

# **Отчет по лабораторной работе №5**

**Модель хищник-жертва. Вариант 33**

Соколова Анастасия Витальевна НФИбд-03-18

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Условие задачи . . . . .	6
3.2	Теоретическое введение . . . . .	6
3.3	Решение . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>11</b>

## Список иллюстраций

3.1	Колебания изменения числа популяции хищников и жертв от времени . . . . .	8
3.2	Зависимость изменения численности хищников от изменения численности жертв . . . . .	8

# 1 Цель работы

Изучить и построить простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

## 2 Задание

Для заданной модели “хищник-жертва”: 1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв 2. Построить графики изменения численности хищников и численности жертв 3. Найти стационарное состояние системы

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Условие задачи

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.22x(t) + 0.044x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.33y(t) - 0.022x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:

$$x_0 = 3, y_0 = 8$$

. Найдите стационарное состояние системы.

### 3.2 Теоретическое введение

Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость

хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = cy(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  – число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $c$  – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxy$  и  $dxy$  в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$$

. Если начальные значения задать в стационарном состоянии

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0$$

, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей  $x(0)$ ,  $y(0)$ . Колебания совершаются в противофазе.

### 3.3 Решение

1. Построили графики колебаний изменения числа популяции хищников и жертв от времени. (рис. 3.1)

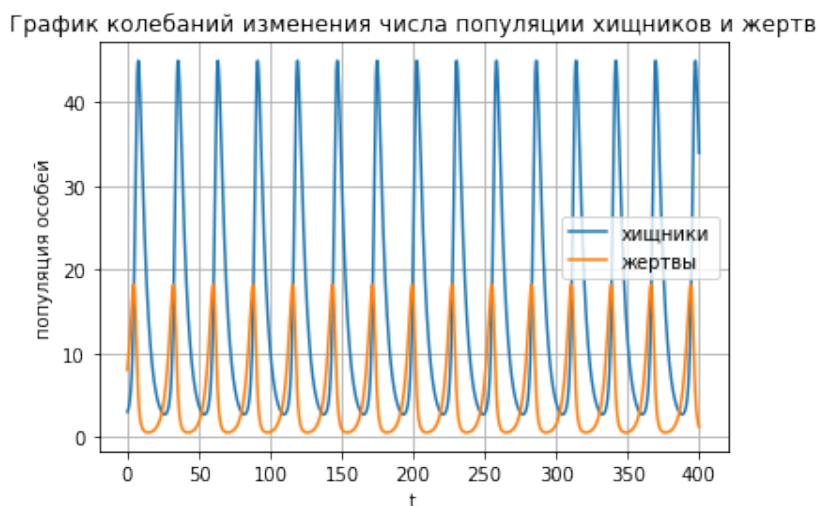


Рис. 3.1: Колебания изменения числа популяции хищников и жертв от времени

2. Построили график зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв. (рис. 3.2)

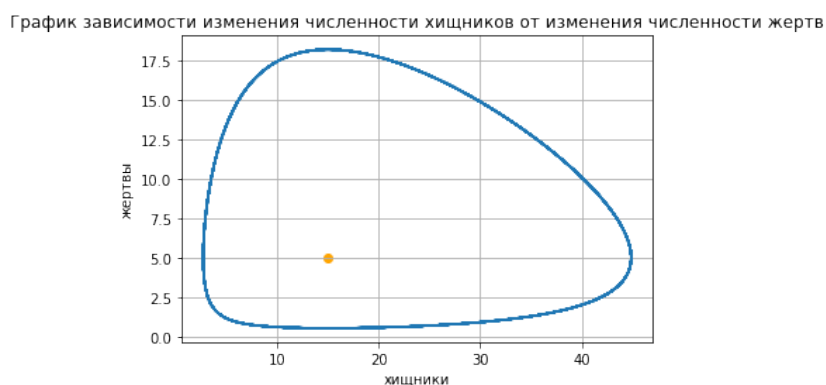


Рис. 3.2: Зависимость изменения численности хищников от изменения численности жертв

3. Код в среде python



```

import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

a = 0.22
b = 0.044
c = 0.33
d = 0.022

def syst(x, t):
    return np.array([-a*x[0]+b*x[0]*x[1], c*x[1]-d*x[0]*x[1]])

t = np.linspace(0, 400, 4000)
x0 = [3, 8]

y = odeint(syst, x0, t)

plt.plot(t, y[:, 0])
plt.plot(t, y[:, 1])
plt.title("График колебаний изменения числа популяции хищников и жертв")
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("популяция особей")
plt.legend(["хищники", "жертвы"])
plt.grid()
plt.show()

plt.plot(y[:, 0], y[:, 1])
plt.scatter(c/d, a/b, color='orange') #стационарная точка
plt.title("График зависимости изменения численности хищников от измене")

```

```
plt.xlabel("хищники")  
plt.ylabel("жертвы")  
plt.grid()  
plt.show()
```

## 4 Выводы

- Рассмотрели модель Лотки-Вольтерры
- Построили график зависимости численности хищников от численности жертв
- Построили графики изменения численности хищников и численности жертв
- Нашли стационарное состояние системы