

Работа 1.2.2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЗАКОНА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА КРЕСТООБРАЗНОМ МАЯТНИКЕ

Работу выполнил Матренин Василий Б01-006

Цель работы: экспериментально проверить уравнение (1), получив зависимость углового ускорения от момента инерции и момента прикладываемых к системе сил, а также проанализировать влияние сил трения, действующих в оси вращения.

В работе используются: Крестообразный маятник Обербека; компьютер

Схема установки:

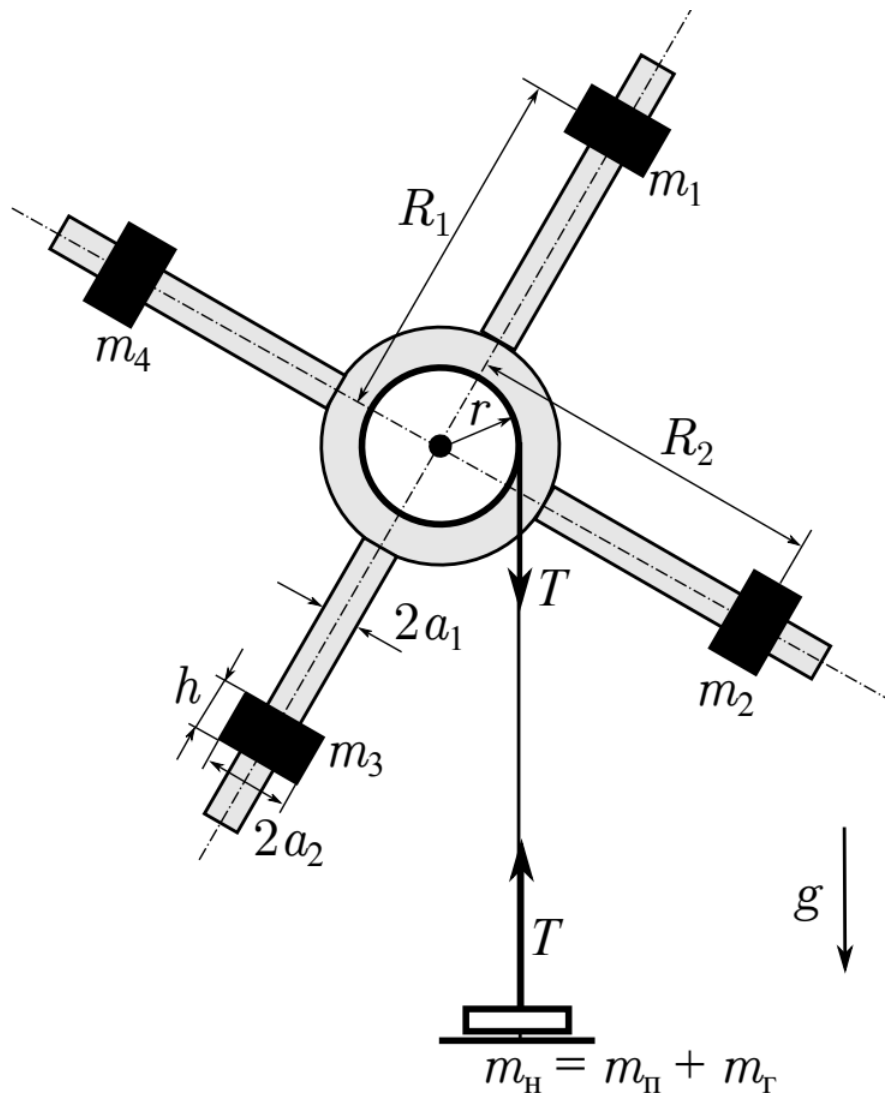


Рис. 1. Крестообразный маятник Обербека

1 Формулы:

Основное уравнение вращательного движения тела вокруг закреплённой оси:

$$I\ddot{\phi} = M \quad (1)$$

1.1 Вывод уравнения движения маятника:

