

第六章 线性系统的校正方法

第一节 系统的设计与校正问题

第二节 常用校正装置及其特性

第三节 串联校正

第四节 前馈校正

第五节 复合校正

第六节 控制系统校正设计

自动控制理论建模、分析与设计



6.1 系统的设计与校正问题

- 由简单的控制对象和控制器组成的反馈控制系统性能一般比较差。
- 在系统中引入一些附加装置校正系统的动态性能和静态性能，使其全面满足性能指标的要求。

为校正系统性能而有目的地引入的装置称为校正装置。

设计的任务：

根据所要求的性能指标和技术条件：1) 选择校正装置；
2) 确定校正装置的类型；3) 计算出具体参数。

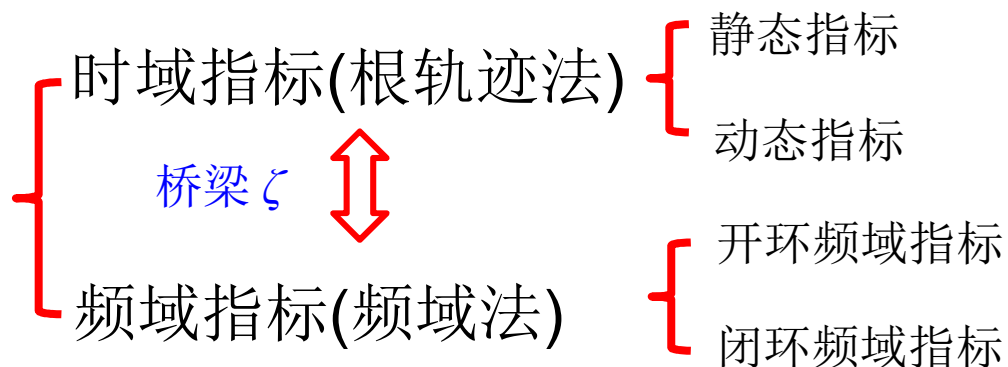
6.1 系统的设计与校正问题

一、性能指标

不同的控制系统对性能指标的要求应有不同的侧重：

- 调速系统—平稳性和稳态精度
- 随动系统—快速性

性能指标的提出，应符合实际系统的需要和可能(代价)



