

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Проект: Электрический пробой

Этап 2

дисциплина: Математическое Моделирование

Выполняли:

Дугаева Светлана (НФИбд-01-18),

Ли Тимофей (НФИбд-01-18),

Васильева Юлия (НФИбд-03-18),

Кученов Ирзилей (НФИбд-03-18),

Соколова Анастасия (НФИбд-03-18),

Назарьева Алена (НФИбд-03-18)

МОСКВА

2021г.

В прошлом этапе мы вывели формулу для вычисления электрического потенциала, сегодня мы бы хотели рассмотреть подробнее алгоритмы решения нашей задачи (Напишите программу вычисления электрического потенциала итерационным методом)

В двумерном случае имеем заданное в каждой точке электрическое поле (будем считать, что бездивергентное) и скалярный потенциал. Также пусть свободные заряды отсутствуют, тогда из уравнения Максвелла для индукции, используя обобщенную формулу Стокса, поток через любую поверхность будет равен нулю:

$$\oint_S (D \cdot N) dS = \int \int \operatorname{div} D dV = 0$$

Если записать поток поля через клетку и приравнять к нулю, то получится уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

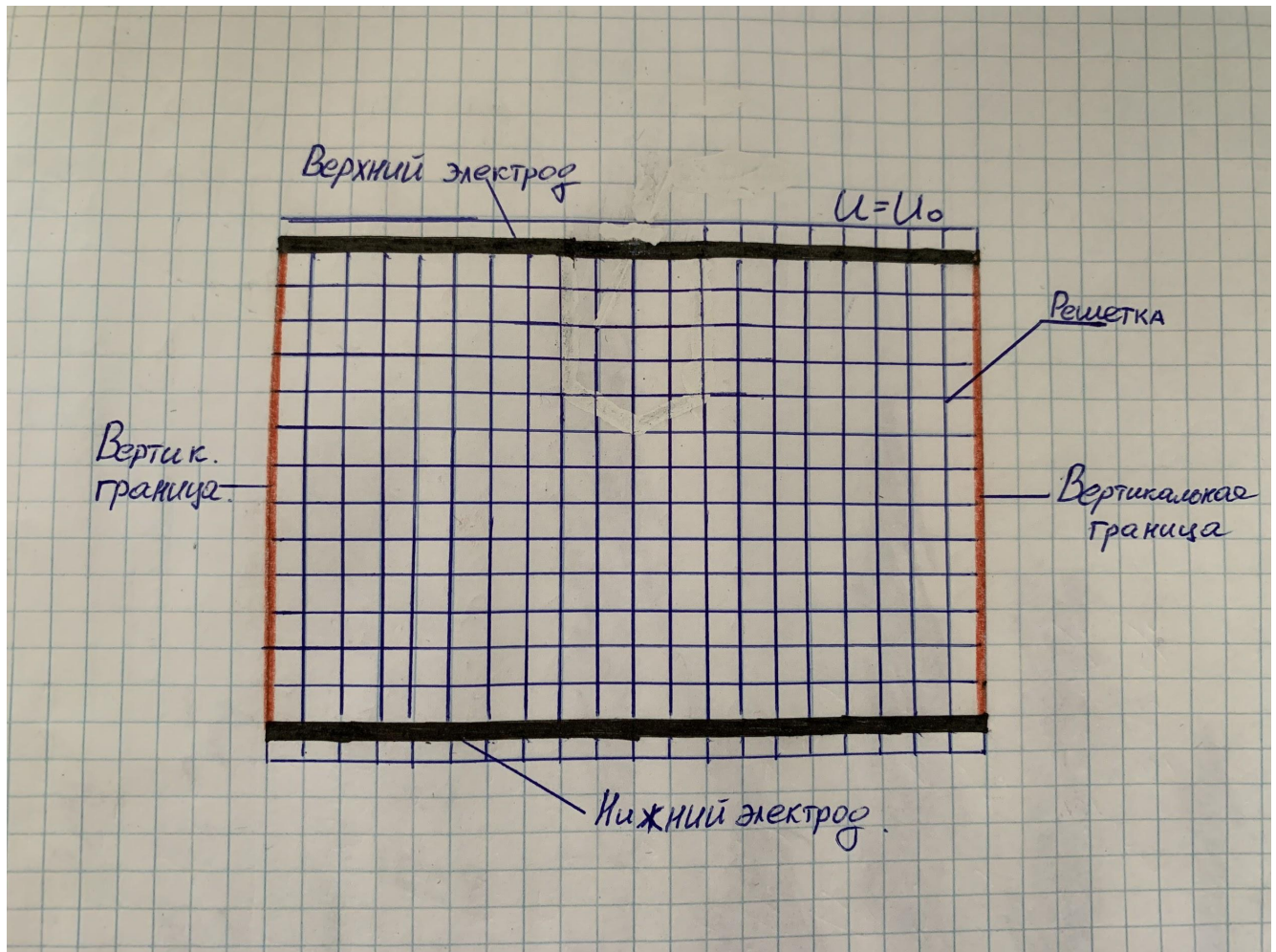
Используя это уравнение можно получить выражение для потенциала в точке с координатами x и y :

