自动控制原理

付兴贺

邮箱：fuxinghe@seu.edu.cn

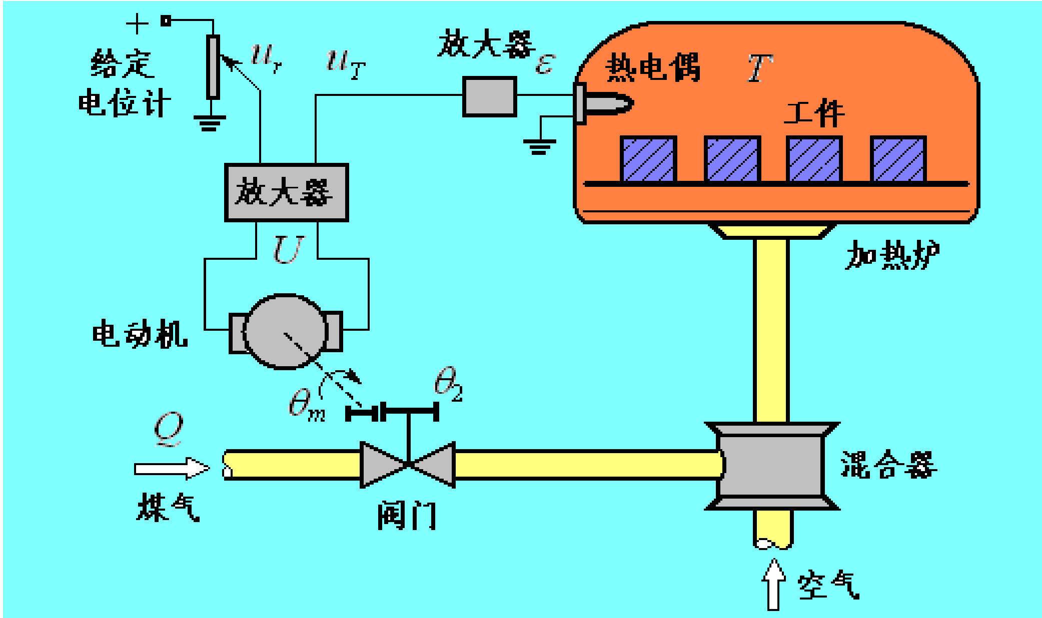
电话：13813979736

东南大学 电气工程学院

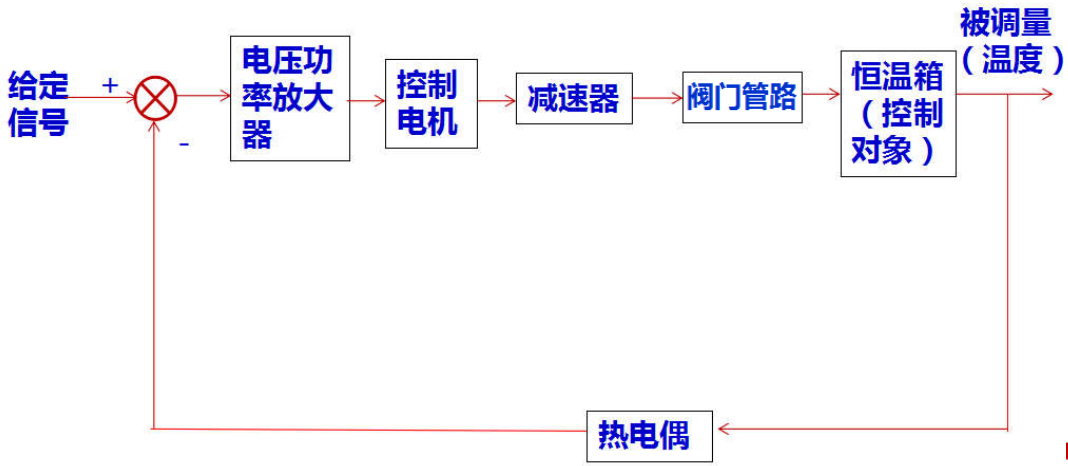
第一章 自动控制的一般概念

1.2 自动控制系统示例

(一)恒温箱控制系统

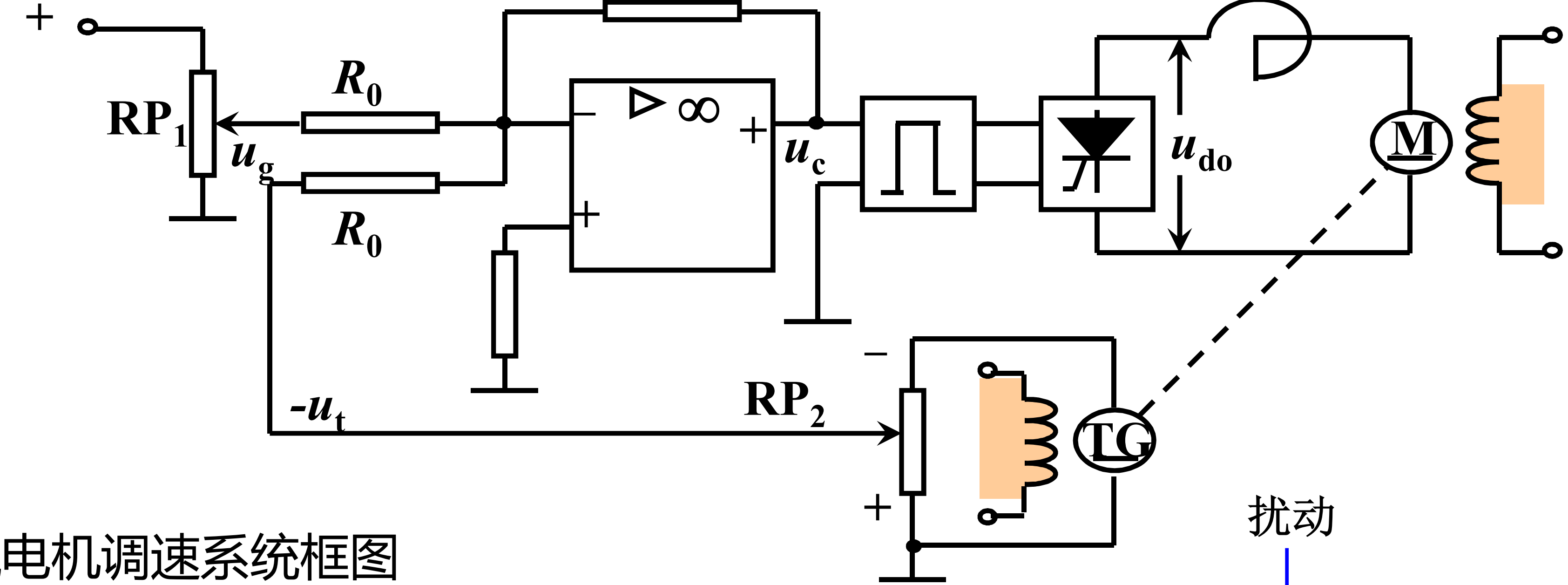


恒温箱控制系统框图

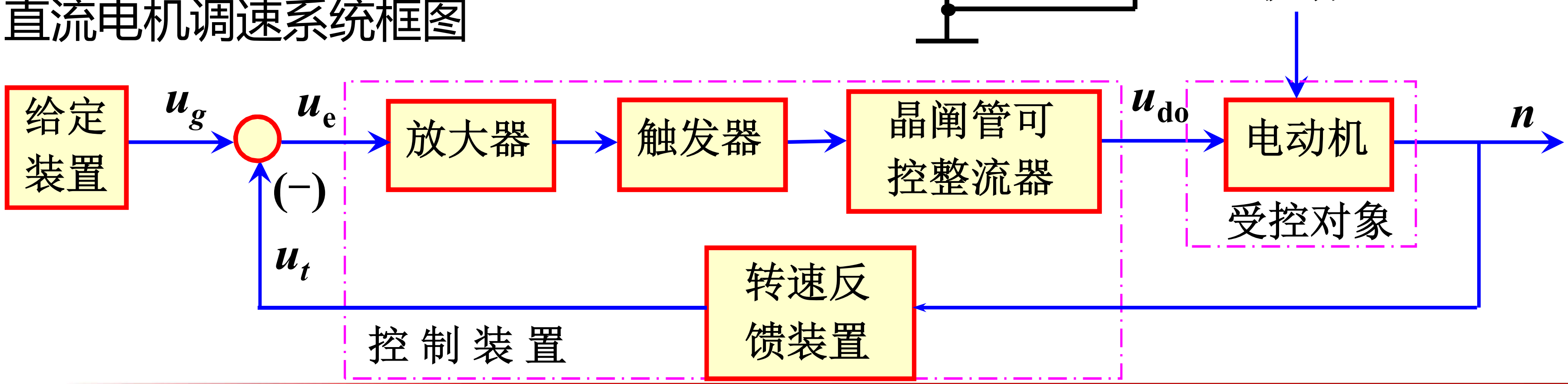


1.2 自动控制系统示例

(二)直流电机调速系统



直流电机调速系统框图



1.3 自动控制系统的分类

按输入量变化规律分类: 恒值系统、随动系统和程序控制系统

按元件类型分类: 机械系统、电气系统、机电系统、液压系统等

按系统作用分类: 温度控制系统、压力控制系统、位置控制系统等

按系统性能分类: 线性系统和非线性系统
