

### 3.5 【习题】题解

**3.2.1** 图 3.01 所示各电路在换路前都处于稳态，试求换路后其中电流*i*的初始值*i*(0<sub>+</sub>)和稳态值*i*(∞)。

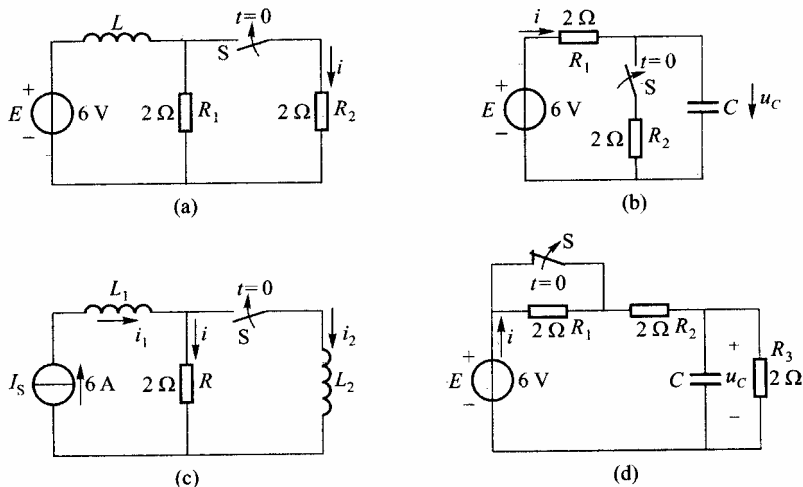


图 3.01 习题 3.2.1 的图

解：图 3.01 (a) 电路中

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{E}{R_1} = \frac{6}{2} = 3 \text{ A}$$

$$i(0_+) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot i_L(0_+) = \left( \frac{2}{2+2} \times 3 \right) \text{ A} = 1.5 \text{ A}$$

$$i(\infty) = \frac{E}{R_2} = \frac{6}{2} \text{ A} = 3 \text{ A}$$

图 3.01 (b) 电路中

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 6 \text{ V}$$

$$i(0_+) = \frac{E - u_C(0_+)}{R_1} = \frac{6 - 6}{2} \text{ A} = 0$$

$$i(\infty) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{6}{2+2} \text{ A} = 1.5 \text{ A}$$

图 3.01 (c) 电路中

$$i_1(0_+) = i_1(0_-) = I_S = 6 \text{ A}$$

$$i_2(0_+) = i_2(0_-) = 0$$

$$i(0_+) = i_1(0_+) - i_2(0_+) = (6 - 0) A = 6 A$$

$$i(\infty) = 0$$

图 3.01 (d) 电路中

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot E = \left( \frac{2}{2 + 2} \times 6 \right) V = 3 V$$

$$i(0_+) = \frac{E - u_C(0_+)}{R_1 + R_2} = \frac{6 - 3}{2 + 2} A = \frac{3}{4} A = 0.75 A$$

$$i(\infty) = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{6}{2 + 2 + 2} A = 1 A$$

**3.2.2** 图 3.02 所示电路在换路前处于稳态，试求换路后其中  $i_L$ 、 $u_C$  和  $i_S$  的初始值和稳态值。

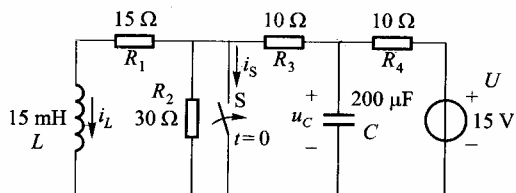


图 3.02 习题 3.2.2 的图

**解：**(1) 求初始值：根据换路前 ( $t=0_-$ ) 的电路 (见题解图 3.02 (a))

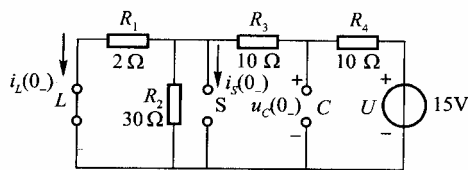
$$\begin{aligned} i_L(0_-) &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{U}{(R_1 // R_2) + R_3 + R_4} \\ &= \left( \frac{30}{15 + 30} \times \frac{15}{\frac{15 \times 30}{15 + 30} + 10 + 10} \right) A \\ &= \left( \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \right) A = \frac{1}{3} A \end{aligned}$$

