

光的衍射

光的偏振

一、基本要求

1. 了解惠更斯—菲涅耳原理
2. 掌握单缝夫琅禾费衍射的条纹分布，以及缝宽，波长等对衍射条纹的影响
3. 理解光栅衍射方程，会分析光栅常数，光栅缝数 N 等对条纹的影响
4. 理解线偏振光获得和检验的方法，马吕斯定律和了解双折射现象

二、基本内容

1. 单缝夫琅禾费衍射

(1) 半波带法的基本原理

(2) 明暗条纹的条件

$$\begin{cases} b \sin \theta = \pm k \lambda & k = 1, 2, \dots \text{暗纹中心} \\ b \sin \theta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} & k = 1, 2, \dots \text{明纹中心} \\ -\lambda < b \sin \theta < \lambda & \text{中央明纹} \end{cases}$$

(3) 条纹宽度

中央明条宽度：角宽度 $\Delta\theta_0 = 2\frac{\lambda}{b}$

线宽度 $\Delta x_0 = 2\frac{\lambda}{b} f$

明条纹宽度 $\Delta x = \frac{\lambda}{b} f$

11-25 单缝的宽度 $b=0.40\text{mm}$ ，以波长 $\lambda=589\text{nm}$ 的单色光垂直照射，设透镜的焦距 $f=1.0\text{ m}$.
求：（1）第一级暗纹距中心的距离；（2）第二级明纹距中心的距离；（3）如单色光以入射角 $i=30^\circ$ 斜射到单缝上，则上述结果有何变动.

解：（1）一级暗纹

$$b \sin \theta = \pm k \lambda \quad k = 1$$

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{b} = \frac{589 \times 10^{-9}}{0.4 \times 10^{-3}} \approx 10^{-3}$$

$$x = f \tan \theta \approx f \sin \theta$$

$$= 1.0 \times \frac{589 \times 10^{-9}}{0.4 \times 10^{-3}} = 1.47 \times 10^{-3} m$$

(2) 二级明纹

$$b \sin \theta = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 2$$

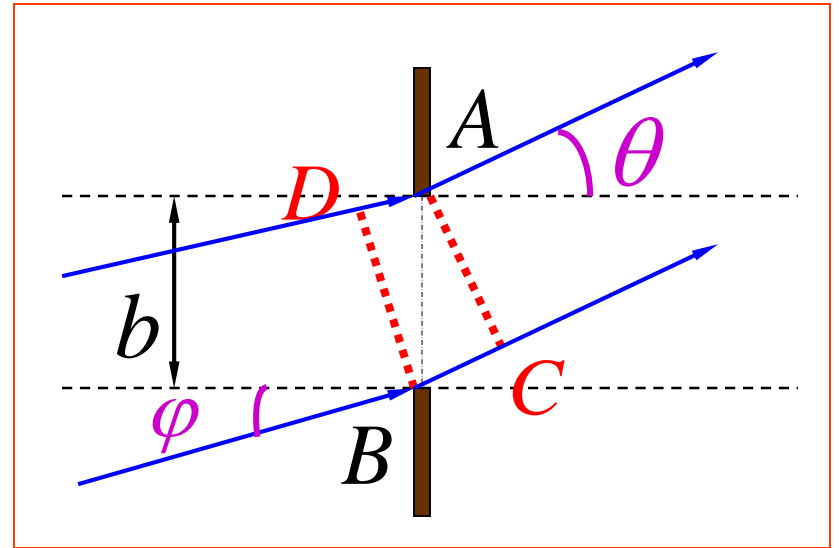
$$\sin \theta = \frac{5\lambda}{2b} = \frac{5}{2} \times \frac{589 \times 10^{-9}}{0.4 \times 10^{-3}} \approx 10^{-3}$$

$$x = f \tan \theta \approx f \sin \theta$$

$$= 1.0 \times \frac{5}{2} \times \frac{589 \times 10^{-9}}{0.4 \times 10^{-3}} = 3.68 \times 10^{-3} m$$

