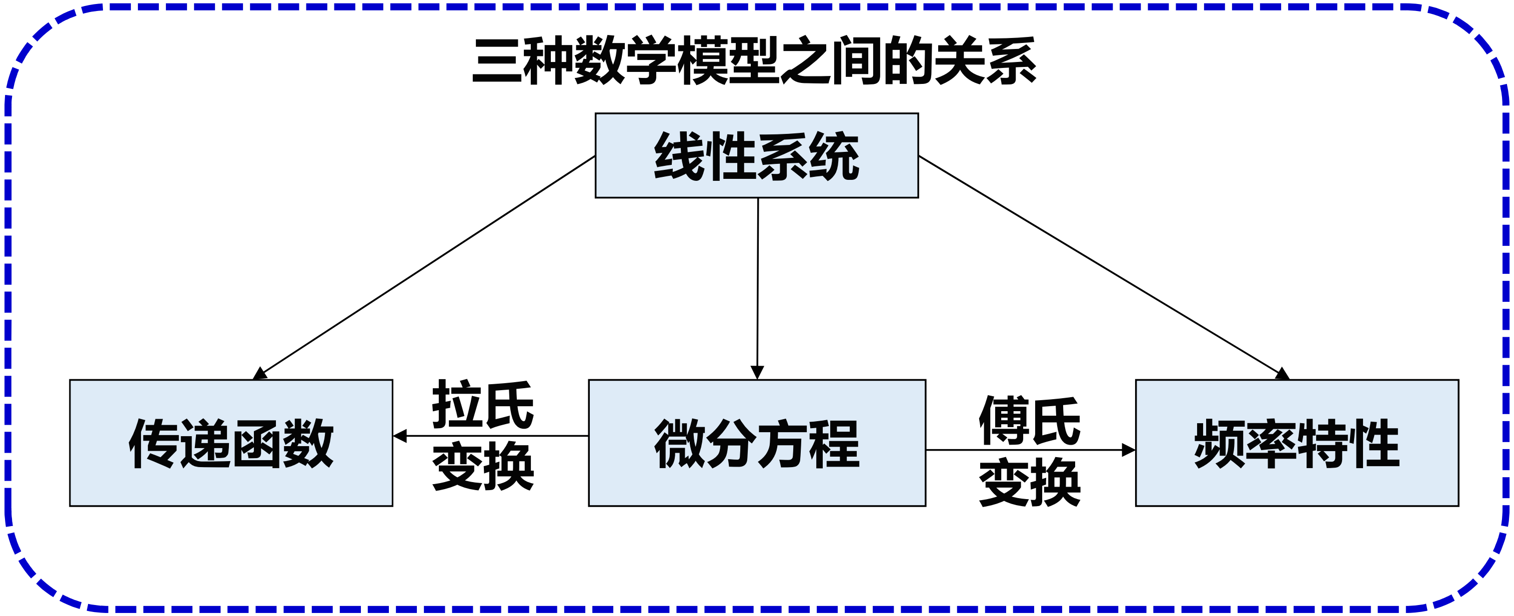
引言

表示形式

- 微分方程
- 传递函数
- 频率系统



引言

□ 微分方程的列写步骤

1）确定系统的输入、输出变量；

2）从输入端开始，按照信号的传递顺序，根据各变量所遵循的物理定理写出各微分方程；

3）消去中间变量，写出输入、输出变量的微分方程；

4）变换成标准形式。

结构图

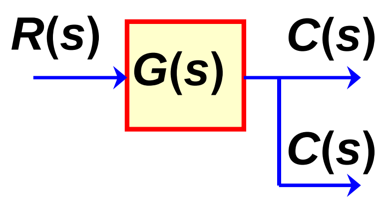
- 比较点和引出点的移动：

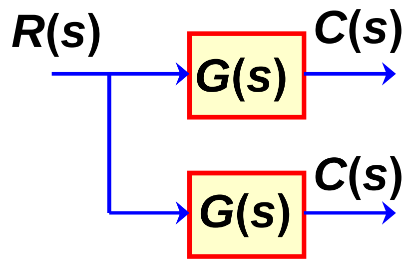
  等效原则：前向通道和反馈通道传递函数都不变。

- 引出点移动：

  1. 引出点前移

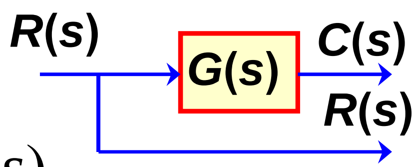
  $C(s)=G(s)R(s)$

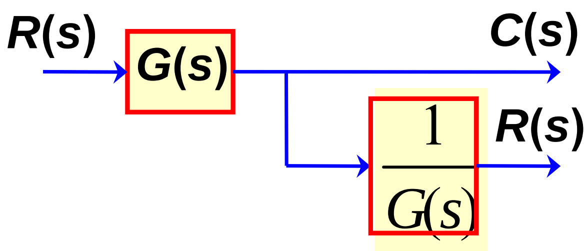




  2. 引出点后移

$$R(s)=\frac{1}{G(s)}G(s)R(s)$$

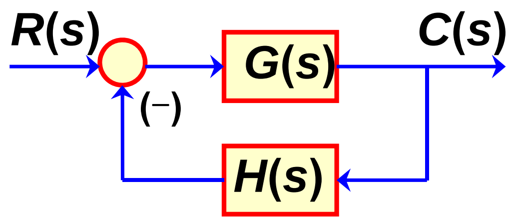


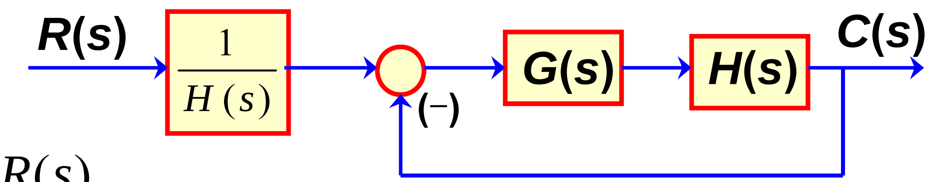


结构图

• 其它等价法则

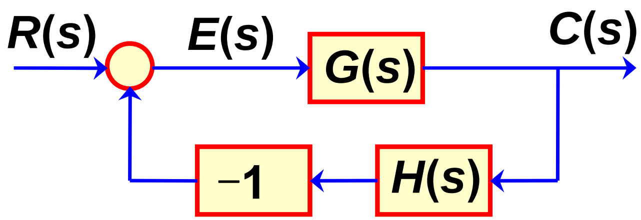
1. 等效为单位反馈系统





$$C(s)=\frac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)}\cdot\frac{1}{H(s)}R(s)$$

