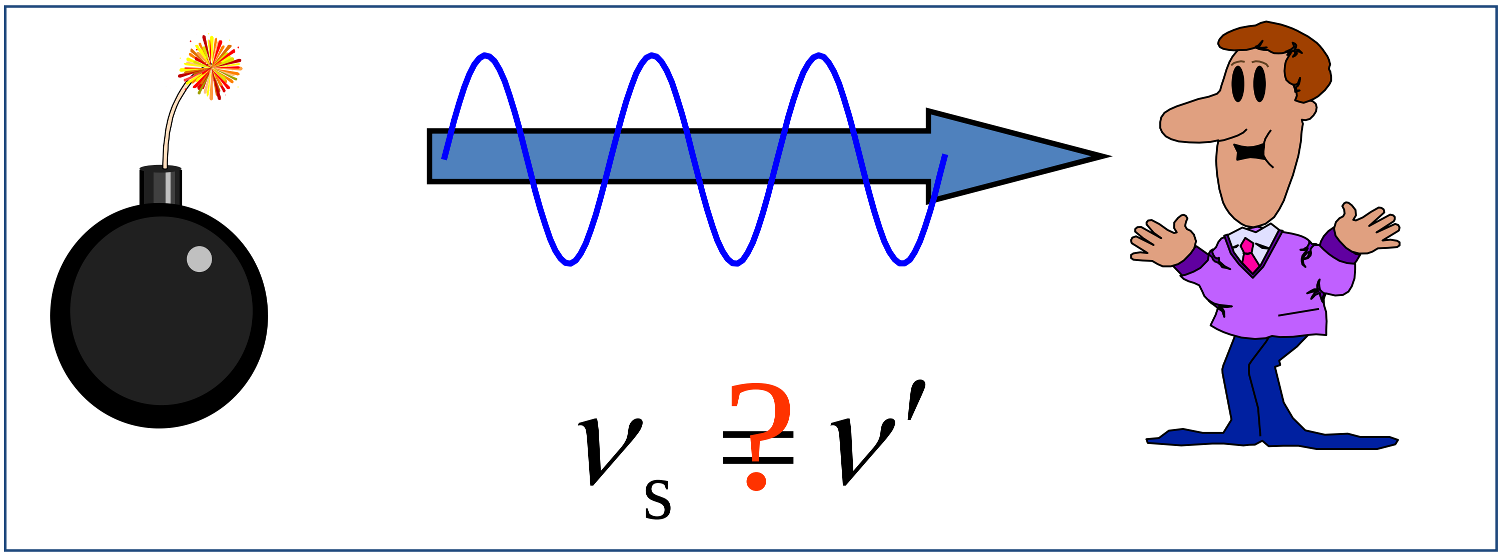
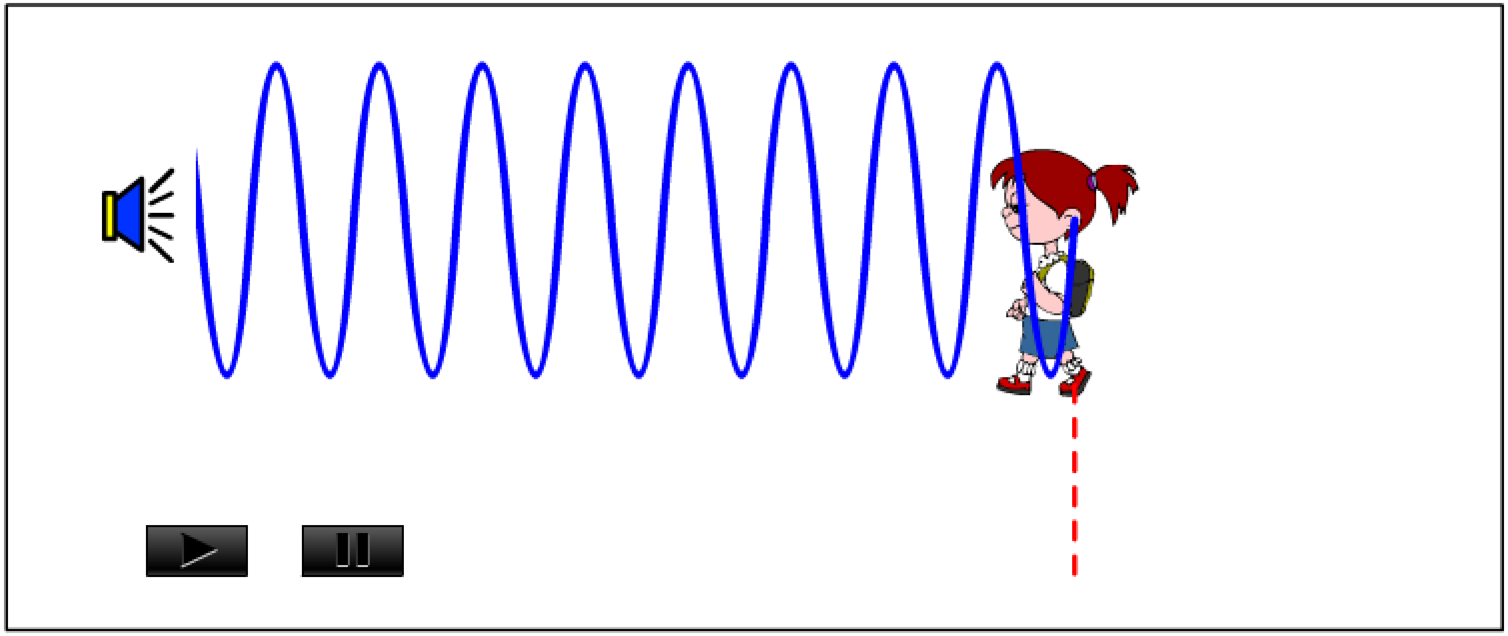
讨论

人耳听到的声音的频率与声源的频率一定相同吗？

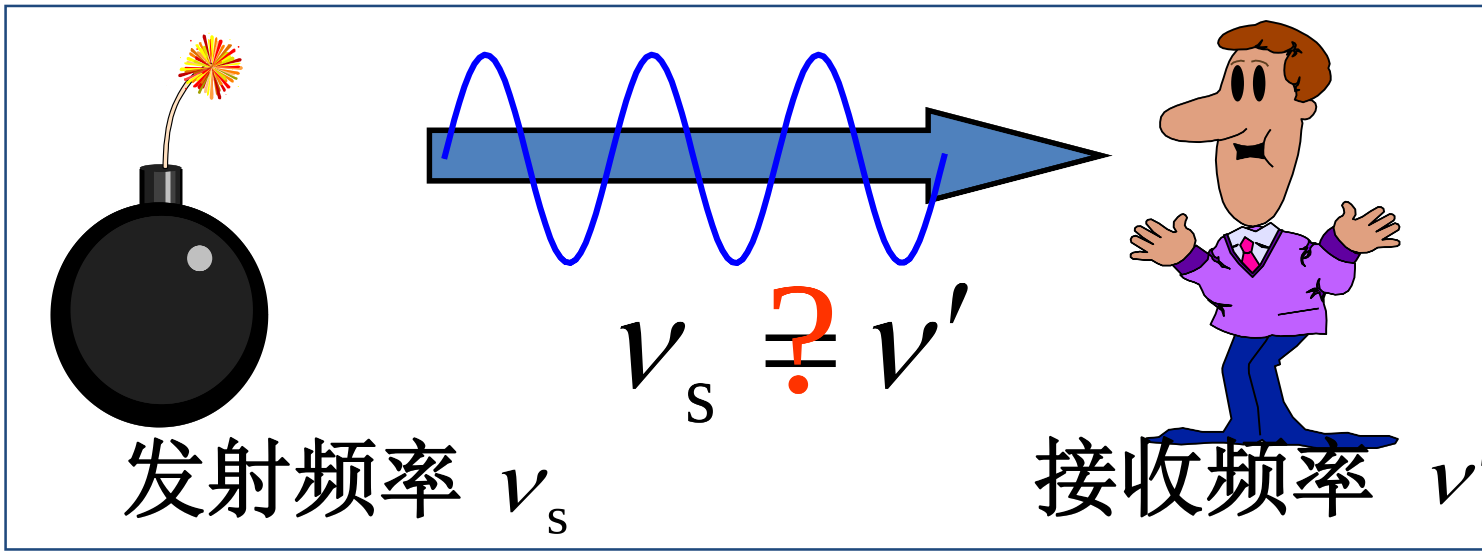


发射频率 ν_s　　　　接收频率 ν'

一 波源不动，观察者相对介质以 v_0 运动



接收频率——单位时间内观测者接收到的振动次数或完整波数.

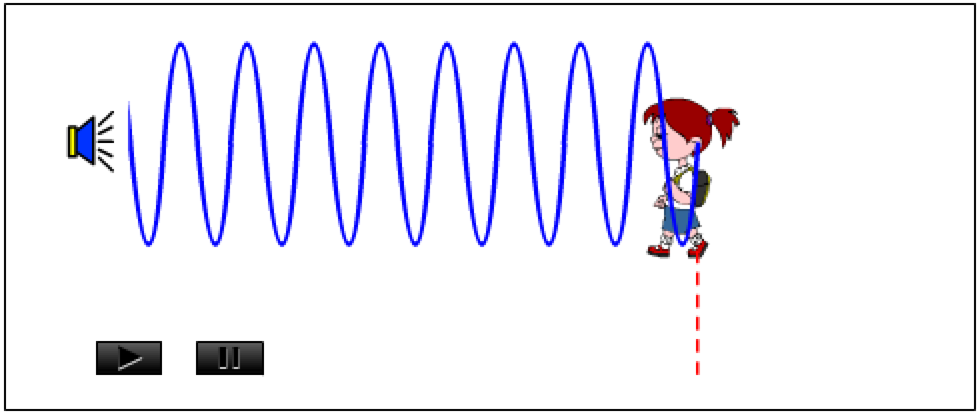


只有波源与观察者相对静止时才相等.

