

Минобрнауки РФ МГТУ МИРЭА	Экзаменационный билет 10 по курсу <b>Дискретная математика</b> 1 семестр (лектор И.В.Арташкин)	Утверждаю (зав.кафедрой)  2021г.
---------------------------------	---	---

В задачах билета используются числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ , которые находятся следующим образом:  $a$  — это число букв в Вашем имени,  $b$  — это число букв в Вашей фамилии,  $c$  — это наименьшее число, большее и  $a$  и  $b$  и не имеющее общих делителей с  $a$ .

1) Докажите методом математической индукции:

$$1 + 4 + 9 + 16 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

2) Укажите на действительной прямой такие отрезки  $X$  и  $Y$  (разные для каждого из трех заданий ниже), что формула  $f(x) = x^2 - 2ax + b$  определяет отображение из  $X$  в  $Y$ , такое что

- а)  $f$  инъективно, но не сюръективно;
- б)  $f$  сюръективно, но не инъективно;
- в)  $f$  биекция.

3) Вычислите произведение перестановок  $\alpha\beta$ , где  $\alpha = (16)(24)$  и  $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найдите четность и порядок полученной перестановки.

4) Расставьте недостающие цифры в перестановке  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ & 9 & & 5 & & & 2 & & \end{pmatrix}$ , чтобы перестановка  $\alpha$  была нечетной и ее порядок был равен 4.

5) Сколькими способами можно пройти кратчайшим путем из точки  $(0; 0)$  на плоскости в точку  $(3; 5)$ , идя только по линиям клетчатой бумаги?

6) Сколько четных перестановок порядка 2 имеется в  $S_6$ ? Перечислите все возможные разложения в произведение независимых циклов.

7) Рассмотрим множество подмножеств  $\mathcal{B}(W)$  множества  $W = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Каких подмножеств больше: тех, которые содержат множество  $W = \{2, 4, 5\}$  или тех, у которых сумма значений характеристической функции четна?