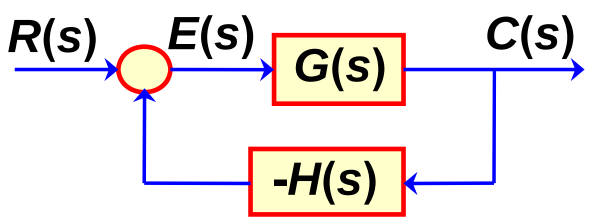
2. 负号可在支路上移动



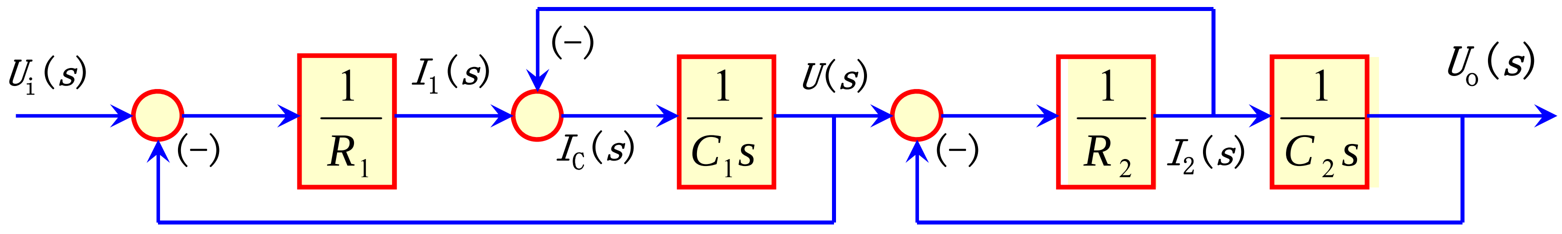
$E(s)=R(s)-H(s)C(s)$

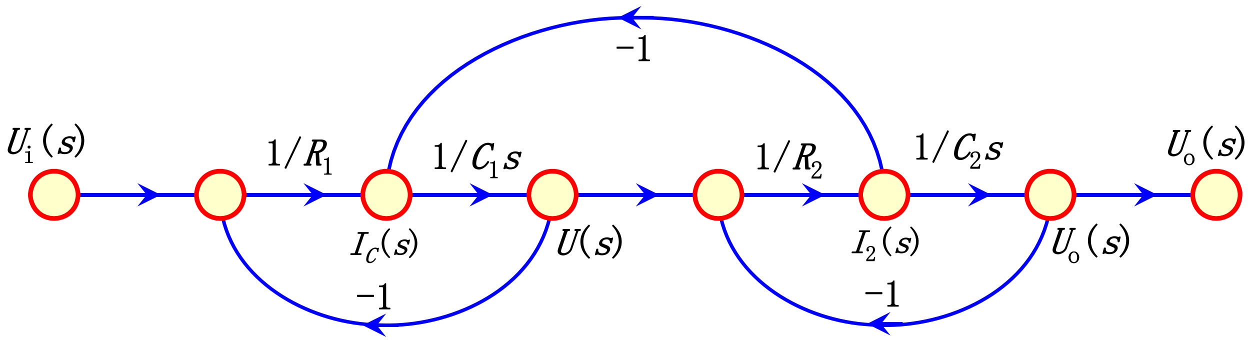
$=R(s)+(-1)H(s)Cs)$

$=R(s)+[-H(s)]C(s)$



绘制结构图对应的信号流图





信号流图

二、梅逊公式

任一结构图中，某个输入对某个输出的传递函数为

$$P=\frac{\sum_{1}^{n} P_k \Delta_k}{\Delta}$$

式中：n 为前向通路的条数

P_k为第k条前向通路增益

Δ为系统特征式

Δ=1-（所有单独回路增益之和）+（所有每两个互不接触回路增益乘积之和）-（所有三个互不接触回路增益乘积之和）+……

$$=1-\sum L_a+\sum L_b L_c-\sum L_d L_e L_f+\cdots$$

Δk为第k条前向通路特征式的余子式，即将第k条前向通路去掉，对余下的图再算一次Δ。

控制系统的稳定性

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots\ldots + a_1 s + a_0 = 0 \qquad (a_0 \rangle 0)$$

- 将方程各项**系数**组成**劳斯表**

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	………
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	………
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	………
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	………
s^{n-4}	d_1	d_2	d_3	d_4	………
$\vdots$					
s^2	e_1	e_2			
s^1	f_1				
s^0	g_1				

控制系统的稳定性

➢ **计算劳斯表的各系数**

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

$$b_3 = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}$$

……

b_i

系数的计算一直进行到其余的b值**全部等于零**为止。

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	………
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	………
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	………
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	………
s^{n-4}	d_1	d_2	d_3	d_4	………
$\vdots$					
s^2	e_1	e_2			
s^1	f_1				
s^0	g_1				

控制系统的稳定性

用同样的前两行系数交叉相乘的方法，可以计算c , d, ··· ···e , f , g 各行的系数。

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1} \qquad d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1} \qquad d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$$

$$c_3 = \frac{b_1 a_{n-7} - a_{n-1} b_4}{b_1} \qquad \cdots \cdots \cdots \cdots$$

$$\cdots \cdots \cdots \cdots$$

这个计算过程一直进行到n+1行为止。为了简化运算，可以用一个**正整数**去乘或除其一行的各项，这将**不改变**稳定性的结论。

控制系统的稳定性

(2) 劳斯表某行的第一列系数等于零，而其余各项不全为零的情况

当劳斯表**某一行**的**第一列系数为零**，而**其余项不全为零**，**可用一个很小的正数 ε 代替第一列的零项**，然后按照通常方法计算劳斯表中的其余项。

(3)劳斯表某行所有系数均为零的情况

如果劳斯表中**某一行**（如第K行）**各项为零**，这说明在S平面内**存在以原点为对称的特征根**。

控制系统的稳定性

综上所述，应用劳斯表判据分析系统的稳定性时，一般可以按如下顺序进行：

1、确定系统**是否满足稳定的必要条件**。当特征方程的系数不满足 $a_i\rangle 0$(i=0,1,2,……n)时，系统是不稳定的。

2、**当**特征方程的系数**满足**$a_i\rangle 0$ (i=0,1,2,……n)**时**，计算劳斯表。当劳斯表的**第一列系数都大于零时**，系统是**稳定**的。如果第一**列出现小于零的系数**，则系统是**不稳定**的。

