波粒二象性（wave-particle duality）

一　德布罗意假设（1924 年）

光学理论发展历史表明，曾有很长一段时间，人们徘徊于光的粒子性和波动性之间，实际上这两种解释并不是对立的，量子理论的发展证明了这一点. 20世纪初发展起来的光量子理论，似过于强调粒子性，德布罗意企盼把粒子观点和波动观点统一起来，给予“量子”以真正的涵义.

德布罗意（1892 — 1987）

法国物理学家

1924年他在博士论文《关于量子理论的研究》中提出把**粒子性和波动性**统一起来. 5年后为此获得诺贝尔物理学奖.爱因斯坦誉之为“揭开一幅大幕的一角”.它为量子力学的建立提供了物理基础.

思想方法：德布罗意始终对现代物理学的哲学问题感兴趣，喜欢将理论物理学、科学史和自然哲学结合起来考虑，其历史学背景帮助他认识到自然界在许多方面都是明显地对称的，可以采用类比的方法提出物质波的假设 .

他将爱因斯坦创立的有关光的波粒二象性观念，扩展到了实物粒子领域内。

德布罗意假设：实物粒子具有波粒二象性

粒子性

$$\begin{cases} E = mc^2 = h\nu \\ P = mv = h/\lambda \end{cases}$$

波动性

◆ 德布罗意公式

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$$

这种波称为德布罗意波或物质波

注 意

(1) 若 $v << c$ 则 $m = m_0$

若 $v \rightarrow c$ 则 $m = \gamma m_0$

(2) 宏观物体的德布罗意波长小到实验难以测量的程度，因此宏观物体仅表现出粒子性.

例1 一束电子中，电子的动能为 54eV ，求此电子的德布罗意波长 λ .

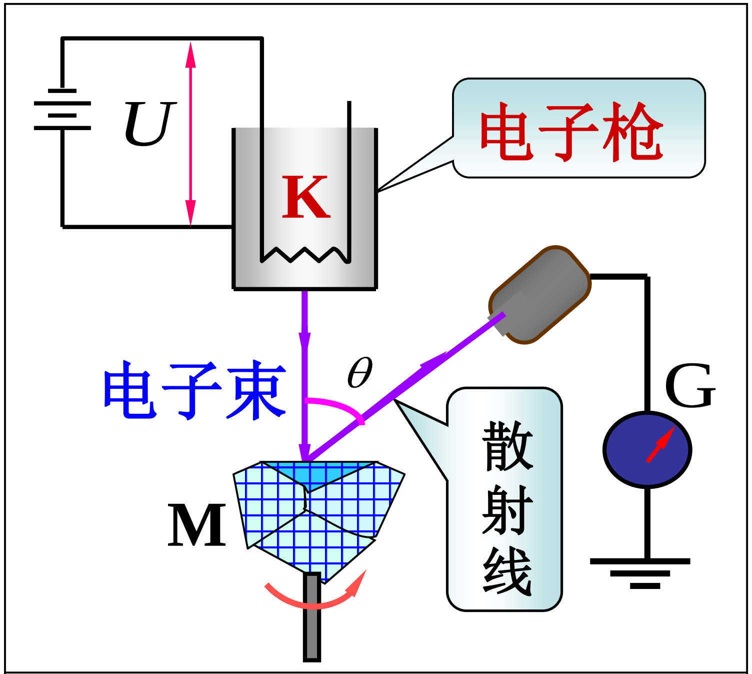
解

$$v \ll c, \quad E_{\mathrm{k}} = \frac{p^2}{2m} \qquad p = \sqrt{2mE_{\mathrm{k}}}$$

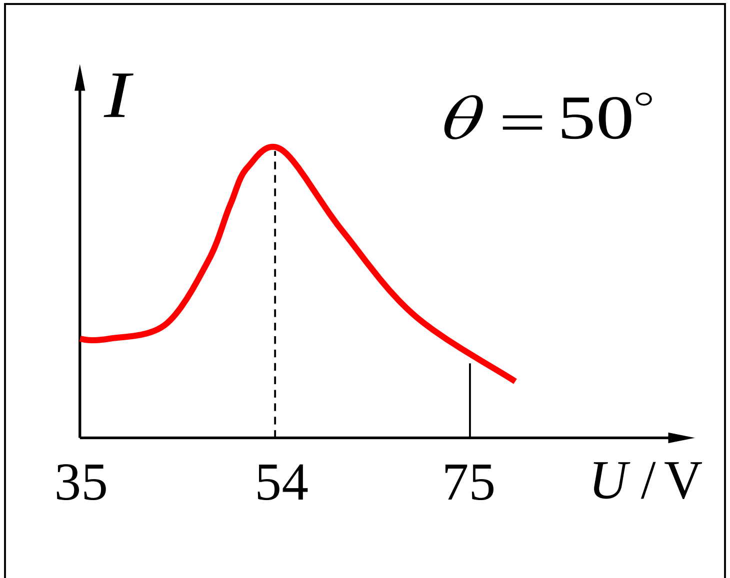
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2E_k mc^2}} = 0.167nm$$

