第1章 数制和码制

东南大学电气工程学院

2020/2/24

教学要求

1. 理解模拟信号的特点。
2. 理解数字信号的特点及其表示方法。
3. 掌握常用的数制及相互间的转换。
4. 熟练掌握对数字的编码。

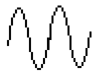
1.1 概述

电子电路

模拟电路： 工作在模拟信号下。

——表示模拟量的信号。

——时间上或数值上是连续的。

（e.g. 正弦波  ）

数字电路： 工作在数字信号下。

——表示数字量的信号。

——时间上和数值上是离散的。

（e.g. 矩形波  ）

模拟电子技术和数字电子技术

	模拟电子技术	数字电子技术
研究对象	模拟量	数字量
典型波形	正弦波	矩形波
信号特点	在数值上、时间上连续	在数值上、时间上离散
基本器件	**BJT、MOS**	**BJT、MOS**
器件工作状态	线性放大状态	截止、饱和区（开、关状态）
集成电路IC	线性电路	数字电路

数字波形

1、数字波形：逻辑电平对时间的图形表示

2、周期性数字波形的基本参数：

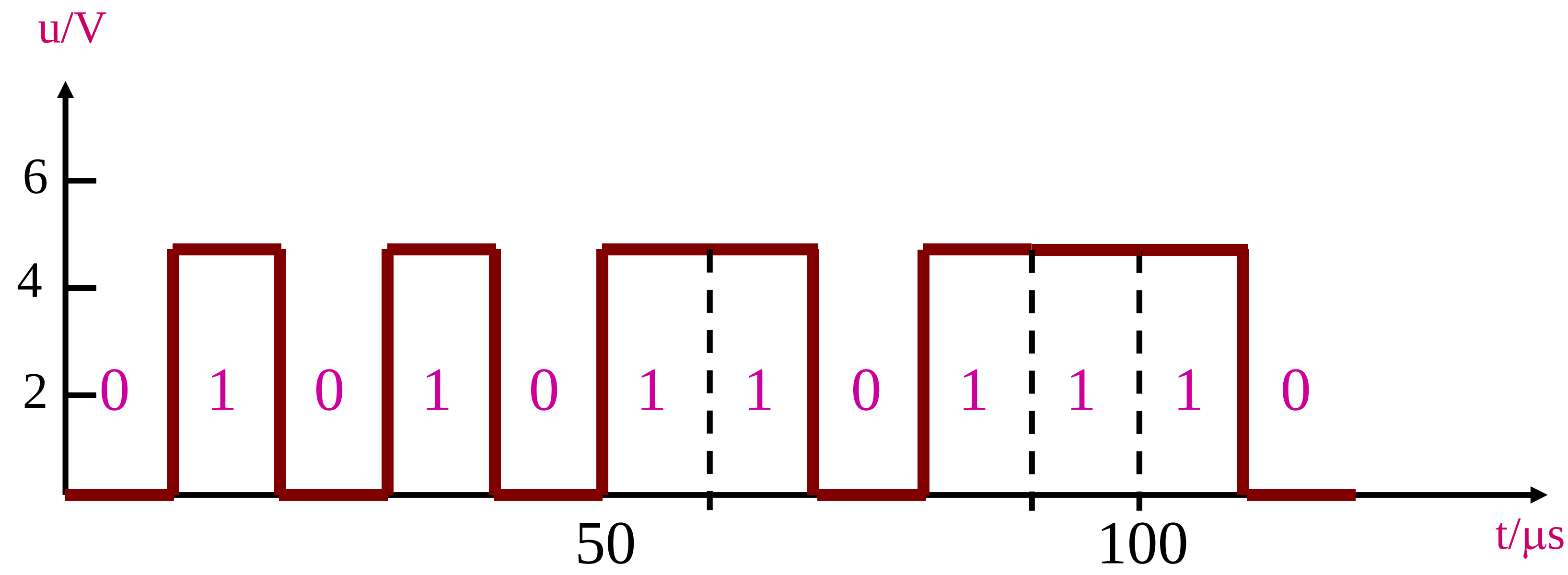
① 周期 T (频率 f)：两个相邻脉冲间的时间间隔

② 脉冲宽度 t_W：脉冲的作用时间