$$u_C(0_-) = \frac{(R_1 // R_2) + R_3}{[(R_1 // R_2) + R_3] + R_4} \cdot U = \left( \frac{\frac{15 \times 30}{15 + 30} + 10}{\frac{15 \times 30}{15 + 30} + 10 + 10} \right) V = 10 V$$

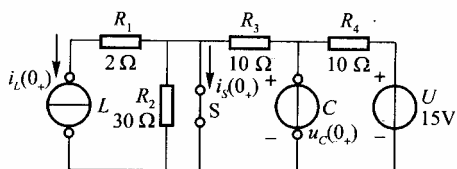
根据换路定律得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{1}{3} A$$

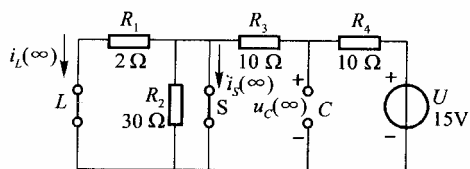
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10 \text{ V}$$



(a) 换路前  $t=0_-$



(b) 换路后  $t=0_+$



(c) 换路后  $t=\infty$

题解图 3.02

另外，根据换路后 ( $t=0_+$ ) 时的电路 (见题解图 3.02 (b))

$$i_S(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{R_3} - i_L(0_+) = \left( \frac{10}{10} - \frac{1}{3} \right) \text{ A} = \frac{2}{3} \text{ A} \quad (R_2 \text{ 被 } S \text{ 短路})$$

(2) 求稳态值：根据换路后  $t \rightarrow \infty$  时的电路 (见题解图 3.02 (c))

$$i_L(\infty) = 0 \quad (L \text{ 被 } S \text{ 闭合断路})$$

$$u_C(\infty) = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot U = \left( \frac{10}{10 + 10} \times 15 \right) \text{ V} = 7.5 \text{ V}$$

$$i_S(\infty) = \frac{U}{R_3 + R_4} = \frac{15}{10 + 10} \text{ A} = 0.75 \text{ A}$$

**3.3.1** 在图 3.03 中， $I=10 \text{ mA}$ ， $R_1=3 \text{ k}\Omega$ ， $R_2=3 \text{ k}\Omega$ ， $R_3=6 \text{ k}\Omega$ ， $C=2 \text{ }\mu\text{F}$ 。在开关 S 闭合前电路已处于稳态。求在  $t \geq 0$  时  $u_C$  和  $i_1$ ，并作出它们随时间的变化曲线。

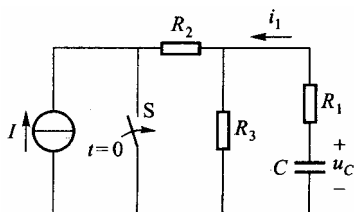
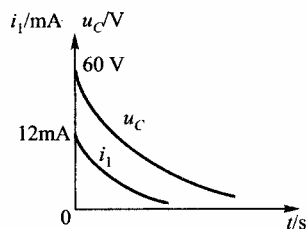


图 3.03 习题 3.3.1 的图



题解图 3.03

解：(1) 求初始值  $u_C(0_+)$  和  $i_1(0_+)$

由  $t=0_-$  时的电路得

$$u_C(0_-) = IR_3 = 10 \times 6 \text{ V} = 60 \text{ V}$$

由换路定律

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 60 \text{ V}$$

由  $t=0_+$  时的电路

$$i_1(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{(R_2 // R_3) + R_1} = \frac{60}{\frac{3 \times 6}{3 + 6} + 3} \text{ A} = 12 \times 10^{-3} \text{ A} = 12 \text{ mA}$$

