

Лабораторная работа 2.1.4

Определение теплоемкости твердых тел

10 Марта 2021 г.

Старченко Иван Александрович

Цель работы: 1) измерение количества подведенного тепла и вызванного им нагрева твердого тела; 2) определение теплоемкости по экстраполяции отношения $\frac{\Delta Q}{\Delta T}$ к нулевым потерям тепла.

В работе используются: калориметр с нагревателем и термометром сопротивления; амперметр; вольтметр; мост постоянного тока; источник питания 36 В.

1. Теоретическое введение

В предлагаемой работе измерение теплоёмкости твёрдых тел производится по обычной схеме. Исследуемое тело помещается в калориметр. Измеряется ΔQ — количество тепла, подведённого к телу, и ΔT — изменение температуры тела, произошедшее в результате подвода тепла. Теплоёмкость определяется по формуле

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (1)$$

Температура исследуемого тела надёжно измеряется термометром сопротивления, а определение количества тепла, поглощённого телом, обычно вызывает затруднение. В реальных условиях не вся энергия $P\Delta t$, выделенная нагревателем, идет на нагревание исследуемого тела и калориметра, часть ее уходит из калориметра благодаря теплопроводности его стенок. Оставшееся в калориметре количество тепла ΔQ равно

$$\Delta Q = P\Delta t - \lambda(T - T_{\kappa}) \Delta t, \quad (2)$$

где P — мощность нагревателя, λ — коэффициент теплоотдачи стенок, T — температура тела, T_{κ} — комнатная температура, Δt — время, в течение которого идет нагревание.

Из уравнений (1) и (2) получаем

$$C = \frac{P - \lambda(T - T_{\text{к}})}{\Delta T / \Delta t} \quad (3)$$

Формула (3) является основной расчетной формулой работы. Она определяет теплоемкость тела вместе с калориметром. Теплоемкость калориметра измеряется отдельно и вычитается из результата.

С увеличением температуры исследуемого тела растет утечка энергии, связанная с теплопроводностью стенок калориметра. Из формулы (2) видно, что при постоянной мощности нагревателя по мере роста температуры количество тепла, передаваемое телу, уменьшается и, следовательно, понижается скорость изменения его температуры.

Погрешности, связанные с утечкой тепла, оказываются небольшими, если не давать телу заметных перегревов и проводить все измерения при температурах, мало отличающихся от комнатной. Однако при небольших перегревах возникает большая ошибка при измерении $\Delta T = T - T_{\text{к}}$, и точность определения теплоемкости не возрастает. Чтобы избежать этой трудности, в работе используется следующая методика измерений. Зависимость скорости нагревания тела $\Delta T / \Delta t$ от температуры измеряется в широком интервале изменения температур. По полученным данным строится график:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = f(T) \quad (4)$$

Этот график экстраполируется к температуре $T = T_{\text{к}}$, и таким образом определяется скорость нагревания при комнатной температуре $(\Delta T / \Delta t)_{T_{\text{к}}}$. Подставляя полученное выражение в формулу (3) и замечая, что при $T = T_{\text{к}}$ член $\lambda(T - T_{\text{к}})$ обращается в ноль, получаем

$$C = \frac{P}{(\Delta T / \Delta t)_{T_{\text{к}}}} \quad (5)$$

Температура измеряется термометром сопротивления, представляющим собой медную проволоку, намотанную на теплопроводящий каркас внутренней стенки калориметра (рис. 1). Сопротивление проводника изменяется с температурой по закону

$$R_T = R_0(1 + \alpha \Delta T) \quad (6)$$

где R_T – сопротивление термометра при $T^\circ\text{C}$, R_0 – его сопротивление при 0°C , α – температурный коэффициент сопротивления.