(3) 入射光非垂直入射时光程差的计算

$$\begin{aligned}\Delta &= BC - DA \\ &= b(\sin \theta - \sin \varphi)\end{aligned}$$



(中央明纹**向上**移动)

(1') 一级暗纹

$$b(\sin \theta - \sin i) = \pm k\lambda \quad k = 1$$

$$\sin \theta_{\pm} = \sin i \pm \frac{\lambda}{b}$$

$$= 0.5 \pm \frac{589 \times 10^{-9}}{0.4 \times 10^{-3}} \approx 0.5 \pm 1.47 \times 10^{-3}$$

$$x = f \tan \theta$$

$$x_{+} = f \tan \theta_{+} = 0.580m$$

$$x_{-} = f \tan \theta_{-} = 0.575m$$

(2') 二级明纹

$$b(\sin \theta - \sin i) = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 2$$

$$\sin \theta_{\pm} = \sin i \pm \frac{5}{2} \frac{\lambda}{b}$$

$$= 0.5 \pm \frac{5}{2} \cdot \frac{589 \times 10^{-9}}{0.4 \times 10^{-3}} \approx 0.5 \pm 3.68 \times 10^{-3}$$

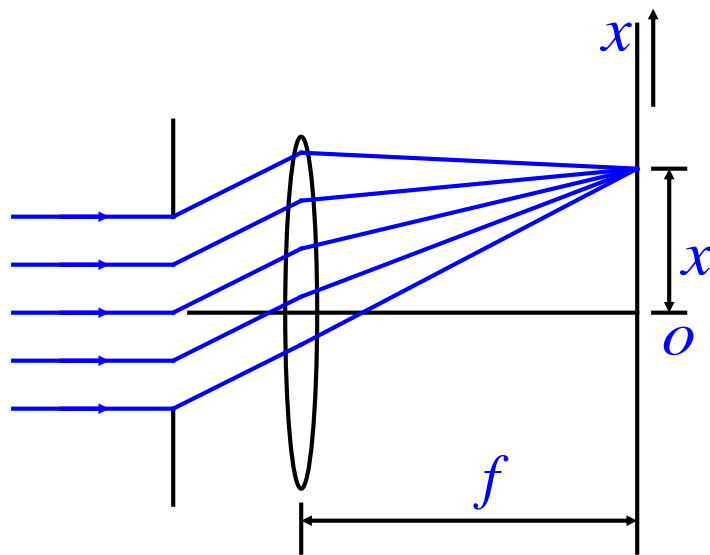
$$x = f \tan \theta$$

$$x_{+} = f \tan \theta_{+} = 0.583m$$

$$x_{-} = f \tan \theta_{-} = 0.572m$$

2. 单缝衍射，缝宽 $b=0.5mm$ ，
透镜焦距 $f=50cm$ ，以白光垂直
入射，观察到屏上 $x=1.5mm$ 明纹中心
求：（1）该处光波的波长

（2）此时对应的单缝所在处的波阵面分成的波带数为多少？



解 (1) 由单缝衍射明纹条件得

$$b \sin \theta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = \pm 1, \pm 2 \dots \quad (1)$$

