# 习题1



系统的开环传递函数 $G(s)=\dfrac{N}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$ 试用奈氏判据判断系统的稳定性

# 习题1



系统的开环传递函数 $G(s)=\dfrac{N}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$ 试用奈氏判据判断系统的稳定性

组成系统的环节为一个积分环节、两个惯性环节和比例环节

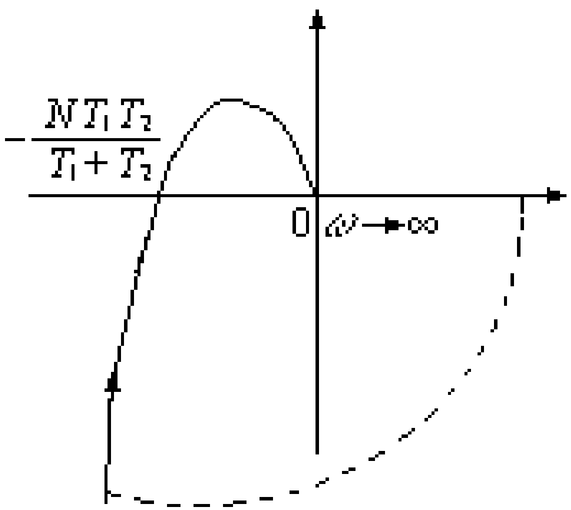
$$G(j\omega)=\frac{-N(T+_1T_2)\omega-jN(1-\omega^2T_1T_2)}{\omega(1+T_1{}^2\omega^2)(1+T_2{}^2\omega^2)}$$

$$\lim_{\omega\to0}R_e[G(j\omega)]=-N(T_1+T_2)$$

$$\lim_{\omega\to0}I_m[G(j\omega)]=-\infty$$

$$\lim_{\omega\to\infty}|G(j\omega)|=0$$

$$\lim_{\omega\to\infty}\angle G(j\omega)=-270°$$




求幅相曲线与负实轴的交点

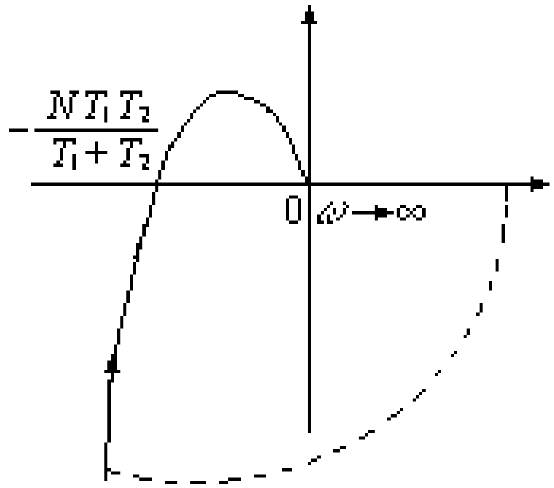
令$I_m[G(j\omega)]=0$

$$\omega_x=1/\sqrt{T_1T_2}$$

$$R_e[G(j\omega_x)]=-\frac{NT_1T_2}{T_1+T_2}$$

# 习题1






用奈氏判据判断系统的稳定性

由于组成系统的环节为最小相位环节，$p=0$；且为 1 型系统，故从$\omega=0$ 处补作辅助线，如图 5-64 虚线所示。

当$-\dfrac{NT_1T_2}{T_1+T_2}>-1$时，即$N<\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2}$，幅相特性曲线不包围$(-1，j0)$点，所以闭环系统是稳定的。

当$-\dfrac{NT_1T_2}{T_1+T_2}<-1$时，即$N>\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2}$，幅相特性曲线顺时针包围（$-1，j0$）点 1 圈，$R=-1$，$z=p-2R=2\neq0$，所以系统是不稳定的。

