波动I： 波的描述

凤吹浪远

你在最远的浪外

余光中

振动和波动的关系：

波动——振动的传播

振动——波动的成因

波动的种类：

机械波、电磁波、物质波

天涯望月自沾衣，江上何人复吹笛？
横笛能令孤客愁，渌波淡淡如不流。
刘长卿《听笛歌》

一 机械波的形成

1 波源 作机械振动的物体
（声带、乐器等）

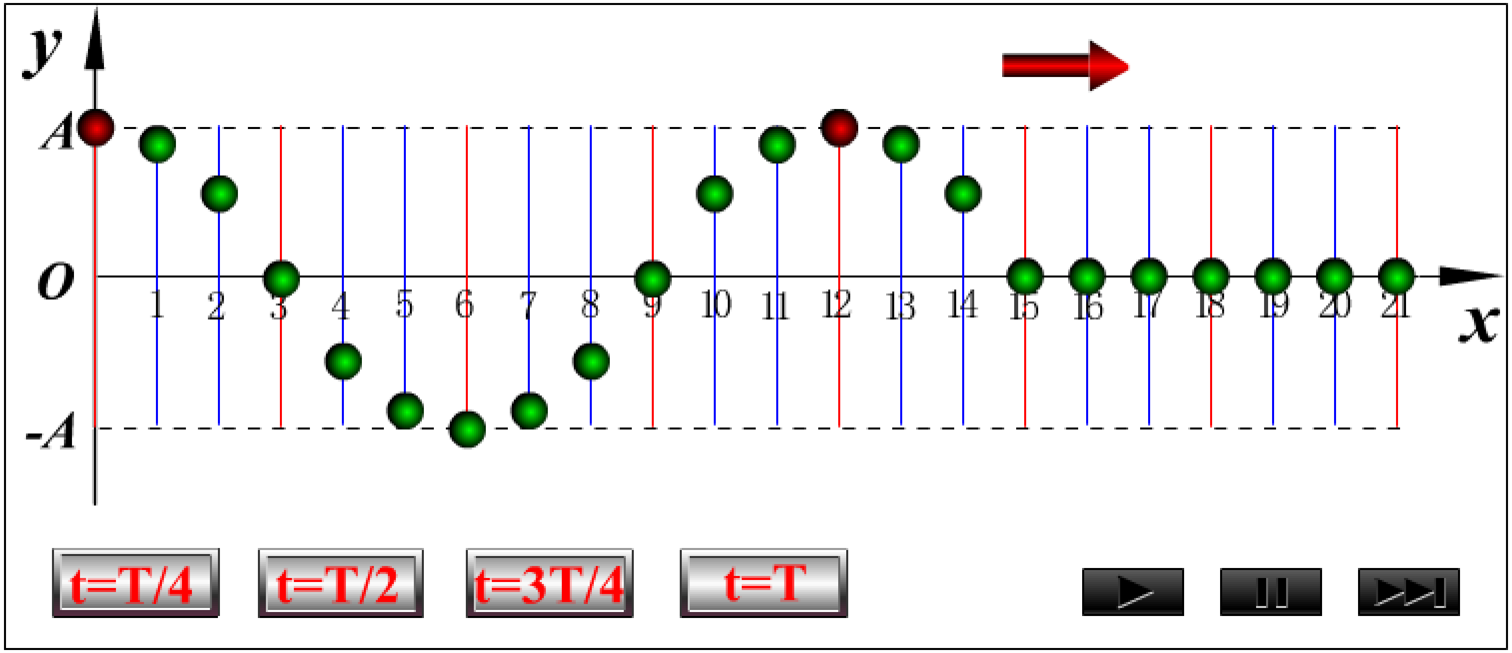
2 介质 能传播机械振动的媒质
（空气、水、钢铁等）

注意

波是运动状态的传播，介质的质点并不随波传播.

二 横波与纵波

1 横波

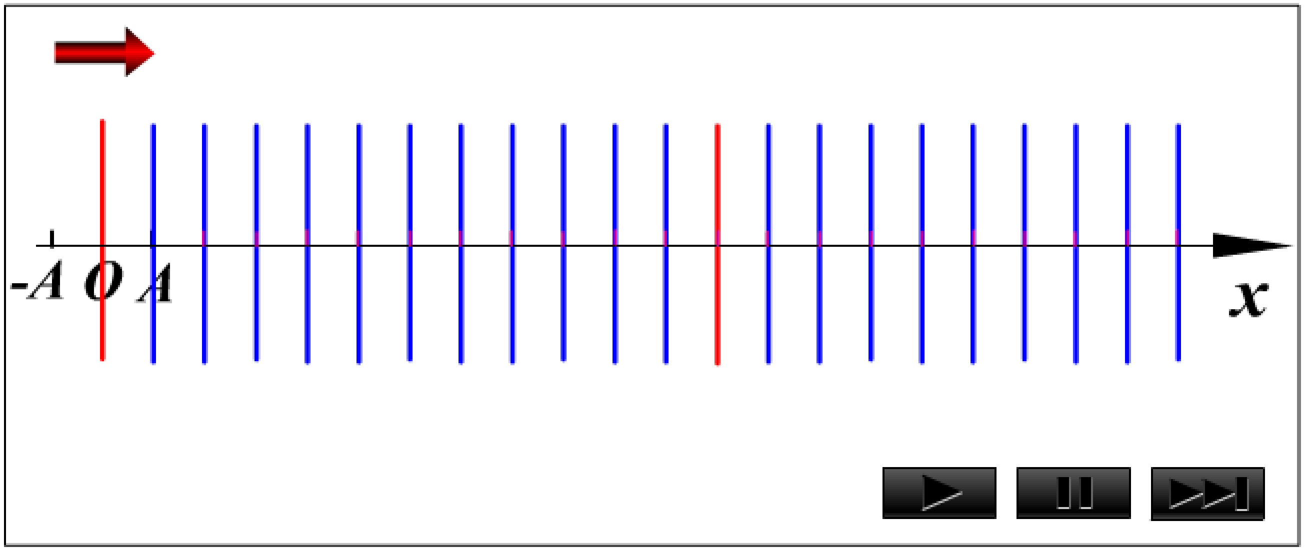

y
A
O
-A
x
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
t=T/4
t=T/2
t=3T/4
t=T

