

# 第六章 线性系统的校正方法

第一节 系统的设计与校正问题

第二节 常用校正装置及其特性

第三节 串联校正

第四节 前馈校正

第五节 复合校正

第六节 控制系统校正设计

## 6.2 常用校正装置及其特性

### 3. 无源滞后-超前网络

$$G_c(s) = \frac{u_2}{u_1} = \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1) + R_1 C_2 s}$$

设  $R_1 C_1 = T_a$ ,  $R_2 C_2 = T_b$ ,  $R_1 C_2 = T_{ab}$ ,  $(R_1 + R_2)/R_2 = \alpha$ 。

$$G_c(s) = \frac{(1 + T_a s)(1 + T_b s)}{(1 + \alpha T_a s)(1 + \frac{T_b}{\alpha} s)} \quad \alpha > 1$$

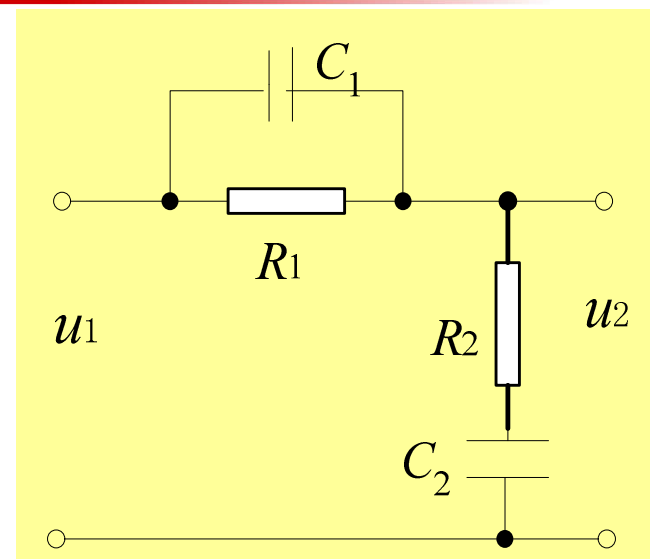
$$G_c(s) = G_{c1}(s)G_{c2}(s)$$

$$G_{c1}(s) = \frac{1 + T_a s}{1 + \alpha T_a s}$$

滞后

$$G_{c2}(s) = \frac{1 + T_b s}{1 + \frac{T_b}{\alpha} s}$$

超前



## 6.2 常用校正装置及其特性

$$G_{c1}(s) = \frac{1 + T_a s}{1 + \alpha T_a s}$$

$$\alpha > 1$$

具有**滞后**校正的性质

**滞后**部分有利于提高**稳态性能**

$$G_{c2}(s) = \frac{1 + T_b s}{1 + \frac{T_b}{\alpha} s}$$