③ 占空比 q： 脉冲宽度占整个周期的百分比

$$q(\%)=(t_W/T)\times 100\%$$

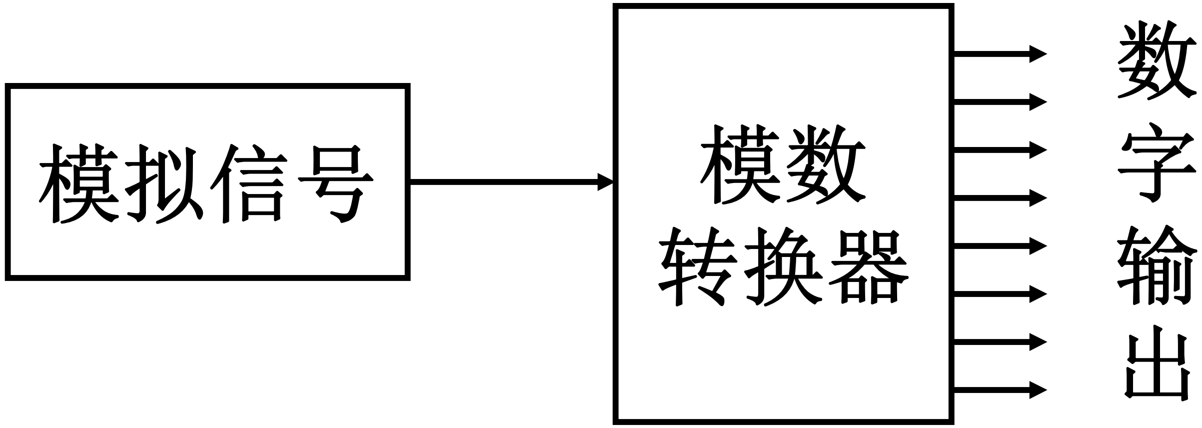
3、二值位形图：用数字波形表示二值数据



位时间： **1**位数据所占用的时间（**10 μs**）

比特率（数据率）： 每秒钟传输数据的位数 （**100k Bit**）

模拟量的数字表示



数字电路的特点

- 电路定义 电路的结构以二值数字逻辑为基础；
  处理的信号是离散的数字信号；
  电路中的电子器件工作在开关状态。

- 基本电路结构简单 ———与、或、非门
  大规模集成、功耗低、可靠性高、不用调试

- 0、1状态，便于存储、传输和处理
  存储：光盘中的数据
  传输：数字电视信号
  处理：通信中的检错、纠错码

- 应用广泛（工业设备、家用电器的数字化） 数字电视

数字电路的分类

- 从整体分：组合逻辑电路和时序逻辑电路
- 从所用器件分：**TTL、CMOS**
- 从集成度分：小规模、中规模、大规模、 超大 规模、甚大规模

注：集成度——每一芯片所包含的三极管的个数。

数字电路的发展：

电子管 →半导体分立元件 →集成电路

小规模 →中规模 →大规模 →超大规模

TTL → CMOS