特点： 波传播方向上各点的振动方向与波传播方向垂直

2 纵波（又称疏密波）

例如：弹簧波、 声波

纵波



特点：质点的振动方向与波传播方向一致

3 复杂波

例如：地震波

特点：复杂波可分解为横波和纵波的合成

简谐波

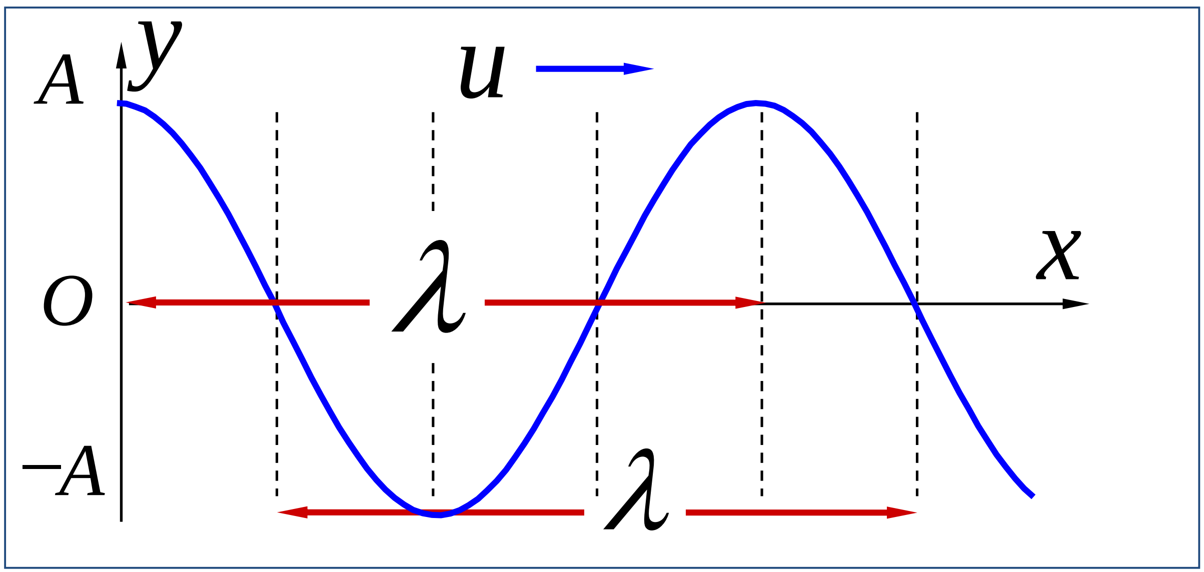
特点：波源及介质中各点均作简谐振动

（本章研究对象）

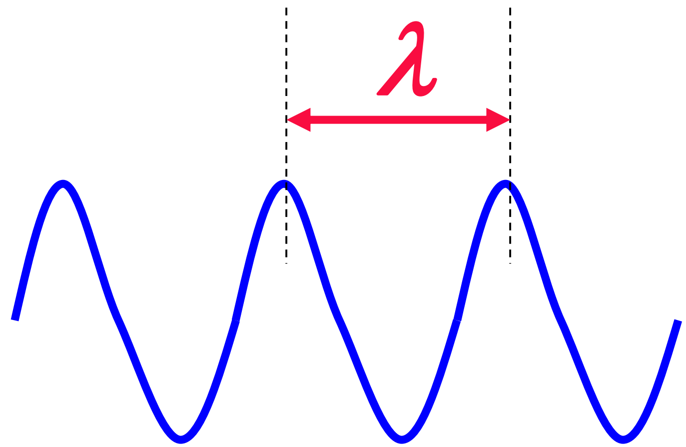
三　波长　波的周期和频率　波速

1　波长 λ

波传播方向上相邻两振动状态完全相同的质点间的距离（一完整波的长度）.



横波： 相邻 波峰——波峰　波谷——波谷



纵波： 相邻 波疏——波疏　波密——波密

2 周期 T

波传过一波长所需的时间，或一完整波通过波线上某点所需的时间.

$$T = \lambda / u$$

3 频率 ν

单位时间内波向前传播的完整波的数目.（1s内向前传播了几个波长）

4 波速 u

波在介质中传播的速度

例如，声波在空气中 $340\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

水　中 $1\,500\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

钢铁中 $5\,000\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

决定于介质的性质（弹性模量和密度）

四个物理量的联系

$$\nu = 1/T \qquad u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu \qquad \lambda = \frac{u}{\nu} = Tu$$

注意

周期或频率只决定于波源的振动

波速只决定于介质的性质

四 波线 波面 波前

1 波线

波的传播方向

2 波阵面

振动相位相同的点组成的面称为波阵面

任一时刻波源最初振动状态在各方向上传到的点的轨迹. 波前是最前面的波阵面

性质

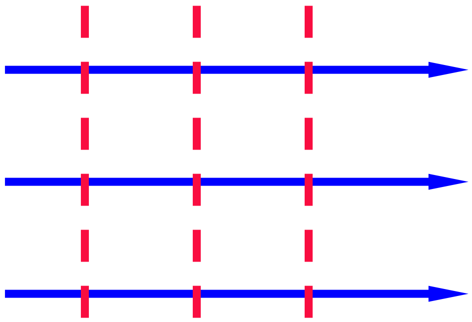
（1）同一波阵面上各点振动状态相同.

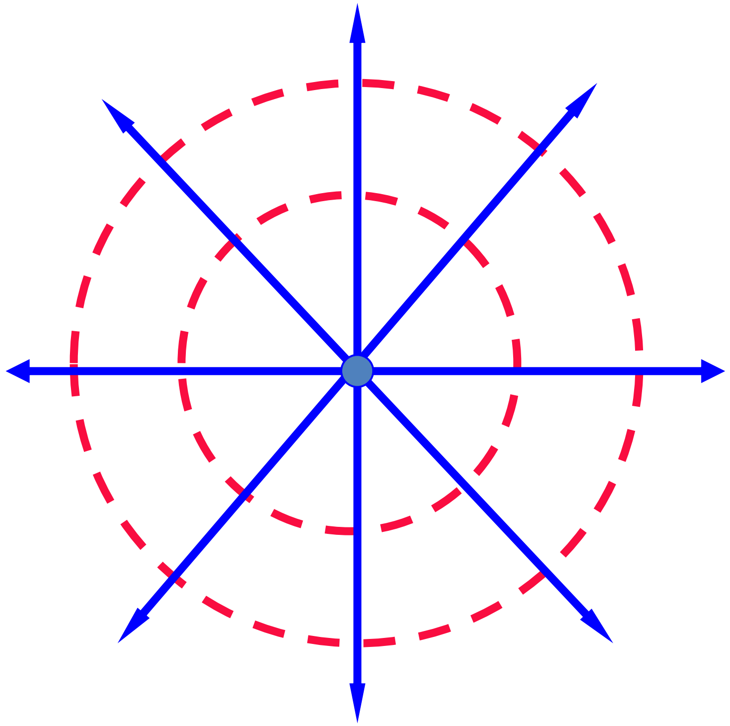
（2）波阵面的推进即为波的传播.