二阶和高阶系统性能指标见教材253页

6.1 系统的设计与校正问题

二、系统带宽的确定

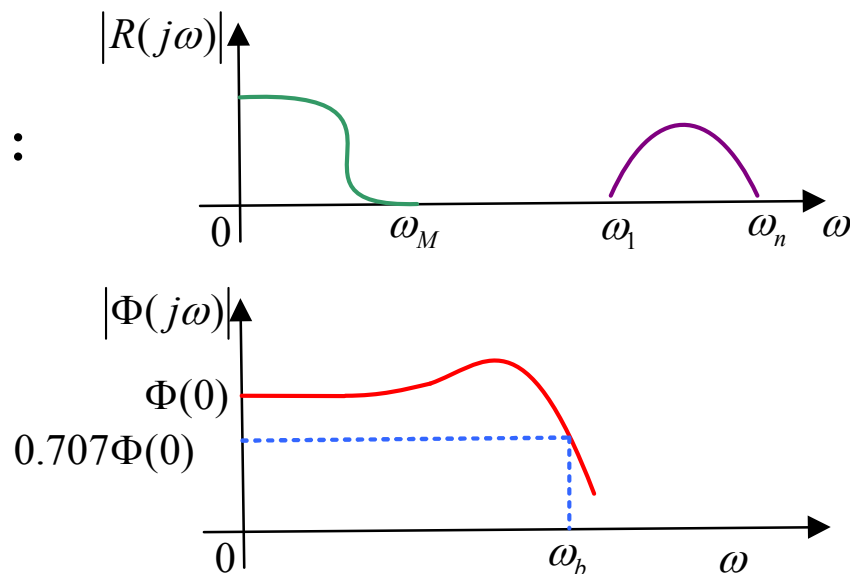
为了准确复现输入信号，要求系统具有较大的带宽。
为了抑制噪声，不希望带宽过大。

输入信号的带宽为 $0 \sim \omega_M$ ，噪声信号集中在频带 $\omega_1 \sim \omega_n$ ，

则，控制系统的带宽频率通常为：

$$\omega_b = (5 \sim 10)\omega_M$$

且使 $\omega_1 \sim \omega_n$ 处于 $0 \sim \omega_M$ 范围之外。



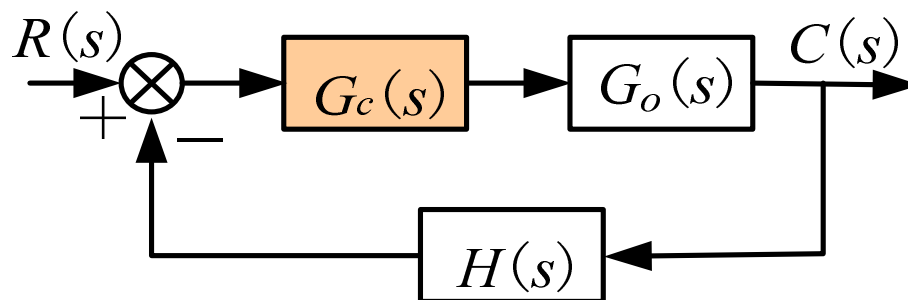
6.1 系统的设计与校正问题

三、校正方式

1. 串联校正

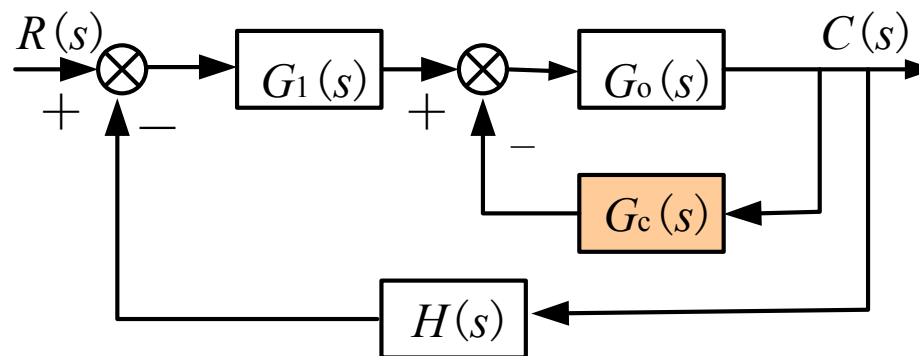
校正装置串接于误差点之后和放大器之前的前向通道中。

简单、容易实现。



2. 反馈校正

接在局部反馈通路中，改善系统的性能，抑制系统参数的波动和减弱非线性因素的影响。

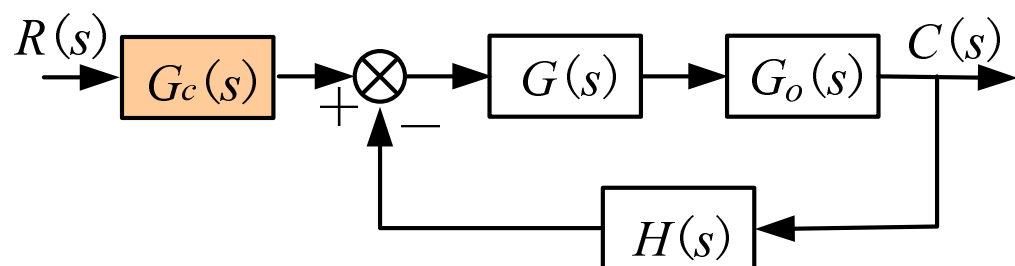


6.1 系统的设计与校正问题

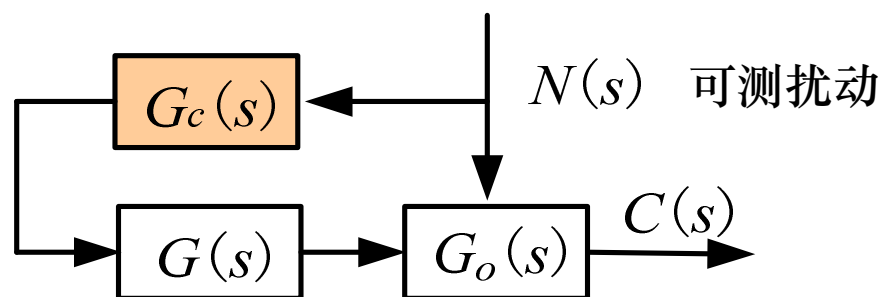
3. 前馈校正

又称顺馈校正，在系统主反馈回路之外。

1) 前置滤波器



2) 扰动补偿

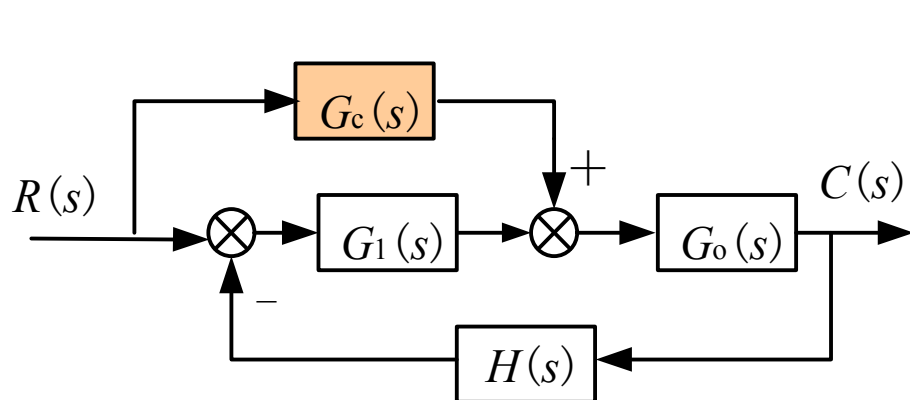


6.1 系统的设计与校正问题

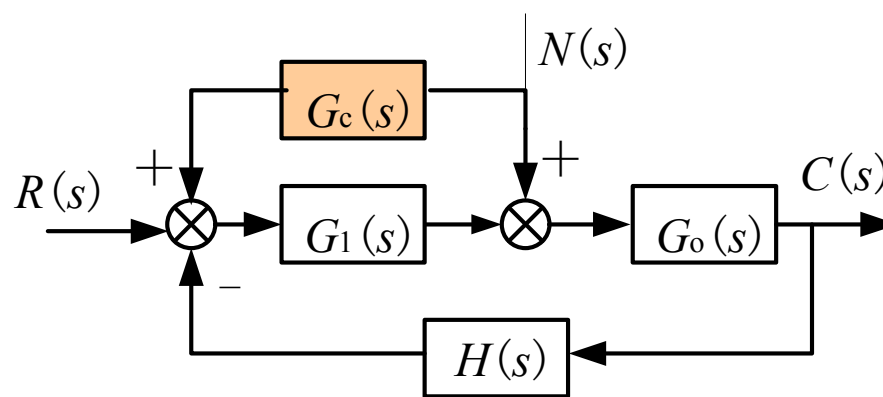
