

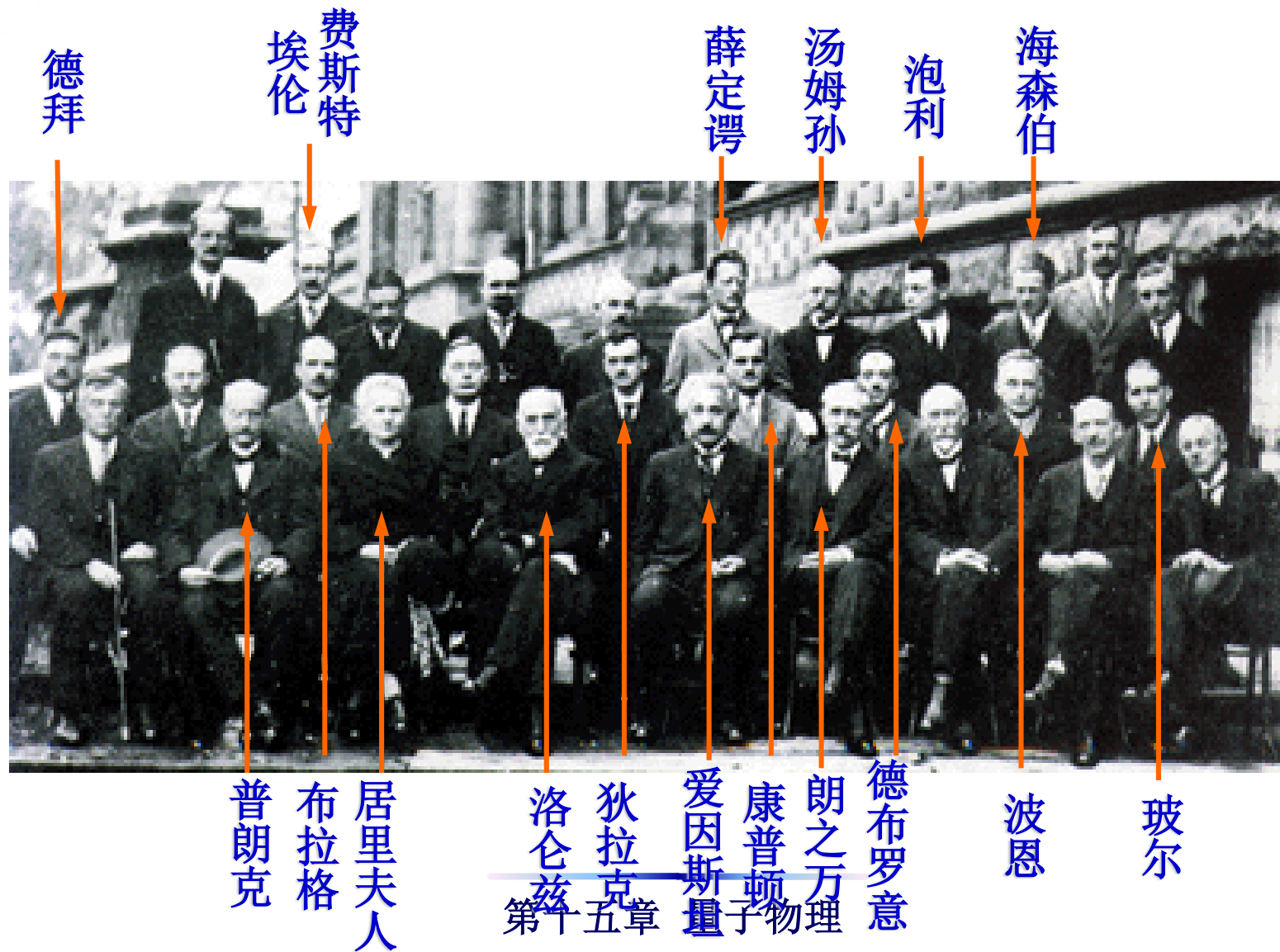


量子概念是 1900 年普朗克首先提出，距今已有 100 多年的历史。其间，经过爱因斯坦、玻尔、德布罗意、玻恩、海森伯、薛定谔、狄拉克等许多物理大师的创新努力，到 20 世纪 30 年代，就建立了一套完整的量子力学理论。



15-1 黑体辐射 普朗克能量量子假设

1927年10月在布鲁塞尔召开了**第五次索尔维会议**





光的波粒二象性

(1) 波动性：光的干涉和衍射

(2) 粒子性： $E = h\nu$ （光电效应等）

◆ 相对论能量和动量关系

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c} = \frac{\vec{p}c}{E}$$

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2$$



◆ 光子

$$v = c \quad E = pc \quad m_0 = 0$$

$$E = h\nu \quad p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

描述光的
粒子性

$$\left\{ \begin{array}{l} E = h\nu \\ p = \frac{h}{\lambda} \end{array} \right.$$

描述光的
波动性



一 黑体 黑体辐射

1 热辐射的基本概念

(1) 单色辐射出射度 单位时间内从物体单位表面积发出的频率在 ν 附近单位频率区间内的电磁波的能量.