二 德布罗意波的实验证明

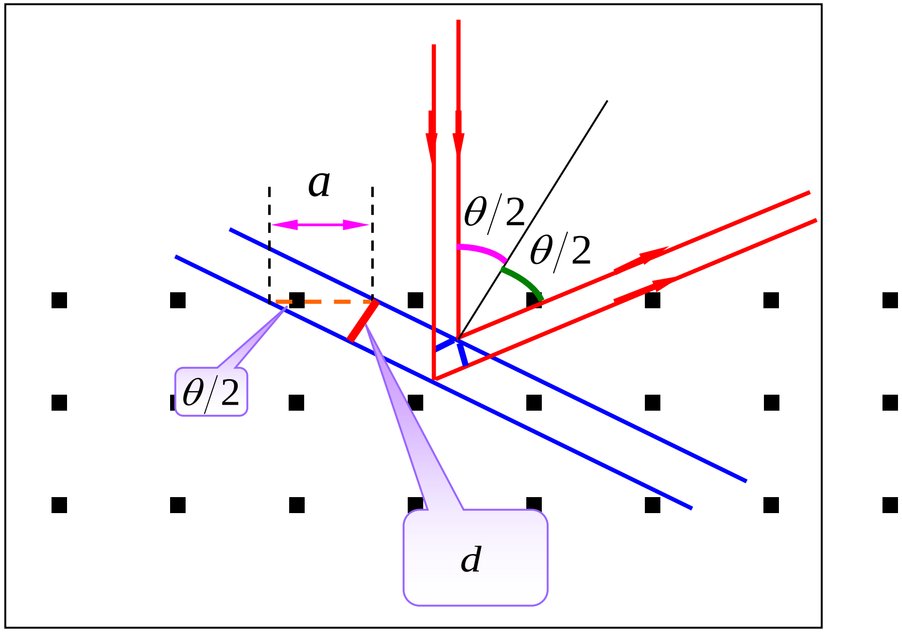
1 戴维孙 — 革末电子衍射实验（1927年）



电子被镍晶体衍射实验



当散射角 $\theta = 50^\circ$ 时电流与加速电压曲线



镍晶体

原子间距 $a = 0.215\,n\text{m}$

晶面间距 $d = a\cos\varphi$

$$\varphi = 90^\circ - \frac{\theta}{2} = 65^\circ$$

$$2d\sin\varphi = k\lambda \qquad a\sin 2\varphi = k\lambda$$

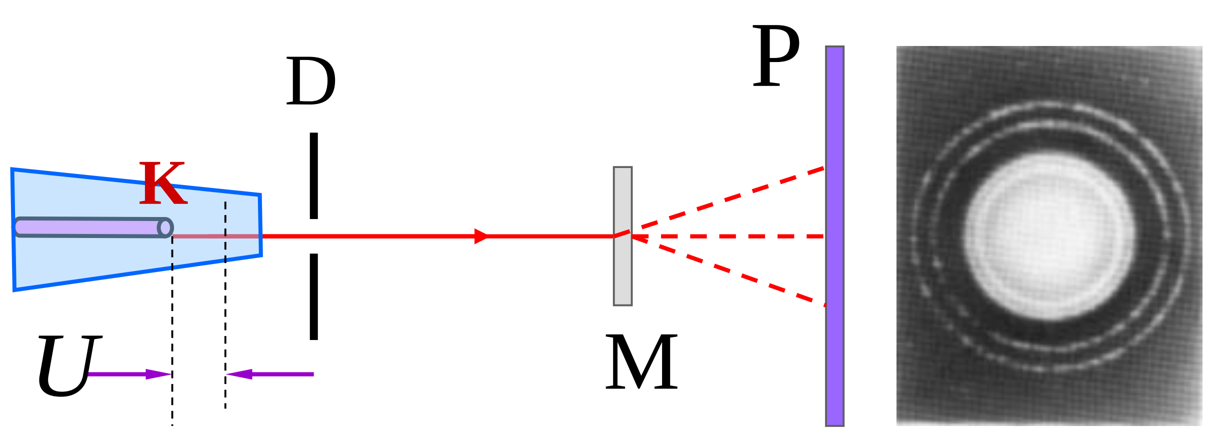
$k = 1,\qquad \lambda = a\sin 130^\circ = 0.165\,n\text{m}$

电子波的波长 $\lambda = \dfrac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 E_k}} = 0.167\,n\text{m}$

2 G . P . 汤姆孙电子衍射实验（1927年）

电子束穿越多晶薄片时出现类似X射线在多晶上衍射的图样.

电子束透过多晶铝箔的衍射



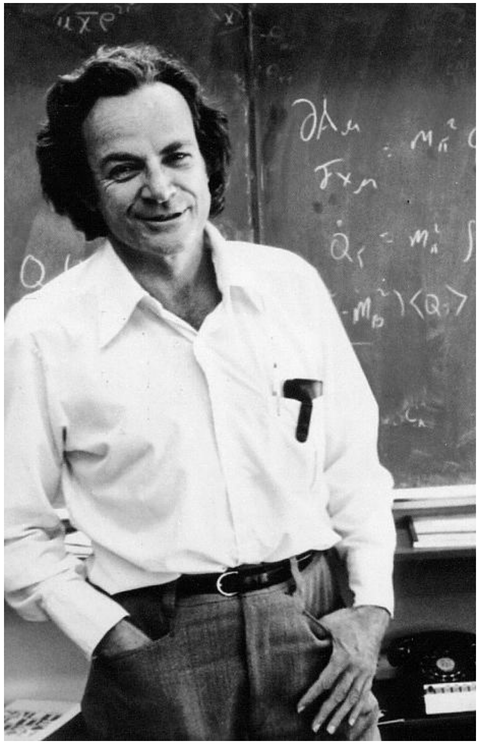
三 应用举例

1932年鲁斯卡成功研制了电子显微镜，突破普通光学显微镜受可见光波长的限制，目前分辨率已达**0.2nm**；

电子显微镜有透射电子显微镜（**TEM**）和扫描电子显微镜（**SEM**）两类，在研究物质结构、观察微小物体方面具有显著功能，是当代科学研究的重要工具之一.

1981年德国人宾尼希和瑞士人罗雷尔，利用量子力学遂穿效应，制成了扫描隧道显微镜（STM），横向分辨率可达0.1nm，纵向分辨率已达0.001nm，1986年两人同获诺贝尔物理学奖.

