

# 电机学

## 交流绕组的磁动势

东南大学电气工程学院  
黄允凯



东南大学  
电气工程学院



1

单相绕组的磁动势

2

对称三相电流的基波磁动势

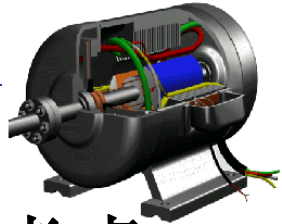
3

不对称三相电流的基波磁动势

4

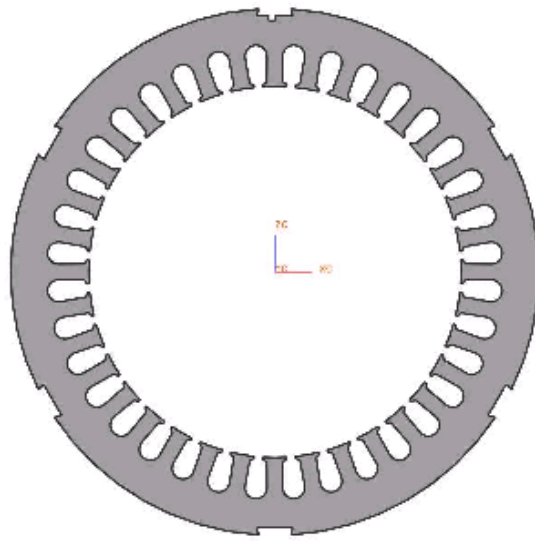
谐波电动势及其消弱方法





## 假设

1. 绕组中的电流随时间按正弦规律变化，不考虑高次谐波电流；
2. 槽内电流集中在槽中心处；
3. 定、转子间气隙均匀，不考虑由于齿槽引起的气隙磁阻变化，即气隙磁阻是常数；
4. 铁芯不饱和，忽略定、转子铁芯的磁压降。

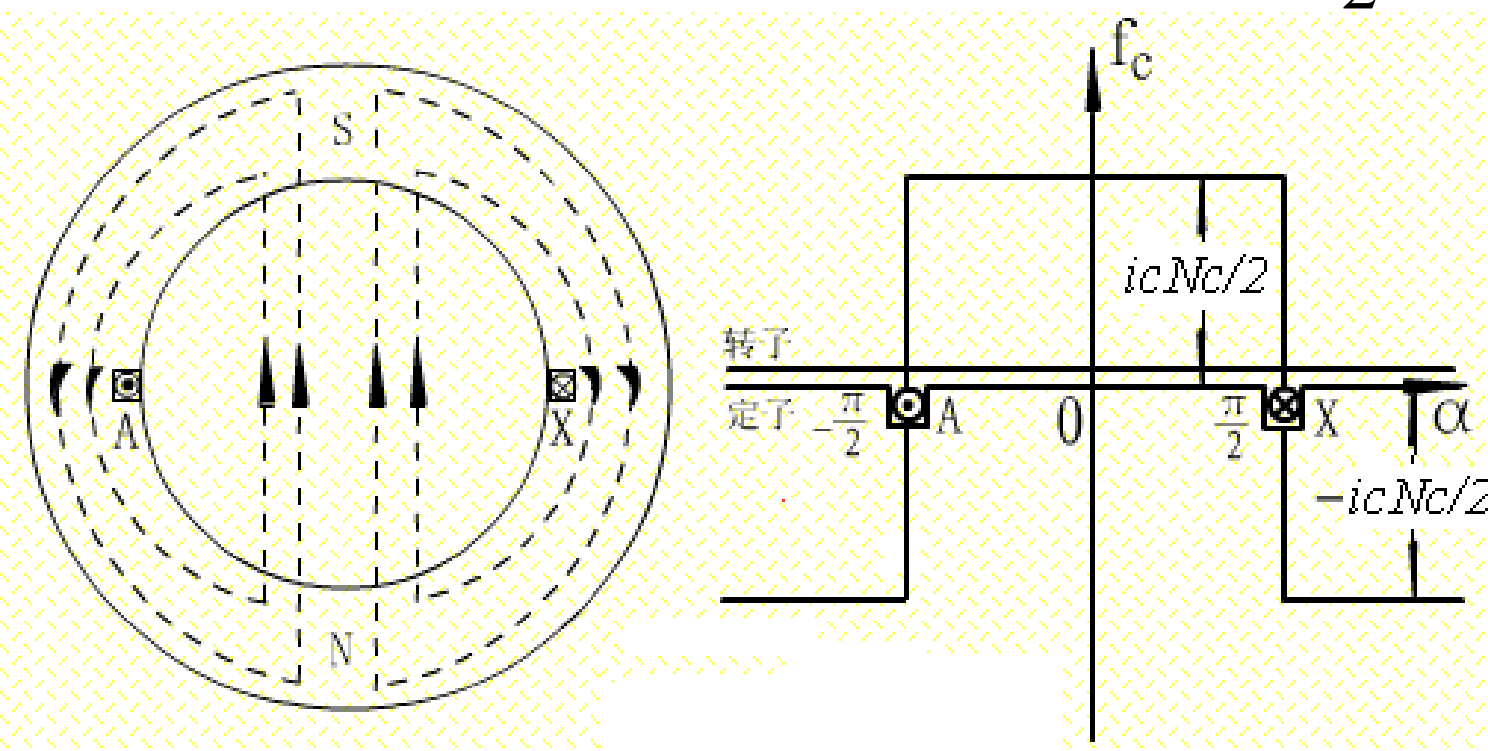


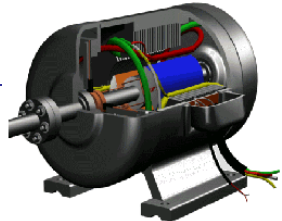


## • 整距线圈的磁动势

磁力线穿过转子铁心，定子铁心和两个气隙  
相对于气隙而言，由于铁心磁导率极大，铁芯消耗的磁势降可以忽略不计

一个气隙上消耗的磁势为：
$$f_c = \frac{1}{2} i_c N_c$$





如果通过线圈的电流为正弦波： $i_c = \sqrt{2}I_c \sin \omega t$

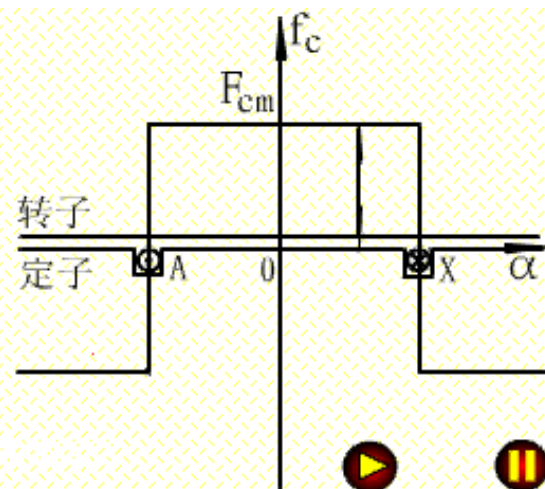
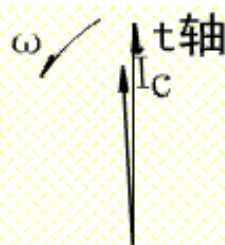
则矩形波的高度也按正弦变化