控制系统的稳定性

3、若计算劳斯表时出现情况（2）和（3），此时为确定系数极点的分布情况，可按情况（2）和（3）的方法处理。

运用劳斯判据，不仅可以判定系统是否稳定，还可以用来分析系统参数的变化对稳定性产生的影响，从而给出使系统稳定的参数范围。

控制系统的稳态误差

在各种典型输入信号作用下，不同类型系统的给定稳态误差如表3-1所示。

系统类别	静态误差系数			阶跃输入 $r(t)=R\cdot I(t)$	斜坡输入r(t)=R t	加速度输入 $r(t)=\frac{Rt^2}{2}$
γ	K_p	K_γ	K_a	$e_{ss}=\frac{R}{1+K_p}$	$e_{ss}=\frac{R}{K_\gamma}$	$e_{ss}=\frac{R}{K_a}$
0	K	0	0	$\frac{R}{1+K}$	∞	∞
I	∞	K	0	0	$\frac{R}{K}$	∞
II	∞	∞	K	0	0	$\frac{R}{K}$
	∞	∞	∞	0	0	0

表3-1　输入信号作用下的稳态误差

控制系统的稳态误差

二、输入作用下的稳态误差

在图3-22所示系统中，如果不计扰动输入的影响，可以求得系统的给定稳态误差。此时，系统的结构图可简化为图3-23。

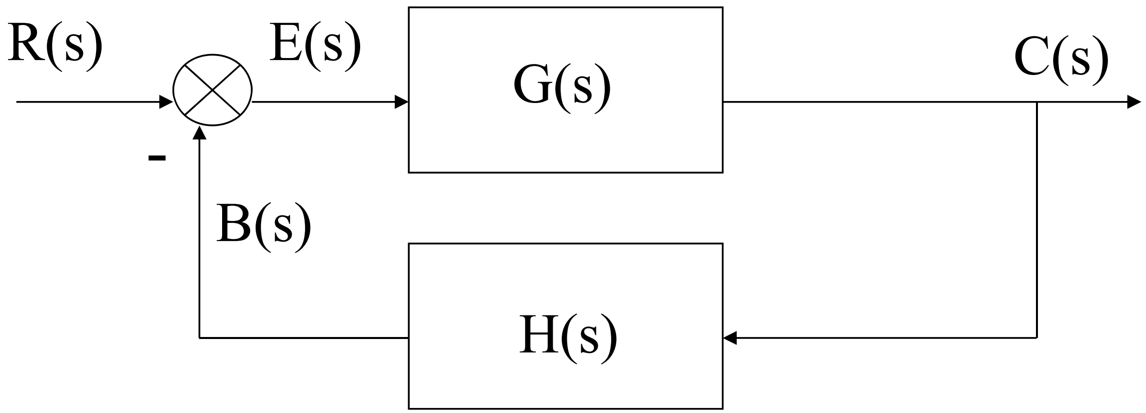


图3-23 给定输入作用下系统结构图

控制系统的稳态误差

由图3-23可知

$$C(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}\cdot R(s)$$

由误差的定义可知

$$E(s)=R(s)-B(s)=R(s)-H(s)C(s)$$

$$=\frac{1}{1+G(s)H(s)}\cdot R(s)=\Phi_{er}(s)R(s)$$

式中

$$\Phi_{er}(s)=\frac{1}{1+G(s)H(s)}$$

称为给定输入作用下系统的**误差传递函数**。

控制系统的稳态误差

应用拉氏变换的终值定理可以方便地求出系统的稳态误差。

$$e_{ss}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{s\to 0}sE(s)=\lim_{s\to 0}\frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)} \qquad (3\text{-}33)$$

式 **(3-33)** 是确定给定稳态误差的一个基本公式。它表明，在给定输入作用下，系统的稳态误差与系统的结构、参数和输入信号的形式有关，对于一个给定的系统，当给定输入的形式确定后，系统的**稳态误差**将**取决于以开环传递函数描述的系统结构**。

控制系统的稳态误差

下面根据线性系统的叠加原理，以图3-25所示系统来讨论由扰动输入所产生的稳态误差。按照前面给出的误差信号的定义可得扰动输入引起的误差为

$$E(s)=R(s)-B(s)=-H(s)C(s)$$

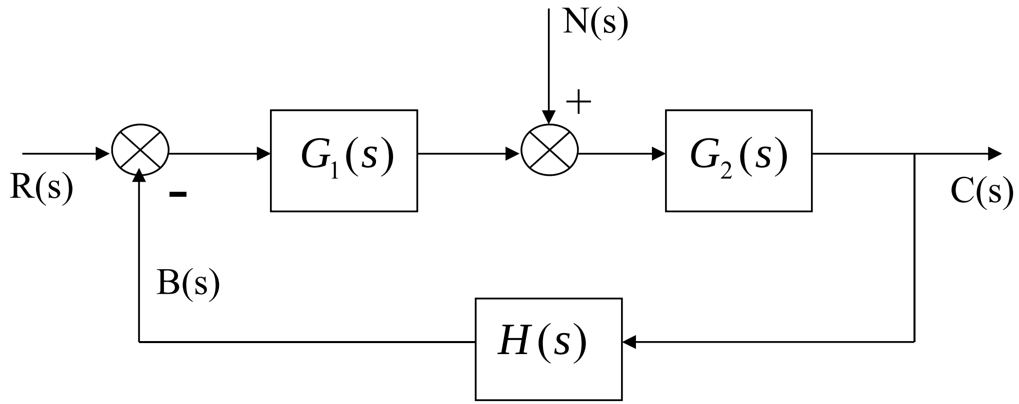


图3-25　扰动输入作用下系统结构图

控制系统的稳态误差

而此时系统的输出为

$$C(s)=\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}\cdot N(s)$$

所以

$$E(s)=-\frac{G_2(s)H(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}\cdot N(s)=\Phi_{en}(s)\cdot N(s)$$

式中

$$\Phi_{en}(s)=-\frac{G_2(s)H(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