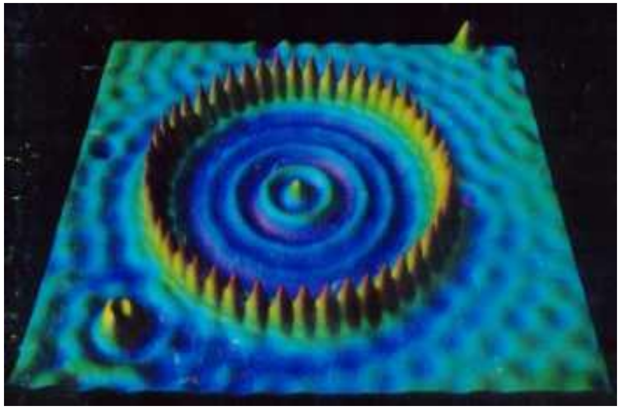
1959年费曼的演讲《在底部还有很大的空间》



从石器时代开始，人类所有的技术革新都与把物质制成有用的形态有关，从物理学的规律来看，不能排除从单个分子甚至原子出发组装制造物品的可能性……如果有一天可以按人的意志安排一个个原子，将会产生怎样的奇迹？

1993 “量子围栏”

铜表面48个铁原子证明电子的波动性



四 德布罗意波的统计解释

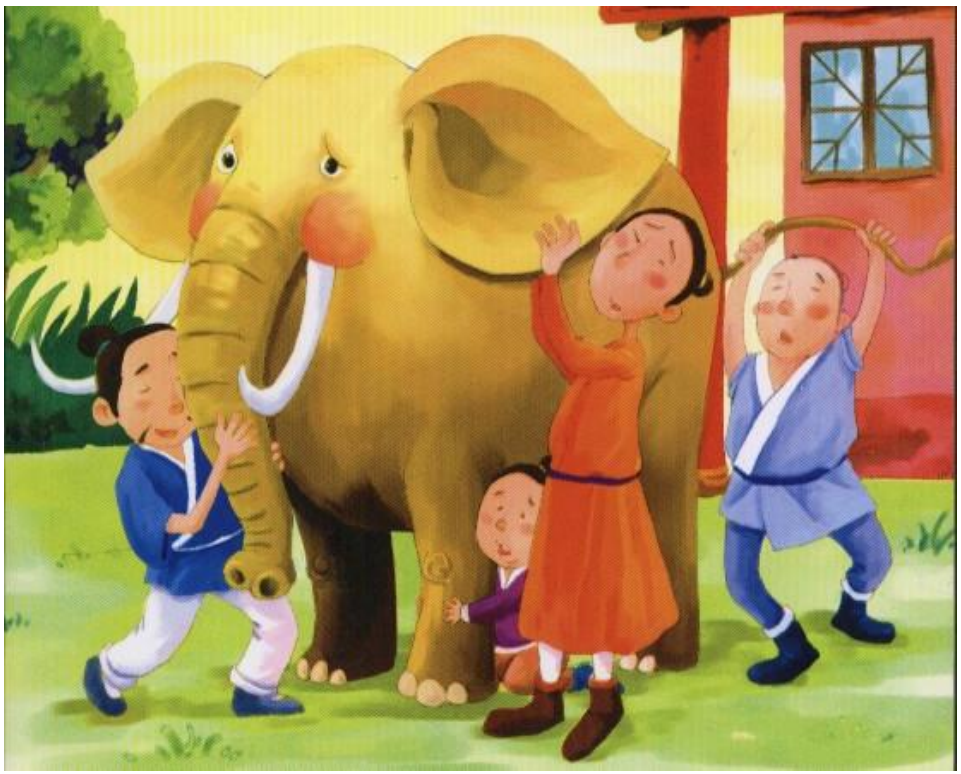
经典**粒子** 不被分割的整体，有确定位置和运动轨道．

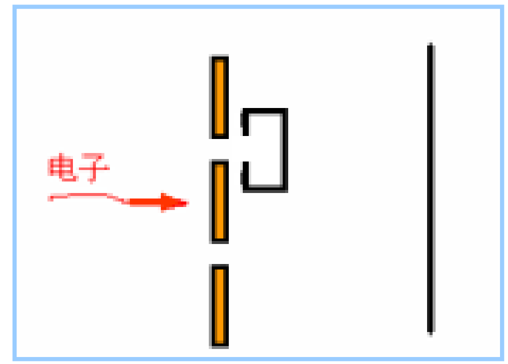
经典**的波** 某种实际的物理量的空间分布作周期性的变化，波具有相干叠加性．

二 象 性 要求将波和粒子两种对立的属性统一到同一物体上．

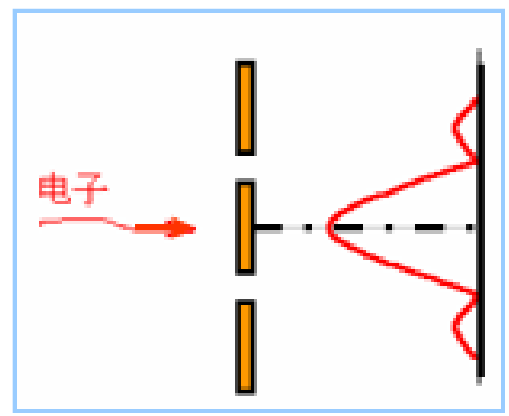
互补原理 — 哥本哈根精神

微观客体的本来面目究竟如何？我们是无法直接观测到的，对其探索如同“盲人摸象”一样.





