскобочной записью

Работа на микрокалькуляторе с обратной бесскобочной записью для начинающих нередко сопряжена с большими трудностями, поскольку организа-

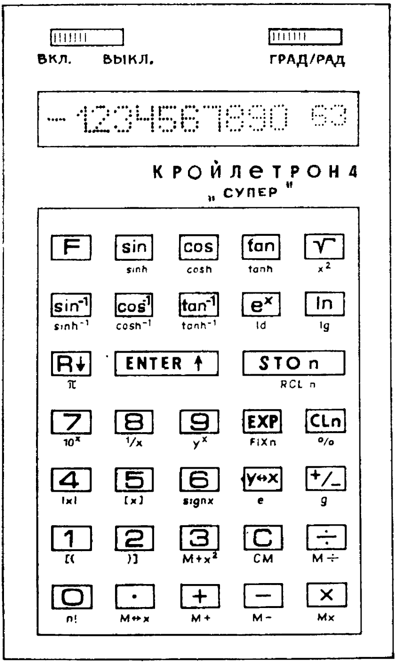


Рис. 10. Микрокалькулятор с обратной бесскобочной записью несколькими регистрами памяти с адресами и клавишами для вычисления функций, работающими в совмещенном режиме.

ция вычислений существенно отличается от привычной и во избежание неверных результатов приходится непрестанно следить за содержимым стеков. Однако по мере накопления опыта эти трудности одна за другой отпадают, если вычислитель осваивает свой микрокалькулятор достаточно прилежно. В большинстве случаев владельцы микрокалькуляторов с бесскобочной записью настолько привыкают к своему микрокалькулятору, что не соглашаются обменять его на микрокалькулятор любого другого типа. Поэтому не следует ни переоценивать первоначальные затруднения, ни огорчаться из-за неудач. Необходимо лишь при каждом удобном случае работать с микрокалькулятором, чтобы как можно скорее овладеть практическими навыками в его использовании и добиться ясного понимания протекающих внутри него вычислительных процессов.

Мы настоятельно рекомендуем сначала записывать во всех подробностях ход решения задач и составлять схемы перемещения содержимого регистров. Это в значительной мере облегчает понимание сдвигов между регистрами и позволяет вычислителю обрести уверенность, необходимую для быстрой и правильной работы с микрокалькулятором.

На рис. 10 показан типичный внешний вид микрокалькулятора с обратной бесскобочной записью. Бросается в глаза отсутствие клавиши вывода результата $\boxed{=}$ — вместо нее на пульте управления имеется клавиша $\boxed{\text{ENTER}}$, которой нет у микрокалькуляторов любого другого типа.

При разборе примеров необходимо тщательно проследить за изменением содержимого каждого микрокалькулятора и уяснить, почему при той или иной операции происходит определенный сдвиг содержимого регистров вверх, вниз или содержимое остается неизменным. Чтобы разрешить сомнения, которые могут возникнуть, читателю надлежит обращаться к правилам из раздела 4.6.2.

Пример 1. Вычислить $\sqrt[4]{625}$.

Решение.

Ввод	Содержимое регистров			
	X	Y	Z	T
625	625			
ENTER	625	625		
4	4	625		
$1/x$	.25	625		
Y^X	5			

Ответ: $\sqrt[4]{625} = 5$.

П р и м е р 2. Вычислить $\sqrt{3^2+4^2}$.

Решение.

Ввод	Содержимое регистров			
	X	Y	Z	T
3	3			
ENTER	3	3		
$\times$	9			
4	4	9		
ENTER	4	4	9	
$\times$	16	9		
$+$	25			
$\sqrt{}$	5			

Ответ: $\sqrt{3^2+4^2}=5$.

П р и м е р 3. Вычислить полярные координаты точки P с прямоугольными координатами (6; 8).

