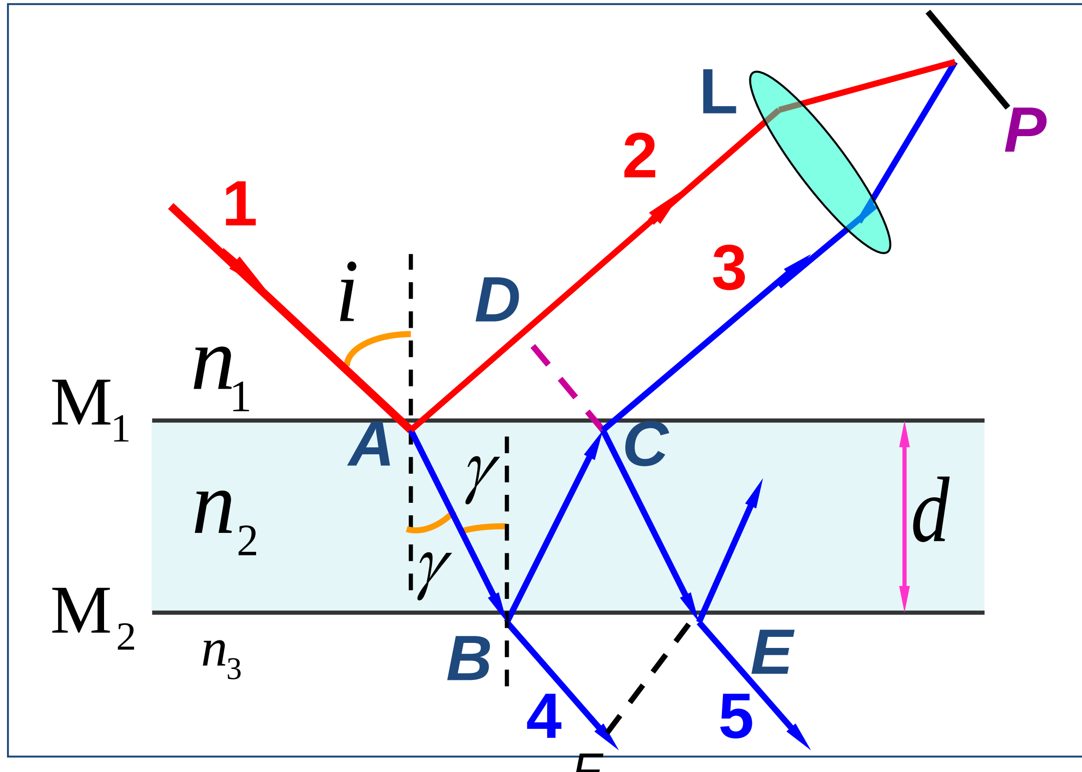
一般情况

n_1, n_2, n_3

$CD \perp AD$

$EF \perp BF$



➢ 反射光的光程差

n_1, n_2, n_3

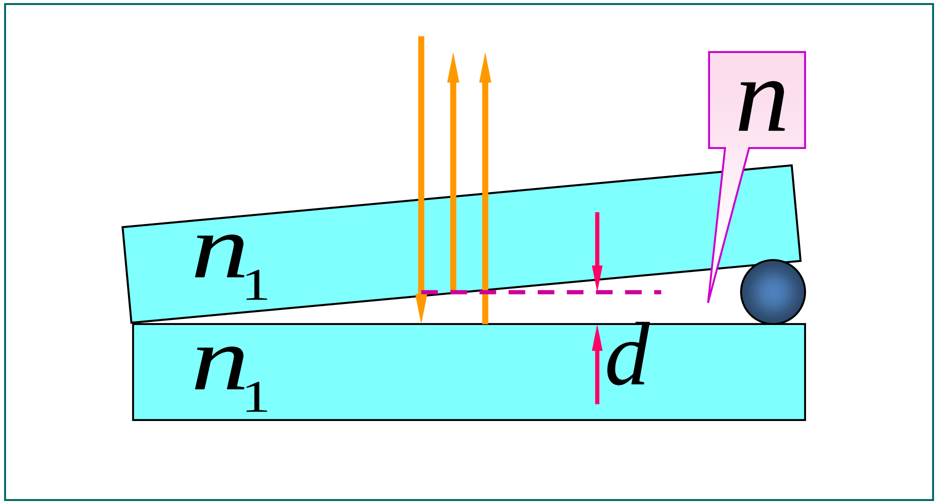
$$\Delta_r = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \begin{cases} \lambda/2 \\ 0 \end{cases}$$

不顺

一顺

一 劈尖

$$\Delta = 2nd + \boxed{\frac{\lambda}{2}}$$

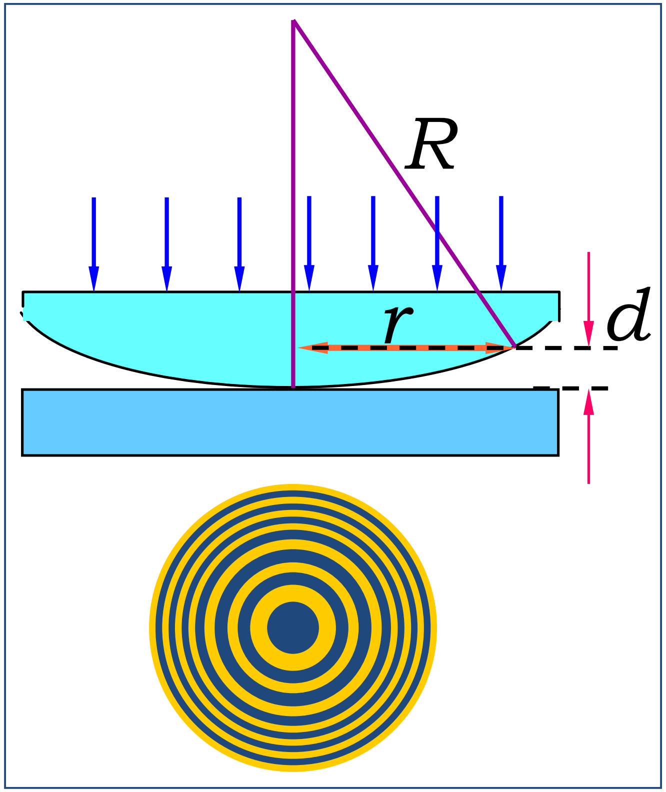


$$\theta \approx \frac{\lambda_n/2}{b}$$

二 牛顿环

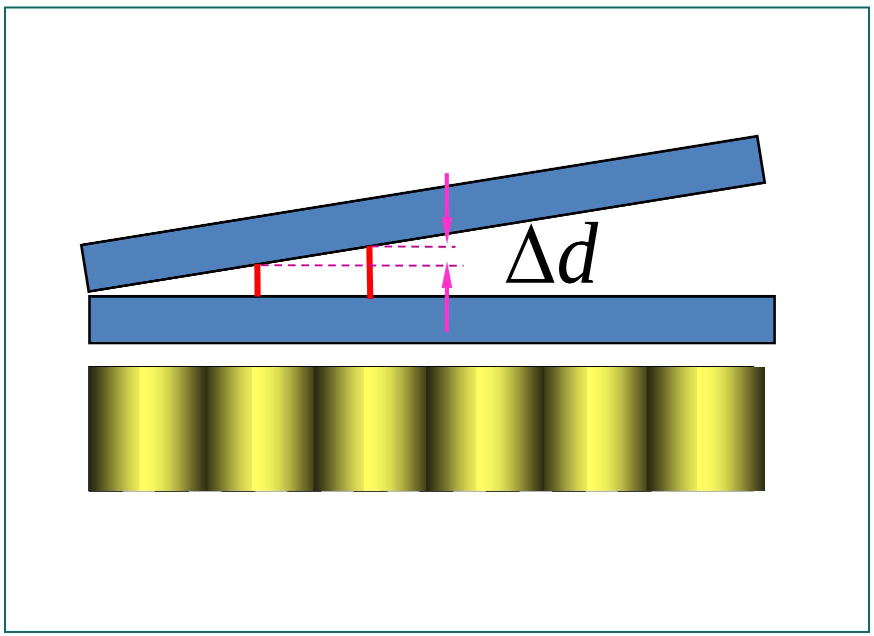
光程差 $\Delta = 2d + \dfrac{\lambda}{2}$

$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2dR - d^2$$



总结

(1) 干涉条纹为光程差相同的点的轨迹，即厚度相等的点的轨迹.