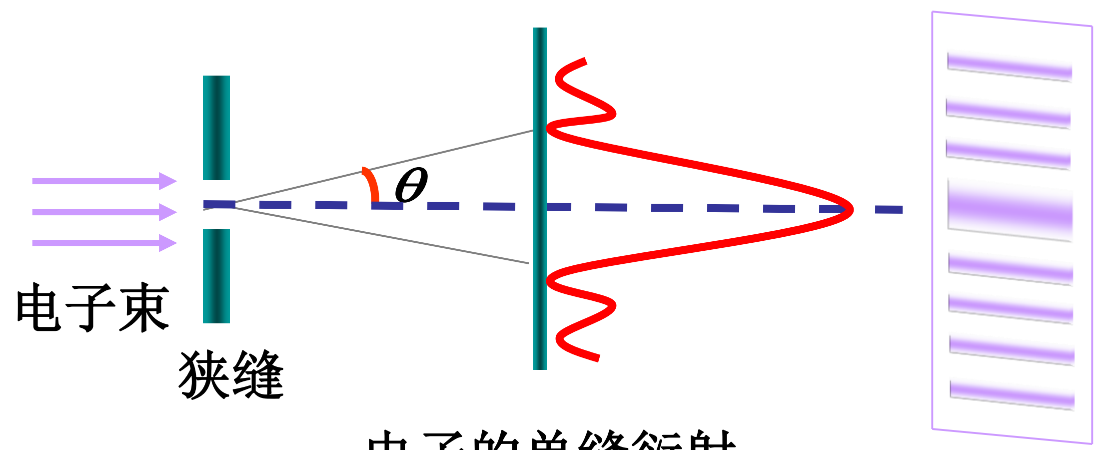
粒子性



波动性

1 从粒子性方面解释

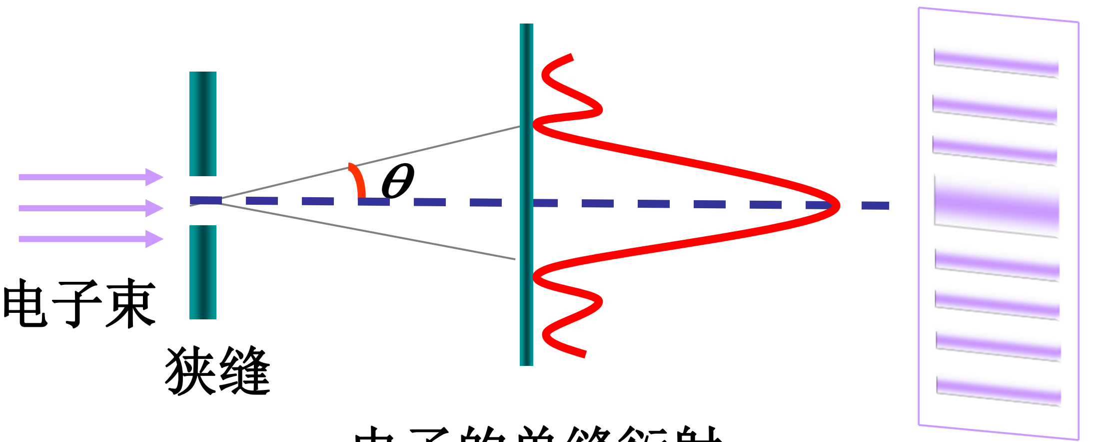
单个粒子在何处出现具有偶然性；大量粒子在某处出现的多少具有规律性. 粒子在各处出现的概率不同.



电子的单缝衍射

2 从波动性方面解释

电子密集处，波的强度大；电子稀疏处，波的强度小.



电子的单缝衍射

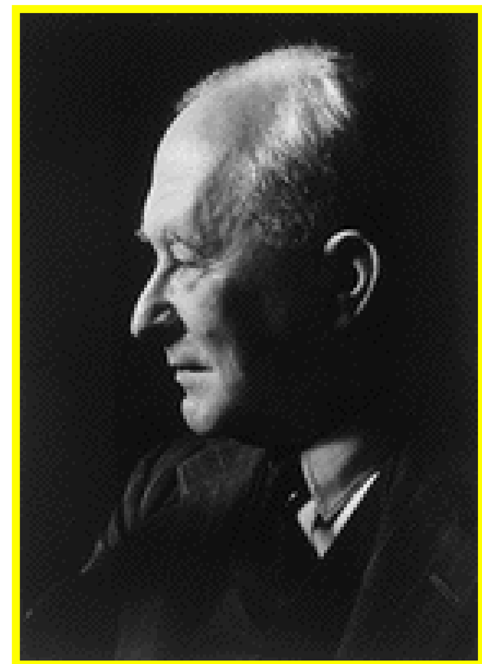
3 结论(统计解释)

1926 年玻恩提出，德布罗意波为概率波.

在某处德布罗意波的强度与粒子在该处附近出现的概率成正比 .