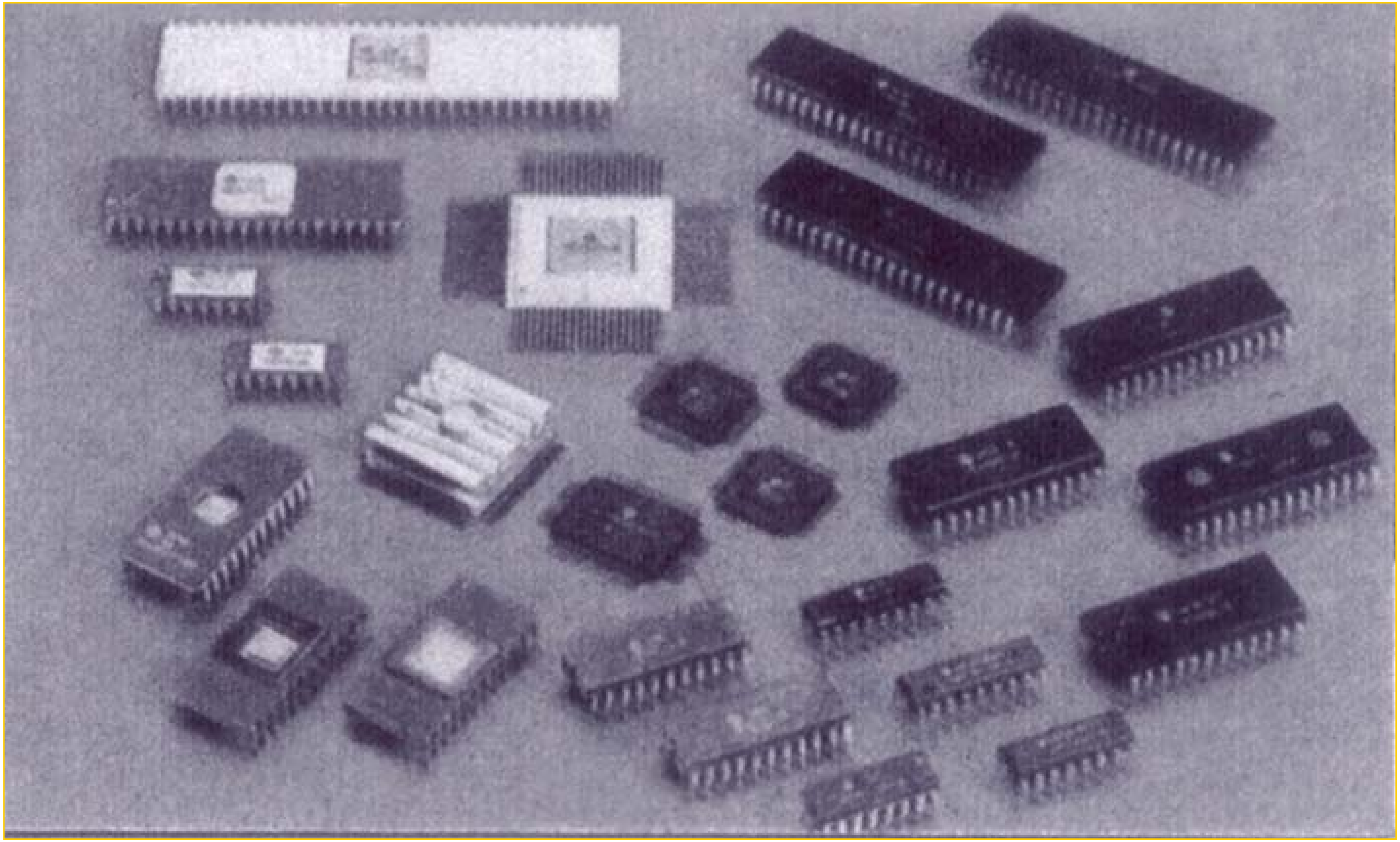
PLD、FPGA

数字电路的分析方法：

- 采用逻辑代数做为分析工具；
- 用功能表、真值表、逻辑表达式、波形图等表示电路的功能。

数字电路的测试技术：

数字电压表、数字示波器



封装好的集成电路

1. 2 几种常用的数制 (Number System)

数制：1. 表示不同数量的大小

2. 表示不同事物或事物的不同状态

①每一位的构成

②从低位向高位的进位规则

常用到的：

十进制，二进制，八进制，十六进制

Decimal, Binary, Octal, Hexadecimal

十进制，二进制，八进制，十六进制

逢二进一

- A binary digit has only 2 possibilities

0	1

逢八进一

- An octal digit has 8 possibilities

0	1	2	3	4	5	6	7

逢十进一

- A decimal digit has 10 possibilities

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- A hexadecimal (hex) digital has 16 possibilities