磁动势的最大值：

$$F_{cm} = \frac{1}{2} \sqrt{2} N_c I_c$$

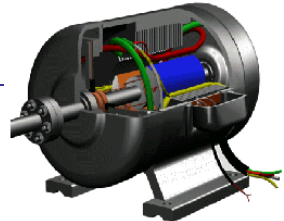
性质：脉动磁势

1. 每极磁势沿气隙分布呈矩形波，纵坐标的正负表示极性。
2. 由于电流随时间按正弦规律变化，所以磁势波的高度也随时间按正弦规律变化，但空间位置固定不变（磁轴不变）。
3. 脉动的频率决定于电流的频率。



线圈磁动势随电流脉振情况





矩形波可分解为基波及各次谐波。

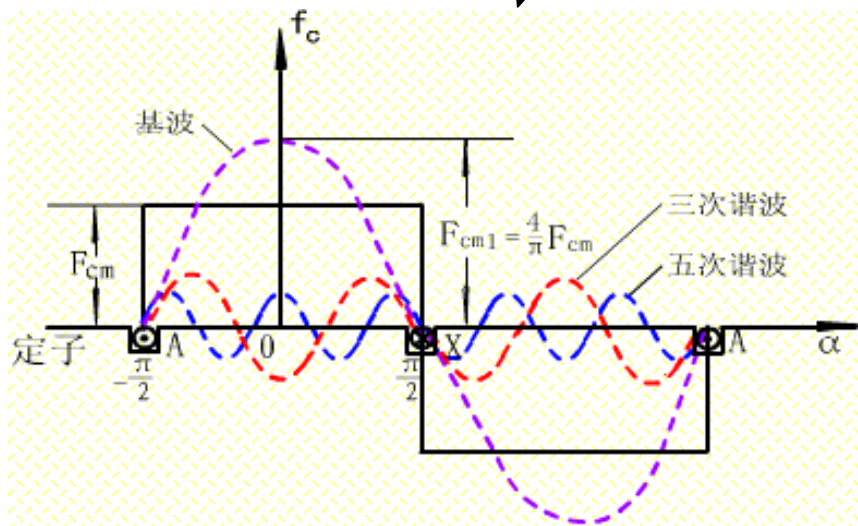
傅立叶分解：

$$f = \frac{\sqrt{2}}{2} N_c I_c \sin \omega t \left[ \frac{4}{\pi} \left( \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right) \right]$$

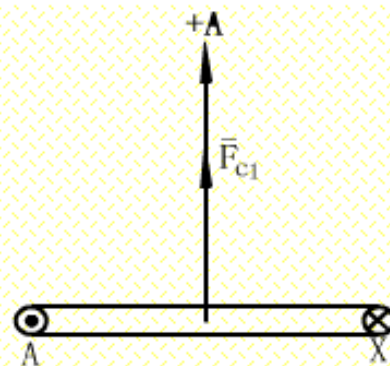
$$= F_{c1} \sin \omega t \sin x + F_{c3} \sin \omega t \sin 3x + F_{c5} \sin \omega t \sin 5x + \dots$$

$$F_{c1} = 0.9 N_c I_c \quad F_{cv} = \frac{1}{v} F_{c1}$$

基波在空间按正弦分布；在时间上，任何一个位置的磁势都按正弦变化。所以基波是一个正弦分布的正弦脉振磁



矩形波磁动势的基波  
及三次、五次谐波分量



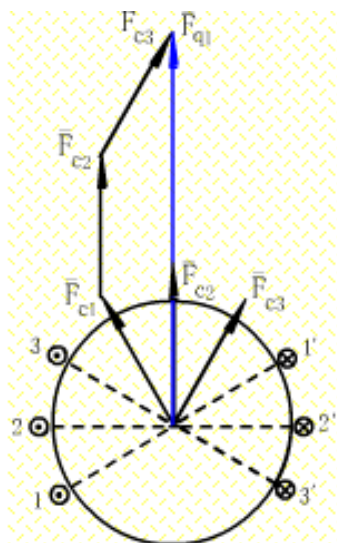
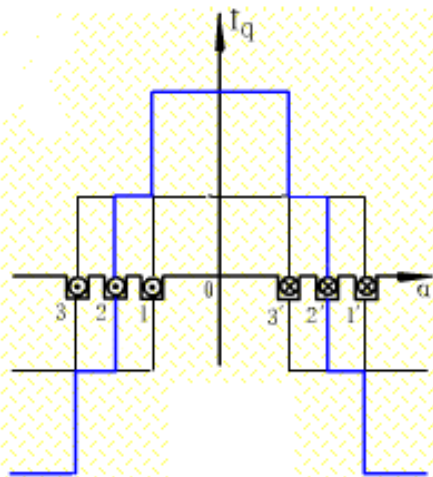
基波磁动势  
的矢量表示法







