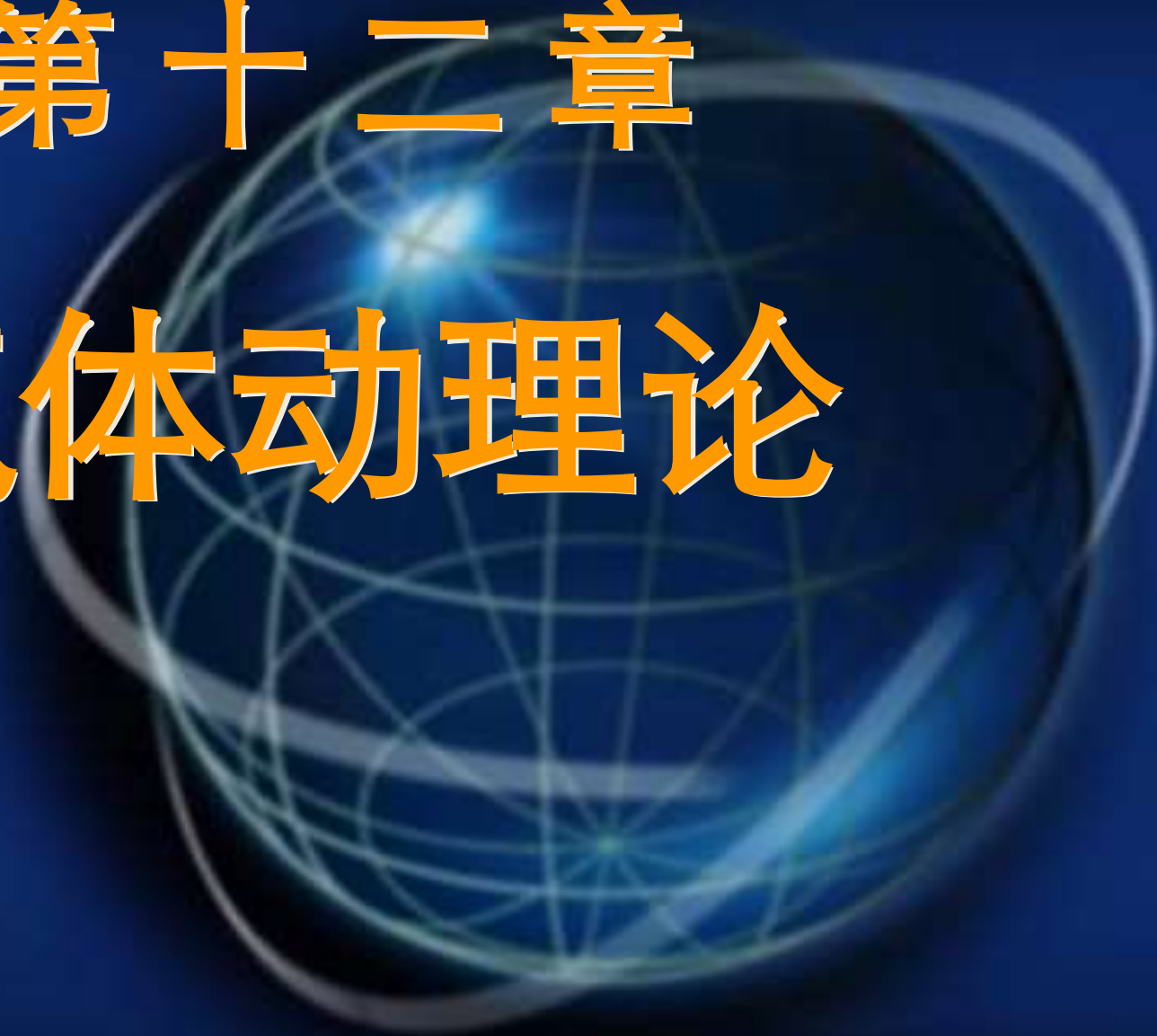


# 第十二章

# 气体动理论



1. 能量均分定理    分子的平均能量     $\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT$

理想气体的内能     $E = \nu \frac{i}{2} RT$

	自由度			$i$	$\bar{\varepsilon}$
	平动	转动	振动		
单原子分子	3	0	0	3	$3kT/2$
刚性双原子分子	3	2	0	5	$5kT/2$
三原子及以上	3	3	0	6	$3kT$
非刚性双原子分子	3	2	2	7	$7kT/2$
非刚性三原子分子	3	3	6	12	$6kT$

## 2. 麦克斯韦速率分布律 $f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$

$$f(v) = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv} \quad \frac{dN}{N} = f(v)dv = dS$$