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

逢十六进一

不同进制数的对照表

十进制数	二进制	八进制	十六进制
00	**0000**	**00**	**0**
01	**0001**	**01**	**1**
02	**0010**	**02**	**2**
03	**0011**	**03**	**3**
04	**0100**	**04**	**4**
05	**0101**	**05**	**5**
06	**0110**	**06**	**6**
07	**0111**	**07**	**7**
08	**1000**	**10**	**8**
09	**1001**	**11**	**9**
10	**1010**	**12**	**A**
11	**1011**	**13**	**B**
12	**1100**	**14**	**C**
13	**1101**	**15**	**D**
14	**1110**	**16**	**E**
15	**1111**	**17**	**F**

N进制数按十进制展开式

$$
\begin{aligned}
D &= a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_2a_1a_0 \\
&= a_{n-1}\times N^{n-1} + a_{n-2}\times N^{n-2} + \cdots + a_2\times N^2 + a_1\times N^1 + a_0\times N^0 \\
&= \sum_{i=0}^{n-1} a_i N^i
\end{aligned}
$$

N: 计数的基数　　**a_i: 第i位的系数**　　**N^i: 第i位的权**

1.3 不同数制间的转换

- 二、八、十六进制转换成十进制

(一)、二-十转换

$$D=\sum K_i 2^i \qquad K\in(0,1)$$

例1 将（11010）$_2$转换为十进制。

（11010）$_2$=1×2^4+ 1×2^3+ 1×2^1=（26）$_{10}$

例2 $(1011.01)_2$

$$(1011.01)_2=1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0+0\times2^{-1}+1\times2^{-2}$$

$$=(11.25)_{10}$$

(二)、八-十转换

$$D = \sum K_i 8^i \qquad K \in (0,1)$$

例3 将（274）$_8$ 转换为十进制。

（274）$_8$ =2×8^2+ 7×8^1+ 4×8^0=（ 188）$_{10}$

(三)、十六-十转换

$$D = \sum K_i 16^i \qquad K \in (0,1)$$

● 十进制数转换成二、八、十六进制数

整数部分：

$$(S)_{10} = k_n 2^n + k_{n-1} 2^{n-1} + k_{n-2} 2^{n-2} \cdots + k_1 2^1 + k_0 2^0$$

$$= 2(k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1) + k_0$$

同理

$$k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1 = 2(k_n 2^{n-2} + k_{n-1} 2^{n-3} + \cdots + k_2) + k_1$$

例：

$$\begin{array}{r|l}
2 & 173 \cdots\cdots \text{余数} = 1 = k_0 \\
2 & 86 \cdots\cdots \text{余数} = 0 = k_1 \\
2 & 43 \cdots\cdots \text{余数} = 1 = k_2 \\
2 & 21 \cdots\cdots \text{余数} = 1 = k_3 \\
2 & 10 \cdots\cdots \text{余数} = 0 = k_4 \\
2 & 5 \cdots\cdots\cdots \text{余数} = 1 = k_5 \\
2 & 2 \cdots\cdots\cdots \text{余数} = 0 = k_6 \\
 & 1 \cdots\cdots \text{余数} = 1 = k_7 \\
 & 0
\end{array}$$

故 $(173)_{10} = (10101101)_2$

小数部分：

$$(S)_{10}=k_{-1}2^{-1}+k_{-2}2^{-2}+\cdots+k_{-m}2^{-m}$$

左右同乘以2

$$2(S)_{10}=k_{-1}+(k_{-2}2^{-1}+k_{-3}2^{-2}+\cdots+k_{-m}2^{-m+1})$$

同理

$$2(k_{-2}2^{-1}+k_{-3}2^{-2}+\cdots+k_{-m}2^{-m+1})=k_{-2}+(k_{-3}2^{-1}+\cdots+k_{-m}2^{-m+2})$$