注意到

$$\tan \theta = \frac{x}{f} = \frac{1.5\text{mm}}{50\text{cm}} \approx 10^{-2}$$

$$\text{于是有 } \sin \theta \approx \frac{x}{f} \quad (2)$$

由式 (1), 式 (2) 得,

$$\theta(x) \text{ 处波长为 } \lambda = \frac{2bx}{f(2k + 1)}$$

在可见光范围内，满足上式的光波：

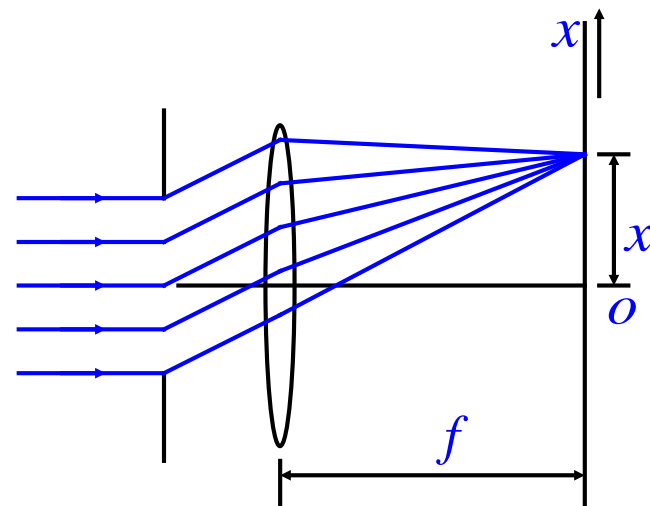
$$(x = 1.5\text{mm}, f = 50\text{cm})$$

$$k = 1, \quad \lambda_1 = 1000\text{nm}$$

$$k = 2, \quad \lambda_2 = 600\text{nm} \quad (\text{符合})$$

$$k = 3, \quad \lambda_3 = 420\text{nm} \quad (\text{符合})$$

$$k = 4, \quad \lambda_4 = 333\text{nm}$$



可允许在屏上 $x = 1.5\text{mm}$ 处的明纹为波长 600nm 的第二级衍射和波长为 420nm 的第三级衍射

(2) 此时单缝可分成的波带数
分别是 $k=2$, 时 为 $2k+1=5$

$k=3$, 时 为 $2k+1=7$

讨论：当单缝平行于透镜（屏）上下微小平移时，屏上的条纹位置是否也随之移动。

位置不变！为什么？

2. 光学仪器的分辨率

最小分辨角 $\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

3. 衍射光栅

(1) 光栅衍射=单缝衍射+各缝干涉

(2) 光栅方程

$$(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

(3) 缺级条件，当

$$(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$b \sin \theta = \pm k' \lambda \quad k' = 1, 2, \dots$$

同时成立时，衍射光第 k 级缺

级且
$$k = \frac{b + b'}{b} k'$$

主要计算类型：

1、条纹位置（角位置、线位置）

注意： $\text{tg} \theta \neq \sin \theta \neq \theta$

2、谱线重叠求波长 $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$

3、能见到的最大光谱级 $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$

4、能见到的完整的光谱级（重叠、不重叠）

5、斜入射 $(b + 'b)(\sin \theta \pm \sin \varphi) = k\lambda$

最高级次： $\max[|k|, |k'|]$

$\sin \theta = 1$ 对应 k

$\sin \theta = -1$ 对应 k'

4. 在夫琅禾费衍射中，垂直入射的钠黄光中含有波长分别为 $\lambda_1 = 589.0 \text{ nm}$ 和 $\lambda_2 = 589.6 \text{ nm}$ 的两种光。假设透镜焦距 $f = 50 \text{ cm}$ ，分别对（1）宽度为 $a = 1.0 \times 10^{-2} \text{ cm}$ 的单缝（2）缝距为 $d = 3.0 \times 10^{-2} \text{ cm}$ 的双缝（3）光栅常数为 $d = 2.0 \times 10^{-4} \text{ cm}$ 的光栅求出这两种光的一级衍射明纹之间的距离。评判你的结果。

11-30一束平行光包含两种波长 $\lambda_1=440\text{nm}$ 和 $\lambda_2=660\text{nm}$ 的光，垂直入射到某个光栅后，它们的谱线（不计中央明纹）第二次重合于衍射角 $\varphi=60^\circ$ 的方向上。求此光栅的光栅常数 d 。