$$M_{\nu}(T) \quad \text{单位: } \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$$

$$M_{\lambda}(T) \quad \text{单位: } \text{W} \cdot \text{m}^{-3}$$



(2) 辐射出射度

单位时间，单位面积上所辐射出的各种频率（或各种波长）的电磁波的能量总和。

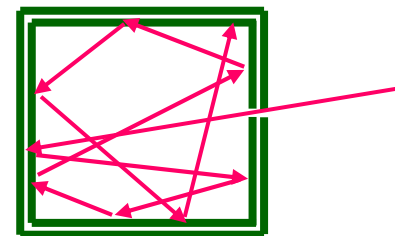
$$M(T) = \int_0^{\infty} M_{\nu}(T) d\nu$$

$$M(T) = \int_0^{\infty} M_{\lambda}(T) d\lambda$$

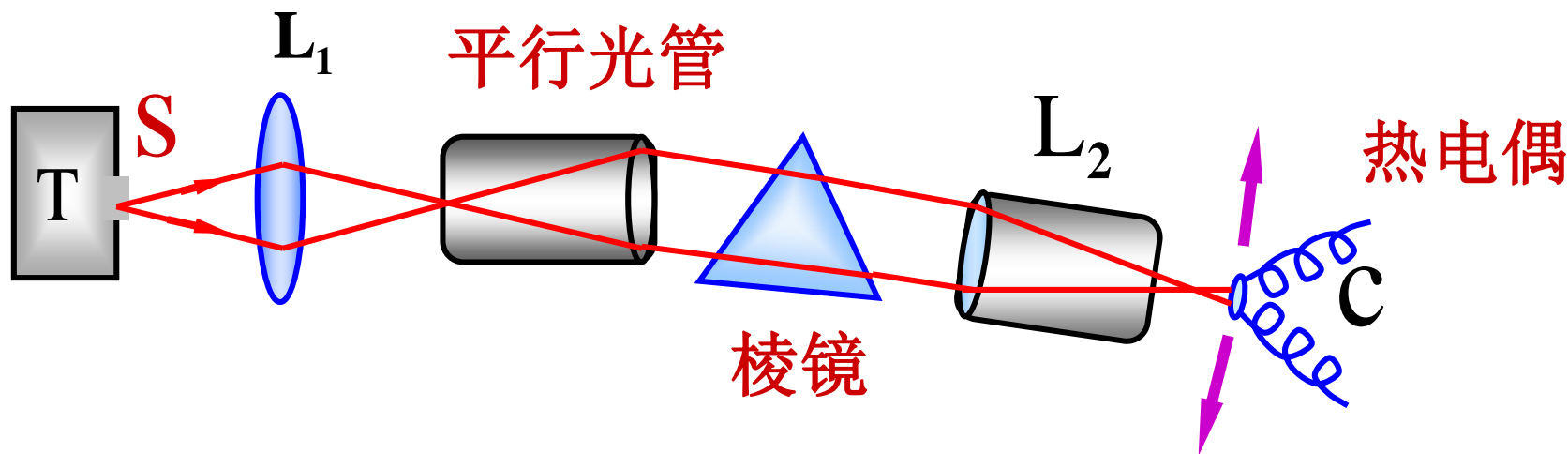


2 黑体

{ 吸收一切外来电磁辐射
空腔小孔口的表面



黑体是理想模型





二 黑体辐射的实验规律

1 斯特藩 - 玻耳兹曼定律

总辐出度

$$M(T) = \int_0^{\infty} M_{\lambda}(T) d\lambda = \sigma T^4$$

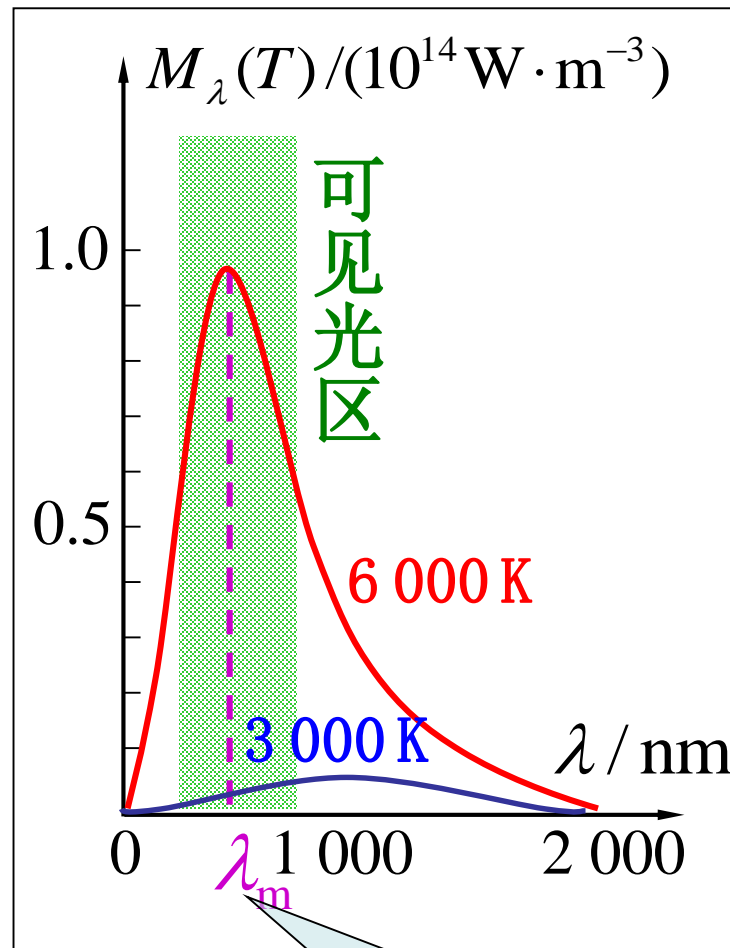
斯特藩 - 玻耳兹曼常数

$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

2 维恩位移定律

$$\lambda_m T = b$$

$$\text{常量 } b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$



峰值波长



例1 (1) 温度为 20°C 的黑体, 其单色辐射度的峰值所对应的波长是多少? (2) 太阳的单色辐射度的峰值波长 $\lambda_{\text{m}} = 483 \text{ nm}$, 试由此估算太阳表面的温度. (3) 以上两辐射度之比是多少?