连续系统和离散系统
定常系统和非定常系统
确定系统和不确定系统

按控制方式分类: 开环系统、闭环系统（反馈系统）、复合控制等

1.3 自动控制系统的分类

1）恒值系统和随动系统

恒值系统是指参考输入量保持常值的系统，其任务是消除或减少扰动信号对系统输出的影响，使被控制量（即系统的输出量）保持在给定或希望的数值上。

随动系统是指参考输入量随时间任意变化的系统。其任务是要求输出量以**一定的精度和速度**跟踪参考输入量，跟踪的速度和精度是随动系统的两项主要性能指标。

1.3 自动控制系统的分类

2）线性系统和非线性系统

线性系统是指构成系统的**所有元件**都是线性元件的系统。其动态性能可用**线性微分方程描述**，系统满足叠加原理。

非线性系统是指构成系统的元件中**含有**非线性元件的系统。其只能用**非线性微分方程描述**，系统不满足叠加原理。

判断**非线性的特征**：

微分方程**系数与变量有关**，**含有变量及其导数的高次幂**或**乘积项**

$$\ddot{y}(t) + y(t)\dot{y}(t) + y^2(t) = r(t)$$

1.3 自动控制系统的分类

3）连续系统和离散系统

连续系统是指系统内各处的信号都是以**连续模拟量**传递的系统。

离散系统是指系统内某处或数处信号是以**脉冲序列或数码形式**传递的系统。

离散系统的脉冲序列可由脉冲信号发生器或振荡器产生，也可用采样开关将连续信号变成脉冲序列，这类控制系统又称为采样控制系统或脉冲控制系统。

1.4 对自动控制系统的基本要求

1. 基本要求

控制系统的性能指标

1) 稳定性（稳）	2) 稳态误差（准）	3) 瞬态响应指标（快）

1) 稳定性（稳）

——自动控制系统的最基本要求和前提。

稳定性：系统在**受到扰动作用**后自动返回原来的平衡状态的能力。

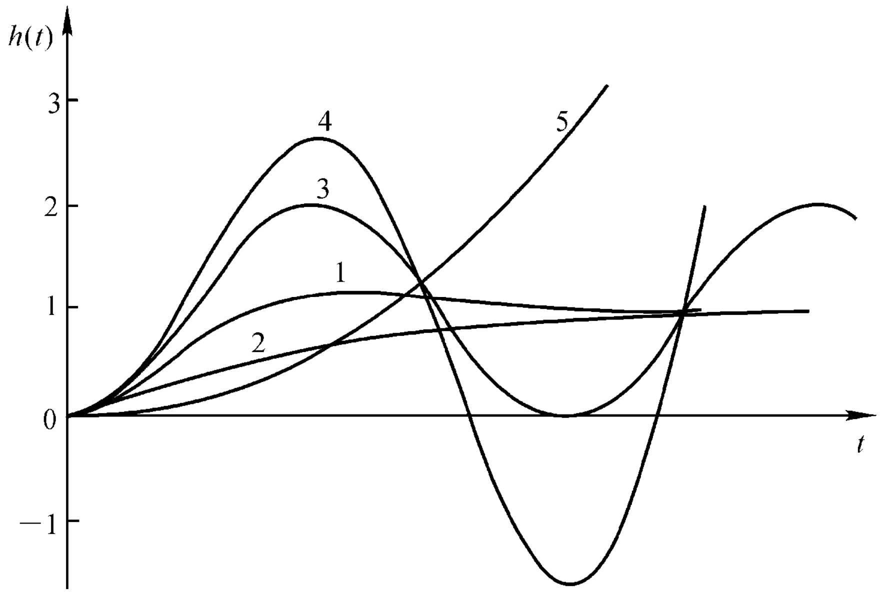
稳定裕量：考虑到实际系统工作环境或参数的变动，可能导致系统不稳定，因此，我们除要求系统稳定外，还要求其具有一定的稳定裕量。

