

Лабораторная работа 3.2.5

Вынужденные колебания в электрическом контуре.

5 ноября 2021 г.

Старченко Иван Александрович

Цель работы: исследование вынужденных колебаний и процессов их установления в колебательном контуре.

Оборудование: генератор звуковых частот, вольтметр, частотометр, конденсатор, катушка индуктивности, магазин сопротивлений, осциллограф, универсальный измеритель импеданса (LCR-метр).

1. Теоретическая справка

Рассмотрим процессы, протекающие в колебательном контуре, подсоединенном к внешней ЭДС. Для колебаний в контуре имеем, применяя метод комплексных амплитуд:

$$\ddot{I} + 2\gamma \dot{I} + \omega^2 I = -\varepsilon \frac{\Omega}{L} \sin(\Omega t) \Leftrightarrow \ddot{\tilde{I}} + 2\gamma \dot{\tilde{I}} + \omega^2 \tilde{I} = -\varepsilon \frac{\Omega}{L} e^{i\Omega t}$$

Общим решением данного уравнения является суперпозиция синусоид: первая – с частотой собственных колебаний контра ω и амплитудой, экспоненциально убывающей со временем; вторая – с частотой внешнего источника Ω и постоянной амплитудой. Со временем собственные колебания затухают, и в контуре устанавливаются вынужденные колебания. Амплитуда этих колебаний максимальна при совпадении частоты Ω внешнего сигнала с собственной частотой контура ω_0 .

$$I = Be^{-\gamma t} \sin(\omega t - \theta) + \frac{\varepsilon_0 \Omega}{L \rho_0} \sin(\Omega t - \psi)$$

Резонансная частота контура определяется по формуле

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1)$$

Построив *резонансные кривые* - графики зависимости $U/U_0 = f(\nu/\nu_0)$, определим добротность контура при сопротивлении $R = 0,01$ Ом и $R = 100,01$ Ом по формуле

$$Q = \frac{\nu_0}{2\Delta\nu}, \quad (2)$$

где ν_0 - резонансная частота, а $2\Delta\nu$ - ширина резонансной кривой при $U/U_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Также добротность колебательного контура можно установить по скорости нарастания амплитуды вынужденных колебаний при резонансе или по скорости затухания свободных колебаний. Наблюдать эти явления на осциллографе можно, если на контур подаются цуги. Чем выше добротность, тем медленнее нарастают и медленнее затухают колебания в контуре. Логарифмический декремент затухания связан с добротностью и при исследовании затухания колебаний может быть вычислен по формуле

$$\Theta = \frac{\pi}{Q} = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}, \quad (3)$$

а при установлении колебаний в контуре

$$\Theta = \frac{\pi}{Q} = \frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}} \quad (4)$$

2. Экспериментальная установка

Схема установки для исследования вынужденных колебаний приведена на Рис. 1

Колебательный контур состоит из ёмкости $C = 0,1$ мкФ, индуктивности $L = 100$ мГн и переменного сопротивления R

Также учтём достаточно большое сопротивление магазина индуктивностей и уточним фактическую его индуктивность

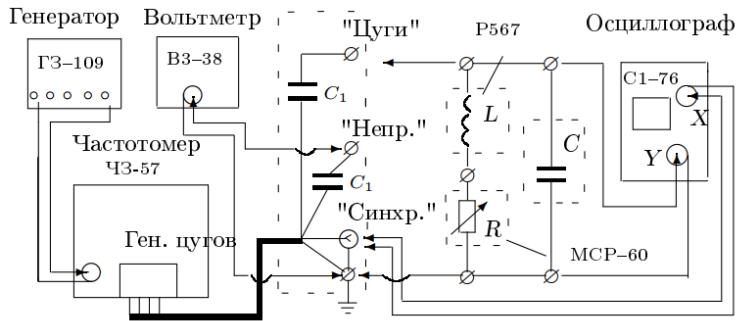


Рис. 1 – Схема экспериментальной установки для исследования вынужденных колебаний

$$R_L = 30,418 \text{ Ом} \quad L = 100,4 \text{ мГн}$$

Погрешность магазинов индуктивностей и сопротивлений

$$\sigma_L = 0,2008\% \quad \sigma_R = 0,02\%$$

3. Ход работы

U, В	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ν , Гц	1484	1490	1494	1499	1503	1507	1510	1514	1516	1518	1521

U, В	23	24	25	26	27	28	29	29,5	30	30,5	30,75
ν , Гц	1523	1526	1528	1531	1534	1536	1539	1541	1543	1546	1550

U, В	30,5	30	29,5	29	28,5	28	27	26	25	24	23
ν , Гц	1551	1557	1559	1561	1563	1564	1566	1569	1572	1575	1577

U, В	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
ν , Гц	1580	1585	1587	1590	1593	1597	1602	1606	1611	1618	1624

Таблица 1 – Зависимость показаний вольтметра от частоты колебаний в контуре, $R = 0 \text{ Ом}$

Соберем схему изображенную на Рис. 1. Резонансная частота в таком контуре равна $\nu_m = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1591,6 \text{ Гц}$. Будем менять частоту и фиксировать значения вольтметра. Проведем измерения без подключенного дополнительного сопротивления и с сопротивлением $R=100 \text{ Ом}$.