解 (1) 由维恩位移定律

$$\lambda_{\text{m}} = \frac{b}{T_1} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{293} \text{ nm} = 9890 \text{ nm}$$



(2) 由维恩位移定律

$$T_2 = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{483 \times 10^{-9}} \text{ K} \approx 6000 \text{ K}$$

(3) 由斯特藩 - 玻耳兹曼定律

$$M(T_2)/M(T_1) = (T_2/T_1)^4 = 1.76 \times 10^5$$



普朗克 (1858 — 1947)

德国理论物理学家，量子论的奠基人。1900年12月14日他在德国物理学会上，宣读了以《关于正常光谱中能量分布定律的理论》为题的论文，提出了能量的量子化假设。劳厄称这一天是“量子论的誕生日”。



量子论和相对论构成了近代物理学的基础。

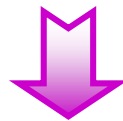


四 普朗克假设 普朗克黑体辐射公式

1 普朗克黑体辐射公式

$$M_{\nu}(T)d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

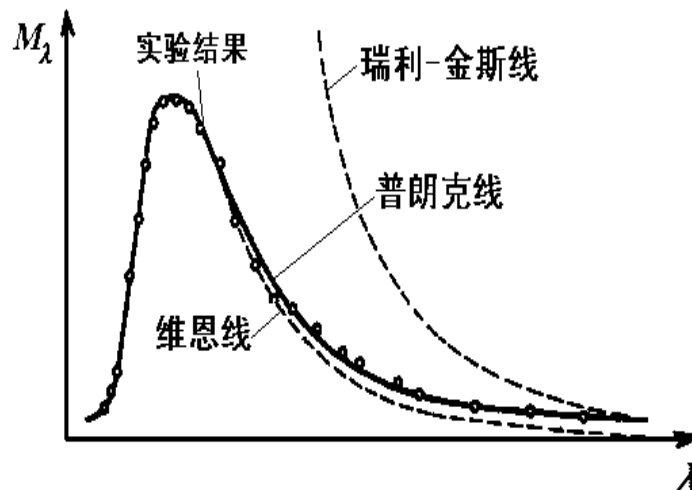
紫外灾难



能量均分定理失败

普朗克常数

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$





2 普朗克量子假设

黑体中的分子、原子的振动可看作谐振子，这些谐振子的能量状态是分立的，相应的能量是某一最小能量的整数倍，即 ε ， 2ε ， 3ε ， $\dots n\varepsilon$ ， ε 称为能量量子， n 为量子数。

$$\varepsilon = nh\nu \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

普朗克量子假设是量子力学的里程碑。



例2 设一音叉尖端质量为 0.050 kg ，将其频率调到 $\nu = 480 \text{ Hz}$ ，振幅 $A = 1.0 \text{ mm}$ 。

求 (1) 尖端振动的量子数；

(2) 当量子数由 n 增加到 $n+1$ 时，振幅的变化是多少？

解 (1) $E = \frac{1}{2} m (2\pi\nu)^2 A^2 = nh\nu \quad n = 7.13 \times 10^{29}$

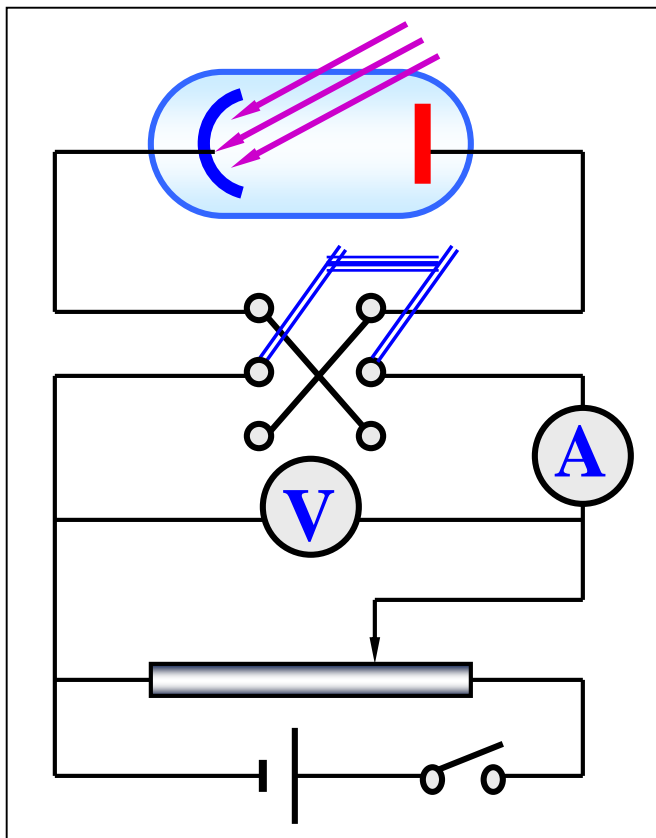
基元能量 $h\nu = 3.18 \times 10^{-31} \text{ J}$ **能量准连续**

$$(2) \quad 2A dA = \frac{h}{2\pi^2 m \nu} dn \quad \Delta A = \frac{\Delta n}{n} \frac{A}{2}$$
$$\Delta n = 1 \quad \Delta A = 7.01 \times 10^{-34} \text{ m}$$