# 线圈组的磁势



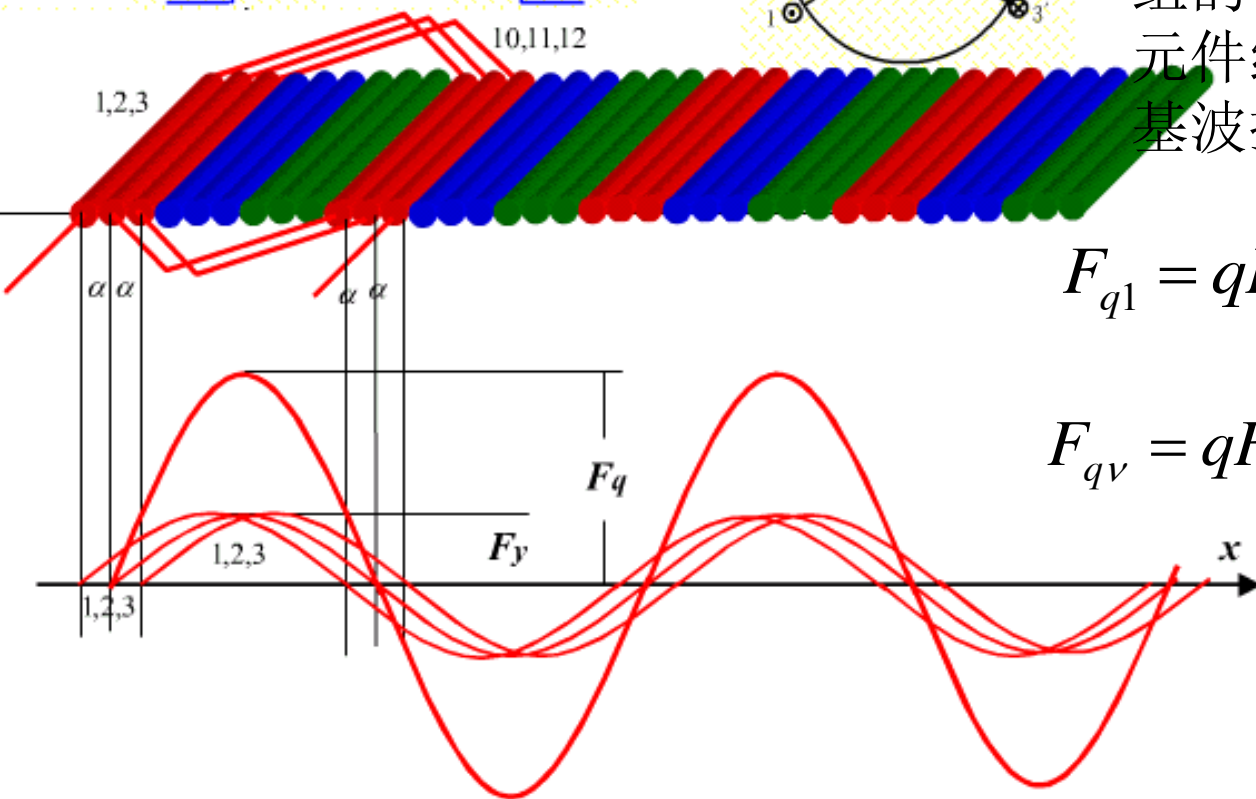
$$q=3, \alpha=20^\circ$$

三个矩形磁势波的3个基波磁势分量，它们的振幅相等，空间相位差  $20^\circ$  电角度，把三个正弦波曲线相加得到元件组的磁势基波。

元件组（合成）磁势的基波振幅为：

$$F_{q1} = qF_{c1}k_{d1} = 0.9qN_cK_{d1}I_c$$

$$F_{qv} = qF_{cv}k_{dv} = 0.9q \frac{N_c k_{dv}}{v} I_c$$





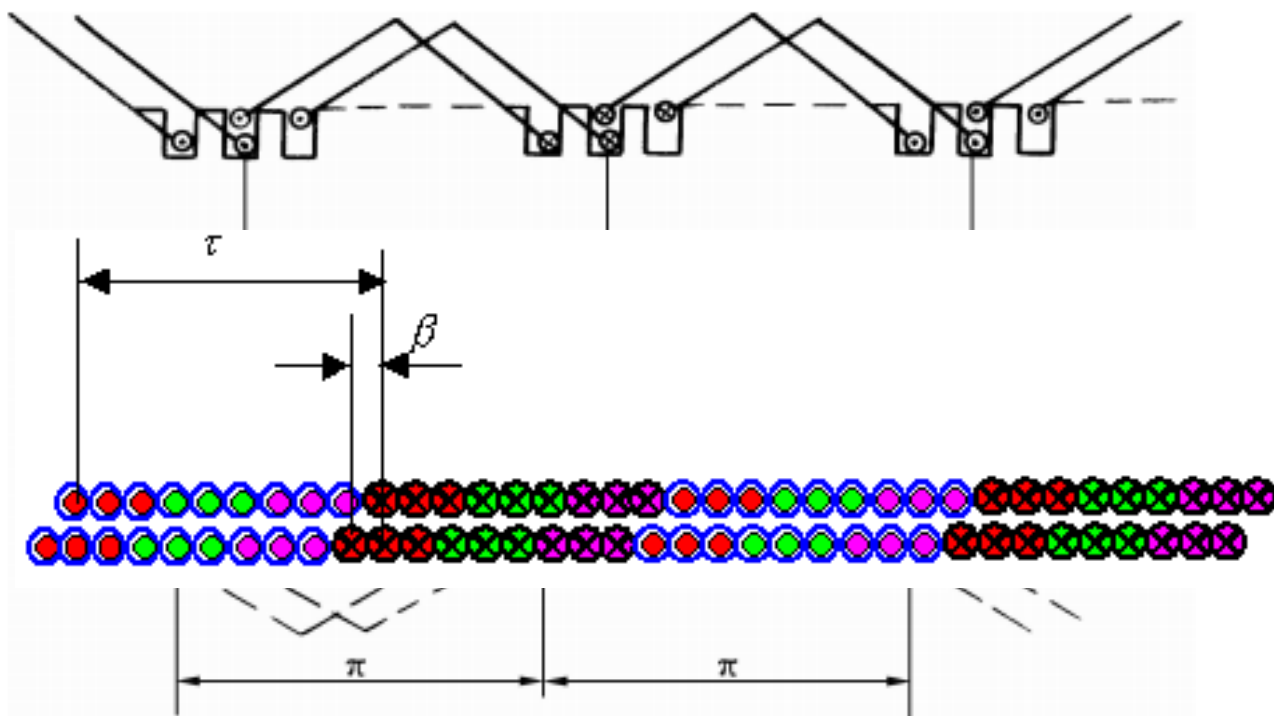
## 双层绕组的磁势

- 双层绕组：每对极有两个元件组，把两个元件组的磁势叠加，便得到双层绕组的磁势。
- 双层绕组通常是短矩绕组，从产生磁场的观点来看，磁势只决定于槽内导体电流的大小和方向，与元件的组成次序无关。
- 把实际的短矩绕组所产生的磁势，等效地看成由上、下层整距绕组产生的磁势之和。



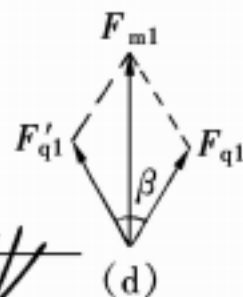
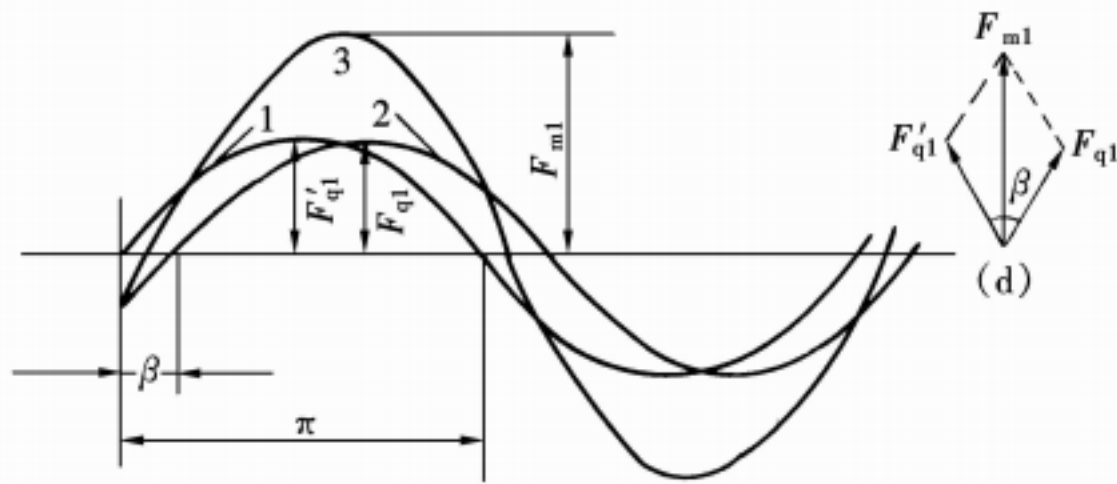