Решение. Переход от прямоугольных координат (x, y) к полярным координатам (r, φ) производится по формулам

$$r=\sqrt{x^2+y^2}, \qquad \varphi=\operatorname{arctg}\frac{y}{x}.$$

Ввод	Содержимое регистров			
	X	Y	Z	T
6	6			
ENTER	6	6		
$\times$	36			
8	8	36		
ENTER	8	8	36	
$\times$	64	36		
$+$	100			
$\sqrt{}$	10			
8	8	10		
ENTER	8	8	10	
6	6	8	10	
$\div$	1.33 ...			
Переключатель угловых мер — на градусы!				
arctg	53.13	10		

Ответ: точка $P(6;\ 8)$ имеет полярные координаты $r=10$, $\varphi=53{,}13°$.

Следует отметить, что некоторые модели микрокалькуляторов позволяют решать задачи из примеров 1—3 простым нажатием одной клавиши.

В дальнейших примерах нам важно проследить за содержимым регистров. К тому же предполагается, что читатель достаточно освоился с вводом и считыванием чисел с индикатора. Поэтому мы, не приводя конкретные численные значения соответствующих величин, будем решать задачи в общем виде. Тем не менее читателю мы настоятельно рекомендуем проделать все расчеты с конкретными численными значениями.

Пример 4. Вычислить полное сопротивление R участка цепи, состоящего из трех параллельно соединенных сопротивлений R_1, R_2 и R_3 (см. пример 6 из разделов 4.2, 4.3 и пример 3 из раздела 4.4), на микрокалькуляторе с бесскобочной записью.

Решение. Полное сопротивление вычислим по формуле

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}.$$

Ввод	Содержимое регистров			
	X	Y	Z	T
R_1	R_1			
$1/x$	$1/R_1$			
R_2	R_2	$1/R_1$		
$1/x$	$1/R_2$	$1/R_1$		
$+$	$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$			
R_3	R_3	$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$		
$1/x$	$\frac{1}{R_3}$	$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$		
$+$	$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$			
$1/x$	R			

Предоставляем читателю самостоятельно провести вычисления с сопротивлениями из примера 6 раздела 4.2.

Пример 5. Вычислить площадь S боковой поверхности прямого кругового конуса с радиусом основания R и высотой H.

Решение. Величину S вычислим по формуле

$$S = \pi \cdot R \cdot (R + \sqrt{R^2 + H^2}).$$

Радиус R входит в формулу неоднократно, поэтому его с самого начала вычислений следует записать в регистр памяти, чтобы не вводить каждый раз заново.

Ввод	Содержимое регистров			Регистр памяти
	X	Y	Z	
R	R			
M	R		R	R
ENTER	R	R	R	R
$\times$	R^2		R	R
H	H	R^2	R	R
ENTER	H	H	R^2	R
$\times$	H^2	R^2		R
$+$	$H^2 + R^2$			R
$\sqrt{}$	$\sqrt{H^2 + R^2}$			R
MR	R	$\sqrt{H^2 + R^2}$		R
$+$	$R + \sqrt{H^2 + R^2}$			R
MR	R	$R + \sqrt{H^2 + R^2}$		R
$\times$	$R \cdot (R + \sqrt{H^2 + R^2})$			R
π	π	$R \cdot (R + \sqrt{R^2 + H^2})$		R
$\times$	S			R

Пример 6. Вычислить при заданном t значение распределения Вейбалла

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\beta)^{\alpha}}.$$

Решение.

Ввод	Содержимое регистров			
	X	Y	Z	T
t	t			
ENTER	t	t		
β	β	t		
$\div$	t/β			
α	α	t/β		

Ввод	Содержимое регистров			
	X	Y	Z	T
Y^X	$(t/\beta)^\alpha$			
$+/-$	$-(t/\beta)^\alpha$			
e^x	$e^{-(t/\beta)^\alpha}$			
$+/-$	$-e^{-(t/\beta)^\alpha}$			
1	1	$-e^{-(t/\beta)^\alpha}$		
$+$	$1-e^{-(t/\beta)^\alpha}$			
$=$	$F(t)$			

Пример 7. Вычислить e^x при заданном x при помощи разложения в ряд

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots$$

Решение. Предполагается, что вычисления мы производим на микрокалькуляторе с несколькими регистрами памяти с адресами. Поскольку переменная x входит в степенное разложение многократно, то соответствующее значение x с самого начала необходимо записать в регистр памяти 1. Регистр 2 мы отведем для записи последнего из вычисленных членов ряда, поскольку его можно использовать для вычисления следующего члена (см. также пример 6 из раздела 4.4).