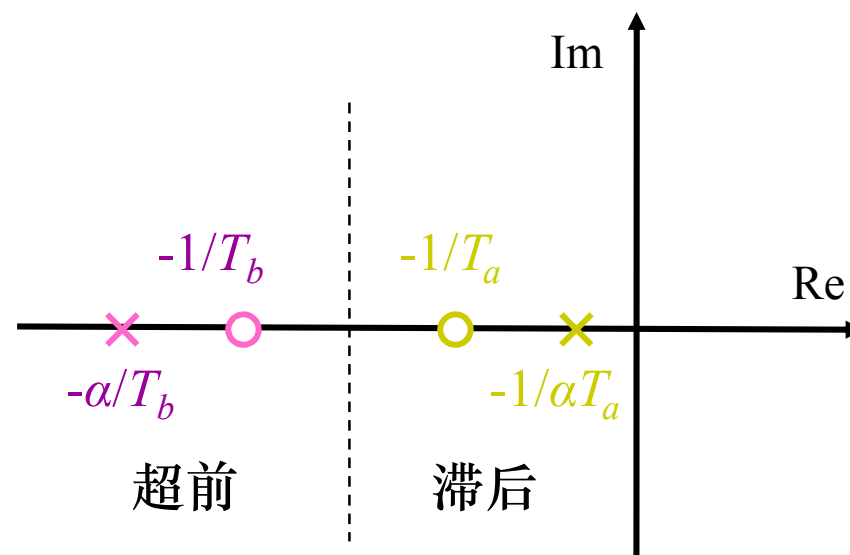
具有**超前**校正的性质

**超前**部分有利于提高**动态性能**

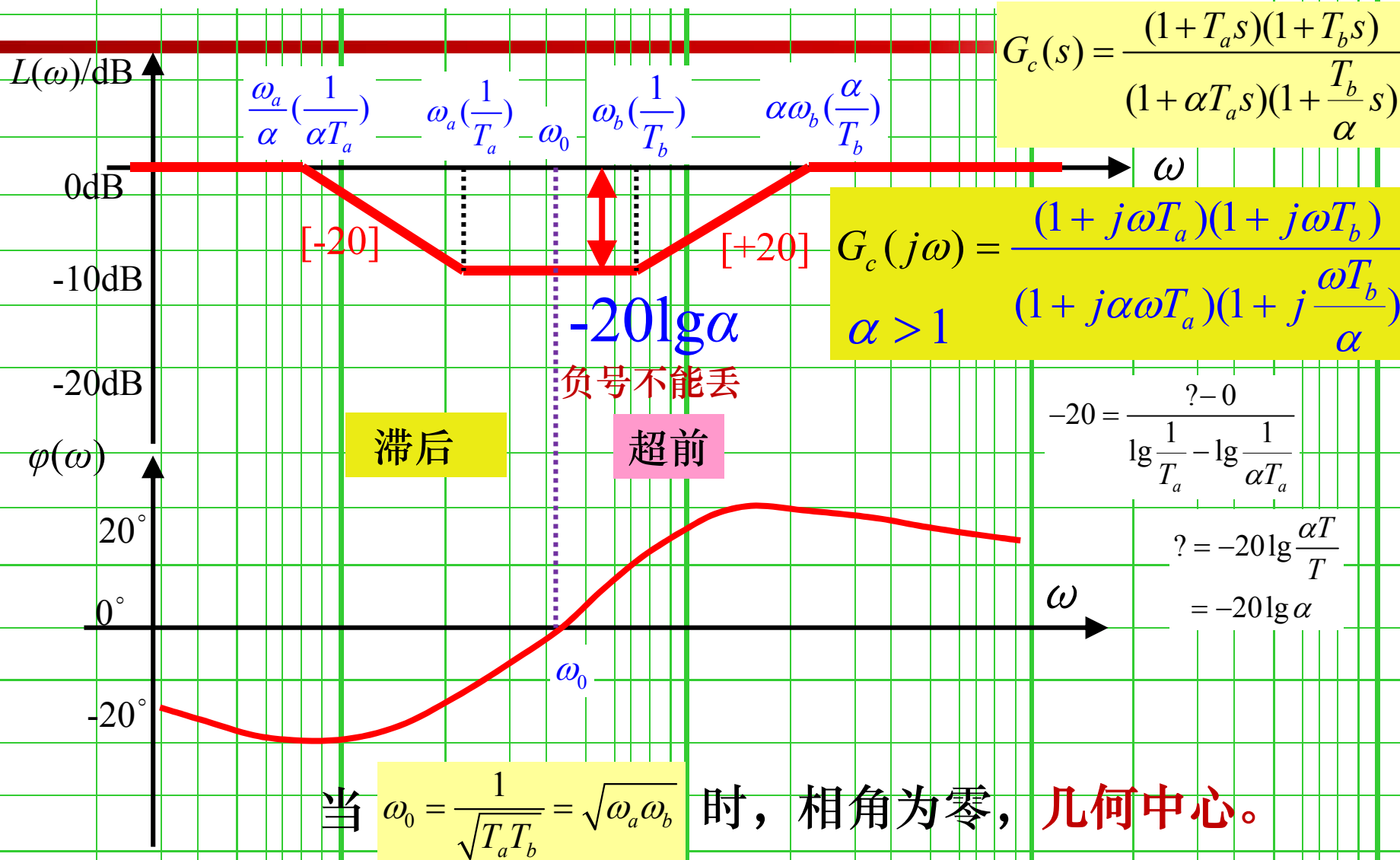
$$G_c(s) = \frac{(1 + T_a s)(1 + T_b s)}{(1 + \alpha T_a s)(1 + \frac{T_b}{\alpha} s)}$$

$\alpha > 1$  用一个参数表示**滞后深度**  
和**超前强度**

$T_a, T_b, \alpha$  三个未知参数



# 相位滞后-超前校正网络Bode图的特征



## 6.2 常用校正装置及其特性

比较:	无源超前网络	无源滞后网络
本质:	利用无源超前网络的中频相角超前特性, 提供正相角。	利用无源滞后网络的高频幅值衰减特性, 降低系统开环截止频率, 提高系统的相角裕度。
曲线:	提升相频特性, 进而改变幅频特性。	提前压低系统幅频特性, 进而改善相频特性。
方式:	直接——相频上拉——相角裕度增加——截止频率提高	间接——幅频下压——截止频率下降——计算点提前——相角裕度增加
局限:	能够提供的最大超前相角有限, $60^\circ$ , 增益下降为 $1/a$ 。	校正网络自身带来一定的相角滞后。
应用:	校正后系统的开环截止频率 $\omega_c''$ 位于超前网络的中频段最大超前相角处。 $\omega_m = \omega_c''$	校正后系统的开环截止频率 $\omega_c''$ 高于最大滞后相角频率 $\omega_m$ , 或位于滞后网络的高频段。 $\omega_2 = \frac{1}{bT} = 0.1\omega_c''$
效果:	作用在中频段——改善动态性能	对校正网络而言是高频段, 对系统而言是低频段——改善稳态性能。