（3）各向同性介质中，波线垂直于波阵面.

分类（1）平面波

（2）球面波





波是振动状态的在空间的传播

1、经典实在波和量子概率波

2、线性波与非线性波　　孤波和孤子

3、　横波与纵波　　复杂波

4、　行波与驻波

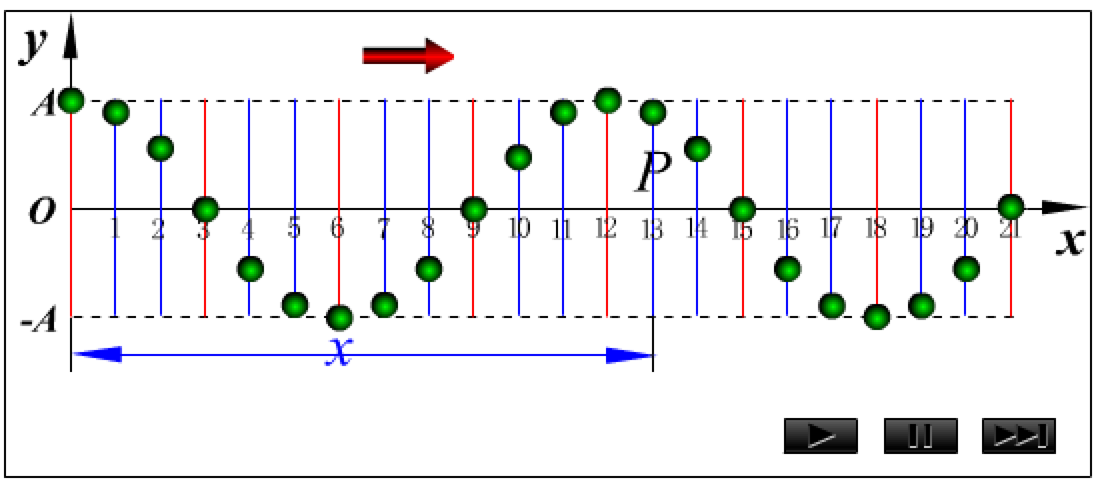
5、　球面波与平面波

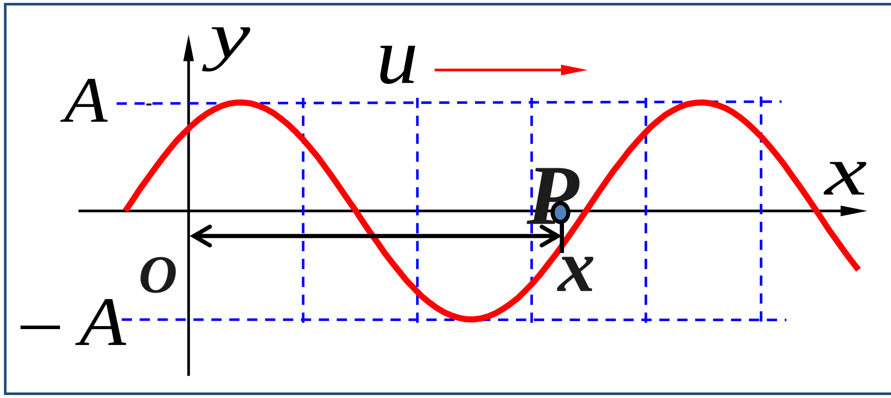
一　平面简谐波的波函数

设有一平面简谐波沿x轴正方向传播，波速为u，坐标原点O处质点的振动方程为

$$y_O = A\cos(\omega t + \varphi)$$

y_O表示质点O在t时刻离开平衡位置的距离.





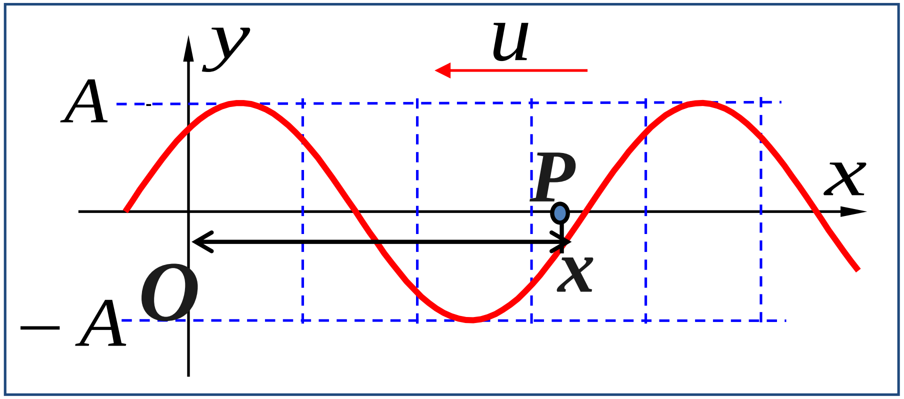
P点比O点的振动落后$\Delta t=\dfrac{x}{u}$，P 点在 t 时刻的位移是O点在$t-\Delta t$ 时刻的位移，由此得

$$y_P=y_O(t-\Delta t)=A\cos\left[\omega\left(t-\Delta t\right)+\varphi\right]$$

$$=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$$

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的波函数.

沿 $-x$ 轴方向传播的波函数



P 点振动比 O 点超前了 $\Delta t = \dfrac{x}{u}$

故 P 点的振动方程（波函数）为：

$$y = y_o(t+\Delta t) = A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$$

利用 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$ $\lambda=uT$ 和 $k=\frac{2\pi}{\lambda}$

可得波函数的几种不同形式：

$$y=A\cos\left[\omega\left(t\mp\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]$$

$$=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}\mp\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]$$

$$=A\cos(\omega t\mp kx+\varphi)$$

从实质上看：波动是振动（相位）的传播.

$$\Phi(t,x)=\omega t\mp kx+\varphi$$

$$\varphi(x)=\Phi(0,x)=\mp kx+\varphi$$

$$\varphi=\varphi(x=0)=\Phi(t=0,x=0)$$

$$y=A\cos(\omega t\mp kx+\varphi)$$

$$y=A\cos[\omega(t-t_0)\mp k(x-x_0)+\Phi(t_0,x_0)]$$

波函数

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

质点的振动速度，加速度

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A\sin[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