Ввод	Содержимое регистров			Содержимое регистров памяти	
	X	Y	Z	1	2
1	1				
ENTER	1	1			
x	x	1			
STO 1	x	1		x	
STO 2	x	1		x	x
$+$	$1+x$			x	x
RCL 2	x	$1+x$		x	x
ENTER	x	x	$1+x$	x	x

Ввод	Содержимое регистров X	Содержимое регистров Y	Содержимое регистров Z	Содержимое регистров памяти 1	Содержимое регистров памяти 2
$\times$	x^2	$1+x$		x	x
2	2	x^2	$1+x$	x	x
$\div$	$\frac{x^2}{2}$	$1+x$		x	x
STO 2	$\frac{x^2}{2}$	$1+x$		x	$\frac{x^2}{2}$
$+$	$1+x+\frac{x^2}{2}$			x	$\frac{x^2}{2}$
RCL 2	$\frac{x^2}{2}$	$1+x+\frac{x^2}{2}$		x	$\frac{x^2}{2}$
ENTER	$\frac{x^2}{2}$	$\frac{x^2}{2}$	$1+x+\frac{x^2}{2}$	x	$\frac{x^2}{2}$
RCL 1	x	$\frac{x^2}{2}$	$1+x+\frac{x^2}{2}$	x	$\frac{x^2}{2}$
$\times$	$\frac{x^3}{3}$	$1+x+\frac{x^2}{2}$		x	$\frac{x^2}{2}$
3	3	$\frac{x^3}{3}$	$1+x+\frac{x^2}{2}$	x	$\frac{x^2}{2}$
$\div$	$\frac{x^3}{3!}$	$1+x+\frac{x^2}{2}$	x	x	$\frac{x^2}{2}$
STO 2	$\frac{x^3}{3!}$	$1+x+\frac{x^2}{2}$		x	$\frac{x^3}{3!}$
$+$	$1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}$			x	$\frac{x^3}{3!}$
...	...	...	...	...	...

Многоточия означают, что вычисления можно продолжать до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность, то есть очередной член разложения не станет столь малым, что во всех разрядах индикатора будут стоять только нули.

Для вычисления четвертого, пятого и т. д. членов разложения достаточно повторить 8 последних операций в графе «Ввод» и заменить число 3 в четвертой от конца строке соответственно числом 4, 5, 6, ...

4.7. Программируемые микрокалькуляторы

Явление, с которым мы столкнулись в последнем примере из раздела 4.6.3, характерно для многих задач технического и научного характера: последние 8 строк можно повторять до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность, а единственное вводимое число с каждым новым циклом должно возрастать на 1 по сравнению с предыдущим значением.

Если переменная x имеет достаточно большое значение, то последние 8 строк придется повторить раз пять или больше, то есть проделать около 40 операций ввода. Если же значение функции e^x требуется вычислить не при одном, а при многих значениях аргумента, то число операций еще более возрастает. *При этом речь идет о многократном повторении одного и того же цикла с различными числами.*

Для выполнения монотонно повторяющихся вычислений с различными начальными данными разработаны микрокалькуляторы, способные самостоятельно производить монотонно повторяющиеся вычисления с варьируемыми начальными данными. Такие микрокалькуляторы позволяют весьма существенно рационализировать и интенсифицировать умственную работу, избавляя человека от необходимости выполнять вычислительные операции, требующие лишь внимания и определенных навыков. Последовательность шагов, на которые разбивается решение задачи, микрокалькуляторам задает человек. Совокупность предписаний, или *команд*, позволяющих микрокалькулятору самостоятельно решать задачу, называется *программой*, а микрокалькуляторы, способные воспринимать и осуществлять программы, получили название *программируемых микрокалькуляторов.*