例：

$$\begin{array}{r}0.8125\\ \times\quad 2\\ \hline 1.6250\end{array}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\text{整数部分}=1=k_{-1}$$

$$\begin{array}{r}0.6250\\ \times\quad 2\\ \hline 1.2500\end{array}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\text{整数部分}=1=k_{-2}$$

$$\begin{array}{r}0.2500\\ \times\quad 2\\ \hline 0.5000\end{array}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\text{整数部分}=0=k_{-3}$$

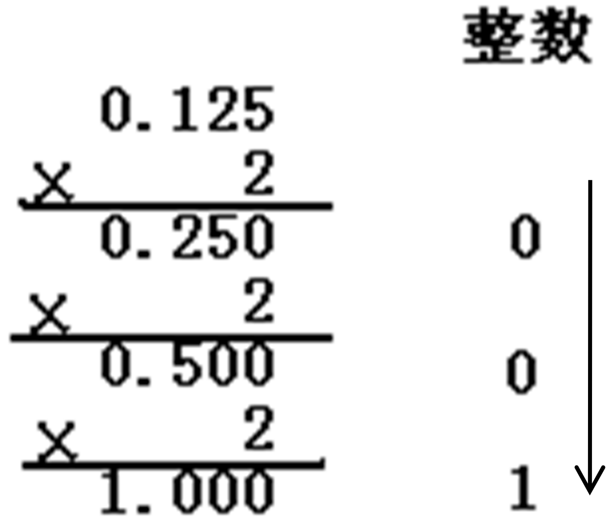
$$\begin{array}{r}0.5000\\ \times\quad 2\\ \hline 1.000\end{array}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\text{整数部分}=1=k_{-4}$$

故 $(0.8125)_{10}=(0.1101)_2$

纯整数：除基取余法

$$(25)_{10}=(11001)_2$$

纯小数：乘基取整法



$$(0.125)_{10}=(0.001)_2$$

● 二进制数与八、十六进制数的互换

二-八互换：三位二进制数对应一位八进制数

例：将$(11110.01011)_2$化为八进制

$$
\begin{array}{cccc}
(011 & 110. & 010 & 110)_2 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
=(3 & 6\ . & 2 & 6)_8
\end{array}
$$

二-十六互换：四位二进制数对应一位十六进制数

例：将$(01011110.10110010)_2$化为十六进制

$$
\begin{array}{cccc}
(0101 & ,1110 & .1011 & ,0010\ )_2 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
=(5 & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{B} & 2)_{16}
\end{array}
$$

● 八、十六进制数与二进制数的互换

例1：将$(52.43)_8$化为二进制

$$
\begin{array}{ccccc}
(5 & 2 & . & 4 & 3)_8 \\
\downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\
(101 & 010 & . & 100 & 011)_2
\end{array}
$$

例2：将$(8FAC6)_{16}$化为二进制

$$
\begin{array}{ccccc}
(8 & \boldsymbol{F} & \boldsymbol{A} & \boldsymbol{C} & 6)_{16} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
(1000 & 1111 & 1010 & 1100 & 0110)_2
\end{array}
$$