Момент силы натяжения нити:

$$M_H = m_H r (g - \beta r) \quad (2)$$

Вращению маятника препятствует момент силы трения в оси $M_{\text{тр}}$. Таким образом, с учетом (2) уравнение (1) может быть записано как:

$$(I + m_H r^2) \beta = m_H g r - M_{\text{тр}} \quad (3)$$

Поскольку в опытах, как правило, $m_{\text{н}} r^2 \ll I$, и соответственно $M_{\text{н}} \approx m_{\text{н}} g r$. Если трение мало, $M_{\text{тр}} \ll m_{\text{н}} g r$, то маятник будет раскручиваться с постоянным угловым ускорением $\beta_0 \approx m_{\text{н}} g r / I$

Зависимость момента силы трения от нагрузки на маятник и скорости его вращения не известна, но в общем случае есть как составляющая, пропорциональная угловой скорости ω , так и составляющая, пропорциональная силе реакции в оси N. Учитывая, что сила реакции уравновешенного маятника равна $N = m_{\text{м}} g + T \approx (m_{\text{м}} + m_{\text{н}}) g \approx m_{\text{н}} g$, где $m_{\text{м}}$ - масса маятника (как правило, $m_{\text{м}} \gg m_{\text{н}}$, можно записать:

$$M_{\text{тр}} \simeq \left(1 + \frac{m_{\text{н}}}{m_{\text{м}}}\right) M_0 + \mu \omega \approx M_0 + \mu \omega \quad (4)$$

Где M_0 - момент сил трения для покоящегося маятника при нулевой массе подвеса (минимальное значение силы трения), μ — некоторый коэффициент, отвечающий за вязкое трение.

1.2 Методика эксперимента

Если верны высказанные выше соображения о величине силы трения, из (3) и (4) следует, что угловое ускорение должно быть линейной функцией угловой скорости: $\beta(\omega) = \beta_0 + k\omega$. В таком случае, определив по экспериментальным данным (с помощью расчётной программы) коэффициенты прямой, можно найти начальное угловое ускорение β_0 , значение которого и используется при проверке основного соотношения (3) при различных параметрах системы ($m_{\text{н}}, I, r$).

Момент нерции системы рассчитывается по теореме Гюйгенса-Штейнера:

$$I = I_0 + \sum_{i=1}^4 (I_i + m_i R_i^2), \quad (5)$$

где I_0 - момент инерции системы без грузов,

$$I_i = \frac{1}{12} m_i h^2 + \frac{1}{4} m_i (a_1^2 + a_2^2) \quad (6)$$

- момент инерции i-го груза (грузы имеют форму полых цилиндров) относительно оси, проходящей через его центр масс (перпендикулярно плоскости рис. 1). Где a_1 и a_2 - внутренний и внешний радиус цилиндров, h - образующая цилиндров.

2 Ход работы:

2.1 Балансировка:

Установил грузы m_i на некотором (среднем) расстоянии от оси шкива, так чтобы маятник оказался в положении безразличного равновесия. Провел балансировку, незначительно изменяя положения грузов.

Положения грузов R_i :

$$R_1 = 11,88 \quad \text{см}$$

$$R_2 = 12,46 \quad \text{см}$$

$$R_3 = 12,15 \quad \text{см}$$

$$R_4 = 11,85 \quad \text{см}$$

Массы грузов R_i :

$$m_1 = 146,6 \quad \text{г}$$

$$m_2 = 146,3 \quad \text{г}$$

$$m_3 = 146,3 \quad \text{г}$$

$$m_4 = 152,7 \quad \text{г}$$

2.2 Измерение момента силы трения покоя:

Намотал на меньший из шкивов нить в один слой и подвесил на ней к маятнику пустую платформу. Нагрузил платформу так, чтобы маятник пришел в движение.