Для читателя, усвоившего все, что говорилось в предыдущих разделах нашей книги относительно вычислений, производимых при помощи микрокалькуляторов, составление программы, или *программирование*, для микрокалькулятора не составит особого труда. Но если бы мы стали вдаваться во все детали и специфику программирования для микрокалькуляторов, то это увело бы нас далеко за рамки нашей книги, носящей характер элементарного введения. Необходимые сведения о программировании для микрокалькуляторов читатель может почерпнуть в достаточно подробных руководствах по эксплуатации, как правило, прилагаемых к микрокалькуляторам, и литературе по программированию для больших ЭВМ. Мы назовем лишь некоторые задачи, для решения которых особенно пригодны программируемые микрокалькуляторы.

> *Применение программируемых микрокалькуляторов оправдано в том случае, когда вычисления многократно проводятся по одному и тому же алгоритму с различными начальными данными.*

Именно с такой ситуацией мы столкнулись бы, если бы, исходя из последнего примера в разделе 4.6.3, стали вычислять значения e^x при помощи разложения в степенной ряд не при одном, а при очень многих значениях аргумента x.

Применение программируемых микрокалькуляторов оправдано также в тех случаях, когда задача решается *итерационными методами*. Алгоритм итераций можно запрограммировать раз и навсегда и предоставить микрокалькулятору самостоятельно выполнять итерацию за итерацией до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность решения.

Программируемые микрокалькуляторы разумно использовать и в тех случаях, когда требуется вычислить значения сложных *функций при очень многих значениях аргументов* (например, составить достаточно подробные таблицы функций) или когда по ходу решения неоднократно требуется решать квадратные или кубические *уравнения или системы уравнений*. Если алгоритм решения таких уравнений запрограммирован, то при необходимости найти корень вычислителю остается лишь ввести в микрокалькулятор коэффициенты уравнений и нажать клавишу.

Список примеров, в которых применение программируемых микрокалькуляторов вполне оправдано, можно продолжать сколь угодно долго. Все они приводят к важному выводу: дорогой программируемый микрокалькулятор не нужен тому, кто намерен пользоваться им лишь изредка, от случая к случаю, или для решения сравнительно простых задач с небольшим или умеренным числом операций. Программируемый микрокалькулятор работает с полной отдачей лишь в руках того, кто постоянно пользуется им для выполнения сложных и громоздких расчетов. Программируемый микрокалькулятор необходим математику, инженеру, ведущему научно-исследовательскую работу, экономисту, но он отнюдь не подходит в качестве подарка четырнадцатилетнему подростку, который к тому же не очень силен в математике.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Читатель, тщательно и с интересом проштудировавший предыдущие разделы, должно быть, понял, что вычисления при помощи микрокалькулятора не книга за семью печатями. Каждый, кто терпеливо и настойчиво стремится овладеть всеми возможностями своего микрокалькулятора, может научиться считать на нем в совершенстве. Как и во всех других случаях, когда нам приходится изучать нечто новое, основное правило гласит:

без упражнения нет и умения.

Каждому, кто впервые держит микрокалькулятор в руках, мы настоятельно советуем сначала немного «поиграть» им, но не бездумно нажимая на клавиши, а так, чтобы составить как можно более полное представление о его возможностях и особенностях. Это позволит вам обрести уверенность в обращении с микрокалькулятором.

