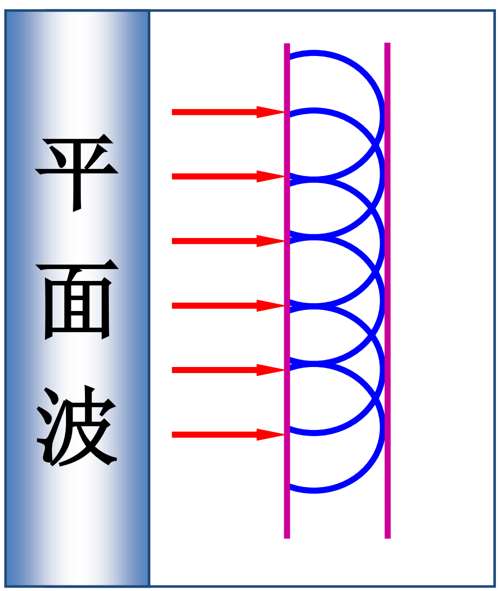
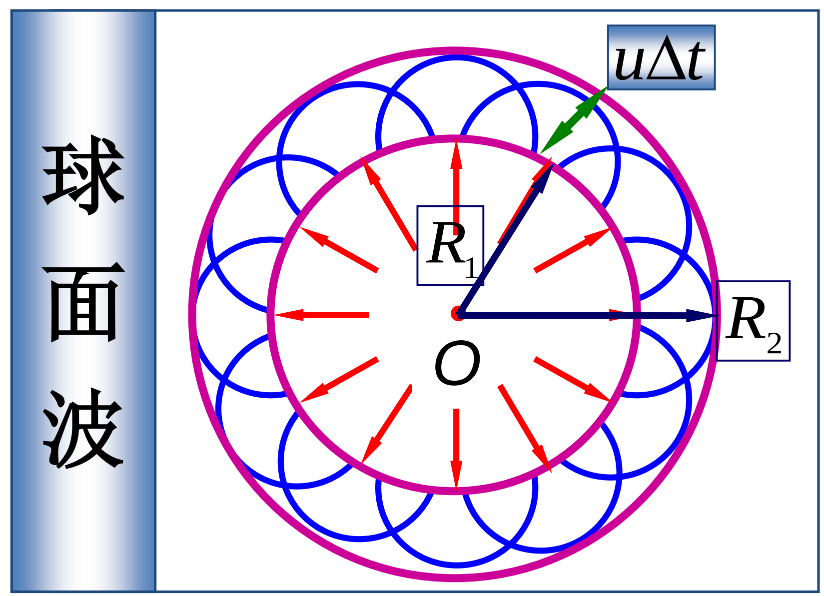
一 惠更斯原理

介质中波动传播到的各点都可以看作是发射子波的波源，而在其后的任意时刻，这些子波的包络就是新的波前.

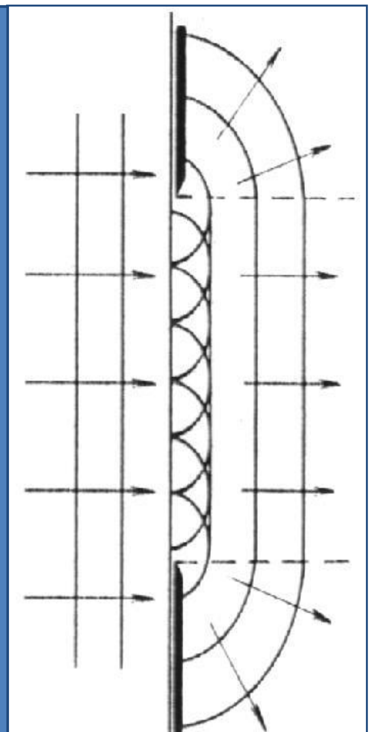




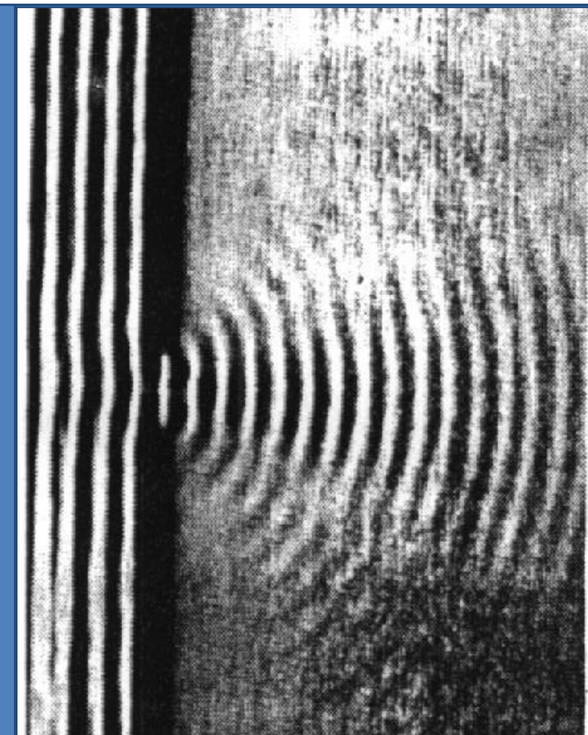
二 波的衍射

波在传播过程中遇到障碍物，能绕过障碍物的边缘，在障碍物的阴影区内继续传播.