Граничное значение момента силы трения покоя $M_0 = 0,0075 Nm$

2.3 Ознакомление с "Kinematic":

Включил компьютер и запустил расчетно-измерительную программу «Kinematic». Ознакомился с краткой инструкцией по работе с программой.

2.4 Нахождение коэффициентов для зависимости $\beta = \beta_0 + k\omega$:

Намотал нить в один слой на больший из шкивов и поместил перегрузок ($m_T = 27,2 \text{ г}$) на платформу. Провел опыт: с помощью программы измерил зависимость угла поворота маятника от времени в процессе опускания платформы из верхнего в нижнее положение.

Полученные значения:

$$\beta_0 = 0,521 \quad \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$k = -0,0225 \quad \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\sigma_{\beta_0} = 0,006 \quad \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$\sigma_k = 0,006 \quad \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

2.5 Оценка случайной погрешности:

Провел серию экспериментов для фиксированных значений массы и момента инерции маятника, чтобы вычислить случайную ошибку σ_β . Значения для экспериментов приведены в таблице 1.

Таблица 1: значения для вычисления случайной погрешности

Номер эксперимента	1	2	3	4	5	6
$\beta_0, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	0,513	0,509	0,510	0,511	0,511	0,513
$k, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	-0,026	-0,021	-0,021	-0,026	-0,021	-0,025

Тогда случайная ошибка $\sigma_\beta = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$

2.6 Опыты с разными перегрузками m_Γ

Провел эксперимент п. 2.4. для 8 различных значений момента силы натяжения нити, используя перегрузки m_Γ в диапазоне от 20 до 200 г на разных шкивах. Результаты экспериментов приведены в таблице 2 и таблице 3.

Таблица 3: значения для большого шкива

Номер эксперимента	1	2	3	4	5	6	7	8
$m_\Gamma, \text{кг}$	0,043	0,068	0,079	0,116	0,143	0,168	0,180	0,216
$M_\Gamma, \text{Нм}$	0,0093	0,0178	0,022	0,034	0,044	0,052	0,056	0,069
$\beta_0, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	0,519	0,819	0,962	1,436	1,768	2,055	2,219	2,648
$k, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	-0,026	-0,023	-0,024	-0,025	-0,025	-0,026	-0,026	-0,028
$\sigma_{\beta_0}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	0,003	0,003	0,008	0,005	0,007	0,009	0,008	0,007
$\sigma_k, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	0,003	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,004

2.7 Исследование зависимости углового ускорения от момента инерции системы:

Исследую зависимость углового ускорения от момента инерции системы. Для этого при значении массы перегрузка $m_r = 0,116\text{кг}$ проведу измерения при 5 различных значениях расстояния от оси системы до центров масс грузов. Результаты экспериментов предоставлены в таблице 3.

Таблица 3: Исследование зависимости углового ускорения от момента инерции системы

Номер эксперимента	1	2	3	4	5
$R, \text{м}$	0,064	0,089	0,129	0,164	0,054
$M_r, \text{Нм}$	0,348	0,348	0,348	0,348	0,348
$\beta_0, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	2,500	2,044	1,228	0,950	2,698
$k, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	-0,042	-0,033	-0,022	-0,018	-0,0487
$\sigma_{\beta_0}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	0,003	0,006	0,005	0,006	0,013
$\sigma_k, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	0,003	0,006	0,002	0,003	0,005

2.8 Измерение I_0 :

Снял грузы и провел серию экспериментов чтобы рассчитать I_0 .

Результаты экспериментов предоставлены в таблице 4.

Таблица 5: Измерение I_0

Номер эксперимента	1	2	3	4	5
$\beta_0, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	3,398	3,472	3,402	3,474	3,478
$k, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	-0,051	-0,058	-0,051	-0,057	-0,051
$I_0, \text{кгм}^2$					
$\sigma_{\beta_0}, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	0,008	0,016	0,012	0,018	0,014
$\sigma_k, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	0,003	0,006	0,004	0,006	0,004