Затем следует прорешать серию задач возрастающей сложности с тем, чтобы научиться максимально использовать все возможности микрокалькулятора. Вехами на пути от простого к сложному могут служить примеры из нашей книги. Когда вы почувствуете, что досконально знаете свой микрокалькулятор и полностью овладели им, следует не упускать ни малейшей возможности попрактиковаться в вычислениях, чтобы закрепить полученные навыки. Обычно в процессе работы выясняется, что микрокалькулятор «умеет» гораздо больше, чем подозревал его обладатель.

Рекомендуем читателю при решении любой задачи, сопряженной с большой вычислительной работой, тщательно продумывать тактику вычислений и действовать целенаправленно. Составление подробного плана (даже с указанием загрузки регистров) не отнимет у вас много времени и окупится с лихвой, позволяя в процессе решения полностью сосредоточиться на технике вычислений и избежать ошибок при вводе данных, неизбежных при обдумывании каждого шага в отдельности.

Издательство и автор выражают надежду, что читатель почерпнет из этой книги немало ценных советов относительно того, как быстрее и проще овладеть микрокалькулятором и рационально использовать его для решения задач. От души желаем читателю радости от «общения» с микрокалькулятором! Пусть ваш верный помощник позволит вам решать все задачи гораздо быстрее и лучше, чем это удавалось прежде!

Приложение 1

Наиболее употребительные обозначения на клавиатуре микрокалькуляторов

C	(от *англ.* to clear) — очистить. При однократном или многократном нажатии на клавишу С происходит очистка всех регистров микрокалькулятора.
CD, CI	(от *англ.* to clear display, indicator) — очистить регистр индикатора.
CE	(от *англ.* to clear entry) — погасить введенное число.
CH, CHS₂|—|	(от англ. to change sign) — изменить знак числа в регистре индикатора.
CL n	(от *англ.* to clear *n*) — очистить n-й регистр.
CM	(от *англ.* to clear memory) — очистить регистр памяти (в микрокалькуляторах с одним регистром памяти).
EE, EEX, EXP	(от *англ.* to enter exponent) — ввод показателя в представлении чисел с плавающей запятой.
ENTER	(от *англ.* to enter) — окончание ввода в микрокалькуляторах с обратной бесскобочной записью.
F	(от *англ.* function) — перевод в режим совмещенной функции (в микрокалькуляторах с клавиатурой двойного и тройного назначения).
FIX n	(от *англ.* to fix n) — фиксация числа знаков n после десятичной запятой.
G	— перевод в режим второй совмещенной функции (в микрокалькуляторах с клавиатурой тройного назначения).
K	— автоматика констант.
M, П	(от *англ.* memory — память) — регистр памяти.

M+, П+ — к содержимому регистра памяти прибавить число на индикаторе.

M—, П— — из содержимого регистра памяти вычесть число на индикаторе.

M×, П× — содержимое регистра памяти умножить на число на индикаторе.

$M+x^2$, $П+x^2$ — к содержимому регистра памяти прибавить квадрат числа на индикаторе.

MR, RM (от *англ.* to recall memory) — вызов регистра памяти.

$\overleftrightarrow{MX}$, M ↔ X, П ↔ X — обмен между числом в регистре памяти и числом на индикаторе.

rad → α° — переключатель рад/град.

RCL n (от *англ.* to recall n) — вызов n-го регистра памяти (в микрокалькуляторах с несколькими регистрами памяти).

R↓ (от *англ.* roll down) — циклический сдвиг при обратной бесскобочной записи.

STO n (от *англ.* storage n) — клавиша n-го регистра в микрокалькуляторах с несколькими регистрами памяти.

$\sqrt[x]{Y}$ — корень степени X из числа Y.

X ↔ Y — обмен содержимым между регистром X и регистром Y.

Y^x — число Y в степени X.

↑ — окончание ввода в микрокалькуляторах с обратной бесскобочной записью.

+/— — изменить знак.

α° → rad — переключатель град/рад.

2^{nd} (от *англ.* second) — перевод в режим второй совмещенной функции (в микрокалькуляторах с клавиатурой двойного и тройного назначения).