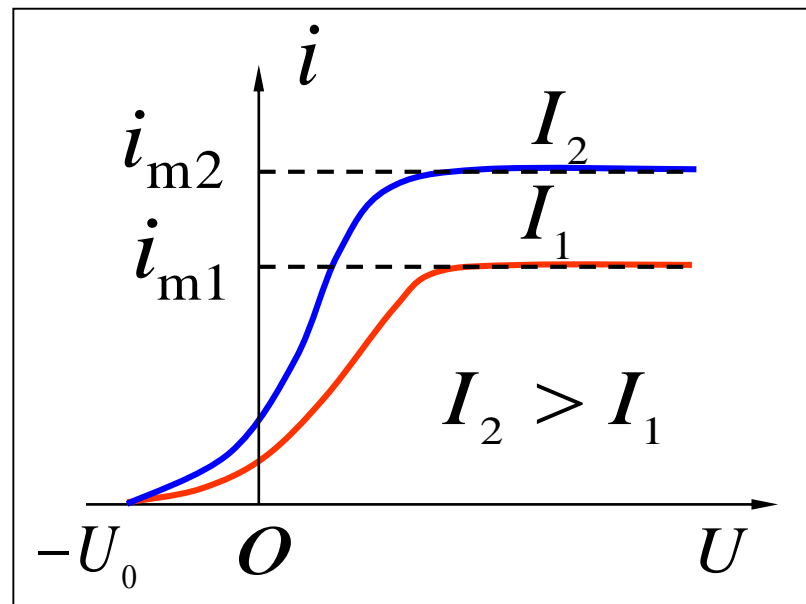


一 光电效应实验规律

1 实验装置及现象



2 实验规律





二 光子 爱因斯坦方程

1 “光量子”假设

光束可看成是由光子组成的粒子流，单个光子的能量为 $\varepsilon = h\nu$ ；对给定频率的光束来说，光子的数目越多，光的强度越大。

2 爱因斯坦光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$$

逸出功与材料有关



几种金属逸出功的近似值 (eV)

钠	铝	锌	铜	银	铂
2.46	4.08	4.31	4.70	4.73	6.35

理论解释:

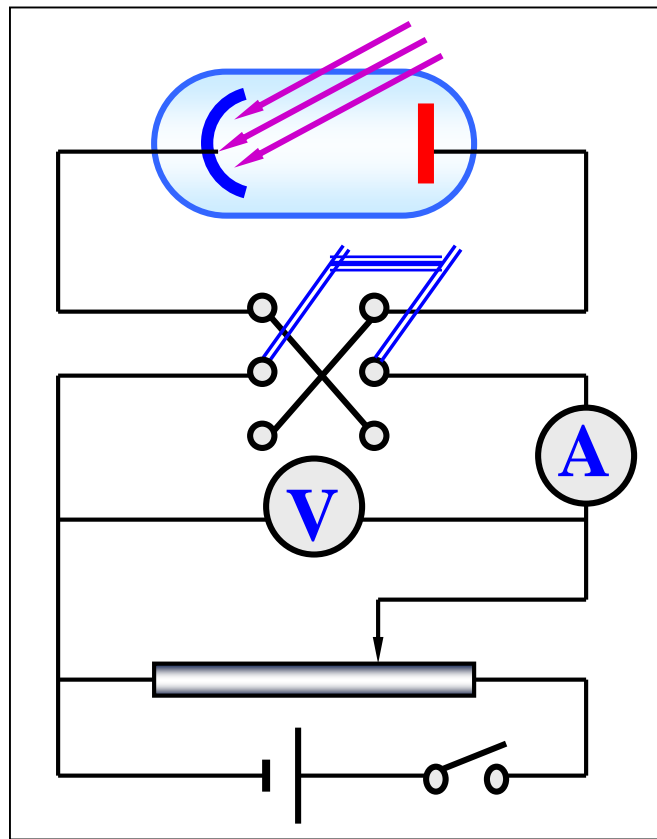
◆ 光强越大, 光子数越多, 单位时间内产生光电子数目越多, 光电流越大. ($\nu > \nu_0$ 时)



◆ 遏止电势差

外加**反向**的遏止电势差 U_0 恰能阻碍光电子到达阳极, 即

$$eU_0 = \frac{1}{2}mv^2$$





◆ **频率限制:** 只有 $\nu \geq \nu_0$ 时才会发生

$$W = h\nu_0 \quad \nu_0 = W/h \text{ (截止频率)}$$

◆ **瞬时性:** 光子射至金属表面, 一个光子的能量 $h\nu$ 将一次性被一个电子吸收, 若 $\nu > \nu_0$, 电子立即逸出, 无需时间积累.

爱因斯坦的光子理论圆满地解释了光电效应现象.