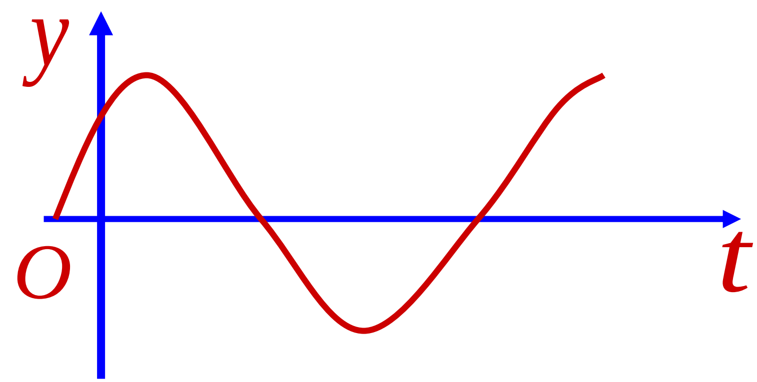
二 波函数的物理含义

1 x一定，t变化

$$y = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right)$$

令 $\varphi' = -\dfrac{2\pi}{\lambda}x + \varphi$

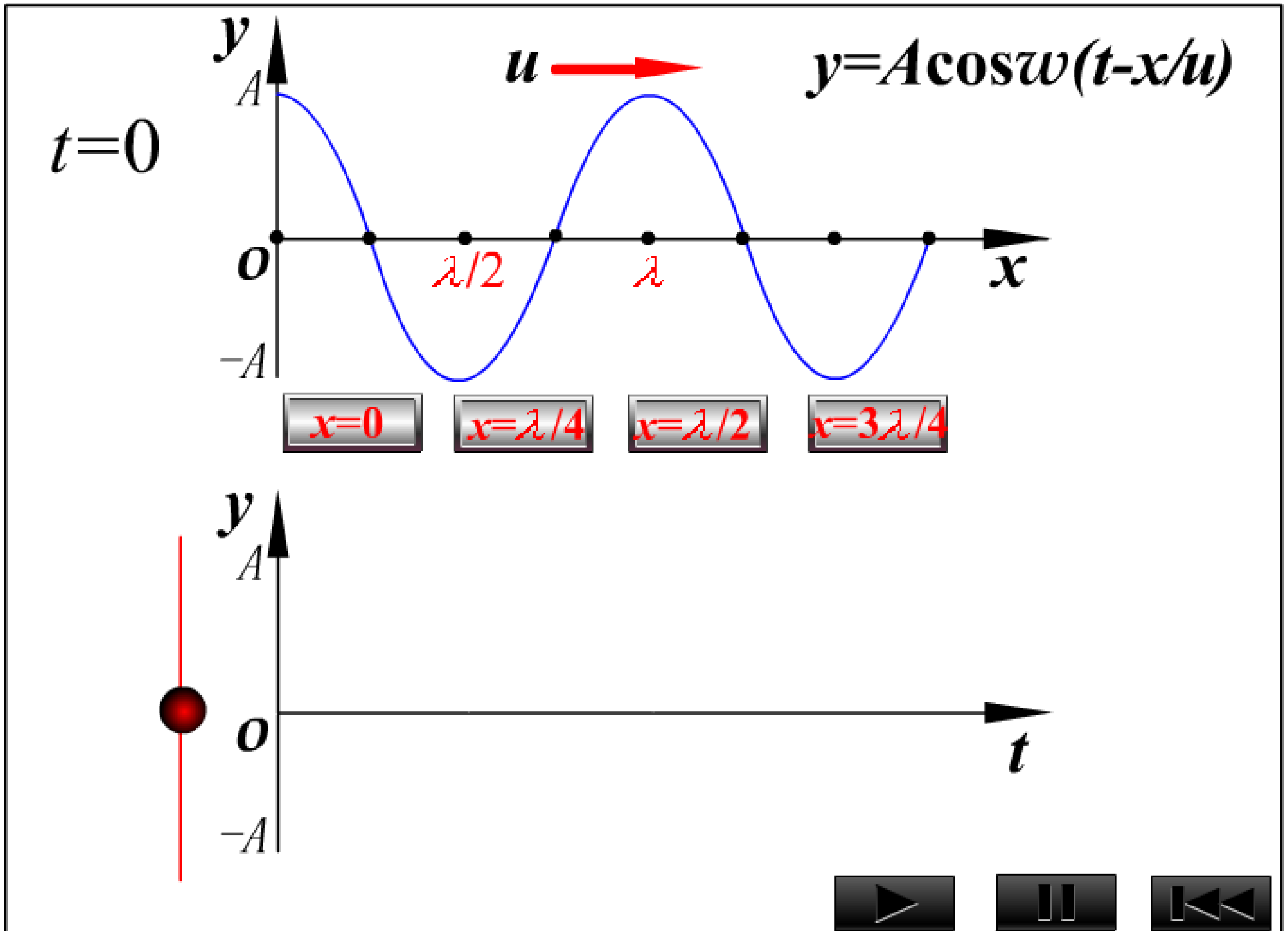
则 $y = A\cos(\omega t + \varphi')$



表示x点处质点的振动方程（y—t的关系）

$y(x,t) = y(x,t+T)$（波具有时间的周期性）

波线上各点的简谐运动图

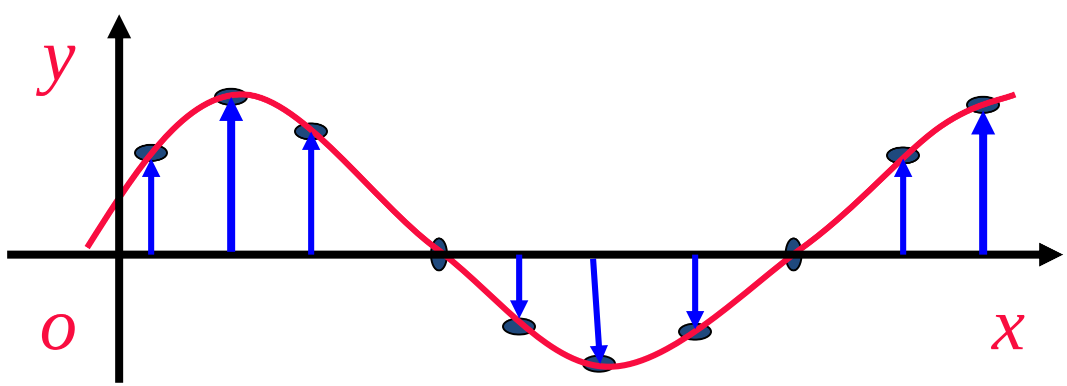


2 t一定 x变化 $y = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right)$

令 $\varphi'' = \omega t + \varphi = C$（定值）

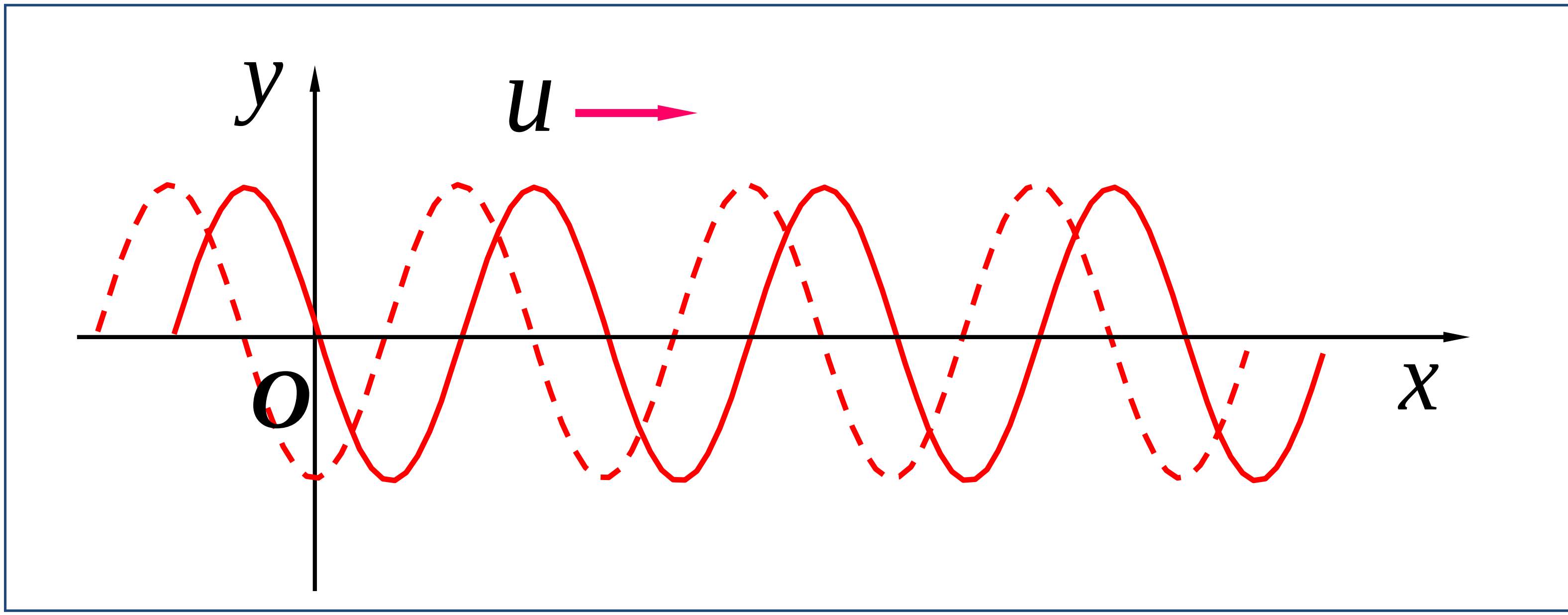
则 $y = A\cos\left[-\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi''\right]$

