

## CAPITOLO 7

### Campionamento e distribuzioni campionarie

#### Campionamento casuale semplice

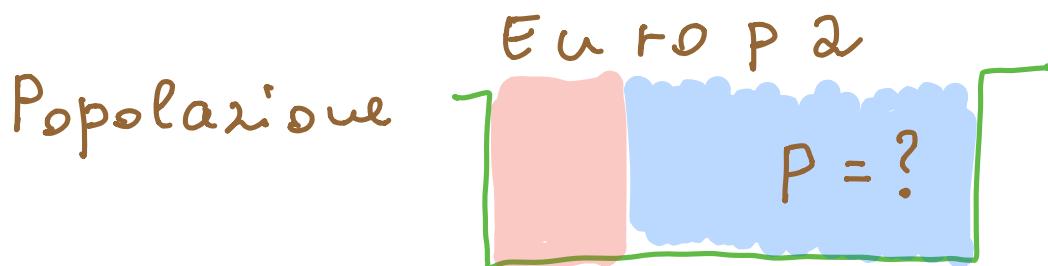
Un processo di selezione dalla popolazione tale che

- 1) ogni unità della popolazione ha la stessa probabilità di essere estratto
- 2) la selezione di una unità è indipendente della selezione di un'altra
- 3) Ogni possibile campione

di dimensione  $n$  ha la stessa probabilità.

- I campioni casuali sono ideali.
- I campioni casuali sono rappresentativi delle popolazioni

Perché ?



Sia  $p$  = proporzione di favorevoli

- Estraiamo un campione casuale con ripetizione di 1000 elettori

dalle popolazioni.

- È equivalente a fare 1000 prove di Bernoulli indipendenti e identiche che ci assegnano con probabilità p di favorevole.
- La probabilità di ottenere  $x$  favorevoli è binomiale  
$$P(x) = \binom{1000}{x} p^x q^{1000-x}$$
- In media quanti successi ottengo?  
$$E(X) = np = 1000 p.$$
- In media che proporzione di successi ottengo?

$$\text{proporzione} = \frac{x}{n} = \frac{x}{1000}$$

$$E(\text{proporzione}) = E\left(\frac{x}{1000}\right)$$

$$= \frac{1}{1000} E(x)$$

$$= \frac{1}{1000} \cdot 1000 p$$

$$= p \quad !!!$$

Quindi se calcolo le proporzioni  
di favorevoli  $\frac{x}{1000}$  ottengo  
una stima di  $p$  senza  
pregiudizi.

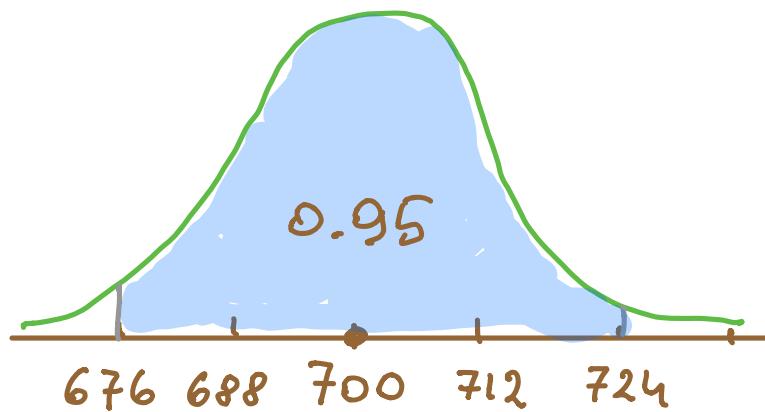
Esempio supponiamo che

$$p = 0.7.$$

Vediamo come è fatta  
la distribuzione di  
 $X = \#\text{ favorevoli su 1000}$ .

Siccome  $n$  è grande .

è praticamente normale  
con media  $\mu = np = 700$   
 $\sigma^2 = npq = 140$   
 $\sigma \approx 12$



Quindi abbiamo un prob.  
0.95 di ottenere una  
proporzione tra

$$\frac{676}{1000} \quad \text{e} \quad \frac{724}{1000}$$
$$\text{||} \qquad \qquad \qquad \text{||}$$
$$0.676 \qquad \qquad \qquad 0.724$$

quando la verità è 0.7 !

Popolazione  
 $\{0, 1\}$   
parametro  
che non conosciamo

P  
probabilità  
di successo

Campione  
casuale  
stima  
 $\hat{P} = \frac{X}{n}$   
proporzione  
di successi.

## Esercizio

Popolazione

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Campione  
Casuale

$$n = 2$$

Lancia un  
dado 2  
volte

Parametro  
ignoto

$$\mu = 3.5$$

Stima

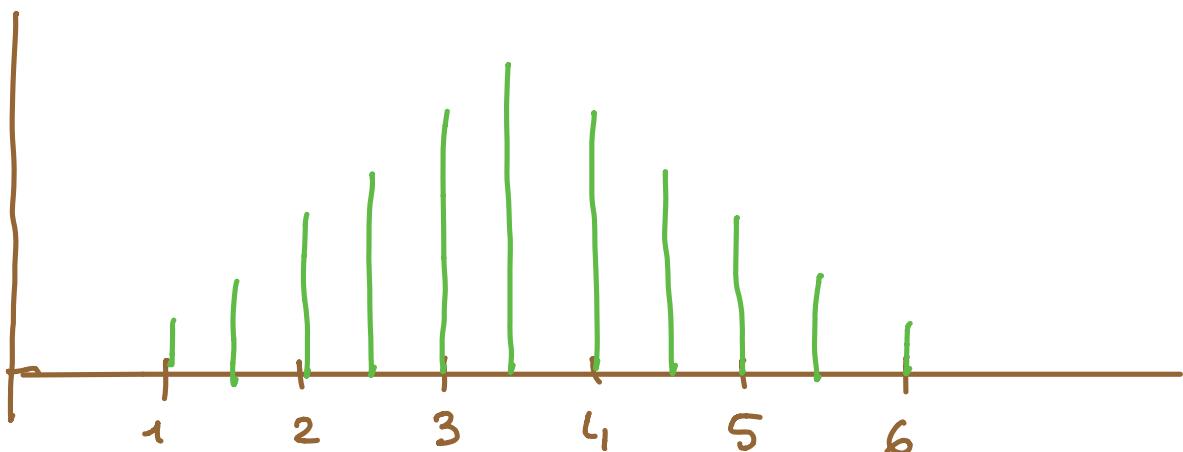
$\bar{x}$  = media  
aritmetica  
campionaria

Come è fatta la  
distribuzione delle medie?



Ogni campione ha Prob =  $\frac{1}{36}$

Distribuzione di Prob di  $\bar{x}$ .



Che risultato ci aspettiamo  
per  $\bar{X}$ ?

1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$E(\bar{X}) = 3.5 \quad \text{il vero parametro.}$$

Esempi vari

→ [onlinestatbook.com/  
stat\\_sim/sampling-dist/](http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling-dist/)

## Riaminato.

- ▶ Per stimare una qualsiasi incognita nella popolazione (detta parametro)  
Sei deve fare un censimento  
o come estrare un  
campione casuale
- ▶ Dal campione si calcola uno stimatore del parametro

## DUE ESEMPI DI BASE

- Tu una popolazione in cui interessa stimare la probabilità di successo  $p$

$p$  si stima con

$$\hat{p} = \frac{\# \text{ successi}}{n} = \frac{X}{n}$$

- Tu una popolazione in cui interessa stimare la media  $\mu$ .

$\mu$  si stima con

$$\bar{X} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$