U, В	21	22	23	24	25	26	27	28	28,5	29
ν , Гц	1448	1457	1465	1472	1481	1489	1496	1506	1510	1515

U, В	29,5	30	30,5	31	31,2	31	30,5	30	29,5	29
ν , Гц	1521	1527	1535	1549	1558	1567	1581	1589	1596	1604

U, В	28,5	28	27	26	25	24	23	22	21	20
ν , Гц	1609	1615	1626	1637	1648	1659	1670	1682	1695	1708

Таблица 2 — Зависимость показаний вольтметра от частоты колебаний в контуре, $R = 100$ Ом

Построим резонансные кривые в координатах $U/U_m = f(\nu/\nu_m)$ (Рис. 2 и 3). По формуле (2) определим добротность колебательного контура

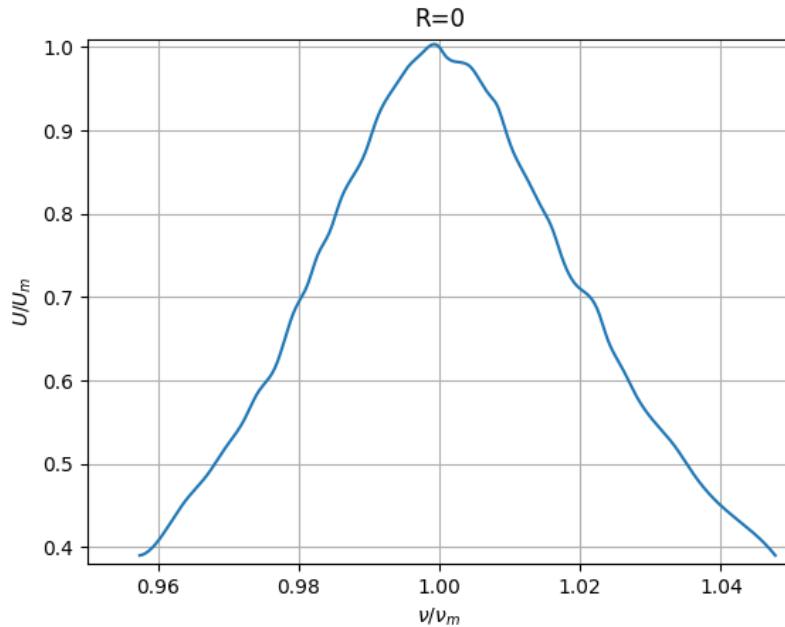


Рис. 2 — Резонансная кривая для цепи с сопротивлением $R = 0$ Ом

при разных значениях R :

$$Q_0 = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_1} = \frac{1550}{38} = 26,271$$

$$Q_{100} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_2} = \frac{1558}{144,4} = 6,924$$

Погрешность измерения ширины резонансной кривой определим по методу наименьших квадратов (прямые на резонансных кривых до на-