称为扰动输入作用下系统的误差传递函数。

此时，系统的稳态误差为

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}e(t)=\lim_{s\to 0}-\frac{sG_2(s)H(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}\cdot N(s)$$

控制系统的稳态误差

在图3-27所示系统中，为了消除由r(t)引起的稳态误差，可在原反馈控制的基础上，从给定输入处引出前馈量经补偿装置 $G_c(s)$，对系统进行开环控制。此时系统误差信号的拉氏变换式为

$$E(s) = R(s) - G_2(s)[G_1(s)E(s) + G_c(s)R(s)]$$

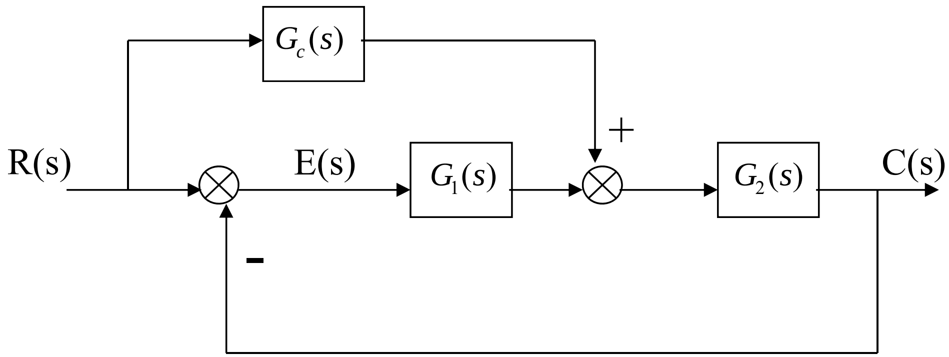


图3-27 按给定输入补偿的复合控制

控制系统的稳态误差

在图3-28所示系统中，为了**消除由n(t)引起的稳态误差**，可在原反馈控制的基础上，**从扰动输入引出前馈量**经补偿装置 $G_c(s)$ 加到系统中，若设r(t)=0，则系统的输出C(s)就是系统的误差信号。系统输出的拉氏变换式为