1.4 二进制运算

1.4.1 二进制算术运算的特点

算术运算：1：和十进制算数运算的规则相同

2：逢二进一

特点：加、减、乘、除 全部可以用**移位**和**相加**这两种操作实现。简化了电路结构

所以数字电路中普遍采用二进制算数运算

1.4.2 反码、补码和补码运算

二进制数的正、负号也是用0/1表示的。在定点运算中，最高位为符号位（0为正，1为负）

如　+89 ＝（0　1011001）

　　−89 ＝（1　1011001）

这种形式的数称为原码

二进制数的补码：

- 最高位为符号位（0为正，1为负）
- 正数的补码、反码和它的原码相同
- 负数的补码 = 数值位逐位求反(反码Inverse) + 1

  符号位保持不变

如 $+5 =（0\quad 0101）_{原、反、补}$

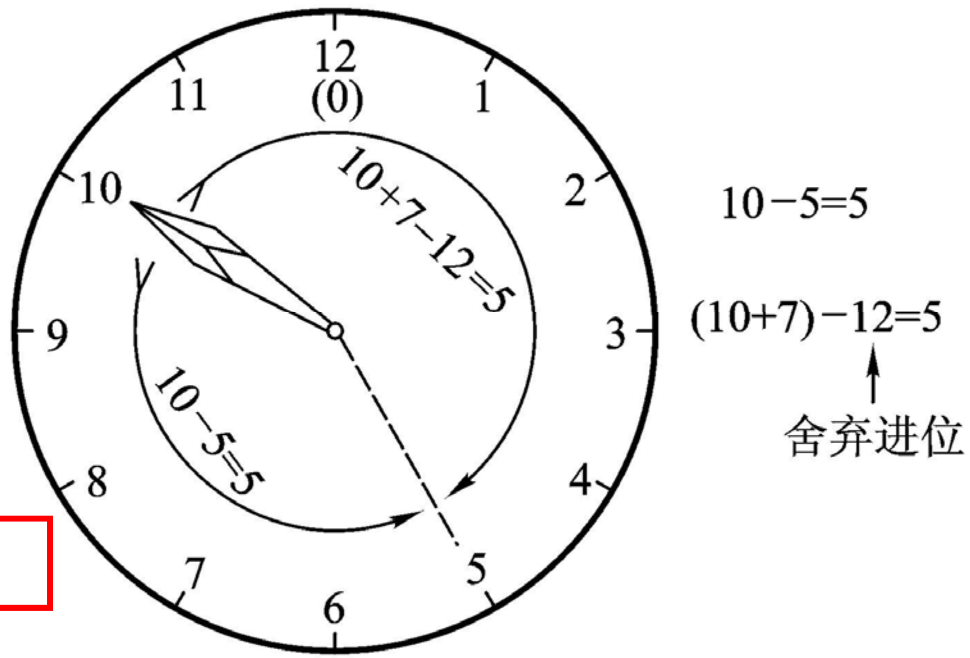
$-5 =（1\quad 1011）_{补}$

- 通过补码，将减一个数用加上该数的补码(Complement)来实现

举例：12进制
（应用在时钟表盘上）

10 – 5 = 5

10 + 7 －12= 5 （舍弃进位）

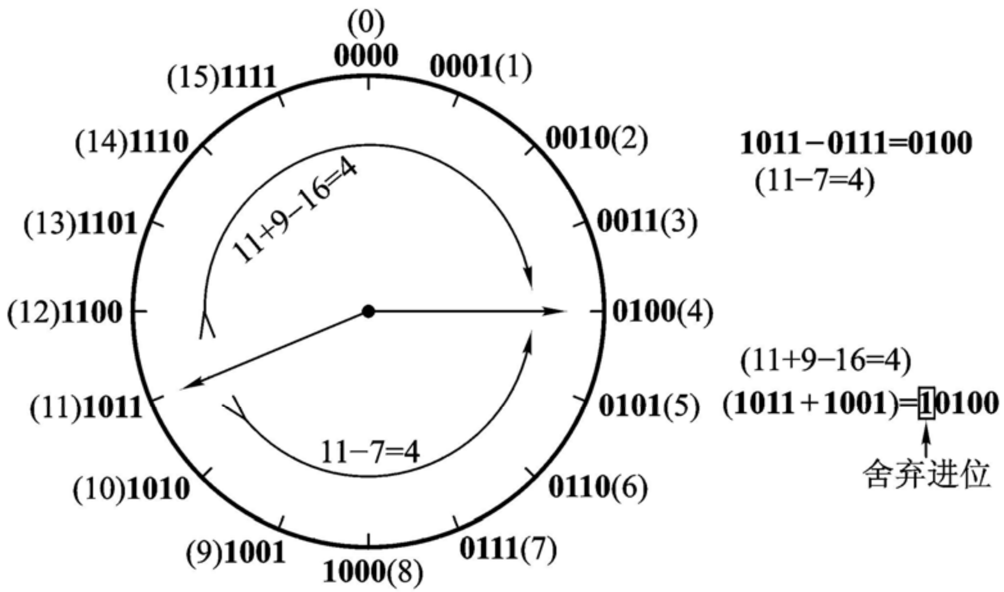


7+5=12　　产生进位的模

7是-5对模数12的补码

- 1011 – 0111 = 0100
  （11 - 7 = 4）

- 1011 + 1001 = 10100
  =0100（舍弃进位）
  （11 + 9—16 = 4）



- 0111 + 1001 =2^4
- -0111是 - 1001对模2^4（16） 的补码

负数：原码绝对值+补码绝对值=2^n（n是位数）

两个补码表示的二进制数相加时的符号位讨论

例：用二进制补码运算求出

13＋10 、13－10 、－13＋10 、－13－10

解：

+13	0 01101			+13	0 01101
+10	0 01010			−10	1 10110
+23	0 10111			+3	0 00011

−13	1 10011			−13	1 10011
+10	0 01010			−10	1 10110
−3	1 11101			−23	1 01001

结论：将两个加数的符号位和来自最高位数字位的进位相加，结果就是和的符号

1.5 几种常用的编码 (Code)

编码制:

编码制是数字电路中使用的又一种表示数字的方法，它是用符号**0**、**1**的组合来表示数字。不同的组合就形成不同的的编码。如二进制码、**8421**码、余三码、循环码。

关于码制

- 一个码字是由若干信息位（bit）组成，每位使用0和1两种代码（又叫码元），n位代码可表示2^n种不同信息或数据。