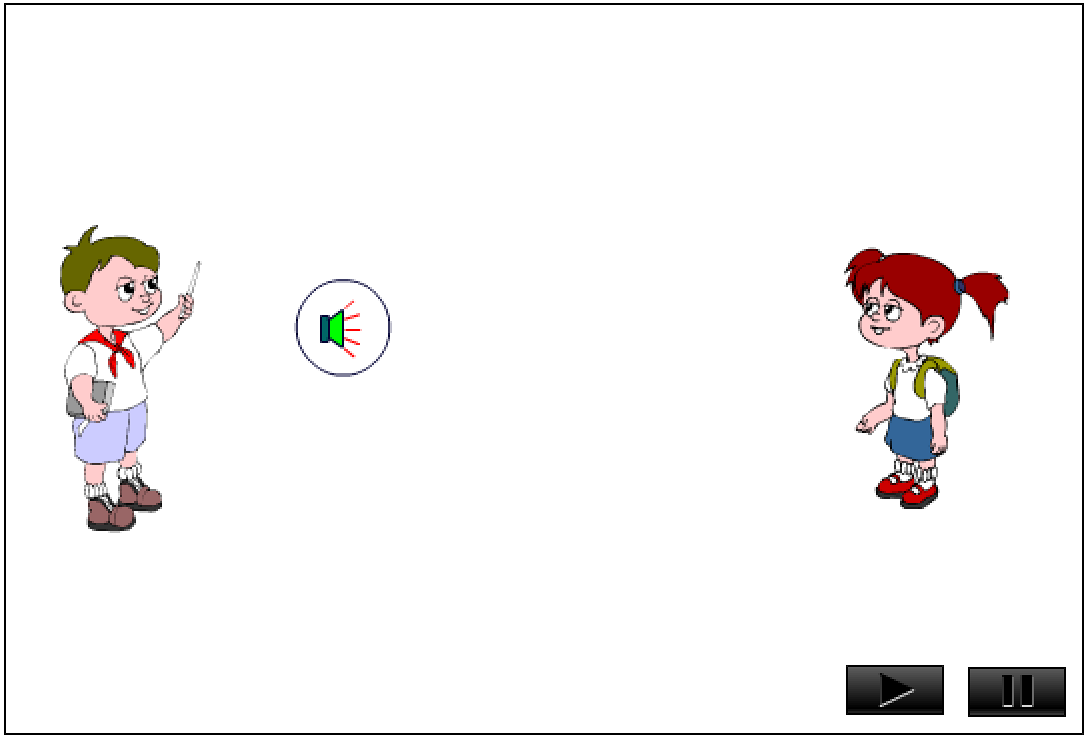
观察者接收的频率

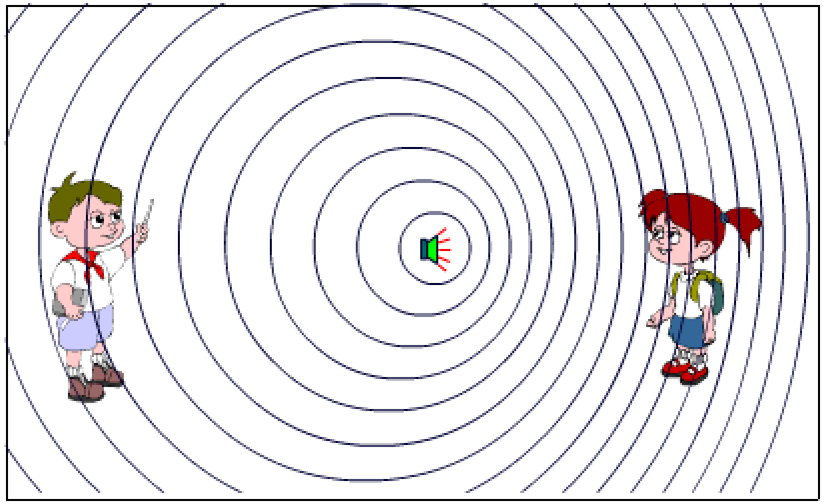
观察者向波源运动 $$\nu' = \frac{u + v_0}{u}\nu$$

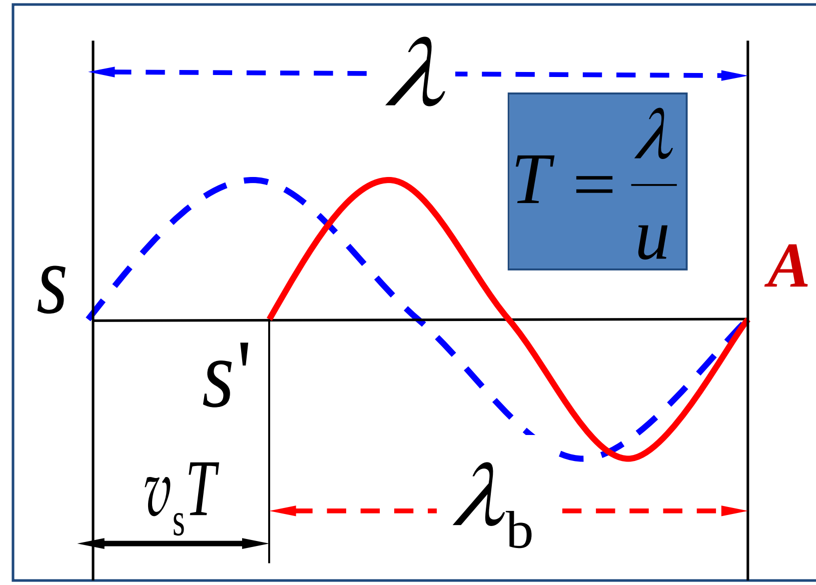
观察者远离波源运动 $$\nu' = \frac{u - v_0}{u}\nu$$



二 观察者不动，波源相对介质以v_s运动







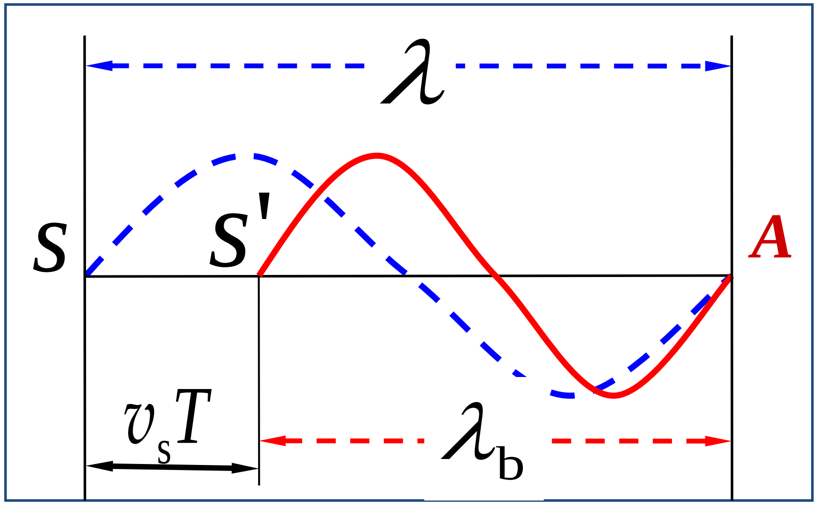
$$T' = \frac{\lambda - v_{\mathrm{s}} T}{u} = \frac{\lambda_{\mathrm{b}}}{u}$$

$$\nu' = \frac{1}{T'} = \frac{u}{\lambda - v_{\mathrm{s}} T} = \frac{u}{u - v_{\mathrm{s}}} \nu$$

观察者接收的频率

波源向观察者运动　$\nu' = \dfrac{u}{u - v_s}\nu$

波源远离观察者运动　$\nu' = \dfrac{u}{u + v_s}\nu$



三 波源与观察者同时相对介质运动 (v_s, v_0)

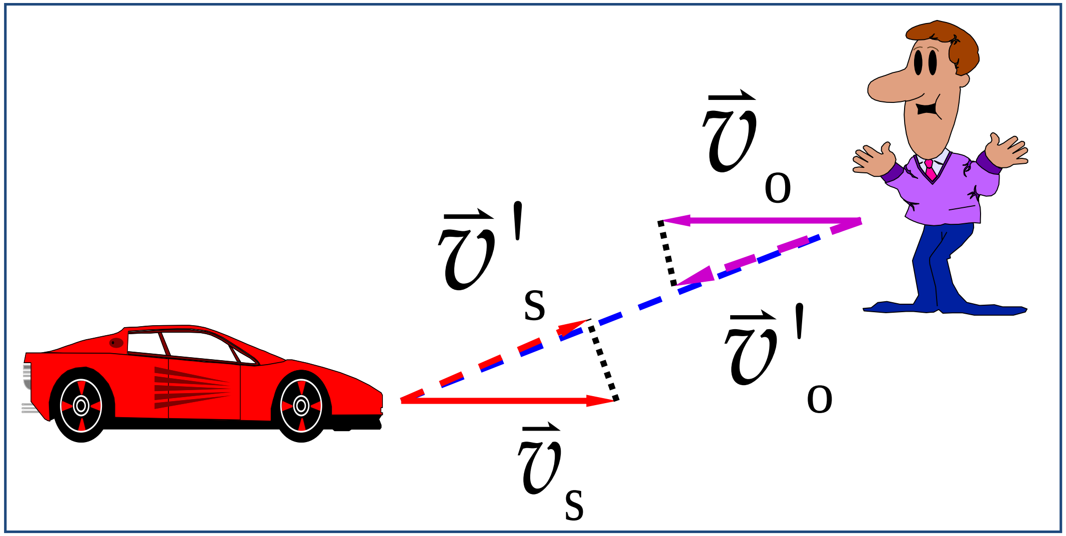
$$\boxed{\nu' = \frac{u \pm v_0}{u \mp v_s}\nu}$$

v_0 观察者向波源运动 $+$ ， 远离 $-$

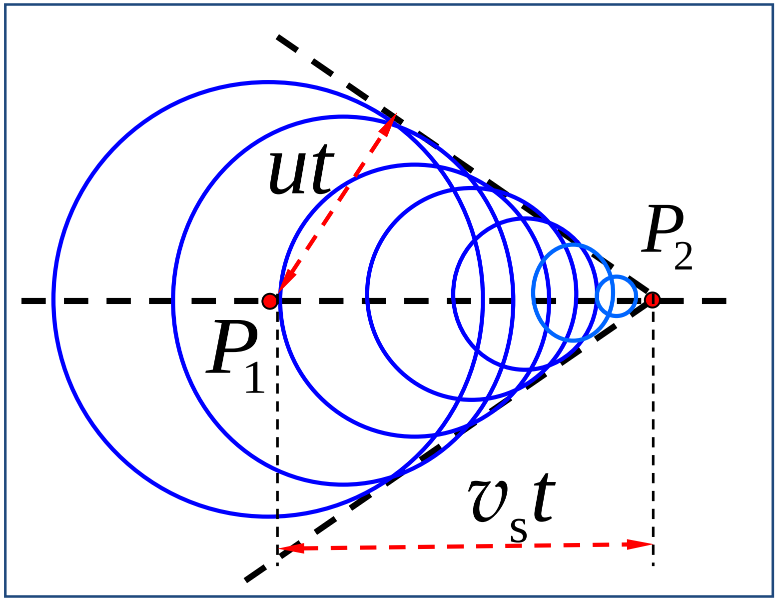
v_s 波源向观察者运动 $-$ ， 远离 $+$

若波源与观察者不沿二者连线运动

$$\nu' = \frac{u \pm v'_0}{u \mp v'_s}\nu$$



当 $v_s >> u$ 时，所有波前将聚集在一个圆锥面上，波的能量高度集中形成冲击波或激波，如核爆炸、超音速飞行等.