1954诺贝尔物理学奖

对量子力学的基础研究，特别是量子力学中波函数的统计解释



I、对物质波的理解，概率波的概念

德布罗意： 物质波是引导粒子运动的“导波”。

— 本质是什么，不明确。

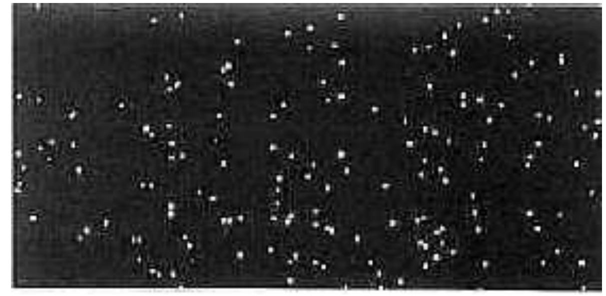
薛定谔： 波是基本的，电子是“物质波包”。

—夸大了波动性，抹煞了粒子性。

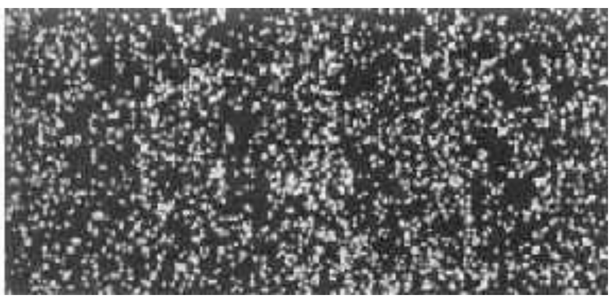
另一种理解： 粒子是基本的，电子的波动性是大量电子之间相互作用的结果。

1961年约恩孙(C. Jonsson) 电子双缝衍射实验

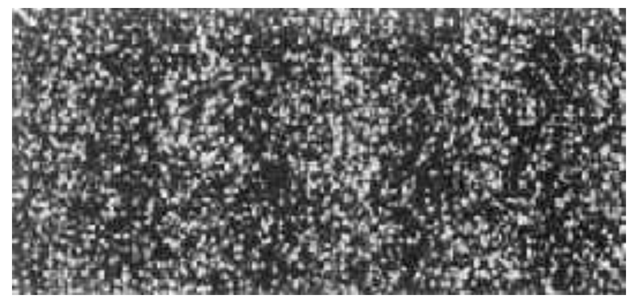
7个电子



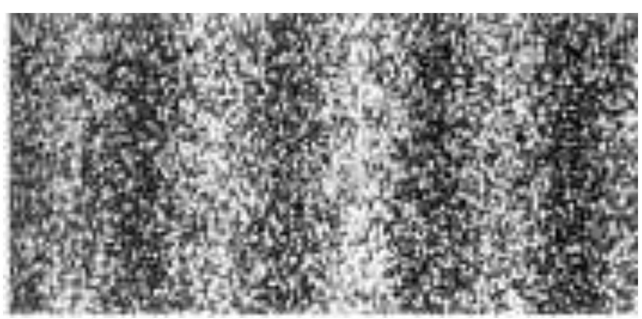
100个电子



3000



20000



70000

底片上出现一个个的点子 →电子具有粒子性。

随着电子增多，逐渐形成衍射图样 → 来源于“单个电子”的波动性，而不是电子间相互作用。

干涉是电子“自己和自己”的干涉。

尽管单个电子的去向是概率性的，但其概率在一定条件下（如双缝），还是有确定的规律的。

玻恩（M.Born）：德布罗意波并不像经典波那样是代表实在物理量的波动，而是描述粒子在空间的概率分布的“概率波”。

II、波函数及其统计解释 p367

1、波函数（wave function）

量子力学假定：微观粒子的状态用波函数表示。

平面简谐波函数： $y = A\cos(\omega t - kx)$

复数表示： $y = Ae^{-i(\omega t - kx)}$

概率波波函数：一维 $\Psi(x,t)$，三维 $\Psi(\vec{r},t)$

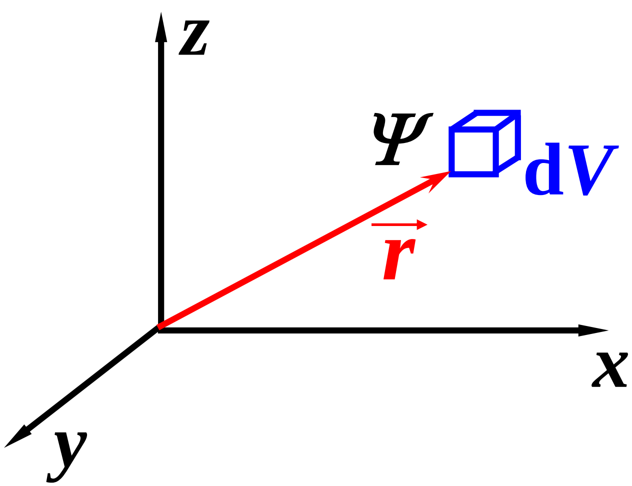
2、波函数的统计解释

物质波是“概率波”，它是怎样描述粒子在空间各处出现的概率呢？

玻恩对 Ψ 的统计解释(1926)：波函数 Ψ 是描述粒子在空间概率分布的**“概率振幅”**。其模方

$$|\Psi(\vec{r},t)|^2=\Psi(\vec{r},t)^*\Psi(\vec{r},t)$$

代表 t 时刻，在坐标 $\vec{r}$ 附近单位体积中发现一个粒子的概率，称为**“概率密度”**。p.368



在 t 时刻，在 $\vec{r}$ 附近 $\mathrm{d}V$ 内发现粒子的概率为：

