

### 无源校正装置:

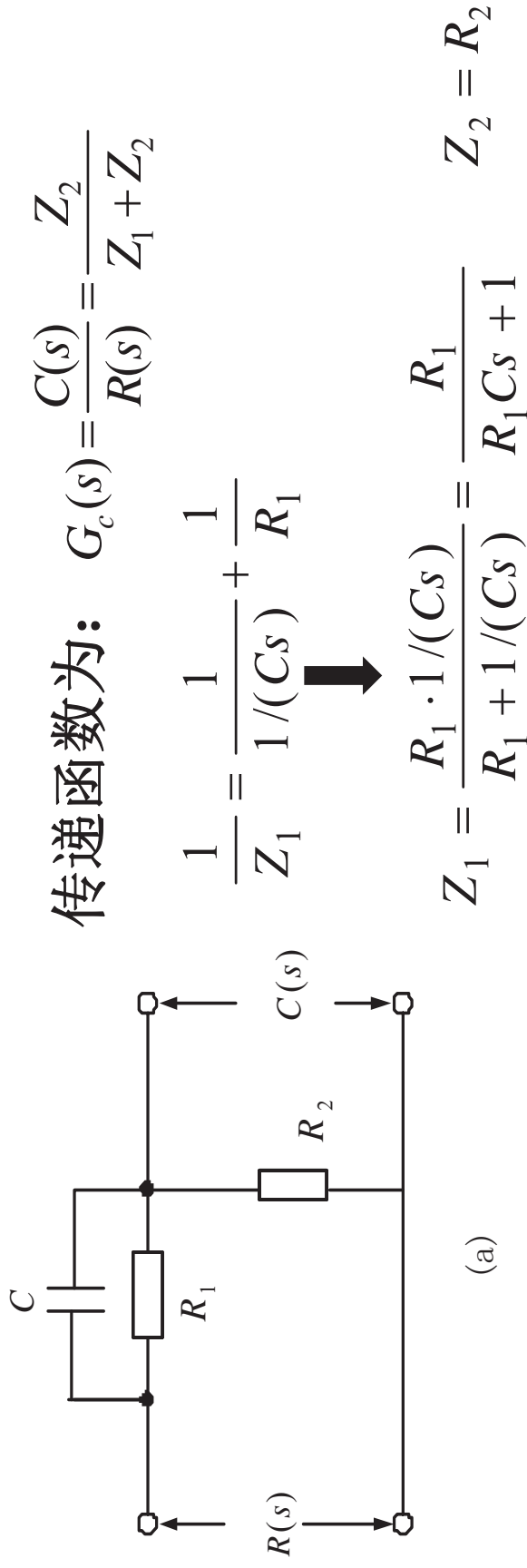
常由RC无源网络构成, 结构简单, 成本低廉, 但会使信号在变换过程中产生幅值衰减, 且其输入阻抗较低, 输出阻抗又较高。常常需要附加放大器, 以补偿其幅值衰减, 并进行阻抗匹配。

### 有源校正装置:

常由运算放大器和RC网络组成, 其参数可以根据需要调整, 在工业自动化设备中, 经常采用由电动(或气动)单元构成的PID控制器。

### 一、无源校正装置

1. 相位超前校正装置：具有相位超前特性（即相频特性 $\varphi > 0$ ）的校正装置叫相位超前校正装置（又称为“微分校正装置”）。



$$G_c(s) = \alpha \left( \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} \right)$$

$$\tau = R_1 C$$

$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$$

$\alpha$ 为低频衰减率

频率特性:  $G_c(j\omega) = \alpha \left( \frac{j\omega\tau + 1}{j\omega\alpha\tau + 1} \right)$

$$\varphi_c = \arctg(\tau\omega) - \arctg(\alpha\tau\omega)$$

超前校正网络的特点:

1. 具有正的相角特性, 最大的超前相角 $\varphi_m$  发生 $\omega_m$ 处

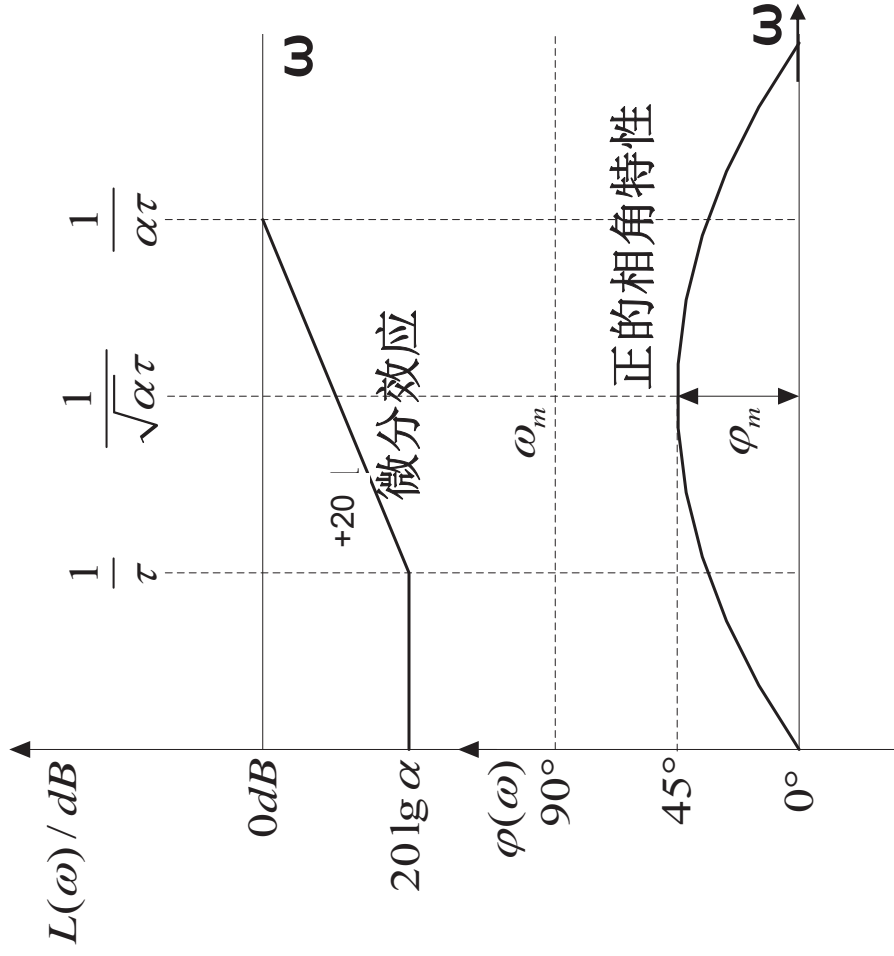
$$\frac{d\varphi_c}{d\omega} = 0 \rightarrow \omega_m = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$$

$$\varphi_m = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

2. 利用相角超前特性来增大系统的相角裕度 $\gamma$ , 以达到改善系统瞬态响应的目的。

要求校正装置的 $\varphi_m$ 出现在系统的剪切频率 $\omega_c$ 处。

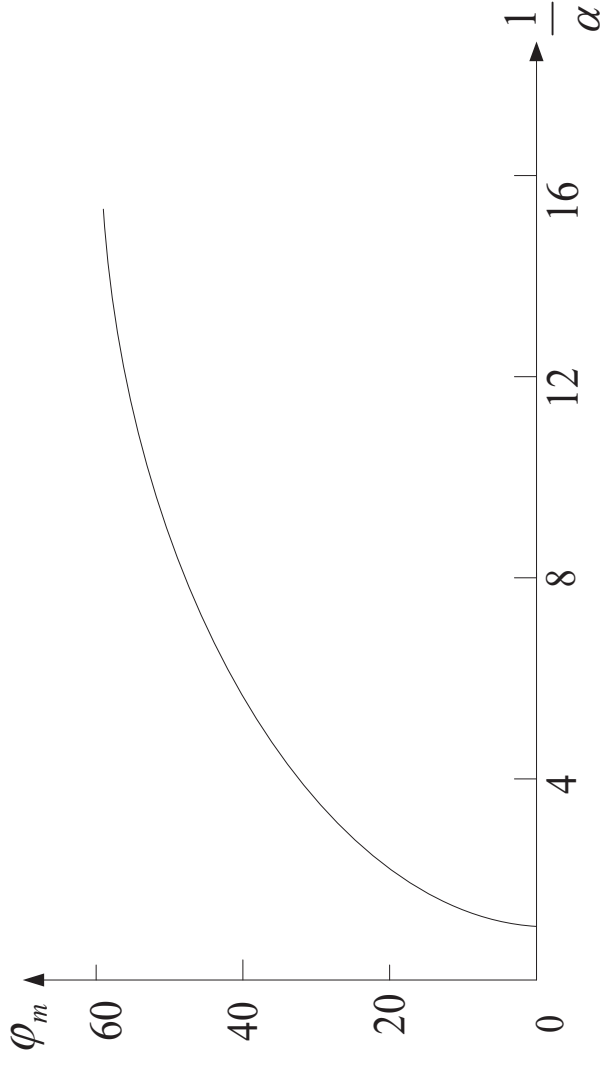
3. 具有高通滤波特性, 而使系统低频响应的增益衰减



4. 最大超前角 $\varphi_m$ 仅与 $\alpha$ 有关，其关系可用曲线表示。

$$\varphi_m = \arcsin \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m}$$



随着 $\alpha$ 的减小， $\varphi_m$ 是增加的，但最大不能超过 $90^\circ$

由于 $\varphi_m$ 较大时对应的 $\alpha$ 较小，低频衰减较大，稳态性能下降。因此， $\varphi_m$ 不宜太大，一般取 $\varphi_m < 60^\circ$ 。