4. 复合校正

在反馈控制回路中加入前馈校正通路，与反馈回路组成一个整体。

在保证系统稳定性的前提下，减小稳态误差，抑制可测扰动。



按输入补偿



按扰动补偿

6.1 系统的设计与校正问题

四、基本控制规律

校正装置所需提供的**基本控制规律**：

比例控制 (Proportional control)、微分控制(Derivative control)、积分控制(Integral control)

(1) 比例控制

传递函数为 $G_c(s) = K_p$

改变增益，不影响相位。

可调增益放大器

特点：输出无失真地按比例复现输入

按偏差产生即时的控制作用

对改变零极点分布的作用有限

6.1 系统的设计与校正问题

以二阶系统为例

开环传递函数为

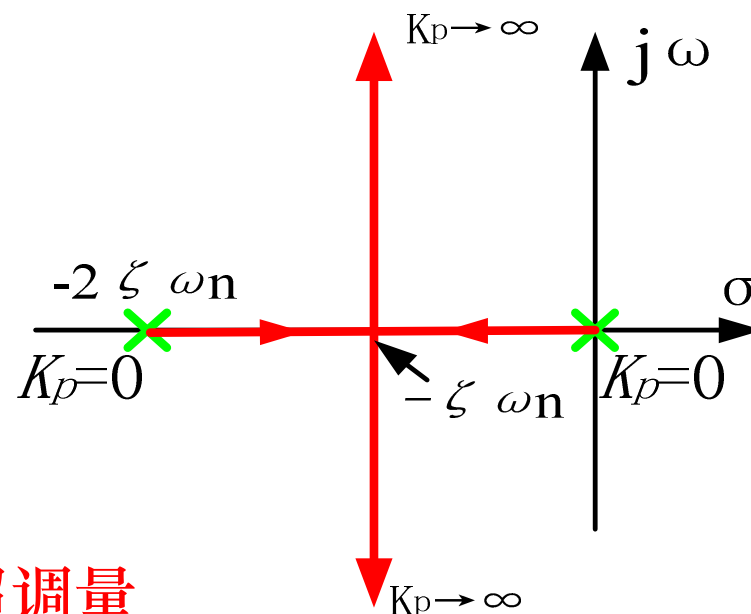
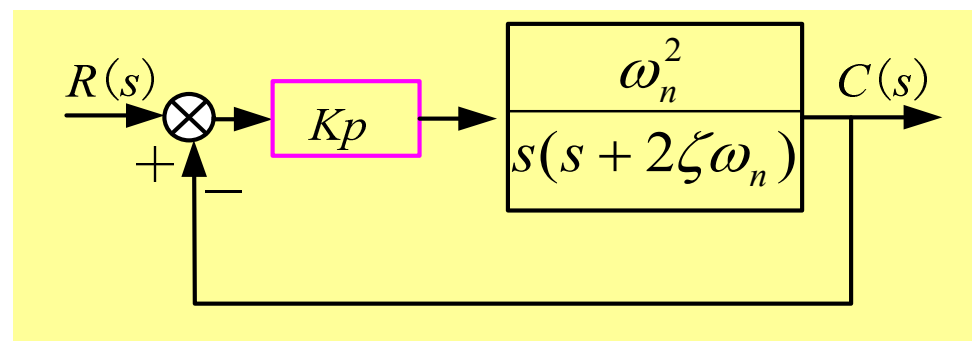
$$G(s) = G_c(s)G_o(s) = K_p \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$

系统为 I 型，稳态速度误差系数为：

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = K_p \frac{\omega_n}{2\zeta}$$

若减小稳态误差，则要增大 K_p 。

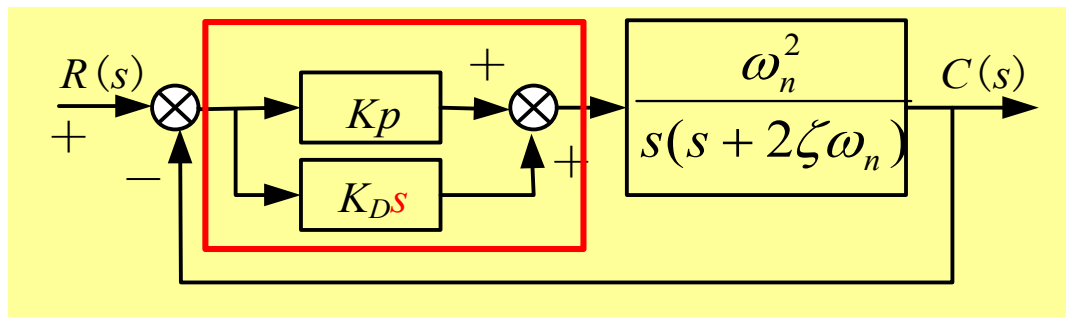
后果是可能使系统暂态响应有**很大的超调量**和**剧烈振荡**，所以**很少单独使用比例控制**。