$$C(s)=G_2(s)[N(s)-G_1(s)G_c(s)N(s)-G_1(s)C(s)]$$

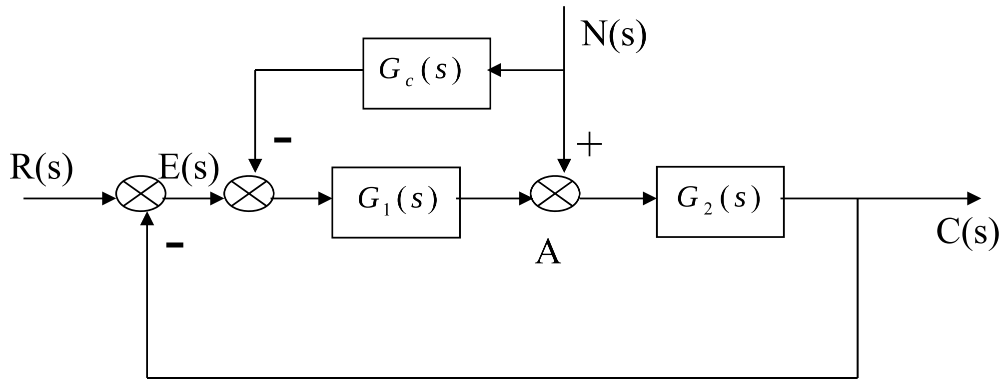
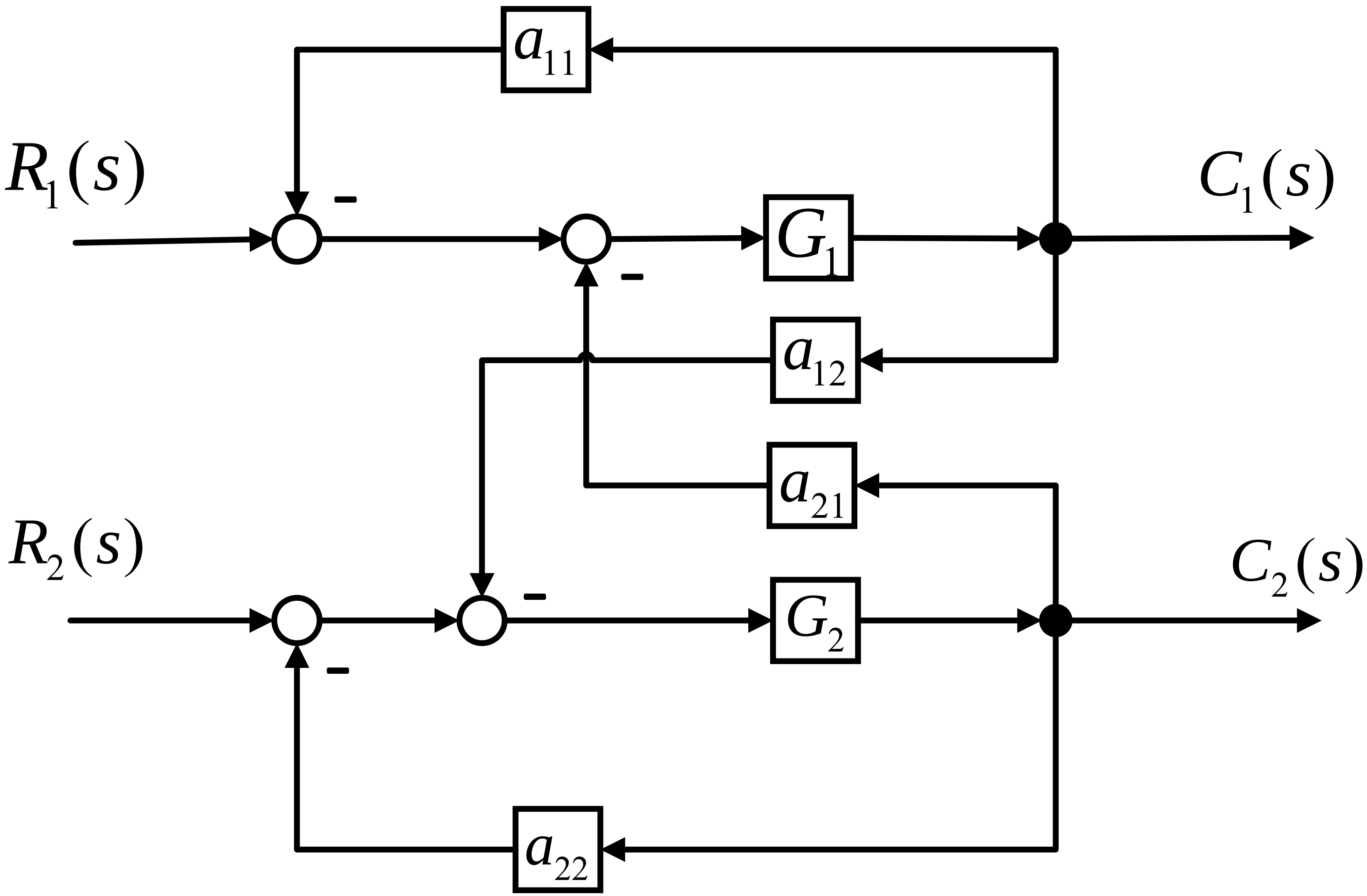
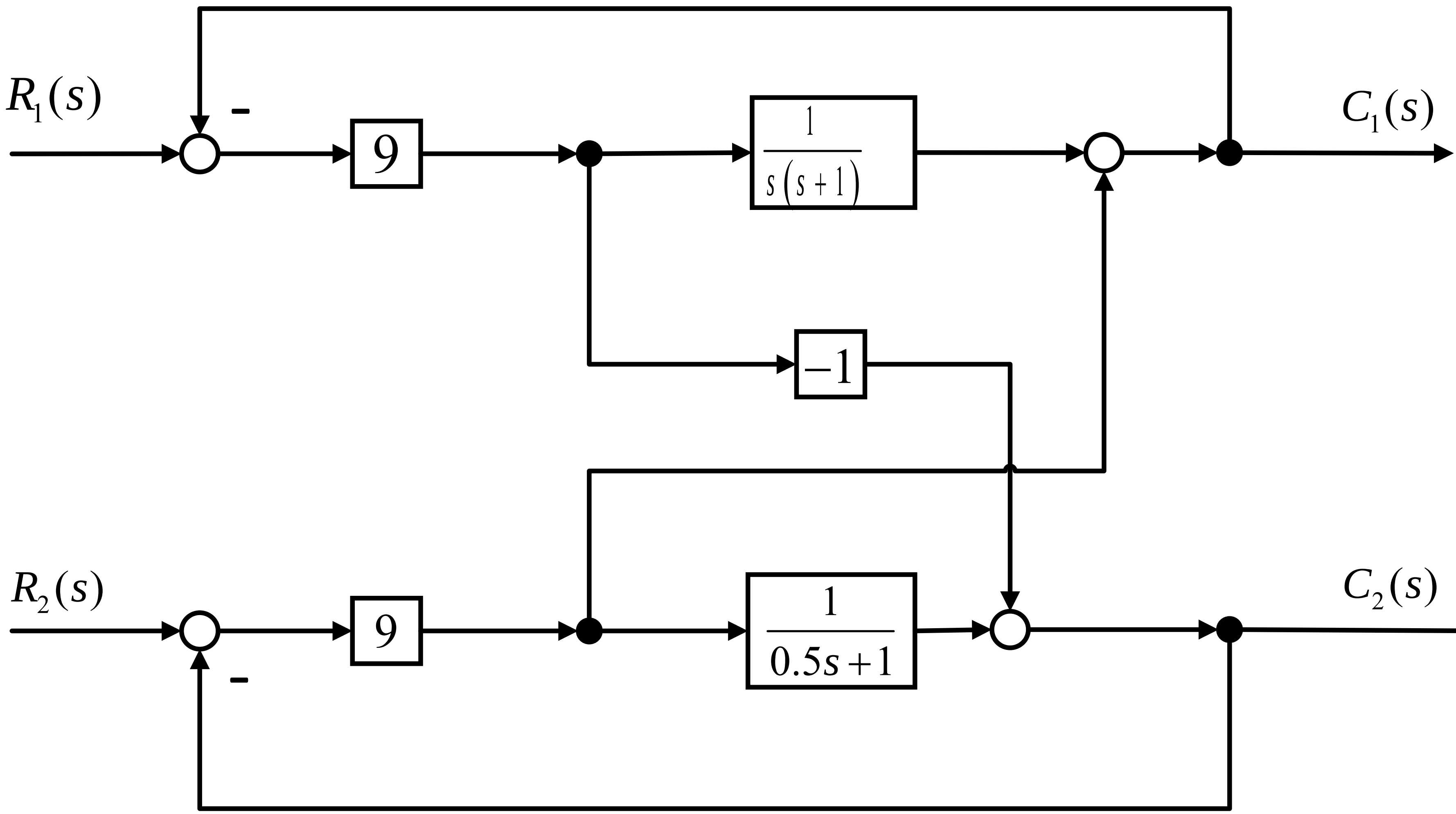