多普勒效应的应用

(1) 交通上测量车速；

(2) 医学上用于测量血流速度；

(3) 天文学家利用电磁波红移说明大爆炸理论；

(4) 用于贵重物品、机密室的防盗系统；

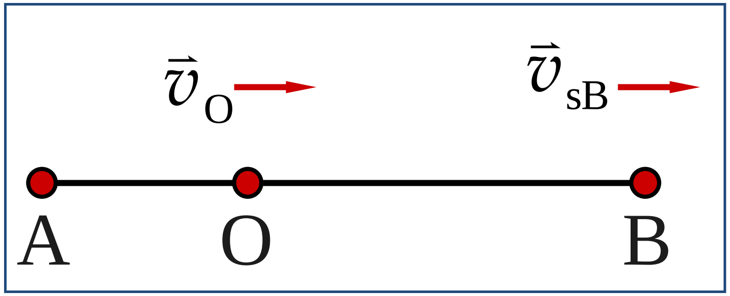
(5) 卫星跟踪系统等.

例1 A、B 为两个汽笛，其频率皆为500 Hz，A 静止，B 以60 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$的速率向右运动. 在两个汽笛之间有一观察者O，以30 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$的速度也向右运动. 已知空气中的声速为 330 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, 求：

(1) 观察者听到来自A的频率；

(2) 观察者听到来自B的频率；

(3) 观察者听到的拍频.

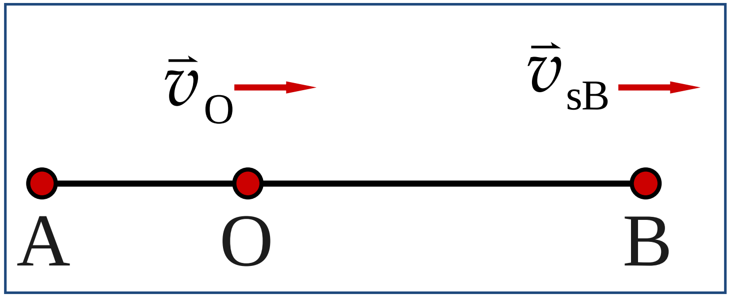


解 (1) 已知

$$u = 330\ \mathrm{m \cdot s^{-1}},\ v_{\mathrm{sA}} = 0,\ v_{\mathrm{sB}} = 60\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\nu' = \frac{u \pm v_0}{u \mp v_{\mathrm{s}}} \nu$$

$$\nu' = \frac{330 - 30}{330} \times 500 = 454.5\ \mathrm{Hz}$$

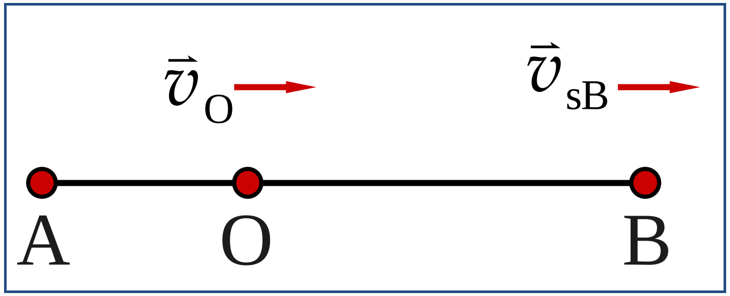


（2）观察者听到来自B 的频率

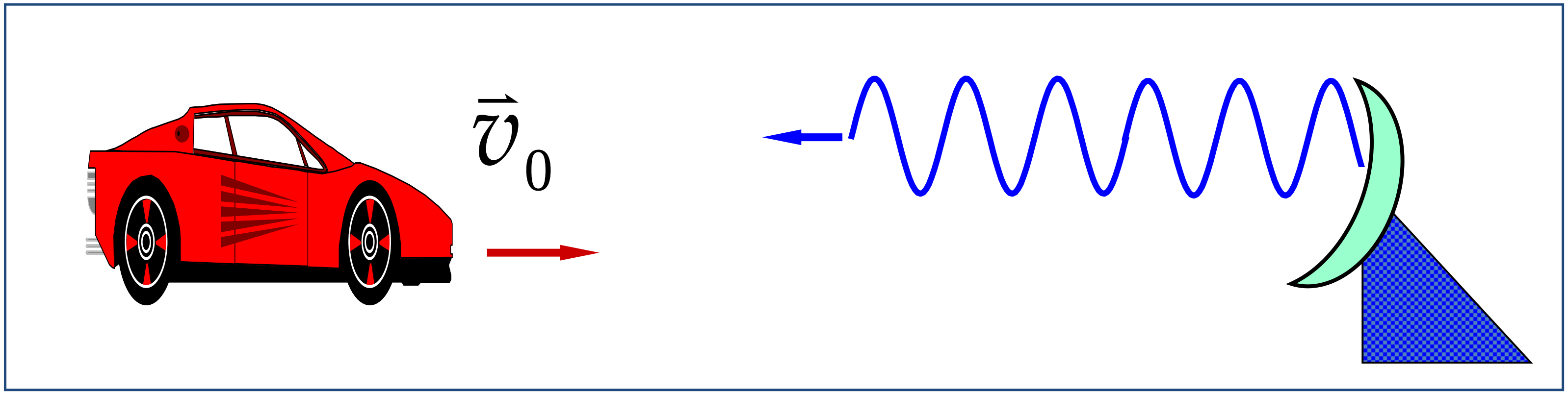
$$\nu'' = \frac{330+30}{330+60} \times 500 = 461.5\ \text{Hz}$$

（3）观察者听到的拍频

$$\Delta\nu = \left|\nu' - \nu''\right| = 7\ \text{Hz}$$



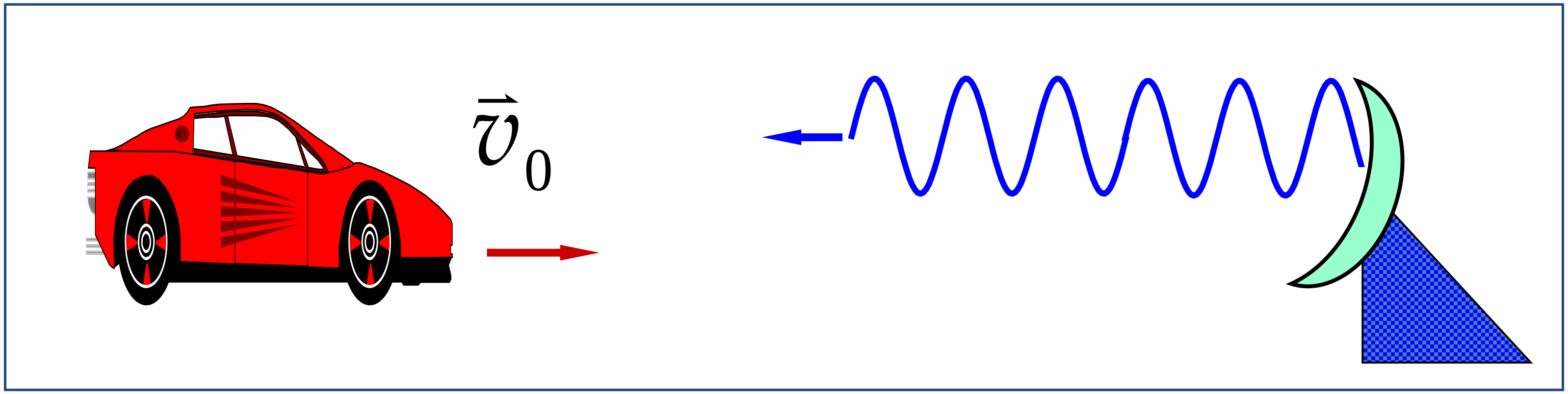
例2 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为$\nu=100\ \mathrm{kHz}$的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来的波的频率为$\nu''=110\ \mathrm{kHz}$．已知空气中的声速$u=330\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，**求**车速.



解 (1) 车为接收器 $\nu' = \dfrac{u + v_0}{u}\nu$

(2) 车为波源 $\nu'' = \dfrac{u}{u - v_s}\nu' = \dfrac{v_0 + u}{u - v_s}\nu$

车速 $v_0 = v_s = \dfrac{\nu'' - \nu}{\nu'' + \nu}u = 56.8\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$



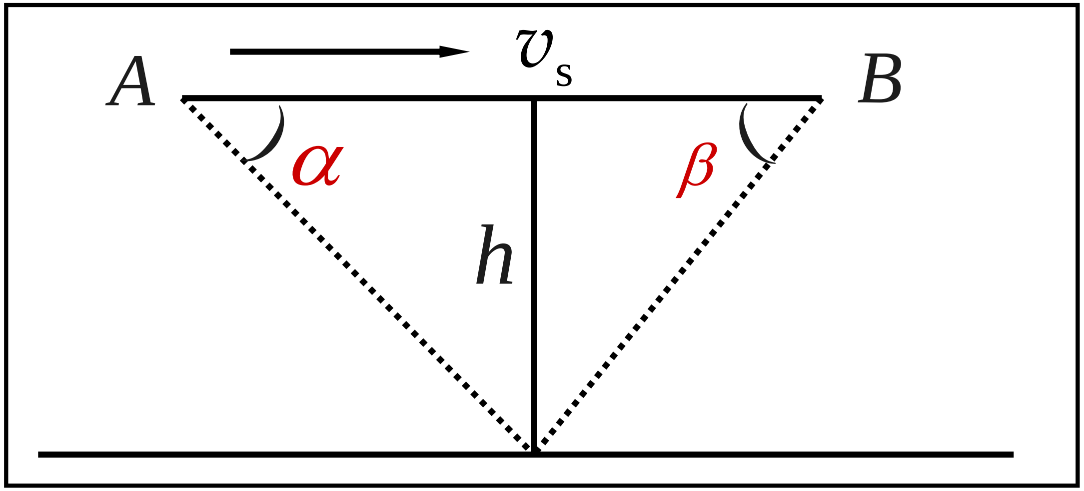
例3 利用多普勒效应测飞行的高度. 飞机在上空以速度$v_s = 200\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 沿水平直线飞行，发出频率为 $\nu_0 = 2\,000\ \mathrm{Hz}$ 的声波. 当飞机越过静止于地面的观察者上空时， 观察者在4s 内测出的频率由$\nu_1 = 2\,400\ \mathrm{Hz}$ 降为 $\nu_2 = 1\,600\ \mathrm{Hz}$. 已知声波在空气中的速度为 $u = 330\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. 试求飞机的飞行高度$h$.