Дифференцируя (6) по времени, найдем

$$\frac{dR}{dt} = R_0 \alpha \frac{dT}{dt}, \quad (7)$$

Выразим сопротивление R_0 через измеренное значение R_k – сопротивление термометра при комнатной температуре. Согласно (6), имеем

$$R_0 = \frac{R_k}{1 + \alpha \Delta T_k} \quad (8)$$

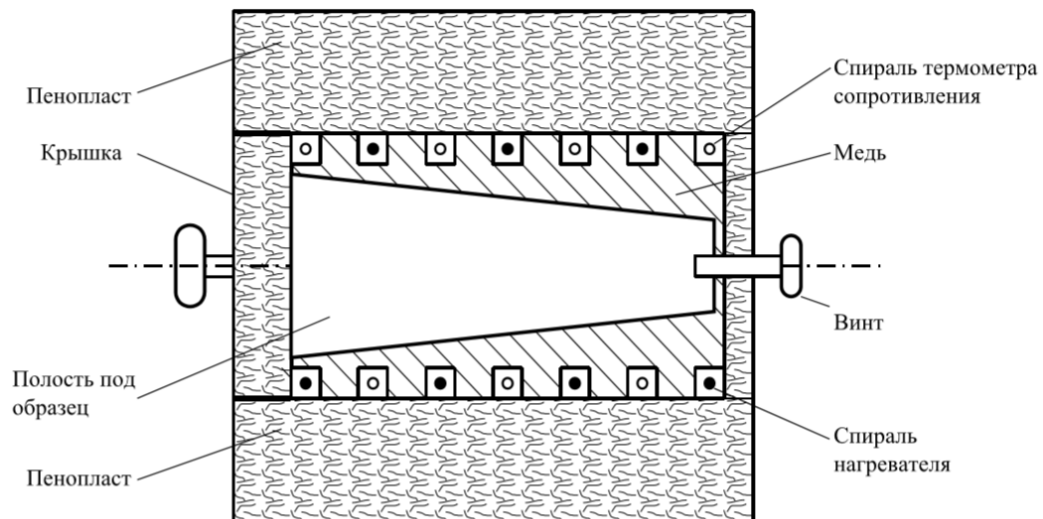


Рис. 1: "Схема устройства калориметра"

Подставляя (7) и (8) в (5), найдем

$$C = \frac{P \cdot R \cdot \alpha}{\left(\frac{dR}{dt}\right)_{T_k} (1 + \alpha \Delta T_k)} \quad (9)$$

Входящий в формулу температурный коэффициент сопротивления меди равен $\alpha = 4,28 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, все остальные величины определяются экспериментально.

2. Экспериментальная установка

Установка состоит из калориметра с пенопластовой изоляцией, помещенного в ящик из многослойной клееной фанеры. Внутренние стенки калориметра выполнены из материала с высокой теплопроводностью. Надежность теплового контакта между телом и стенками обеспечивается их формой: они имеют вид усеченных конусов и плотно прилегают друг к другу.

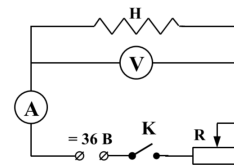


Рис. 2: "Схема включения нагревателя"

В стенку калориметра вмонтированы электронагреватель и термометр сопротивления. Схема включения нагревателя изображена на рис.2. Система реостатов позволяет установить нужную силу тока в цепи нагревателя. По амперметру и вольтметру определяется мощность, выделяемая в нагревателе. Величина сопротивления термометра измеряется мостом постоянного тока.

3. Ход работы

Настроим мост, а также измерим сопротивление термометра при комнатной температуре. Затем настроим нагреватель. Настройка оборудования закончена.

При неизменной мощности нагревателя определите зависимость сопротивления термометра от времени для пустого калориметра $R_T =$

$R(t)$. Заполним таблицу с полученными данными.

R , Ом	18,08	18,18	18,28	18,38	18,48	18,58	18,68	18,78	18,88
t , с	0	92	187	289	398	513	638	766	904
R , Ом	18,98	19,08	19,18	19,28	19,38	19,48			
t , с	1049	1202	1362	1538	1723	1914			

Таблица 1: Измерение зависимости сопротивления от времени для пустого калориметра.

Аналогично получим таблицу зависимости сопротивления для латуни и алюминия.

R , Ом	18,08	18,18	18,28	18,38	18,48	18,58	18,68	18,78	18,88
t , с	0	108	224	348	481	619	772	935	1112
R , Ом	18,98	19,08	19,18	19,28	19,38	19,48			
t , с	1294	1488	1701	1927	2157	2389			

Таблица 2: Измерение зависимости сопротивления от времени для алюминия.