该方程表示t时刻波传播方向上各质点的位移,即t时刻的波形（y—x的关系）



3 x、t都变

方程表示在不同时刻各质点的位移，即不同时刻的波形，体现了波的传播.



从实质上看：波动是振动的传播.

从形式上看：波动是波形的传播.

例1 一平面简谐波沿 Ox 轴正方向传播，已知振幅 $A=1.0\ \mathrm{m}$，$T=2.0\ \mathrm{s}$，$\lambda=2.0\ \mathrm{m}$. 在 $t=0$ 时坐标原点处的质点在平衡位置沿 Oy 轴正向运动．求：**(1)** 波动方程；**(2)** $t=1.0\ \mathrm{s}$ 波形图；**(3)** $x=0.5\ \mathrm{m}$ 处质点的振动规律并作图.

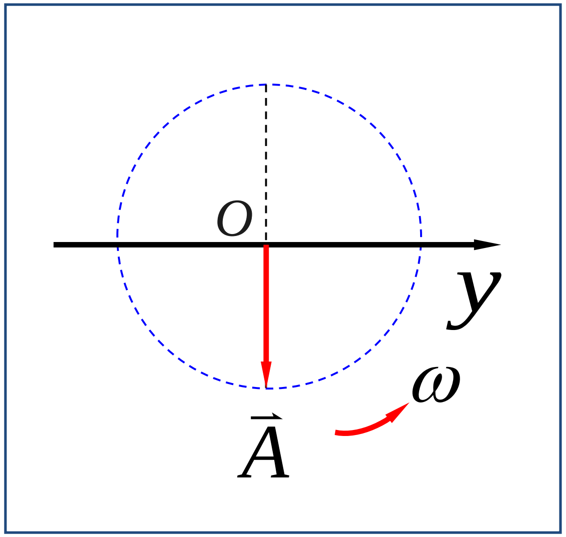
解 **(1)** 写出波动方程的标准式

$$y=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi]$$

$$y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \boxed{\varphi}]$$

$$t = 0 \quad x = 0$$

$$y = 0, v = \frac{\partial y}{\partial t} > 0 \quad \boxed{\varphi = -\frac{\pi}{2}}$$