已知 $v_s = 200\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ $\nu_0 = 2\,000\ \mathrm{Hz}$ $\nu_1 = 2\,400\ \mathrm{Hz}$ $\nu_2 = 1\,600\ \mathrm{Hz}$ $u = 330\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 求h

解 如图，飞机在4s内经过的距离为AB

$$\overline{AB} = v_s t = h(\cot\alpha + \cot\beta)$$

$$v_{AC} = v_s \cos\alpha \qquad v_{BC} = v_s \cos\beta$$



$$\nu_1 = \frac{u}{u - v_{\mathrm{AC}}}\nu_0 = \frac{u}{u - v_{\mathrm{s}}\cos\alpha}\nu_0$$

$$\nu_2 = \frac{u}{u + v_{\mathrm{BC}}}\nu_0 = \frac{u}{u + v_{\mathrm{s}}\cos\beta}\nu_0$$

$$\cos\alpha = \frac{\nu_1 - \nu_0}{\nu_1 \nu_{\mathrm{s}}}u = 0.275 \qquad \cos\beta = \frac{\nu_0 - \nu_2}{\nu_2 \nu_{\mathrm{s}}}u = 0.413$$

$$h = \frac{\nu_{\mathrm{s}} t}{\cot\alpha + \cot\beta} = \frac{\nu_{\mathrm{s}} t}{\dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} + \dfrac{\cos\beta}{\sqrt{1-\cos^2\beta}}}$$

$$= 1.08\times10^3\ \mathrm{m}$$

机械波

一、 基本要求

1、 掌握机械波产生条件和传播过程的特点

2、掌握平面简谐波的波函数及各物理量

3、掌握由已知质点的振动状态得出平面谐波方程的基本方法

4、理解波的干涉现象及相干条件

5、理解驻波及其形成的条件，了解多普勒效应

二、 基本内容

1、机械波传播过程中的特点

（1）各质元在各自平衡位置附近振动，而不沿着波传播方向移动

（2）波动是指振动状态（相位/波形）的传播

（3）沿波的传播方向，各质元的相位依次落后

2、 波函数

$$y = A\cos\left[\omega\left(t \mp \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]$$

$$= A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

$$= A\cos\left[\omega t \mp kx + \varphi\right]$$

$$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

注1、 波函数中物理量的含义

$$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi]$$

讨论下列问题

（1）式中哪些量与波源有关？哪些量与介质有关？

波源（均匀介质无吸收）： A， $\omega(T$， $\upsilon)$

与介质有关： u

（2）式中“＋”“—”如何确定

由波的传播方向和 ox 轴的正方向来确定。

当传播方向沿着 ox 轴正方向时，取“—”号

当传播方向沿着 ox 轴负方向时，取“＋”号

（3）式中 φ 是否就是波源的初相？

不一定！是坐标原点（不一定是波源）处振动的初相，（ $t=0$ 时，$x=0$ 处的初相）

（4）任一时刻波线上 x 处的相位为多少？

$$\Phi=[\omega(t\mp\frac{x}{u})+\varphi]$$

（5）任一时刻，波线上位于 x_1 和 x_2 两点的相位差为多少？

$$\Delta\Phi=\mp\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x=\mp k\Delta x$$

一平面简谐波的表达式为

$$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})] = A\cos(\omega t-\frac{\omega x}{u})]$$

其中 y 表示____;

x/u 表示____;

$\omega x/u$ 表示____。

t时刻x处质点的振动位移

波从原点传播至x处时间

质点在x处比在原点处的振动滞后相位

注2、波函数中物理量的确定

例1、波动方程 $y = 0.02\cos\pi(4x - 50t)$,求波的振幅，波长，频率，周期和波速

解：用比较法求解

平面谐波的标准方程

$$y = A\cos\omega(t - \frac{x}{u}) = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

故将已知方程化为 $y = 0.02\cos\pi(4x - 50t)$

$$= 0.02\cos 2\pi(\frac{t}{0.04} - \frac{x}{0.5})$$

所以 $A = 0.02m$， $T = 0.04s, (\upsilon = 25Hz)$

$$\lambda = 0.5m，\quad u = {}^{\lambda}\!/_{T} = 12.5m \cdot s^{-1}$$

也可按各量的物理意义来求解

如波长是指同一时刻，同一波线上相位差为2π的相邻两质点间的距离 $\because y = 0.02\cos\pi(4x-50t)$

$$\therefore \pi(4x_2-50t)-\pi(4x_1-50t)=2\pi$$

$$\lambda = x_2 - x_1 = \frac{2}{4} = 0.5m$$

又如波速是相位传播的速度,设t_1时刻x_1点的相位在t_2时刻传播到x_2点，则有

$$\pi(4x_2-50t_2)=\pi(4x_1-50t_1)$$

$$\therefore u = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} = \frac{50}{4} = 12.5m\cdot s^{-1}$$

注3、由波函数确定速度和加速度

$$y = A\cos\omega(t - \frac{x}{u}) \qquad \therefore v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A\sin\omega(t - \frac{x}{u})$$

1 一平面简谐波的波动方程为

$y = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$ 在 $t = 1/\nu$ 时刻，

$x_1 = 3\lambda/4$ 与 $x_2 = \lambda/4$ 两处质点速度之比是

（A）1　　（B）-1　　（C）3　　（D）1/3

解

$$v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -2\pi\nu A\sin 2\pi(\nu t - x/\lambda)$$

$$\xrightarrow{t=\frac{1}{\nu}} = -2\pi\nu A\sin 2\pi(1 - x/\lambda)$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin 2\pi(1 - x_1/\lambda)}{\sin 2\pi(1 - x_2/\lambda)} = \frac{\sin(\pi/2)}{\sin(3\pi/2)} = -1$$

注4、由波函数确定质元动能和势能

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}(\mathrm{d}m)v^2=\frac{1}{2}(\rho\mathrm{d}V)v^2$$

$$=\frac{1}{2}\rho\mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}k(\mathrm{d}y)^2=\frac{1}{2}ES\mathrm{d}x(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x})^2=\frac{1}{2}\rho u^2\mathrm{d}V(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x})^2$$

$$=\frac{1}{2}\rho\mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$\mathrm{d}W=\mathrm{d}W_{\mathrm{k}}+\mathrm{d}W_{\mathrm{p}}=\rho\mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

动能势能同相，平衡位置最大。

能流密度（ 波的强度 ）I：

单位时间内通过单位面积的平均能量.

$$I=\frac{1}{2}\rho(\omega A)^2u$$

4 一平面简谐机械波在弹性介质中传播，下述各结论哪个正确？ 选择（ **D** ）

(A) 介质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒.

(B) 介质质元的振动动能和弹性势能都作周期性变化，但两者相位不相同.

(C) 介质质元的振动动能和弹性势能的相位在任一时刻都相同，但两者数值不同.

(D) 介质质元在其平衡位置处弹性势能最大.

3、平面简谐波波动方程的建立

$$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi]$$

（1）给定 x，得$y(t)$数，表示该点的振动方程

（2）给定 t，得 $y(x)$函数，表示该时刻的波形

（3）x，t 都在变化，得 $y(x, t)$ 关系，即波动方程，反映了波形传播

$$y = A\cos(\omega t \mp kx + \varphi)$$

$$\Phi(t, x) = \omega t \mp kx + \varphi$$

$$\varphi(x) = \Phi(0, x) = \mp kx + \varphi$$

$$\varphi = \varphi(x = 0) = \Phi(t = 0, x = 0)$$

$$y = A\cos[\omega(t - t_0) \mp k(x - x_0) + \Phi(t_0, x_0)]$$

$$y = A\cos[\omega t \mp k(x - x_0) + \varphi(x_0)]$$

（I）已知波线上某点的振动方程，建立波动方程

坐标原点处的振动 $y = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi]$$

位置$x=x_0$处的振动

$$y = A\cos[\omega t \mp kx + \varphi] = A\cos[\omega t + \varphi(x)]$$

$$\varphi(x) = \mp kx + \varphi \qquad \varphi(x_0) = \mp kx_0 + \varphi$$

$$\varphi = \varphi(x_0) - (\mp kx_0)$$

$$y = A\cos[\omega t \mp k(x - x_0) + \varphi(x_0)]$$

⌘ 已知波长为λ的平面简谐波沿x轴负方向传播.已知x= 3λ/4处质点的振动方程为

$$y = A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot ut + \frac{\pi}{4}) \qquad (SI)$$

(1) 求该平面波函数; $y = A\cos[\omega t \mp k(x - x_0) + \varphi(x_0)]$

(2) 画出t=T/4时刻的波形图;

(3) 确定原点处在t=T/2的振动相位.

$$y = A\cos[kut + k(x - \frac{3\lambda}{4}) + \frac{\pi}{4}]$$

$$= A\cos[kut + kx - \frac{5\pi}{4}]$$

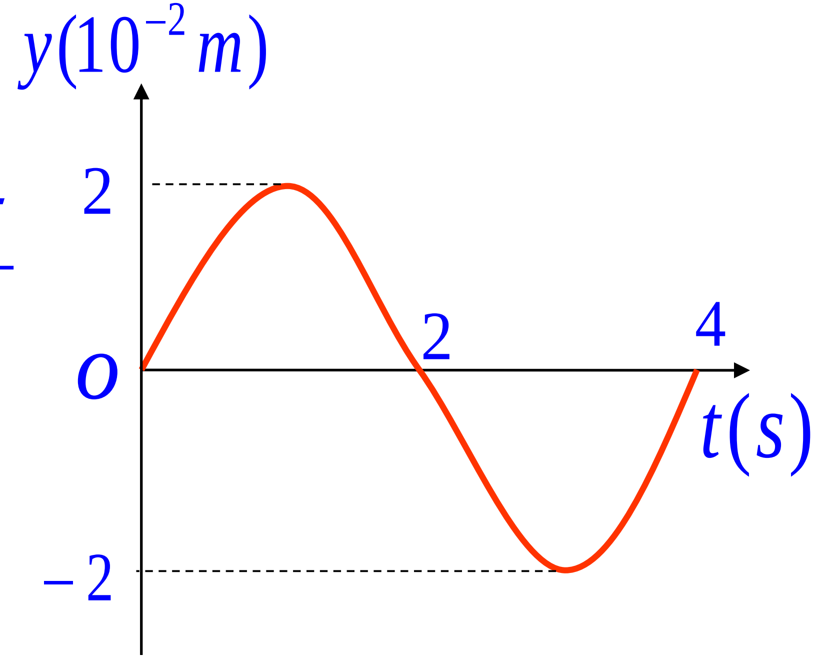
$$= A\cos(kut + kx + \frac{3\pi}{4})$$

画蛇添足

例2、 平面简谐波沿 ox 轴正向传播 $u = 5.0 \times m \cdot s^{-1}$， 已知坐标原点的振动曲线图，求（1）o 点的振动方程；（2）$x = \frac{5}{4}\lambda$处的质点振动方程，（3）$t = 3s$ 时其波形曲线

