第十五章

量 子 物 理

主要内容：

§15-1 黑体辐射 普朗克能量子假设
§15-2 光电效应 光的波粒二象性
§15-3 康普顿效应
§15-4 氢原子的玻尔理论
§15-5 弗兰克-赫兹实验
§15-6 德布罗意波 实物粒子的二象性
§15-7 不确定关系
*§15-8 量子力学简介
*§15-9 氢原子的量子理论简介
*§15-10 多电子原子中的电子分布

玻尔理论

三条假设：
- 定态假设
- 量子化条件 $L = m v_n r_n = n\dfrac{h}{2\pi} = n\hbar$
- 频率条件 $h\nu = E_i - E_f$

定态轨道半径和能量 $r_n = a_0 n^2$ $\quad E_n = \dfrac{E_1}{n^2}$

波数 $\sigma = \dfrac{1}{\lambda} = R\left(\dfrac{1}{n_f^2} - \dfrac{1}{n_i^2}\right)$

德布罗意假设

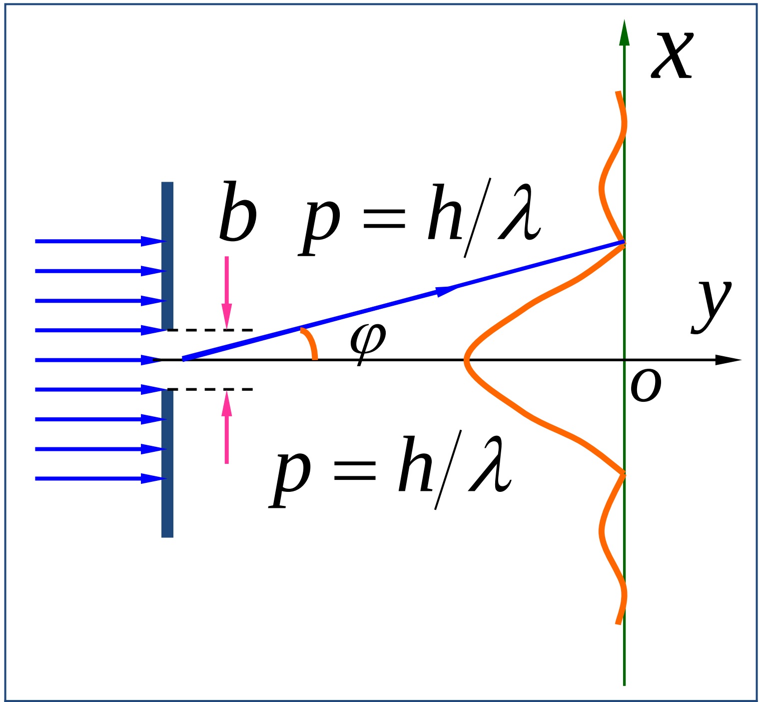
实物粒子具有波粒二象性

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \qquad \nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$$

七　不确定关系

$$\boxed{\Delta x \Delta p_x \geq h}$$

对于微观粒子不能同时用确定的位置和确定的动量来描述.



电子的单缝衍射实验

物理意义

(1) 微观粒子同一方向上的坐标与动量不可同时准确测量，它们的精度存在一个终极的不可逾越的限制.

(2) 不确定的根源是“波粒二象性”，这是微观粒子的根本属性.

(3) 对宏观粒子，因 h 很小，$\Delta x \Delta p_x \to 0$ 可视为位置和动量能同时准确测量.

例 1 质量10 g 的子弹，速率 200 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 其动量的不确定范围为动量的 **0.01% (**这在宏观范围是十分精确的 **)**， 该子弹位置的不确定量范围为多大？

解 子弹的动量 $p = mv = 2\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$

动量的不确定范围

$$\Delta p = 0.01\% \times p = 2\times10^{-4}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

位置的不确定范围

$$\Delta x \geq \frac{h}{\Delta p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{2\times10^{-4}}\,\mathrm{m} = 3.3\times10^{-30}\ \mathrm{m}$$

例2 一电子具有 $200\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率， 动量的不确范围为动量的**0.01%**(这也是足够精确的了)，则该电子的位置不确定范围有多大？

解 电子的动量 $p = mv = 9.1\times10^{-31}\times200\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$

$$p = 1.8\times10^{-28}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

动量的不确定范围

$$\Delta p = 0.01\%\times p = 1.8\times10^{-32}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

位置的不确定范围

$$\Delta x \geq \frac{h}{\Delta p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{1.8\times10^{-32}}\ \mathrm{m} = 3.7\times10^{-2}\ \mathrm{m}$$

§15-8 量子力学简介

量子力学是描述微观粒子运动规律的学科.

1. 薛定谔方程

奥地利物理学家.

1926年建立了以薛定谔方程为基础的波动力学，并建立了量子力学的近似方法 .

1933年与狄拉克获诺贝尔物理学奖.