6.1 系统的设计与校正问题

(2) 比例微分(PD)控制

$$y(t) = K_p e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt}$$



PD控制器中的微分控制规律，能反应输入信号的变化趋势，产生有效的早期修正信号，以增加系统的阻尼程度（改变系统闭环特征方程，见第3章比例微分改善二阶系统性能），从而改善系统的稳定性。

串联校正

$$G_c(s) = K_p + K_D s$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$$

开环传递函数为

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (K_p + K_D s)}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$

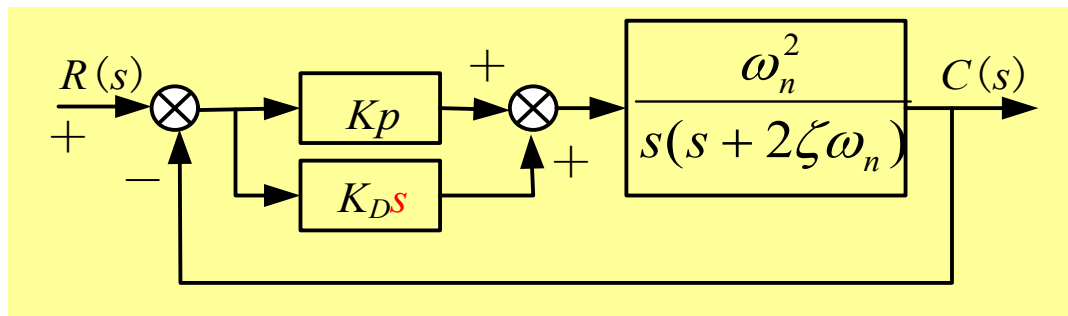
$$= K_p \frac{\omega_n}{2\zeta}$$

在串联校正时，可使系统增加了一个开环零点 $-K_p/K_D$ ，使系统的相角裕度提高，有助于改善系统动态性能，稳态性能不变。

6.1 系统的设计与校正问题

开环传递函数

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (K_P + K_D s)}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$



闭环系统的传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2 (K_P + K_D s)}{s^2 + (2\zeta\omega_n + K_D\omega_n^2)s + K_P\omega_n^2}$$

增大阻尼 \Leftarrow 特征方程 $s^2 + (2\zeta\omega_n + K_D\omega_n^2)s + K_P\omega_n^2 = 0$

以 K_D 为参数，绘制参数根轨迹：
$$K_D \frac{\omega_n^2 s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + K_P\omega_n^2} = -1$$

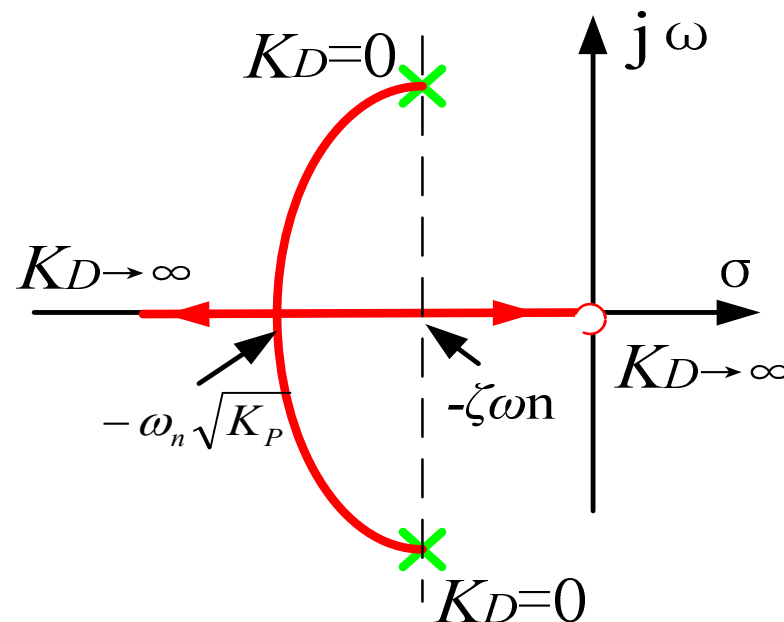
6.1 系统的设计与校正问题

$K_D=0$ 时，起始于复数极点：

$$-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{K_P - \zeta^2}$$

在会合点处：

$$\begin{cases} \sigma = -\omega_n\sqrt{K_P} \\ K_D = \frac{2(\sqrt{K_P} - \zeta)}{\omega_n} \end{cases}$$