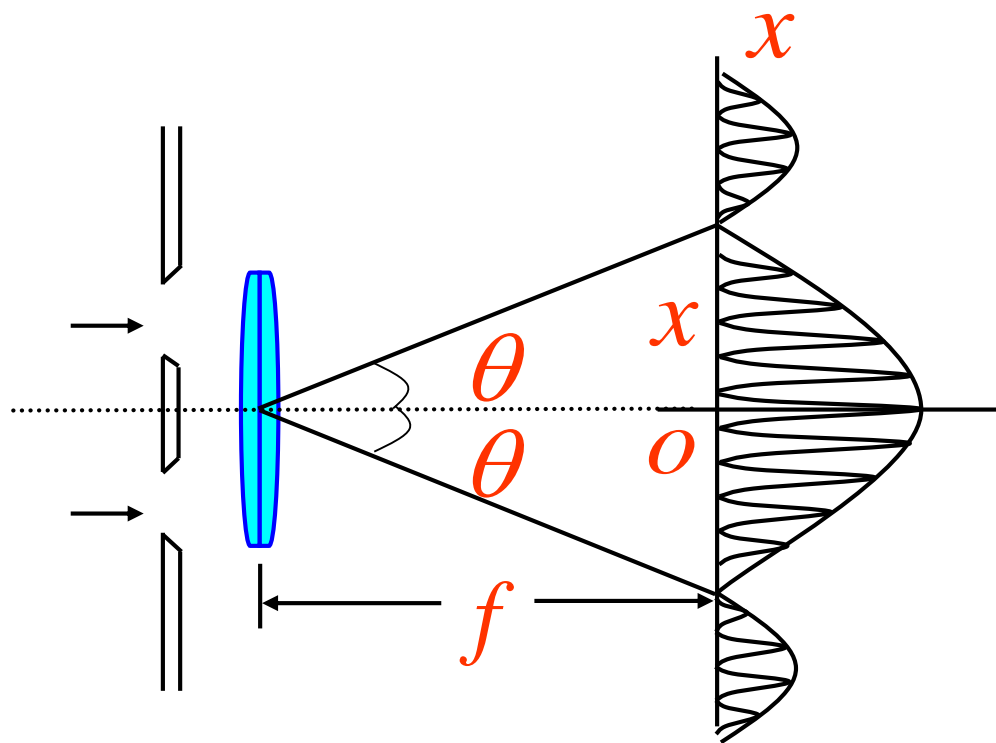
2. 双缝干涉实验中，缝距 $b+b'=0.4\text{mm}$ ，缝宽 $b=0.08\text{mm}$ ，即双缝（ $N=2$ ）的衍射，透镜焦距 $f=2.0\text{m}$ ，求当 $\lambda=480\text{nm}$ 光垂直入射时，

（1）条纹的间距

（2）单缝中央亮纹范围内的明纹数目（为什么要讨论这一问题？）

解：分析

双缝干涉却又受到每一缝（单缝）衍射的制约，成为一个双缝衍射，
(图示衍射图样)



(1) 由 $(b + b') \sin \theta = k\lambda$ 得明纹
中心位置

注意到

$$\sin \theta \approx \frac{\lambda}{d} = \frac{480nm}{0.4mm} = 1.2 \times 10^{-3}$$

$$\text{故 } \frac{x_k}{f} = \tan \theta \approx \sin \theta, \quad x_k = \frac{\lambda}{d} f k$$

条纹间距

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda}{b + b'} f = 2.4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

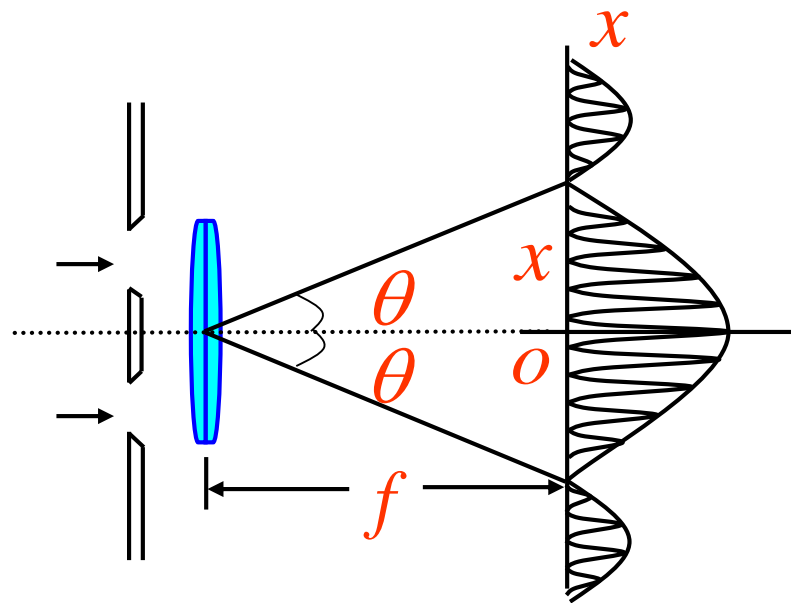
(2) 欲求在单缝中央明纹范围内有多少条明纹，首先确定单缝衍射中央明纹所张的最大角度 θ 。