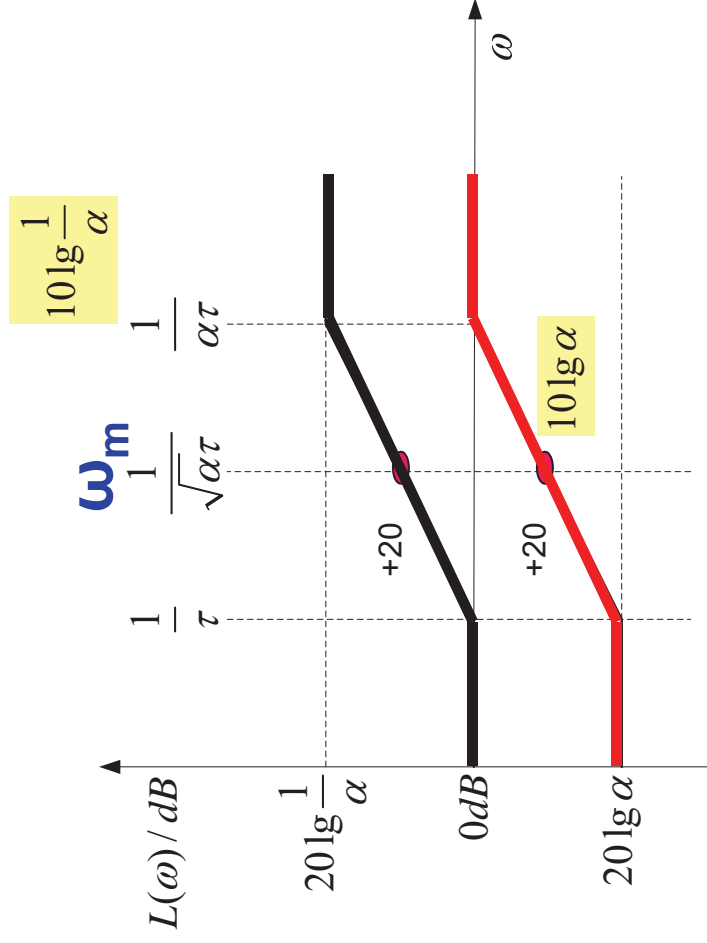
如果要求 $\varphi_m > 60^\circ$ ，由两级超前或三级超前网络构成。

## 5. 增益补偿

$\because \alpha < 1$ , 造成对开环增益的衰减,  $L(\omega) = 20\lg\alpha$ , 为了使系统串联超前校正装置后, 开环增益不变, 低频  $L(\omega) = 0\text{dB}$ , 这时应附加一个放大系数  $1/\alpha$  的放大器来补偿。进行补偿后的超前校正装置传

函为

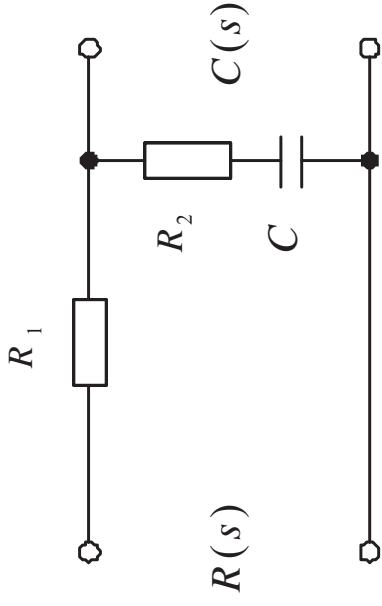
$$G'_c(s) = \frac{1}{\alpha} \cdot G_c(s) = \frac{1}{\alpha} \cdot \alpha \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} = \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1}$$



系统的抗干扰能力下降了一高频段抬高了。

## 2.相位滞后校正装置

具有相位滞后特性(即相频特性 $\varphi(\omega) < 0$ )的校正装置叫滞后校正装置(又称之为积分校正装置)。



$$G_c(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_1 = R_1 \quad Z_2 = R_2 + \frac{1}{Cs}$$

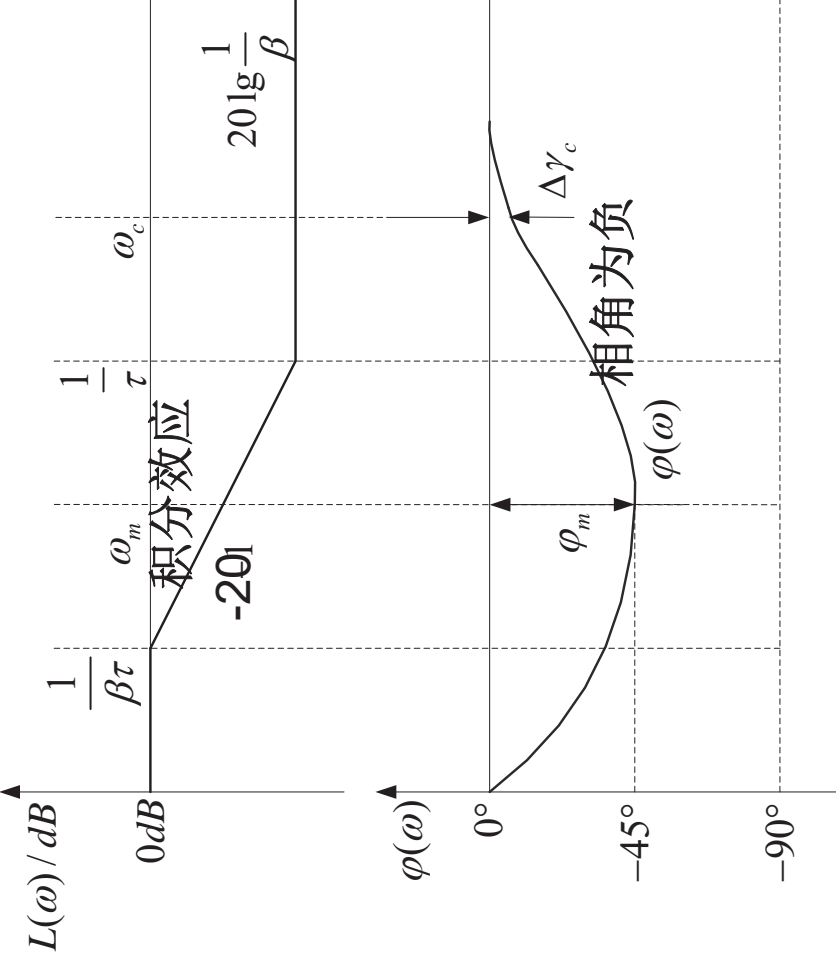
$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\beta \tau s + 1}$$

式中:  $\tau = R_2 C$        $\beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$        $\beta$  滞后程度系数

频率特性:

$$G_c(j\omega) = \frac{j\omega\tau + 1}{j\omega\beta\tau + 1}$$

$$\varphi_c = \text{arctg}(\tau\omega) - \text{arctg}(\beta\tau\omega)$$



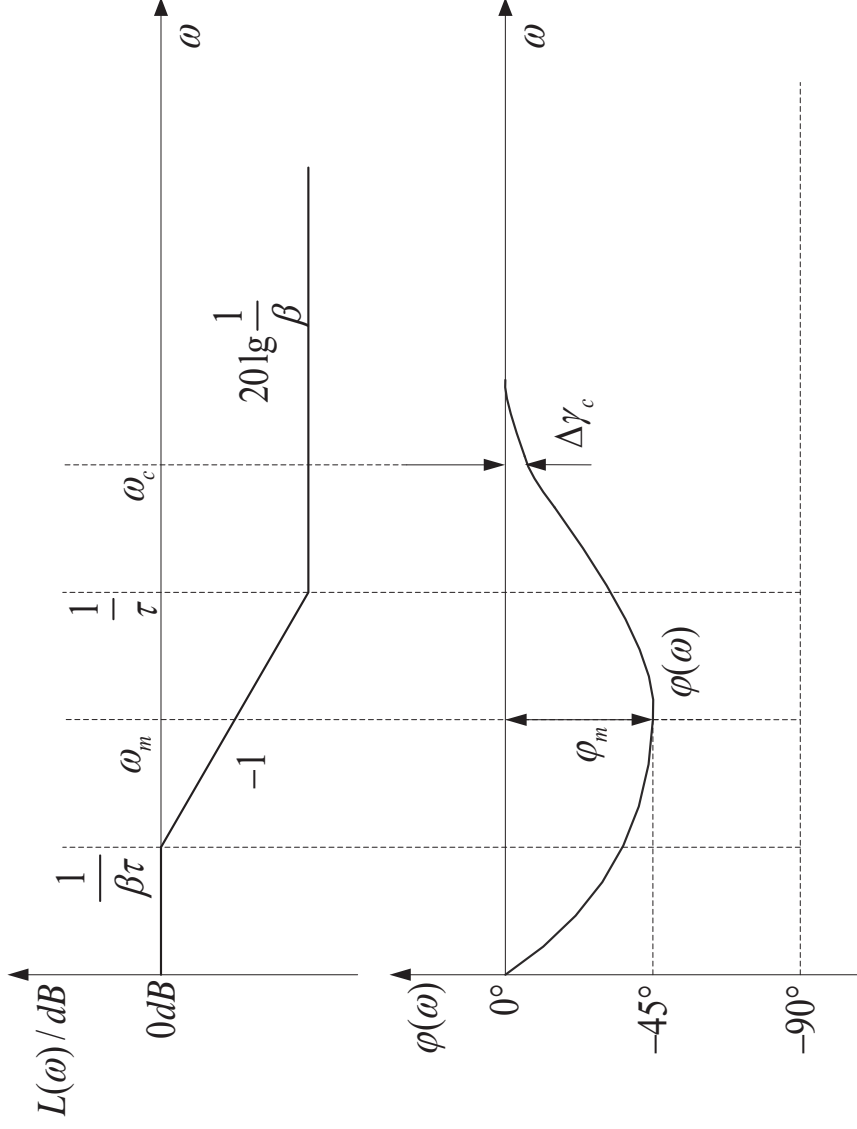
相位滞后校正特点:

1. 具有低通滤波特性, 使系统高频响应的增益衰减,

☆低通滤波器对低频信号具有较强的放大能力, 从而可以降低系统的稳态误差;

☆ $\beta$  值越大, 高频段衰减的能力越强, 抑制噪声的能力愈强; 通常选  $\beta=10$ ,  $\beta$  太大, 不容易实现

## 2. 最大相位滞后角 $\varphi_m$ 发生在 $\omega_m$ 处



$$\frac{d\varphi_c}{d\omega} = 0 \rightarrow \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\beta\tau}}$$

$$\varphi_m = -\tan^{-1} \frac{\beta - 1}{2\sqrt{\beta}}$$

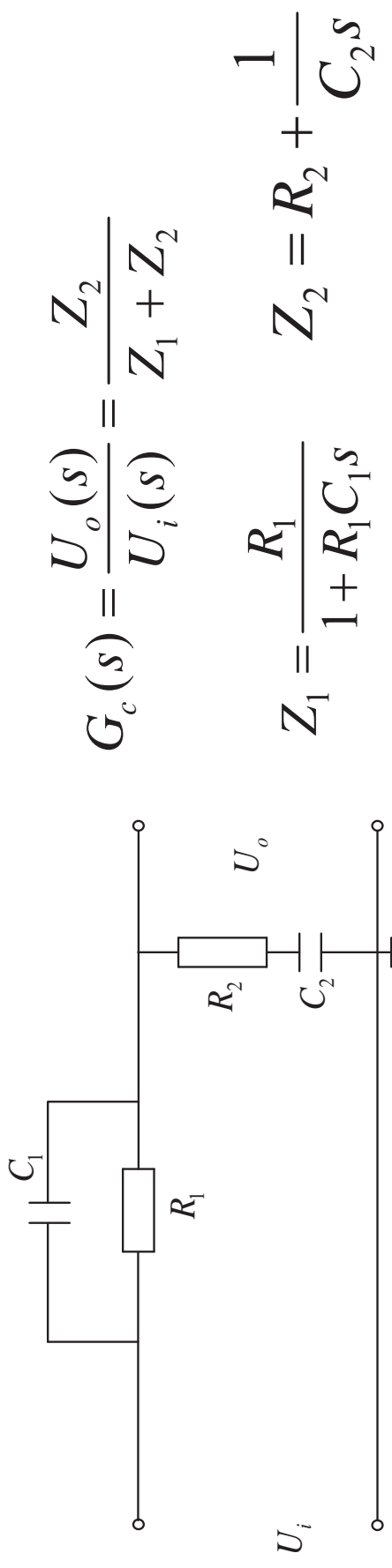
如果 $\gamma_0 < \text{希望的}\gamma$ ， $\omega_{c0} > \text{希望的}\omega_c$ ，可以采用滞后校正。

☆降低系统的剪切频率，  
来增大系统的相角裕度，  
提高系统的相对稳定性和  
平稳性，瞬态响应的速度  
要变慢；

注意：在应用时， $\omega_m \ll \omega_c$



### 3. 相位滞后-超前校正装置（微分 - 积分校正）



$$G_c(s) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)}{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s) + R_1 C_2 s}$$

$$= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12})s + 1}$$

$$\tau_1 = R_1 C_1 \quad \tau_2 = R_2 C_2 \quad \tau_{12} = R_1 C_2$$

$$G_c(s) = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12})s + 1}$$

滞后-超前网络的传递函数变为

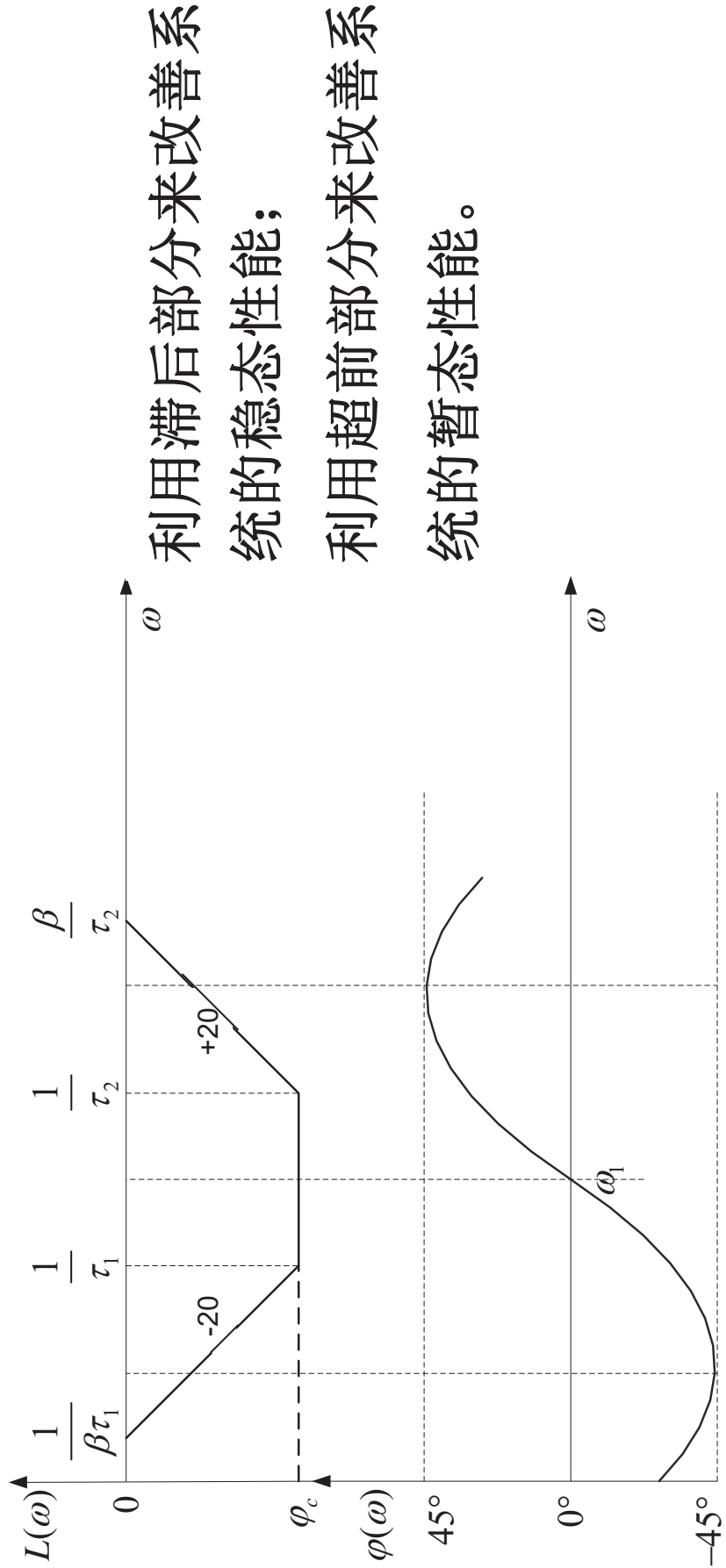
$$G_c(s) = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{(\beta \tau_1 s + 1)(\frac{\tau_2}{\beta} s + 1)}$$

$$\text{其中 } T_1 T_2 = \tau_1 \tau_2 \quad \frac{T_1}{\tau_1} = \frac{\tau_2}{T_2} = \beta$$

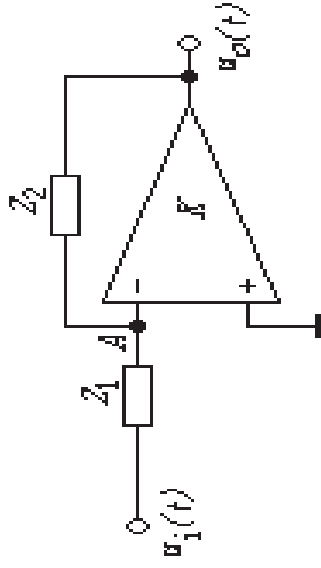
$$T_1 > \tau_1 > \tau_2 > T_2 \quad \beta > 1$$

$$G_c(s) = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{(\beta \tau_1 s + 1)(\frac{\tau_2}{\beta} s + 1)}$$

$T_1 > \tau_1 > \tau_2 > T_2$      $\beta > 1$ , 滞后-超前网络的波德图如图所示。



### 二、有源校正装置



- 1) 常由运算放大器和RC网络共同组成;
- 2) 该装置自身具有能量放大与补偿能力;
- 3) 输入阻抗高, 输出阻抗低, 易于进行阻抗匹配;

