



Εργασία 1

(Προθεσμία: Παρασκευή 05 Νοεμβρίου 2021)

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ – ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

1. Θεωρήστε ένα ζάρι Z_1 και z_1 μια διακριτή τυχαία μεταβλητή που συμβολίζει το αποτέλεσμα της ρίψης του Z_1 . α) Υπολογίστε τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του $f(z_1) = p(Z=z_1)$. β) Υπολογίστε την μέση τιμή και τη μεταβλητότητα της τυχαίας μεταβλητής z_1 . γ) Υπολογίστε τη skewness και την kurtosis της τυχαίας μεταβλητής z_1 .
2. Το MATLAB μπορεί να δημιουργεί τυχαίες πραγματικές μεταβλητές στο διάστημα $[0,1]$ με τη βοήθεια της εντολής $\text{rand}(M,N)$, όπου M, N το μέγεθος του πίνακα που παράγει. α) Χρησιμοποιήστε την παραπάνω εντολή για να φτιάξετε ένα διάνυσμα $1 \times N$ που να έχει N τυχαίες ρίψεις του ζαριού Z_1 . β) Απεικονίστε την προσεγγιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (ιστόγραμμα) των ρίψεων του ζαριού για $N=20, 100$ και 1000 . Ποια κατανομή φαίνεται να ακολουθεί. γ) Χρησιμοποιήστε τις αντίστοιχες εντολές του MATLAB για να υπολογίσετε τη μέση τιμή, μεταβλητότητα, skewness και την kurtosis των N ρίψεων για τιμές του $N=10, 20, 50, 100, 500$ και 1000 . δ) Για ποιες τιμές πλήθους ρίψεων φαίνονται οι πειραματικές τιμές να προσεγγίζουν τις θεωρητικές που έχετε υπολογίσει στο 1. ε) Για ποια τιμή πλήθους ρίψεων θα λέγαμε ότι ξεκινάμε να έχουμε wide-sense stationarity ?
3. Χρησιμοποιείστε τον παραπάνω κώδικα για να παράγετε 1000 ρίψεις του ζαριού Z_1 και άλλες 1000 ρίψεις του ζαριού Z_2 . α) Υπολογίστε και απεικονίστε την κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (joint pdf) $f(z_1, z_2)$. β) Ορίστε μια νέα τυχαία μεταβλητή y ως το άθροισμα των τιμών των 2 ζαριών $y = z_1 + z_2$. Απεικονίστε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της νέας μεταβλητής. Μπορείτε να εξηγήσετε το αποτέλεσμα ; (Αναζητήστε την ιδιότητα των pdf ότι αν $y = z_1 + z_2$, τότε $f(y) = f(z_1) * f(z_2)$, όπου $*$ ο τελεστής της συνέλιξης).

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΩΡΙΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ

4. Έστω η συνάρτηση $f(x) = (x-5)^4 + 3x$ και θέλουμε να βρούμε την τιμή του x στην οποία βρίσκεται το ελάχιστο της συνάρτησης. α) Χρησιμοποιείστε την ιδιότητα της παραγώγου για να βρεθεί απευθείας η τιμή του ελαχίστου. β) Υλοποιείστε στο MATLAB την αριθμητική τεχνική του gradient descent για να βρείτε το ελάχιστο της συνάρτησης. Ξεκινήστε από μια τυχαία τιμή, βάλτε μια αυθαίρετη

τιμή για το βήμα η και εφαρμόστε τη σχέση του gradient descent επαναληπτικά, μέχρι όπου η τιμή του ελαχίστου να μην αλλάζει. Μπορεί να χρειαστεί να δοκιμάσετε διάφορες τιμές για το η . Σε πόσες επαναλήψεις έχετε βρει το ελάχιστο. γ) Υλοποιείτε στο MATLAB την αριθμητική τεχνική του Newton method για να βρείτε το ελάχιστο της συνάρτησης. Ξεκινήστε από μια τυχαία τιμή και εφαρμόστε τη σχέση του Newton method επαναληπτικά, μέχρι όπου η τιμή του ελαχίστου να μην αλλάζει. Σε πόσες επαναλήψεις έχετε βρει το ελάχιστο. δ) Συγκρίνετε τις 2 μεθοδολογίες. Ποια δίνει τη γρηγορότερη σύγκλιση ?

Ξάνθη, 29/10/2021