波的衍射



水波的衍射

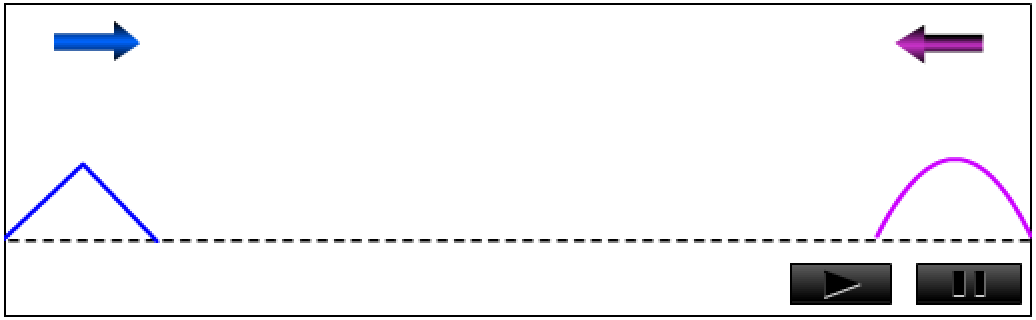


三 波的干涉

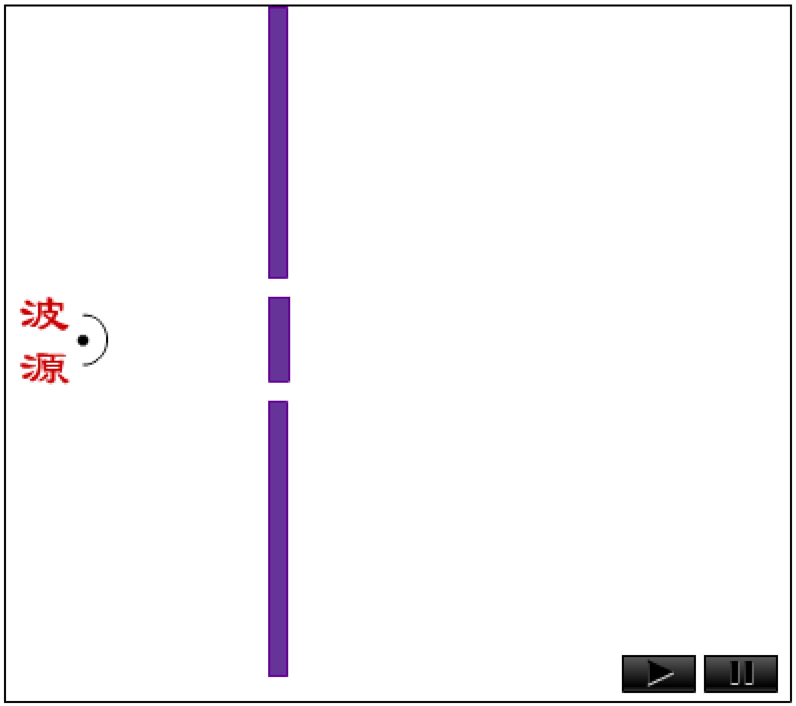
1 波的叠加原理

波传播的独立性：两列波在某区域相遇后再分开，传播情况与未相遇时相同，互不干扰.

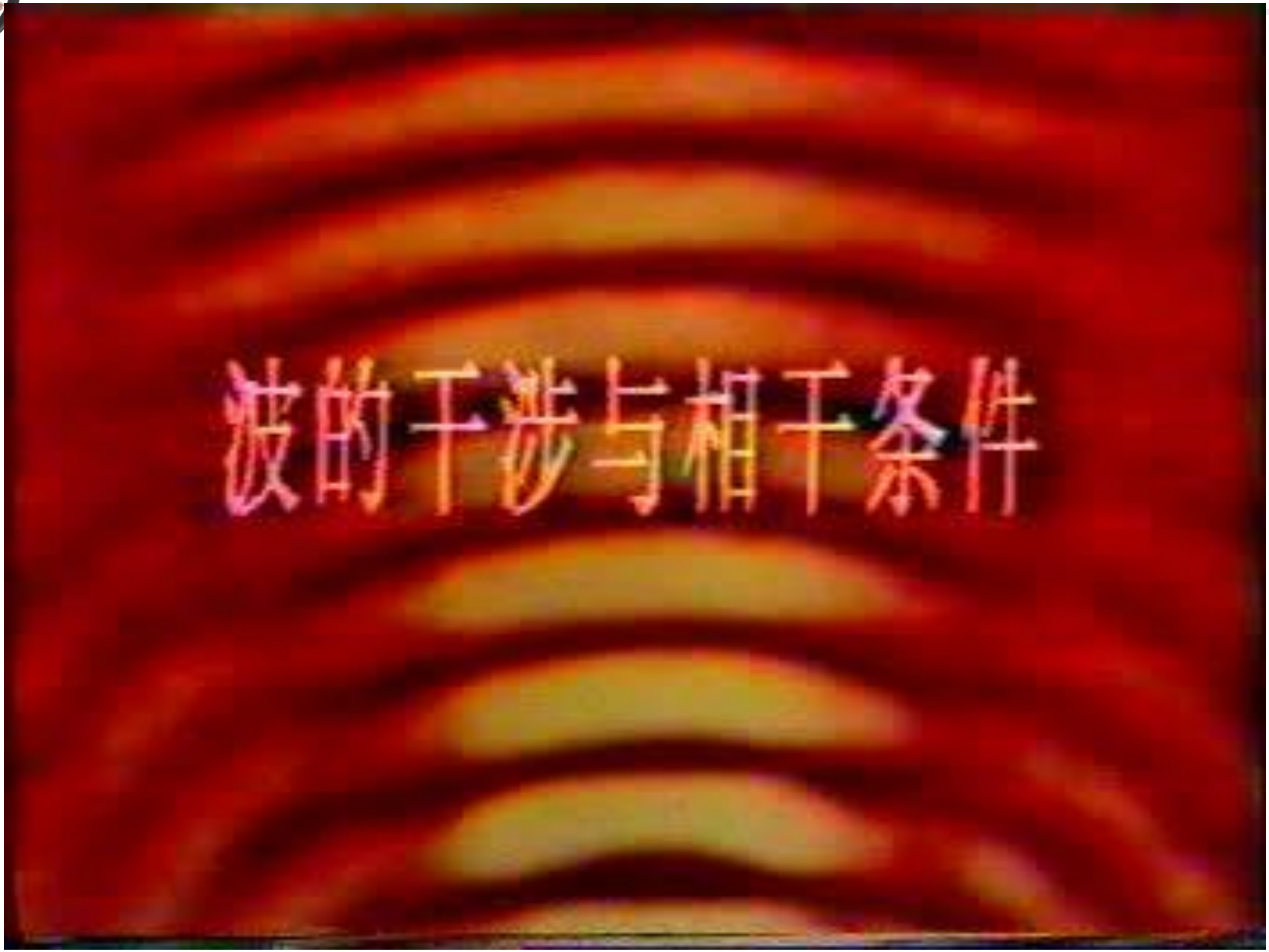
波的叠加性：在相遇区，任一质点的振动为二波单独在该点引起的振动的合成.



2 波的干涉



振动方向平行、频率相同、相位相同或相位差恒定的两列波相遇时，使某些地方振动始终加强，而使另一些地方振动始终减弱的现象，称为**波的干涉现象.**


波的干涉与相干条件

(1) 干涉条件

振动方向相同，频率相同，位相差恒定

满足干涉条件的波称相干波.

(2) 干涉现象

某些点振动始终加强，另一些点振动始终减弱或完全抵消.