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1 \quad \bar{v} = \int_0^\infty v f(v)dv$$

## 3. 三种统计速率

### 1) 最概然速率

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \approx 1.41 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

### 2) 平均速率

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \approx 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

### 3) 方均根速率

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

## §12-7 玻尔兹曼能量分布律 等温气压公式

### 玻耳兹曼能量分布律

$$dN = n_0 \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{\varepsilon_k + \varepsilon_p}{kT}} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

$n_0$ 表示  $\varepsilon_p = 0$  处单位体积内含有各种速度的分子数

$$n = n_0 e^{-mgz/kT}$$

重力场中分子的分布



等温气压公式  $p = p_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$

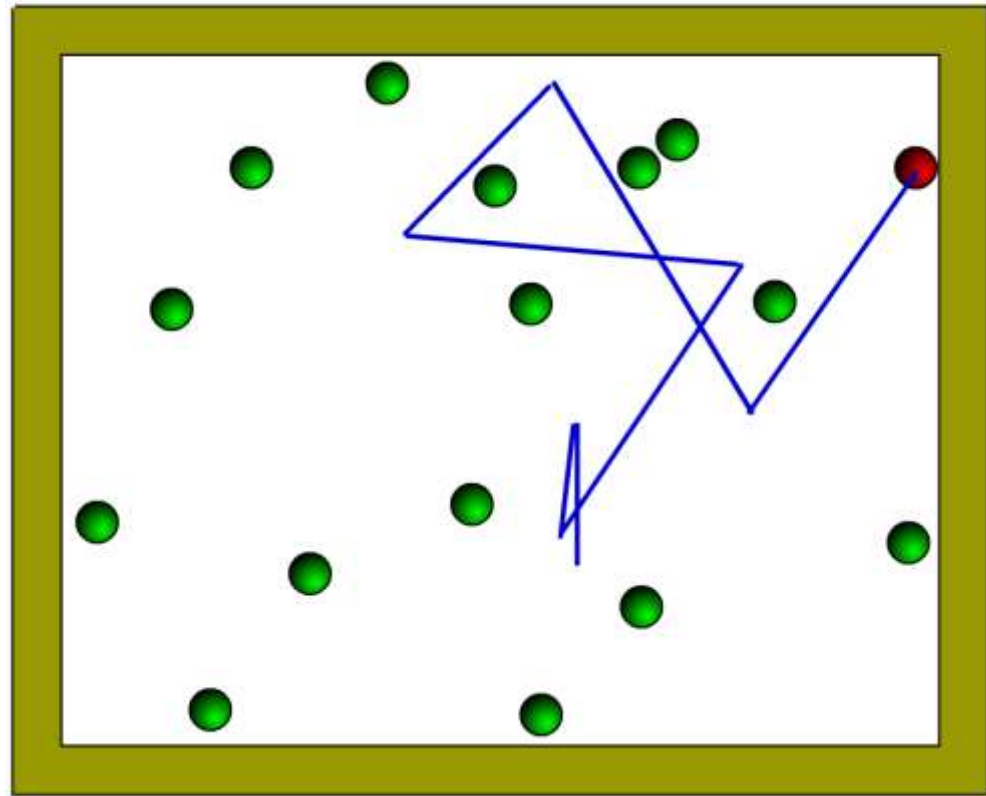
$$z = \frac{kT}{mg} \ln \frac{p_0}{p} \quad \text{——高度计的基本原理}$$

实际温度也随高度变化，是近似测量。

## §12-8 分子平均碰撞频率和平均自由程

分子**平均碰撞频率**：单位时间内一个分子和其它分子碰撞的平均次数.