$$y = \cos[2\pi(\frac{t}{2.0} - \frac{x}{2.0}) - \frac{\pi}{2}]\,(\mathrm{m})$$

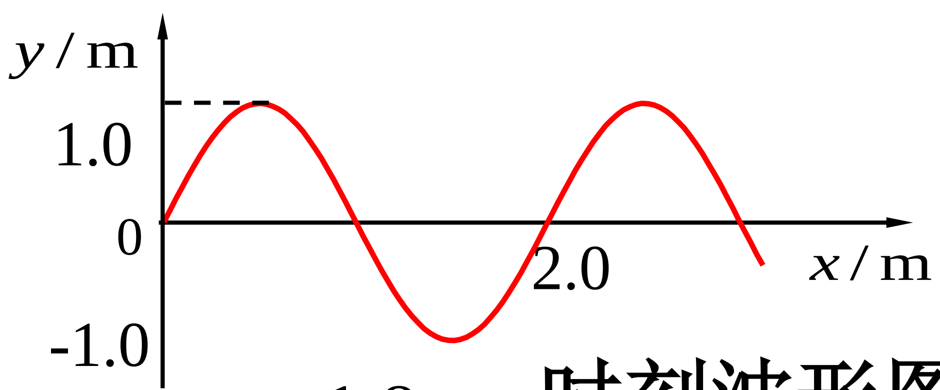
(2) 求 $t=1.0\text{s}$ 波形图

$$y=1.0\cos[2\pi(\frac{t}{2.0}-\frac{x}{2.0})-\frac{\pi}{2}]$$

$$y=1.0\cos[\frac{\pi}{2}-\pi x]$$

$$=\sin\pi x\ \ (\text{m})$$

$t=1.0\ \text{s}$ 波形方程



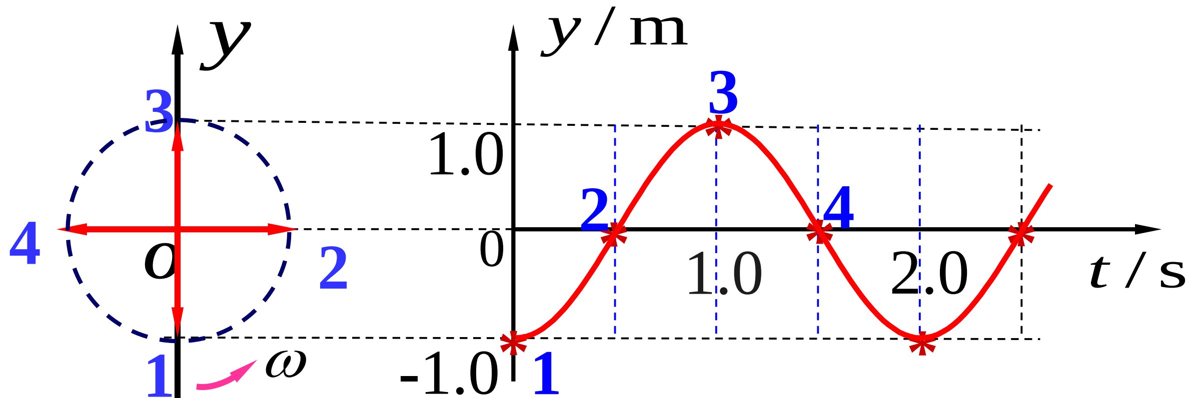
$t=1.0\ \text{s}$ 时刻波形图

(3) $x=0.5\text{m}$ 处质点的振动规律并作图

$$y=1.0\cos[2\pi(\frac{t}{2.0}-\frac{x}{2.0})-\frac{\pi}{2}]$$

$x=0.5\text{m}$ 处质点的振动方程

$$y=\cos[\pi t-\pi]\ (\text{m})$$



$x=0.5\,\text{m}$ 处质点的振动曲线

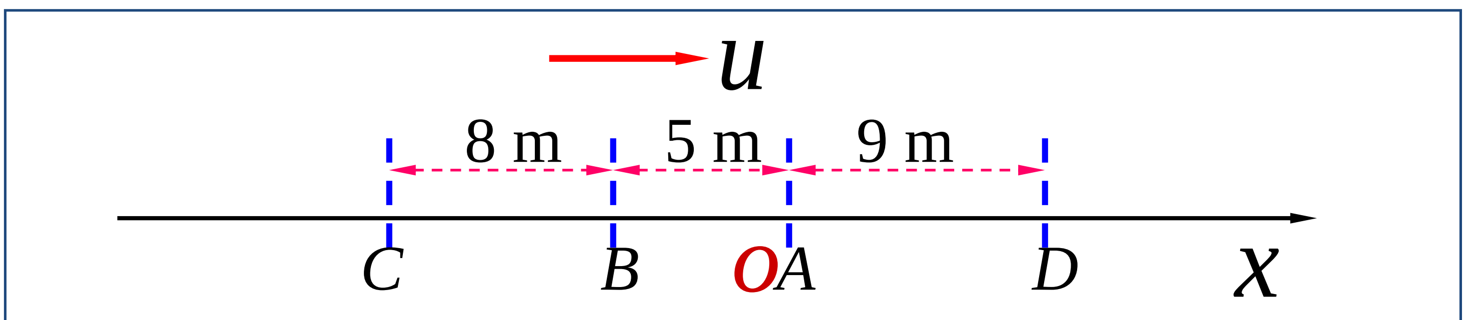
例2 一平面简谐波以速度 $u = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 沿直线传播，波线上点 A 的简谐运动方 程 $y_A = 3\times10^{-2}\cos(4\pi t)$; ($y$, t单位分别为m，s).

求:(1) 以 A 为坐标原点，写出波动方程;

(2) 以 B 为坐标原点，写出波动方程;

(3) 求传播方向上点C、D 的简谐运动方程;

(4) 分别求出 BC ，CD 两点间的相位差.



