

Решение задачи Коши для системы уравнений Лотки-Вольтерры («хищник-жертва») с использованием PINN

Смоляр Родион Ильшатovich, Солодков Роман Евгеньевич,

Оберемок Дмитрий Олегович

НИЯУ МИФИ

e-mail: r270405s@ya.ru

Аннотация

Реализован PINN метод решения задачи Коши для системы уравнений Лотки-Вольтерры («хищник-жертва»). Исследовать влияние параметров на динамику популяций. Сравнить результаты с классическими численными методами.

Ключевые слова: PINN, задача Коши

1. Введение

1.1. Задача исследования: разработать подход на основе физически-информированных нейронных сетей (PINN) [1] для решения задачи Коши, провести сравнительный анализ с классическими численными методами, исследовать влияние параметров на результат.

1.2 Актуальность: система уравнений Лотки-Вольтерры описывает взаимодействие двух популяций: хищников и жертв, и широко используется в математической биологии. [2]

2. Методы и подходы

2.1. Математическая модель

Система уравнений Лотки-Вольтерры («хищник-жертва») с заданными начальными условиями:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy, \\ \frac{dy}{dt} = -\gamma y + \delta xy \end{cases} \quad (1)$$

2.2. PINN (Physics-Informed Neural Network)

Использована нейронная сеть для аппроксимации функций $x(t)$ и $y(t)$, производится сравнение с методами Рунге-Кутты 4-5-го порядка.

3. Результаты

3.1. Программная реализация: программа написана на Python с использованием библиотеки PyTorch [3] и оптимизатора Adam [4] и протестирована на различных наборах параметров системы.

3.2. Исследовано изменение параметров системы на динамику популяций, найдены и объяснены закономерности.

4. Выводы

Изменение параметров влияет на амплитуду и частоту колебаний численности популяций, параметры из системы (1) отвечают за рост популяции жертв, интенсивность взаимодействия между хищниками и жертвами, скорость убывания численности хищников при отсутствии пищи, размножение хищников в зависимости от числа жертв соответственно

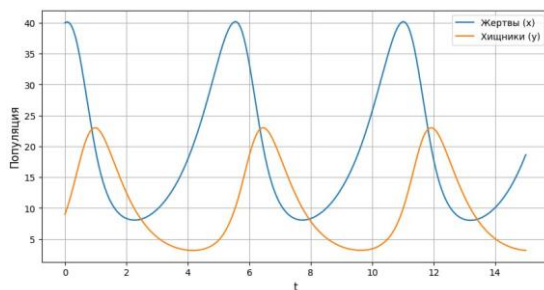


Рис. 1: Тестирование модели с входными параметрами $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.1$, $\gamma = 1.5$, $\delta = 0.075$ и начальными условиями $x_0 = 40.0$, $y_0 = 9.0$

Список литературы

1. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations //Journal of Computational Physics. — 2019. — T. 378. — С. 686-707.
2. Абрамова В.В. Лекции по курсу "Динамические системы и биоматематика", 2023.
3. PyTorch documentation //PyTorch. — 2024. — URL: <https://pytorch.org/docs/stable/index.html>.
4. Adam algorithm — 2024. — URL: <https://www.geeksforgeeks.org/adam-optimizer/>