薛定谔
（E. Schrodinger）
（1887—1961）

(1) 一维运动粒子的含时薛定谔方程

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}+E_{\mathrm{p}}(x,t)\Psi=\mathrm{i}\frac{h}{2\pi}\frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

(2) 在势场中一维运动粒子的定态薛定谔方程

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-E_{\mathrm{p}})\psi(x)=0$$

(3) 三维势场中运动粒子的定态薛定谔方程

$$\nabla^2\psi+\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-E_{\mathrm{p}})\psi=0$$

2. 波函数及其统计解释

(1) 自由粒子波函数 $\Psi(x,t)=\psi_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et-px)}$

(2) 概率密度 表示在某处单位体积内粒子出现的概率

$$\boxed{|\Psi|^2=\psi\psi^*}$$ 正实数

某一时刻出现在某点附近在体积元 $\mathrm{d}V$ 中的粒子的概率为

$$|\Psi|^2\mathrm{d}V=\Psi\Psi^*\mathrm{d}V$$

- 某一时刻整个空间内发现粒子的概率

归一化条件 $\boxed{\int|\Psi|^2\mathrm{d}V=1}$ （束缚态）

(3) 经典波和德布罗意波的比较

经　典　波	德布罗意波
是振动状态的传播	不代表任何物理量的传播
波强（振幅的平方）代表通过某点的能流密度	波强（振幅的平方）代表粒子在某处出现的概率密度
振幅有意义	振幅无意义
将波函数在空间各点的振幅同时增大C倍，则各处的能流密度增大C^2倍，变为另一种能流密度分布状态。	将波函数在空间各点的振幅同时增大C倍，不影响粒子的概率密度分布，即Ψ和$C\Psi$所描述德布罗意波的状态相同。
波动方程无归一化问题。	波函数存在归一化问题。

(4) 定态波函数性质

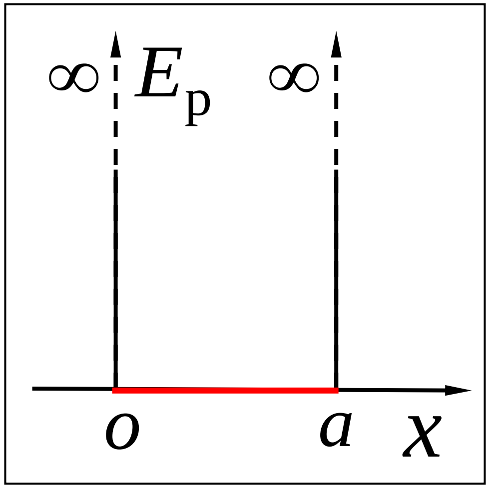
- 能量 E不随时间变化.
- 概率密度 $|\psi|^2$不随时间变化.

(5) 波函数的标准条件：有限、单值和连续

- $\int_{-\infty<x,y,z<\infty} |\psi|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 1$ 可归一化
- ψ 和 $\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z}$ 连续
- $\psi(x, y, z)$ 为有限的、单值函数

3. 一维无限深方势阱

粒子势能 E_p 满足边界条件



$$E_p = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ E_p \to \infty, & x \le 0, x \ge a \end{cases}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 mE}{h^2}\psi = 0, \quad 0 < x < a$$

$$\psi(x) = A\sin kx + B\cos kx, \quad 0 < x < a \qquad \psi = 0, \quad (x \le 0, x \ge a)$$

波函数连续 $\quad B = 0, \ \sin ka = 0 \qquad k = \dfrac{n\pi}{a}, \quad n = 1,2,3,\cdots$