$$|\Psi(\vec{r},t)|^2\mathrm{d}V$$

在空间 Ω 发现粒子的概率为：$\int_\Omega |\Psi(\vec{r},t)|^2\mathrm{d}V$

$\Psi(\vec{r},t)$不同于经典波的波函数，它无直接的物理意义，有意义的是$|\Psi|^2$和波函数的位相。

对单个粒子：$|\Psi|^2$给出粒子概率密度分布；

对大量粒子：$N|\Psi|^2$给出粒子数的分布；

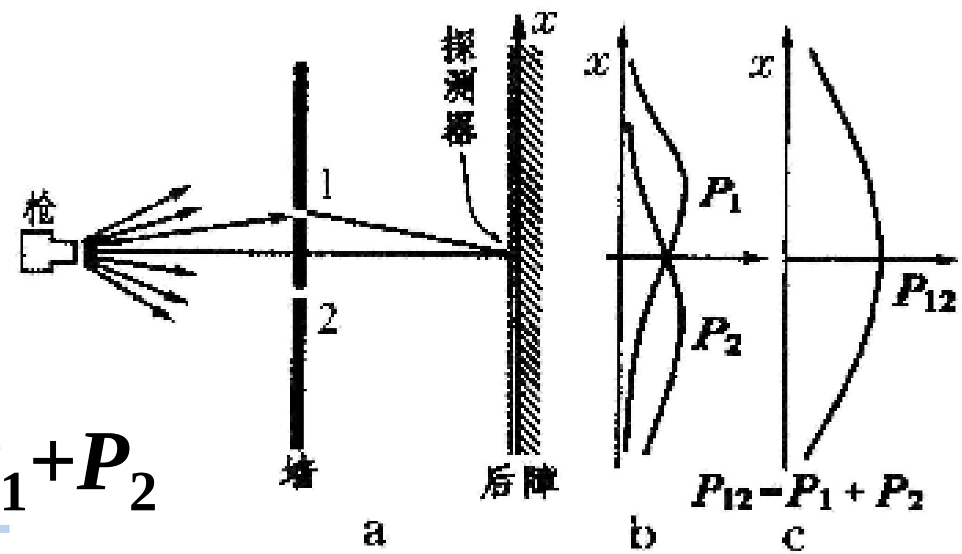
3、用电子双缝衍射实验说明概率波的含义

（1）子弹穿过双缝

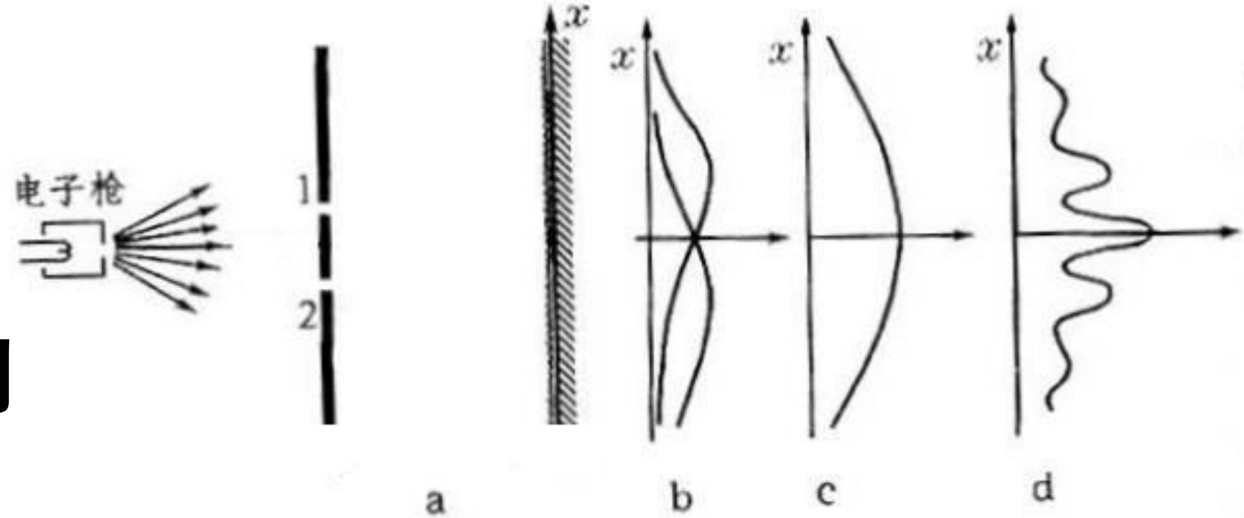
只开上缝→ P_1

只开下缝→ P_2

双缝 齐开→ $P_{12}=P_1+P_2$



（3）电子



通过双缝后，分布是d不是c。

电子的状态用波函数Ψ描述。

只开上缝时，电子有一定的概率通过上缝，其状态用 $\psi_1(x)$描述，电子的概率分布为 $P_1=|\Psi_1|^2$

只开下缝时，电子有一定的概率通过下缝，其状态用 $\psi_2(x)$ 描述，电子的概率分布为$P_2=|\Psi_2|^2$

双缝齐开时，电子可通过上缝也可通过下缝，通过上、下缝各有一定的概率，ψ_1、ψ_2 都有。

总的概率幅为 $\Psi_{12}=\Psi_1+\Psi_2$

$$P_{12}=|\Psi_{12}|^2=|\Psi_1+\Psi_2|^2\neq|\Psi_1|^2+|\Psi_2|^2=P_1+P_2$$

出现了干涉。可见，干涉是概率波的干涉，是由于概率幅的线性叠加产生的。

即使只有一个电子，当双缝齐开时，它的状态也要用 $\Psi_{12}=\Psi_1+\Psi_2$ 来描述。

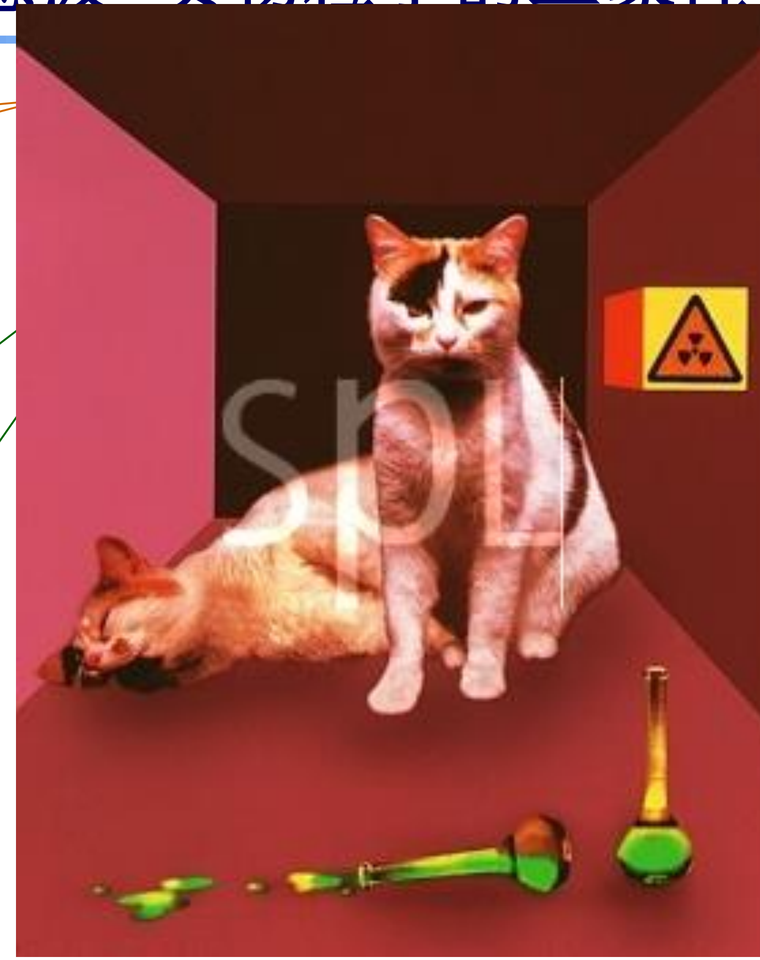
两部分概率幅的叠加就会产生干涉。

微观粒子的波动性，实质上就是概率幅的相干叠加性。衍射图样是概率波的干涉结果。

关于薛定谔猫

与一个地狱般的奇妙装置连在一起的钢制室

盖革计数器里装有微量放射性物质，其量很少----一小时内可能只有一个原子衰变，或一个也不衰变．如果有一个衰变，计数器就会起动并通过一继电器开动一小锤打破一个氰化物容器．



显然整个系统的**波函数包含活和死相等的两部分**

微观的量子叠加到宏观物体的量子叠加

微观：电子半上半下的自旋

