I. Знать определения. Необходимо знать определения перечисленных понятий, уметь ими оперировать и приводить соответствующие примеры. Необходимо также знать формулировки перечисленных результатов и уметь ими пользоваться при решении задач. Для получения оценки выше "уд"необходимо также уметь эти результаты доказывать.

(1) Кольцо (коммутативное ассоциативное кольцо с единицей).
(2) Прямое произведение колец.
(3) Изоморфизм колец.
(4) Идемпотентные элементы. Критерий разложимости кольца в прямое произведение колец.
(5) Булево кольцо.
(6) Теорема о строении конечных булевых колец.
(7) Булева алгебра.
(8) Теорема о соответствии между булевыми кольцами и булевыми алгебрами. Строение конечных булевых алгебр.
(9) Кольцо многочленов от нескольких переменных над коммутативным кольцом и над полем.
(10) Деление с остатком в кольце многочленов от одной переменной.
(11) Теорема Безу.
(12) Кольцо функций на множестве со значениями в коммутативном кольце.
(13) Сопоставление многочлену функции, которую он задает. Вопрос инъективности и сюръективности этого отображения в разных случаях.
(14) Интерполяционный многочлен Лагранжа.
(15) Теорема: любую функцию от нескольких переменных в поле из q элементов можно однозначно задать многочленом, в который все переменные входят в степенях, меньших q.
(16) Булева функция.
(17) Носитель булевой функции.
(18) Дизъюнктивная нормальная форма.
(19) Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
(20) Многочлен Жегалкина.
(21) Булев куб; его грани и способы их задания.
(22) Сокращенная дизъюнктивная нормальная форма.
(23) Задача о нахождении тупикового покрытия; тупиковое покрытие.

(24) «Максимальный интервал» — максимальная (по включению) грань куба, содержащаяся в носителе булевой функции.
(25) Матрица инциденции покрытия.
(26) Ядро покрытия; ядровая ДНФ.
(27) Задача о нахождении тупиковых ДНФ булевой функции.
(28) Схема из функциональных элементов; реализация булевой функции схемой из функциональных элементов.
(29) Полная система функций.
(30) Замкнутый класс функций.
(31) Монотонная булева функция. Критерий монотонности в терминах сокращенной ДНФ.
(32) Линейная булева функция. Необходимое условие линейности (равное число значений 0 и 1).
(33) Булева функция, двойственная к данной. Построение таблицы значений двойственной функции.
(34) Самодвойственная булева функция. Как по таблице значений проверить самодвойственность?
(35) Композиция булевых функций.
(36) Пять основных замкнутых классов T_0, T_1, L, M, S.
(37) Теорема Поста
(38) Граф, способы его задания, матрица смежности, матрица инцидентности.
(39) Автоморфизмы графов.
(40) Изоморфизм, гомеоморфизм и гомотопическая эквивалентность графов.
(41) Цикломатическое число графа — единственный гомотопический инвариант.
(42) Путь, простой путь, замкнутый простой путь в графе.
(43) Алгоритм нахождения кратчайшего пути в графе. (В том числе вариант для графа с заданными длинами ребер.)
(44) Связность графа; компоненты связности графа. Алгоритм проверки связности графа.
(45) Критерий эйлеровости связного графа.
(46) Двудольные графы. Теорема Кенига.
(47) Числа реберной и вершинной связности графа; связь между ними.
(48) Дерево — связный граф с нулевым цикломатическим числом.
(49) Свойства деревьев.
(50) Валентность вершины графа. Паспорт графа. Теорема о рукопожатиях. Каким может быть паспорт связного графа?

(51) Остовное дерево связного графа. Жадный алгоритм.
(52) Определение потока на графе. Условия Кирхгофа — линейные уравнения.
(53) Ранг матрицы уравнений Кирхгофа. Размерность пространства потоков.
(54) Базис пространства потоков, связанный с остовным деревом.
(55) Теорема Кирхгофа о том, на каком наборе ребер можно задавать значения потока для его однозначного определения.
(56) Градиент функции, заданной на вершинах графа. Размерность пространства градиентов. Разрез графа.
(57) Ортогональность пространства потоков и пространства градиентов.