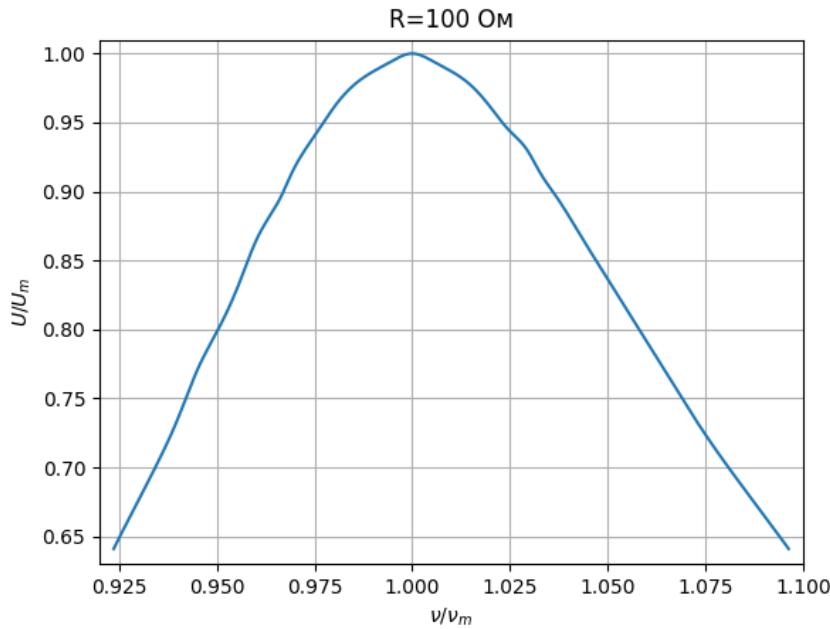


Рис. 3 — Резонансная кривая для цепи с сопротивлением $R = 100$ Ом

чала перегиба, $\approx 0,95$ по оси y).

$$\sigma_{\Delta\nu} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}$$

Тогда для погрешности добротности формула

$$\sigma_Q = Q \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\nu_0}}{\nu_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta\nu}}{\Delta\nu}\right)^2}$$

Окончательно получим

$$Q_0 = 26,271 \pm 0,231 \quad \epsilon_0 = 0,88\%$$

$$Q_{100} = 6,924 \pm 0,005 \quad \epsilon_0 = 0,07\%$$

Определим экспериментальное значение добротности контура по формуле $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

$$Q_0 = 32,93 \quad Q_{100} = 7,68$$

Подключим контур к клемме "Цуги". Установим на генераторе резонансную частоту, подберём частоту развёртки ЭО, при которой на экране

укладывается один цуг колебаний. Рассчитаем добротность контура при нарастании и затухании колебаний, пользуясь формулами (3) и (4). Результаты измерения запишем в таблицы 3 - 6. Фотографии картинки на осциллографе при нарастании и затухании колебаний при разных сопротивлениях в цепи представлены на Рис. ?? и ??.

$$Q_{up} = \frac{\pi}{\Theta} = \pi \left(\frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}} \right)^{-1}$$

$$Q_{down} = \frac{\pi}{\Theta} = \pi \left(\frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \right)^{-1}$$

U, дел	0,5	1	1,4	1,8	2,2	2,5	2,6	2,9	3,4
Q	15,84	15,49	12,81	10,91	10,8	15,49	10,76	6,4	6,8

Таблица 3 — Нарастание колебаний, R=0 Ом

U, дел	2,7	2,5	2,2	1,8	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1
Q	40,8	30,66	28,14	28,14	31,3	29,84	28,14	30,73	32,74

Таблица 4 — Затухание колебаний, R = 0 Ом

U, дел	2,7	0,8	1,5	2	2,3	2,5
Q	6,83	6,29	5,58	5,83	5,72	5,26

Таблица 5 — Нарастание колебаний, R = 100 Ом

U, дел	2,3	1,5	1	0,7	0,5	0,3
Q	7,35	7,54	7,92	8,23	7,74	8,24

Таблица 6 — Затухание колебаний, R = 100 Ом

Рассчитаем погрешность определения средней величины Q по формуле

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum (x_i - \langle x \rangle)^2}$$