# 单相绕组的磁动势



$$k_{p1} = \cos \frac{\beta = \alpha}{2}$$

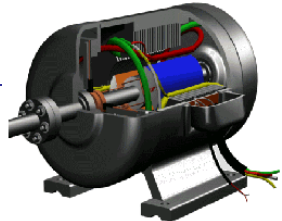
(b)



(d)

(c)





- 双层绕组磁势的基波振幅:

$$F_{m1} = 2F_{q1}k_{p1} = 0.9(2qN_c)k_{p1}k_{d1}I_c = 0.9(2qN_c)k_{N1}I_c$$

- 磁势的 $\nu$ 次谐波振幅:

$$F_{m\nu} = 2F_{q\nu}k_{p\nu} = 0.9(2qN_c)\frac{k_{p\nu}k_{d\nu}}{\nu}I_c = 0.9(2qN_c)\frac{k_{N\nu}}{\nu}I_c$$

- 结论: 每对极的磁势

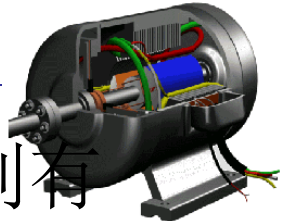
$$f = 0.9\frac{N}{p}I \sin \omega t \left[ k_{w1} \sin x + \frac{1}{3}k_{w3} \sin 3x + \frac{1}{5}k_{w5} \sin 5x + \dots \right]$$

$$= F_{m1} \sin \omega t \sin x + F_{m3} \sin \omega t \sin 3x + F_{m5} \sin \omega t \sin 5x + \dots$$

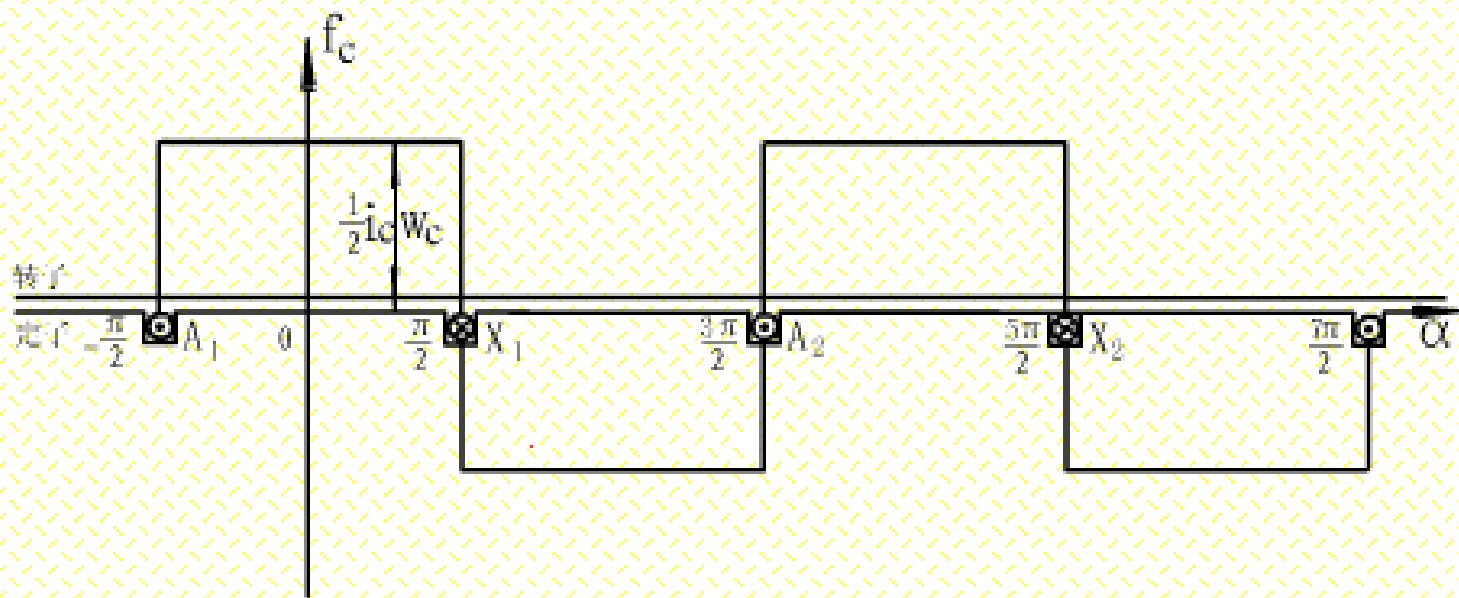
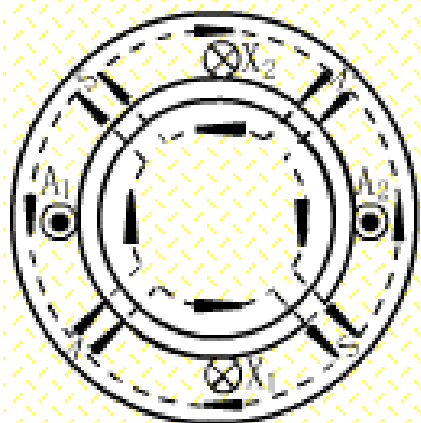
$$f_1 = 0.9\frac{Nk_{N1}}{p}I \sin \omega t \sin x = F_{m1} \sin \omega t \sin x$$

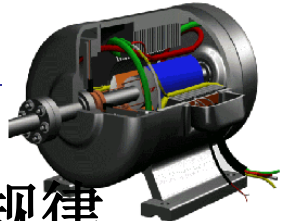
$$f_\nu = 0.9\frac{Nk_{N\nu}}{\nu p}I \sin \omega t \sin \nu x = F_{m\nu} \sin \omega t \sin \nu x,$$





- 磁势是时间函数，呈空间分布，各对磁极分别有各自的磁路，不能合并不同空间的各对磁极的磁势。
- 电势可以合并，有串联或并联





- (1) 单相分布绕组的磁势呈阶梯形分布，随时间按正弦规律变化。
- (2) 磁势的基波分量是磁势的主要成分，谐波次数越高，振幅越小，绕组分布和适当短距有利于改善磁势波形。
- (3) 基波和各次谐波有相同的脉动频率，都决定于电流的频率。