3 普朗克常数的测定

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$$

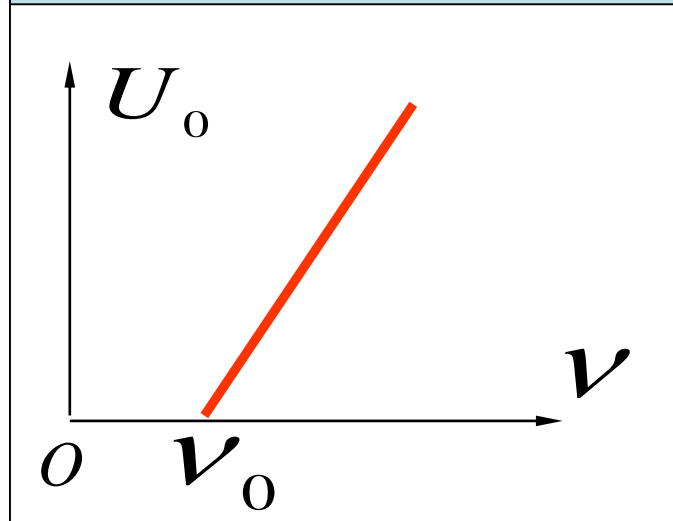
$$h\nu = eU_0 + W$$

$$U_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$$

$$\Delta U_0 / \Delta \nu = h/e$$

$$h = \frac{\Delta U_0}{\Delta \nu} e$$

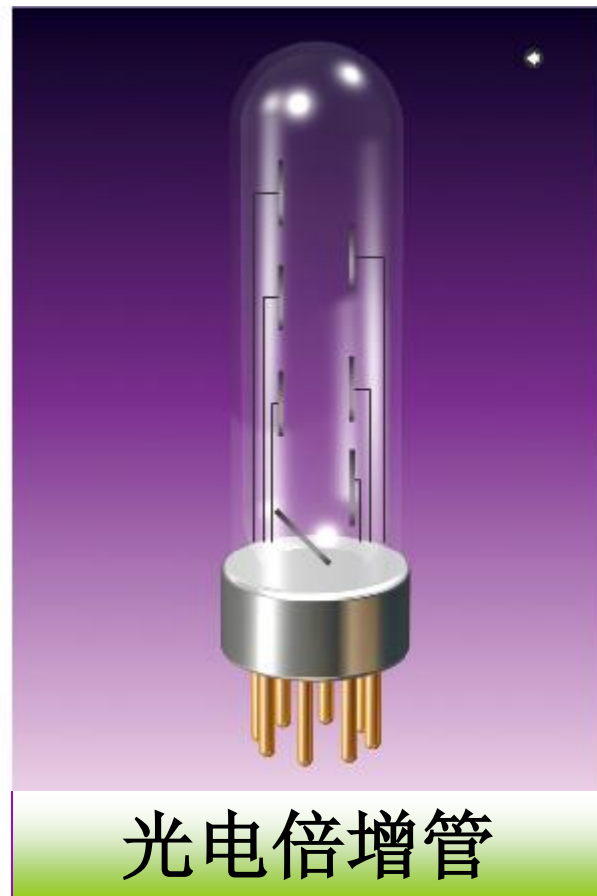
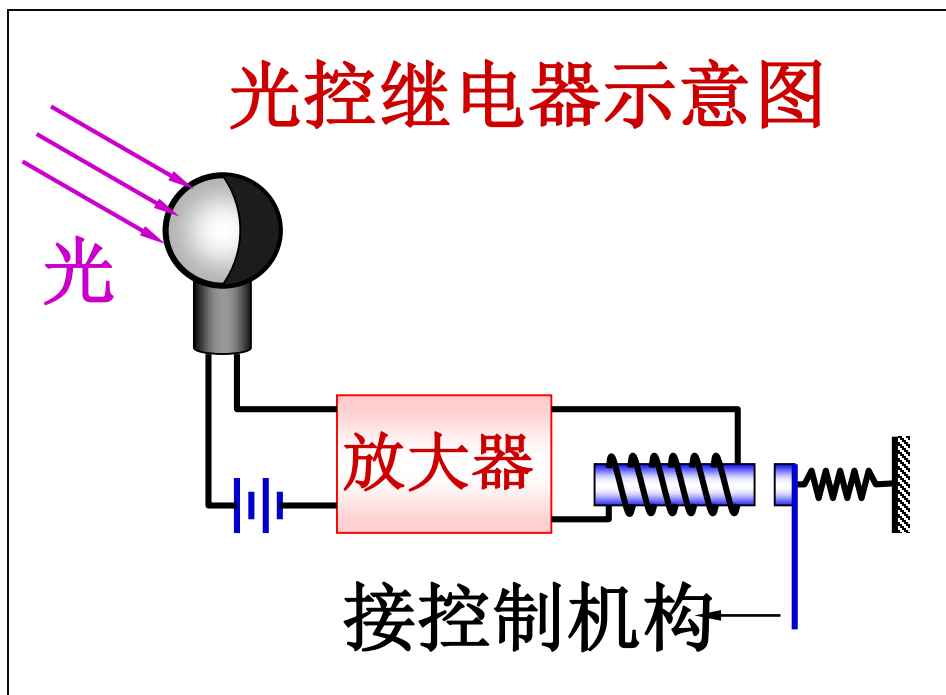
遏止电势差和入射光频率的关系





三 光电效应在近代技术中的应用

光控继电器、自动控制、
自动计数、自动报警等.





例1 一半径为 $1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的薄圆片，距光源 1.0 m . 光源的功率为 1 W ，发射波长 589 nm 的单色光 . 假定光源向各个方向发射的能量是相同的，试计算在单位时间内落在薄圆片上的光子数 .

解
$$S = \pi \times (1.0 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = \pi \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$E = P \frac{S}{4\pi r^2} = 2.5 \times 10^{-7} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$$



15-2 光电效应 光的波粒二象性

$$E = P \frac{S}{4\pi r^2} = 2.5 \times 10^{-7} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$N = \frac{E}{h\nu} = \frac{E\lambda}{hc} = 7.4 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$$



例2. 用波长 $\lambda = 410 \text{ nm}$ 的单色光照射某金属表面，若产生的光电子的最大动能 $E_k = 1.00 \text{ eV}$ ，试求能使该金属发生光电效应的入射光的最大波长是多少？