(2) 求终了值 (稳态值)  $u_C(\infty)$  和  $i_1(\infty)$

由  $t=\infty$  时的电路

$$u_C(\infty) = 0$$

$$i_1(\infty) = 0$$

(3) 求时间常数  $\tau$

$$\tau = [R_1 + (R_2 // R_3)] \cdot C = \left( 3 \times 10^3 + \frac{3 \times 10^3 \times 6 \times 10^3}{3 \times 10^3 + 6 \times 10^3} \right) \times 2 \times 10^{-6} \text{ s} = 10 \times 10^{-3} \text{ s} = 10 \text{ ms}$$

(4) 由三要素法求  $t \geq 0$  时  $u_C$ 、 $i_1$

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = 60e^{-100t} \text{ V}$$

$$i_1 = i_1(\infty) + [i_1(0_+) - i_1(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= i_1(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = 12e^{-100t} \text{ mA}$$

(5) 画  $u_C$ 、 $i_1$  随时间变化的曲线, 见题解图 3.03。

本题中  $t=0$  时 S 闭合, 电流源  $I$  被短接掉, 对  $u_C$  来讲其变化过程实际为零输出响应, 因

此在求得  $u_C(0_+)$  后可直接用零输入响应的表达式  $u_C = u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$ , 进而求出  $i_1 = -C \frac{du_C}{dt}$

(负号源于  $i_1$  与  $u_C$  参考方向相反)。

**3.3.2** 在图 3.04 中,  $U=20 \text{ V}$ ,  $R_1=12 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2=6 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1=10 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $C_2=20 \text{ }\mu\text{F}$ 。电容元件原先均未储能。当开关闭合后, 试求电容元件两端电压  $u_C$ 。

**解:**  $C_1$  与  $C_2$  串联后的等效电容

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{10 \times 20}{10 + 20} \mu\text{F} = 6.67 \mu\text{F}$$

(1) 确定初始值  $u_C(0_+)$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0 \quad (\text{电容原先未储能})$$

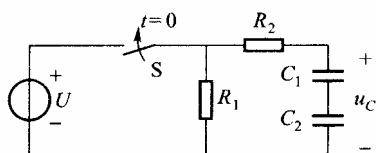


图 3.04 习题 3.3.2 的图

(2) 确定终了值  $u_C(\infty)$

$$u_C(\infty) = U$$

(3) 确定时间常数  $\tau$

$$\tau = R_2 \cdot C = \left( 6 \times 10^3 \times \frac{20}{3} \times 10^{-6} \right) s = 0.04 s$$

(4) 由三要素法确定  $u_C$

$$\begin{aligned} u_C &= u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U(1 - e^{-\frac{t}{0.04}}) = 20(1 - e^{-25t}) V \quad (t \geq 0) \end{aligned}$$

本题中  $t=0$  时 S 闭合，闭合前电容 C 无初始储能，对  $u_C$  来说其变化过程实际为零状态响应，因此求得  $u_C(\infty)$  后可直接用零状态响应表达式  $u_C = u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ 。

**3.3.3** 电路如图 3.05 所示，在开关 S 闭合前电路已处于稳态，求开关闭合后的电压  $u_C$ 。

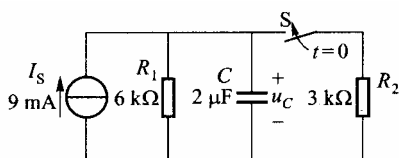


图 3.05 习题 3.3.3 的图

**解：**由换路定律

$$\begin{aligned} u_C(0_+) &= u_C(0_-) = I_S \cdot R_1 \\ &= 9 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^3 V \\ &= 54 V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_C(\infty) &= I_S (R_1 // R_2) \\
 &= 9 \times 10^{-3} \times \frac{6 \times 3}{6 + 3} \times 10^3 \text{ V} \\
 &= 18 \text{ V} \\
 \tau &= (R_1 // R_2) \cdot C = \frac{6 \times 3}{6 + 3} \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6} \text{ s} = 0.004 \text{ s} = 4 \text{ ms}
 \end{aligned}$$