# 习题2



$$(1)\ G(s)=\frac{K(s+1)}{s(s^2+8s+100)}\qquad (2)\ G(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}{s^3},\tau_1,\tau_2>0$$

$$(3)\ G(s)=\frac{K}{s(Ts-1)},T>0\qquad (4)\ G(s)=\frac{K(1+s)}{s^2}$$

试用奈氏判据判断系统的稳定性

# 习题2

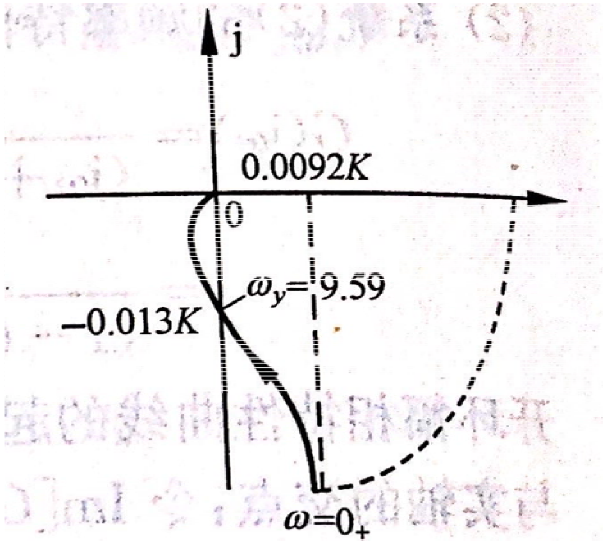
(2) $$G(s)=\frac{K(s+1)}{s(s^2+8s+100)}$$

起点: $G(j0_+)=0.0092K-j\infty$

$$G(j\omega)=\frac{K(j\omega+1)}{j\omega(100+j8\omega-\omega^2)}$$

$$=\frac{K(92-\omega^2)}{(100-\omega^2)^2+64\omega^2}-j\frac{K(100+7\omega^2)}{\omega[(100-\omega^2)^2+64\omega^2]}$$

终点: $G(j\infty)=0$




与虚轴交点:

$$\mathrm{Re}\left[G(j\omega)\right]=0$$

$$\omega_y=9.59, G(j\omega_y)=-0.013K$$

开环幅相特性在第III和第IV象限变化

# 习题2

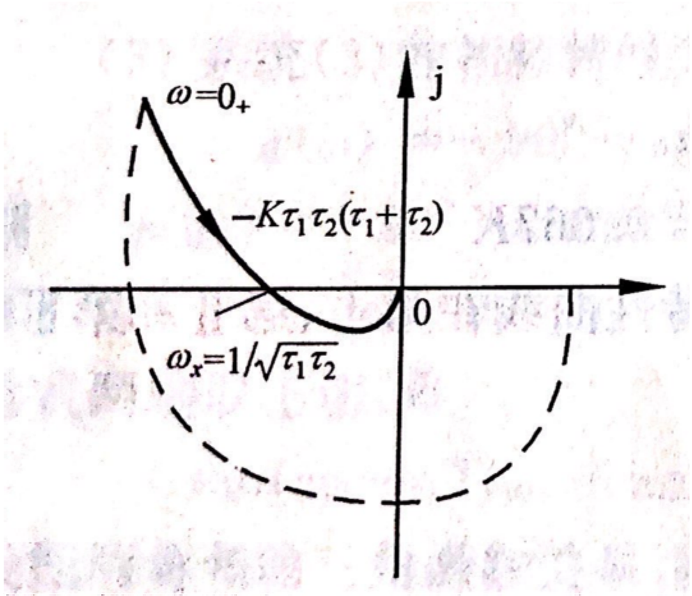


(3) $G(s)=\dfrac{K(\tau_1\delta+1)(\tau_2 s+1)}{s^2}$

起点: $G(j0_+)=-\infty+j\infty$

$$G(j\omega)=\frac{K(1+j\tau_1\omega)(1+j\tau_2\omega)}{-j\omega^3}$$
$$=-\frac{K(\tau_1+\tau_2)}{\omega^2}+j\frac{K(1-\tau_1\tau_2\omega^2)}{\omega^3}$$

终点: $G(j\infty)=0$




与实轴交点:

$$\mathrm{Im}\left[G(j\omega)\right]=0$$

$\omega_x=1/\sqrt{\tau_1\tau_2}, G(j\omega_x)=\mathrm{Re}[G(j\omega)]$
$=-K(\tau_1+\tau_2)\tau_1\tau_2$