宏观：半死半活的猫

4、统计解释对波函数提出的要求 p371

根据波函数的统计解释，它应有以下性质：

1）有限性：在空间任何有限体积元ΔV中找到粒子的概率 $\left(\iiint_{\Delta V}|\Psi|^2 \mathrm{d}V\right)$ 必须为有限值。

归一化：在空间各点的概率总和必须为1。

归一化条件：$\int_{\Omega}|\Psi(\vec{r},t)|^2 \mathrm{d}V=1$,（$\Omega$－全空间）

若 $\int_{\Omega}|\Psi(\vec{r},t)|^2 \mathrm{d}V=A$， 则 $\int_{\Omega}\left|\frac{1}{\sqrt{A}}\Psi(\vec{r},t)\right|^2 \mathrm{d}V=1$

$\frac{1}{\sqrt{A}}$ —归一化因子

2）单值性：波函数应单值，从而保证概率密度在任意时刻、任意位置都是确定的。

3）连续性：

- 波函数连续，保证概率密度连续。
- 对于势场连续点，或势场不是无限大的间断点，波函数的一阶导数连续。（后面证明）

玻恩（M.Born，英籍德国人，1882 – 1970）由于进行了量子力学的基本研究，特别是对波函数作出的统计解释，获得了1954年诺贝尔物理学奖。

海森伯（W.K.Heisenberg， 1901—1976）

德国理论物理学家. 建立了新力学理论的数学方案，为量子力学的创立作出了贡献.

1927年提出“不确定关系”，为核物理学和（基本）粒子物理学准备了理论基础；于1932年获得诺贝尔物理学奖.

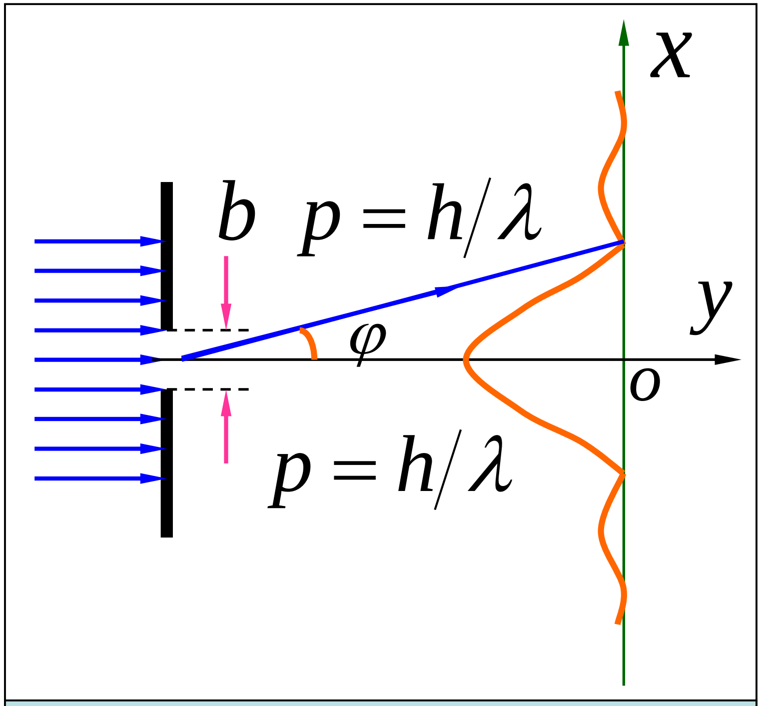
一　坐标和动量的不确定关系

◆ 用电子衍射说明不确定关系

电子经过缝时x轴方向上的位置不确定范围：$\Delta x = b$

一级最小衍射角

$\sin\varphi = \lambda / b$



电子的单缝衍射实验

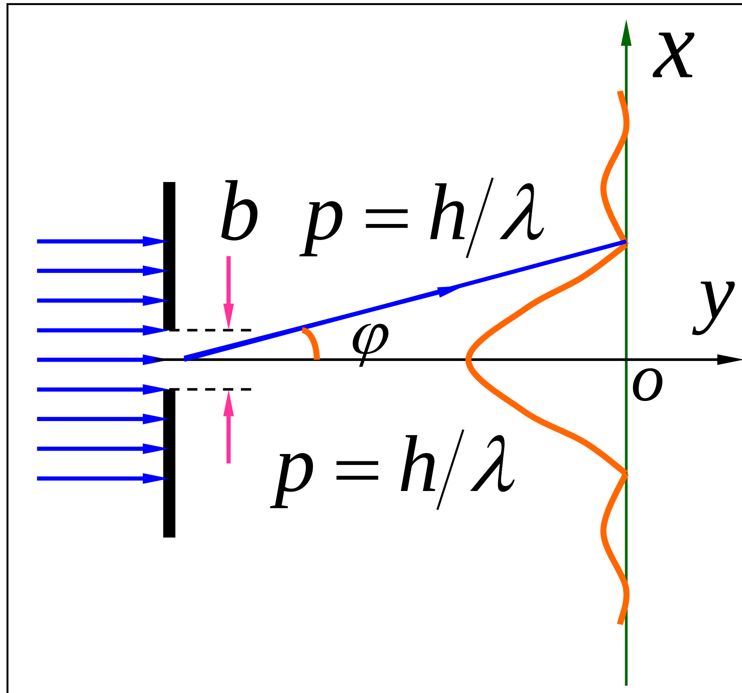
电子经过缝后 x 方向动量不确定

$$\sin\varphi = \lambda / b$$

$$\Delta p_x = p\sin\varphi = p\frac{\lambda}{b}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \Delta p_x = \frac{h}{b}$$