单缝中央明纹的边缘对应于一级暗纹。由暗纹条件，可知

$$b \sin \theta = 1 \cdot \lambda$$

设与单缝一级暗纹对应的双缝明纹的级次为 k_{\max} ，则有

$$(b + b') \sin \theta = k_{\max} \lambda$$



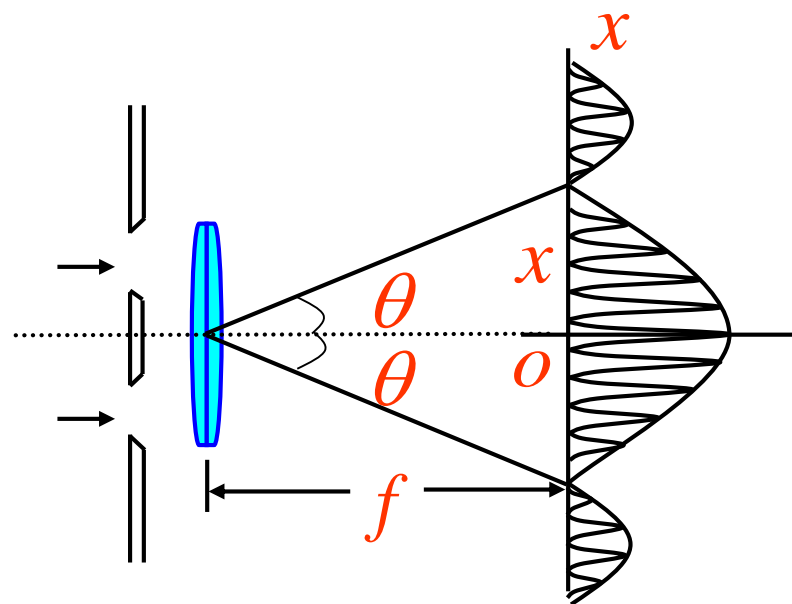
于是可得

$$k_{\max} = \frac{b+b'}{b} = 5$$

故看起来似乎可以看到
 $2 \times 5 + 1 = 11$ 条（包括零级
明条）的明条纹。但是
因为

$$\frac{b+b'}{b} = 5 \quad k = \pm 5 \text{ 处会出现缺级现象。}$$

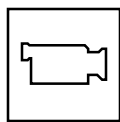
所以，在单缝中央明级范围内可以看到9
条明纹（-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4）



讨论：

(1) 由于受到单缝衍射效应的影响，只有在单缝衍射中央明纹区内的各级主极大光强度较大，通常我们观察到光栅衍射图样就是在单缝中央明纹区域邻近的干涉条纹

(2) 若取 $b \ll b + b'$ ，使单缝衍射中央明纹宽，那么，在中央明纹区域内，观察到主极大数目愈多，且各明条纹强度也愈接近（如图）



4. 线偏振的获得和检验

(1) 吸收起偏 马吕斯定律

自然光通过偏振片后，强度为 $\frac{1}{2}I_0$

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

(α 为光振动矢量 \vec{E} 与偏振片偏振化方向的夹角)