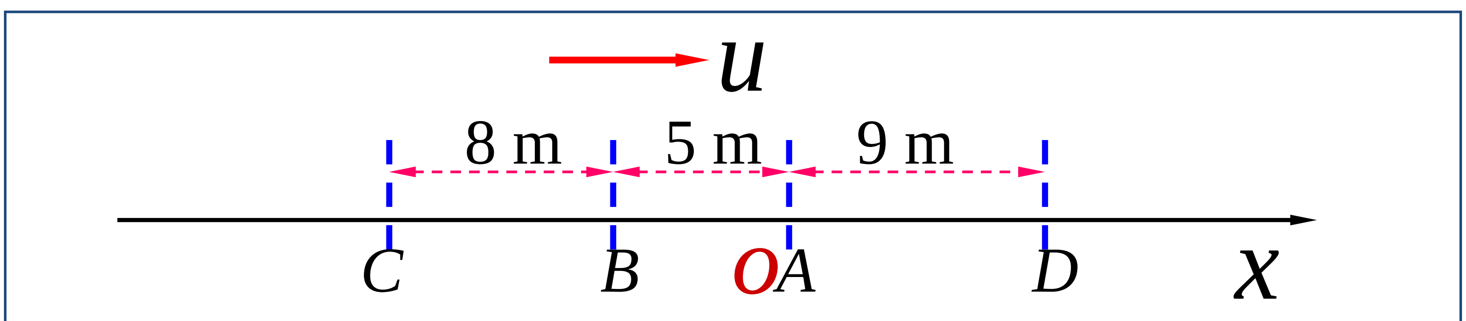
(1) 以 A 为坐标原点，写出波动方程

$$A=3\times10^{-2}\ \mathrm{m}\quad T=0.5\ \mathrm{s}\quad \varphi=0$$

$$\lambda=uT=10\ \mathrm{m}$$

$$y=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi]$$

$$y=3\times10^{-2}\cos2\pi(\frac{t}{0.5}-\frac{x}{10})\ (\mathrm{m})$$



（2）以 B 为坐标原点，写出波动方程

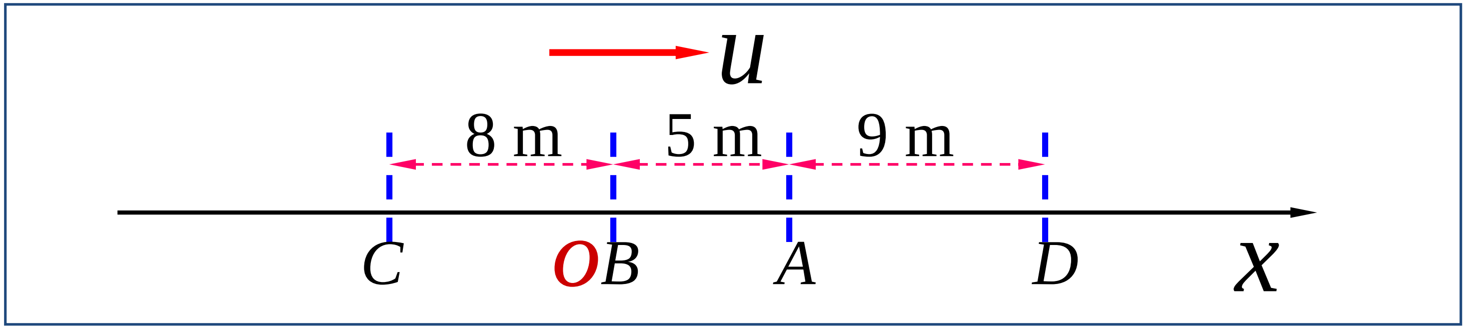
$$y_A = 3\times10^{-2}\cos(4\pi t)$$

$$\varphi_B - \varphi_A = -2\pi\frac{x_B - x_A}{\lambda} = -2\pi\frac{-5}{10} = \pi$$

$$\varphi_B = \pi$$

$$y_B = 3\times10^{-2}\cos(4\pi t + \pi)$$

$$y = 3\times10^{-2}\cos[2\pi(\frac{t}{0.5} - \frac{x}{10}) + \pi]\ (\mathrm{m})$$