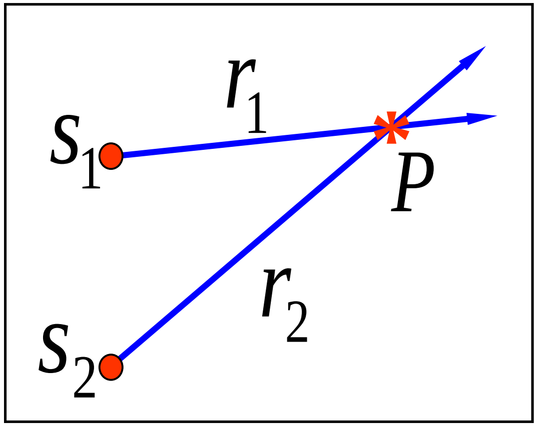
例 水波干涉 光波干涉

(3) 干涉现象的定量讨论

波源振动 $\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$

点 P 的两个分振动

$$\begin{cases} y_{1P} = A_1\cos(\omega t + \varphi_1 \boxed{- 2\pi\dfrac{r_1}{\lambda}}) \\ y_{2P} = A_2\cos(\omega t + \varphi_2 \boxed{- 2\pi\dfrac{r_2}{\lambda}}) \end{cases}$$



$$\Delta\Phi = (\varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda}) - (\varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda})$$

讨 论

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\Phi}$$

位相差$\Delta\Phi$决定了合振幅的大小.

$$\Delta\Phi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$$

定值

干涉的位相差条件

当 $\Delta\Phi=\pm 2k\pi$时$(k=0,1,2,3\ldots)$

合振幅最大 $A_{\max}=A_1+A_2$

当 $\Delta\Phi=\pm(2k+1)\pi$

合振幅最小 $A_{\min}=|A_1-A_2|$

位相差 $\Delta\Phi=\varphi_2-\varphi_1-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$ 定值

如果$\varphi_2=\varphi_1$即相干波源S_1、S_2同位相

则 $\Delta\Phi=-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=-\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta r$

$\Delta r=r_2-r_1$ 称为波程差（波走过的路程之差）

$$\Delta\Phi=-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=-k\Delta r=\begin{cases}\pm 2k\pi & \text{加强}\\ \pm(2k+1)\pi & \text{减弱}\end{cases}$$

将合振幅加强、减弱的条件转化为干涉的波程差条件，则有

干涉的波程差条件

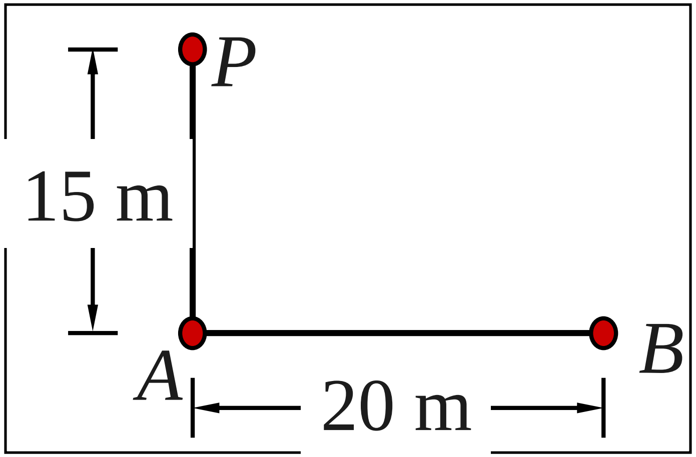
当 $\delta = r_1 - r_2 = k\lambda$ 时（半波长偶数倍）

合振幅最大 $A_{\max} = A_1 + A_2$

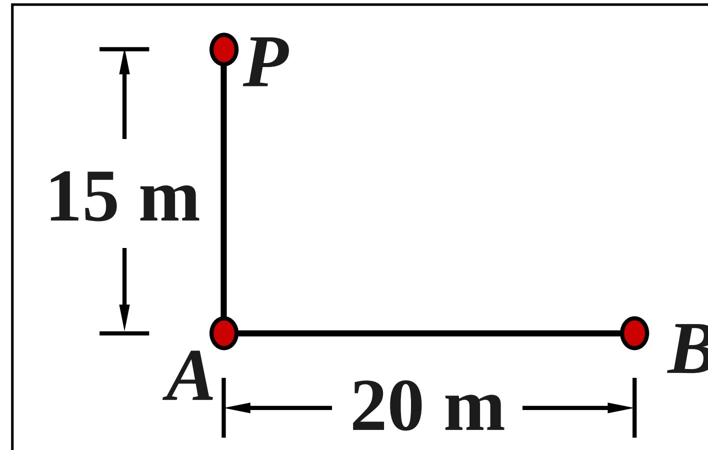
当 $\delta = r_1 - r_2 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 时（半波长奇数倍）

合振幅最小 $A_{\min} = \left|A_1 - A_2\right|$

例 如图所示，A、B 两点为同一介质中两相干波源.其振幅皆为5 cm，频率皆为100 Hz，但当点 A 为波峰时，点B 恰为波谷.设波速为$10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，试写出由$A$、$B$发出的两列波传到点$P$ 时干涉的结果.