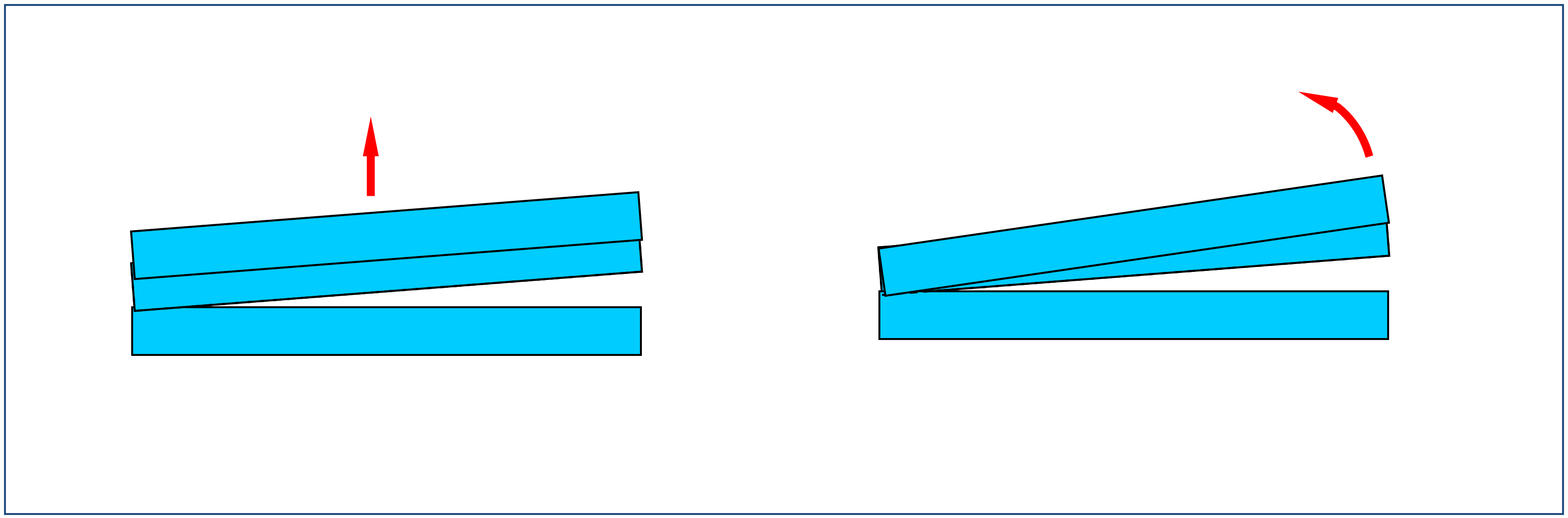


$$\Delta k = 1$$

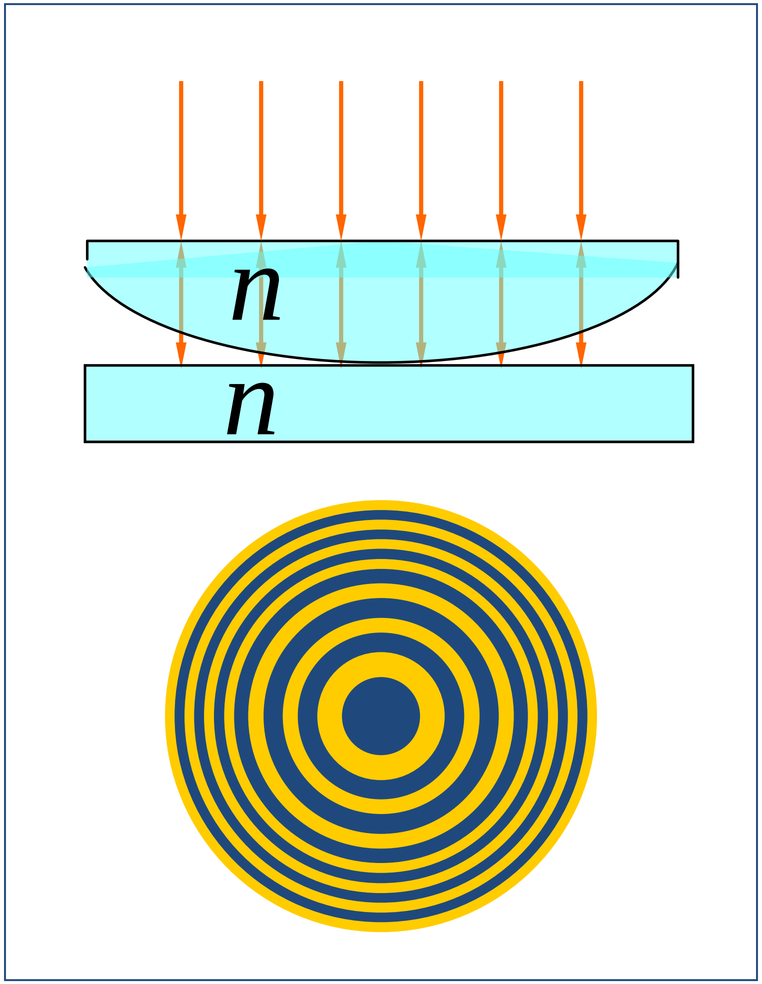
$$\Delta d = \frac{\lambda}{2n}$$

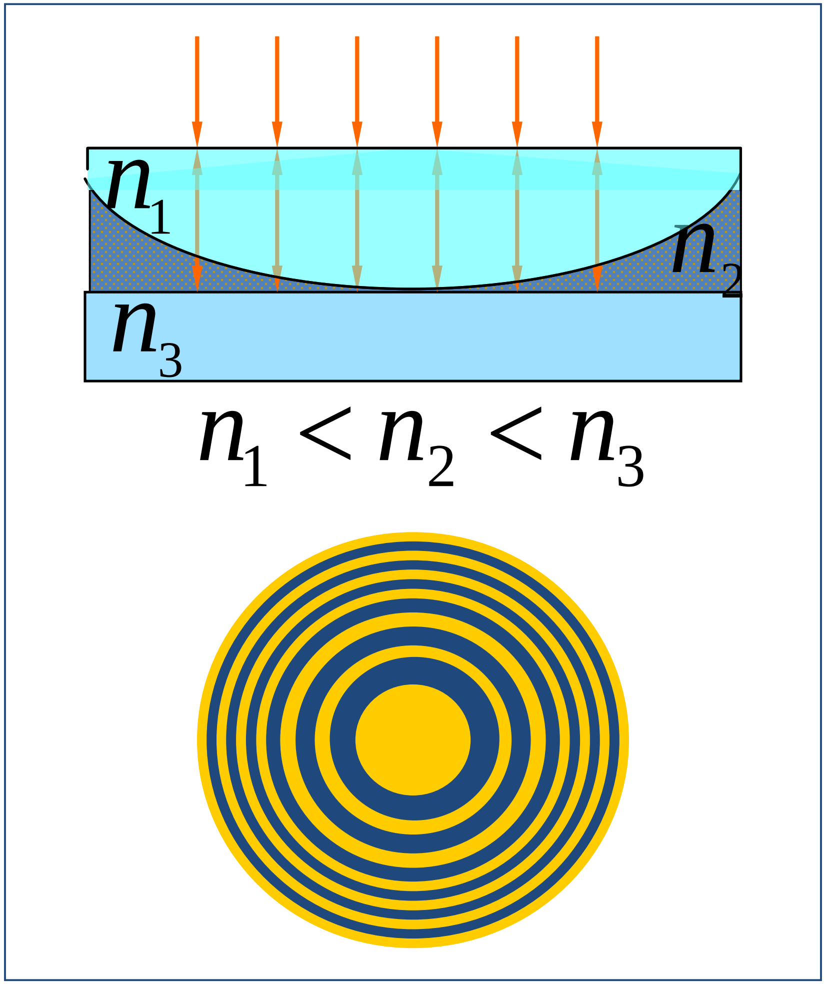
(2) 厚度线性增长条纹等间距，厚度非线性增长条纹不等间距.