5. 将一束自然光和线偏振光的混合光垂直入射-偏振片若以入射光束为轴转动偏振片，测得透射光强度的最大值是最小值的3倍，求入射光束中自然光与线偏振光的光强之比值。

解： 设自然光强为 I_0 ，则通过偏振片后光强始终为 $\frac{I_0}{2}$

设线偏振光强为 I ，其通过偏振片后的最小光强为零，最大光强为 I

所以透射光总强度：
最小值为 $\frac{I_0}{2}$ ，最大值为 $\frac{I_0}{2} + I$

根据
$$\frac{\frac{I_0}{2} + I}{\frac{I_0}{2}} = 3$$

得
$$\frac{I_0}{I} = 1$$

即两光束的光强相同

6 一束光强为 I_0 的自然光垂直入射在三个叠在一起的偏振片 P_1, P_2, P_3 上,已知 P_1 与 P_3 的偏振化方向相互垂直.(1)求 P_2 与 P_3 的偏振化方向之间夹角为多大时,穿过第三个偏振片的透射光强为 $I_0/8$;(2)若以入射光方向为轴转动 P_2 ,当 P_2 转过多大角度时,穿过第三个偏振片的透射光强由原来的 $I_0/8$ 单调减少到 $I_0/16$?此时 P_2, P_1 的偏振化方向之间的夹角多大?

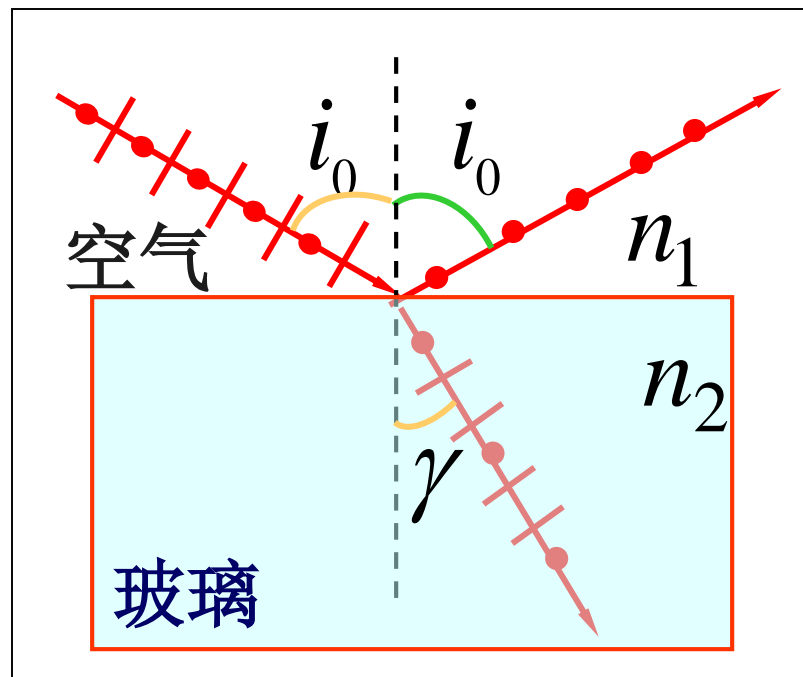
(2) 反射起偏

布儒斯特定律 (1815)

当 $\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$ 时,

$$i_0 + r = 90^\circ$$

反射光为完全偏振光，且振动面垂直入射面，
折射光为部分偏振光。



1、某种透明介质对于空气的临界角（指全反射）等于 45° ，光从空气射向此媒质的布儒斯特角是

A 35.3° B 40.9° C 45° D 54.7° E 57.3°

$$n \sin 45^\circ = 1 \quad n = \sqrt{2}$$

$$\sin i = n \cos i \quad \tan i = 1.414$$

$$i = 54.73^\circ \quad \text{D}$$

(3) 双折射

- ⌘ 在光学各向异性晶体内部有一确定的方向，沿这一方向寻常光和非寻常光的_____相等，这一方向称为晶体的光轴，只具有一个光轴方向的晶体称为_____晶体。光轴和_____构成的平面称为主截面。