使用范围与无源校正装置相比要广泛得多

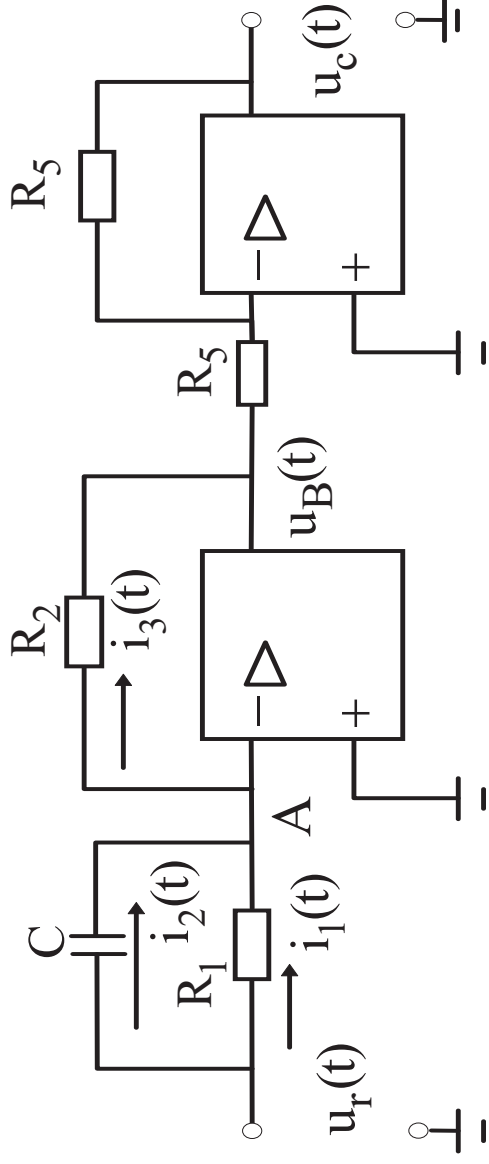
一般组成负反馈电路时, 常用反相输入。

分析它的工作特性时, 假设其为理想运放, 相加点A漏电流为零, 则运算放大器的传递函数为

$$G(s) = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

改变式中 $Z_1(s)$ 和 $Z_2(s)$ 就可得到不同的传递函数。

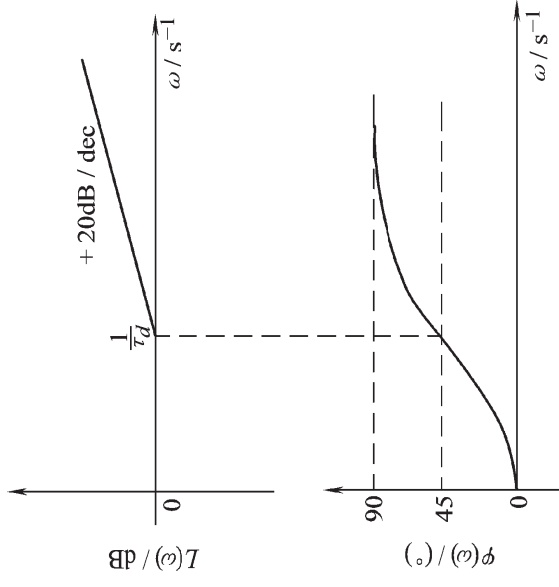
## 1. 有源PD控制器 (超前校正装置)



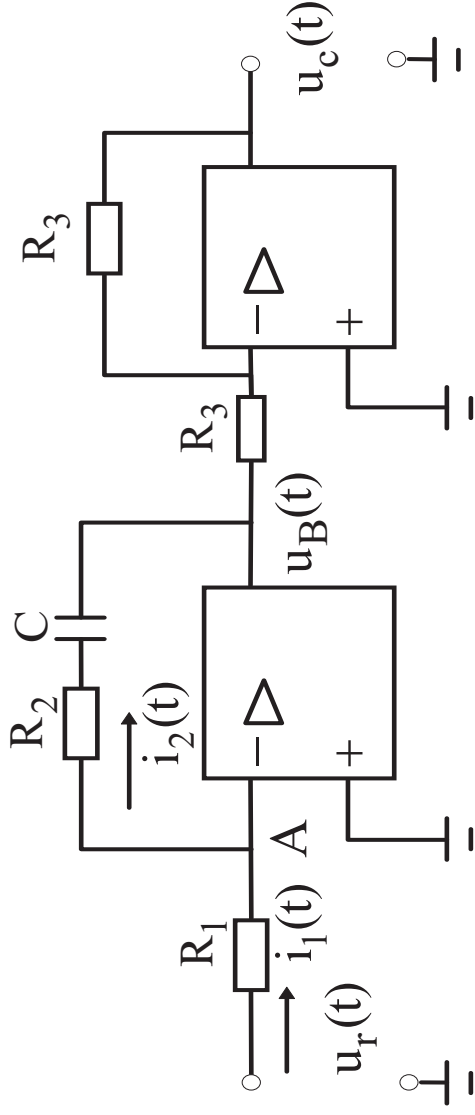
$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + R_1 C s}$$

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = K_p \left( 1 + \frac{\tau}{K_p} s \right) :$$

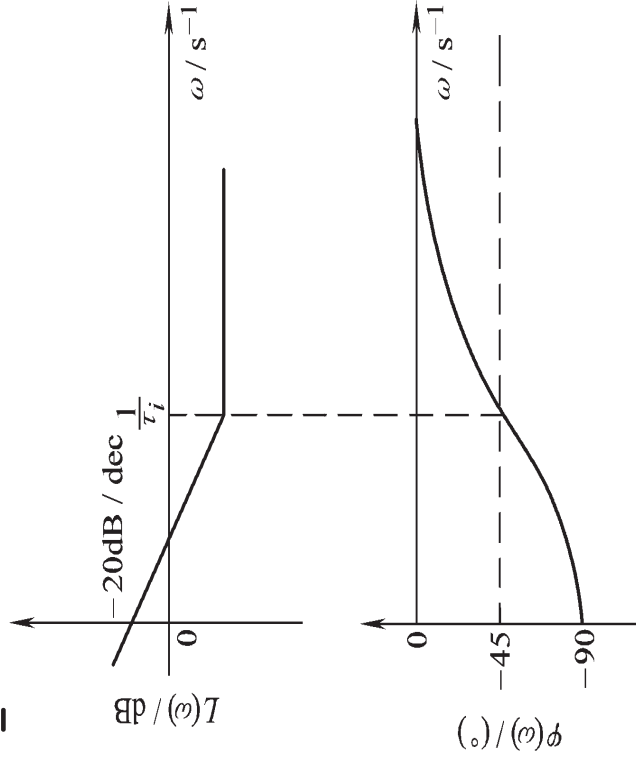
$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = K_p + K_D s$$



## 2. 有源PI控制器(滞后校正装置)

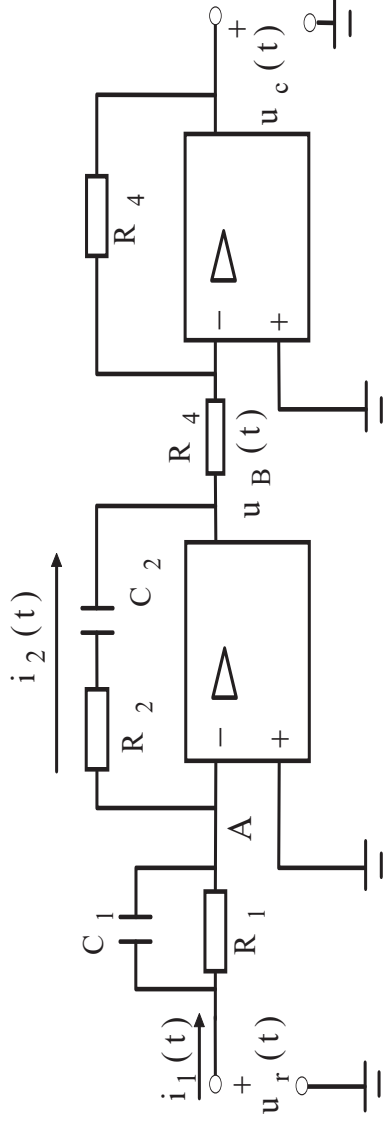


$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{Cs}$$



$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = K_p \frac{\tau s + 1}{\tau s} = K_p + K_I s$$

## 3. 有源PID控制器(滞后——超前校正装置)

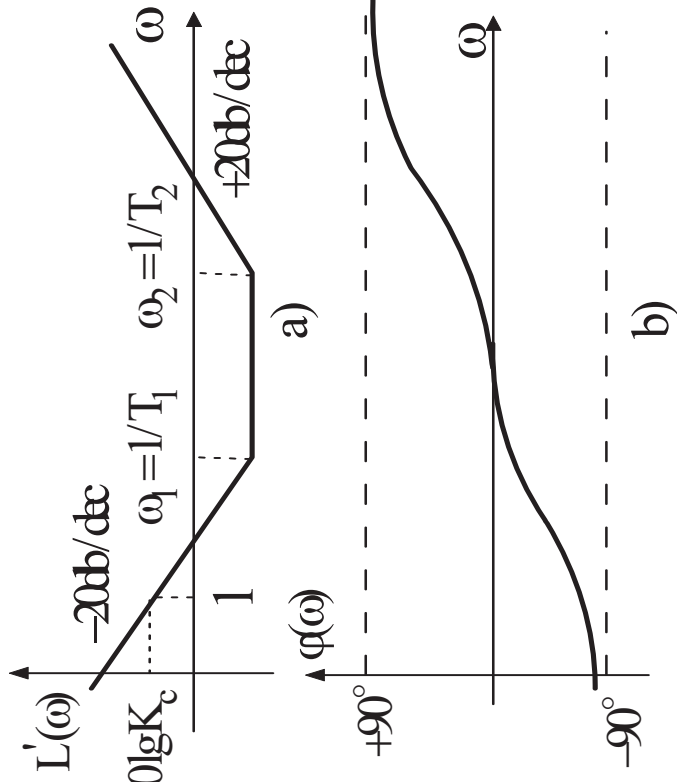


$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 s}$$

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{C_2 s}$$

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = K_c \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{s}$$