解： $h\nu = E_{k,\max} + W$

$$W = \frac{hc}{\lambda} - E_{k,\max}$$

$$= \frac{1240}{410} - 1.00 = 2.024 \text{ eV}$$

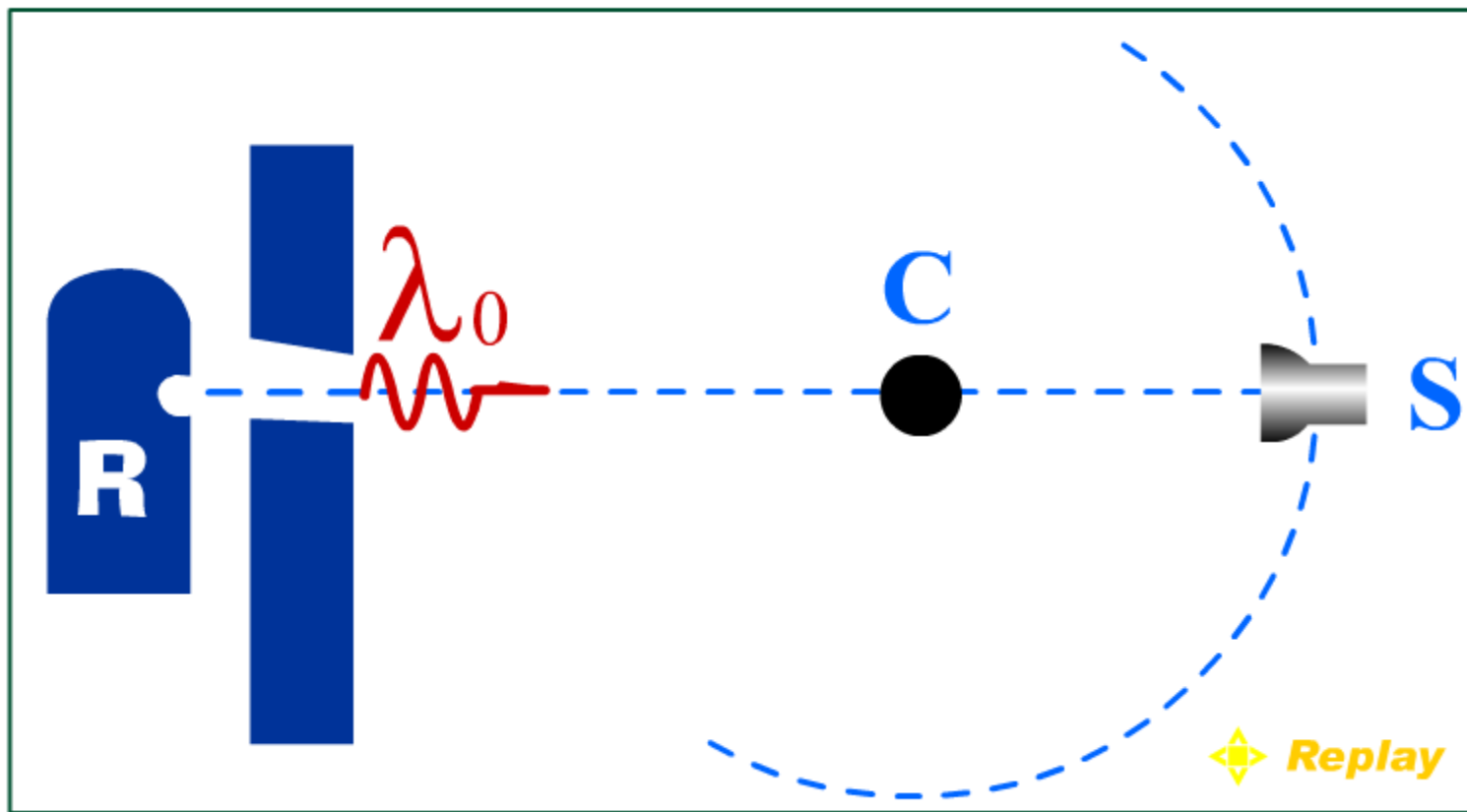
$$\lambda_0 = \frac{hc}{W} = \frac{1240}{2.024} = 612.6 \text{ nm}$$



1920年，美国物理学家康普顿在观察X 射线被物质散射时，发现**散射线**中含有**波长**发生了**变化**的成分——散射束中除了有与入射束波长 λ_0 相同的射线，还有波长 $\lambda > \lambda_0$ 的射线。



一 实验装置



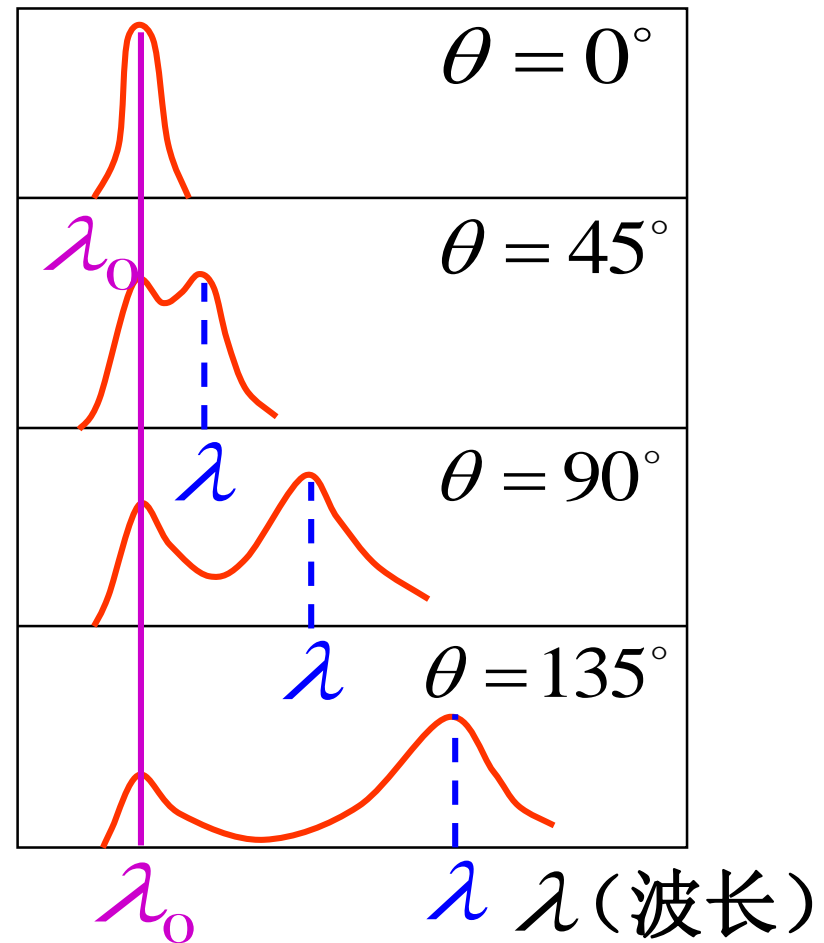


二 实验结果

1 波长的偏移
($\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$) 与
散射角有关.

