

Лекция 10. Классификация поверхностей второго порядка.

Теорема.

Для любой поверхности второго порядка Φ существует такое движение поверхности, в результате которого уравнение поверхности Φ совпадёт с одним из перечисленных в следующей таблице.

Поверхность	Её каноническое уравнение
1. Эллипсоид	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$
2. Мнимый эллипсоид (\emptyset)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1,$
3. Мнимый конус (точка)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0,$
4. Двуполостной гиперболоид	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1,$
5. Однополостной гиперболоид	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$
6. Конус	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0,$
7. Эллиптический параболоид	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z,$
8. Гиперболический параболоид	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z,$
9. Эллиптический цилиндр	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$
10. Мнимый эллиптический цилиндр	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1,$
11. Пара мнимых плоскостей, пересекающихся по действительной прямой	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0,$
12. Гиперболический цилиндр	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$
13. Пара пересекающихся плоскостей	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0,$
14. Параболический цилиндр	$x^2 = 2py$
15. Пара параллельных плоскостей	$x^2 = a^2$

16. Пара совпадающих плоскостей	$x^2 = 0$
17. Пара мнимых параллельных плоскостей	$x^2 = -a^2$

Доказательство.

Примеры.