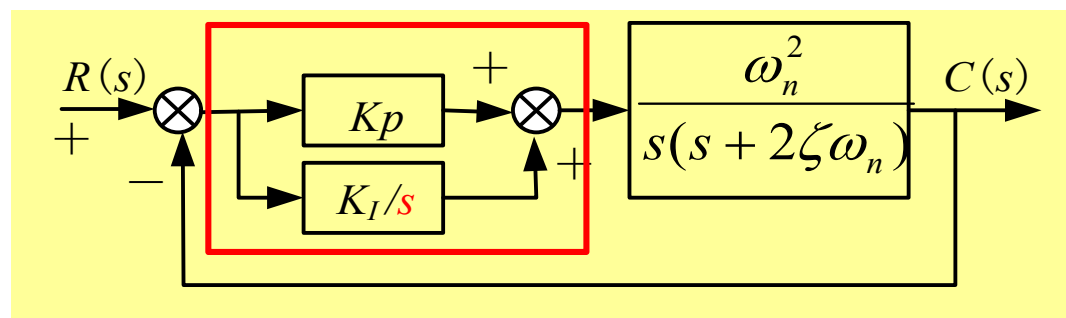
为减小稳态误差增大 K_P 时，可以选择适当的 K_D 以改善动态性能。

微分控制只对动态过程发挥作用，对稳态过程没有影响，且对系统噪声非常敏感。所以单一的D控制器在任何情况下都不宜与被控对象串联起来单独使用。

6.1 系统的设计与校正问题

(3) 比例积分(PI)控制

$$y(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt$$



当输入 $e(t)$ 消失后，输出信号 $y(t)$ 有可能是一个不为零的常量——积分保持。

串联校正

开环传递函数

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (K_P s + K_I)}{s^2 (s + 2\zeta\omega_n)}$$

总的效果：改善稳态性能
例如：消除误差

$$G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = \frac{K_P s + K_I}{s}$$

积分控制把系统变成Ⅱ型，提高无差度，提高系统稳态性能。

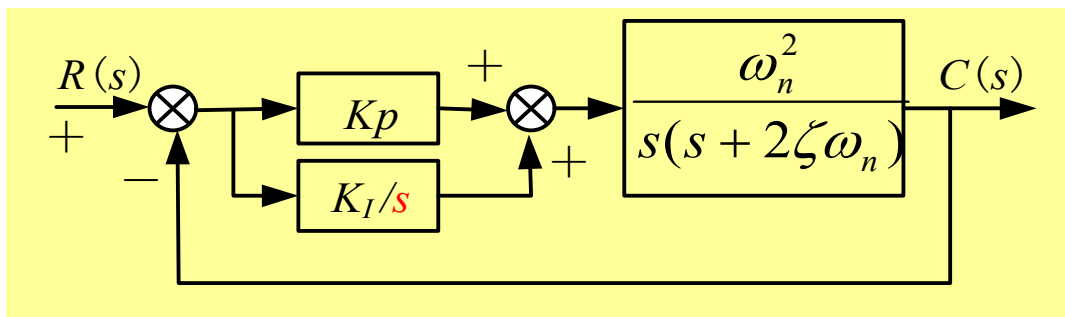
积分控制增加了在**原点处**的开环极点，使信号产生**90°**的相角滞后，不利于稳定性，不宜采用单一的I控制器。

积分控制增加了一个位于**s左半平面**的**开环负实零点** $-K_I/K_P$ ，缓和“**原点处极点**”对稳定性和动态过程的影响。

6.1 系统的设计与校正问题

开环传递函数

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (K_P s + K_I)}{s^2 (s + 2\zeta\omega_n)}$$



闭环特征方程: $s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + K_P\omega_n^2 s + K_I\omega_n^2 = 0$

稳定的充要条件: $K_P > 0, 2\zeta\omega_n K_P > K_I > 0$

$K_P=0$, 系统将不稳定。——不能单独用I控制器

选定 K_P , 增大 K_I 超过一定限值, 系统将不稳定。

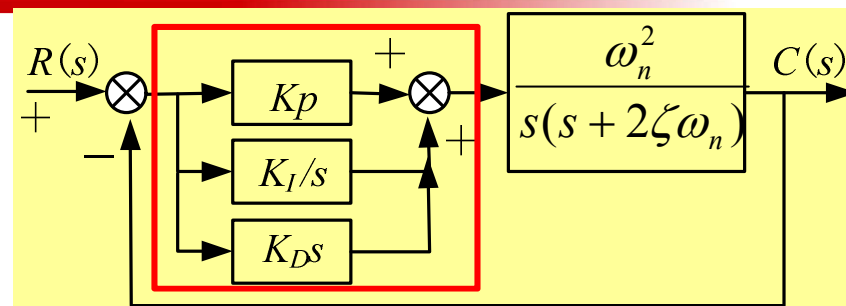
K_P 和 K_I 过大, 会出现很大的超调; 过小则响应速度很慢。

采用PID控制可以兼顾稳态和动态性能。

6.1 系统的设计与校正问题

(4) 比例积分微分(PID)控制

$$y(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt}$$



串联校正:

$$G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

$$G_c(s) = \frac{K_P s + K_I + K_D s^2}{s}$$

$$= K \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{s}$$

1) 使系统型别高一级;

2) 使系统增加二个负实零点;