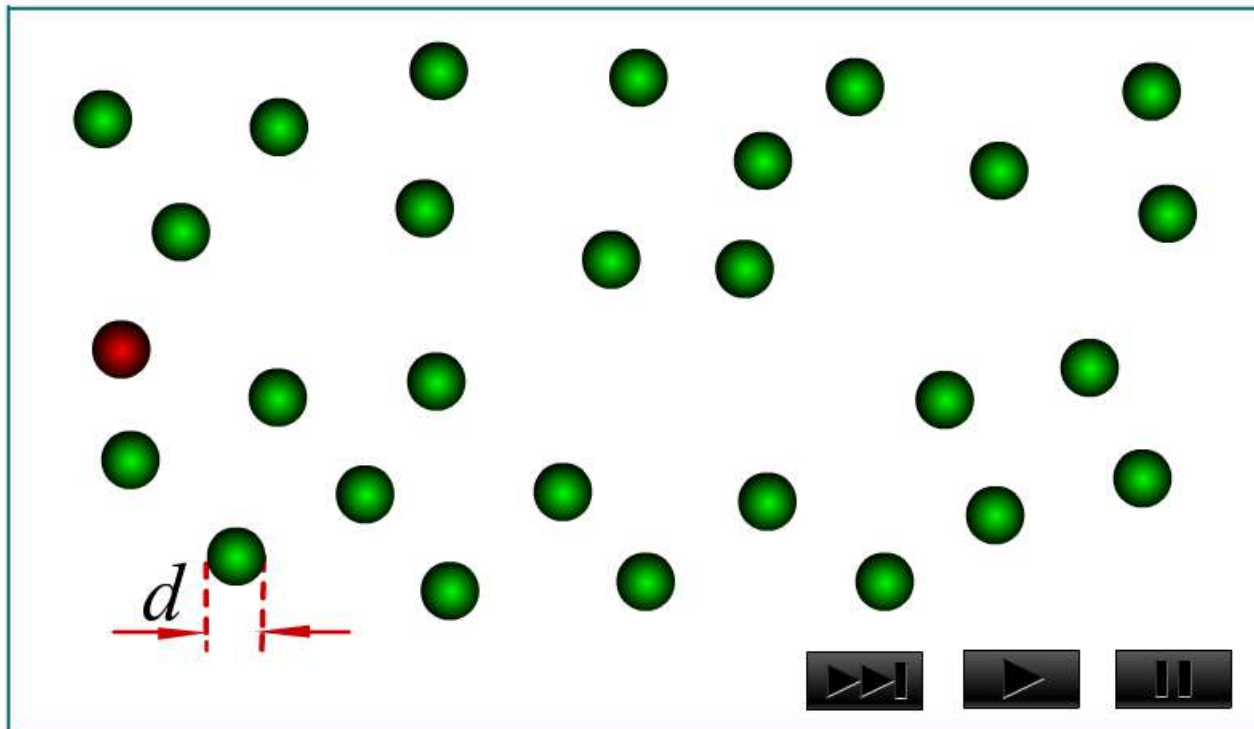
**自由程**：分子两次相邻碰撞之间自由通过的路程.



分子**平均自由程**：每两次连续碰撞之间，一个分子自由运动的平均路程.

## 简化模型

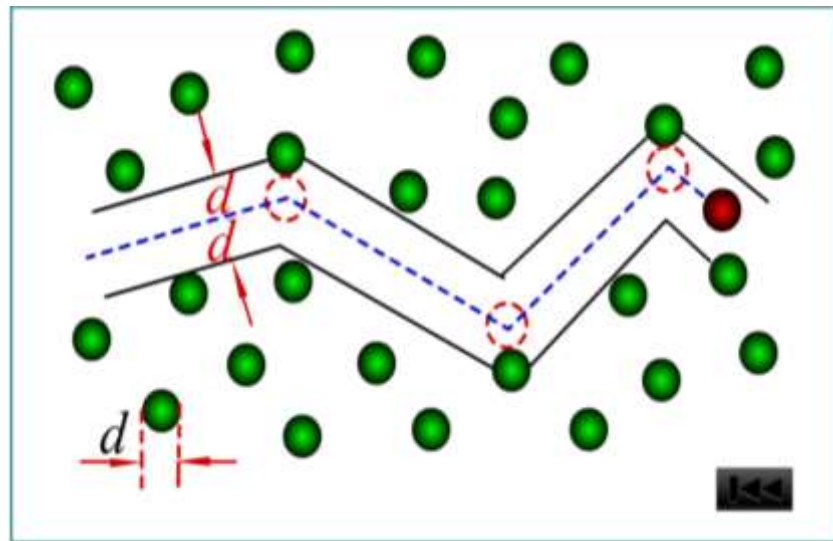
- (1) 分子为刚性小球。
- (2) 分子有效直径为  $d$ 。
- (3) 其它分子皆静止，某分子以平均速率  $\bar{v}$  相对其他分子运动。



单位时间内平均碰撞次数:

$$\bar{Z} = \pi d^2 \bar{v} n$$

考虑其它分子的运动,  
分子平均碰撞频率



$$\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n$$

平均自由程

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$$

$$p = nkT$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}$$

- $T$  一定时  $\bar{\lambda} \propto \frac{1}{p}$
- $p$  一定时  $\bar{\lambda} \propto T$

**例** 求在标准状态下空气分子的平均自由程

$$P = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \quad T = 0^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$$

$$d = 3.1 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p} \approx 8.7 \times 10^{-8} \text{ m}$$