(3) 条纹的动态变化分析（n, λ, θ 变化时）



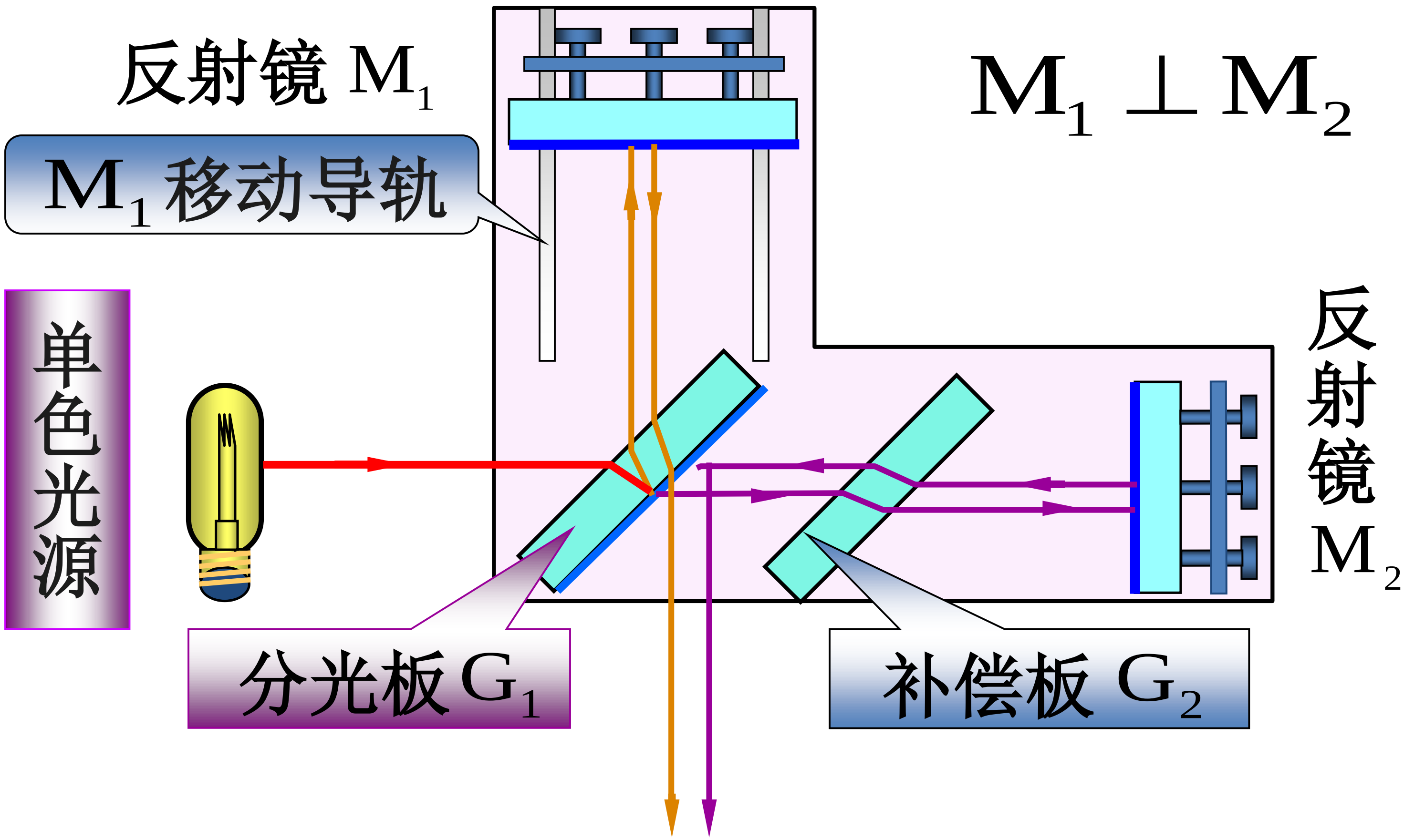
(4) 半波损失需具体问题具体分析.