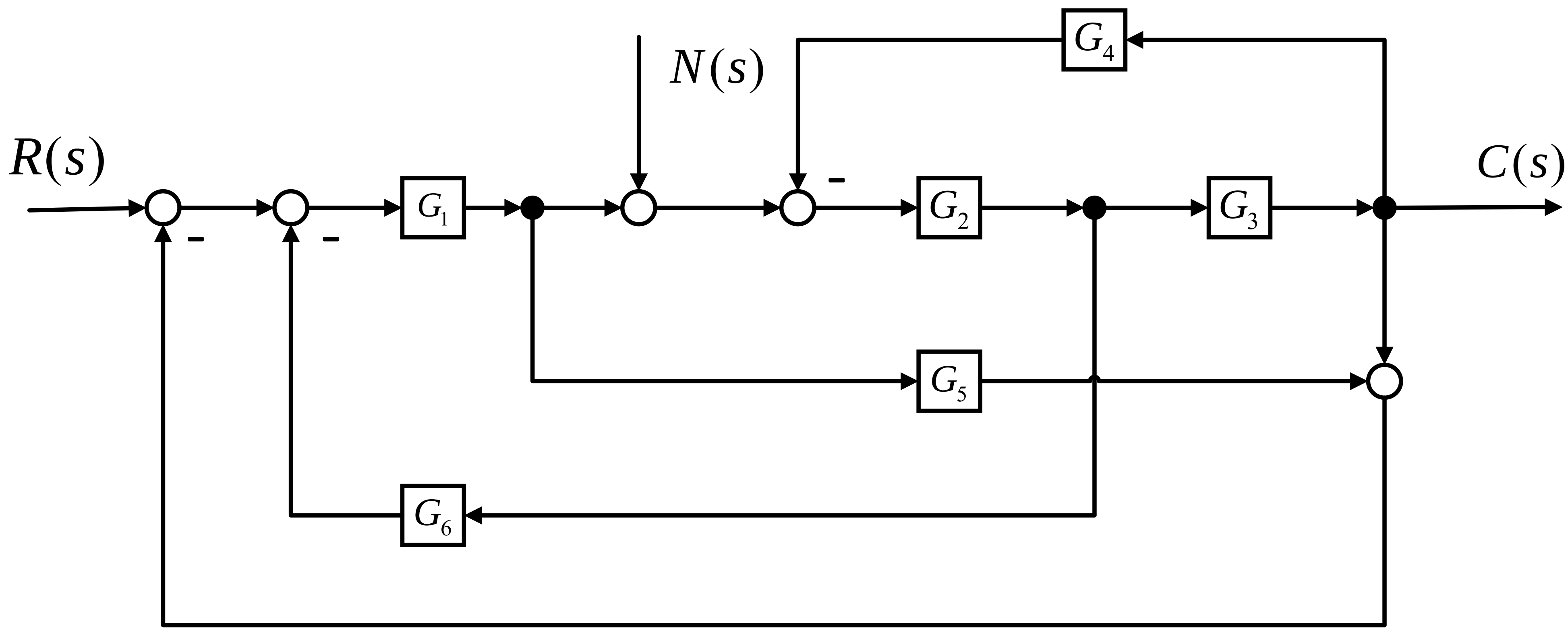
图3-28 按扰动输入补偿的复合控制



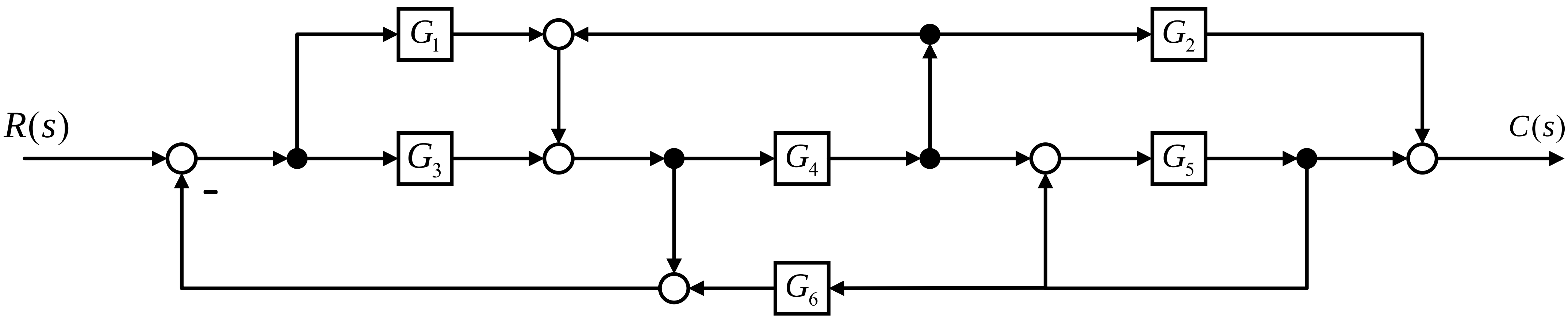
$R_1(s)$
a_{11}
G_1
$C_1(s)$
a_{12}
a_{21}
$R_2(s)$
G_2
$C_2(s)$
a_{22}
-
-
-
-



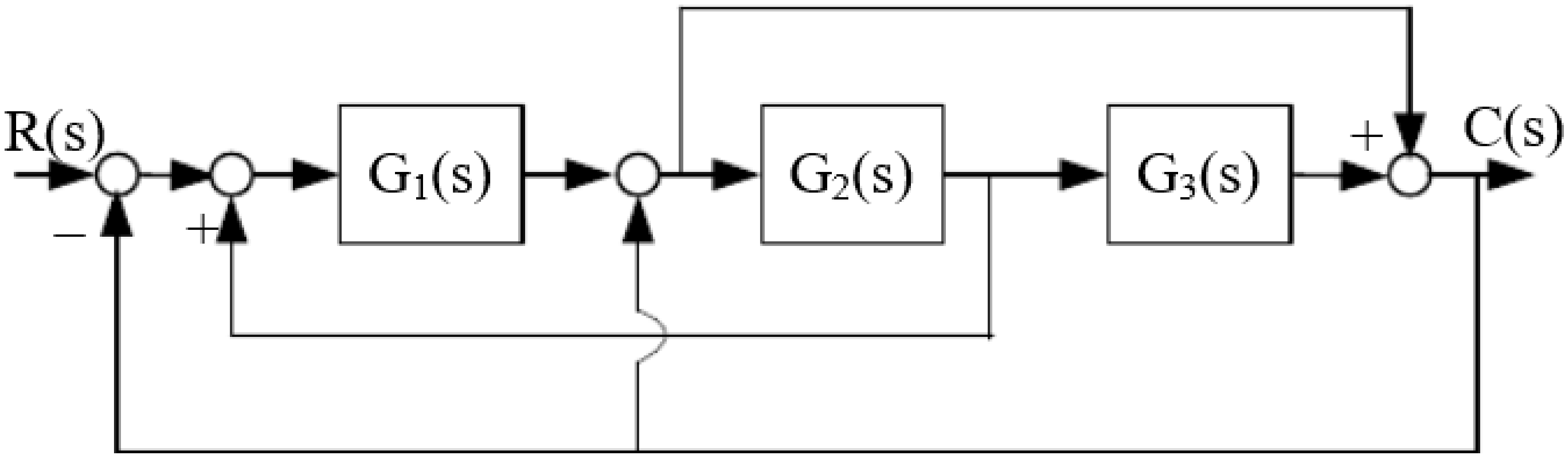
$R_1(s)$
-
9
$\frac{1}{s(s+1)}$
$C_1(s)$
-1
$R_2(s)$
-
9
$\frac{1}{0.5s+1}$
$C_2(s)$



