

CAPITOLO 7

Campionamento e distribuzioni campionarie

Campionamento casuale semplice

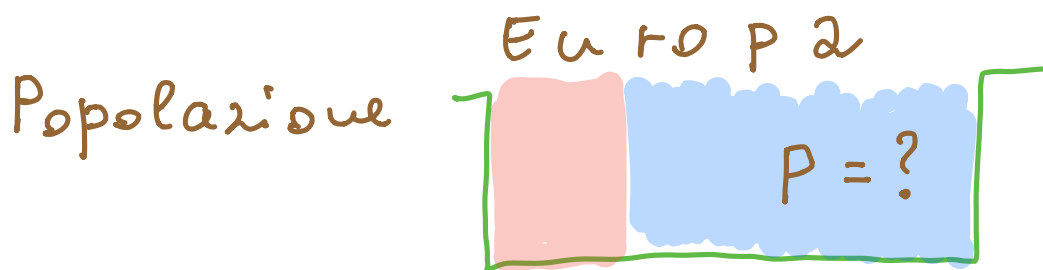
Un processo di selezione dalla popolazione tale che

- 1) ogni unità della popolazione ha la stessa probabilità di essere estratto
- 2) la selezione di una unità è indipendente della selezione di un'altra
- 3) Ogni possibile campione

di dimensione n ha la stessa probabilità.

- I campioni casuali sono ideali.
- I campioni casuali sono rappresentativi della popolazione

Perché ?



Sia p = proporzione di favorevoli

- Estraiamo un campione casuale con ripetizione di 1000 elettori

dalla popolazione.

- È equivalente a fare 1000 prove di Bernoulli indipendenti e identiche ciascuna con probabilità p di favorevole.

- La probabilità di ottenere x favorevoli è binomiale

$$P(x) = \binom{1000}{x} p^x q^{1000-x}$$

- In media quanti successi ottengo?

$$E(X) = np = 1000 p.$$

- In media che proporzione di successi ottengo?

$$\text{proporzione} = \frac{X}{n} = \frac{X}{1000}$$

$$E(\text{proporzione}) = E\left(\frac{X}{1000}\right)$$

$$= \frac{1}{1000} E(X)$$

$$= \frac{1}{1000} \cdot 1000 p$$

$$= p \quad !!!$$

Quindi se calcolo la proporzione di favorevoli $\frac{X}{1000}$ ottengo una stima di p senza pregiudizi.

Esempio supponiamo che

$$p = 0.7.$$

Vediamo come è fatta
la distribuzione di
 $X = \# \text{ favorevoli su } 1000.$

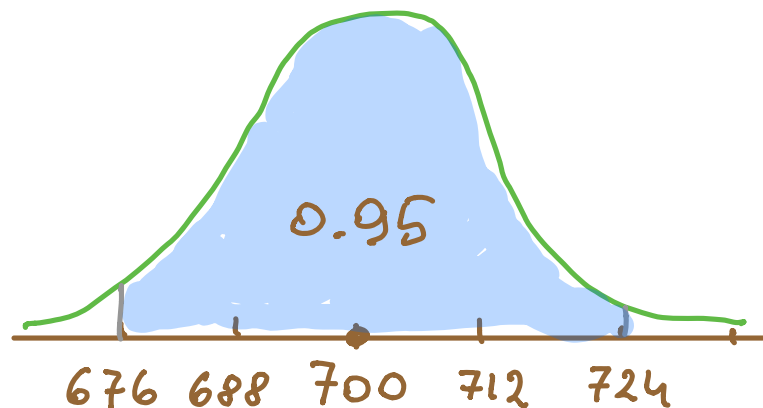
Siccome n è grande.

è praticamente normale

$$\text{con media } \mu = np = 700$$

$$\sigma^2 = npq = 140$$

$$\sigma \approx 12$$



Quindi abbiamo un prob.
0.95 di ottenere una
proporzione tra

$$\frac{676}{1000} \quad \text{e} \quad \frac{724}{1000}$$

|| ||

0.676 0.724

quando la verità è 0.7 !

Popolazione
 $\{0, 1\}$

parametro
che non conosciamo

p
probabilità
di successo

Campione
casuale

stima

$$\hat{p} = \frac{X}{n}$$

proporzione
di successi.

Esercizio

Popolazione

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Campione
Casuale
 $n = 2$

Lancia un
dado 2
volte

Parametro
ignoto

$$\mu = 3.5$$

Stima

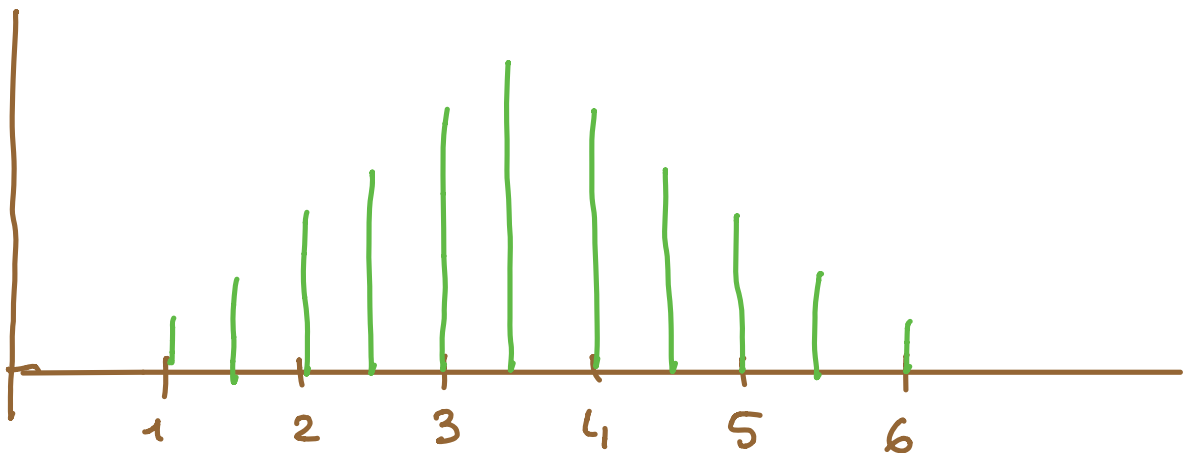
\bar{X} = media
aritmetica
campionaria

Come è fatta la
distribuzione delle medie?

\bar{x}	1	2	3	4	5	6
1	1	1.5	2	2.5	3	3.5
2	1.5	2	2.5	3	3.5	4
3	2	2.5	3	3.5	4	4.5
4	2.5	3	3.5	4	4.5	5
5	3	3.5	4	4.5	5	5.5
6	3.5	4	4.5	5	5.5	6

Ogni campione ha $\text{Prob} = \frac{1}{36}$

Distribuzione di Prob di \bar{x} .



Che risultato ci aspettiamo
per \bar{X} ?

1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$E(\bar{X}) = 3.5$ il vero parametro.

Esempi vari

→ [onlinestatbook.com/
stat_sim/sampling-dist/](http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling-dist/)

Riassunto.

- ▶ Per stimare una quantità incognita nella popolazione (detta parametro) senza fare un censimento occorre estrarre un campione casuale
- ▶ Dal campione si calcola uno stimatore del parametro

DUE ESEMPI DI BASE

- In una popolazione in cui interessa stimare la probabilità di successo p

p si stima con

$$\hat{p} = \frac{\# \text{ successi}}{n} = \frac{X}{n}$$

- In una popolazione in cui interessa stimare la media μ .

μ si stima con

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$$