解：这是已知某一点的振动（振动曲线）建立波动方程的问题

（1）由图知



$A = 2 \times 10^{-2} m$，$T = 4s$，$\varphi = -\frac{\pi}{2}$

（为什么？）

振动方程

$$y_0 = 2 \times 10^{-2} \cos(\frac{\pi}{2} t - \frac{\pi}{2})$$

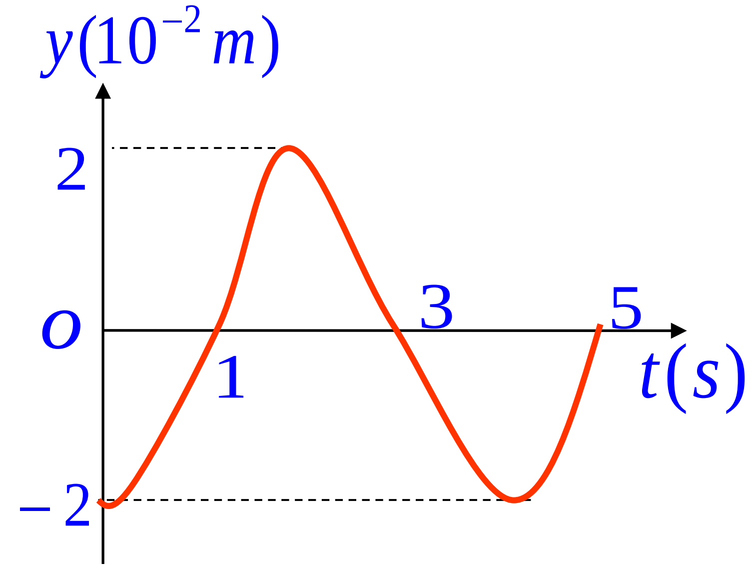
（2）由已知某点（坐标原点)的振动方程得波动方程 $(\lambda = uT = 20m)$

$$y = 2\times10^{-2}\cos[\frac{\pi}{2}(t-\frac{x}{5})-\frac{\pi}{2}]$$

给定 $x=\frac{5}{4}\lambda$ ，得振动方程

$$y = 2\times10^{-2}\cos[\frac{\pi}{2}(t-\frac{5\lambda/4}{5})-\frac{\pi}{2}]$$

$$= 2\times10^{-2}\cos(\frac{\pi}{2}t-3\pi)$$



其振动曲线图示（如何画出？）

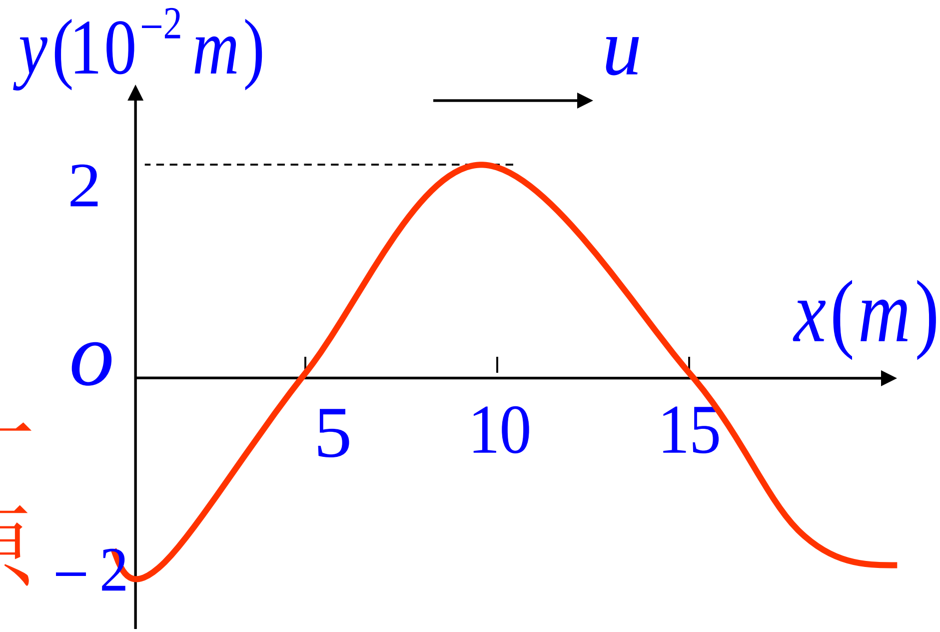
（其它方法：$x=\frac{5}{4}\lambda$ 处比 o 点的相位落后多少？从而可直接写成该点的振动方程）

（3）给定时间 $t=3s$ 得波形方程

$$y=2\times10^{-2}\cos[(\frac{\pi}{2}(3-\frac{x}{5})-\frac{\pi}{2}]$$

$$=2\times10^{-2}\cos(\pi-\frac{\pi x}{10})$$

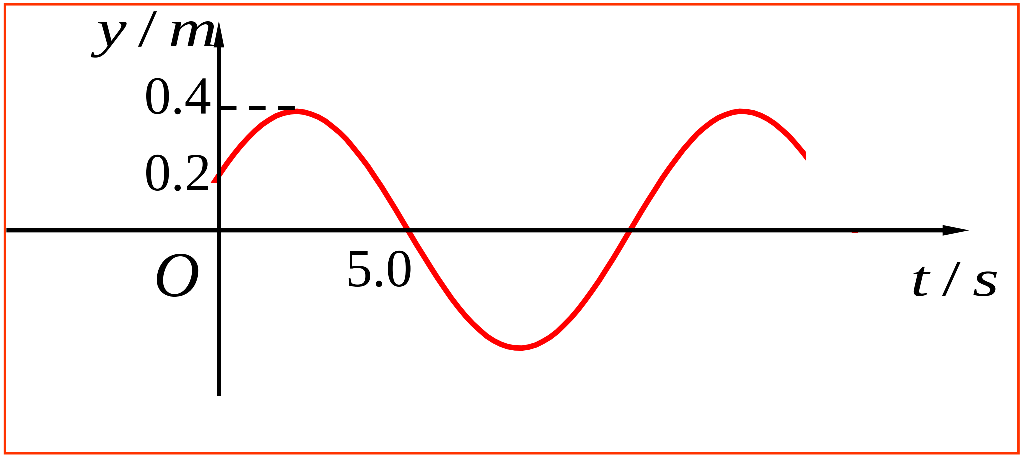
波形曲线如图所示



讨论：

如果已知的是某一点的振动图形而不是原点，该如何计算？

10-17 一平面简谐波，波长为12m，沿x轴负向传播. 图示为$x=1.0\mathrm{m}$处质点的振动曲线，求此波的波动方程.



$$y = A\cos(\omega t + kx + \varphi)$$

$$y = 0.4m\cos(\omega t + \frac{2\pi}{12}x + \varphi)$$

$$y = 0.4m\cos[\omega t + \frac{2\pi}{12}(x - 1.0) + \varphi(1.0)]$$

$$y = 0.4m\cos[\omega t + \frac{2\pi}{12}(x - 1.0) - \frac{\pi}{3}]$$

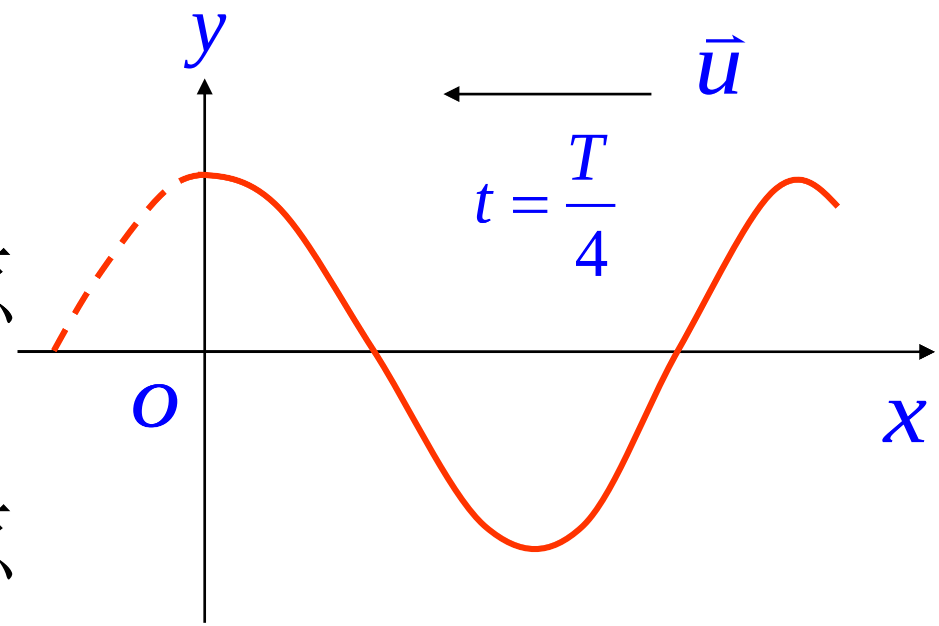
$$\omega\Delta t = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} \qquad \omega = \frac{\pi}{6}$$

$$y = 0.4m\cos(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{2})$$

（II）已知波动图线(波形)，建立波函数

（关键：找出某一点的振动方程）

例3、一平面简谐波向 ox 轴负向传播，已知其 $t=\frac{T}{4}$ 时的波形曲线，设波速为 u，振幅为A，波长为λ，求



（1）波动方程

（2）距o点为$\frac{3\lambda}{8}$处质点的振动方程

（3）距o点为$\frac{\lambda}{8}$处质点在 $t=0$ 时的振动速度

$$y = A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut + x) + \varphi]$$

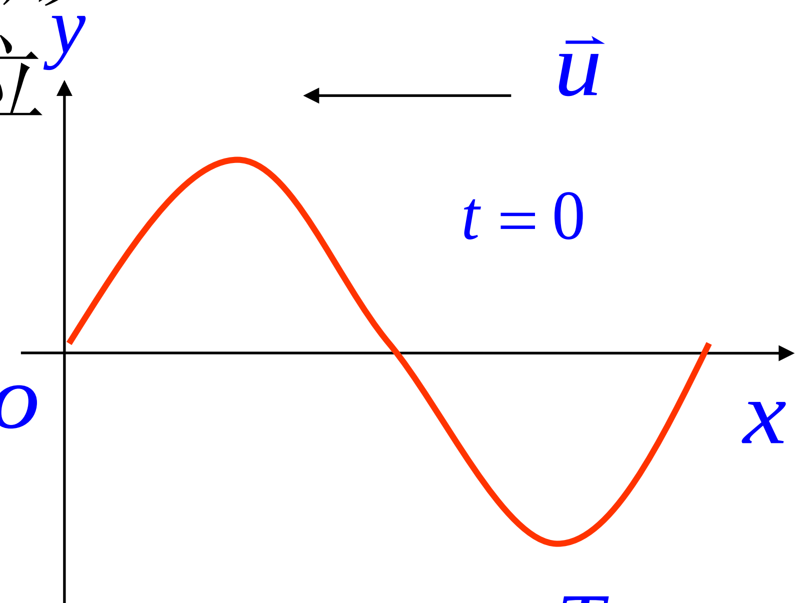
$$\Phi(t = \frac{T}{4}, x = 0) = \omega t \mp kx + \varphi = 0$$

$$y = A\cos\{\frac{2\pi}{\lambda}[u(t - \frac{T}{4}) + (x - 0)] + 0\}$$

$$y = A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut + x) - \frac{\pi}{2}]$$