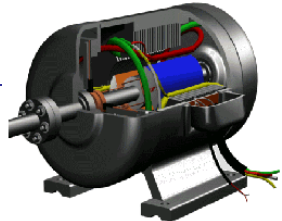
(4)  $\nu$ 次谐波的极对数为

$$p_\nu = \nu p$$

$\nu$ 次谐波的极距

$$\tau_\nu = \frac{\tau}{\nu}$$





- 脉动磁势分解成两个旋转磁势

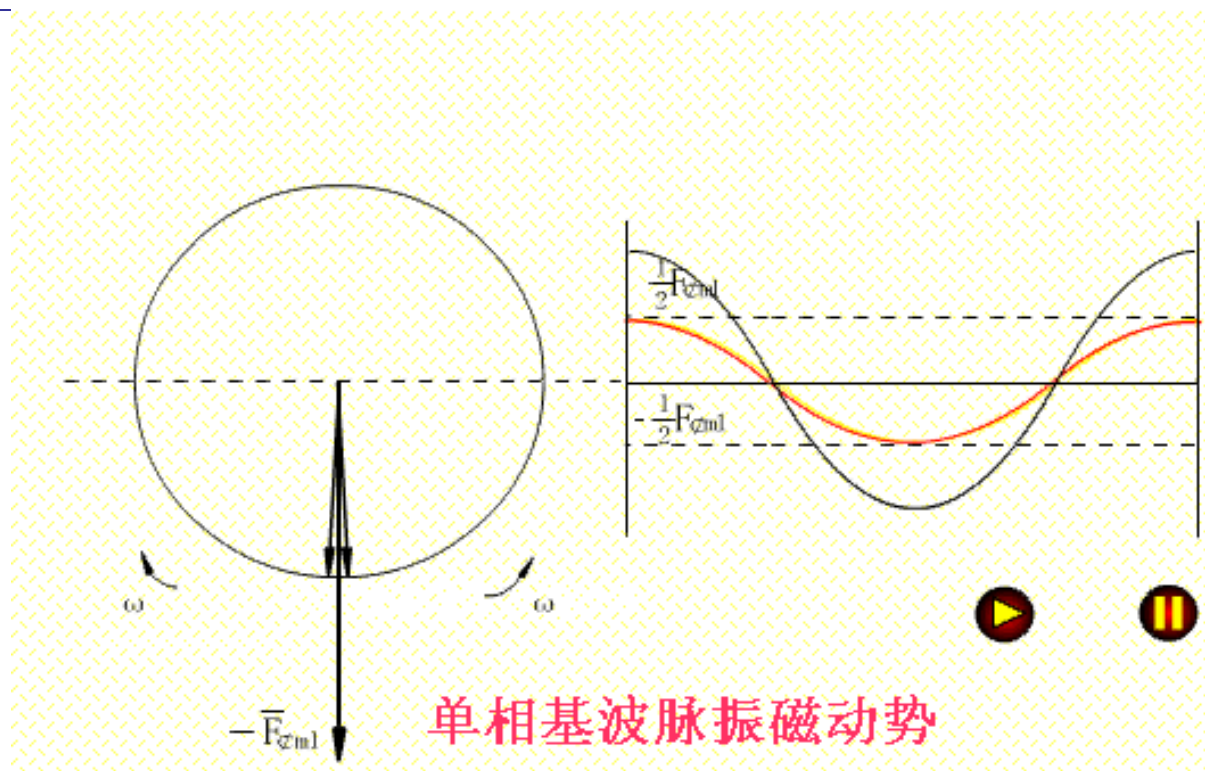
脉动磁势波的节点和幅值的位置是固定不变的。

## 基波分量

$$F_{m1} \sin \omega t \sin x = \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t - x) + \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t + x - \pi)$$

- 在空间按正弦规律分布随时间按正弦规律变化的脉动磁势可以分解为两个旋转磁势分量
- 每个旋转磁势：振幅为脉动磁势振幅的一半，旋转速度相同，旋转方向相反。



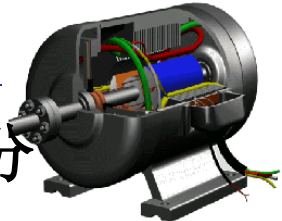


- 两矢量以相同角速度向相反方向旋转，任何瞬间合成磁势的空间位置固定不变——在该绕组的轴线处（绕组的轴线为磁轴或定义为相轴），但大小随时间变化。
- 脉动磁势的振幅的空间位置在相轴上。

$$F_- = \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t + x - \pi) \quad F_+ = \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t - x)$$



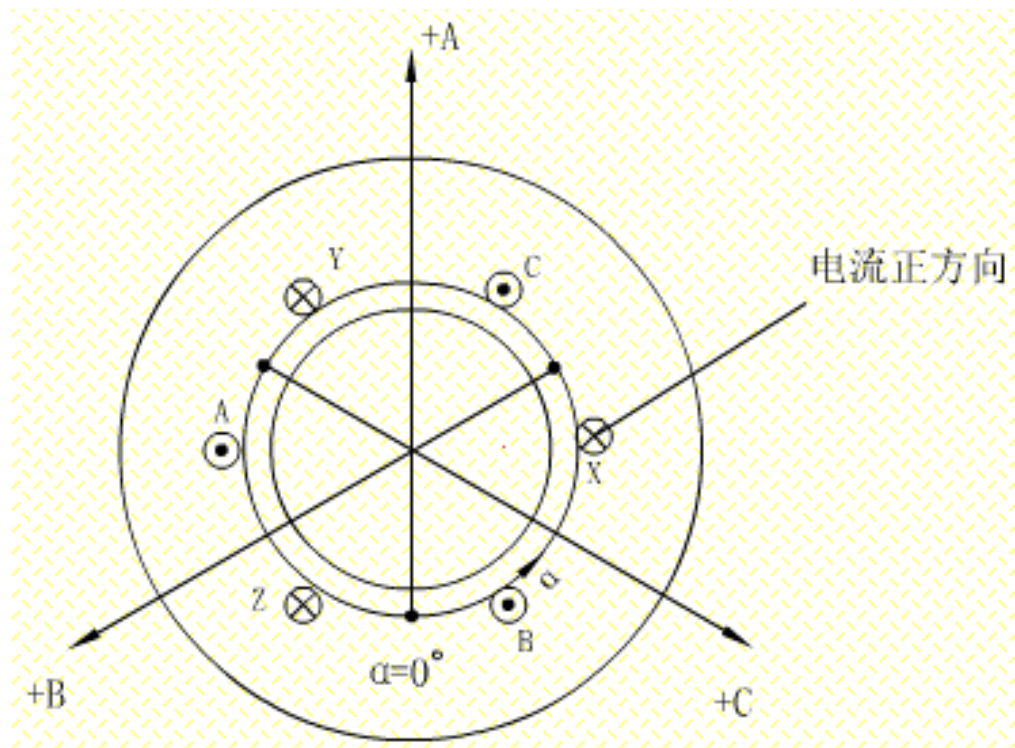


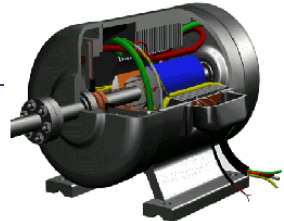


- 设各相的电流瞬时值为 $i_A$ 、 $i_B$ 、 $i_C$ ，各相磁势的基波分量分别：

$$\left. \begin{aligned} f_A &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{N1}}{p} i_A \sin x \\ f_B &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{N1}}{p} i_B \sin(x - 120^\circ) \\ f_C &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{N1}}{p} i_C \sin(x + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

