Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии. Вариант 33

Соколова Анастасия Витальевна НФИбд-03-18

Содержание

Список иллюстраций

1 Цель работы

Рассмотреть и построить модель эпидемии.

2 Задание

Для заданных начальных условий и коэффициентов пропорциональности построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: 1. если I(0)<=I *2. если I(0)>I*

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Условие задачи

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=12 100) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=120, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=52. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в обоих случаях.

3.2 Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I, *считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t)>I*, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -aS, I(t) > I^* \\ 0, I(t) <= I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} aS - bI, I(t) > I^* \\ -bI, I(t) <= I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = bI$$

Постоянные пропорциональности a,b - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

3.3 Решение

1. Построила график изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда I(t)<=I*.

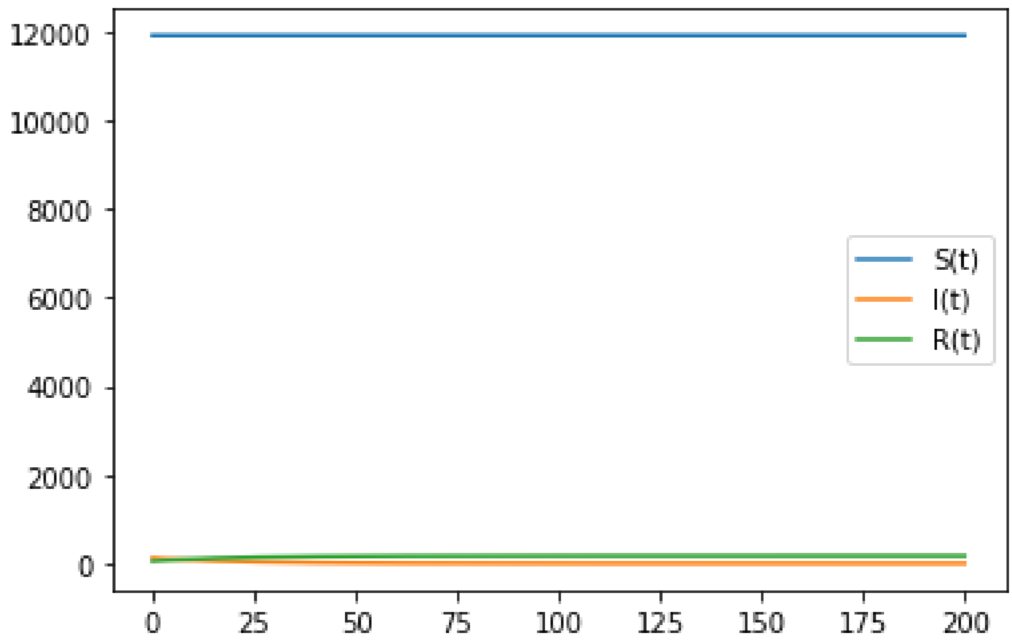

Рис. 3.1: Динамика изменения при I(t)<=I*

2. Построила график изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда I(t)>I*.

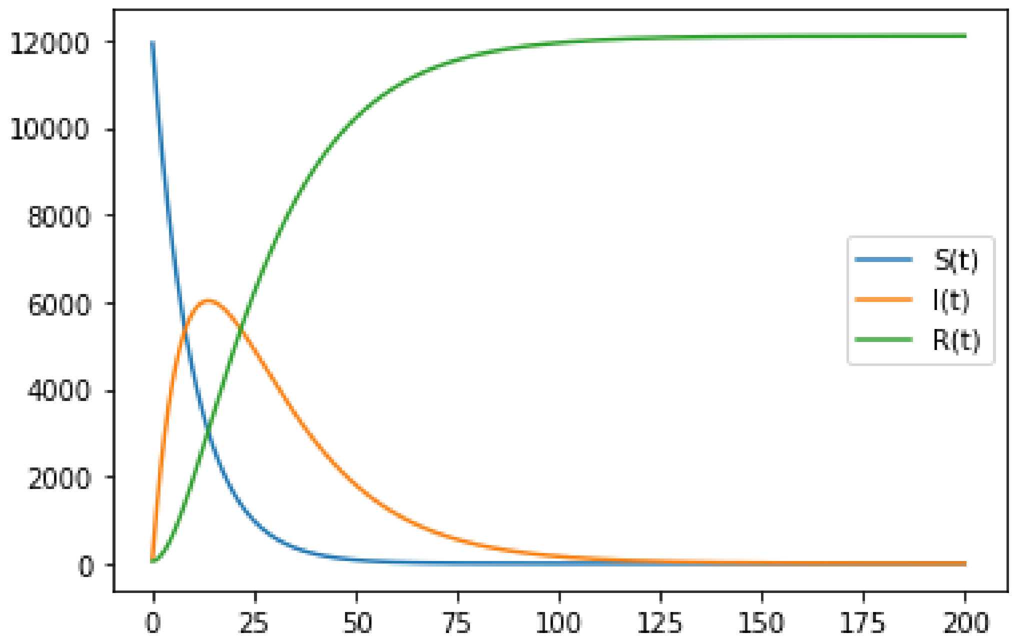

Рис. 3.2: Динамика изменения при I(t)>I*

3. *Код в среде python*

```python
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

N = 12100
I0 = 120 #число инфицированных
R0 = 52 #здоровые с имунитетом
S0 = N - I0 - R0 #здоровые, но восприимчивые к болезни
a = 0.10 #коэф заболеваемости
b = 0.05 #коеф выздоровления

#I(0)<=I*
def syst(x, t):
   return np.array([0, -b*x[1], b*x[1]])

#I(0)>I*
def syst1(x, t):
    return np.array([-a*x[0], a*x[0]-b*x[1], b*x[1]])

t0 = 0
x0 = np.array([S0, I0, R0])
t = np.linspace(0, 200, 2000)

y = odeint(syst, x0, t)

plt.plot(t, y)
plt.legend(["S(t)","I(t)","R(t)"])
plt.show()
```

4 Выводы

- Рассмотрела модель эпидемии
- Рассмотрела протекание эпидемии в разных случаях
- Построила графики изменения числа людей в каждой группе