R , Ом	18,08	18,18	18,28	18,38	18,48	18,58	18,68	18,78	18,88
t , с	0	135	274	421	576	741	913	1094	1285
R , О	18,98	19,08	19,18	19,28	19,38	19,48			
t , с	1483	1693	1909	2135	2371	2619			

Таблица 3: Измерение зависимости сопротивления от времени для латуни.

Изобразим полученные точки на графике и проведем через них плавную кривую. Затем разделим полученный график на 14 отрезков, найдя

на каждом найдя коэффициент наклона по формуле (10). Полученные значения нанесем на график с помощью Matlab (график приведен в самом конце). Не забудем проэкстраполировать к точке $R_T = R_K$

$$\frac{dR}{dt} \approx \frac{R(t_2) - R(t_1)}{t_2 - t_1}, \quad (10)$$

Затем найдем теплоемкость пустого калориметра (C_0) по формуле (9). Аналогично найдем теплоемкости для латунного и алюминиевого тела, при этом учтя поправки на незамкнутость системы по следующей формуле.

$$C_{1,2} = C'_{1,2} - C_0, \quad (11)$$

Где $C_{1,2}$ – искомые теплоемкости без учета калориметра, $C'_{1,2}$ – полученные из графика теплоемкости с учетом калориметра, C_0 – теплоемкость калориметра.

Далее посчитаем удельную и молярную теплоемкость по формулам:

$$c_{1,2} = \frac{C_{1,2}}{m_{1,2}}, \quad C_{\mu_1, \mu_2} = c_{1,2} \cdot \mu_{1,2} \quad (12)$$

4. Обработка данных

С помощью Matlab получим уравнения аппроксимирующих прямых. В данном случае я воспользовался аппроксимацией полином второй степени, так как коэффициент при кубе в каждом из случаев $\ll 1$. Найдем $\left(\frac{dR}{dt}\right)$ при $R_k = 18.08$ Ом в каждом из случаев:

$$\left(\frac{dR_{\text{кал}}}{dt}\right) = 0,0001R_K^2 - 0,0056R_K + 0,700 = 14,21 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{с}}, \quad (13)$$

$$\left(\frac{dR_{\text{лат}}}{dt}\right) = 0,0002R_K^2 - 0,0074R_K + 0,694 = 9,84 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{с}}, \quad (14)$$

$$\left(\frac{dR_{\text{алм}}}{dt}\right) = 0,0001R_{\text{к}}^2 - 0,0036R_{\text{к}} + 0,333 = 9,01 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{с}}. \quad (15)$$

Погрешности полученные в Matlab:

$$\sigma_{\frac{dR_{\text{кал}}}{dt}} = 0.91 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{с}}, \quad \varepsilon_{\frac{dR_{\text{кал}}}{dt}} = 6,4 \% \quad (16)$$

$$\sigma_{\frac{dR_{\text{кал}}}{dt}} = 0.72 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{с}}, \quad \varepsilon_{\frac{dR_{\text{кал}}}{dt}} = 7,32 \% \quad (17)$$

$$\sigma_{\frac{dR_{\text{кал}}}{dt}} = 0,51 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{с}}, \quad \varepsilon_{\frac{dR_{\text{кал}}}{dt}} = 5,66 \% \quad (18)$$

Теперь с помощью формулы (9) найдем теплоемкости.

$$C_{\text{кал}} = 588,5 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \quad (19)$$

$$C'_{\text{алм}} = 849,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \quad (20)$$

$$C'_{\text{лат}} = 927,6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \quad (21)$$

Погрешности полученные в Matlab:

$$\sigma_{C_{\text{кал}}} = 41,1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{C_{\text{кал}}} = 7,0 \% \quad (22)$$

$$\sigma_{C'_{\text{алм}}} = 66,5 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{C'_{\text{алм}}} = 7,0 \% \quad (23)$$

$$\sigma_{C'_{\text{лат}}} = 53,6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{C'_{\text{лат}}} = 5,8 \% \quad (24)$$