I: 低频段

D: 中频段

采用PID控制可以兼顾稳态和动态性能。

稳态性能

动态性能

6.2 常用校正装置及其特性

校正网络	无源网络	由 RC 元件构成，结构简单、成本低。 幅值衰减、 Z_{in} 低， Z_{out} 高。
	有源网络	由放大器+ RC 元件构成，参数易调整。

校正网络可视为滤波器，将引入一定的相移。

根据引入的相移情况，可分为：超前校正网络、滞后校正网络、滞后-超前校正网络。

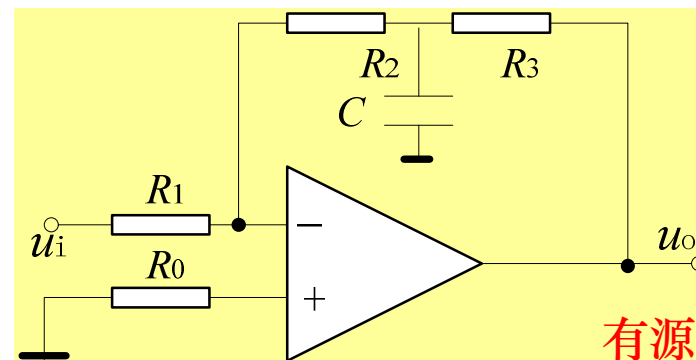
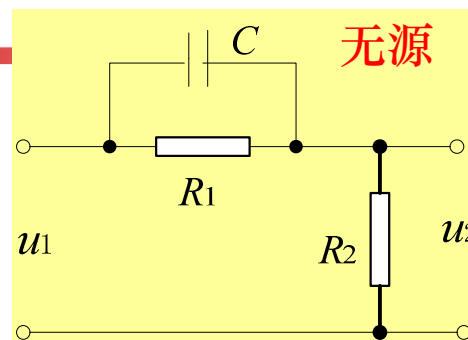
6.2 常用校正装置及其特性

1. 无源超前网络

$$G_c(s) = \frac{u_2}{u_1} = R_2 / \left(\frac{\frac{1}{Cs} R_1}{\frac{1}{Cs} + R_1} + R_2 \right) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_1 Cs + 1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 Cs + 1}$$

$$\text{令: } a = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1 \quad T = \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 C$$

a : 分度系数 表示超前强度 T : 时间常数



$$G_c(s) = \frac{1}{a} \times \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

串联校正时，系统
增益变为原来的 $1/a$ 开环增益变为原来的 $1/a$ ，
可导致系统稳态误差增加。

$$aG_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

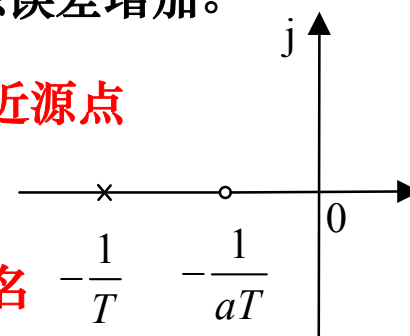
无源超前网络

$$\text{零点: } z_c = -1/aT$$

强者靠近源点

$$\text{极点: } p_c = -1/T$$

强者命名



相位超前校正网络Bode图的特征:

$L(\omega)/\text{dB}$

$$aG_c(j\omega) = \frac{1 + j\omega aT}{1 + j\omega T}$$

$a > 1$

20dB

10dB

0dB

20dB/dec

$1/aT$

ω_m

$1/T$

ω

1) ω 等于 $1/aT$ 和 $1/T$ 时, 曲线发生转折。

2) 转折频率处的对数幅频取值:

$20\lg a$

$10\lg a$

$a > 1$, $20\lg a$ 是正的

$$20 = \frac{? - 0}{\lg \frac{1}{T} - \lg \frac{1}{aT}}$$

$$\begin{aligned} ? &= 20\lg \frac{aT}{T} \\ &= 20\lg a \end{aligned}$$

$\varphi(\omega)$

40°

20°

0°

ω_1

ω_2

φ_m

ω

3) 两转折频率的几何中心的对数幅频取值:

ω_m 位于 $1/aT$ 和 $1/T$ 的几何中心

$$\lg \omega_m = \frac{1}{2}(\lg \frac{1}{aT} + \lg \frac{1}{T}) \quad L_c(\omega_m) = \lg a$$

$$\varphi_c(\omega_m) = ?$$

ω 在 $(1/aT, 1/T)$ 范围内, 对输入信号具有微分作用。期间, $\varphi(\omega)$ 均为正值, 即输出信号在相位上总是超前于输入信号。

6.2 常用校正装置及其特性

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

相位超前网络的相角为：

$$\varphi_c(\omega) = \arctan aT\omega - \arctan T\omega = \arctan \frac{(a-1)T\omega}{1+aT^2\omega^2}$$

令： $\frac{d\varphi_c(\omega)}{d\omega} = 0$ 解得： $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{1}{T}} \sqrt{\frac{1}{aT}}$ 与 $\lg \omega_m = \frac{1}{2}(\lg \frac{1}{aT} + \lg \frac{1}{T})$ 一致