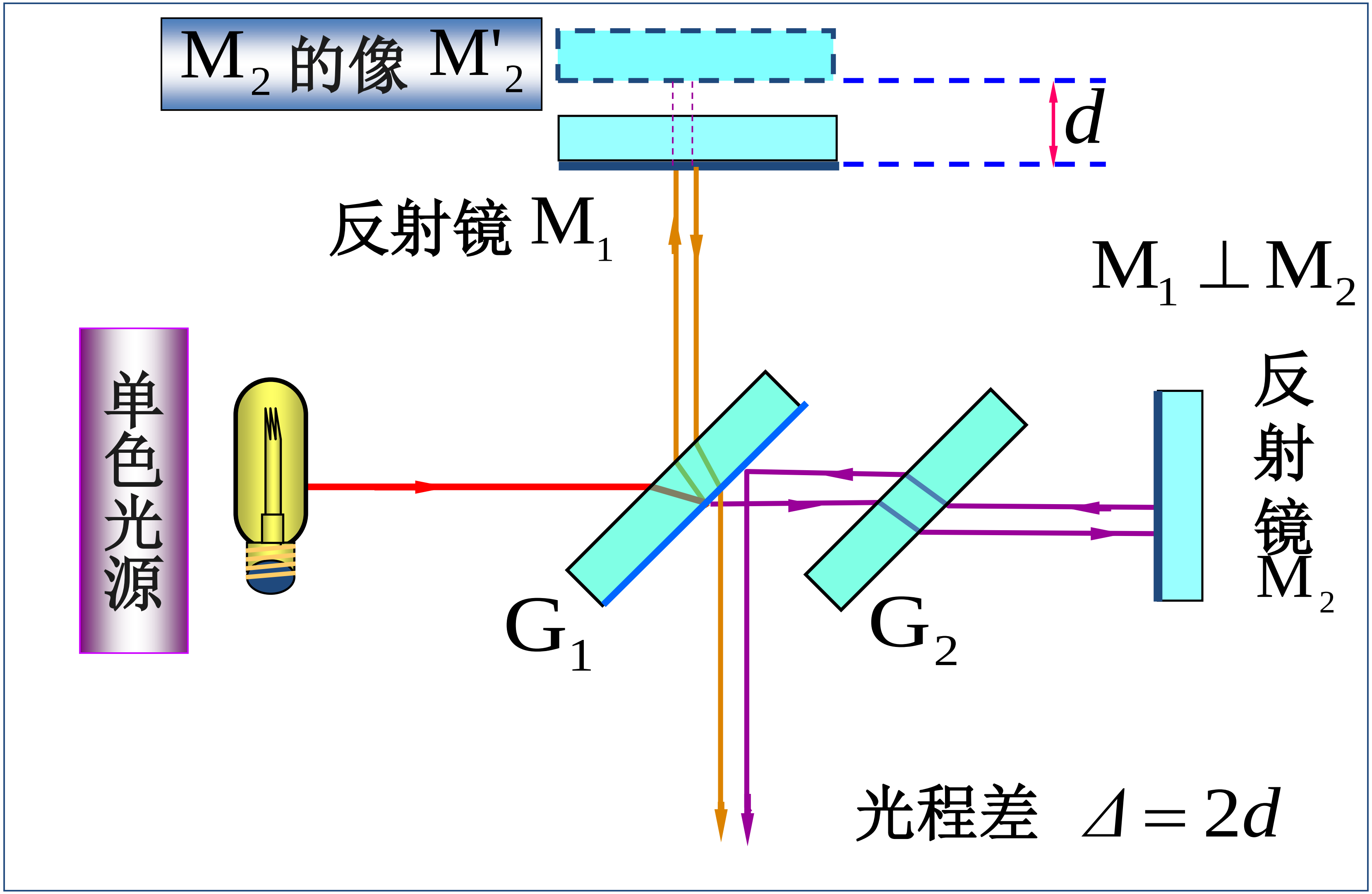


$$n_1 < n_2 < n_3$$

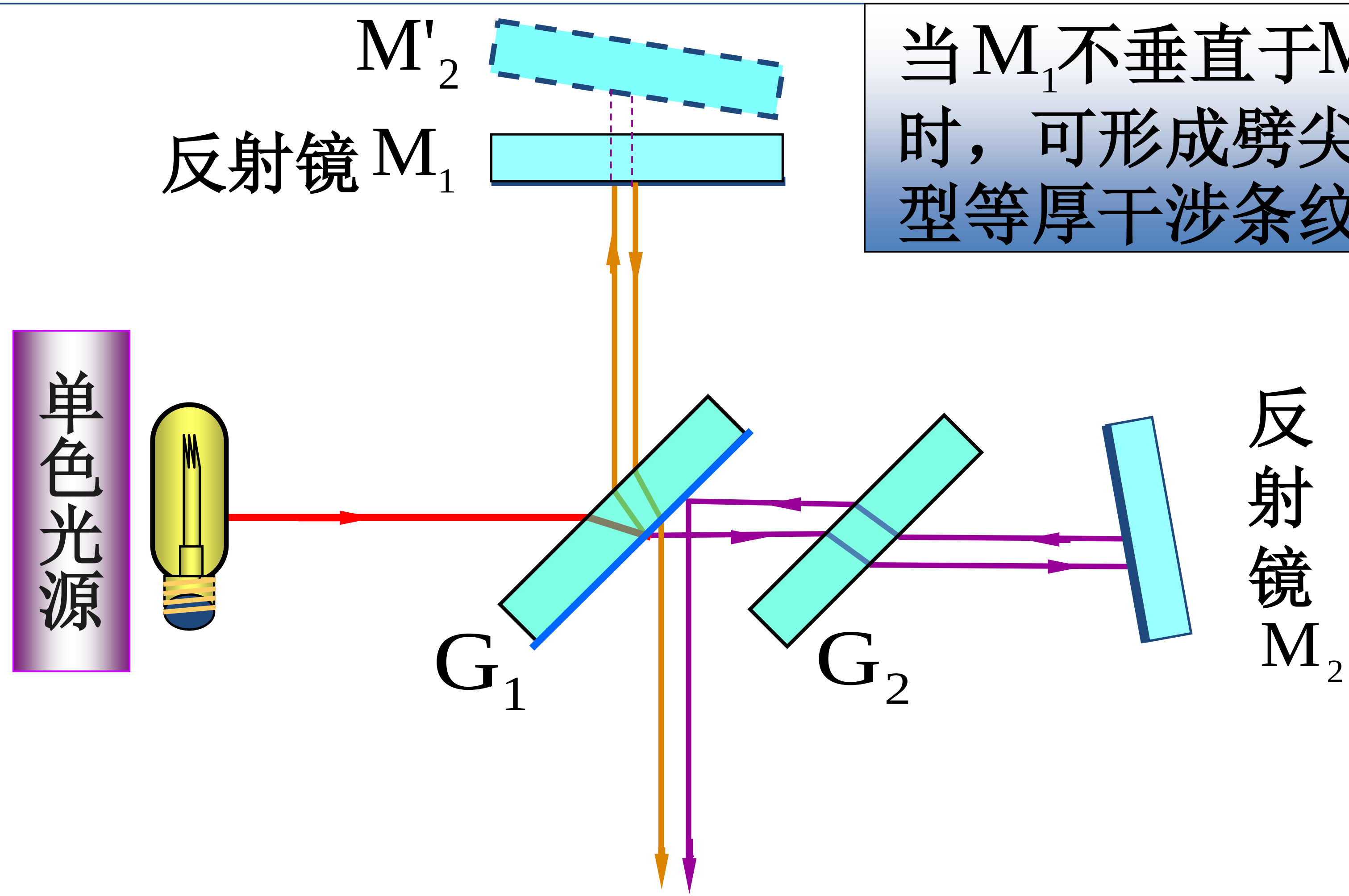
三 迈克耳孙干涉仪光路及结构



$G_1 // G_2$ 与 M_1, M_2 成 45°角



M₂的像 M'₂
d
反射镜 M₁
M₁ ⊥ M₂
单色光源
反射镜 M₂
G₁
G₂
光程差 Δ = 2d

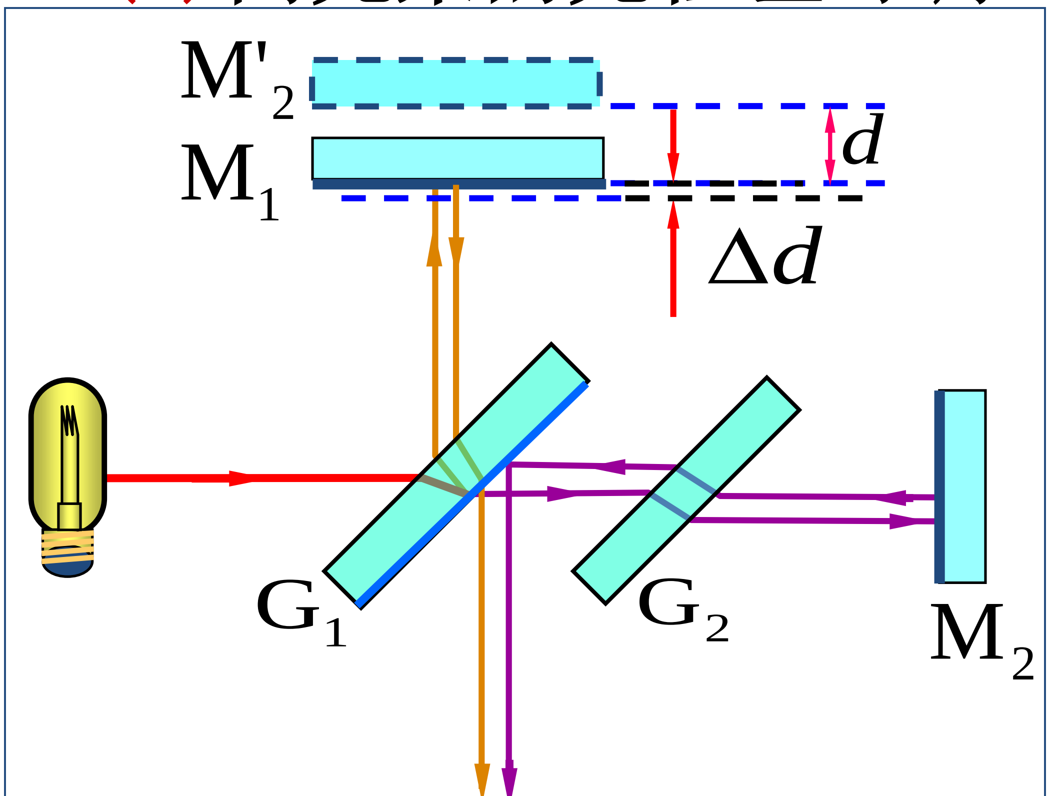


当 M_1 不垂直于 M_2 时，可形成劈尖型等厚干涉条纹.

二 迈克耳孙干涉仪的主要特性

(1) 两相干光束完全分开；

(2) 两光束的光程差可调.