## 6.3 串联校正

### 1. 频域响应法校正设计

校正装置设计方法

➤ 根据频域指标设计系统，频域校正方法

{ 分析法：依据经验，试探设计。工程方法（试探法——正向）

{ 综合法：依据指标，确定开环特性，再比较确定校正装置。😊

理论方法（期望特性法——逆向）

➤ 频域响应法校正设计的优势

1) 间接：频域指标，非时域指标

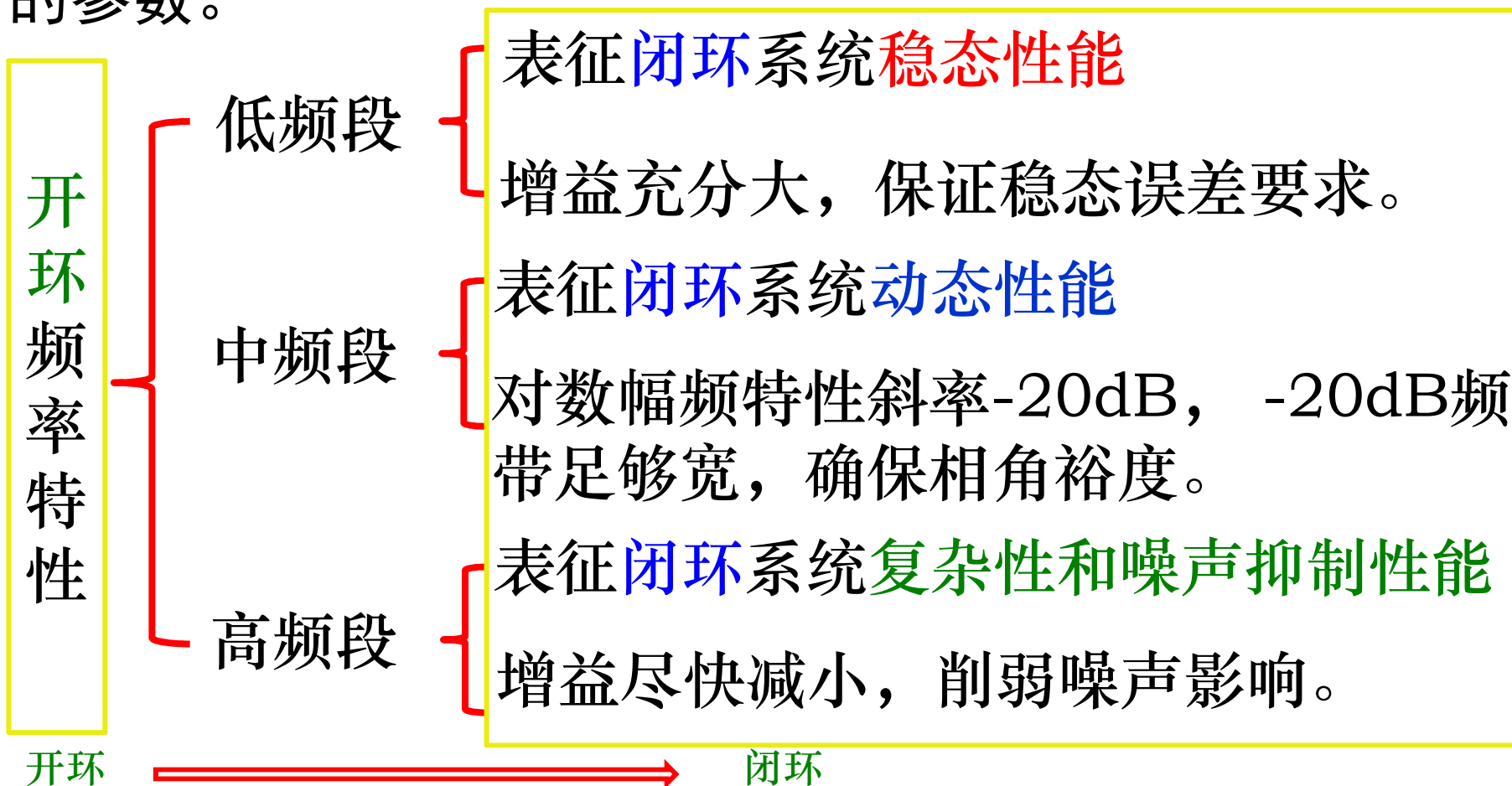
2) 简便：Bode图能够定性地反映系统的动态性能，还可根据频域指标确定校正装置的参数。