解 $BP=\sqrt{15^2+20^2}=25$



$$\lambda=\frac{u}{\nu}=\frac{10}{100}=0.10\ (\mathrm{m})$$

设 A 的相位较 B 超前

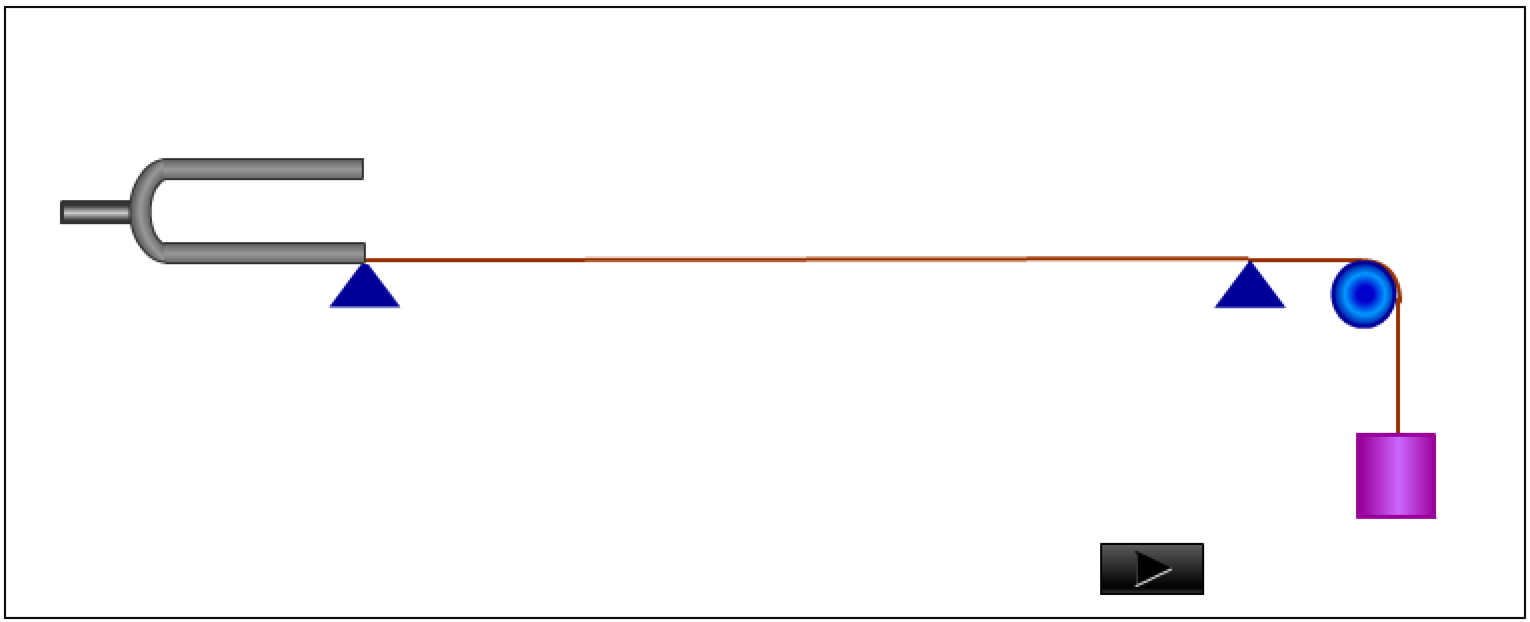
$$\varphi_A-\varphi_B=\pi$$

$$\Delta\Phi=\varphi_B-\varphi_A-\frac{2\pi}{\lambda}(BP-AP)=-\pi-\frac{2\pi}{0.1}(25-15)=-201\pi$$