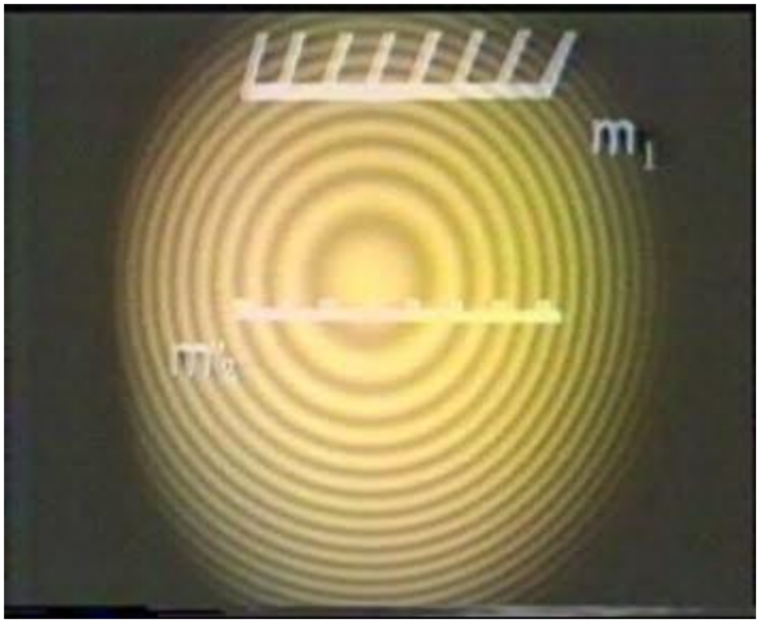
移动反射镜

$$\Delta d = \Delta k \frac{\lambda}{2}$$

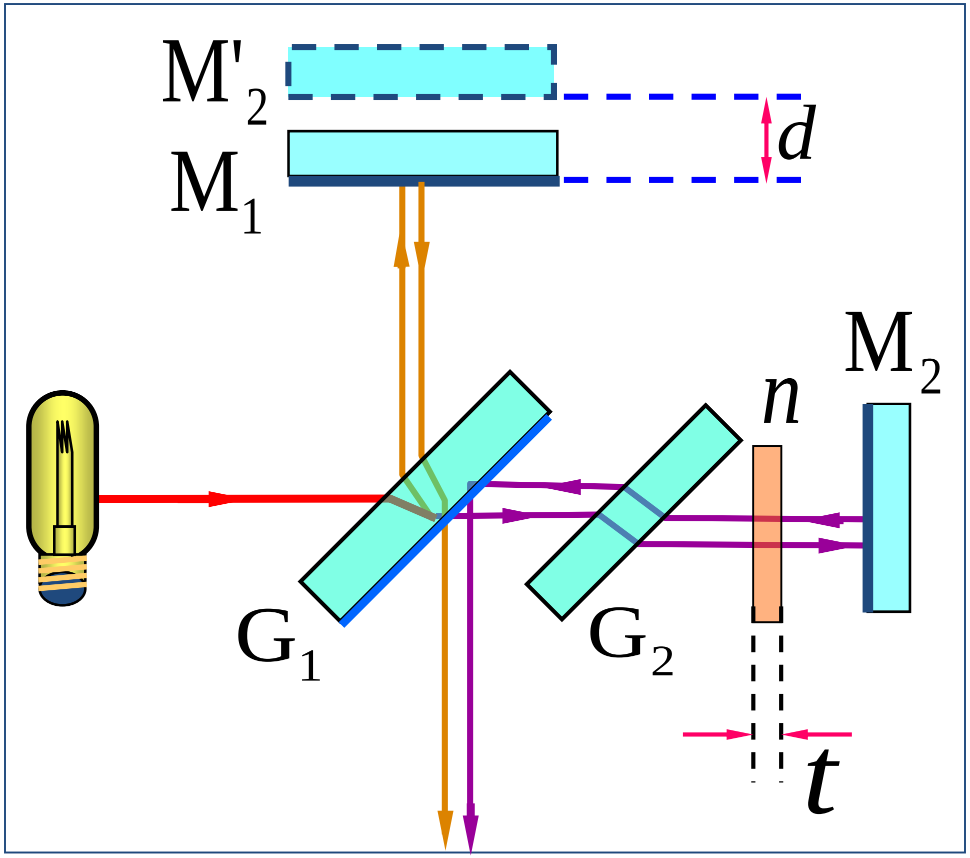
Δd：M$_1$移动距离

Δk：干涉条纹移动数目

➢ 干涉条纹的移动



当 M_1与 M_2'之间距离变大时，圆形干涉条纹从中心一个个长出, 并向外扩张, 干涉条纹变密；距离变小时，圆形干涉条纹一个个向中心缩进, 干涉条纹变稀 .



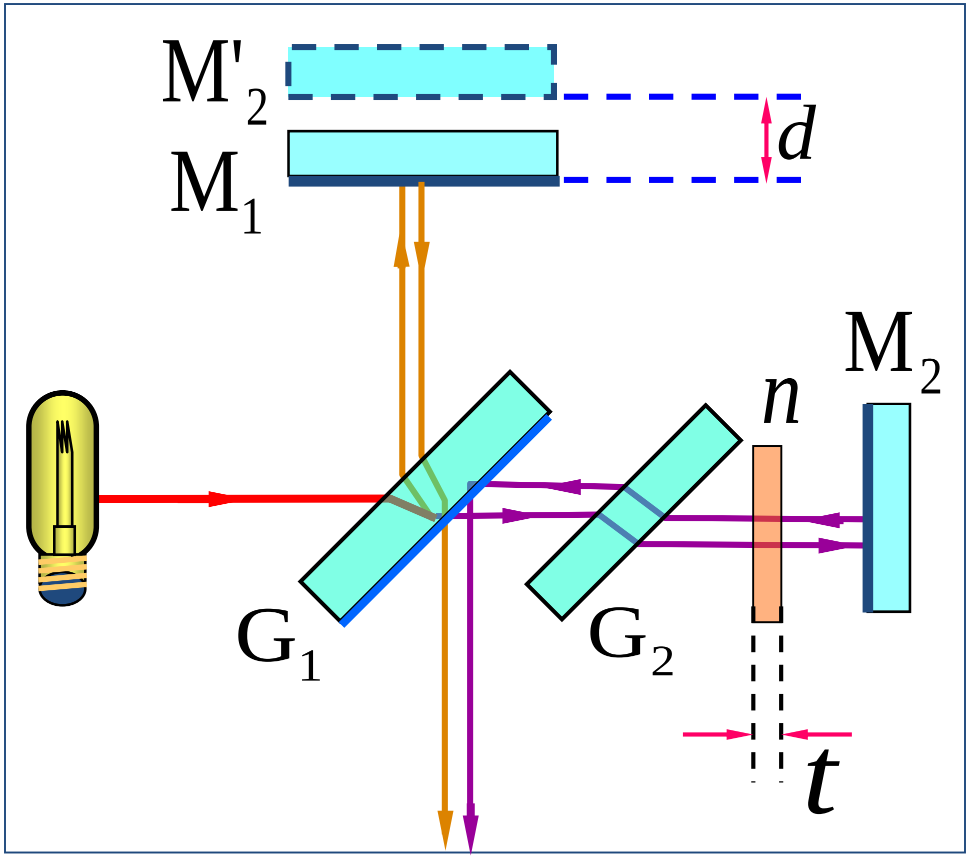
光程差 $\Delta = 2d$

插入介质片光程差

$$\Delta' = 2d + 2(n-1)t$$

光程差变化

$$\Delta' - \Delta = 2(n-1)t$$



$$2(n-1)t = \Delta k\lambda$$

干涉条纹移动数目

介质片厚度

$$t = \frac{\Delta k}{n-1} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

例 在迈克耳孙干涉仪的两臂中，分别插入$l=10.0\,\mathrm{cm}$长的玻璃管，其中一个抽成真空，另一个则储有压强为 $1.013\times10^5\ \mathrm{Pa}$ 的空气，用以测量空气的折射率n. 设所用光波波长为546 nm，实验时，向真空玻璃管中逐渐充入空气，直至压强达到$1.013\times10^5\ \mathrm{Pa}$为止. 在此过程中，观察到107.2条干涉条纹的移动，试求空气的折射率n.

已知 $l=10.0\ \mathrm{cm} \quad \lambda=546\ \mathrm{nm}$

解 $\Delta_1-\Delta_2=2(n-1)l=107.2\lambda$

$$n=1+\frac{107.2\lambda}{2l}=1+\frac{107.2\times546\times10^{-7}\ \mathrm{cm}}{2\times10.0\ \mathrm{cm}}$$

$$=1.000\,29$$

光的干涉

一、基本要求

1．理解获得相干光的基本方法，掌握光程的概念；

2．会分析杨氏双缝干涉条纹及薄膜等厚干涉条纹的位置和条件；

3．了解迈克耳孙干涉仪的工作原理。

二、基本内容

1．获得相干光的基本方法

（波阵面分割法，振幅分割法）

2．光程

（1）光在折射率n的介质中，通过的几何路程L所引起的相位变化，相当于光在真空中通过nL的路程所引起的相位变化。

（2）光程差引起的相位变化为$\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta$

其中Δ为光程差，λ为真空中光的波长

（3）附加光程差$\dfrac{\lambda}{2}$

两束光（反射光）由于相位突变所引起的光程差。

1 光程是

(A) 光在介质中传播的几何路程.