R(s)
N(s)
C(s)
G1
G2
G3
G4
G5
G6
-
-
-



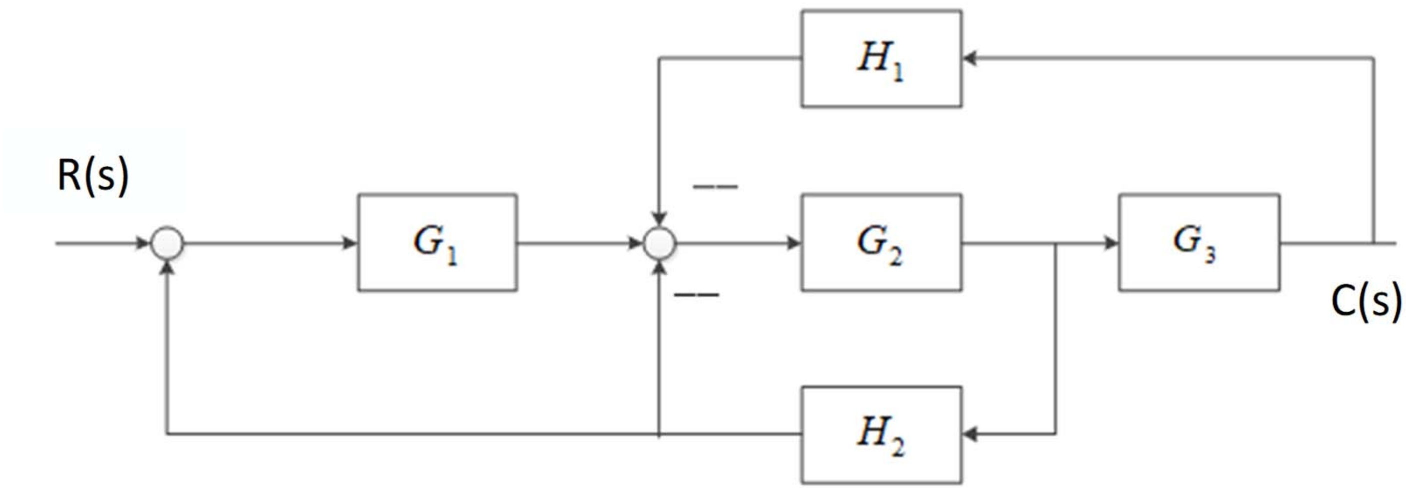
R(s)
C(s)
G1
G2
G3
G4
G5
G6
-


R(s)
−
+
G1(s)
G2(s)
G3(s)
+
C(s)

1）运用梅森公式求出该系统的输入输出传递函数

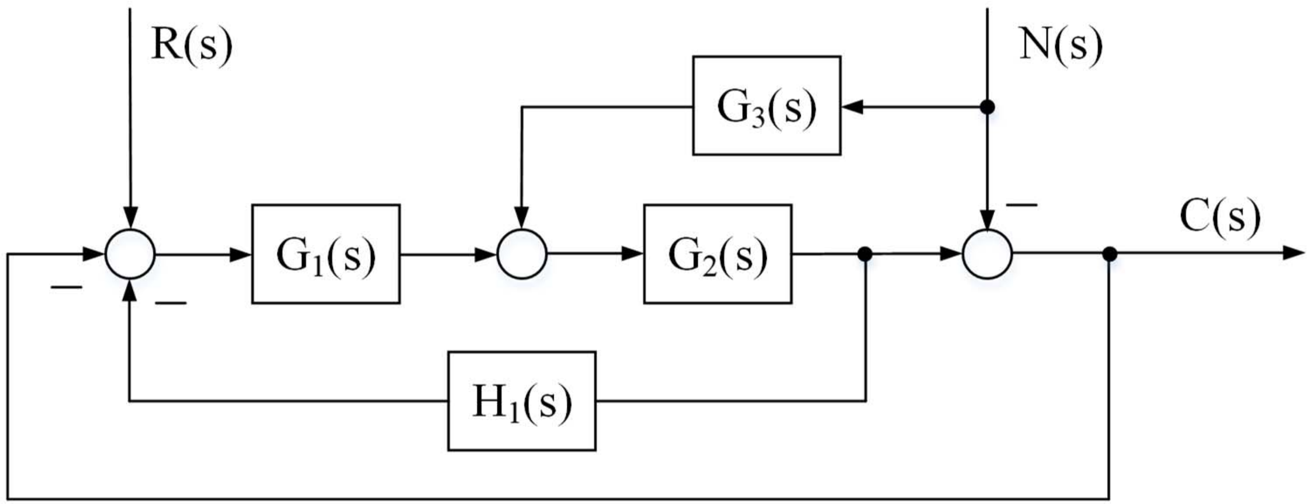
2）若 $G_1=1$ 且 $G_2G_3H_1=S^3+10S^2+16S+159$，试判断系统稳定性