3^{rd} (от *англ.* third) — перевод в режим третьей совмещенной функции (в микрокалькуляторах с клавиатурой тройного назначения).

% — проценты.

Обозначения операций и функций, значение которых очевидно, в перечне не приводятся.

Приложение 2

Некоторые важные формулы

Преобразование степеней

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}, \; a^x : a^y = a^{x-y}.$$
$$(a^x)^y = a^{xy}, \quad a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x,$$
$$a^x : b^x = (a : b)^x.$$

Преобразование корней

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}, \; \sqrt[n]{x} : \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x : y},$$
$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}.$$

Преобразование логарифмов

$$\log_b a = n \longleftrightarrow a = b^n,$$
$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y,$$
$$\log_a (x : y) = \log_a x - \log_a y,$$
$$\log_a (x^n) = n \log_a x,$$
$$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x.$$

Переход от одного основания логарифмов к другому

$$\lg x = \log_{10} x, \qquad \mathrm{lb}\, x = \log_2 x,$$
$$\ln x = \log_e x, \text{ где } e = 2{,}718\,281\,828,$$
$$\lg x = \frac{\ln x}{2{,}3025851} = 0{,}43429448 \cdot \ln x,$$
$$\ln x = \frac{\lg x}{0{,}43429448} = 2{,}3025851 \cdot \lg x,$$
$$\mathrm{lb}\, x = \frac{\ln x}{0{,}693147} = 1{,}4426954 \cdot \ln x,$$
$$\mathrm{lb}\, x = \frac{\lg x}{0{,}30103} = 3{,}3219281 \cdot \lg x.$$

Итерационный метод вычисления корней

При $n \neq 2$ для $\sqrt[n]{a}$

$$x_2 = \frac{1}{n}\left[\frac{a}{x_1^{n-1}} + (n-1) \cdot x_1\right],$$

для $\sqrt{a}$

$$x_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{x_1} + x_1\right),$$

где x_1 — значение корня в первом приближении.

Разложения в степенные ряды: экспонента, степенная и логарифмическая функции

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \dots \quad \text{при всех } x,$$

$$(1+x)^n = 1 + \binom{n}{1} x + \binom{n}{2} x^2 + \binom{n}{3} x^3 + \dots$$

при всех x, если n — целое число, и при $|x| < 1$, если n — нецелое.

$$\ln x = 2 \cdot \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \dots\right] \quad \text{при } x > 0.$$

Тригонометрические функции

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \frac{x^{11}}{11!} + \dots \quad \text{при всех } x,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \dots \quad \text{при всех } x,$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{2}{15} x^5 + \frac{17}{315} x^7 + \dots \quad \text{при } |x| < \frac{\pi}{2},$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{x} - \frac{1}{3} \cdot x - \frac{1}{45} x^3 - \frac{2}{945} x^5 - \dots \quad \text{при } 0 < |x| < \pi$$

Гиперболические функции

$$\operatorname{sh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} + \frac{x^{11}}{11!} + \dots \quad \text{при всех } x,$$

$$\operatorname{ch} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + \frac{x^{10}}{10!} \quad \text{при всех } x,$$

$$\operatorname{th} x = x - \frac{1}{3} x^3 + \frac{2}{15} x^5 - \frac{17}{315} x^7 + \dots \quad \text{при } |x| < \frac{\pi}{2},$$

$$\operatorname{cth} x = \frac{1}{x} + \frac{1}{3} x - \frac{1}{45} x^3 + \frac{2}{945} x^5 - \dots \quad \text{при } 0 < |x| < \pi.$$

Обратные тригонометрические функции

$$\arcsin x = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots \quad \text{при } |x| < 1,$$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x \quad \text{при } |x| < 1,$$

$$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \dots \quad \text{при } |x| < 1,$$

$$\operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \quad \text{при } |x| < 1.$$