简便的原因：开环系统的频率特性与闭环系统的时间响应有关系。

## 6.3 串联校正

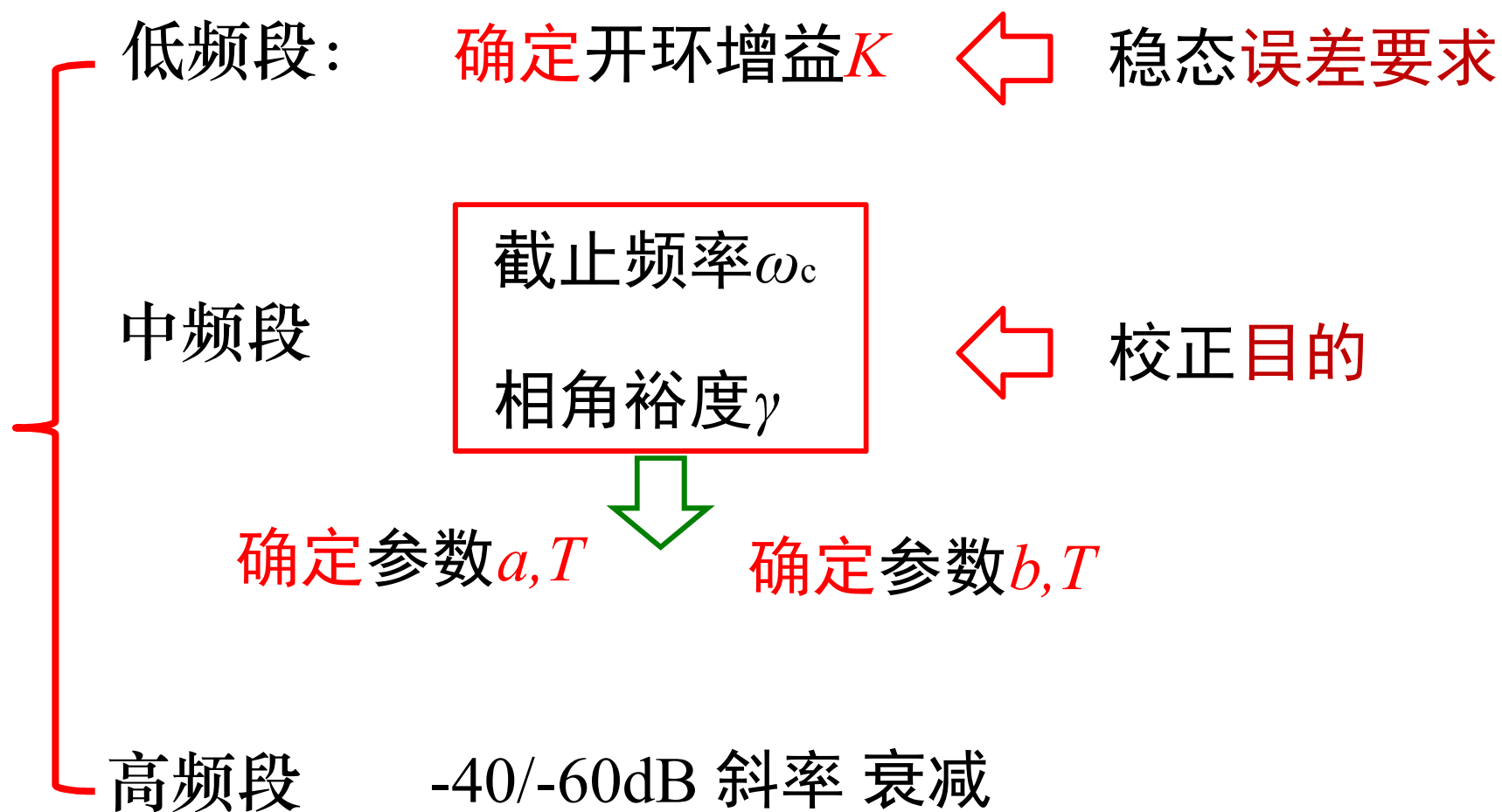
### 三频段法（回路成形法）

基于Bode图的频域响应法，根据频域指标确定校正装置的参数。



## 6.3 串联校正

各频段用来计算的参数:



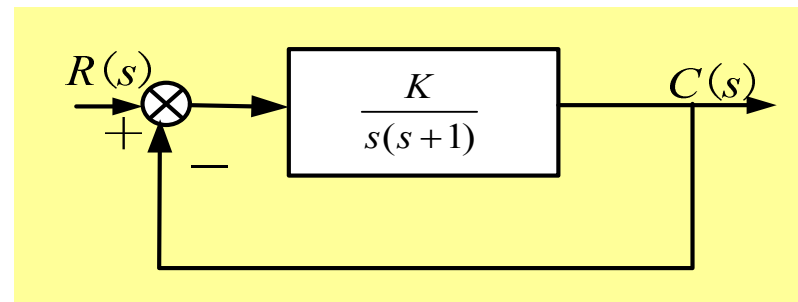


## 6.3 串联校正

### 2. 串联超前校正

例：系统如图所示，要求

1. 在单位斜坡输入下稳态误差  $e_{ss} \leq 0.1 \text{ rad}$ ;
2. 开环系统截止频率  $\omega_c'' \geq 4.4 \text{ rad/s}$
3. 相角裕度  $\gamma'' \geq 45^\circ$ ，幅值裕度  $h''(\text{dB}) \geq 10 \text{ dB}$