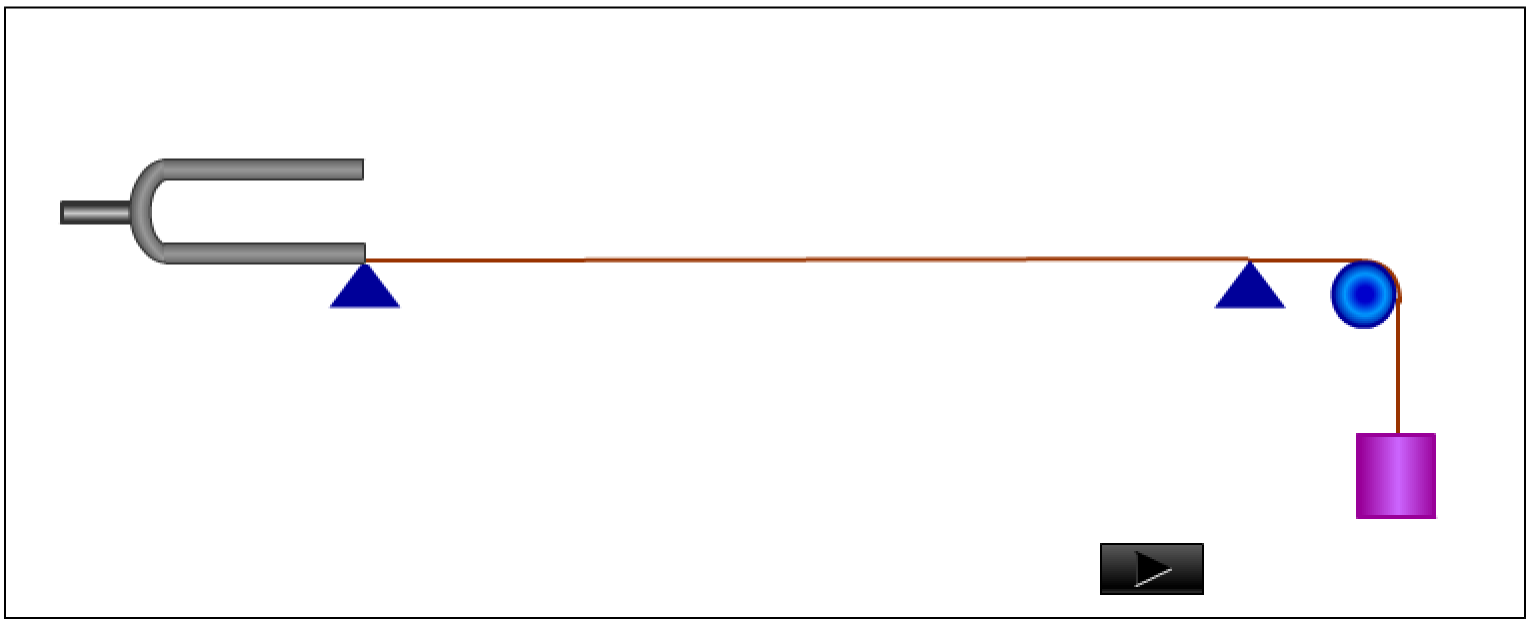
点 P 合振幅 $A=\left|A_1-A_2\right|=0$

一 驻波的产生

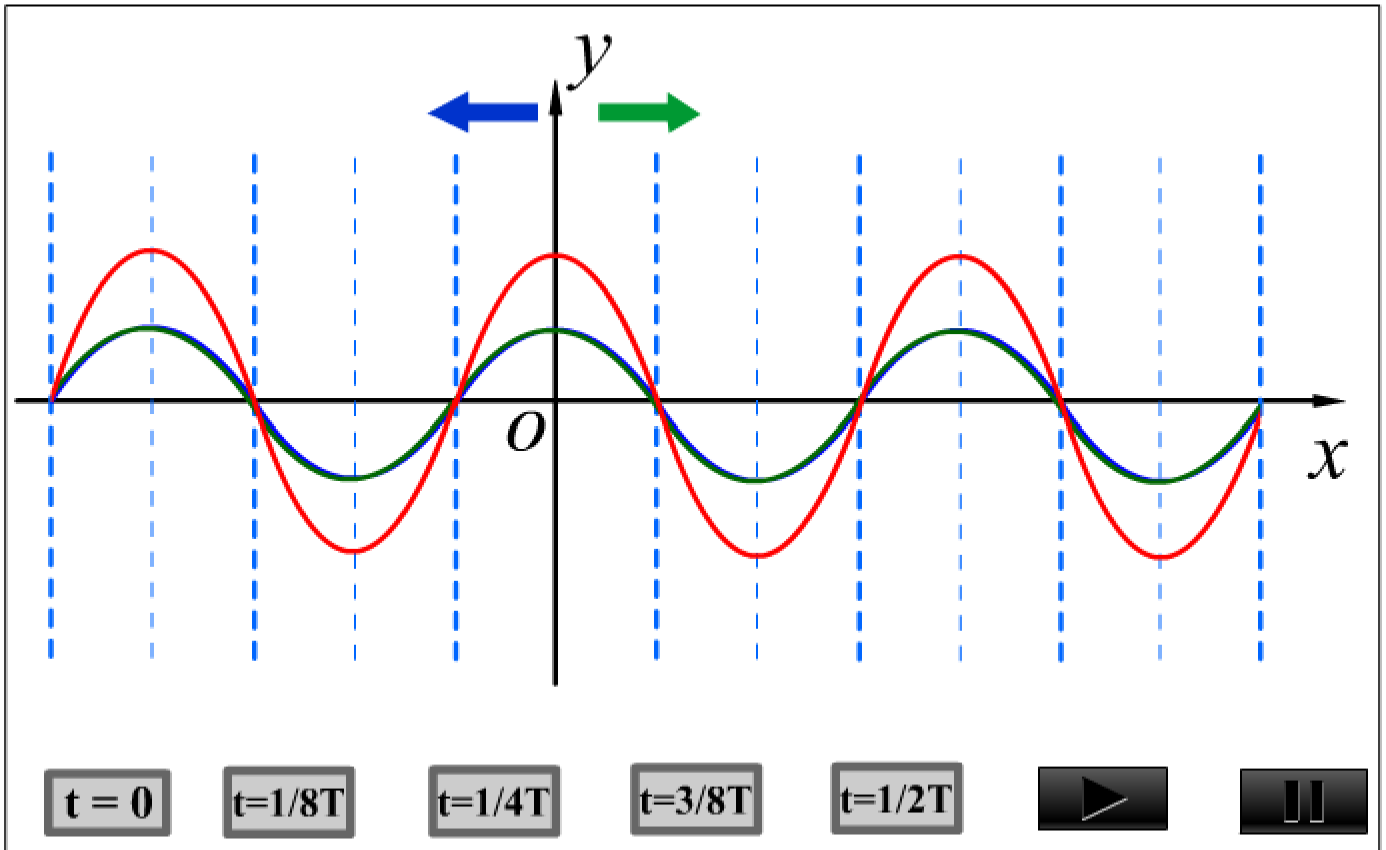
1 现象



2 条件 两列振幅相同的相干波相向传播



3 驻 波 的 形 成



纵驻波

二 驻波方程

驻波方程（一般）

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$

$$y_2 = A\cos(\omega t + kx + \varphi_2)$$

$$y = 2A\cos(kx - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2})\cos(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2})$$

（2）驻波的特征

$$\left|\cos(kx - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2})\right| = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

确定 波腹 / 波节

推导

$$kx-\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}=\begin{cases}\pm m\pi \\ \pm(m+\frac{1}{2})\pi\end{cases}\qquad m=0,1,2\cdots$$

$$kx-\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}=\frac{1}{2}[(\omega t+kx+\varphi_2)-(\omega t-kx+\varphi_1)]$$

波腹（同相）

$$\Delta\Phi=(\omega t+kx+\varphi_2)-(\omega t-kx+\varphi_1)=\pm 2m\pi$$

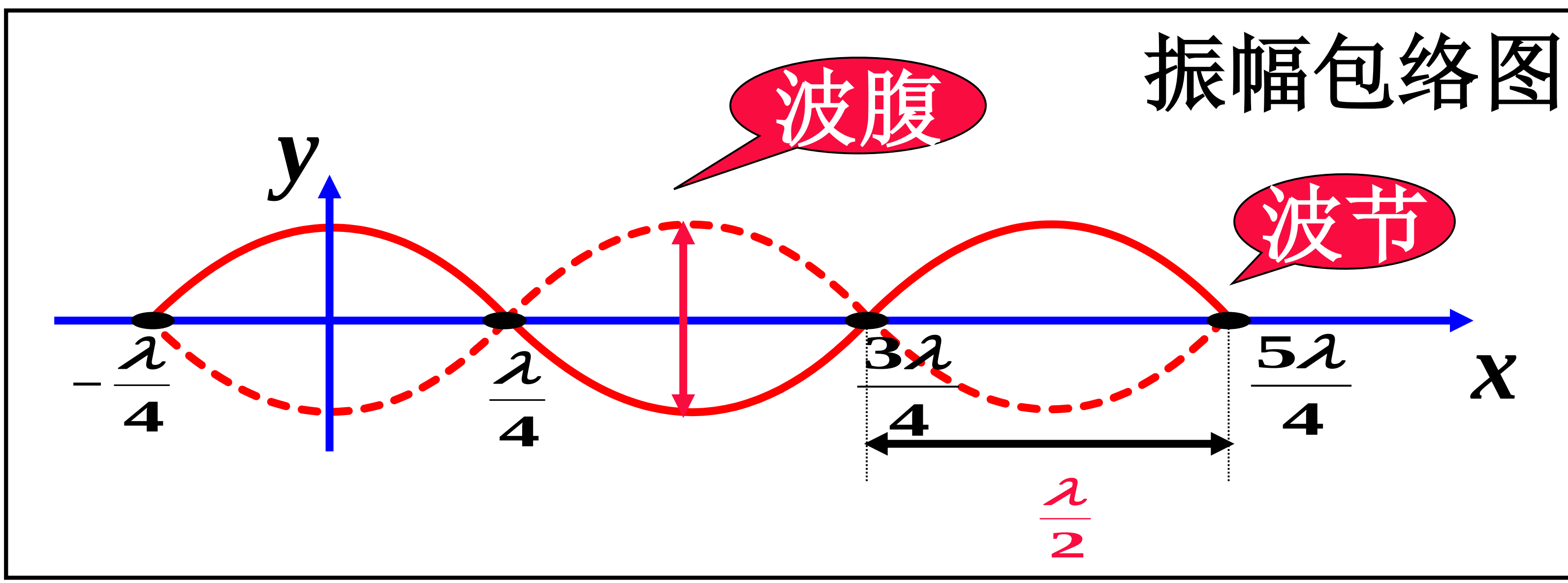
波节（反相）

$$\Delta\Phi=(\omega t+kx+\varphi_2)-(\omega t-kx+\varphi_1)=\pm(2m+1)\pi$$

结论 有些点始终不振动, 有些点始终振幅最大.