根据三要素法,  $t \geq 0$  时

$$\begin{aligned}
 u_C &= u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \\
 &= (18 + 36 e^{-250t}) \text{ V}
 \end{aligned}$$

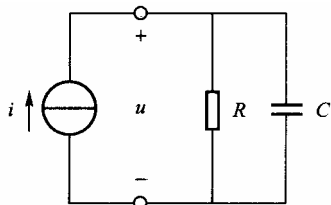
本题中  $t=0$  时 S 闭合, 换路前电容器 C 有初始储能为非零状态, 换路后电路中有电源激励为非零输入, 因此  $u_C$  的变化过程是两者共同作用下的全响应, 因此可以在求得  $u_C(0_+)$  和  $u_C(\infty)$  后直接利用全响应表达式

$$u_C = u_C(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} + u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

全响应    零输入响应    零状态响应

求得最后结果。

**3.4.1** 在图 3.07 (a) 的电路中,  $u$  为一阶跃电压, 如图 3.07 (b) 所示, 试求  $i_3$  和  $u_C$ 。设  $u_C(0_-) = 1 \text{ V}$ 。



题解图 3.04

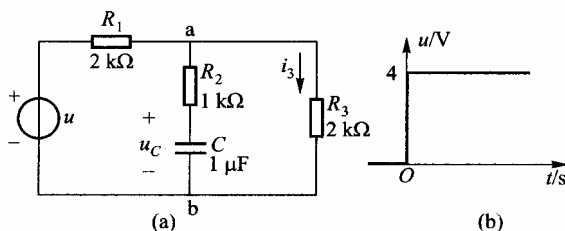


图 3.07 习题 3.4.1 的图

**解:** 本题可通过三要素法求解。电压  $u$  在  $t=0$  的阶跃变化即为电路的换路。

(1) 先求  $u_C$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 1 \text{ V} \quad (\text{已知})$$

$$u_C(\infty) = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot u = \frac{2}{2 + 2} \times 4 \text{ V} = 2 \text{ V}$$

$$\tau = R \cdot C = (R_2 + R_1 // R_3) \cdot C = \left(1 + \frac{2 \times 2}{2 + 2}\right) \times 10^3 \times 1 \times 10^{-6} \text{ s} = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$$

由三要素法可得

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 2 + (1 - 2)e^{-\frac{t}{2 \times 10^{-3}}} = (2 - e^{-500t}) \text{ V}$$

(2) 再求  $i_3$

$$i_3(0_+) = \frac{u_{ab}(0_+)}{R_3}$$

$u_{ab}(0_+)$  可通过结点电压法求出, 即

$$u_{ab}(0_+) = \frac{\frac{u}{R_1} + \frac{u_C(0_+)}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{3}{2} \text{ V}$$

则

$$i_3(0_+) = \frac{u_{ab}(0_+)}{R_3} = \frac{3}{4} \text{ mA}$$

又

$$i_3(\infty) = \frac{u}{R_1 + R_2} = \frac{4}{2 + 2} \text{ mA} = 1 \text{ mA}$$

故由三要素法得

$$i_3 = i_3(\infty) + [i_3(0_+) - i_3(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 1 + (0.75 - 1)e^{-500t} = (1 - 0.25e^{-500t}) \text{ mA}$$

本题中  $i_3$  可看作是电压源  $u$  和电容电压  $u_C$  共同作用的结果, 因此应用叠加定理即可求得

$$i_3 = \frac{u}{R_1 + (R_2 // R_3)} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} + \frac{u_C}{R_2 + (R_1 // R_3)} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3}$$