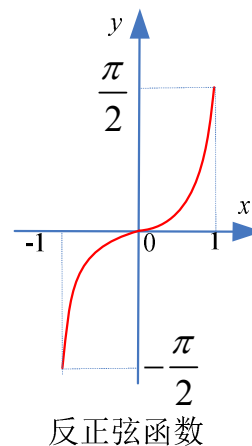
$$\omega_m^2 = \omega_1 \omega_2$$

说明是几何中心

此时 $\left\{ \begin{array}{l} L_c(\omega_m) = 10 \lg a \end{array} \right.$

$$\varphi_m = \arctan \frac{a-1}{2\sqrt{a}} = \arcsin \frac{a-1}{a+1} = \arcsin \left(1 - \frac{2}{a+1} \right)$$

仅由 a 决定



➤ 分度系数 a 越大，超前相角 φ_m 越大，微分效应越强。

➤ 超前网络相当于一个高通滤波器，过大的 a 值对抑制噪声不利， a 一般不超过 20。

➤ 采用无源超前网络校正时，主要利用校正环节的中频相角超前特性，提供正相角，进而提高系统相角裕度。

6.2 常用校正装置及其特性

2. 无源滞后网络

$$G_c(s) = \frac{u_2}{u_1} = \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{Cs}} = \frac{1 + R_2Cs}{1 + (R_1 + R_2)Cs}$$

$$b = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1 \quad T = (R_1 + R_2)C$$

b : 分度系数

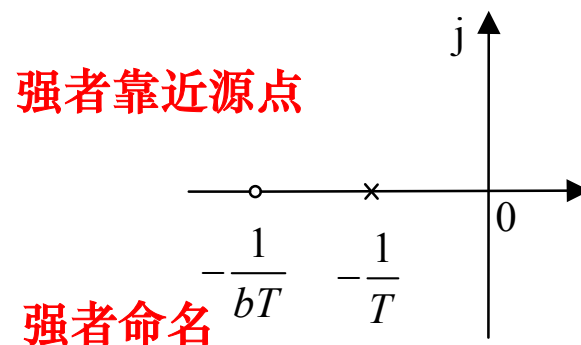
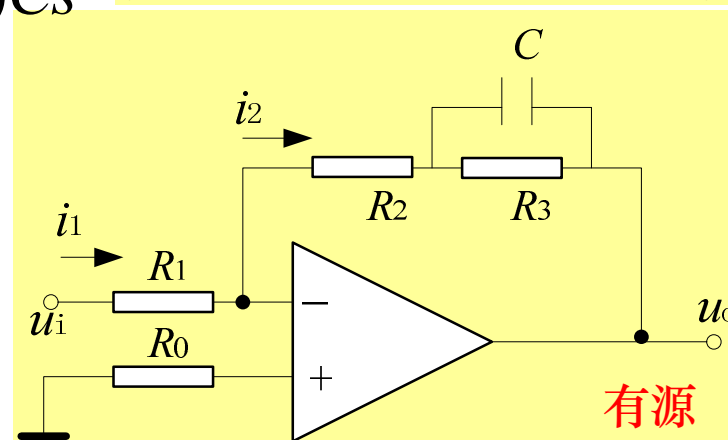
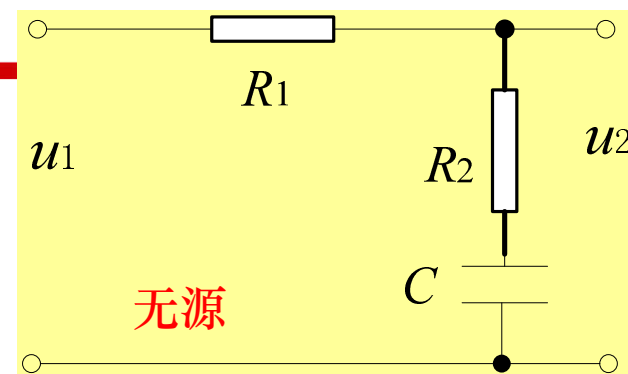
T : 时间常数