解：（1）找出波线上某一点的振动方程，由此建立波动方程

将曲线转换成 $t=0$ 时的波形图，从而确定 o 点的初相位



$$\varphi=-\frac{\pi}{2}$$

波动方程

$$y=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]$$

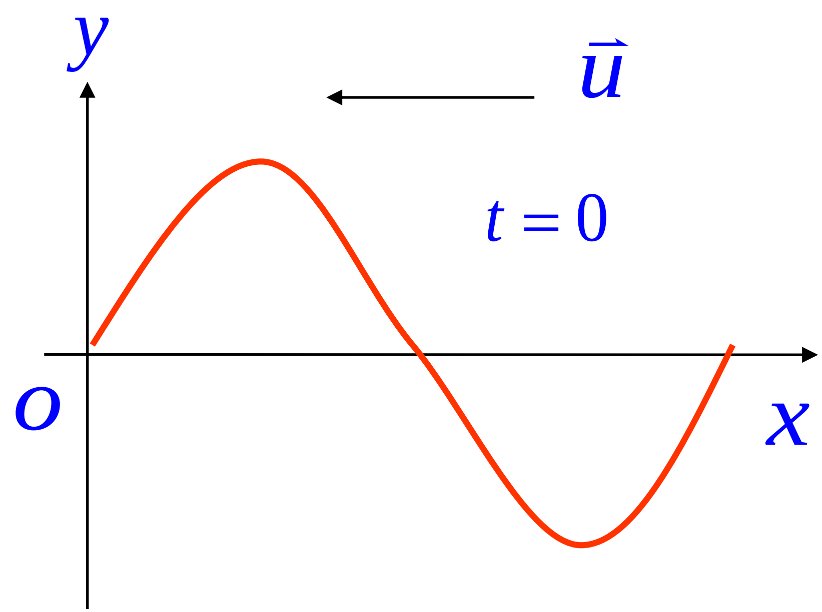
其它方法讨论：不移动曲线，确定 $t=\frac{T}{4}$ 时，o 点的相位 $\omega t+\varphi=0$

$t=\frac{T}{4}$ 则 $\varphi=-\frac{2\pi}{T}(\frac{T}{4})=-\frac{\pi}{2}$ 即为 o 点的初位相

（2）将 $x=\frac{3\lambda}{8}$ 代入得该点振动方程

$$y = A\cos[\omega(t+\frac{3\lambda/8}{u})-\frac{\pi}{2}]$$

$$= A\cos[2\pi\upsilon t+\frac{\pi}{4}]$$



（3）首先将 $x=\frac{\lambda}{8}$ 代入，得该点振动方程 $y(t)$

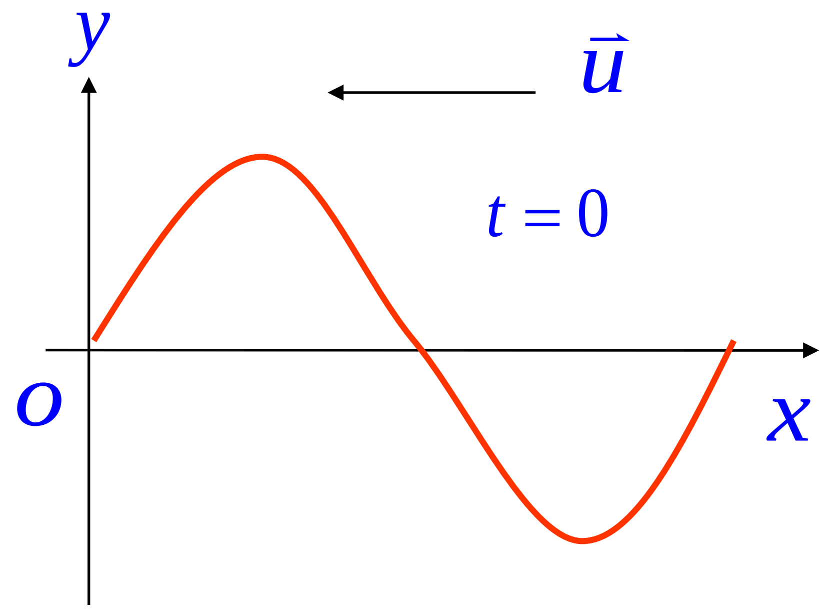
再得振动速度

$$\frac{dy_x}{dt} = \frac{d}{dt}\{A\cos[2\pi\upsilon(t+\frac{\lambda/8}{\lambda})-\frac{\pi}{2}]\}$$

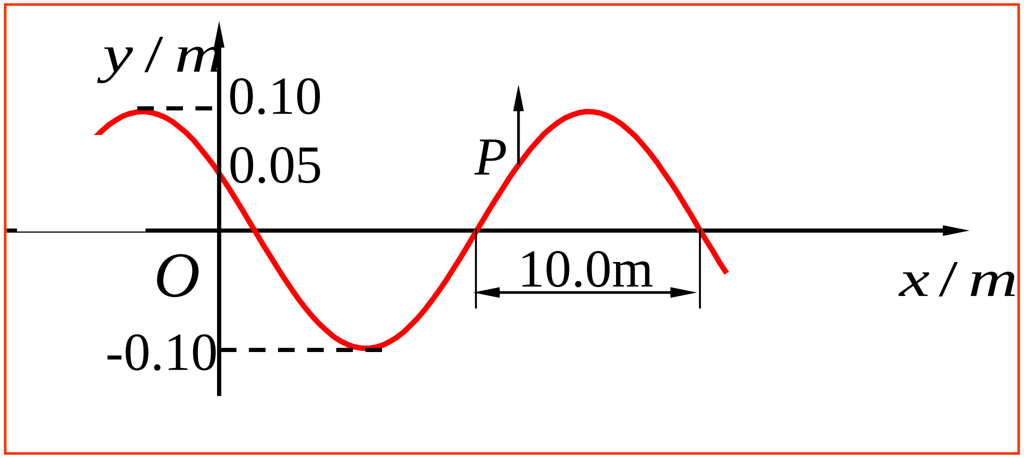
以$t=0$代入得

$$\upsilon' = \sqrt{2}\pi A \frac{v}{\lambda} = \sqrt{2}\pi A \upsilon$$

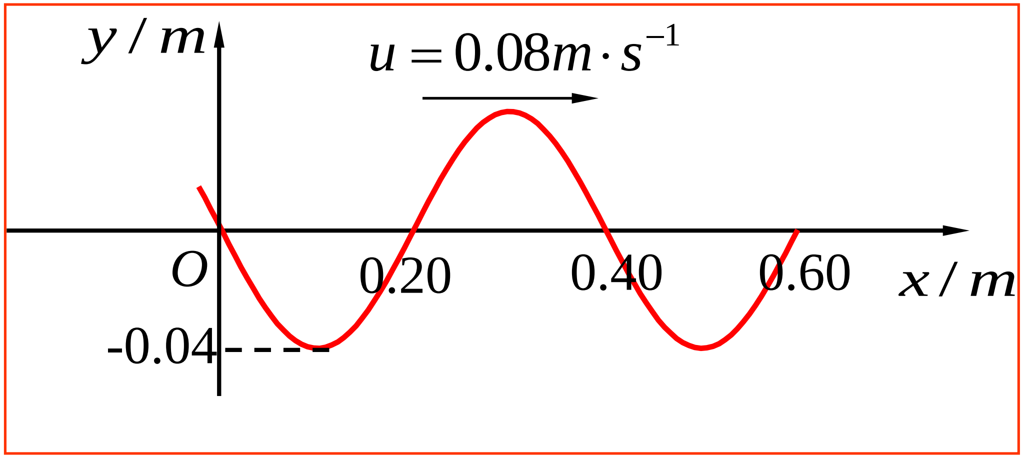
或由 $\dfrac{\partial y}{\partial t}$ 求得各质点的振动速度表达式，再将 $x=\dfrac{\lambda}{8}$， $t=0$ 代入得上结果



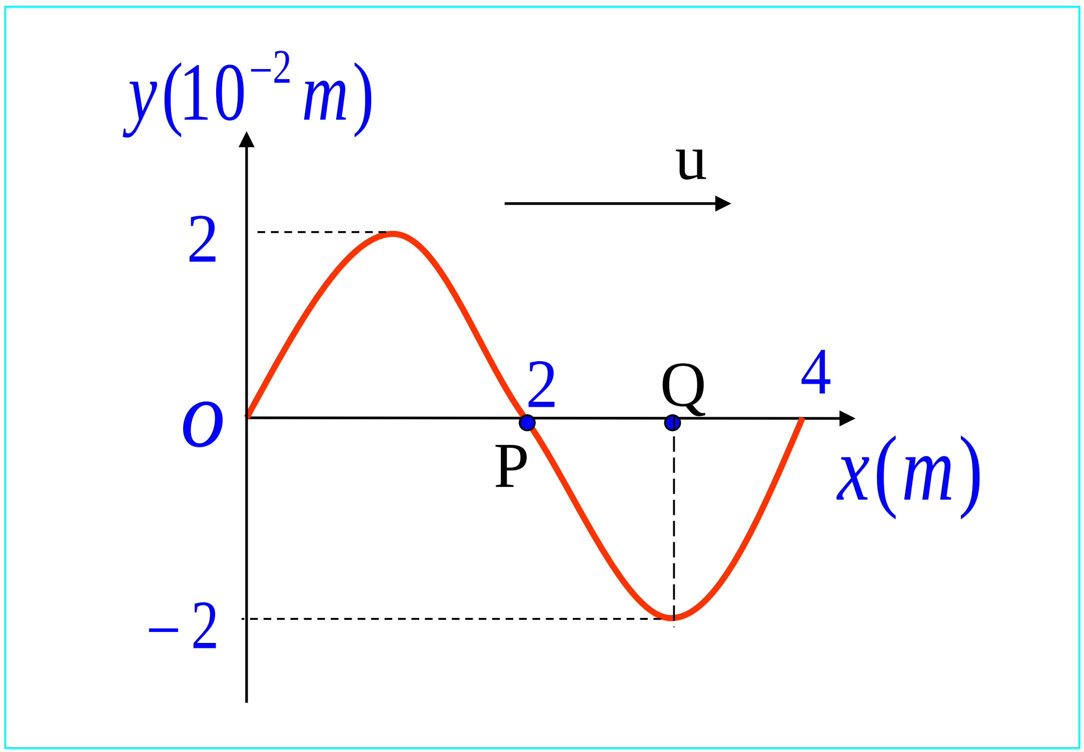
10-12 图示为平面简谐波在$t=0$ 时的波形图，设此简谐波的频率为250Hz，且此时图中点P的运动方向向上．求（1）该波的波动方程；（2）在距原点为7.5m处质点的运动方程与$t=0$ 时该点的振动速度．



10-13 如图所示为一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，求（1）该波的波动方程；（2）P 处质点的运动方程.