归一化条件 $\quad A = \sqrt{2/a}$

一维无限深势阱中的微观粒子

能量 E_n 量子化	波函数 $\Psi_n(x)$	概率密度 $P_n(x)=\lvert\Psi_n(x)\rvert^2$

能量 E_n 量子化

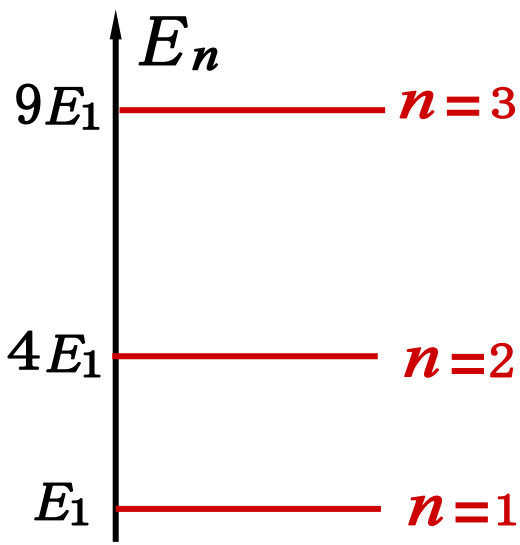
$$E_n=\frac{h^2}{8ma^2}n^2$$

$$(n=1,2,\cdots)$$

$$E_1=\frac{h^2}{8ma^2}$$ 基态能

相邻能级的能量间隔 ΔE_n

$$=E_{n+1}-E_n=(2n+1)\frac{h^2}{8ma^2}$$

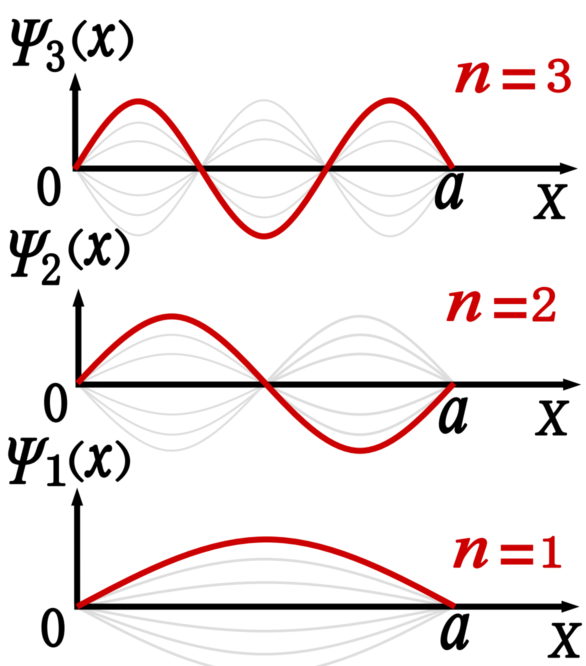


波函数 $\Psi_n(x)$

$$\Psi_n(x)=\begin{cases}0 & (x\leqslant 0,\ x\geqslant a)\\ \sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi}{a}x & (0<x<a)\end{cases}$$

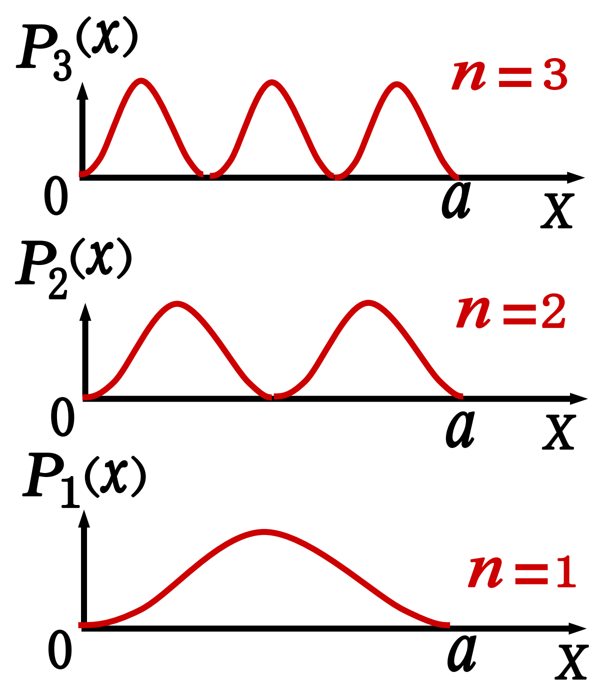
$$\Psi_n(x,t)=\Psi_n(x)\,e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$$

驻波



概率密度 $P_n(x)=\lvert\Psi_n(x)\rvert^2$

$$P_n(x)=\begin{cases}0 & (x\leqslant 0,\ x\geqslant a)\\ \dfrac{2}{a}\sin^2\dfrac{n\pi}{a}x & (0<x<a)\end{cases}$$



练习1. 粒子在一维无限深方势阱中运动($-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2}$)，

则该粒子处于n=3的激发态的波函数为

____，

粒子出现的概率最大的各个位置是

x=______________________________.

练习2：在$0 \le x \le L$区间内的无限深方势阱中有一个处于第二激发态的粒子，试求在$\frac{L}{4} < x < \frac{3L}{4}$之间找到该粒子的概率。

今日作业：15-29；15-33；15-34; 15-36

15-29　一质量为40 g 的子弹以1.0 $\times 10^3$ m·s^{-1} 的速率飞行，求：(1)其德布罗意波的波长；(2) 若子弹位置的不确定量为0.10 mm，求其速率的不确定量.

15-33　　已知一维运动粒子的波函数为

$$\psi(x)=\begin{cases} Axe^{-\lambda x} & x\geq 0 \\ 0 & x<0 \end{cases} \qquad (\lambda>0)$$

试求：(1)归一化常数A和归一化波函数；

(2)该粒子位置坐标的概率分布函数（又称概率密度)；

(3)在何处找到粒子的概率最大.

15-34 设有一电子在宽为0.20 nm 的一维无限深的方势阱中. (1) 计算电子在最低能级的能量；(2) 当电子处于第一激发态 (n ＝2)时，在势阱中何处出现的概率最小，其值为多少？

15-36 一个电子被限制在宽度为1.0×10^{-10} m 的一维无限深方势阱中运动. (1) 欲使电子从基态跃迁到第一激发态需要给它多少能量？(2) 在基态时，电子处于$x_1=0.09\times10^{-10}$ m与$x_2=0.11\times10^{-10}$ m之间的概率为多少？ (3) 在第一激发态时，电子处于$x_1'=0$与$x_2'=0.25\times10^{-10}$ m之间的概率为多少？