开环幅相特性在第II和第III象限变化

# 习题2

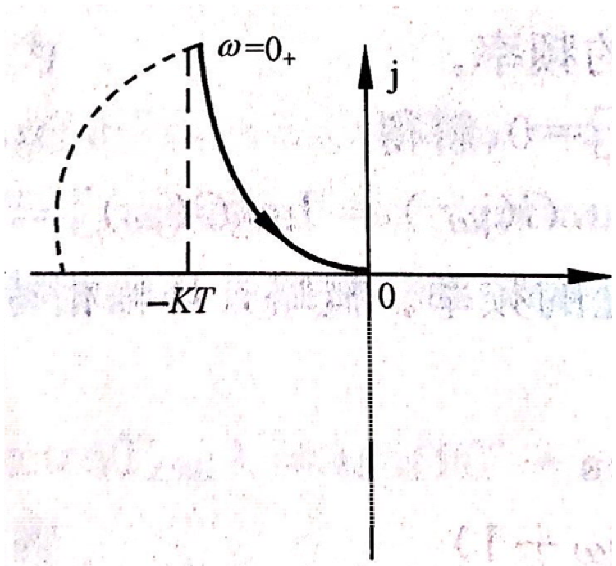


(4) $$G(s)=\frac{K}{s(Ts-1)},T>0$$

$$G(\mathrm{j}\omega)=\frac{K}{\mathrm{j}\omega(\mathrm{j}T\omega-1)}$$
$$=-\frac{KT}{1+T^2\omega^2}+\mathrm{j}\frac{K}{\omega(1+T^2\omega^2)}$$

起点: $G\left(j0_+\right)=-KT+j\infty$

终点: $G\left(j\infty\right)=0$




与实轴与虚轴都无交点

开环幅相特性在第II象限变化

# 习题2

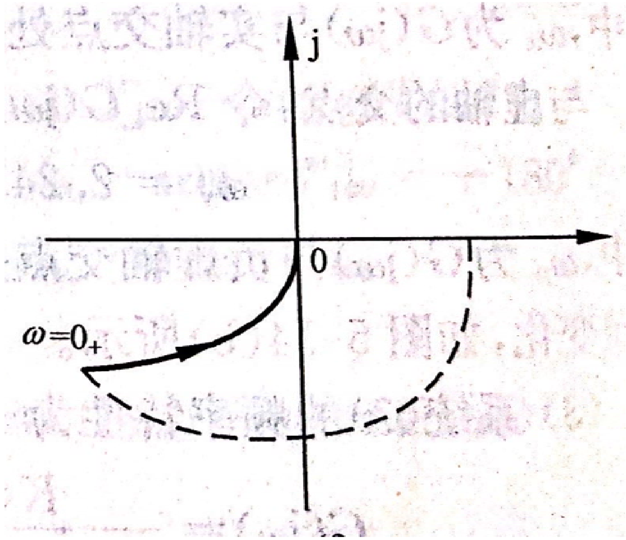


(5) $$G(s)=\frac{K(1+s)}{s^2}$$

起点: $G\left(j0_+\right)=-\infty-j\infty$

终点: $G\left(j\infty\right)=0$

$$G(\mathrm{j}\omega)=\frac{K(1+\mathrm{j}\omega)}{-\omega^2}=-\frac{K}{\omega^2}-\mathrm{j}\frac{K}{\omega}$$