是否需要校正，怎样校正？

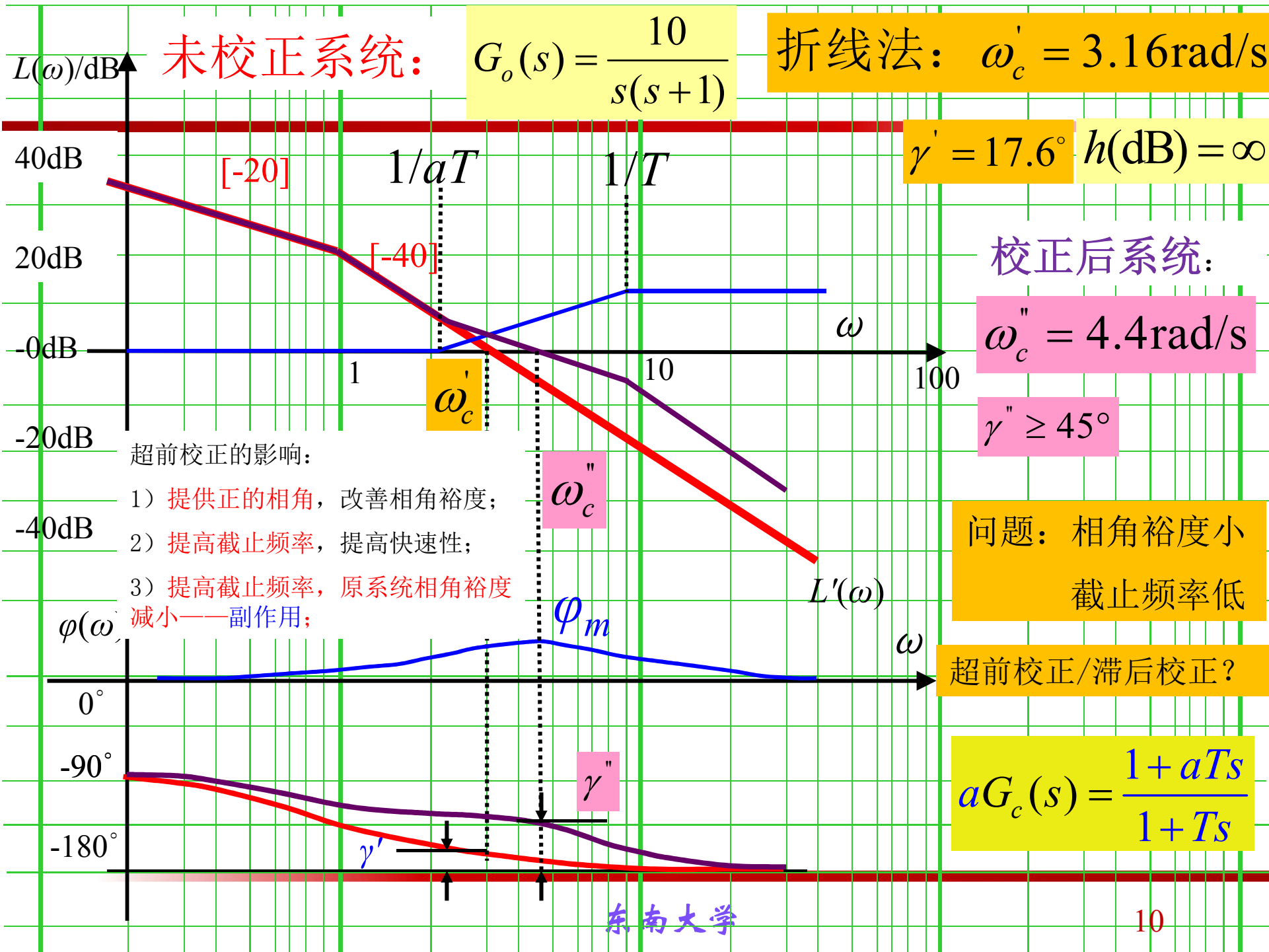
**解：**首先进行稳态计算

给定系统是 I 型系统

$$e_{ss} = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{K} \leq 0.1$$

→  $K=10$  可以满足稳态误差要求。

校正前系统的开环传递函数为  $G_o(s) = \frac{10}{s(s+1)}$



## 6.3 串联校正

$$aG_c(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}$$

### 设计串联超前校正装置（参数）

校正后开环系统的截止频率 $\omega_c''=4.4\text{rad/s}$ 。令超前校正网络在 $\omega_c''$ 处提供最大相角 $\varphi_m$ ，所以 $\omega_m = \omega_c''=4.4$ 。

原系统在 $\omega_c''$ 处： $L'(\omega_c'') = -6\text{dB}$

校正后开环系统的截止频率为 $\omega_c''$ ，校正网络在 $\omega_c''$ 处的幅值应为6dB，则  $10\lg a = 6\text{dB}$

求出： $a=4$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} = \frac{1}{4.4 \times 2} = 0.114\text{s}$$