如图为一平面简谐波在t=0时刻的波形图,已知波速u=2m/s.试画出P处与Q处质点的振动曲线,并写出相应的振动方程.



4、波的干涉

（1）相干波：振动方向相同，频率相同，相位相同或相位差恒定的两列波

（2）半波损失，相位突变

两种介质分界面
- 从波疏介质入射波密介质处反射
- 反射波相位突变

（3）干涉结果

合成振幅 $A=\sqrt{A_1{}^2+A_2{}^2+2A_1A_2\cos\Delta\Phi}$

$$\Delta\Phi=\varphi_2-\varphi_1-k(r_2-r_1)$$

合振动加强 $\Delta\Phi=\pm 2m\pi, m=0,1,2\cdots$

$$A=A_1+A_2$$

合振动减弱 $\Delta\Phi=\pm(2m+1)\pi, m=0,1,2\cdots$

$$A=\left|A_1-A_2\right|$$

或 $\varphi_1 = \varphi_2$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \pm 2m\frac{\lambda}{2}, m = 0,1,2\cdots$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, m = 0,1,2\cdots$$

$$A = \left|A_1 - A_2\right|$$

5、驻波

驻波方程（一般）

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$

$$y_2 = A\cos(\omega t + kx + \varphi_2)$$

$$y = 2A\cos(kx - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2})\cos(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2})$$

（2）驻波的特征

$$\left|\cos(kx - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2})\right| = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \text{确定} \quad \begin{matrix} \text{波腹} \\ \text{波节} \end{matrix}$$

$$kx-\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}=\begin{cases}\pm m\pi \\ \pm(m+\frac{1}{2})\pi\end{cases} \qquad m=0,1,2\cdots$$

$$kx-\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}=\frac{1}{2}[(\omega t+kx+\varphi_2)-(\omega t-kx+\varphi_1)]$$

波腹（同相）

$$\Delta\Phi=(\omega t+kx+\varphi_2)-(\omega t-kx+\varphi_1)=\pm 2m\pi$$

波节（反相）

$$\Delta\Phi=(\omega t+kx+\varphi_2)-(\omega t-kx+\varphi_1)=\pm(2m+1)\pi$$

9 如果入射波是 $y_1 = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$，在 $x = \lambda$ 处反射后形成驻波，反射点为波节，设反射后波的强度不变，则反射波的方程式为________________________，在 $x = \frac{2}{3}\lambda$ 处质点合振动的振幅等于________.

$$y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - 3\pi) \qquad \sqrt{3}A$$

$$y_1 = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

$$y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

$x = \lambda$ 波节

$$\Delta\Phi = [2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \varphi] - 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) = \pi$$

$$\Delta\Phi = 2\pi + \varphi - 2\pi(-1) = \pi$$

$$\varphi = -3\pi$$

$$y_2 = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - 3\pi)$$

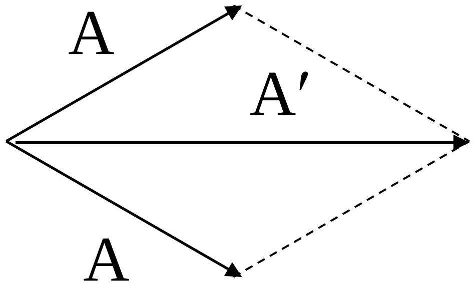
$$x = \frac{2}{3}\lambda \qquad A' = \left| 2A\cos(kx - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}) \right|$$

$$= 2A \left| \cos[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{2\lambda}{3} - \frac{0-(-3\pi)}{2}] \right|$$

$$= 2A\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}A$$

$$\Delta\Phi = [2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) - 3\pi] - 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

$$= 2\frac{2\pi}{\lambda}\frac{2\lambda}{3} - 3\pi = -\frac{\pi}{3}$$



$$A' = 2A\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}A$$

10-24 一弦上的驻波方程式为$y=0.03\cos(1.6\pi x)\cos(550\pi t)$，式中$y$的单位为 m，$t$的单位为s.（**1**）若将次驻波看成是由传播方向相反、振动及波速均相同的两列相干波叠加而成的，求它们的振幅及波速；（**2**）求相邻波节之间的距离；（**3**）求 $t=3.0\times10^{-3}$s时位于 $x=0.625$m 处质点的振动速度.

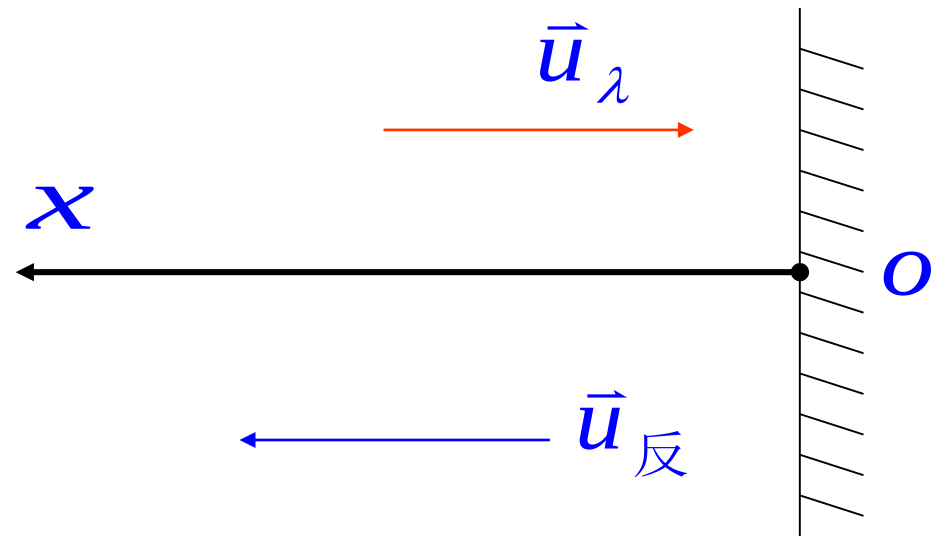
例 4 、设弦线上入射波波动方程为

$$y_{入} = A\cos\omega\left(t + \frac{x}{u}\right)$$

在 $x = 0$ 处发生反射，反射点为一固定端求

（ 1 ）反射波的波动方程 $y_{反}$

（ 2 ）合成波即驻波的方程，并求出波节和波腹的位置



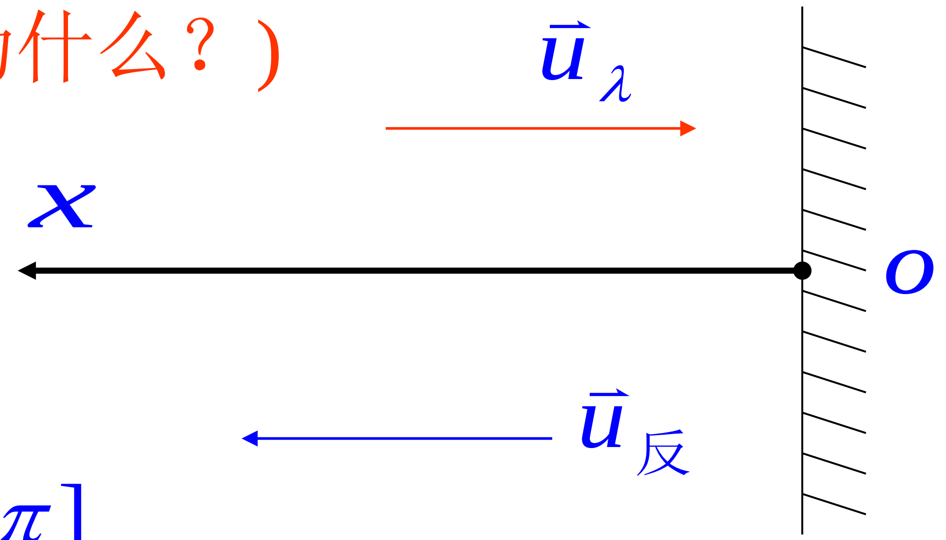
解：（ 1 ）波在 o 点反射后形成反射波，先找出反射波在 o 点的振动方程

由
$$y_{入}=A\cos\omega(t+\frac{x}{u})$$

得入射波在 $x=0$ 处的振动方程 $y=A\cos\omega(t+0)=A\cos\omega t$

然后在 o 点反射，则得到反射波在 o 点的振动方程为

$$y_{反0}=A\cos(\omega t-\pi)$$ (为什么？)

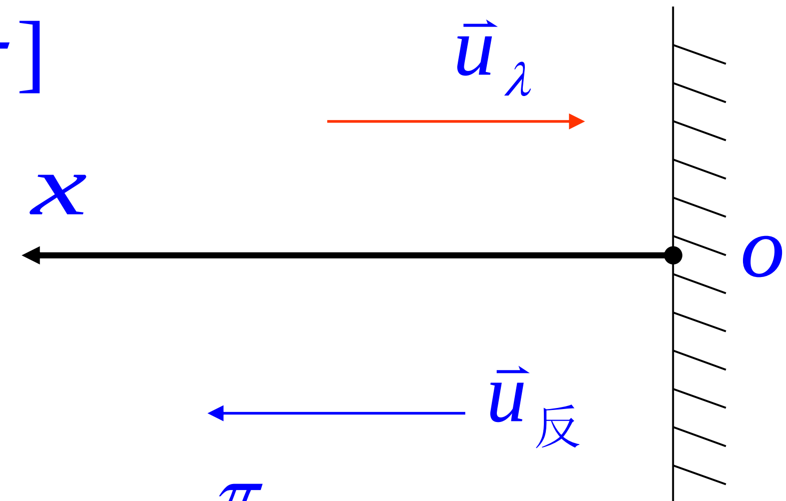


因此，反射波的波动方程为

$$y_{反}=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})-\pi]$$ (为什么？)

（２）今有

$$\begin{cases} y_{入} = A\cos\omega(t + \dfrac{x}{u}) \\ y_{反} = A\cos[\omega(t - \dfrac{x}{u}) - \pi] \end{cases}$$