与实轴与虚轴都无交点

开环幅相特性在第III象限变化

## 习题3



某最小相位系统的开环对数幅频特性如下图。要求：

（1）写出系统开环传递函数；

（2）利用相位裕度判断系统稳定性；

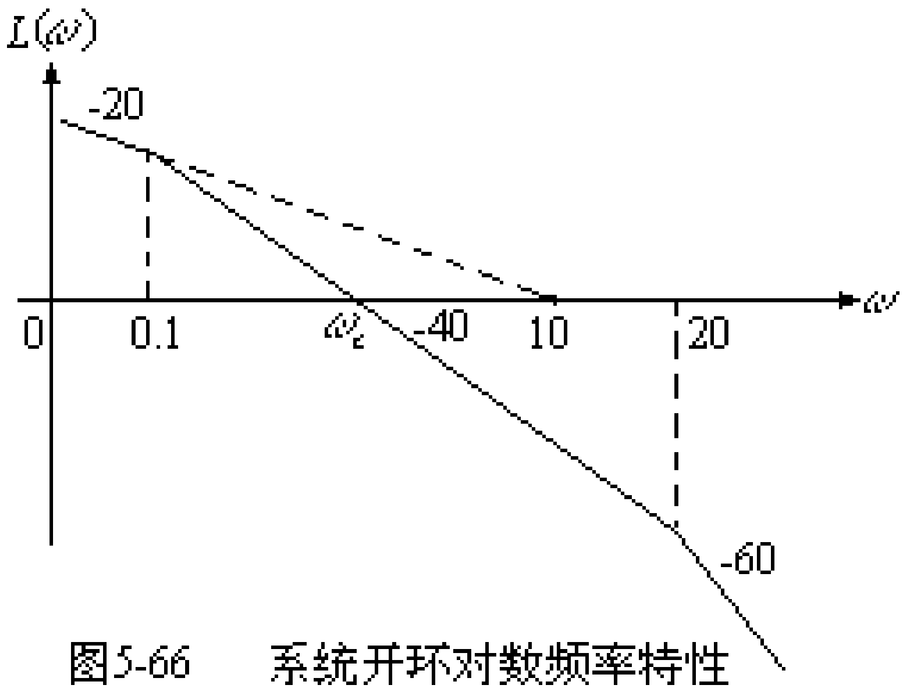



图5-66　系统开环对数频率特性

# 习题3



（1）写出系统开环传递函数；

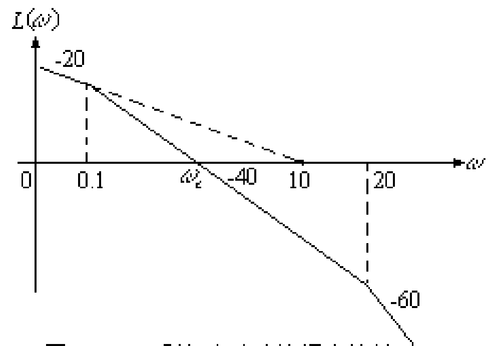



图5-66　系统开环对数频率特性

解　（1）由系统开环对数幅频特性曲线可知，系统存在两个交接频率 0.1 和 20，故

$$G(s)=\frac{k}{s(s/0.1+1)(s/20+1)}$$

且

$$20\lg\frac{k}{10}=0$$

得

$$k=10$$

所以

$$G(s)=\frac{10}{s(s/0.1+1)(s/20+1)}$$

# 习题3

(2) 利用相位裕度判断系统稳定性；

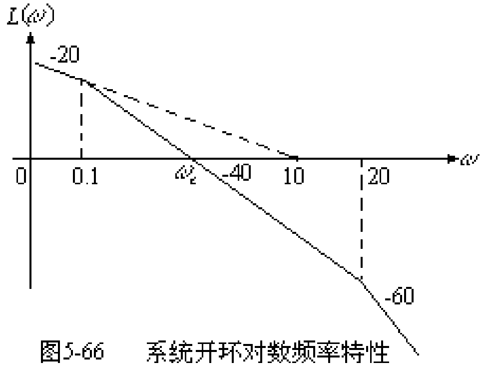



图5-66 系统开环对数频率特性

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\dfrac{10}{\omega} & \omega<0.1\\ 20\lg\dfrac{1}{\omega^2} & 0.1\le\omega<20\\ 20\lg\dfrac{20}{\omega^3} & \omega\ge 20\end{cases}$$

从而解得 $\omega_c=1$

系统开环对数相频特性为

$$\varphi(\omega)=-90°-\arctan\frac{\omega}{0.1}-\arctan\frac{\omega}{20}$$

$$\varphi(\omega_c)=-177.15°$$

$$\gamma=180°+\varphi(\omega_c)=2.85°$$

故系统稳定。