本题中  $i_3$  亦可通过列写电路右侧回路的基尔霍夫电压定律方程直接求出, 即通过

$$R_2 \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C = i_3 \cdot R_3$$

将 (1) 中求出的  $u_C$  代入上式整理即得  $i_3$ 。

三种方法结果相同。

**3.4.2** 电路如图 3.08 所示, 求  $t \geq 0$  时 (1) 电容电压  $u_C$ , (2) B 点电位  $V_B$  和 (3) A 点电位  $V_A$  的变化规律。换路前电路处于稳态。

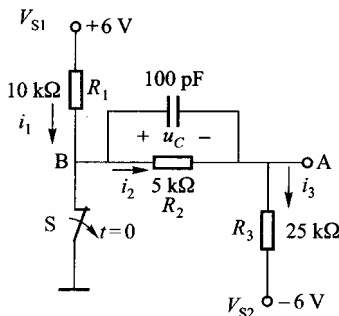


图 3.08 习题 3.4.2 的图

解: (1) 求电容电压  $u_C$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{0 - V_{S2}}{R_2 + R_3} \cdot R_2$$

$$= \frac{0 - (-6)}{5 + 25} \times 5 \text{ V} = 1 \text{ V}$$

$$u_C(\infty) = \frac{V_{S1} - V_{S2}}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_2$$

$$= \frac{6 - (-6)}{10 + 5 + 25} \times 5 \text{ V} = 1.5 \text{ V}$$

$$\tau = RC = [(R_1 + R_3) // R_2] \cdot C = 0.438 \times 10^{-6} \text{ s}$$

由三要素法

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 1.5 + (1 - 1.5)e^{-\frac{t}{0.438 \times 10^{-6}}}$$

$$= (1.5 - 0.5e^{-2.3 \times 10^6 t}) \text{ V} \quad (t \geq 0)$$

(2) 求B点电位  $V_B$

$$V_B = V_{S1} - i_1 R_1$$

由图 3.08 知

$$i_1 = i_3 = \frac{V_{S1} - u_C - V_{S2}}{R_1 + R_3}$$

即

$$V_B = V_{S1} - \frac{V_{S1} - u_C - V_{S2}}{R_1 + R_3} \cdot R_1$$

将已知参数  $V_{S1}=6 \text{ V}$ ,  $R_2=5 \text{ k}\Omega$ ,  $C=100 \text{ pF}$  以及 (1) 中  $u_C$  结果代入并整理得

$$V_B = (3 - 0.14e^{-2.3 \times 10^6 t}) \text{ V}$$

(3) 求 A 点电位  $V_A$

$$V_A = i_3 R_3 + V_{S2}$$

同理将 (2) 中所求出的电流  $i_3$  表达式代入整理得

$$V_A = (1.5 + 0.36e^{-2.3 \times 10^6 t}) \text{ V}$$

(2)、(3) 中电流  $i_1$ 、 $i_3$  也可通过下式求得

$$i_1 = i_3 = \frac{u_C}{R_2} + C \frac{du_C}{dt} \quad (\text{利用基尔霍夫电流定律})$$

**3.4.3** 电路如图 3.09 所示, 换路前已处于稳态, 试求换路后 ( $t \geq 0$ ) 的  $u_C$ 。

**解:** 用三要素法求解本题。由于电路中有 IS 和 US 两个电源。所以在确定初始值和终了值时可运用叠加定理。



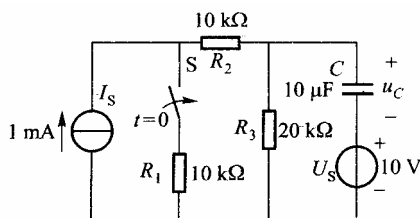


图 3.09 习题 3.4.3 的图

(1) 确定初值  $u_C(0_+)$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = I_S \cdot R_3 - U_S = (1 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^3 - 10) \text{ V} = 10 \text{ V}$$

(2) 确定终值  $u_C(\infty)$

$$\begin{aligned} u_C(\infty) &= \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot I_S \right) R_3 - U_S \\ &= \left( \frac{10}{10 + 10 + 20} \times 1 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^3 - 10 \right) \text{ V} = -5 \text{ V} \end{aligned}$$