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$



1. 设计校正装置的方法（根轨迹法、频率法）
2. 频率法设计校正装置的依据（波特图法校正系统）
3. 频率法设计校正装置的方法（波特图法校正系统）



### 1. 设计校正装置的方法

#### ◆ 根轨迹法:

用于系统分析是方便的；但用于设计校正会比较复杂和难解。

#### ◆ 频率特性法（波特图法）：

是一种比较简单实用的方法

### 2. 频率法设计校正装置的依据（波特图法校正系统）

- (1) 绘制系统固有部分的开环波特图；
- (2) 列出控制系统需要满足的性能指标；
- (3) 从性能指标要求去确定系统校正后的开环波特图，亦称为期望特性；
- (4) 求得校正装置的波特图并按此予以实现

### 性能指标

a) 时域指标: 超调量 $M_p$ 、调整时间 $t_s$ 、峰值时间 $t_p$ 、上升时间 $t_r$ 等

b) 频域指标:

① 开环: 剪切频率 $\omega_c$ 、相角裕度 $\gamma$ 及增益裕度GM

② 闭环: 谐振峰值 $M_r$ 、谐振频率 $\omega_r$ 及带宽 $\omega_b$

伯特图法校正系统采用开环频域性能作为性能指标:

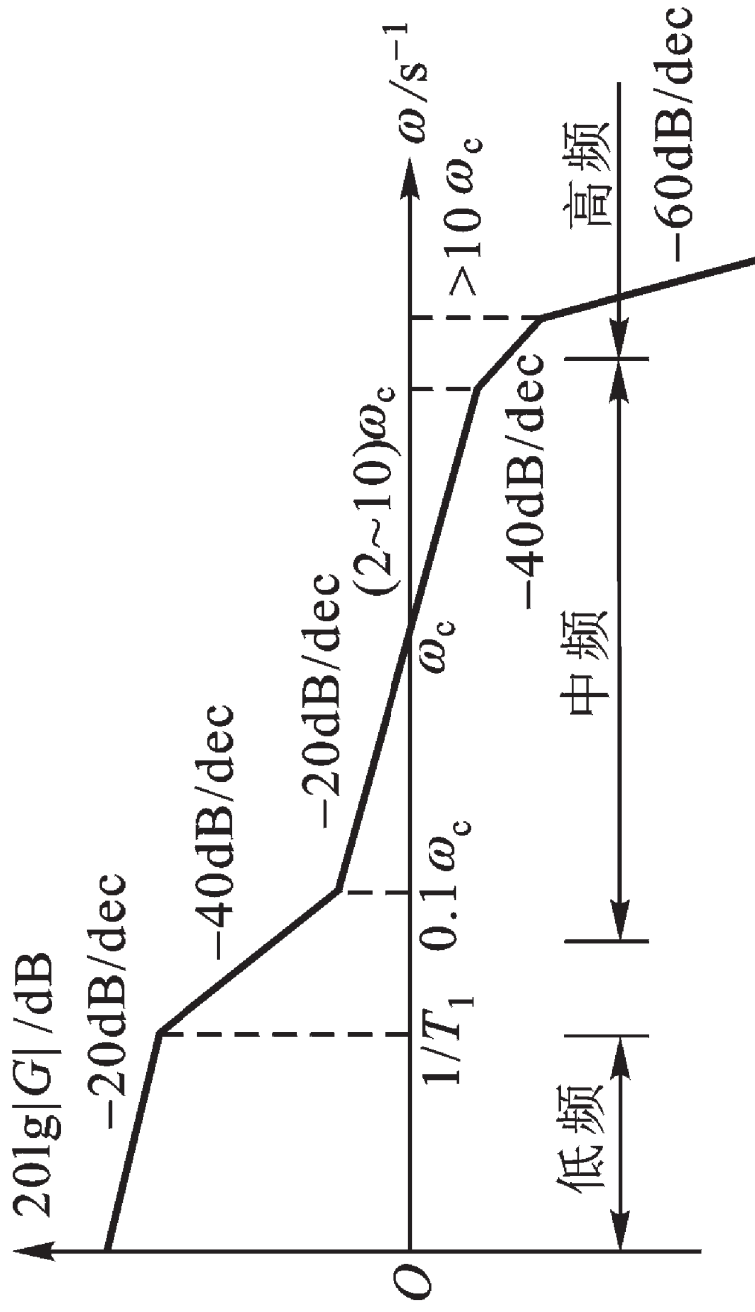
相角裕量 $\gamma$   $\rightarrow$  系统的相对稳定性和平稳性

剪切频率 $\omega_c$   $\rightarrow$  系统的响应速度

开环增益K  $\rightarrow$  系统的稳态误差

## 期望特性

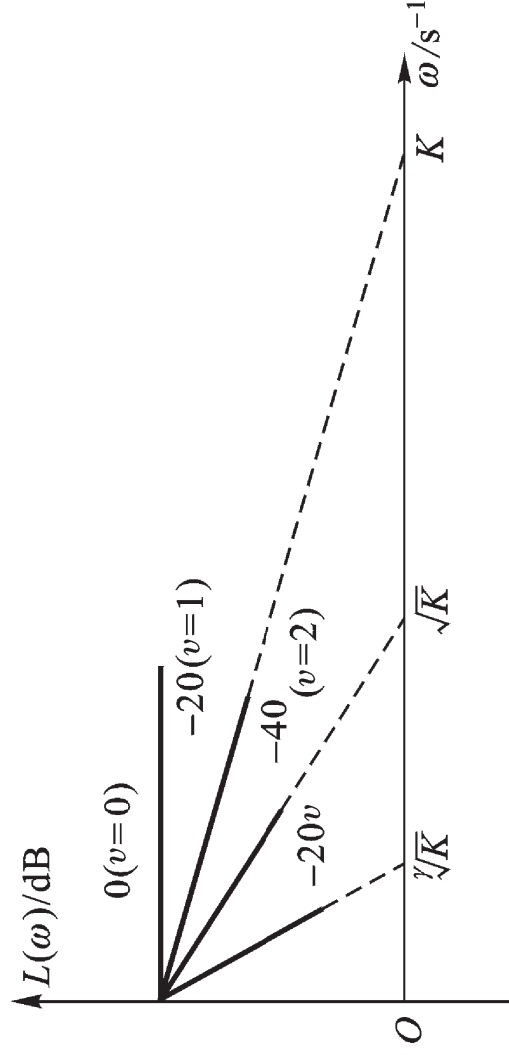
根据期望特性设计校正装置时，通常将其分为三个频段考虑



**1) 低频段:**  $L(\omega)$  的近似曲线在第一个转折频率之前的区段，这一段的特性完全由积分环节和开环增益决定。

$$G_k(s) = \frac{K}{s^v} \times \frac{\prod_{i=1}^{m_1} (\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{m_2} (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{\prod_{j=1}^{n_1} (T_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_2} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{K}{s^v} \times G_n(s)$$

在低频段有  $G_k(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^v} \times G_n(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow 0} \approx \frac{K}{(j\omega)^v} \quad G_k(s) \approx K/s^v$



低频段反映了系统的稳态性能

2) 中频段:  $\omega_c$  周围的区段.

若中频段以  $-20\text{dB/dec}$  过零, 且  $h$  较宽

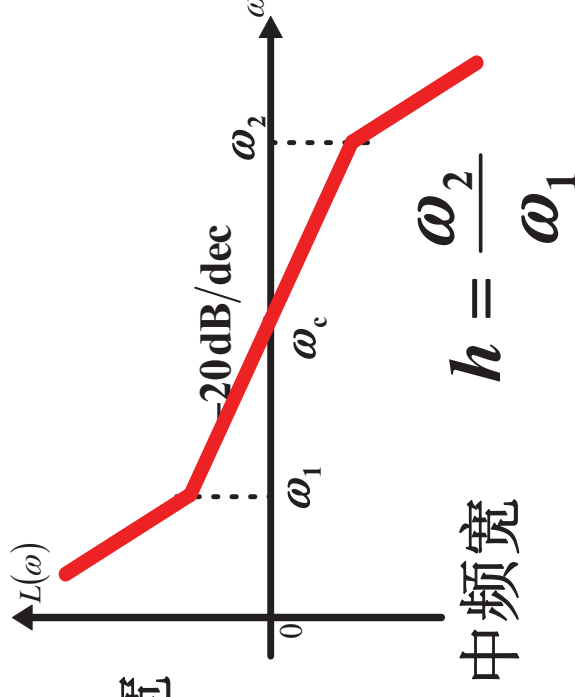
$$G_K(s) \doteq K/s = \omega_c/s \quad \longrightarrow \quad G_B(s) = \frac{G}{1+G} = \frac{1}{s/\omega_c + 1}$$