校正网络的传递函数为：

$$G_c(s) = \frac{1}{4} \frac{1+0.456s}{1+0.114s}$$

## 6.3 串联校正

验证： 相角裕度  $\gamma'' \geq 45^\circ$ ，幅值裕度  $h''(\text{dB}) \geq 10\text{dB}$   $\omega_m = \omega_c'' = 4.4$

校正装置的最大超前角为：  $\varphi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1} = 37^\circ$

原系统在  $\omega_c''$  处的相角裕度：  $\gamma'(\omega_c'') = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega_c'' = 12.8^\circ$   
由  $17.6^\circ$  降到  $12.8^\circ$

校正后的相角裕度为：  $\gamma'' = \varphi_m + \gamma'(\omega_c'') = 49.8^\circ > 45^\circ$

校正后的幅值裕度为无穷大，满足要求。 因为  $n-m=2$

确定超前校正的两个转折频率：

$$\omega_1 = \frac{1}{aT} = \frac{1}{4 \times 0.114} = 2.2(\text{rad} / \text{s}) \quad \omega_2 = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.114} = 8.8(\text{rad} / \text{s})$$

## 6.3 串联校正

校正网络的传递函数：
$$G_c(s) = \frac{1}{4} \frac{1 + 0.456s}{1 + 0.114s}$$

校正后系统的开环传递函数：

$$G_c(s)G_0(s) = \frac{1}{4} \frac{10(1 + 0.456s)}{s(1 + 0.114s)(1 + s)}$$

确定无源网络的元件参数

$$a = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 4 \quad T = R_1 C = 0.456$$

假设  $C = 1\mu F$        $R_1 = 456k\Omega$        $R_2 = 156k\Omega$

为满足静态性能指标 $K=10$ ，放大器的增益需提高 $a=4$ 倍。

## 6.3 串联校正

串联超前校正的步骤:

- 1) 根据稳态误差要求, 确定开环增益 $K$ ;
- 2) 已知开环增益 $K$ , 绘制校正前开环系统的伯德图 $L'(\omega)$ , 计算校正前系统的截止频率、穿越频率、相角裕度和幅值裕度。
- 3) 根据校正后的截止频率 $\omega_c''$ 的要求, 计算超前网络参数 $a$ 和 $T$ 。

(1) 按给定的校正后的 $\omega_c''$ 计算校正前系统的 $L'(\omega_c'')$ , 取超前校正装置的 $\omega_m = \omega_c''$ , 即使超前网络在 $\omega_m$ 处的幅值满足:

$$L_c(\omega_m) + L'(\omega_c'') = 0 \quad \text{即: } -L'(\omega_c'') = L_c(\omega_m) = 10 \lg a \quad \text{求出参数 } a$$

(2) 求出参数 $a$ 后, 结合已确定的 $\omega_m$ , 再利用  $T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}}$  求 $T$ 。

## 6.3 串联校正

若第三步变为：3) 根据校正后的相角裕度 $\gamma''$ 设计超前网络参数 $a$ 和 $T$ 。

则，令 $\gamma'$ 为校正前系统的相角裕度； $\varepsilon$ 为校正网络的引入使截止频率增大到 $\omega_c''$ 而造成的原系统的相角裕度减小的补偿量（修正量），一般取 $5^\circ \sim 20^\circ$ 。

(1) 确定需要增加的相位超前角 $\varphi_m$ ，使其满足： $\gamma'' = \varphi_m + (\gamma' - \varepsilon)$

或： $\varphi_m = \gamma'' - (\gamma' - \varepsilon) = \gamma''$  (指标要求)  $- \gamma'$  (校正前系统的相角裕度)  $+ \varepsilon$  (修正量)

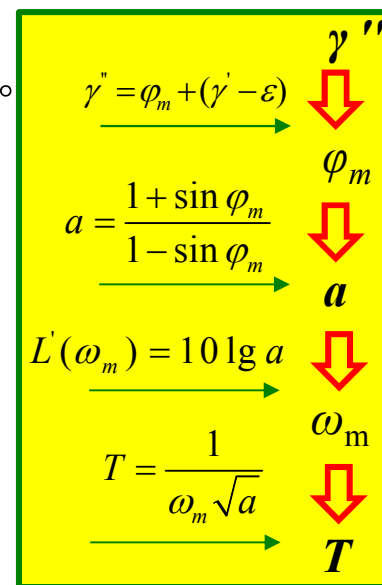
流程

(2) 求出 $\varphi_m$ 后，根据 $a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$  求出对应最大超前角 $\varphi_m$ 的 $a$ 。

(3) 利用校正前系统的幅频特性 $L'(\omega)$ ，令其等于 $-10 \lg a$ ，计算校正后系统新的截止频率 $\omega_c''$ ，且 $\omega_m = \omega_c''$ 。

$$L'(\omega_m) = -10 \lg a$$

(4) 已知参数 $a$ 和 $\omega_m$ ，利用 $T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}}$  求 $T$ 。