相邻**波腹（节）**间距 $=\lambda/2$

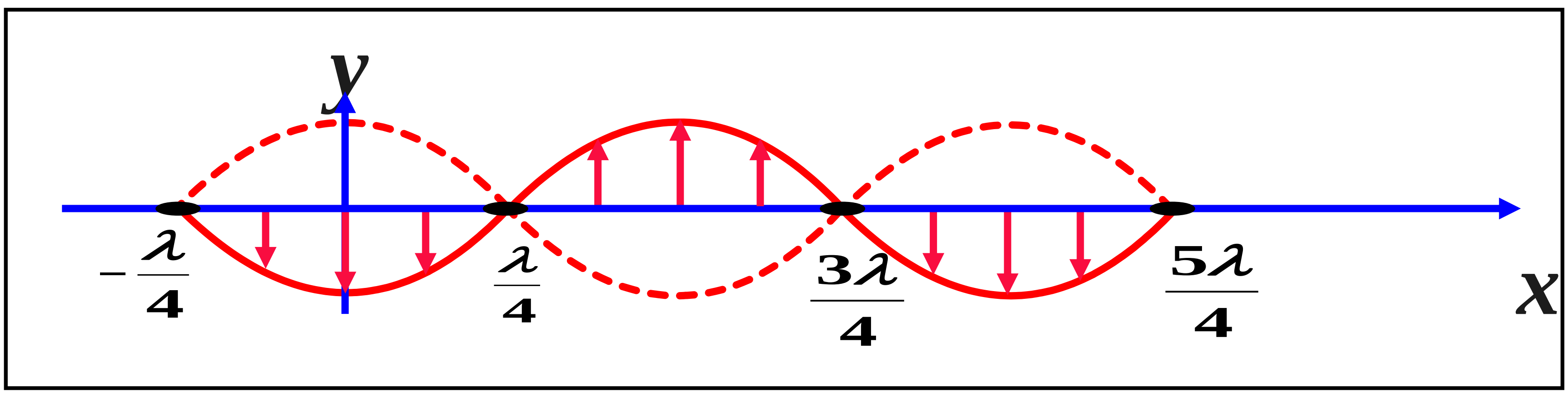
相邻波**腹**和波**节**间距 $=\lambda/4$



(2) 相位分布

结论 相邻两波节间各点振动相位相同

结论 一波节两侧各点振动相位相反



三 相位跃变（半波损失）

边界条件

驻波一般由入射、反射波叠加而成，反射发生在两介质交界面上，在交界面处出现波节还是波腹，取决于介质的性质.

介质分类

$\rho u =$ 波阻

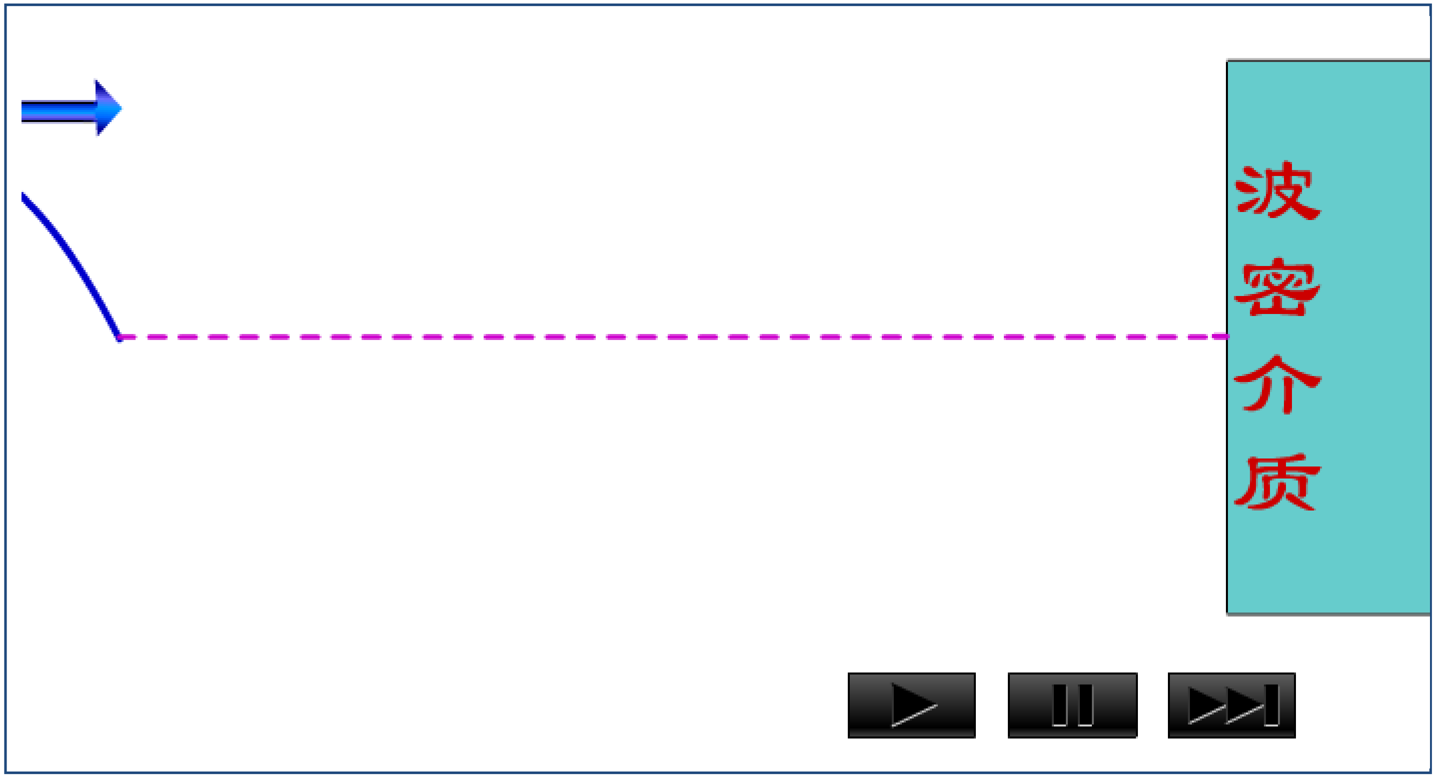
波疏介质, 波密介质

波疏介质 $\longrightarrow$ 波密介质

当波从波疏介质垂直入射到波密介质，被反射到波疏介质时形成**波节**．入射波与反射波在此处的相位时时**相反**，即反射波在**分界处**产生π的相位**跃变**，相当于出现了半个波长的波程差，称**半波损失**．