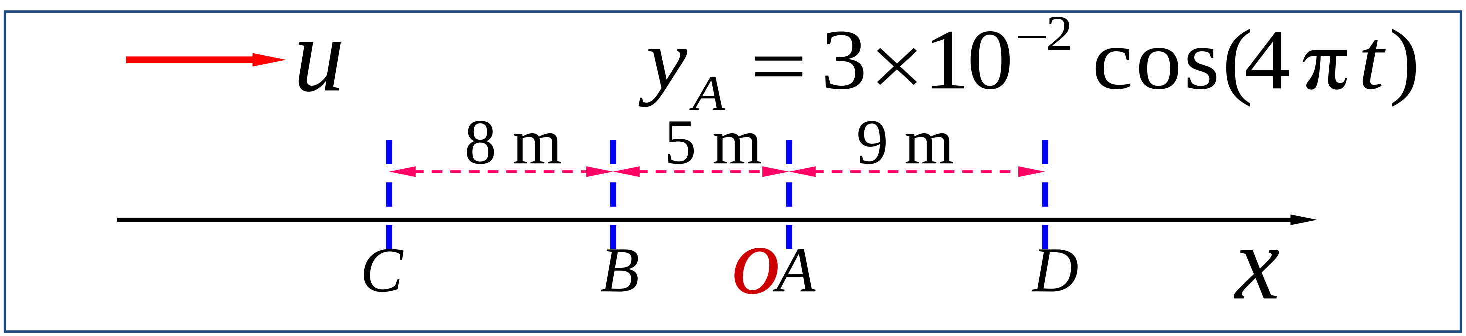


(3) 写出传播方向上点C、D的运动方程

点C 的相位比点A 超前

$$y_C = 3\times10^{-2}\cos(4\pi t + 2\pi\frac{AC}{\lambda})$$

$$= 3\times10^{-2}\cos(4\pi t + \frac{13}{5}\pi)\ (\mathrm{m})$$



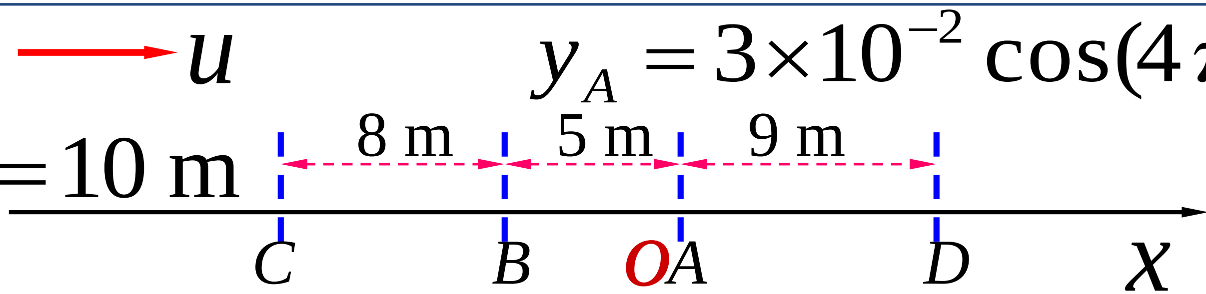
点 D 的相位落后于点 A

$$y_D = 3\times10^{-2}\cos(4\pi t - 2\pi\frac{AD}{\lambda})$$

$$= 3\times10^{-2}\cos(4\pi t - \frac{9}{5}\pi)\ (\mathrm{m})$$

$$y_A = 3\times10^{-2}\cos(4\pi t)$$

$$\lambda = 10\ \mathrm{m}$$

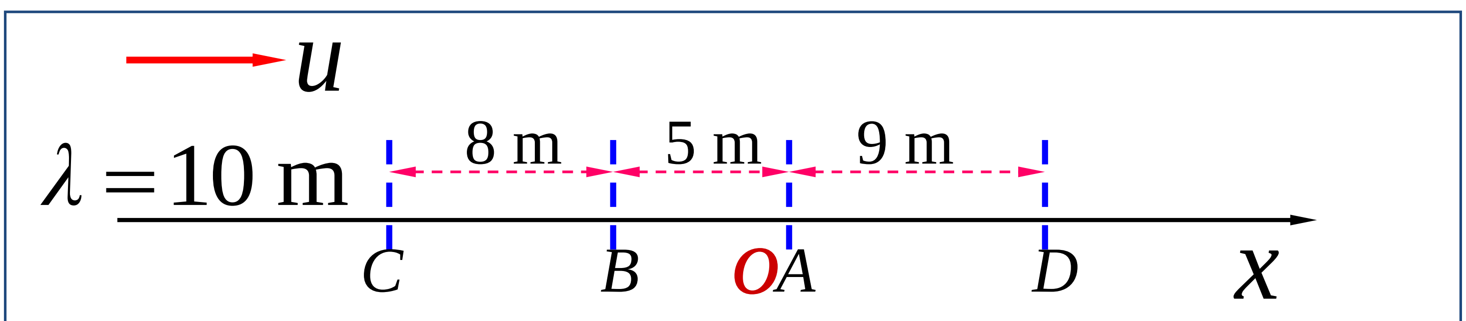


(4) 分别求出 BC，CD 两点间的相位差

$$y_A = (3\times10^{-2}\,\mathrm{m})\cos(4\pi\,\mathrm{s}^{-1})t$$

$$\varphi_B - \varphi_C = -2\pi\,\frac{x_B - x_C}{\lambda} = -2\pi\,\frac{8}{10} = -1.6\pi$$

$$\varphi_C - \varphi_D = -2\pi\,\frac{x_C - x_D}{\lambda} = -2\pi\,\frac{-22}{10} = 4.4\pi$$



例3 、已知平面简谐波的某一图形，写出波函数

设图示为平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，求该波的波动方程。已知波沿 ox 轴正方向传播，且 $u=4.0m\cdot s^{-1}$

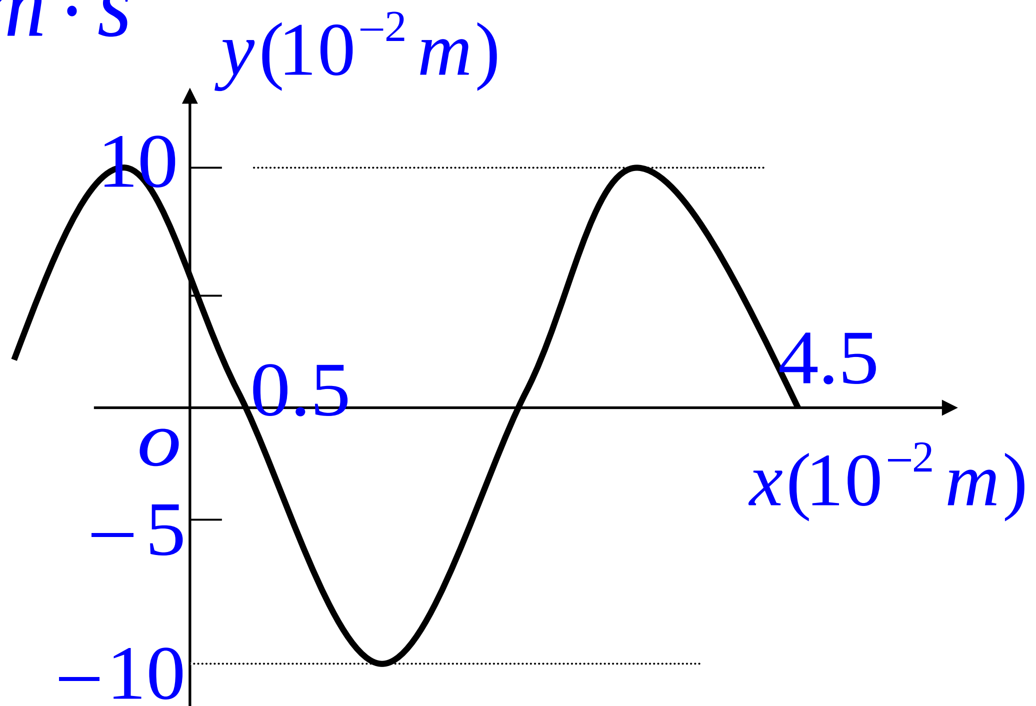
解：由图上直接读出

$$A=0.10m$$

$$\lambda=0.04m$$

所以

$$T=\frac{\lambda}{u}=0.01s$$

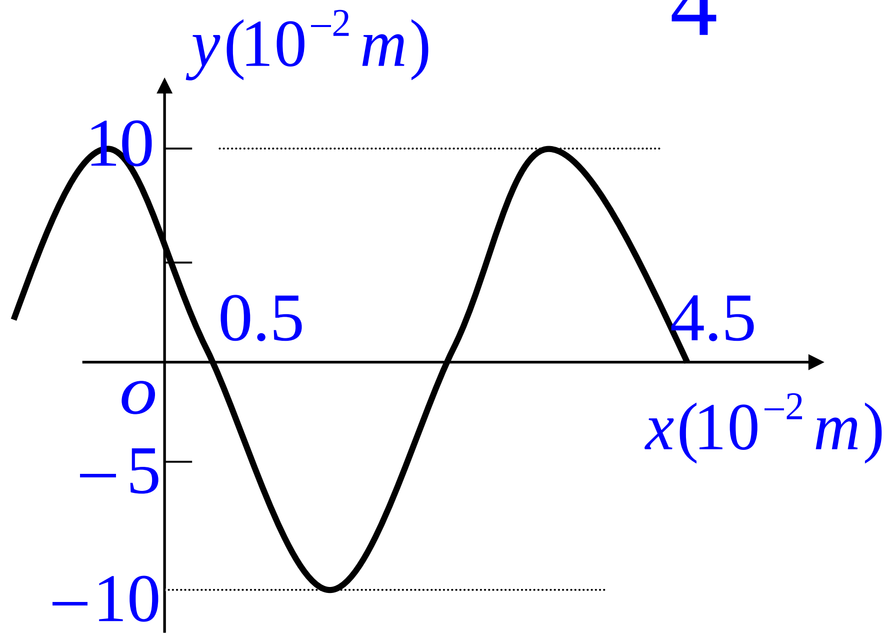


由**x=0.5**振动状态可得 $\varphi(x=0.5)=-\dfrac{\pi}{2}$

$$\varphi(x)=-kx+\varphi \qquad \varphi=\varphi(x)+kx=-\frac{\pi}{4}$$

得坐标原点处的振动方程

$$y=0.1\cos(\omega t-\frac{\pi}{4})$$



波动方程

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})-\frac{\pi}{4}]$$

$$=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})-\frac{\pi}{4}]=A\cos[2\pi(\frac{t}{0.01}-\frac{x}{0.04})-\frac{\pi}{4}]$$