- 简化为单层整距集中绕组
- 三个相绕组有三个磁轴。
- 不论 $i_A$ 、 $i_B$ 、 $i_C$ 是否对称，就每相绕组而言，均产生一脉动磁势，作用在各自的磁轴上。





- 对称的情况下

$$i_A = \sqrt{2}I \sin \omega t$$

$$i_B = \sqrt{2}I \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_C = \sqrt{2}I \sin(\omega t + 120^\circ)$$

- 由于各相电流的有效值相等，各相脉动磁势的最大幅值也相等。各相脉动磁势均分解成两个相反方向旋转的旋转磁势：

$$f_A = F_{m1} \sin \omega t \sin x = \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t - x) - \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t + x)$$

$$f_B = F_{m1} \sin(\omega t - 120^\circ) \sin(x - 120^\circ) = \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t - x) - \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t + x + 120^\circ)$$

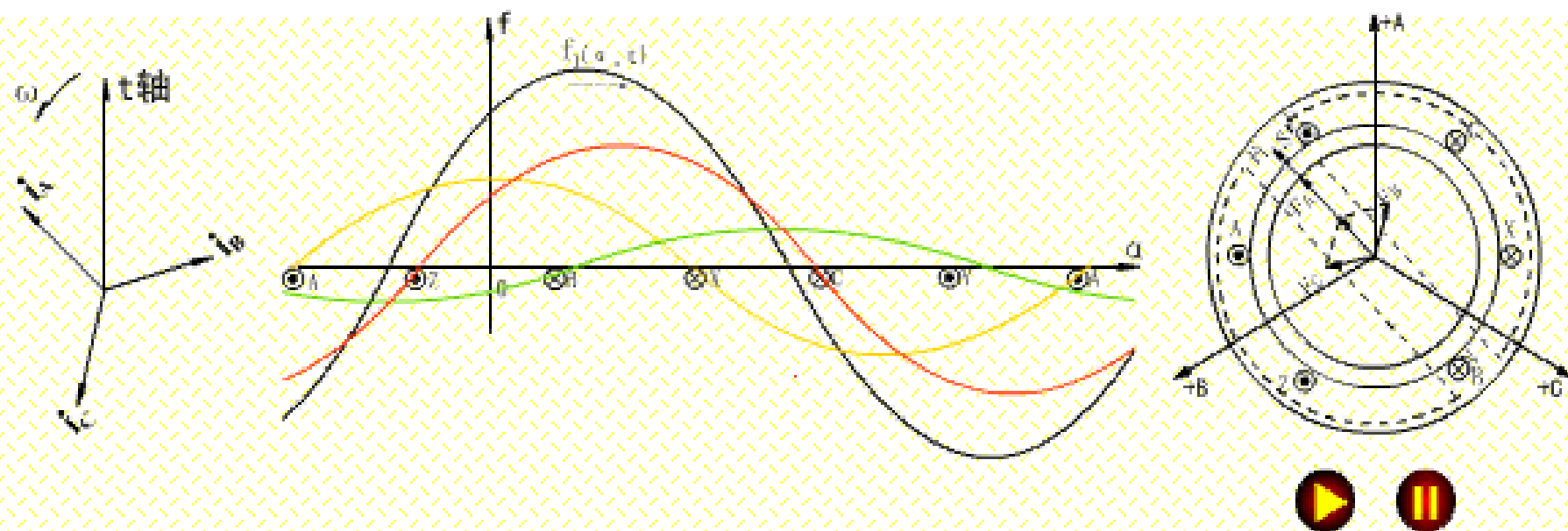
$$f_C = F_{m1} \sin(\omega t - 240^\circ) \sin(x - 240^\circ) = \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t - x) - \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\omega t + x + 240^\circ)$$

$$f = f_A + f_B + f_C = \frac{3}{2} F_{m1} \cos(\omega t - x)$$

$$F_{m1} = \frac{NK_{N1}}{p} I$$

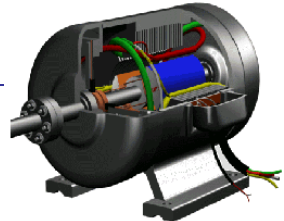


# 对称三相电流流过对称三相绕组的基波磁动势



三相基波合成磁动势

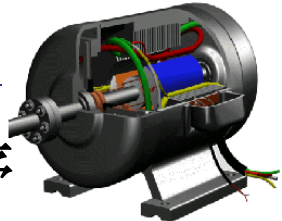




**结论：**当对称的三相电流流过对称的三相绕组时，合成磁势为一旋转磁势

- 1. 极数 基波旋转磁势的极数与绕组的极数相同。
- 2. 振幅 合成磁势的振幅为每相脉动磁势振幅的 $3/2$ 倍。
- 3. 转速 角速度  $\omega = 2\pi f$  (电弧度/s)  
 $n_1 = f/p$  (r/s) =  $60f/p$  (r/min) 同步转速，基波转速。
- 4. 幅值位置 合成磁势的振幅的位置随时间而变化，出现在  $\omega t - x = 0$  处。当某相电流达到最大值时，旋转磁势的波幅刚好转到该线绕组的轴线上
- 5. 旋转方向 由超前电流的相转向滞后电流的相
- 改变旋转磁场转向的方法：调换任意两相电源线（改变相序）





- 将不对称的三相系统分解为三个对称的系统，即正序系统、负序系统和零序系统。
- 每相电流分解为三个分量，每相磁势也可分解为三个分量。

$$i_A = \sqrt{2}I_+ \sin(\omega t + \theta) + \sqrt{2}I_- \sin(\omega t + \theta_-) + \sqrt{2}I_0 \sin(\omega t + \theta_0)$$