波疏介质 → 波密介质

波疏介质 ρu 较小



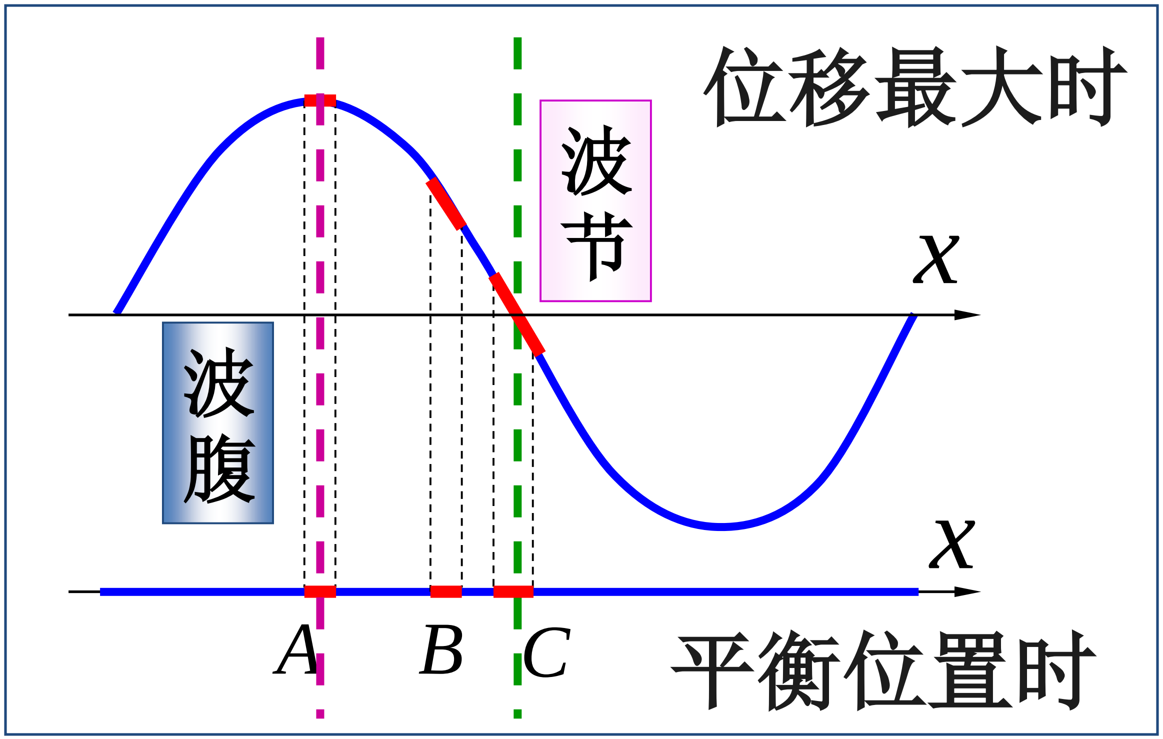
波密介质 ρu 较大

波密介质 ⟶ 波疏介质

当波从波密介质垂直入射到波疏介质，被反射到波密介质时形成波腹. 入射波与反射波在此处的相位时时相同，即反射波在分界处不产生相位跃变.


波疏介质

四 驻波的能量



$$\mathrm{d}W_{\mathrm{p}} \propto \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{k}} \propto \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$$

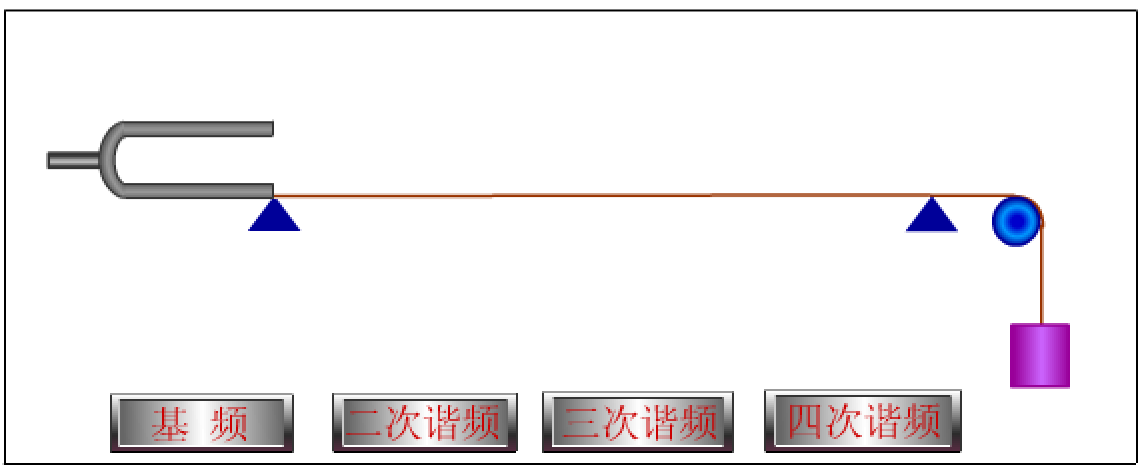
驻波的能量

驻波的能量在相邻的波腹和波节间往复变化，在相邻的波节间发生动能和势能间的转换，动能主要集中在波腹，势能主要集中在波节，但无能量的定向传播.

五 振动的简正模式

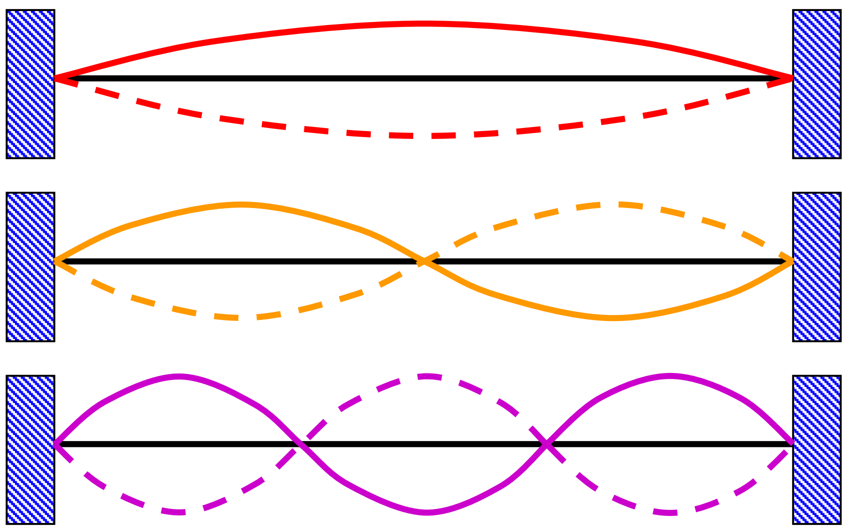
两端固定的弦线形成驻波时，波长 λ_n 和弦线长 l 应满足

$$l = n\frac{\lambda_n}{2} \quad \nu_n = n\frac{u}{2l} \quad n = 1,2,\cdots$$



两端固定的弦振动的简正模式

$$l = n\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1,2,\cdots$$



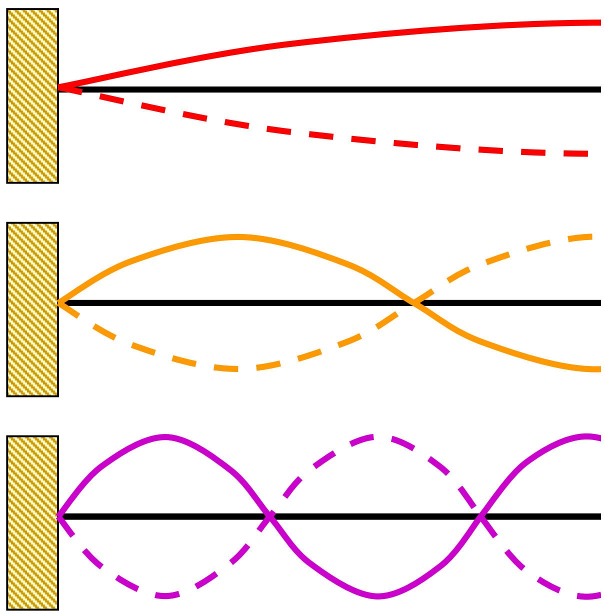
$$l = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$l = \frac{2\lambda_2}{2}$$