- 一个代码的字长可以是8位、16位、32位、64位…，也可以以字节（byte）为单位，每8位为一个字节。

- 一个代码有时有数的概念，有时则完全没有数 的概念，在数字设备中，用它可以表示任何信息。

一、十进制代码：用十个不同的码表示十进制0-9

几种常用的十进制代码

十进制数	8421码	余3码	2421码	5211码	余3循环码
0	**0000**	**0011**	**0000**	**0000**	**0010**
1	**0001**	**0100**	**0001**	**0001**	**0110**
2	**0010**	**0101**	**0010**	**0100**	**0111**
3	**0011**	**0110**	**0011**	**0101**	**0101**
4	**0100**	**0111**	**0100**	**0111**	**0100**
5	**0101**	**1000**	**1011**	**1000**	**1100**
6	**0110**	**1001**	**1100**	**1001**	**1101**
7	**0111**	**1010**	**1101**	**1100**	**1111**
8	**1000**	**1011**	**1110**	**1101**	**1110**
9	**1001**	**1100**	**1111**	**1111**	**1010**

二、格雷码(循环码)

特点：1.每一位的状态变化都按一定的顺序循环。

2.编码顺序依次变化，按表中顺序变化时，相邻代码只有一位改变状态。

应用：减少过渡噪声

编码顺序	二进制	格雷码	编码顺序	二进制码	格雷码
0	**0000**	**0000**	**8**	**1000**	**1100**
1	**0001**	**0001**	**9**	**1001**	**1101**
2	**0010**	**0011**	**10**	**1010**	**1111**
3	**0011**	**0010**	**11**	**1011**	**1110**
4	**0100**	**0110**	**12**	**1100**	**1010**
5	**0101**	**0111**	**13**	**1101**	**1011**
6	**0110**	**0101**	**14**	**1110**	**1001**
7	**0111**	**0100**	**15**	**1111**	**1000**

三、美国信息交换标准代码（**ASCⅡ**）

ASCⅡ是一组七位二进制代码，共128个

应用：计算机和通讯领域