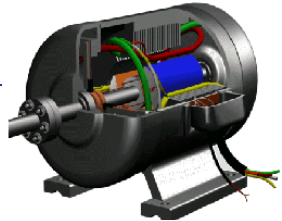
- 当正序电流流过三相绕组时，产生正向旋转磁势——正序旋转磁势

$$f_+ = \frac{3}{2} F_{1+} \cos(\omega t + \theta_+ - x) = F_+ \cos(\omega t + \theta_+ - x)$$

- 当负序电流流过三相绕组时，产生负向旋转磁势

$$f_- = \frac{3}{2} F_{1-} \cos(\omega t + \theta_- + x) = F_+ \cos(\omega t + \theta_+ + x)$$

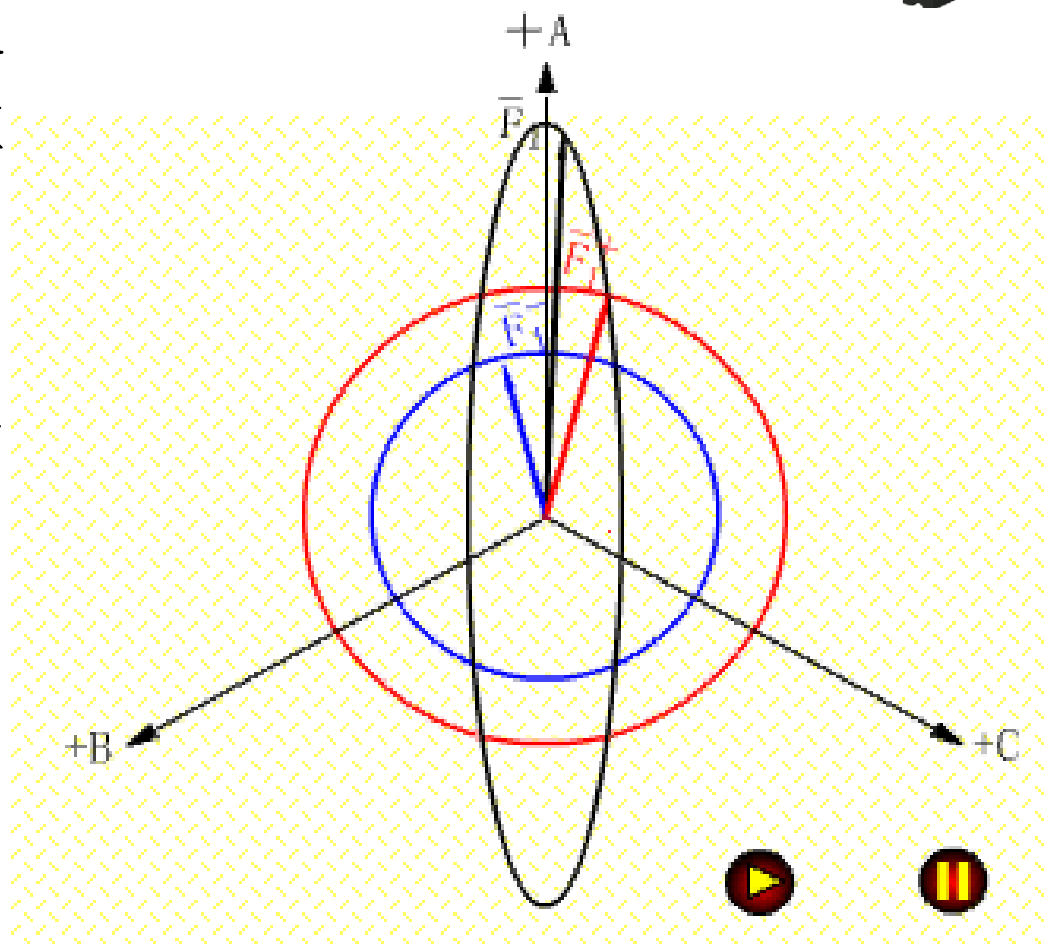




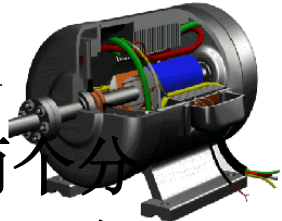
## 零序电流的磁势

- 当绕组为星形联接时，各相零序电流为零，不存在零序磁场。
- 当绕组按三角形连接时，各相零序电流为同相位，由零序电流所产生的各相零序磁势在空间相位差  $120^\circ$  电角度，适相抵消，也不产生旋转磁场。

## 椭圆形旋转磁势







总结：当电流为一不对称的三相电流，合成磁势将有两个分量：正序分量和负序分量，各以同步速向相反方向旋转。在任一瞬间的合成磁势仍按正弦分布，用旋转矢量表示为空间矢量和，不同时刻，有不同的振幅，其端点轨迹为一椭圆  
振幅：

$$F = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{F_+^2 + F_-^2 + 2F_+F_- \cos 2\omega t}$$

转速：

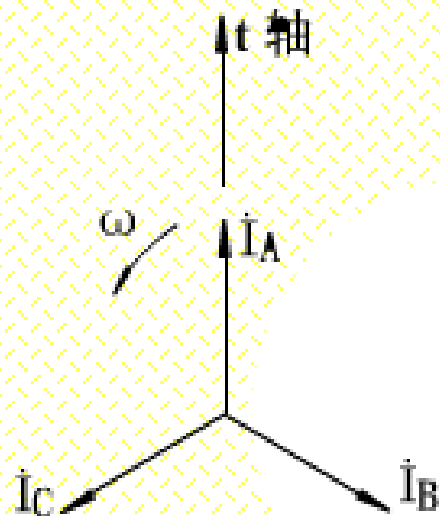
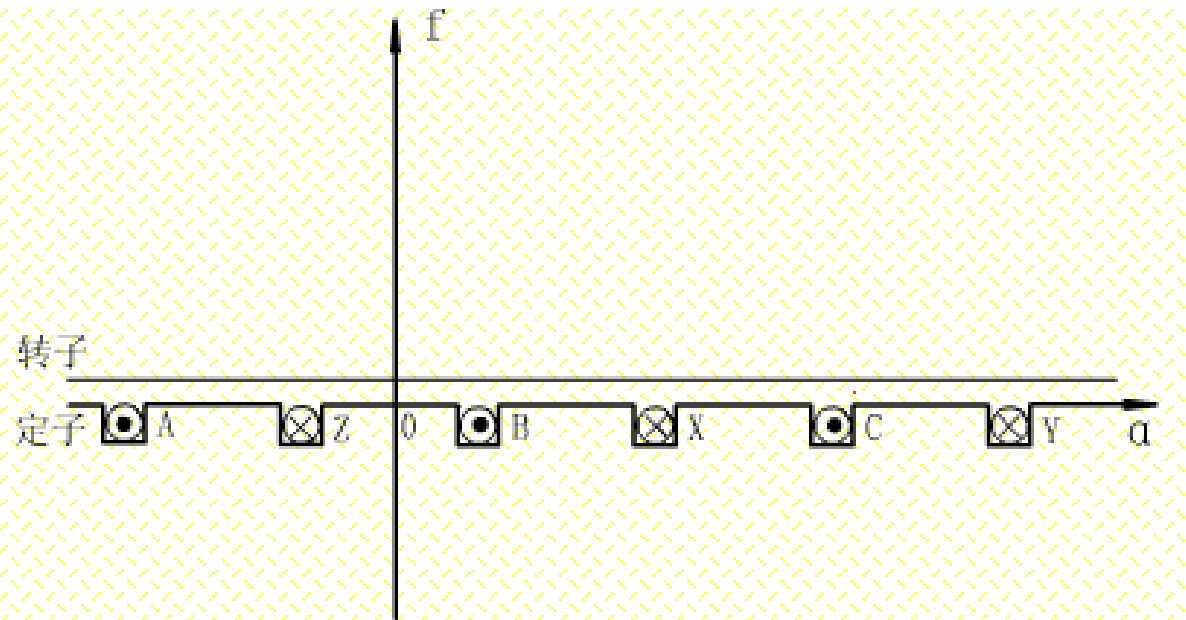
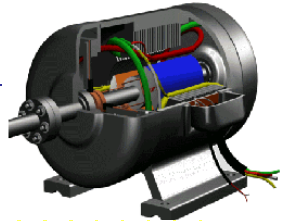
$$\operatorname{tg} x = \frac{v}{u} = \frac{F_+ - F_-}{F_+ + F_-} \operatorname{tg} \omega t$$