(B) 光在介质中传播的几何路程乘以介质的折射率.

(C) 在相同时间内，光在真空中传播的路程.

(D) 真空中的波长乘以介质的折射率.

答案（B、C）

3．杨氏双缝干涉（波阵面分割法）

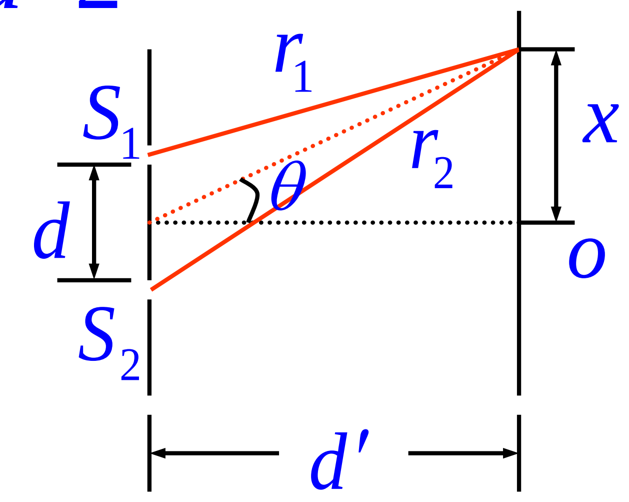
光程差$\Delta r = d\sin\theta \approx d\dfrac{x}{d'}$

得：明纹条件 $x = \pm k\dfrac{d'}{d}\lambda \quad k = 0,1,2\cdots$

暗纹条件 $x = \pm(2k+1)\dfrac{d'}{d}\dfrac{\lambda}{2}$

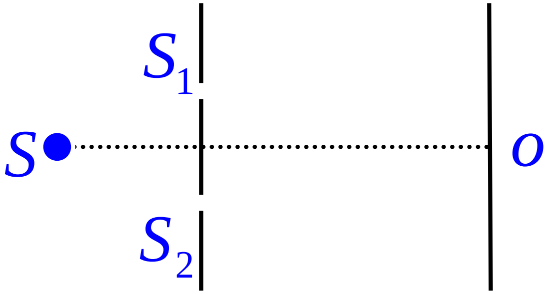
$k = 0,1,2\cdots$

条纹间距 $\Delta x = \dfrac{d'}{d}\lambda$



2．杨氏双缝干涉中，若有下列变动，干涉条纹将如何变化

（1）把整个装置浸入水中此时波长为$\lambda_n < \lambda \quad (\lambda_n = \dfrac{\lambda}{n})$，则条纹变密

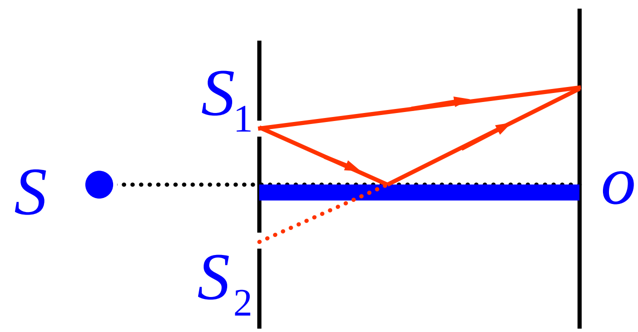


（2）在缝S_2处慢慢插入一块楔形玻璃片，图示由于S_2到0点的光程逐渐增加，因此S_1到屏和S_2到屏两束光线相遇处的光程差为零的位置向下移动。

即整个干涉条纹向下移动。

（3）把缝隙S_2遮住，并在两缝垂直平面上放一平面反射镜

此时两束光的干涉如图所示，由于S_1光线在平面镜反射且有半波损失$\frac{\lambda}{2}$，因此干涉条纹仅在0点上方，且明暗条纹位置与原来相反。



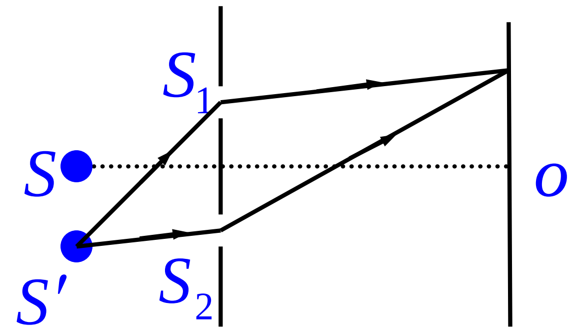
（4）两缝宽度稍有不等

干涉条纹位置不变，但干涉减弱不为零（暗），整个条纹对比度下降，不够清晰。

（5）分别用红、蓝滤色片各遮住S_1和S_2

由于两束光频率不同，不相干，无干涉条纹。

（6）将光源沿平行S_1S_2连线方向作微小移动



图示S向下移动，此时 $S'S_1 \neq S'S_2$ ，于是中央明纹的位置向上移动（为什么？）

如果光源S有一定宽度，情况又如何？（光的空间相干性）

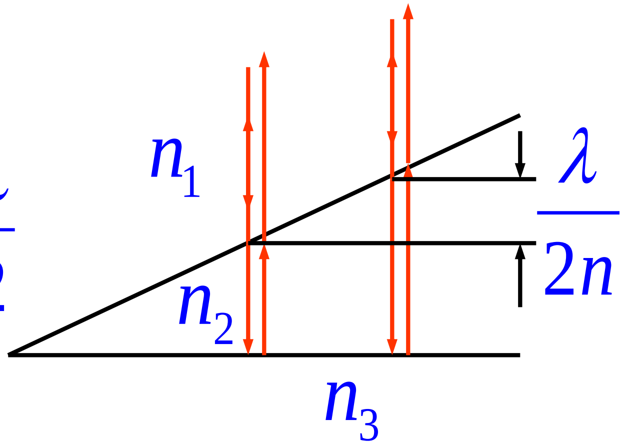
5　一双缝装置的一个缝被折射率为1.40的薄玻璃片所遮盖，另一个缝被折射率为1.70的薄玻璃片所遮盖.在玻璃片插入以后，屏上原来的中央极大所在点，现变为第五级明纹.假定λ=480 nm，且两玻璃片厚度均为d，求d.

4. 薄膜干涉（振幅分割法）

入射光在薄膜上表面由于反射和折射而分振幅，在上、下表面的反射光干涉

光程差$\Delta_r = 2d\sqrt{n_2{}^2 - n_1{}^2 \sin^2 i} + \dfrac{\lambda}{2}$

（$n_1 < n_2 > n_3$或$n_1 > n_2 < n_3$）



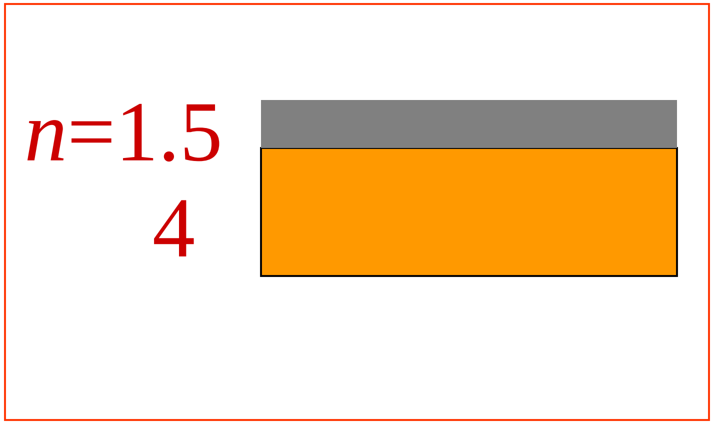
(0) 均匀膜

5 硅片(n=4)上的二氧化硅(n=1.5)薄膜对由空气中垂直入射的570 nm的黄光反射增强，则该薄膜的厚度至少应是＿＿＿＿＿＿＿

解

$$2ne = k\lambda \Rightarrow e = \frac{k\lambda}{2n} \leftarrow k = 1$$

$$e = \frac{\lambda}{2n} = 190\ \text{nm}$$



（1）劈尖干涉 $\boldsymbol{i=0}$ $\Delta = 2n_2 d + \frac{\lambda}{2}$

所以 $2n_2 d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ $k = 1,2,3\cdots$（加强明纹）