2 $\Delta\lambda$ 与散射
物体无关.

I (相对强度)





三 经典理论的困难

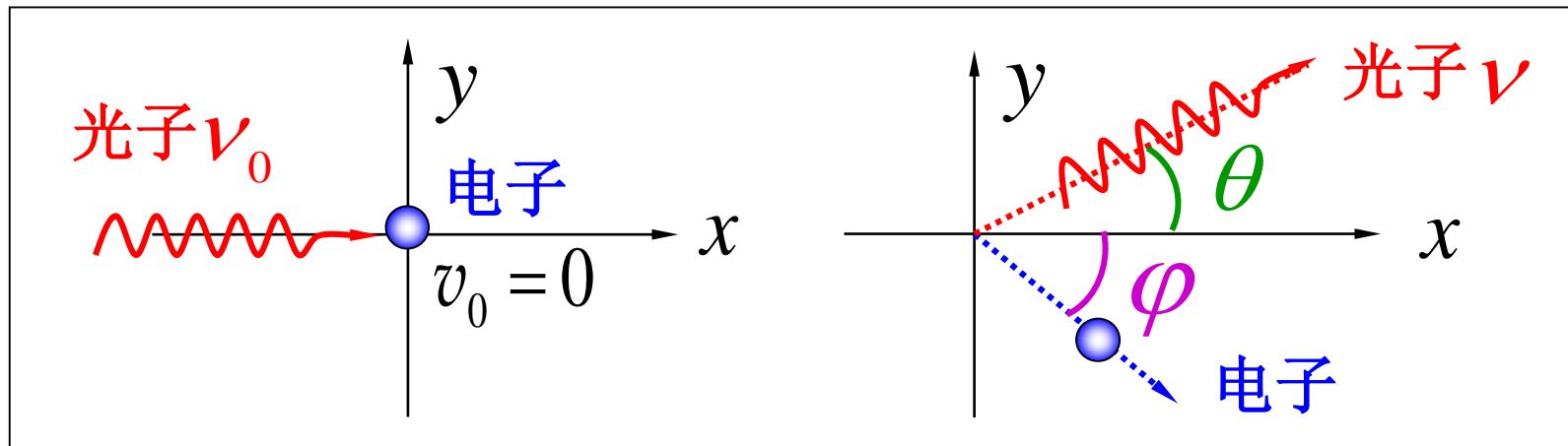
按**经典**电磁理论，带电粒子受到入射电磁波的作用而发生受迫振动，从而向各个方向辐射电磁波，**散射束**的频率应与**入射束**频率**相同**，带电粒子仅起能量传递的作用。

可见，经典理论无法解释波长变长的散射线。



四 量子解释

1 物理模型

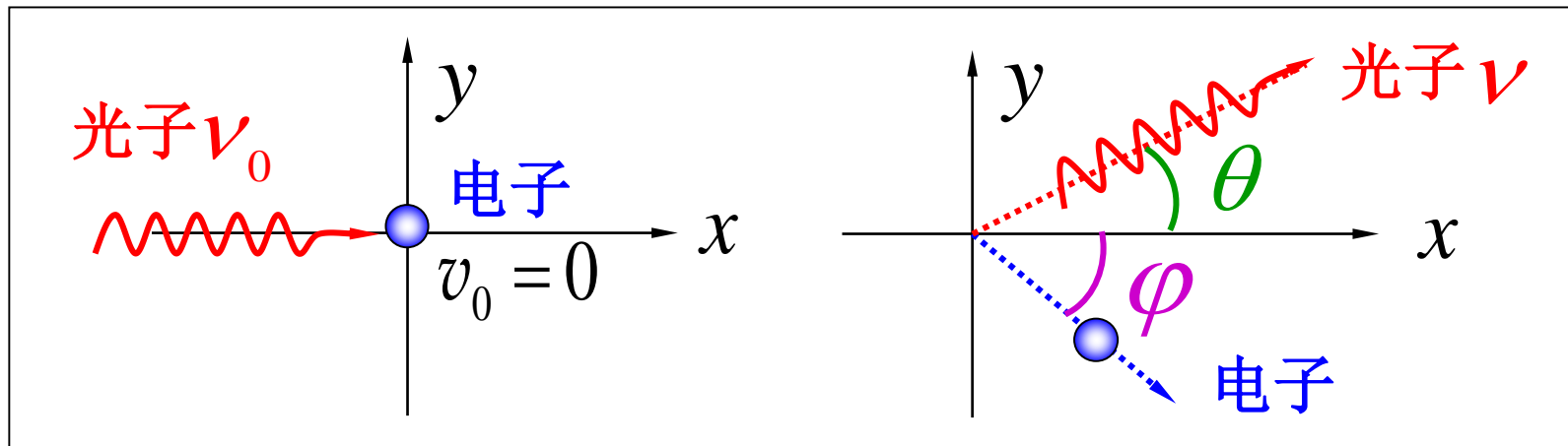


◆ 入射光子（X射线或 γ 射线）能量大。

$$E = h\nu \quad \text{范围为: } 10^4 \sim 10^5 \text{ eV}$$



- ◆ 电子热运动能量 $\ll h\nu$ ，可近似为**静止电子**.



- ◆ 固体表面电子束缚较弱，视为**近自由电子**.
- ◆ 电子反冲速度很大，用**相对论力学**处理.