(3) 确定时间常数  $\tau$

$$\tau = [(R_1 + R_2) // R_3] \cdot C = \frac{(10 + 10) \times 20}{(10 + 10) + 20} \times 10 \times 10^{-6} \text{ s} = 0.1 \text{ s}$$

(4) 由三要素法求  $u_C$

$$\begin{aligned} u_C &= u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= -5 + [10 - (-5)] e^{-\frac{t}{0.1}} = (-5 + 15e^{-10t}) \text{ V} \end{aligned}$$

**3.4.5** 在图 3.11 中, 开关 S 先合在位置 1, 电路处于稳态。  $t=0$  时, 将开关从位置 1 合到位置 2, 试求  $t=\tau$  时  $u_C$  之值。在  $t=\tau$  时, 又将开关合到位置 1, 试求  $t=2 \times 10^{-2}$  s 时  $u_C$  之值。此时再将开关合到 2, 作出  $u_C$  的变化曲线。充电电路和放电电路的时间常数是否相等?

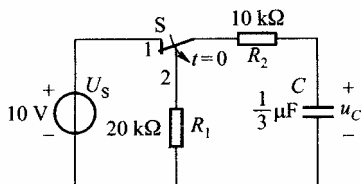
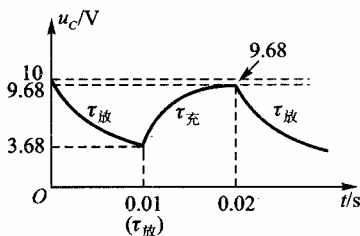


图 3.11 习题 3.4.5 的图



题解图 3.05

**解:** 题中开关 S 由 1 合到 2 时, 电容处于放电状态; S 由 2 合向 1 时, 电容处于充电

状态，由图中可知放电与充电的时间常数不同。

$$\text{放电时, } \tau_{\text{放}} = (R_1 + R_2) \cdot C = (20 + 10) \times 10^3 \times \frac{1}{3} \times 10^{-6} \text{ s} = 10^{-2} \text{ s} = 10 \text{ ms}$$

$$\text{充电时, } \tau_{\text{充}} = R_2 \cdot C = 10 \times 10^3 \times \frac{1}{3} \times 10^{-6} = 3.33 \text{ ms}$$

在  $t=0 \sim 0.01 \text{ s}$  段开关 S 由 1 合到 2, C 放电

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10 \text{ V}$$

$$u_C(\infty) = 0$$

$$u_C(t) = u_C(0_+) e^{-\frac{t}{\tau_{\text{放}}}} = 10 e^{-100t} \text{ V} \quad (t \geq 0)$$

当  $t = \tau_{\text{放}} = 0.01 \text{ s}$  时

$$u_C(\tau_{\text{放}}) = u_C(0.01) = 10 e^{-1} \text{ V} = 3.68 \text{ V}$$

在  $t=0.01 \sim 0.02 \text{ s}$  段, 开关 S 又由 2 合到 1, C 充电

$$u_C(\tau_{\text{放}+}) = 3.68 \text{ V}$$

$$u_C(\infty) = 10 \text{ V}$$

故

$$\begin{aligned} u_C(t - 0.01) &= u_C(\infty) + [u_C(\tau_{\text{放}+}) - u_C(\infty)] e^{-\frac{t-0.01}{\tau_{\text{充}}}} \\ &= 10 + (3.68 - 10) e^{-300(t-0.01)} \\ &= [10 - 6.32 e^{-300(t-0.01)}] \text{ V} \quad (t \geq 0.01) \end{aligned}$$

当  $t=0.02$  时

$$u_C(0.02) = 10 - 6.32 e^{-300 \times 0.01} = 10 - 6.32 e^{-3} = 9.68 \text{ V}$$

在  $t > 0.02$  段, 开关 S 再次由 1 合到 2, C 再放电

$$u_C(0.02_+) = 9.68 \text{ V}$$

$$u_C(\infty) = 0$$

$$\text{故} \quad u_C(t - 0.02) - u_C(0.02_+) e^{-\frac{t-0.02}{\tau_{\text{放}}}} = 9.68 e^{-100(t-0.02)} \text{ V} \quad (t \geq 0.02)$$