$$\longrightarrow t_s \doteq 3/\omega_c$$

若中频段以  $-40\text{dB/dec}$  过零, 且  $h$  较窄

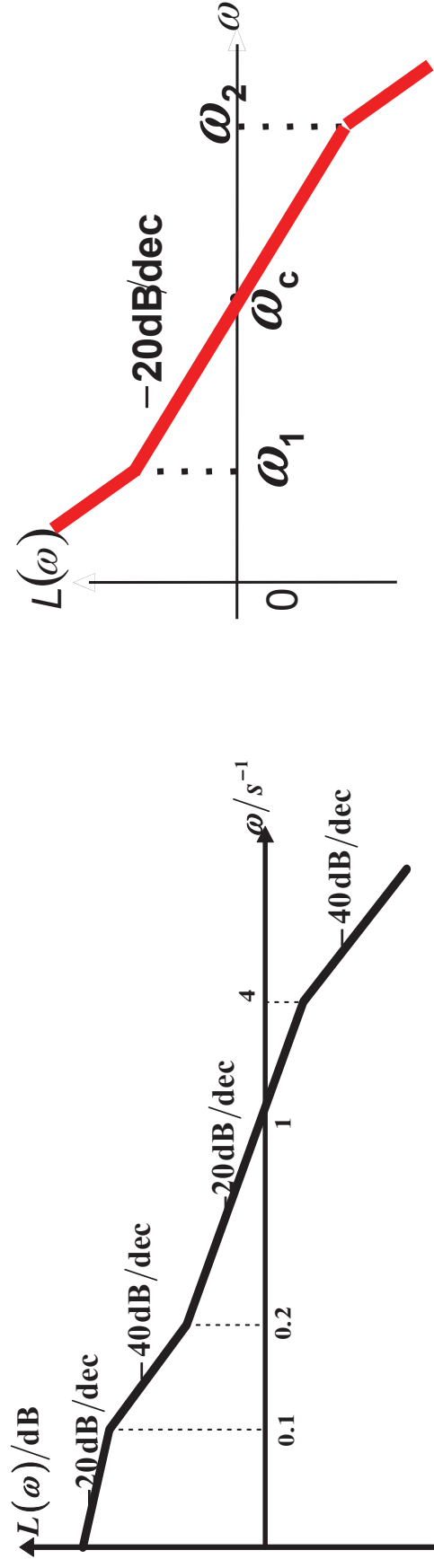
$$G_K(s) = \frac{K}{s^2} = \frac{\omega_c^2}{s^2} \quad \longrightarrow \quad G_B(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2}$$

阶跃响应为等幅振荡。



中频段反映了系统的动态性能: 平稳性和快速性

### 3) 高频段: 在 $L(\omega)$ 曲线中频段以后的区段

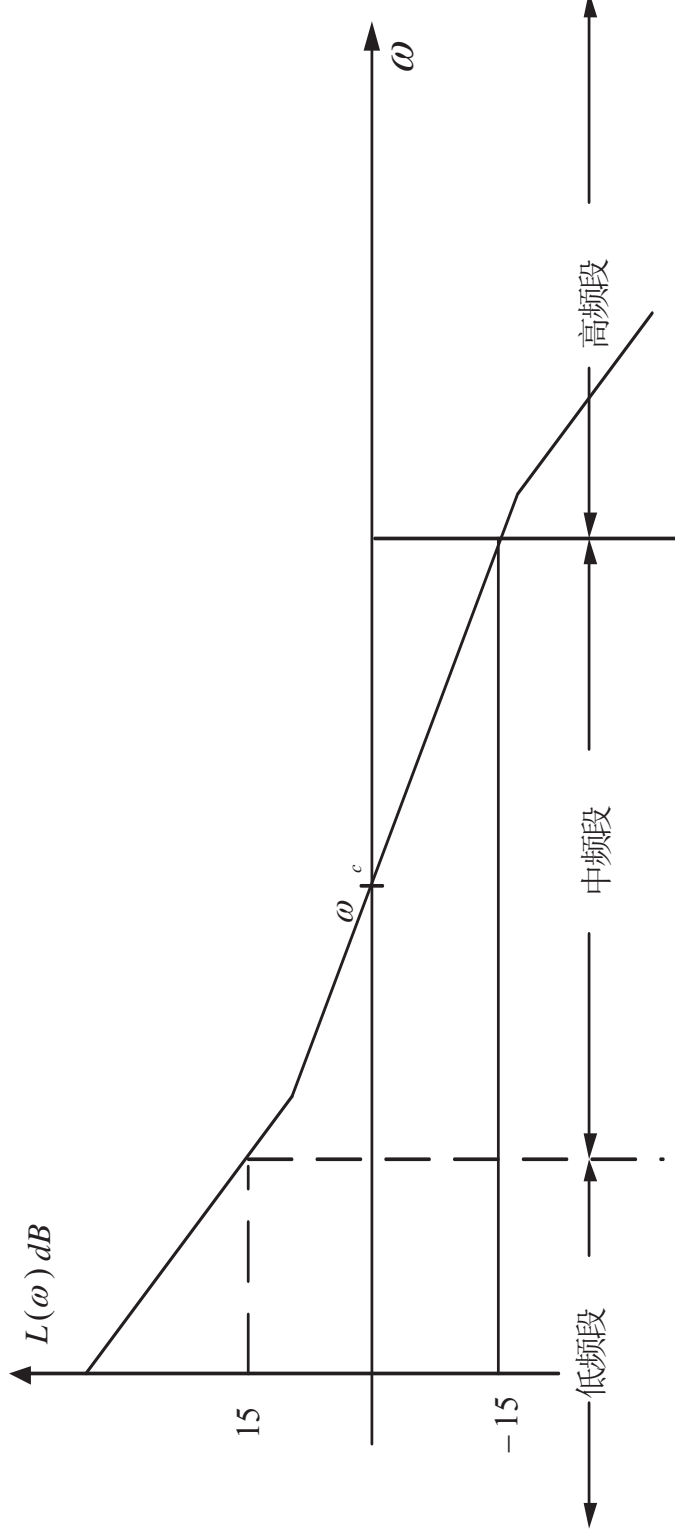


系统开环 $L(\omega)$ 在高频段的幅值, 直接反映了系统对输入高频干扰信号的抑制能力。高频特性的分贝值越低, 系统抗干扰能力越强。

高频段反映了系统的抗扰能力。

系统的开环频率期望特性应为:

使**低频段**的增益满足稳态精度要求; **中频段**对数幅频特性的斜率一般应为 $-20\text{dB/dec}$ , 并具有所要求的剪切率 $\omega_c$ ; **高频段**迅速衰减, 以减小噪声的影响.





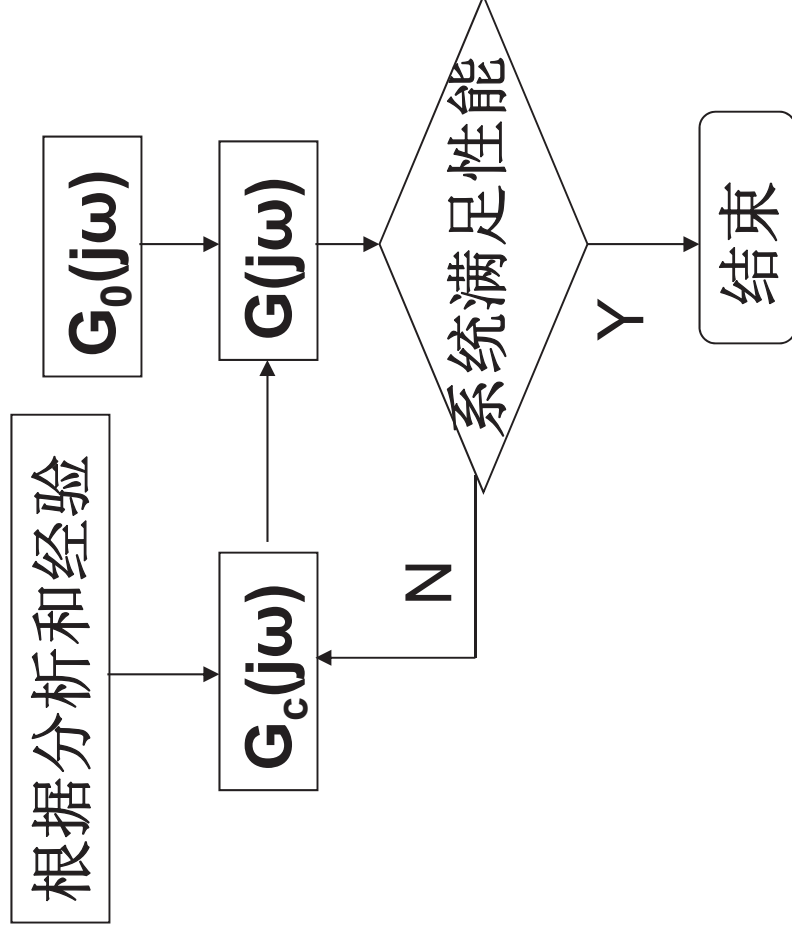
### 2. 频率法设计校正装置的方法

原系统频率特性+校正装置频率特性=期望频率特性

$$G_0(j\omega)$$

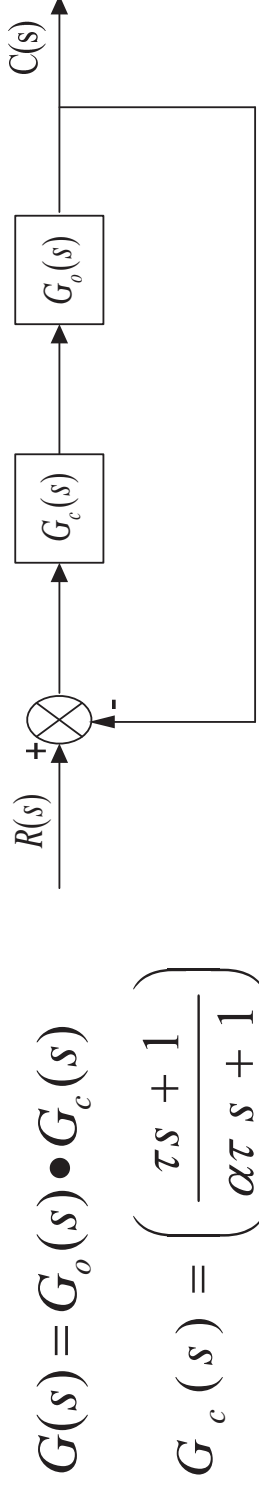
$$G_c(j\omega)$$

$$G(j\omega)$$



根据分析和经验，选取合适的校正装置，使校正后的系统满足性能要求。

### 一、串联相位超前校正



**基本原理：** 是利用超前校正装置的相角超前特性来增大系统的相角裕度 $\gamma$ ，以达到改善系统瞬态响应的目的。为此，要求校正装置最大的相位超前角 $\varphi_m$ 出现在系统的剪切频率处。

**关键：** 超前校正装置的最大超前角频率 $\omega_m$ 等于校正后系统要求的剪切频率 $\omega_c$ ， 即取 $\omega_c = \omega_m$

$$20\lg |G(j\omega)| = 20\lg[|G_o(j\omega) \cdot G_c(j\omega)|]$$

$$L(\omega) = 20\lg |G_o(j\omega)| + 20\lg |G_c(j\omega)| = L_o(\omega) + L_c(\omega)$$

