

Минобрнауки РФ МГТУ МИРЭА	Экзаменационный билет <b>3</b> <b>по курсу Дискретная математика</b> 1 семестр (лектор И.В.Арташкин)	Утверждаю (зав.кафедрой)  2021г.
---------------------------------	---	---

В задачах билета используются числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ , которые находятся следующим образом:  $a$  — это число букв в Вашем имени,  $b$  — это число букв в Вашей фамилии,  $c$  — это наименьшее число, большее и  $a$  и  $b$  и не имеющее общих делителей с  $a$ .

1) Докажите методом математической индукции:

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n \cdot (3n + 1) = n(n + 1)^2.$$

2) Укажите на действительной прямой такие отрезки  $X$  и  $Y$  (разные для каждого из трех заданий ниже), что формула  $f(x) = x^2 - 2ax + b$  определяет отображение из  $X$  в  $Y$ , такое что

а)  $f$  инъективно, но не сюръективно;

б)  $f$  сюръективно, но не инъективно;

в)  $f$  биекция.

3) Вычислите произведение перестановок  $\alpha\beta$ , где  $\alpha = (13)(24)$  и  $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найдите четность и порядок полученной перестановки.

4) Расставьте недостающие цифры в перестановке  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ & 5 & & & & & 2 & & \end{pmatrix}$ , чтобы порядок перестановки  $\alpha$  был равен 10. Найдите четность полученной перестановки.

5) Сколькими способами можно рассадить 6 пассажиров в три автомобиля? (В некоторые автомобили можно никого не сажать; рассадки, различающиеся только перестановкой пассажиров, не различаются.)

6) Сколько нечетных перестановок порядка 4 имеется в  $S_8$ ? Перечислите все возможные разложения в произведение независимых циклов.

7) Рассмотрим множество функций  $f : W \rightarrow \{0, 1\}$ , где  $W = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Каких характеристических функций больше: тех, сумма значений которых меньше 3, или тех, носитель которых содержит множество  $\{1, 2, 3\}$ ?