$u_C$  在各时间段的变化曲线如题解图 3.05 所示。

**3.6.2** 电路如图 3.13 所示, 在换路前已处于稳态。当将开关从 1 的位置合到 2 的位置

后, 试求  $i_L$  和  $i$ , 并作出它们的变化曲线。

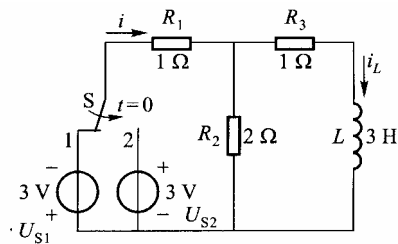
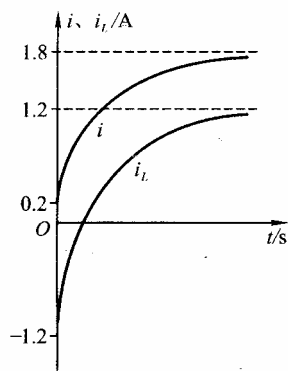


图 3.13 习题 3.6.2 的图



题解图 3.06

解: (1) 确定  $i_L$  和  $i$  的初始值  $i_L(0_+)$  和  $i(0_+)$

因开关从 1 合到 2 之前电路已处于稳态, 根据换路定律

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = -\frac{U_{S1}}{R_1 + R_2 // R_3} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = -1.2 \text{ A}$$

由  $t=0_+$  时的电路, 根据基尔霍夫电压定律可列出左侧回路的电压方程

$$U_{S2} = i(0_+)R_1 + [i(0_+) - i_L(0_+)]R_2$$

即

$$3 = i(0_+) \times 1 + [i(0_+) - (-1.2)] \times 2$$

解之可得

$$i(0_+) = 0.2 \text{ A}$$

此处应注意:  $i(0_-) = \frac{-U_{S1}}{R_1 + R_2 // R_3} \cdot \frac{-3}{1 + \frac{2 \times 1}{2+1}} = -1.8 \text{ A}$ ,  $i(0_+) \neq i(0_-)$ 。

(2) 确定  $i_L$  和  $i$  的稳态值  $i_L(\infty)$  和  $i(\infty)$

$$i_L(\infty) = \frac{U_{S2}}{R_1 + R_2 // R_3} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{9}{5} \times \frac{2}{2+1} \text{ A} = 1.2 \text{ A}$$

$$i(\infty) = \frac{U_{S2}}{R_1 + R_2 // R_3} = \frac{9}{5} \text{ A} = 1.8 \text{ A}$$

(3) 确定时间常数  $\tau$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{L}{(R_1 // R_2) + R_3} = \frac{3}{\frac{1 \times 2}{1+2} + 1} \text{ s} = \frac{9}{5} \text{ s}$$

(4) 由三要素法

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \\
 &= 1.2 + (-1.2 - 1.2) e^{-\frac{5}{9}t} = (1.2 - 2.4e^{-\frac{5}{9}t}) \text{ A} \\
 i(t) &= i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \\
 &= [1.8 + (0.2 - 1.8)e^{-\frac{5}{9}t}] \text{ A} = (1.8 - 1.6e^{-\frac{5}{9}t}) \text{ A}
 \end{aligned}$$

(5) 画  $i_L$ 、 $i$  的变化曲线，见题解图 3.06。

**3.6.3** 在图 3.14 中， $RL$  为电磁铁线圈， $R'$  为泄放电阻， $R_1$  为限流电阻。当电磁铁未吸合时，时间继电器的触点  $KT$  是闭合的， $R_1$  被短接，使电源电压全部加在电磁铁线圈上，以增大吸力。当电磁铁吸合后，触点  $KT$  断开，将电阻  $R_1$  接入电路以减小线圈中的电流。试求触点  $KT$  断开后线圈中的电流  $i_L$  的变化规律。设  $U=220 \text{ V}$ ， $L=25 \text{ H}$ ， $R=50 \text{ } \Omega$ ， $R'=500 \text{ } \Omega$ 。