Обратные гиперболические функции

$$\operatorname{Arsh} x = x - \frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\frac{x^5}{5} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot\frac{x^7}{7} + \ldots \quad \text{при } |x|<1,$$

$$\operatorname{Arch} x = \ln(2x) - \frac{1}{2\cdot 2x^3} - \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 4x^4} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 6x^6} - \ldots$$
$$\text{при } |x| > 1,$$

$$\operatorname{Arth} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \ldots \quad \text{при } |x| > 1,$$

$$\operatorname{Arcth} x = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \ldots \quad \text{при } |x| > 1.$$

Соотношения между гиперболическими функциями и экспонентой

$$\operatorname{ch} x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), \quad \operatorname{sh} x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}),$$

$$\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x - e^{-x}}, \quad \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}},$$

$$e^x = \operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x, \quad e^{-x} = \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x.$$

Соотношения между обратными гиперболическими и логарифмической функциями

$$\operatorname{Arsh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) \quad \text{при всех } x,$$

$$\operatorname{Arch} y = \pm\ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) \quad \text{при } x \geqslant 1,$$

$$\operatorname{Arth} x = \frac{1}{2}\cdot\ln\frac{1+x}{1-x} \quad \text{при } |x| < 1,$$

$$\operatorname{Arcth} x = \frac{1}{2}\cdot\ln\frac{x+1}{x-1} \quad \text{при } |x| > 1.$$

Приближенные формулы

$$(1+x)^2 \approx 1 + 2x, \ (1+x)^n \approx 1 + nx \quad \text{при } |x| \ll 1;$$

$$(a+x)^n \approx a^n\left(1 + n\cdot\frac{x}{a}\right) \quad \text{при } |x| \ll |a|;$$

$$e^x \approx 1 + x, \quad \text{более точная формула } e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2};$$

$$\ln x \approx x - \frac{x^2}{2} \quad \text{при } |x| \ll 1, \ x \neq 0;$$

$$\sin x \approx x, \quad \text{более точная формула } \sin x \approx x - \frac{x^3}{6};$$

$$\operatorname{sh} x \approx x, \quad \text{более точная формула } \operatorname{sh} x \approx x + \frac{x^3}{6};$$

$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$, более точная формула $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$;

$\operatorname{ch} x \approx 1 + \frac{x^2}{2}$, более точная формула $\operatorname{ch} x \approx 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$;

$\operatorname{tg} x \approx x$, более точная формула $\operatorname{tg} x \approx x + \frac{x^3}{6}$;

$\operatorname{th} x \approx x$, более точная формула $\operatorname{th} x \approx x - \frac{x^3}{6}$;

$\operatorname{ctg} x \approx \frac{1}{x}$, более точная формула $\operatorname{ctg} x \approx \frac{1}{x} - \frac{x}{3}$ (при $x \neq 0$);

$\operatorname{cth} x \approx \frac{1}{x}$, более точная формула $\operatorname{cth} x \approx \frac{1}{3} + \frac{x}{3}$ (при $x \neq 0$).

Внимание!

Во все разложения в степенные ряды и приближенные формулы тригонометрических функций углы следует подставлять в радианах. Между градусами и радианами существует соотношение

$$\alpha_{\text{рад}} : \alpha_{\text{град}} = \pi : 180°.$$

Приложение 3

Сравнение некоторых приближенных формул (с указанием границ погрешности) *

Приложение 4

Наиболее важные постоянные

Математические постоянные

$$\pi = 3{,}141\,592\,654,$$
$$e = 2{,}718\,281\,828.$$

Физические постоянные

Ускорение свободного падения **

$$g = 9{,}80665 \text{ м/с}^2.$$

* По книге Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — М.: Физматгиз, 1962.