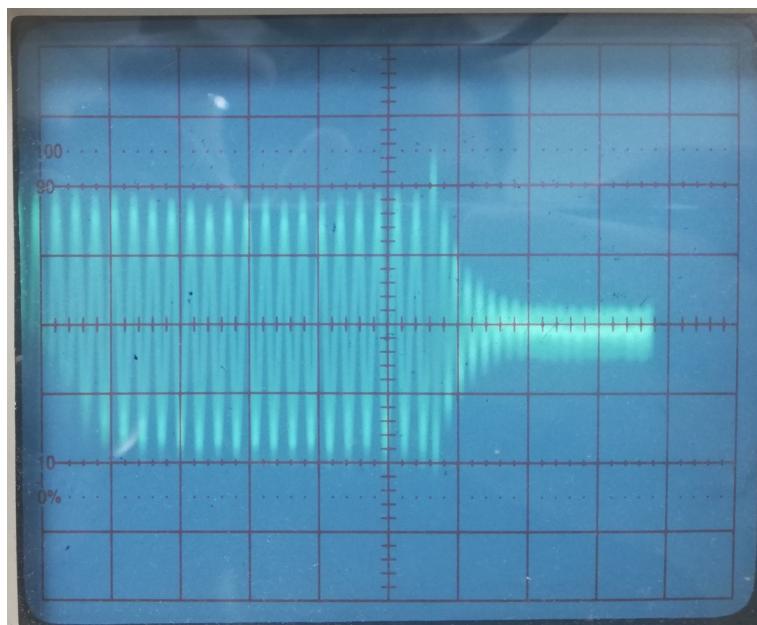
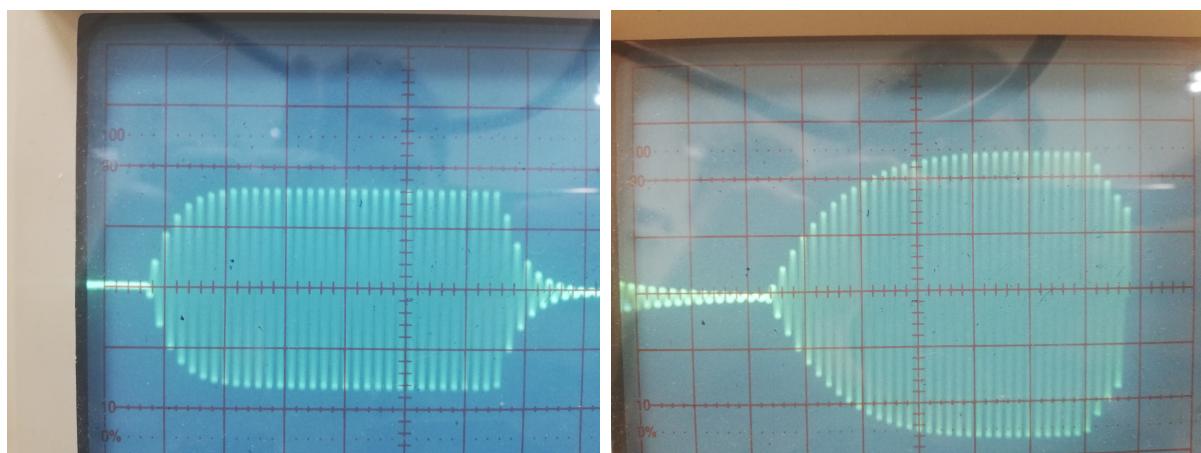


Рис. 4 — Биения

Тогда получившиеся значения добротностей для каждой серии измерений:

$$\begin{aligned} Q_{0up} &= 12,189 \pm 12,891 & \epsilon &= 105,8\% \\ Q_{0down} &= 30,403 \pm 38,634 & \epsilon &= 127,1\% \\ Q_{100up} &= 5,766 \pm 1,169 & \epsilon &= 20,3\% \\ Q_{100down} &= 7,925 \pm 1,133 & \epsilon &= 14,3\% \end{aligned}$$

Рис. 5 — Нарастание и затухание колебаний при $R = 100$ Ом

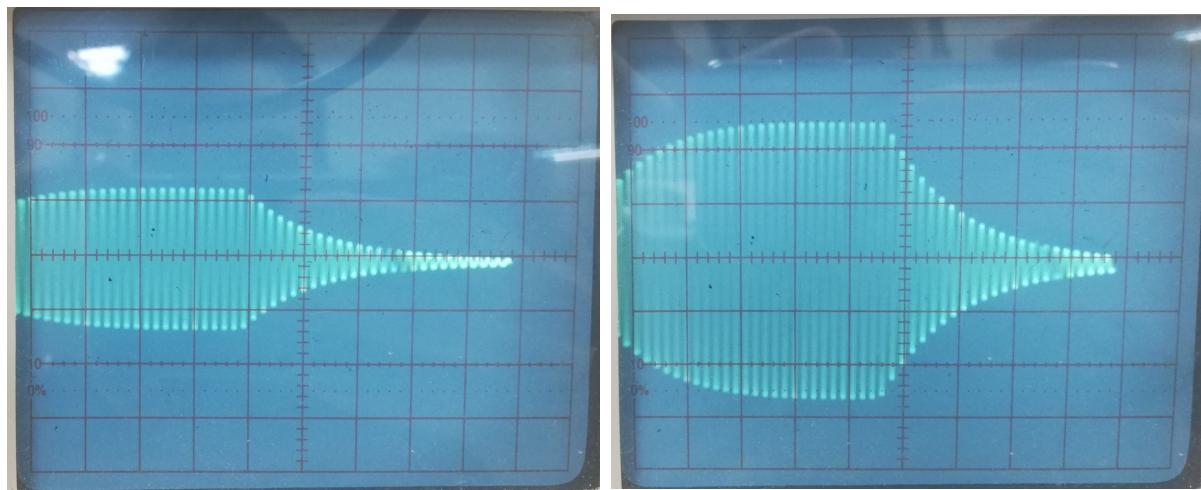


Рис. 6 – Нарастание и затухание колебаний при $R = 0 \text{ Ом}$