$$x = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{F_+ - F_-}{F_+ + F_-} \operatorname{tg} \omega t \right)$$

$$\frac{dx}{dt} = \omega \frac{F_+^2 - F_-^2}{F^2}$$



# 三相绕组磁动势的空间谐波分量和时间谐波分量

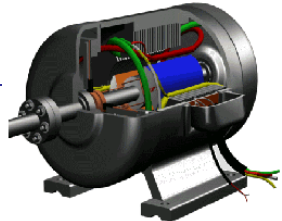


磁动势是空间和时间的双重函数，规定其空间和时间参考坐标如图所示：

空间坐标（相轴）——以A相绕组轴线作为纵坐标，表示磁动势。横坐标放在定子内圆表面，且以逆时针方向作为正向，以 $\alpha$ 电角度量度。

时间坐标（时轴）——以 $t$ 轴作为时间轴，A相电流最大作为时间起点，以逆时针方向为正向，用量度。





## 磁势的空间谐波分量

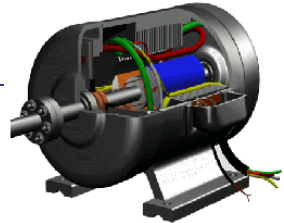
$$f_A = F_{m1} \sin \omega t \cdot \sin x + F_{m3} \sin \omega t \cdot \sin 3x + F_{m5} \sin \omega t \cdot \sin 5x \\ + F_{m7} \sin \omega t \cdot \sin 7x + \dots$$

$$f_B = F_{m1} \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot \sin(x - 120^\circ) + F_{m3} \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot \\ \sin 3(x - 120^\circ) + F_{m5} \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot \sin 5(x - 120^\circ) \\ + F_{m7} \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot \sin 7(x - 120^\circ) + \dots$$

$$f_C = F_{m1} \sin(\omega t + 120^\circ) \cdot \sin(x + 120^\circ) + F_{m3} \sin(\omega t + 120^\circ) \cdot \\ \sin 3(x + 120^\circ) + F_{m5} \sin(\omega t + 120^\circ) \cdot \sin 5(x + 120^\circ) \\ + F_{m7} \sin(\omega t + 120^\circ) \cdot \sin 7(x + 120^\circ) + \dots$$

$$F_{m1} = 0.9 \frac{NK_{N1}}{p} I \quad ; \quad F_{mv} = 0.9 \frac{NK_{Nv}}{vp} I$$





## 合成磁势

$$\begin{aligned} f &= f_A + f_B + f_C \\ &= \frac{3}{2} F_{m1} \cos(\omega t - x) - \frac{3}{2} F_{m5} \cos(\omega t + 5x) + \frac{3}{2} F_{m7} \cos(\omega t - 7x) + \dots \end{aligned}$$

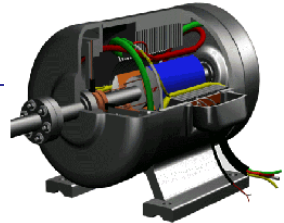
基波分量合成为正向的旋转磁势

3次谐波以及以3为倍数的奇次谐波分量，三相合成磁势为零

$v=6k-1$ 的各次空间谐波均为负向旋转磁势

$v=6k+1$ 的各次空间谐波均为正向旋转磁势





## 磁势的时间谐波分量

$$i_A = \sqrt{2}I_1 \sin \omega t + \sqrt{2}I_3 \sin 3\omega t + \sqrt{2}I_5 \sin 5\omega t + \sqrt{2}I_7 \sin 7\omega t + \dots$$

$$i_B = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - 120^\circ) + \sqrt{2}I_3 \sin 3(\omega t - 120^\circ) + \sqrt{2}I_5 \sin 5(\omega t - 120^\circ) + \sqrt{2}I_7 \sin 7(\omega t - 120^\circ) + \dots$$

$$i_C = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t + 120^\circ) + \sqrt{2}I_3 \sin 3(\omega t + 120^\circ) + \sqrt{2}I_5 \sin 5(\omega t + 120^\circ) + \sqrt{2}I_7 \sin 7(\omega t + 120^\circ) + \dots$$

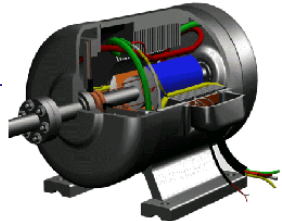
不计绕组的空间谐波分量， $\mu$ 次谐波电流产生的三相合成磁动势：

$$f_\mu = \frac{3}{2} F_\mu \cos(\mu\omega t \pm x)$$

若同时计及绕组空间谐波分量， $\mu$ 次谐波电流产生的三相合成磁动势：

$$f_{\mu\nu} = \frac{3}{2} F_{\mu\nu} \cos(\mu\omega t \pm \nu x)$$





## 谐波磁场的不良影响

1. 产生谐波感应电势。谐波电势所产生的附加损耗不仅降低效率，而且降低功率因数。
2. 谐波磁势产生的附加力矩。将会影响电动机的起动力矩和过载能力。
3. 设计时应当尽量设法削弱磁势的高次谐波分量，特别要削弱其中影响最大的5次谐波和7次谐波。与削弱谐波电势一样，通常**采用适当短距的分布绕组**来削弱空间谐波磁势以改善磁势的波形，使其接近于正弦分布波。