## 6.3 串联校正

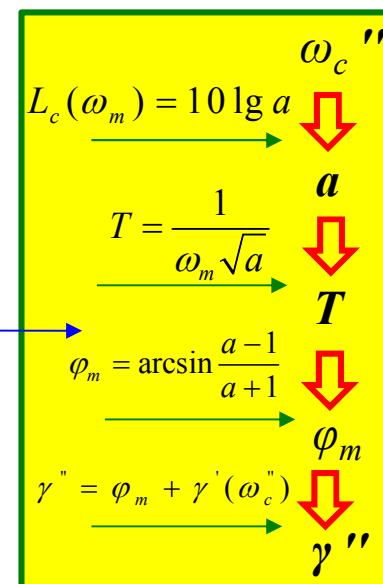
4) 根据  $\omega_1 = \frac{1}{aT}$  和  $\omega_2 = \frac{1}{T}$  确定超前网络的转折频率，写出校正网络传函。

5) 验算已校正系统的相角裕度  $\gamma''$  和幅值裕度。

第3步的情况一：超前网络参数是根据截止频率  $\omega_c''$  的要求选择的，需要校验相角裕度和幅值裕度是否满足要求。步骤：

- (1) 查表或根据公式  $\varphi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$  计算  $\varphi_m$  值。
- (2) 计算校正前系统在新的截止频率处的相角裕度  $\gamma'(\omega_c'')$ 。
- (3) 根据公式  $\gamma'' = \varphi_m + \gamma'(\omega_c'')$ ，计算校正后的相角裕度  $\gamma''$ 。
- (4) 不满足要求，增加  $\omega_m$  后重复上述步骤。

验证



第3步的情况二：计算截止频率  $\omega_c''$  下的相角和幅值裕度  
(往往是满足要求的，因为从相角裕度出发计算的)。

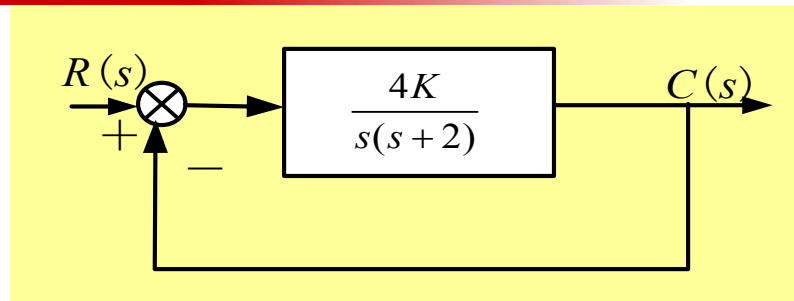
6) 将原开环增益增加  $a$  倍，以补偿超前网络产生的幅值衰减。



## 6.3 串联校正

例：系统如图所示，要求

1. 在单位斜坡输入下稳态误差  $e_{ss} \leq 0.05 \text{ rad}$ ;
2. 相角裕度  $\gamma'' \geq 50^\circ$ ，幅值裕度  $h'' (\text{dB}) \geq 10 \text{ dB}$



利用超前网络进行校正，原系统在新的截止频率处的相角裕度减小的补偿量（修正量）取  $5^\circ$ 。

**解：**首先进行稳态计算

1) 给定系统是 I 型系统  $e_{ss} = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{2K} \leq 0.05 \Rightarrow K=10$  可以满足稳态误差要求。

2) 校正前系统的开环传递函数为  $G_o(s) = \frac{40}{s(s+2)}$

校正前系统的截止频率  $\omega_c' = 6.325 \text{ rad/s}$ , 相角裕度  $\gamma' = 17.55^\circ$ 。

## 6.3 串联校正

$$G_o(s) = \frac{40}{s(s+2)}$$

3) 属于已知校正后相角裕度 $\gamma''$ 设计超前网络参数 $a$ 和 $T$ 问题。

(1) 确定需要增加的相位超前角 $\varphi_m$ ，使其满足： $\gamma'' = \varphi_m + (\gamma' - \varepsilon)$

$$50^\circ = \varphi_m + (17.55^\circ - 5^\circ) \quad \varphi_m \approx 38^\circ$$

(2) 求出 $\varphi_m$ 后，根据 $a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$  求出对应最大超前角 $\varphi_m$ 的 $a$ 。

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = 4.2$$

(3) 利用校正前系统的幅频特性 $L'(\omega)$ ，令其等于 $-10\lg a$ ，计算校正后系统新的截止频率 $\omega_c''$ ，且 $\omega_m = \omega_c''$ 。

$$L'(\omega_m) = 10 \lg a = -6.2 \text{ dB} \quad \omega_m = \omega_c'' = 9.04 \text{ rad/s}$$

(4) 已知参数 $a$ 和 $\omega_m$ ，利用 $T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}}$  求 $T$ 。 $T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} = \frac{1}{9.04 \sqrt{4.2}} = 0.054$