$$\Delta x \Delta p_x = h$$



电子的单缝衍射实验

考虑衍射次级有 $\Delta x \Delta p_x \geq h$

- 海森伯于 1927 年提出不确定原理

对于微观粒子不能同时用确定的位置和确定的动量来描述.

不确定关系
$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \geq h \\ \Delta y \Delta p_y \geq h \\ \Delta z \Delta p_z \geq h \end{cases}$$

物理意义

(1) 微观粒子同一方向上的坐标与动量不可同时准确测量，它们的精度存在一个终极的不可逾越的限制．

(2) 不确定的根源是“波粒二象性”这是微观粒子的根本属性．

(3) 对宏观粒子，因 h 很小，$\Delta x \Delta p_x \to 0$ 可视为位置和动量能同时准确测量．

对于微观粒子，h 不能忽略，Δx、Δp_x 不能同时具有确定值．此时，只有从概率统计角度去认识其运动规律． 在量子力学中，将用波函数来描述微观粒子.

不确定关系是量子力学的基础.

例 1 质量10 g 的子弹，速率 $200\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 其动量的不确定范围为动量的 0.01% (这在宏观范围是十分精确的)， 该子弹位置的不确定量范围为多大?

解 子弹的动量 $p = mv = 2\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$

动量的不确定范围

$$\Delta p = 0.01\% \times p = 2\times10^{-4}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

位置的不确定范围

$$\Delta x \geq \frac{h}{\Delta p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{2\times10^{-4}}\ \mathrm{m} = 3.3\times10^{-30}\ \mathrm{m}$$

例2 一电子具有 200 m·s^{-1} 的速率，动量的不确范围为动量的 0.01%（这也足够精确），则该电子的位置不确定范围有多大?

解 电子的动量

$$p = mv = 9.1\times10^{-31}\times200\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

动量的不确定范围

$$\Delta p = 0.01\%\times p = 1.8\times10^{-32}\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

位置的不确定范围

$$\Delta x \geq \frac{h}{\Delta p} = \frac{6.63\times10^{-34}}{1.8\times10^{-32}}\mathrm{m} = 3.7\times10^{-2}\mathrm{m}$$

不确定关系(The Uncertainty Principle)

位置与动量

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

能量和时间

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

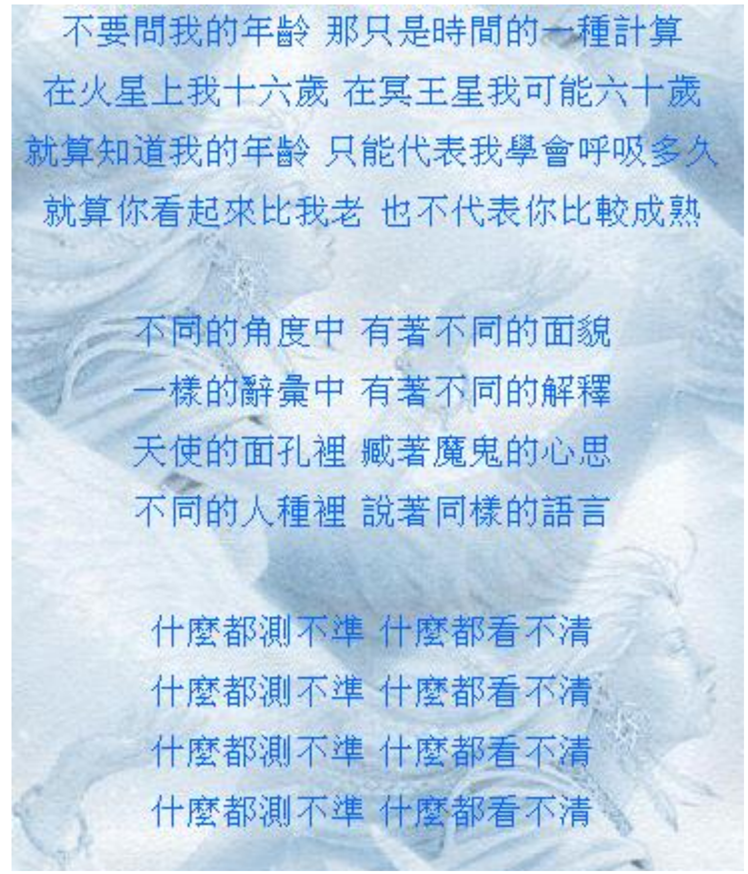
爱情中的测不准原理 ：

它告诉我们，我们所追求到的永远不是对象自在时候的样子，我们的追寻必然改变着我们所追寻的。而这种改变，有时是悲剧性的变化，当你得到的时候，你可能会发现，他(她)已经不再是他(她)了。所以，爱上一个人，请尽量轻柔的对待他(她)，给他(她)一份自由生长的空间，尽量不要去改变他(她)。 在任何时候，最重要的是保持自我。

$$\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar}$$

如果将ΔE表示成感情的不确定度，感情的变化；Δ t表示相处的时间，可以得到什么结论呢？

歌曲：测不准原理



电影：测不准原理