叠加形成驻波

$$y = y_{反} + y_{入}$$

$$= 2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda} + \frac{\pi}{2})\cos(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2})$$

$$(\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2})$$

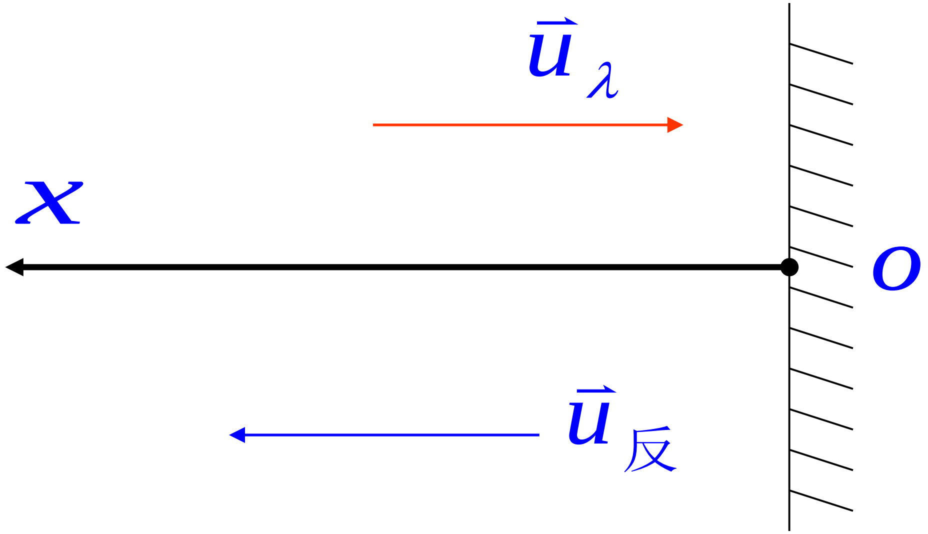
所以波腹位置

$$\left|\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}+\frac{\pi}{2})\right|=1$$

$$2\pi\frac{x}{\lambda}+\frac{\pi}{2}=m\pi \quad x=(m-\frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} \quad m=1,2,\cdots$$

波节位置

$$\left|\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}+\frac{\pi}{2})\right|=0$$



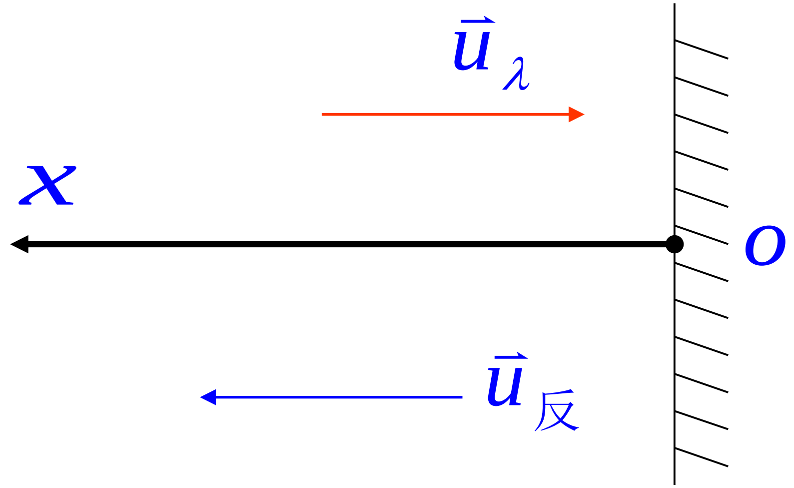
$$x=m\frac{\lambda}{2} \quad m=0,1,2,\cdots$$

讨论：

波腹，波节位置，可直接应用两列波 $y_{入}$和$y_{反}$的干涉结果而确定

$$y_{入} = A\cos\omega(t + \frac{x}{u})$$

$$y_{反} = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \pi]$$



在 x 上干涉结果：

振幅加强（波腹）

$$\Delta\Phi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2kx = 2m\pi$$

振幅减弱（波节）

$$\Delta\Phi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2kx = (2m+1)\pi$$

由此解得与上相同结果

6、 多普勒效应

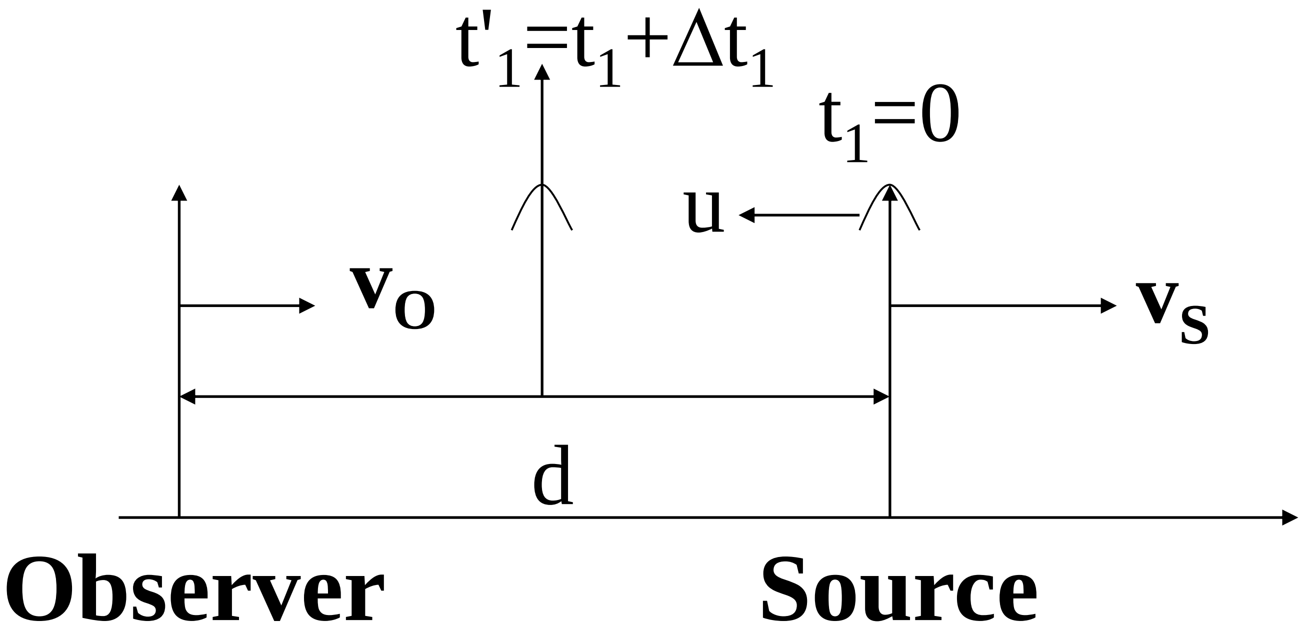
$$\nu' = \frac{u + v_0}{u + v_s}\nu$$

（1）介质静止，观察者和波源沿着它们连线运动

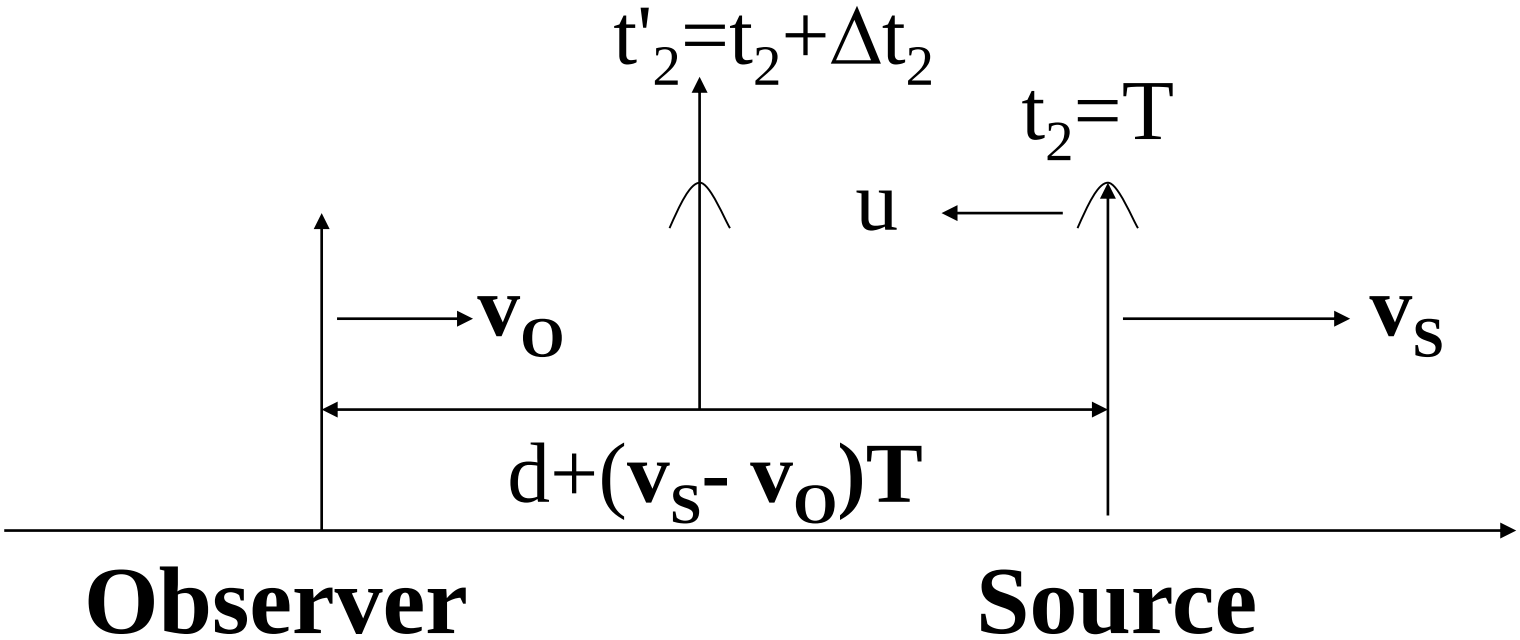
（2）注意波源运动和观察者运动产生的效应的区别

（3）注意符号约定：

从观察者(O)到波源(S)为正方向：O→S 为 +



$$t_1' = \Delta t_1 = \frac{d}{v_o + u}$$



$$t_2' = T + \Delta t_2 = T + \frac{d + (v_s - v_o)T}{v_o + u}$$

$$T' = t_2' - t_1' = T + \frac{(v_s - v_o)T}{v_o + u} = \frac{v_s + u}{v_o + u} T$$

$$\boxed{\nu' = \frac{v_o + u}{v_s + u} \nu}$$

你驾驶的汽车与一警车相向而行，你的车速为20m/s，而警车的速度为30m/s。假设警车的警笛的频率为800Hz，则你测得的警笛声的波长为———，你听到警笛声的频率是—————。（已知空气中声速为u=330m/s)

Ans: 0.375m, 933.3Hz