II. Уметь.

(1) Приводить примеры ко всем понятиям части "Знать".
(2) Находить совершенную дизъюнктивную нормальную форму для заданной булевой функции.
(3) Находить многочлен Жегалкина для заданной булевой функции.
(4) Находить тупиковые ДНФ для заданной булевой функции двух и трех переменных геометрически.
(5) Находить сокращенную ДНФ и ядровую ДНФ для заданной булевой функции четырех переменных с помощью карты Карно.
(6) Находить сокращенную ДНФ для заданной булевой функции методом Квайна.
(7) Составлять матрицу инциденции покрытия по данному покрытию.
(8) Находить ядро покрытия, пользуясь матрицей инциденции покрытия.
(9) Находить тупиковые покрытия, пользуясь матрицей инциденции покрытия.
(10) Строить схему из функциональных элементов, реализующую данную булеву функцию; оптимизировать схему, пользуясь известными тождествами булевой алгебры.
(11) Проверять, является ли данная булева функция линейной/монотонной/самодвойственной.
(12) Проверять полноту системы функций, пользуясь теоремой Поста.
(13) Выражать стандартные булевы функции через функции заданной полной системы.

(14) Находить число булевых функций от n переменных, содержащихся в классах T_0, T_1, L, S и их попарных пересечениях.
(15) Находить численные характеристики графов: цикломатическое число, паспорт, числа реберной и вершинной связности.
(16) Явно строить базис в простанстве потоков по остовному дереву.
(17) Проверять, является ли данная функция на ребрах графа потоком
(18) Восстанавливать поток по его значениям на некоторых ребрах.

III. Результаты. Необходимо знать формулировки перечисленных результатов и уметь ими пользоваться при решении задач. Для получения оценки выше "уд"необходимо также уметь эти результаты доказывать.

(1) Кольцо изоморфно прямому произведению колец тогда и и только тогда, когда в нем есть идемпотентные элементы.
(2) Конечное булево кольцо изоморфно $\mathbb{Z}_2^n$.
(3) Кольцо многочленов $A[t]$, где A — некоторое кольцо.
(4) Деление с остатком в кольце многочленов $A[t]$, где A — некоторое кольцо; достаточные условия существования и единственности деления с остатком.
(5) Теорема Безу: если $\alpha \in A$ является корнем многочлена $P(t) \in A[t]$, $P(t)$ нацело делится на $t - \alpha$.
(6) Следствие из теоремы Безу: если в кольце A нет делителей нуля, то число корней многочлена не превосходит его степени. Примеры, когда это не так, в кольце, имеющем делители нуля.
(7) Интерполяционный многочлен Лагранжа: явная формула для такого многочлена степени n $P(t) \in \mathbb{K}[t]$, что $P(a_i) = b_i$, $i = 1, \ldots, n+1$ где $a_i \in \mathbb{K}$, $b_i \in \mathbb{K}$, $\mathbb{K}$ — некоторое поле. Единственность такого многочлена.
(8) Любая функция $f : \mathbb{Z}_p \to \mathbb{Z}_p$ (p — простое число) однозначно задается многочленом степени меньше p.
(9) Любая булева функция задается многочленом Жегалкина, причем однозначно.
(10) Любая булева функция однозначно задается совершенной ДНФ, причем однозначно.
(11) Носитель "булева монома"$x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_n^{\alpha_n}$, где

$$x^\alpha = \begin{cases} x & \text{если} \quad \alpha = 1 \\ \bar{x} & \text{если} \quad \alpha = 0 \\ 1 & \text{если} \quad \alpha = * \end{cases}$$

является k-мерной гранью n-мерного булева куба, где k равно количеству $*$ среди α_i; взаимно-однозначность этого соответствия между "булевыми мономами"и гранями n-мерного булева куба.

(12) Множества T_0, T_1, L, M, S являются замкнутыми классами функций.
(13) Теорема Поста.
(14) Линейная функция принимает значения 0 и 1 одинаковое число раз.
(15) Функция самодвойственна тогда и только тогда, когда вектор ее значений антисимметричен относительно своего центра.
(16) Функция монотонна тогда и только тогда, когда в ее сокращенной ДНФ нет отрицаний.
(17) Минор матрицы уравнений Кирхгофа равен ± 1 тогда и только тогда, когда он соответствует остовному дереву графа; в остальных случаях он нулевой.
(18) Вершины и ребра дерева можно занумеровать так, что метрица его уравнений Кирхгофа будет верхнетреугольной.
(19) Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.