** На уровне моря в точке с географической широтой 45°. — *Прим. перев.*

Формула	Погрешность не превосходит 0,1% при значениях x в интервале		Погрешность не превосходит 1% при значениях x в интервале		Погрешность не превосходит 10% при значениях x в интервале	
	от	до	от	до	от	до
$\sin x \approx x$	−4,4°	+4,4°	−14,0°	+14,0°	−45°	+45°
$\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$	−33,2°	+33,2°	−57,6°	+57,6°	−93,5°	+93,5°
$\cos x \approx 1$	−2,6°	+2,6°	−8,1°	+8,1°	−25,8°	+25,8°
$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$	−22,1°	+22,1°	−37,9°	+37,9°	−59,3°	+59,3°
$\operatorname{tg} x \approx x$	−3,1°	+3,1°	−9,8°	+9,8°	−29,6°	+29,6°
$\operatorname{tg} x \approx x - \frac{x^3}{3}$	−16,8°	+16,8°	−29,7°	+29,7°	−51,3°	+51,3°
$e^x \approx 1 + x$	−0,045	+0,045	−0,134	+0,148	−0,375	0,502
$\ln(1 + x) \approx x$	−0,002	+0,002	−0,020	+0,020	−0,176	0,230
$\sqrt{a^2 + x} \approx a + \frac{x}{2a}$	$-0{,}085\ a^2$	$+0{,}093\ a^2$	$-0{,}247\ a^2$	$0{,}328\ a^2$	$-0{,}607\ a^2$	$1{,}545\ a^2$
$\frac{1}{a + x} \approx \frac{1}{a} - \frac{x}{a^2}$	$-0{,}031\ a$	$+0{,}031\ a$	$-0{,}099\ a$	$+0{,}099\ a$	$-0{,}301\ a$	$+0{,}301\ a$

Постоянная Больцмана

$$k = 1{,}38066 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Газовая постоянная

$$R_0 = 8{,}3144 \cdot 10^3 \text{ Дж/К} \cdot \text{кмоль.}$$

Скорость света в вакууме

$$c_0 = 2{,}997925 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Постоянная Планка

$$h = 6{,}6262 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с.}$$

Абсолютный нуль температуры

$$T = 0\text{К соответствует } -273{,}15°\text{C.}$$

Масса электрона

$$m_e = 9{,}109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг.}$$

Заряд электрона

$$e = 1{,}602189 \cdot 10^{-19} \text{ К.}$$

Содержание

Г. Кройль

ЧТО УМЕЕТ МОЙ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОР?

Старший научный редактор А. Г. Белевцева
Младший научный редактор Л. И Леонова
Художник В. Стуликов
Художественный редактор Л. Е. Безрученков
Технический редактор Л. П Бирюкова
Корректор К. Л. Водяницкая

ИБ № 2717

Сдано в набор 14.10.80.
Подписано к печати 20.01.81.
Формат 84Х108¹/₃₂
Бумага типографская № 2
Гарнитура литературная. Печать высокая
Объем 2,13 бум. л. Усл. печ. л. 7,14
Уч.-изд. л. 6. Изд. № 12/1413
Тираж 75 000 экз. Зак. 848. Цена 30 коп.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
129820, Москва, И-110, ГСП
1-й Рижский пер., 2.

Ленинградская типография № 2 головное предприятие ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
198052, г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.

Вниманию читателей!

В 1980 году
издательством «Мир»
выпущена книга
В. Гильде и З. Альтрихтера

«С микрокалькулятором в руках»,

которая может послужить
прекрасным дополнением
к предлагаемой книге.

30 коп.

Портативные электронные вычислительные устройства уже давно перестали быть редкостью и все более широко входят в нашу жизнь.

Эта книга расскажет вам, как пользоваться микрокалькулятором, позволит приобрести первоначальные навыки в обращении с ним. Поможет не только выбрать прибор, наиболее подходящий к роду вашей деятельности, но и правильно оценить возможности уже имеющегося у вас микрокалькулятора.

Вместе с уже выпущенной издательством «Мир» в 1980 г. книгой В. Гильде и З. Альтрихтера «С микрокалькулятором в руках» она поможет положить начало библиотечке, необходимой каждому, кто пользуется или только собирается пользоваться «карманной» ЭВМ.