**思考：** 分子间距 $a$ ？

$$\bar{a}^3 = \frac{1}{n} = \frac{kT}{p} \quad \bar{\lambda} = \frac{\bar{a}^3}{\sqrt{2} \pi d^2} > \bar{a}$$



例：标准状态下，氢分子  $d = 2.0 \times 10^{-10} \text{ m}$ ，求平均碰撞频率.

$$\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 n \bar{v}$$

$$M = 2.0 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 1.70 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$n = \frac{p}{kT} = 2.69 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 n \bar{v} = 8.10 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$$

# 小 结

## 1. 几个基本参量

1) 摩尔气体常量  $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

2) 阿伏加德罗常数  $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

3) 玻耳兹曼常量  $k = R / N_A = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

4) 物质的量 (摩尔数)  $\nu = m' / M = N / N_A = pV / RT$

5) 分子质量  $m = m' / N = M / N_A$

6) 分子数密度  $n = N/V = p/kT$

7) 质量密度  $\rho = m' / V = nm = pM / RT$

## 2. 一个物态方程

$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ p = nkT \end{cases}$$

### 3. 两个分布律

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$$

$$dN = n_0 \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{\varepsilon_k + \varepsilon_p}{kT}} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

$$f(v) = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv}$$

$$\frac{dN}{N} = f(v) dv = dS$$

$$\int_0^\infty f(v) dv = 1$$

$$\bar{v} = \int_0^\infty v f(v) dv$$

$$n = n_0 e^{-mgz/kT}$$

## 4. 三种统计速率

1) 最概然速率  $v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \approx 1.41 \sqrt{\frac{RT}{M}}$

2) 平均速率  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \approx 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M}}$

3) 方均根速率  $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{M}}$

## 5. 四个统计规律

1) 压强公式  $p = \frac{1}{3} nm \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_k$

2) 温度公式  $\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2} kT$

### 3) 能量均分定理

分子的平均能量  $\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT$

理想气体的内能  $E = \nu \frac{i}{2} RT$

	自由度				$\bar{\varepsilon}$
	平动	转动	振动	$i$	
单原子分子	3	0	0	3	$3kT/2$
刚性双原子分子	3	2	0	5	$5kT/2$
三原子及以上	3	3	0	6	$3kT$
非刚性双原子分子	3	2	2	7	$7kT/2$
非刚性三原子分子	3	3	6	12	$6kT$

### 4) 平均碰撞频率

$\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n$

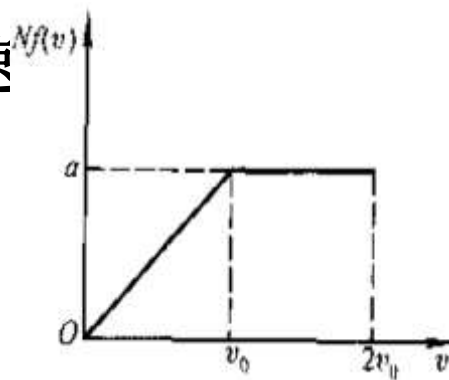
平均自由程  $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$

今日作业：12-4；12-15；12-25；12-31

**12-4** 在一个体积不变的容器中，储有一定量的某种理想气体，温度为 $T_0$ 时，气体分子的平均速率为 $\bar{v}_0$ ，分子平均碰撞频率为 $\bar{Z}_0$ ，平均自由程为 $\bar{\lambda}_0$ ，当气体温度升高为 $4T_0$ 时，气体分子的平均速率，平均碰撞频率和平均自由程分别为

**12-15** 星际空间温度可达2.7K，试求温度为300.0K和2.7K的氢气分子的平均速率、方均根速率和最概然速率。

**12-25** 有 $N$ 各质量均为 $m$ 的同种气体分子，它们的速率分布如图所示。(1)说明曲线与横坐标所包围面积的含义；(2)由 $N$ 和 $v_0$ 求 $a$ 值；(3)求在速率 $v_0/2$ 到 $3v_0/2$ 间隔内的分子数；(4)求分子的平均平动动能。



**12-31** 目前实验室获得的极限真空约为  $1.33 \times 10^{-11}$  Pa，这与距地球表面  $1.0 \times 10^4$  km 处的压强大致相等。而电视机显像管的真空度为  $1.33 \times 10^{-3}$  Pa，试求在  $27^\circ\text{C}$  时这两种不同压强下单位体积中的分子数及分子的平均自由程（设  $d = 3.0 \times 10^{-8}$  cm）。