$2n_2 d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ $k = 0,1,2,\cdots$（减弱暗纹）

相邻两明（暗）条纹处劈尖厚度差

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2n_2}$$

（若 $n_2 = 1$，则 $\Delta d = \frac{\lambda}{2}$ ）

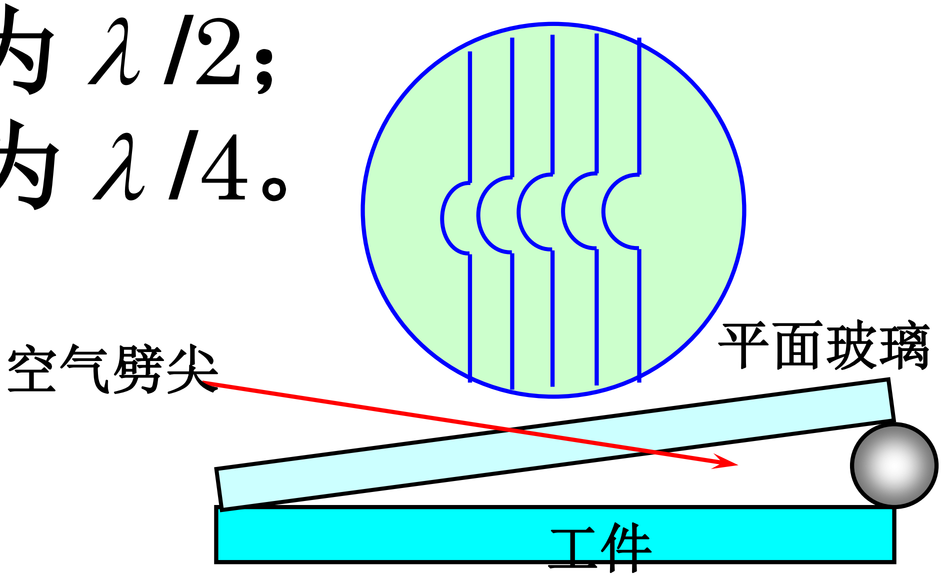
3.如图所示,当波长为 λ 的单色平行光垂直照射时,观察到每一条纹弯曲部分的顶点恰好与其左边条纹的直线部分的连线相切,则工件表面与条纹弯曲处对应的部分:

（A）凸起，且高度为 $\lambda/4$;

（B）凸起，且高度为 $\lambda/2$;

（C）凹陷，且深度为 $\lambda/2$;

（D）凹陷，且深度为 $\lambda/4$。



[C]

四、计算

1．测量薄膜厚度。图示欲测定SiO_2的厚度，通常将其磨成图示劈尖状，然后用光的干涉方法测量。

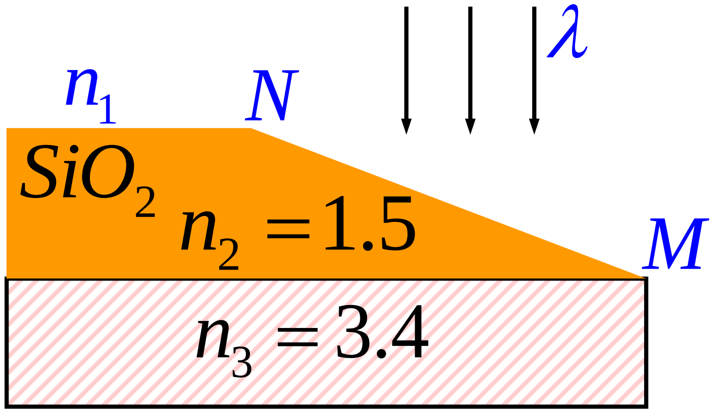
若以$\lambda = 590nm$光垂直入射，看到七条暗纹，且第七条位于N处，问该膜厚为多少。

解：由于$n_1 < n_2 < n_s$ 则

$\Delta = 2n_2 d$ 由暗条纹条件得

$$\Delta = 2n_2 d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$k = 0, 1, 2\cdots$$



已知N处为第七条暗纹，而棱边处对应$k=0$的暗纹，所以取$k=6$，得

$$d=\frac{(2k+1)}{4n_2}\lambda=1.27\times10^{3}nm$$

方法2：劈尖相邻明条（暗条）间的垂直距离为$\frac{\lambda}{2n_2}$，今有七条暗纹，棱边为明条纹，则其厚度

$$d=(7-1)\frac{\lambda}{2n_2}+\frac{1}{2}\frac{\lambda}{2n_2}=1.27\times10^{3}nm$$

讨论：

如果N处为一明条纹如何计算？

如果N处不出现明、暗条纹，又如何计算。

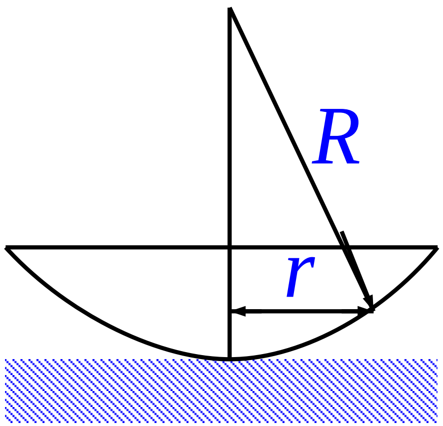
（2）牛顿环干涉

干涉条纹是以接触点为中心的同心圆环，

其明环半径 $r=\sqrt{(k-\frac{1}{2})R\lambda}$

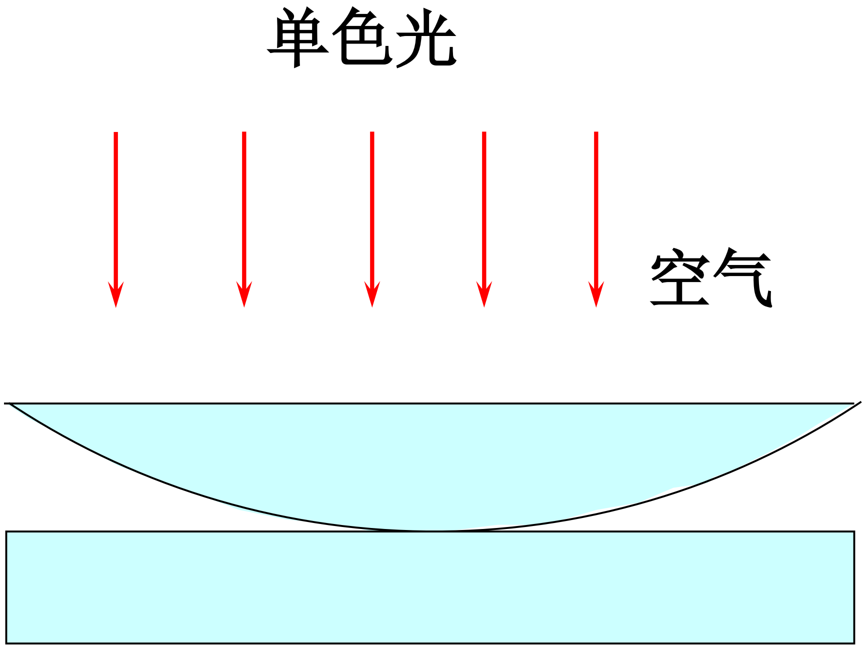
暗环半径 $r=\sqrt{kR\lambda}$

其中R为透镜的曲率半径



4.如图，用单色光垂直照射在观察牛顿环的装置上，设其平凸透镜可以在垂直的方向上移动，在透镜离开平玻璃过程中，可以观察到这些环状干涉条纹。

（A）向右平移；
（B）向中心收缩；
（C）向外扩张；
（D）静止不动；
（E）向左平移。

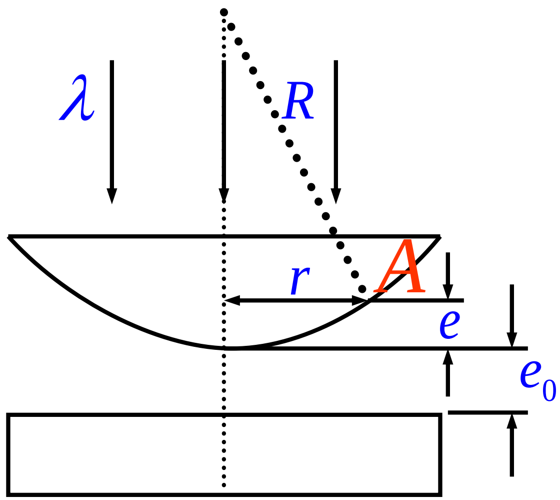


[B]