设计超前校正装置的步骤(1)-(8)

原系统频率特性+校正装置频率特性=期望频率特性

$$G_0(j\omega) \quad G_c(j\omega) \quad G(j\omega)$$

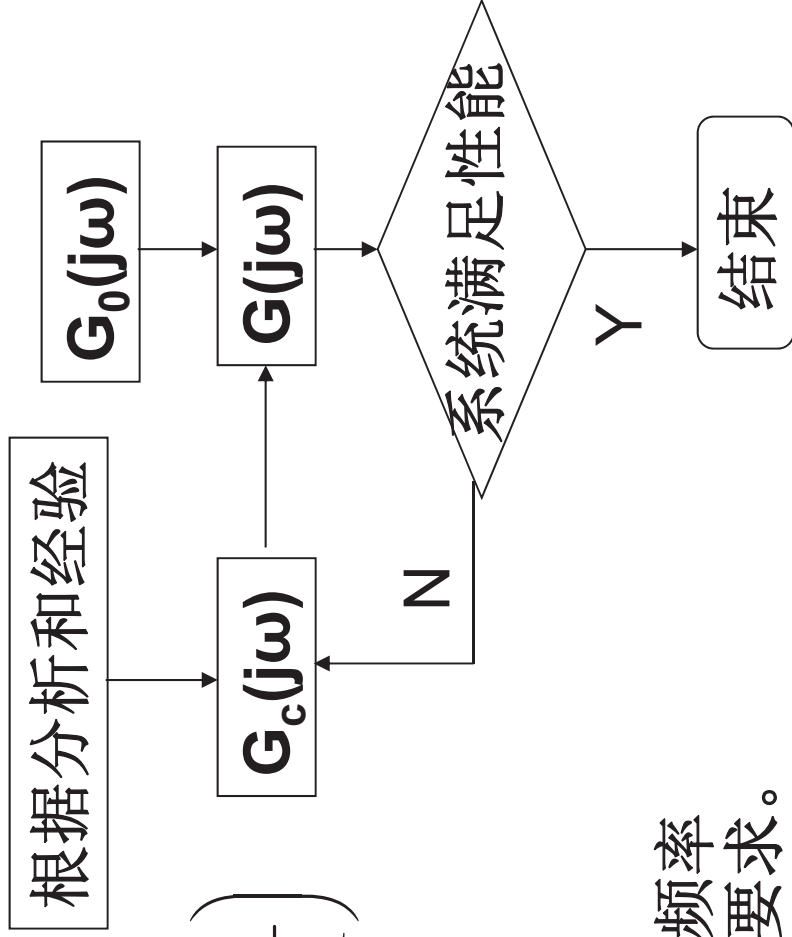
(1)-(2) 确定  $G_0(s)$  频率特性 (Bode图)

(3)-(6) 按性能指标确定经增益补偿后超前校正装置中的参数

$$G_c(s) = \frac{1}{\alpha} \cdot \alpha \left( \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} \right) = \left( \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} \right)$$

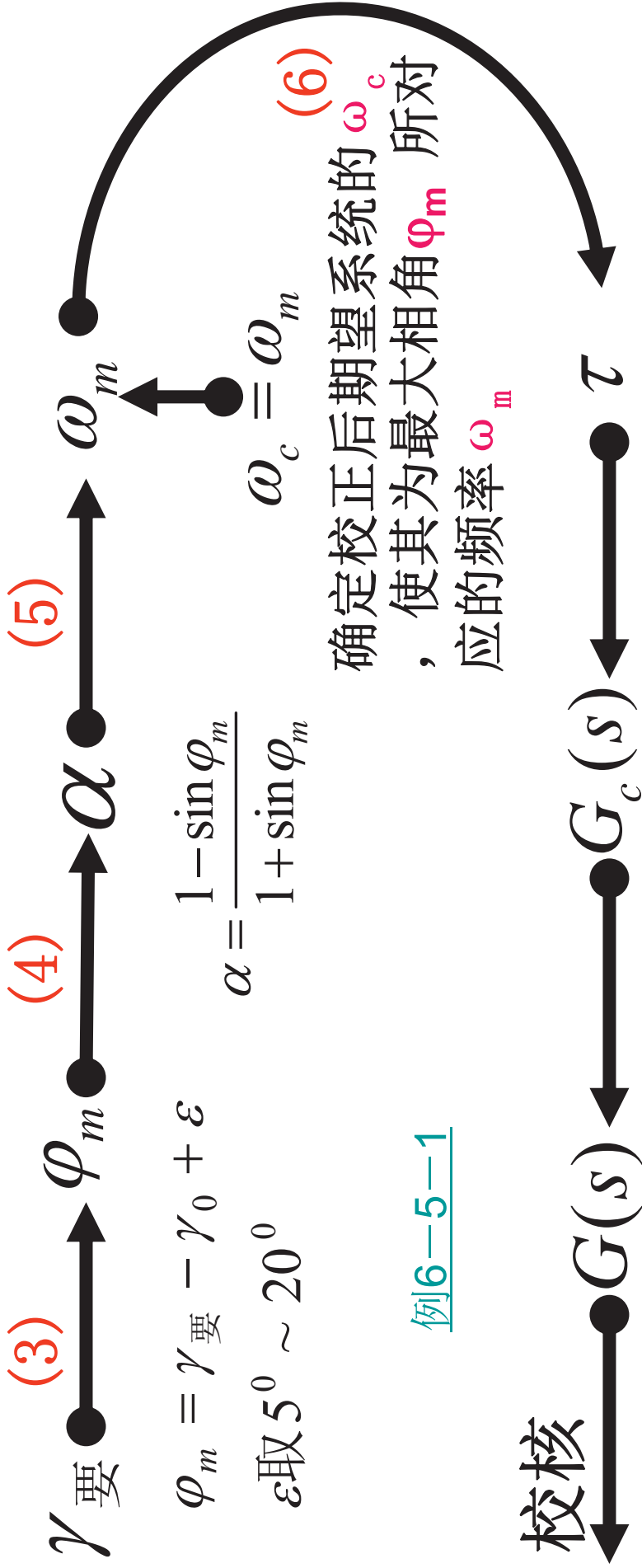
$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} \quad \omega_m = \frac{1}{\tau \sqrt{\alpha}}$$

(7)-(8) 确定“校正后”  $G(s)$  期望频率 Bode图，并检验其是否满足性能要求。



(3)–(6) 步骤:

$$20\lg|G_0(j\omega_c)| = -20\lg|G_c(j\omega_c)| \\ = -10\lg(1/\alpha)$$



例6-5-1

$$G(s) = G_o(s) \cdot G_c(s) \quad G_c(s) = \left( \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} \right) \quad \omega_m = \frac{1}{\tau \sqrt{\alpha}}$$

$$G(s) = G_o(s) \bullet G_c(s)$$

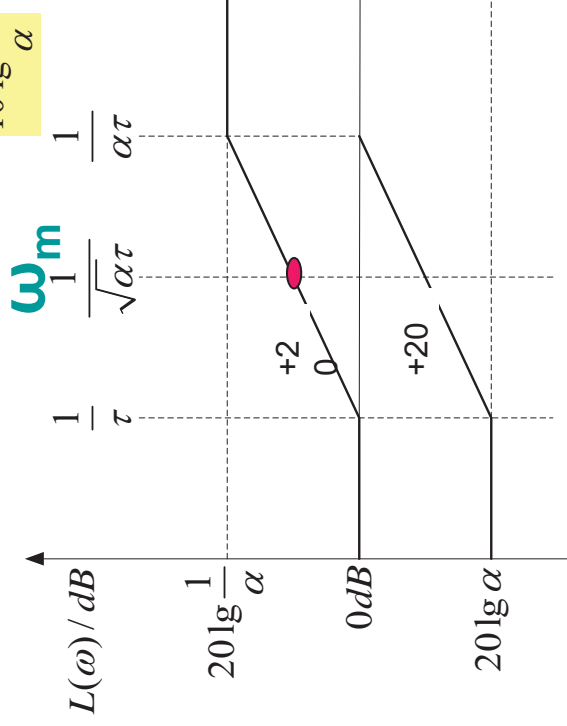
$$\omega_c = \omega_m$$

$$20\lg|G(j\omega_c)| = 20\lg[|G_o(j\omega_c) \cdot G_c(j\omega_c)|] = 0$$

$$G_c(s) = \frac{1}{\alpha} \cdot \alpha \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1}$$

