

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»
Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Домашнее задание 4 Вариант 15

Выполнила: Карнаухова Алена,
студентка группы 172

Преподаватель: Горяинова Е.Р.,
доцент департамента математики
факультета экономических наук

Москва 2018

Задача 1.

По результатам 30-ти измерения скорости v получена оценка дисперсии $\tilde{\sigma}_v^2 = 6 \text{ м}^2/\text{с}^2$. Построить 90 процентный доверительный интервал для неизвестных величин - дисперсии σ_v^2 и среднего квадратичного отклонения σ_v , считая величину v распределенной по нормальному закону.

По теореме Фишера случайная величина ξ

$$\xi = \frac{(n-1)\tilde{\sigma}_v^2}{\sigma^2}$$

имеет распределение $\chi^2(n-1)$. Тогда:

$$P\left(\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1}^2 \leq \xi \leq \chi_{\frac{1+\alpha}{2}, n-1}^2\right) = \alpha$$

Подставим ξ и получим:

$$P\left(\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1}^2 \leq \frac{(n-1)\tilde{\sigma}_v^2}{\sigma^2} \leq \chi_{\frac{1+\alpha}{2}, n-1}^2\right) = \alpha$$

$$P\left(\frac{1}{\chi_{\frac{1+\alpha}{2}, n-1}^2} \leq \frac{\sigma^2}{(n-1)\tilde{\sigma}_v^2} \leq \frac{1}{\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1}^2}\right) = \alpha$$

$$P\left(\frac{\tilde{\sigma}_v^2(n-1)}{\chi_{\frac{1+\alpha}{2}, n-1}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{\tilde{\sigma}_v^2(n-1)}{\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1}^2}\right) = \alpha$$

Подставим значения в формулу:

$$P\left(\frac{6 \cdot 29}{\chi_{0.95, 29}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{6 \cdot 29}{\chi_{0.05, 29}^2}\right) = 0,9$$

$$P\left(\frac{174}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{174}{17,708}\right) = 0,9$$

$$P(4,089 \leq \sigma^2 \leq 9,826) = 0,9$$

Ответ: $\sigma^2 \in [4,089; 9,826]$