表示滞后深度

$$G_c(s) = \frac{1 + bTs}{1 + Ts}$$

零点: $z_c = -1/bT$

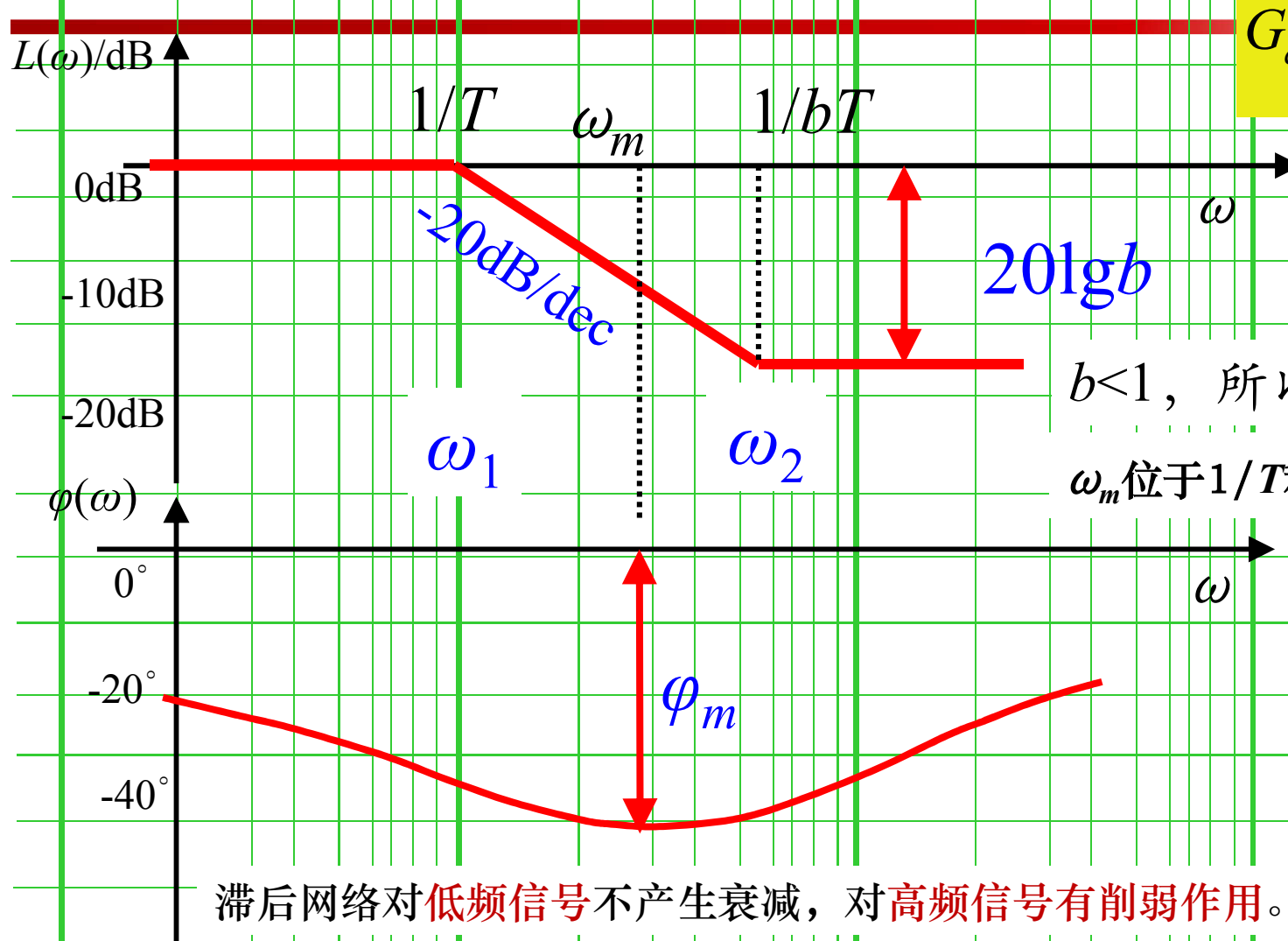
极点: $p_c = -1/T$



相位滞后校正网络Bode图的特征

$$G_c(j\omega) = \frac{1 + jb\omega T}{1 + j\omega T}$$

$$b < 1$$



ω 在 $(1/T, 1/bT)$ 范围内，对输入信号具有积分作用。期间， $\phi(\omega)$ 均为负值，即输出信号在相位上总是滞后于输入信号。

6.2 常用校正装置及其特性

相频特性 $\varphi_c(\omega)$ 在频率 $\omega_1=1/T$ 和 $\omega_2=1/bT$ 之间存在极值 φ_m 。

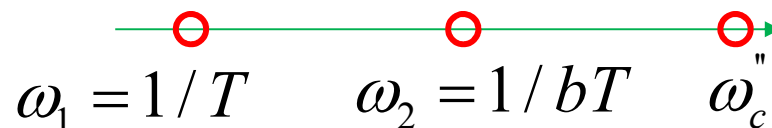
$$\varphi_m = \arcsin \frac{1-b}{1+b} \quad \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{1}{T}} \sqrt{\frac{1}{bT}}$$

- 采用无源滞后网络校正时，主要利用校正环节的高频幅值衰减特性，降低系统截止频率，提高系统相角裕度。

6.2 常用校正装置及其特性

- 由于网络的相角滞后，影响校正后系统的相角裕度。
- 因此，采用滞后网络对系统进行串联校正时，应避免使其最大滞后角 φ_m 出现在校正后系统的截止频率 ω_c'' 的附近。为此，通常使 $\omega_2 = 1/bT$ 远小于 ω_c'' 。

一般取： $\omega_2 = \frac{1}{bT} = 0.1\omega_c''$



$\omega_1 = 1/T \quad \omega_2 = 1/bT \quad \omega_c''$

此时，滞后网络在 ω_c'' 处产生的滞后相角计算公式：

$$\varphi(\omega_c'') = \arctan bT\omega_c'' - \arctan T\omega_c'' = \arctan \frac{(b-1)T\omega_c''}{1 + bT^2\omega_c''^2}$$

代入 $T\omega_c'' = \frac{1}{0.1b}$ ，且 $b \ll 100$ 。 简化公式： $\varphi(\omega_c'') \approx \arctan[0.1(b-1)]$

本次课结束

重要知识点

1. 系统校正的基本概念 ★
2. 常用校正装置 ★★
3. 常用校正装置的基本特性 ★★★