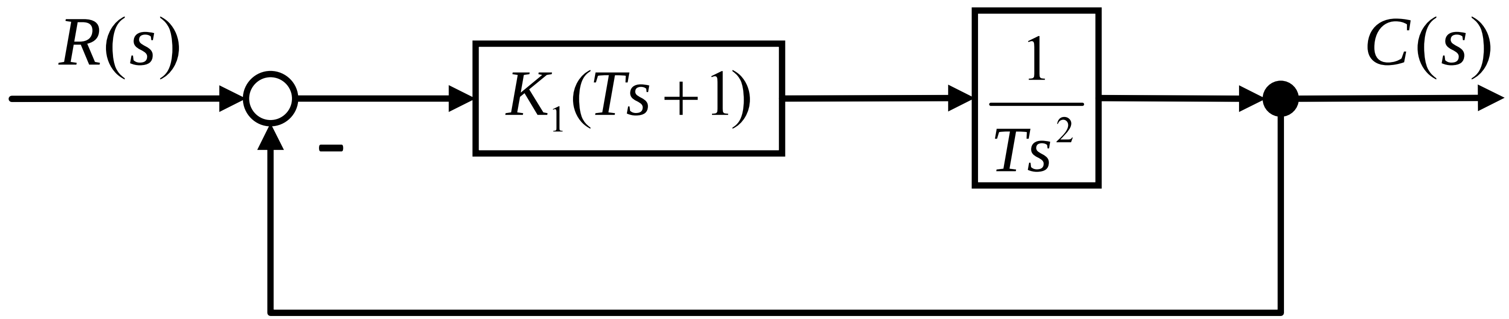
3）求出系统所有闭环极点



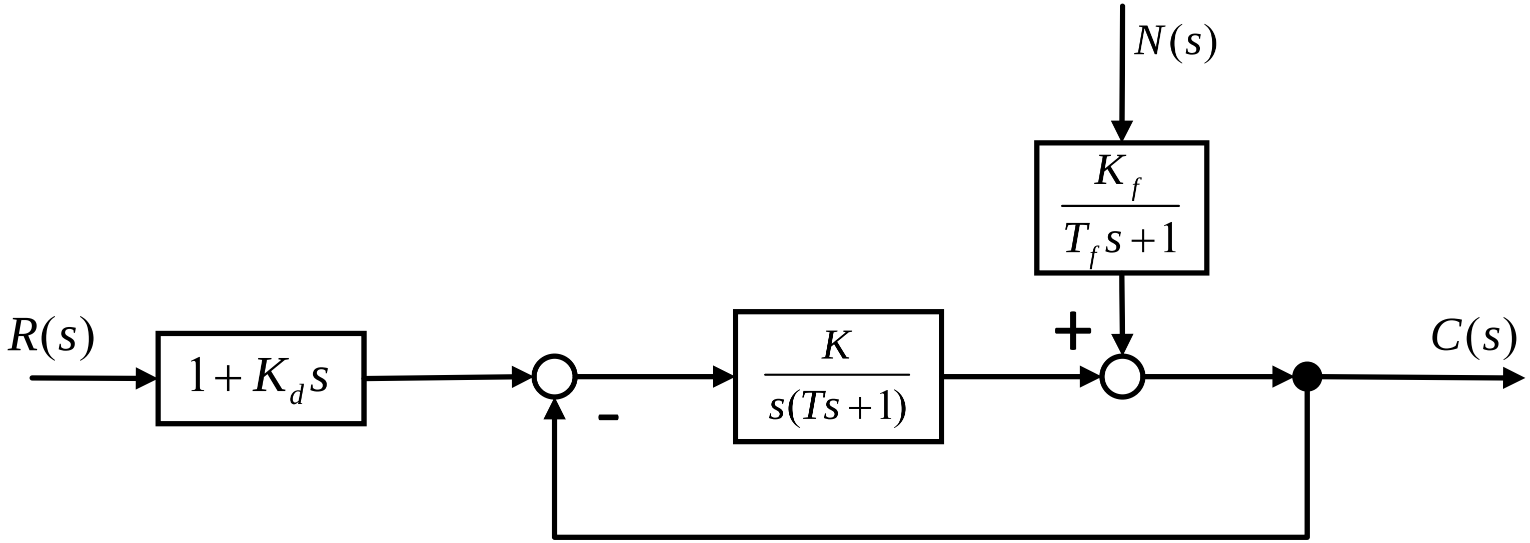
（1）用结构图简化法求下图传递函数 C(s)/N(s)

（2）当 $G_1(s)G_2(s)=\dfrac{s^2+1}{s^3+4s^2+6s+2}$， $H_1(s)=\dfrac{1}{s^2+2s+3}$ 时候，利用劳斯判据求传递函数 C(s)/R(s)在 S 右半平面极点的个数

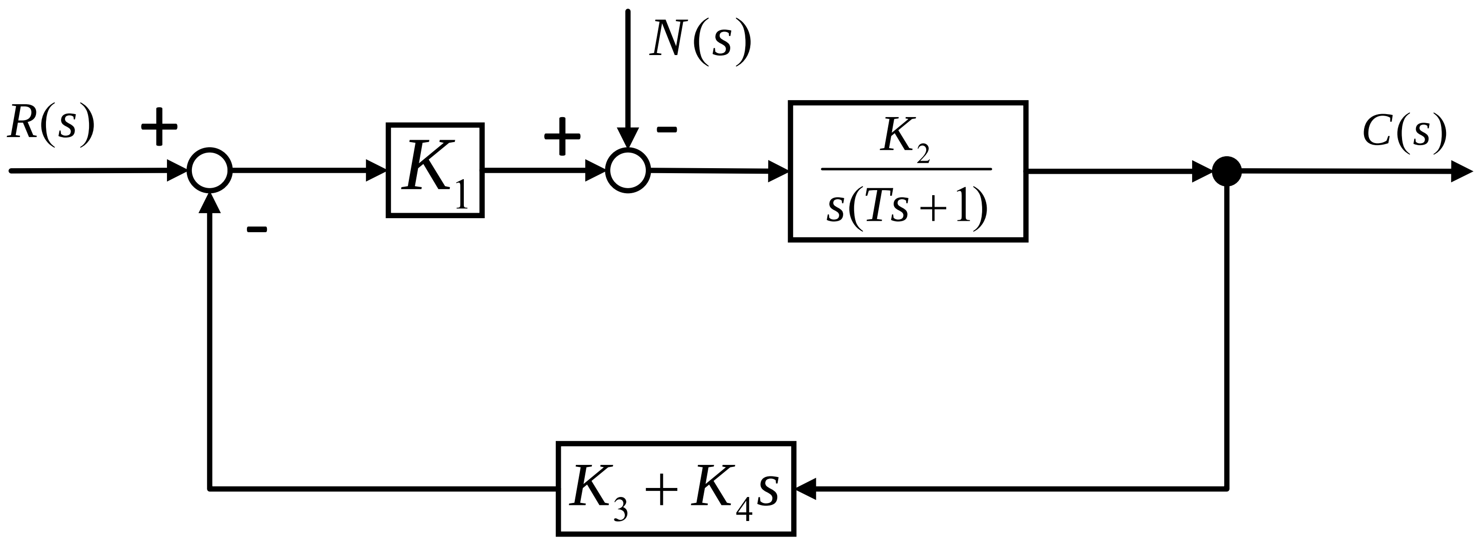




$T=3, \frac{K_1}{J}=\frac{2}{9}$，求系统的阻尼比及各项动态性能指标



已知$E(s)=R(s)-C(s)$, $r(t)$和$n(t)$为单位斜坡函数，K>0，T>0　(1)$K_d=0$时系统的稳态误差　(2)选择K_d的值，使得$c(t)$与$r(t)$之间不存在稳态误差



(1)$R(s)=0$,扰动$N(s)$为单位阶跃函数，试求对C（s）的影响

(2)$N(s)=0$, $R(s)$为单位阶跃函数，试求$C(s)$的稳态误差