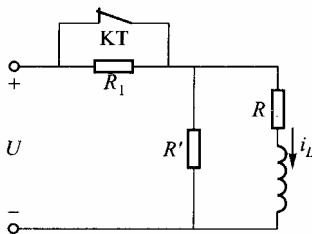


图 3.14 习题 3.6.3 的图

**解：**当电磁铁吸合后，触点  $KT$  断开电路发生换路，由换路定律可确定  $i_L$  初始值

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U}{R} = \frac{200}{50} \text{ A} = 4 \text{ A}$$

电路稳定后  $i_L$  的稳态值

$$i_L(\infty) = \frac{U}{R_1 + R' // R} \cdot \frac{R'}{R' + R} = 1.9 \text{ A}$$

时间常数

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{L}{R + R_1 // R'} = 0.26 \text{ s}$$

由三要素法得

$$\begin{aligned}
 i_L &= i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} \\
 &= 1.9 + (4 - 1.9) e^{-\frac{t}{0.26}} \\
 &= (1.9 + 2.1 e^{-3.85t}) \text{ A}
 \end{aligned}$$

**3.6.4** 电路如图 3.15 所示，试用三要素法求  $t \geq 0$  时的  $i_1$ 、 $i_2$  及  $i_L$ 。换路前电路处于静态。

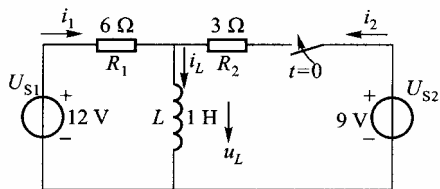


图 3.15 习题 3.6.4 的图

解：（1）求初始值（ $t=0_+$ ）

由换路定理

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U_{S1}}{R_1} = \frac{12}{6} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

由基尔霍夫电流定律和电压定律

$$\begin{cases} i_1(0_+) + i_2(0_+) = i_L(0_+) \\ R_1 i_1(0_+) - R_2 i_2(0_+) = U_{S1} - U_{S2} \end{cases}$$

代入已知参数联立解之得

$$i_1(0_+) = i_2(0_+) = 1 \text{ A}$$

（2）求稳态值（ $t=\infty$ ）

稳态时  $L$  相当于短路，故

$$i_1(\infty) = \frac{U_{S1}}{R_1} = \frac{12}{6} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

$$i_2(\infty) = \frac{U_{S2}}{R_2} = \frac{9}{3} \text{ A} = 3 \text{ A}$$

$$i_L(\infty) = i_1(\infty) + i_2(\infty) = (2 + 3) \text{ A} = 5 \text{ A}$$

（3）求电路暂态过程的时间常数

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{L}{R_1 // R_2} = \frac{1}{\frac{6 \times 3}{6 + 3}} \text{ s} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

（4）根据三要素法求  $i_L$ 、 $i_1$ 、 $i_2$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} = [5 + (2 - 5) e^{-2t}] \text{ A} = (5 - 3e^{-2t}) \text{ A}$$

$$i_1(t) = i_1(\infty) + [i_1(0_+) - i_1(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} = [2 + (1 - 2) e^{-2t}] \text{ A} = (2 - e^{-2t}) \text{ A}$$

$$i_2(t) = i_2(\infty) + [i_2(0_+) - i_2(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} = [3 + (1 - 3) e^{-2t}] \text{ A} = (3 - 2e^{-2t}) \text{ A}$$

本题也可先求出  $i_L(t)$ ，然后确定  $u_L(t)$ ，即

则

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_1(t) = \frac{U_{s1} - u_L(t)}{R_1}$$

$$i_2(t) = \frac{U_{s2} - u_L(t)}{R_2}$$

可求出同样的结果。