2 定性分析

(1) 入射光子与散射物质中束缚微弱的电子弹性碰撞时，一部分能量传给电子，散射光子能量减少，频率下降、波长变大。

(2) 光子与原子中束缚很紧的电子发生碰撞，近似与整个原子发生弹性碰撞时，能量不会显著减小，所以散射束中出现与入射光波长相同的射线。



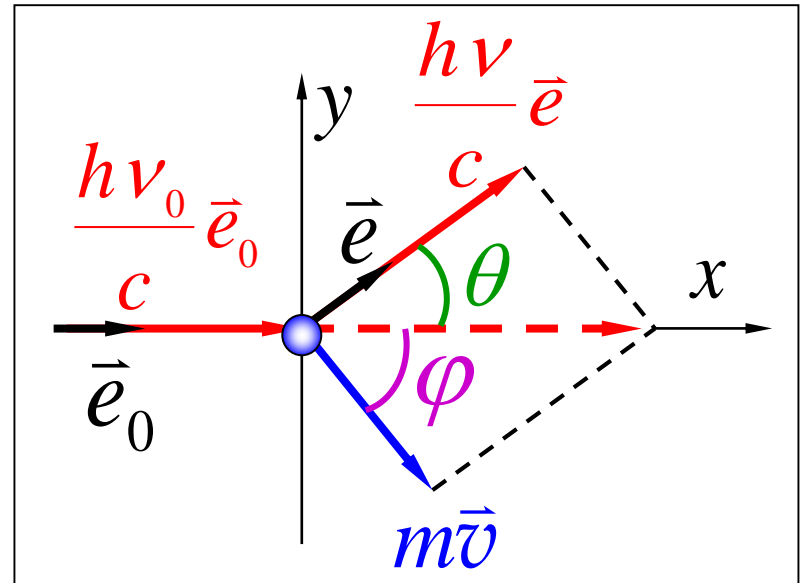
3 定量计算

能量守恒

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

动量守恒

$$\frac{h\nu_0}{c} \vec{e}_0 = \frac{h\nu}{c} \vec{e} + m\vec{v}$$





$$m^2 v^2 = \frac{h^2 \nu_0^2}{c^2} + \frac{h^2 \nu^2}{c^2} - 2 \frac{h^2 \nu_0 \nu}{c^2} \cos \theta$$

$$m^2 c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) =$$

$$m_0^2 c^4 - 2h^2 \nu_0 \nu (1 - \cos \theta) + 2m_0 c^2 h(\nu_0 - \nu)$$

$$m = m_0 (1 - v^2 / c^2)^{-1/2}$$

$$\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \lambda - \lambda_0 = \Delta \lambda$$



$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

◆ 康普顿波长 $\lambda_C = \frac{h}{m_0c} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$

◆ 康普顿公式

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) = \lambda_C (1 - \cos\theta)$$



4 结论

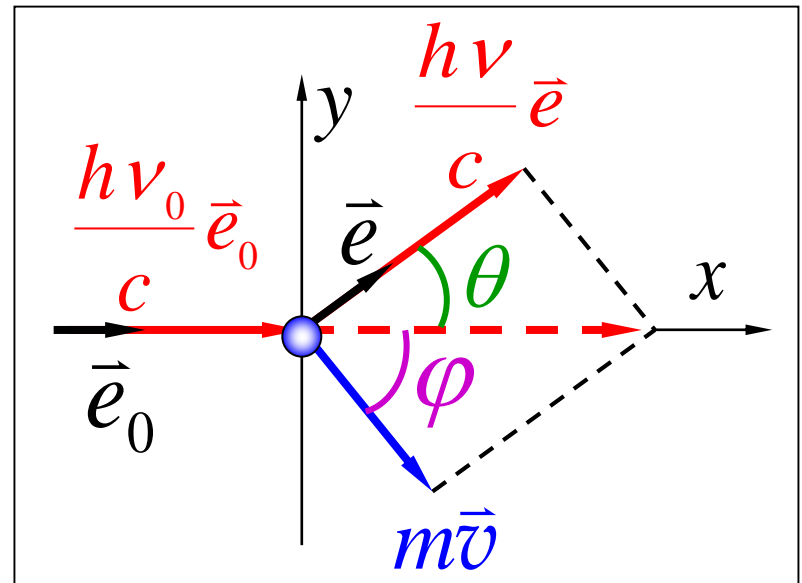
◆ 散射光波长的改变量 $\Delta\lambda$ 仅与 θ 有关.

$$\theta = 0, \Delta\lambda = 0$$

$$\theta = \pi, (\Delta\lambda)_{\max} = 2\lambda_c$$

◆ 散射光子能量减小

$$\lambda > \lambda_0, \nu < \nu_0$$





5 讨论

◆ 光具有波粒二象性

一般而言，光在传递过程中，波动性较为显著；光与物质相互作用时，粒子性比较显著.

◆ 若 $\lambda_0 \gg \lambda_C$ 则 $\lambda \approx \lambda_0$ ，可见光观察不到康普顿效应.



- ◆ $\Delta\lambda$ 与 θ 的关系与物质无关，是光子与近自由电子间的相互作用。
- ◆ 散射中 $\Delta\lambda = 0$ 的散射光是因光子与紧束缚电子的作用。原子量大的物质，其电子束缚较强，因而康普顿效应不明显。



6 物理意义

- ◆ 光子假设的正确性，狭义相对论力学的正确性。
- ◆ 微观粒子的相互作用也遵守能量守恒和动量守恒定律。



例1 波长 $\lambda_0 = 1.00 \times 10^{-10} \text{ m}$ 的 X 射线与静止的自由电子作弹性碰撞，在与入射角成 90° 角的方向上观察， **问：**

- (1)** 散射波长的改变量 $\Delta\lambda$ 为多少？
- (2)** 反冲电子得到多少动能？
- (3)** 在碰撞中，光子的能量损失了多少？



解

$$\begin{aligned} (1) \quad \Delta\lambda &= \lambda_C (1 - \cos\theta) = \lambda_C (1 - \cos 90^\circ) = \lambda_C \\ &= 2.43 \times 10^{-12} \text{ m} \end{aligned}$$

(2) 反冲电子的动能

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda}\right) = 295 \text{ eV}$$

(3) 光子损失的能量 = 反冲电子的动能