2． 牛顿环装置中平凸透镜与平板玻璃有一小间隙 e_0，现用波长为 λ 单色光垂直入射

（1）任一位置处的光程差

（2）求反射光形成牛顿环暗环的表述式（设透镜的曲率半径为R）



解（1）设在A处，两束反射光的光程差为

$$\Delta = 2(e_0 + e) + \frac{\lambda}{2}$$

［若计算透射光，图示 $\Delta' = 2(e_0 + e)$］

（2）形成的暗纹条件

$$2(e_0+e)+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}\qquad（1）$$

由图示几何关系知（设A处环半径r）

$$r^2=R^2-(R-e)^2=R^2-R^2+2\mathrm{Re}+e^2\approx 2\mathrm{Re}$$

$$\therefore e=\frac{r^2}{2R}\qquad（2）$$

代入式（1）得

$$r=\sqrt{R(k\lambda-2e_0)}$$

k为正整数，且 $k>\frac{2e_0}{\lambda}$

5．迈克耳孙干涉仪

利用振幅分割法使两个相互垂直的平面镜形成一等效的空气薄膜，产生干涉。

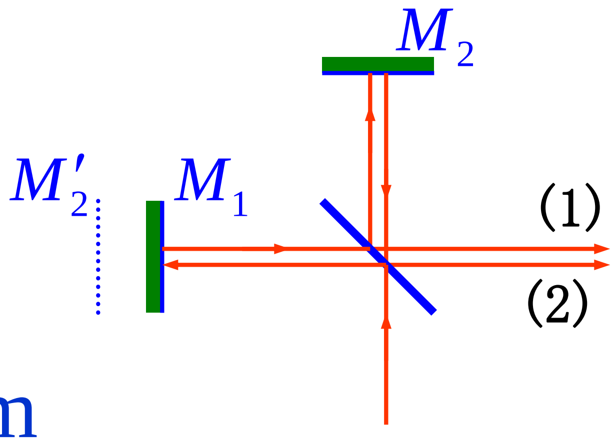
视场中干涉条纹移动的数目与相应的空气薄膜厚度改变（平面镜平移的距离）的关系

$$\Delta d = \Delta n \frac{\lambda}{2}$$

3.（1）迈克耳孙干涉仪中平面镜M_2移动距离 $\Delta d = 0.3220\text{nm}$ 时，测得某单色光的干涉条纹移动 $\Delta n = 1204$ 条，则波长为__________.

（2）若M_2前插入一薄玻璃片，观察到干涉条纹移动150条，设入射光 $\lambda = 500\text{nm}$ ，玻璃折射率 $n = 1.5$ ，则玻璃片的厚度_______.

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{\Delta n} = 535\text{nm}$$



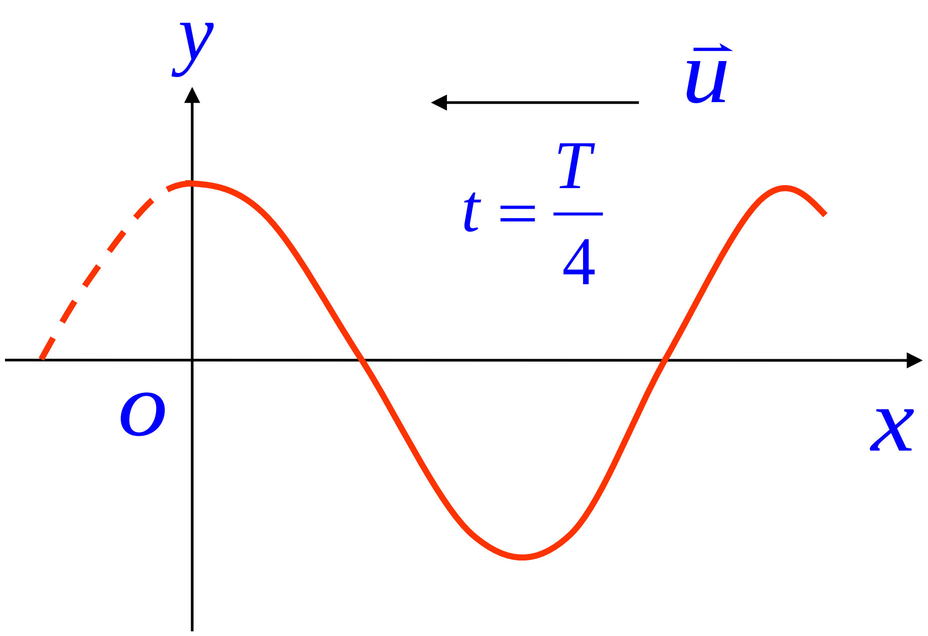
$$d = \Delta n \lambda / 2(n-1) = 5.93 \times 10^{-3}\,\text{cm}$$

例3、一平面简谐波向 ox 轴负向传播，已知其 $t=\frac{T}{4}$ 时的波形曲线，设波速为 u，振幅为A，波长为λ，求

（1）波动方程

（2）距o点为$\frac{3\lambda}{8}$处质点的振动方程

（3）距o点为 $\frac{\lambda}{8}$ 处质点在 $t=0$ 时的振动速度



$$y = A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut + x) + \varphi]$$

$$\Phi(t = \frac{T}{4}, x = 0) = \omega t \mp kx + \varphi = 0$$

$$y = A\cos\{\frac{2\pi}{\lambda}[u(t - \frac{T}{4}) + (x - 0)] + 0\}$$

$$y = A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut + x) - \frac{\pi}{2}]$$

9 如果入射波是 $y_1 = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$，在 $x = \lambda$ 处反射后形成驻波，反射点为波节，设反射后波的强度不变，则反射波的方程式为________________________，在 $x = \frac{2}{3}\lambda$ 处质点合振动的振幅等于________.

$$y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - 3\pi) \qquad \sqrt{3}A$$

END

$$y_1 = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

$$y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

$x = \lambda$ 波节

$$\Delta\Phi = [2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \varphi] - 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) = \pi$$

$$\Delta\Phi = 2\pi + \varphi - 2\pi(-1) = \pi$$

$$\varphi = -3\pi$$

$$y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - 3\pi)$$

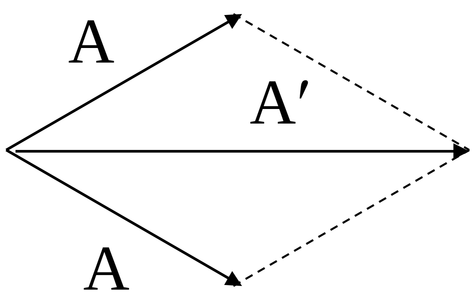
$$x = \frac{2}{3}\lambda \qquad A' = \left| 2A\cos(kx - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}) \right|$$

$$= 2A\left|\cos[\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{2\lambda}{3} - \frac{0-(-3\pi)}{2}]\right|$$

$$= 2A\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}A$$

$$\Delta\Phi = [2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - 3\pi] - 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

$$= 2\frac{2\pi}{\lambda}\frac{2\lambda}{3} - 3\pi = -\frac{\pi}{3}$$



$$A' = 2A\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}A$$