$$\varphi_{i,j} = \frac{1}{4}(\varphi_{i-1,j} + \varphi_{i+1,j} + \varphi_{i,j-1} + \varphi_{i,j+1}). \quad (1)$$

Таким образом, если потенциал в каждом узле равен среднему арифметическому по соседним узлам, то эти значения как раз являются решением уравнений электростатики. Из электростатики известно, что распределение потенциала в замкнутой области диэлектрика в отсутствие свободных зарядов полностью определяется условиями на границе этой области. Выведенную систему уравнений удобно решать методом итераций. «Новое» значение потенциала в каждом внутреннем узле вычисляется как среднее арифметическое «старых» значений потенциала в соседних с ним узлах по уравнению (1). Для того, чтобы начать итерации, необходимо задать для внутренних узлов расчетной области некие (вообще говоря, произвольные) начальные значения $\varphi_{i,j}$. При этом необходимые значения $\varphi_{i,j}$ на границе расчетной области берутся из граничных условий. Таким образом можно вычислить новые

значения потенциала во всех внутренних узлах. Повторяем эту процедуру до тех пор, пока новые значения будут отличаться от старых не более, чем на заданную величину (погрешность вычисления потенциала). Доказано, что итерации всегда сходятся, т.е. значения потенциала стремятся к точному решению. Начальные значения потенциала можно задать произвольно, однако, для ускорения сходимости их следует выбирать как можно ближе к точному решению. Часто рассматривается система, состоящая из двух горизонтальных плоских электродов, пространство между которыми заполнено диэлектриком. Удобно задать потенциал одного из электродов равным нулю. Тогда потенциал второго электрода равен приложенному напряжению. Для простоты можно рассматривать задачу в прямоугольной области, ограниченной сверху и снизу электродами, а слева и справа — вертикальными границами, на которых тоже необходимо задать граничные условия. Один из вариантов таких условий — это линейное падение потенциала от его значения на одном электроде до его значения на другом. Также можно выбрать и начальное приближение для итераций внутри области. Другой вариант — периодические граничные условия, связывающие левую и правую границы диэлектрика. Для этого надо ввести слева и справа по одному фиктивному ряду узлов. В левый фиктивный ряд переписываются значения потенциала с правой границы расчетной области, а правый

фиктивный ряд заполняется значениями с левой границы.



- 1) Создаём вертикальные и горизонтальные граничные условия
- 2) В прямоугольной плоскости строим решетку для того, чтобы создать возможные точки узлов
- 3) Создаем процесс для расчёта потенциала в каждом возможном узле

Список литературы

- 1) Д. А. Медведев, А. Л. Куперштох, Э. Р. Прууэл, Н. П. Сатонкина, Д. И. Карпов - "МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ НА ПК", Учебное пособие 2010