Вычтем из полученных теплоемкостей теплоемкость пустого калориметра

$$C_{\text{алм}} = 260,8 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \quad (25)$$

$$C_{\text{лат}} = 339,1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \quad (26)$$

Погрешности полученные в Matlab:

$$\sigma_{C_{\text{алм}}} = 25,1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{C_{\text{алм}}} = 9,6 \% \quad (27)$$

$$\sigma_{C_{\text{лат}}} = 12.5 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{C_{\text{лат}}} = 3.7 \% \quad (28)$$

Найдем удельную теплоемкость по формуле (12):

$$c_{\text{алм}} = \frac{260,8}{294,2 \cdot 10^{-3}} = 886,5 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кг}} \quad (29)$$

$$c_{\text{лат}} = \frac{339,1}{875,5 \cdot 10^{-3}} = 387,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кг}} \quad (30)$$

Погрешности полученные в Matlab:

$$\sigma_{c_{\text{алм}}} = 43.3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{c_{\text{алм}}} = 4.9 \% \quad (31)$$

$$\sigma_{c_{\text{лат}}} = 34.4 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{c_{\text{лат}}} = 8,9 \% \quad (32)$$

Найдем молярную теплоемкость по формуле (12):

$$C_{\mu\text{алм}} = 886,5 \cdot 27 \cdot 10^{-3} = 23,9 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \quad (33)$$

$$C_{\mu\text{лат}} = 387,3 \cdot 64,3 \cdot 10^{-3} = 24,9 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \quad (34)$$

Погрешности полученные в Matlab:

$$\sigma_{C_{\mu\text{алм}}} = 103.86 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{C_{\mu\text{алм}}} = 4.9 \% \quad (35)$$

$$\sigma_{C_{\mu\text{лат}}} = 49.45 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}, \quad \varepsilon_{C_{\mu\text{лат}}} = 8,9 \% \quad (36)$$

5. Заключение

В результате проделанного эксперимента были получены $c_{\text{алм}} = 886,5 \pm 43,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кг}}$, $c_{\text{лат}} = 387,3 \pm 34,4 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кг}}$. Табличные значения соответственно равны $c_{\text{а, табл}} = 920,0 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кг}}$ и $c_{\text{л, табл}} = 380,0 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кг}}$. Полученные значения лежат в пределах погрешности, что говорит о применимости данного метода.

6. Список используемой литературы

- Гладун А. Д. Лабораторный практикум по общей физике. Термодинамика и молекулярная физика
- [Описание лабораторных работ на кафедре общей физики МФТИ](#)

7. Графики

Рисунок 1. График зависимости сопротивления пустого калориметра, латуни и алюминия от времени.

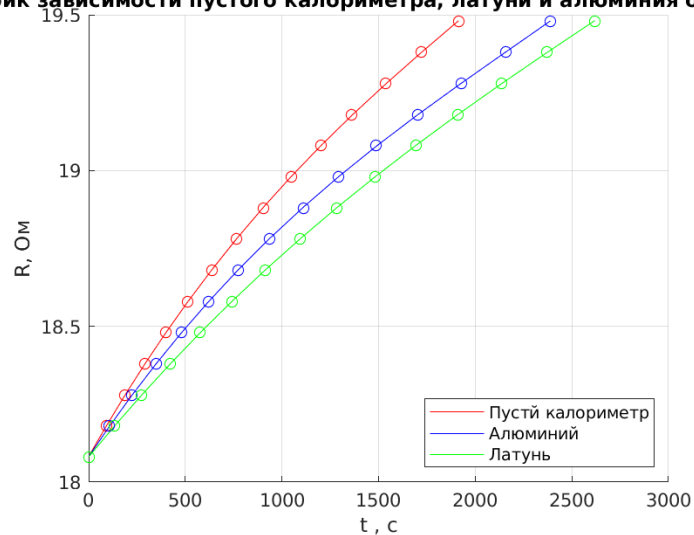


Рисунок 2. График зависимости скорости изменения сопротивления dR/dt от сопротивления R для пустого калориметра, латуни и алюминия.