$$l = \frac{3\lambda_3}{2}$$

一端固定一端自由的弦振动的简正模式

$$l=(n-\frac{1}{2})\frac{\lambda_n}{2}\quad n=1,2,\cdots$$



$$l=\frac{\lambda_1}{4}$$

$$l=\frac{3\lambda_2}{4}$$

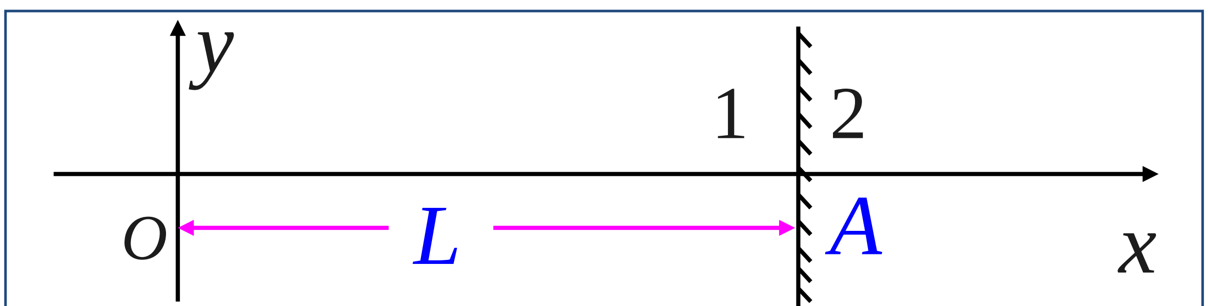
$$l=\frac{5\lambda_3}{4}$$

简正模

例 如图, 一列沿x轴正向传播的简谐波方程为 $y_1 = 10^{-3}\cos[200\pi(t - x/200)](\mathrm{m})$ （1）在1，2两种介质分界面上点A与坐标原点O相距L=2.25 m.已知介质2的波阻大于介质1的波阻, 反射波与入射波的振幅相等, 求:

（1）反射波方程;　　（2）驻波方程;

（3）在OA之间波节和波腹的位置坐标.



另解 （1）入射波方程为

$$y_1 = 10^{-3}\cos[200\pi(t - \frac{x}{200}) + \varphi_1] \quad (1)$$

其中 $\varphi_1 = 0$

设反射波方程为

$$y_2 = 10^{-3}\cos[200\pi(t + \frac{x}{200}) + \varphi_2] \quad (2)$$

已知介质2的波阻大于介质1的波阻，则在界面 $x = L$ 处发生半波损失，即反射波的相位与入射波的相位相差π，即

$$200\pi(t + \frac{x}{200}) + \varphi_2 = 200\pi(t - \frac{x}{200}) + \varphi_1 + \pi$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - 2kL + \pi = 0 - 2\frac{\omega}{u}L + \pi$$

舍去

$$= 0 - 2\times\pi\times 2.25 + \pi = -3.5\pi = -4\pi + \frac{\pi}{2}$$

所以反射波方程为

$$y_2 = 10^{-3}\cos[200\pi(t+\frac{x}{200})+\frac{\pi}{2}]\ \ \mathbf{(m)}$$

（2） $$y = y_1 + y_2 = 10^{-3}\cos[200\pi(t-\frac{x}{200})]$$

$$+10^{-3}\cos[200\pi(t+\frac{x}{200})+\frac{\pi}{2}]$$

$$y = y_1 + y_2 = 2\times10^{-3}\cos(\pi x+\frac{\pi}{4})\cos(200\pi t+\frac{\pi}{4})$$

（3） 令 $\cos(\pi x+\frac{\pi}{4})=0$

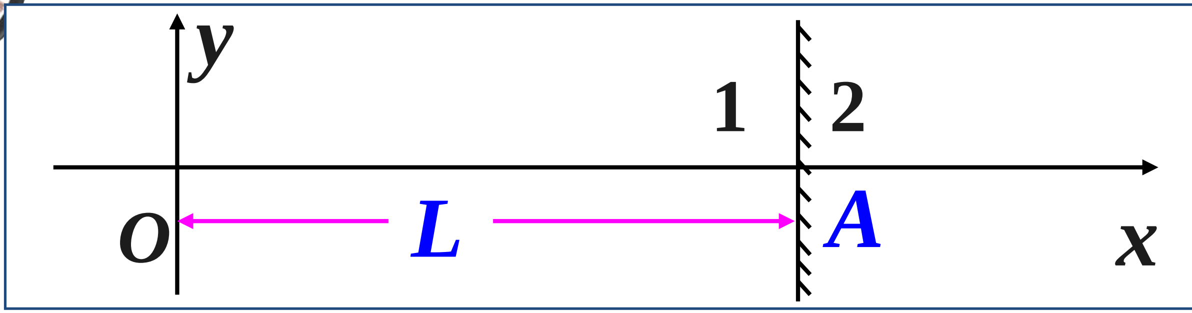
得波节坐标 $x=n+\frac{1}{4}$ $(n=0,1,2,\cdots)$

$x\leq 2.25\ \mathrm{m}$ $x=0.25\ \mathrm{m},1.25\ \mathrm{m},2.25\ \mathrm{m}$

令 $\left|\cos(\pi x+\frac{\pi}{4})\right|=1$

得波腹坐标 $x=n-\frac{1}{4}$ $(n=1,2,\cdots)$

$x\leq 2.25\ \mathrm{m}$ $x=0.75\ \mathrm{m},1.75\ \mathrm{m}$



$$\omega = 200\pi, u = 200 \qquad k = \frac{\omega}{u} = \pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 2m \qquad \frac{\lambda}{2} = 1m \qquad \frac{\lambda}{4} = 0.5m$$

$x = L = 2.25m$ **A处为波节**

波节坐标为 $x = 2.25m, 1.25m, 0.25m$

波腹坐标为 $x = 1.75m, 0.75m$