$$= \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1}$$

$$10\lg \frac{1}{\alpha}$$



$$20\lg|G_o(j\omega_c)| = -20\lg|G_c(j\omega_c)|$$

$$20\lg|G_o(j\omega_m)| = -20\lg|G_c(j\omega_m)| \\ = -10\lg(1/\alpha)$$

例：设一系统的开环传递函数： $G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)}$

若要使系统的稳态速度误差系数 $K_v=12$ ，相位裕量 $\gamma \geq 40^\circ$ ，试设计一个串联超前校正装置。

解：(1) 根据稳态误差要求，确定开环增益 **$K$**

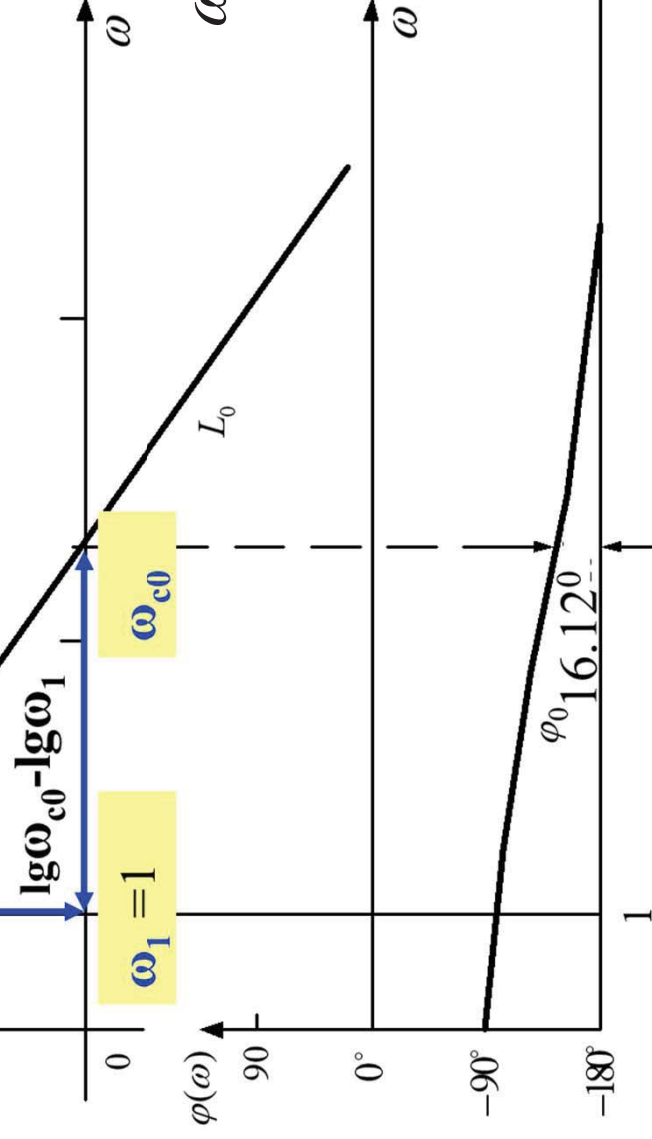
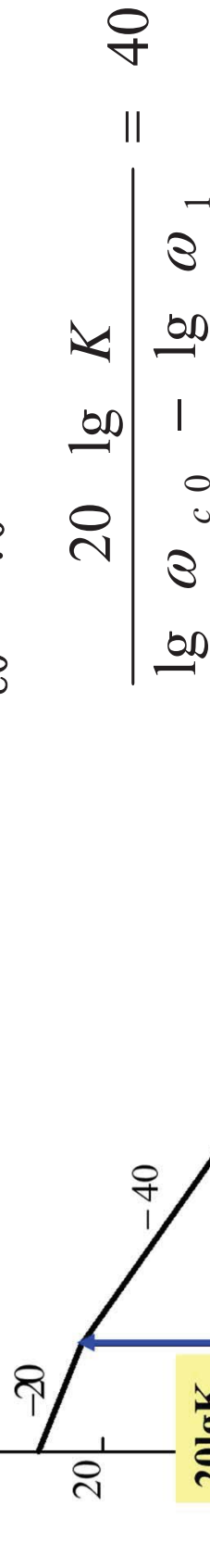
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_0(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s(s+1)} = 12$$

即  **$K=12$**

校正前系统的频率特性  $G_0(j\omega) = \frac{12}{j\omega(j\omega+1)}$

(2) 作出原系统伯德图，求出原系统  $\omega_{c0}$  和  $\gamma_0$

$$G_0(j\omega) = \frac{12}{j\omega(j\omega+1)}$$



$$\omega_{c0} = K^{1/2} \omega_1 \approx 3.5$$

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 180^\circ + \varphi(\omega_{c0}) \\ &= 180^\circ + (-90^\circ - \arctg \omega_{c0}) \\ &= 16.12^\circ < 40^\circ \end{aligned}$$

(3) 根据对相角裕量的要求 $\gamma_{\text{要}}$ ，估算需产生的最大相角超调量 $\varphi_m$

$$\varphi_m = \gamma_{\text{要}} - \gamma_0 + \varepsilon$$

增量 $\varepsilon$ （一般取 $5^\circ \sim 20^\circ$ ）是为了补偿校正后系统剪切频率 $\omega_c$ 增大（右移）所引起的原系统相位迟后。

若在 $\omega_{c0}$ 处衰减变化比较快， $\varepsilon$ 的取值也要随之增大，甚至要选用其它的校正装置才能满足要求

$$\varphi_m = 40^\circ - 16.12^\circ + 6.12^\circ = 30^\circ$$

(4) 根据 $\varphi_m$ 确定 $\alpha$ 值

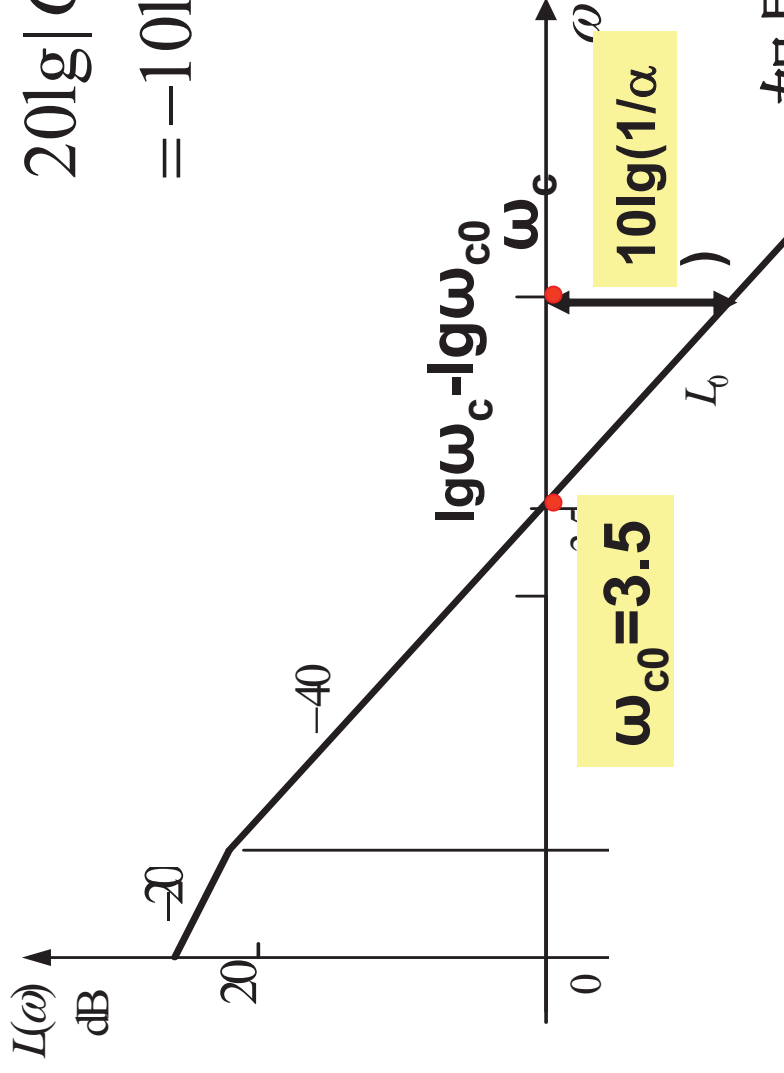
$$\alpha = \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = 0.333$$



(5) 应使校正后系统的剪切频率  $\omega_c$  正好在最大相角  $\varphi_m$  所对应的频率  $\omega_m$  处, 即取:  $\omega_c = \omega_m$

$$20\lg|G_0(j\omega_c)| = -20\lg|G_c(j\omega_c)| \\ = -10\lg(1/\alpha)$$

$$\frac{10 \lg(1/\alpha)}{\lg \omega_c - \lg \omega_{c0}} = 40$$



$$\omega_c = (1/\alpha)^{1/4} \omega_{c0} \\ = 4.55 \text{ rad/s}$$

如果  $\gamma_0 < \gamma_{\text{要}}$ ,  $\omega_{c0} < \omega_c$  希望的  $\omega_c$ , 可以采用超前校正

(6) 确定超前校正装置

$$\omega_m = \frac{1}{\tau \sqrt{\alpha}} \quad \longrightarrow \quad \tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.38$$

于是超前校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = \left( \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} \right) = \frac{0.38s + 1}{0.126s + 1}$$
$$\omega_1 = \frac{1}{\tau} = 2.6 \text{ rad/s}$$
$$\omega_2 = \frac{1}{\alpha \tau} = 7.9 \text{ rad/s}$$

(7) 校正后系统的开环传递函数

$$G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{12(0.38s + 1)}{s(s + 1)(0.126s + 1)}$$

(8) 作出校正后伯德图，并求相角裕量 $\gamma$  进行校验

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 42.4^\circ$$