## 6.3 串联校正

$$G_o(s) = \frac{40}{s(s+2)}$$

4) 根据  $\omega_1 = \frac{1}{aT}$  和  $\omega_2 = \frac{1}{T}$  确定超前网络的转折频率，写出校正网络传函。

$$aT = 4.2 \times 0.054 = 0.2268 \quad T = 0.054$$

$$\omega_1 = \frac{1}{aT} = \frac{1}{4.2 \times 0.054} = 4.4 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.054} = 18.5 \text{ rad/s}$$

$$G_c(s) = \frac{1}{4.2} \frac{1 + 0.226s}{1 + 0.054s}$$

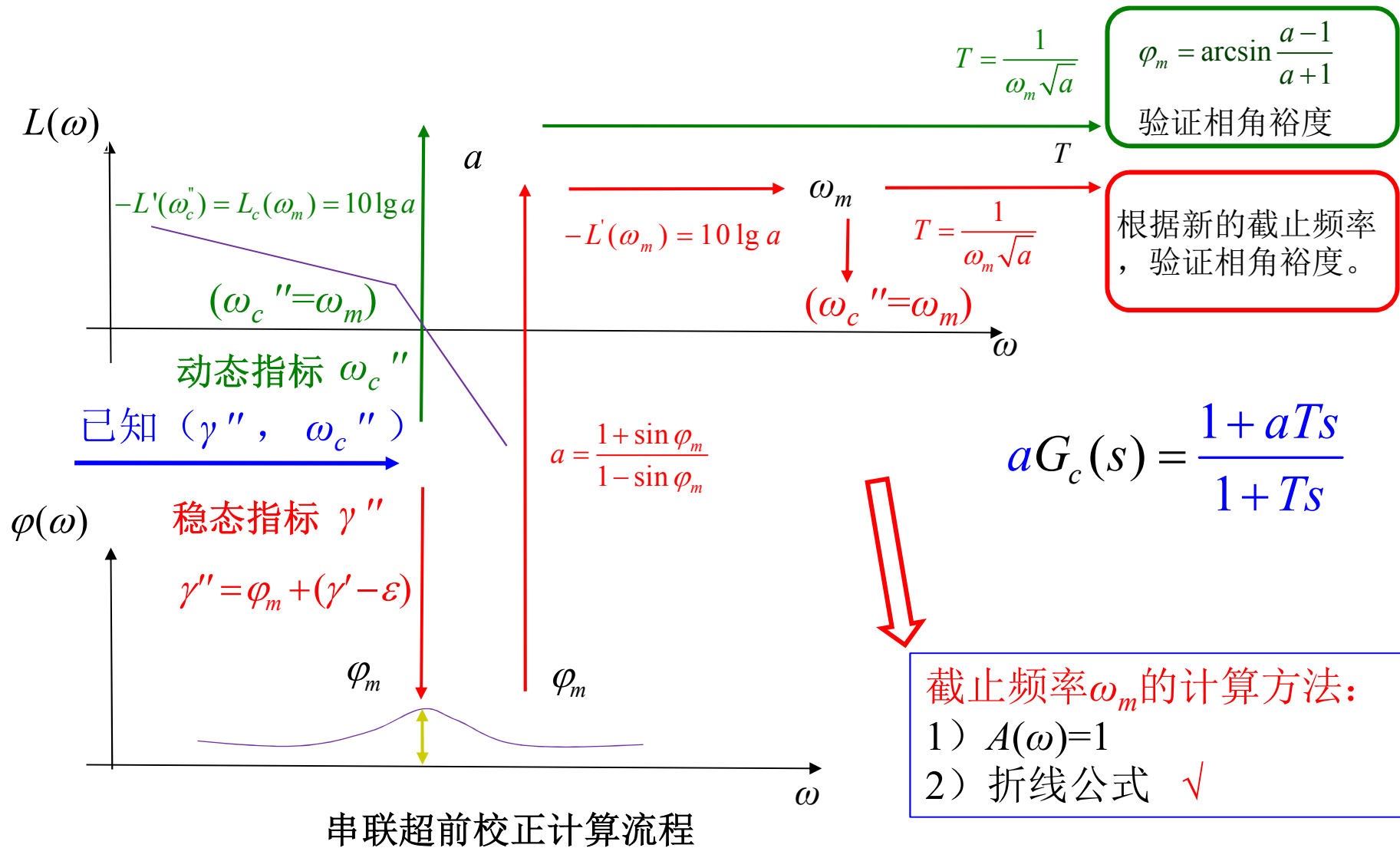
5) 验算已校正系统的相角裕度 $\gamma''$ 和幅值裕度。

校正后的相角裕度  $\gamma'' = 50.3^\circ$  相角裕度 $\gamma''$ 满足要求

校正后的幅值裕度为无穷大，满足要求。因为 $n-m=2$

6) 将原开环增益增加 $a$ 倍，以补偿超前网络产生的幅值衰减。

## 6.3 串联校正



# 本次课结束

---

## 重要知识点

1. 滞后-超前网络的特性☆☆☆
2. 频域响应法校正设计 ☆
3. 串联超前校正的应用 ☆☆☆