1.4 对自动控制系统的基本要求

稳定 **不稳定**

不稳定的原因：**惯性**

不稳定的表现：**等幅振荡或发散**



稳定性由**系统结构和参数**决定的

固有属性，与外界无关。

2) 稳态误差（准）：

稳态精度：是指系统过渡到新的平衡工作状态以后，或系统对抗干扰重新恢复平衡后，最终保持的精度。

稳态精度与控制系统的结构及参数，输入信号形式有关 。

稳态精度用稳态误差表示

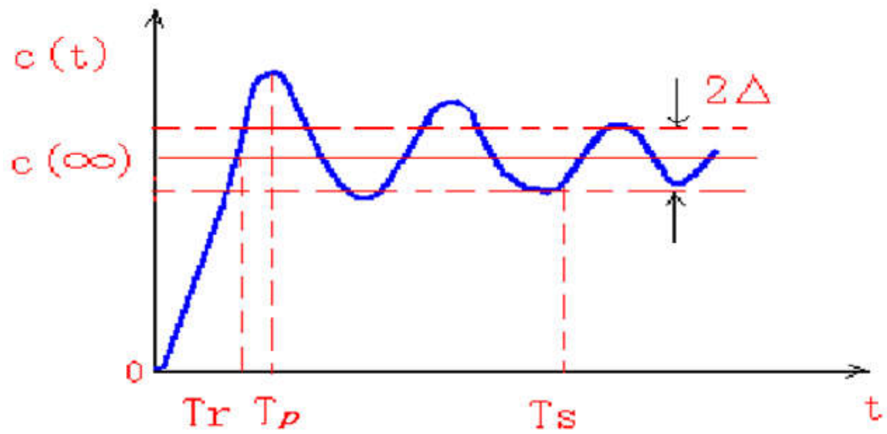
稳态误差：过渡过程结束稳定系统的稳态输出偏离希望值的程度。

稳态误差越小系统的精度越高，由系统的稳态响应反映出来。

1.4 对自动控制系统的基本要求

3) 瞬态响应指标（快）：

动态过程：是指在输入信号作用下 控制系统的被控量随时间变化的全过程。



稳定系统的典型单位阶跃响应曲线

衡量动态过程品质：常采用单位阶跃信号作用下过渡过程中的超调量，过渡过程时间等性能指标。

1.4 对自动控制系统的基本要求

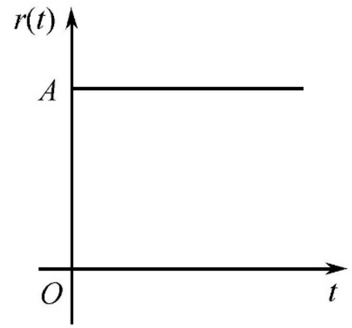
2. 典型外作用

- 实际系统的输入信号往往是比较复杂的, 而系统的输出响应又与输入信号类型有关。
- 以最不利的信号作为系统的输入信号, 分析系统在此输入信号下所得到的输出响应是否满足要求，估计系统在比较复杂信号作用下的性能指标。

1.4 对自动控制系统的基本要求

- **阶跃函数**

数学表达式： $r(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ A & t\geq 0\end{cases}$

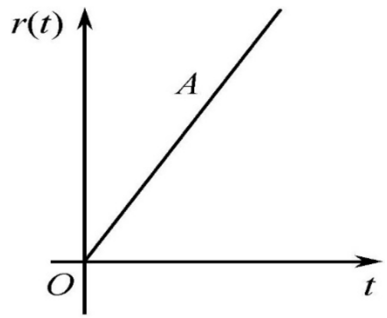


A=1的函数称为单位阶跃函数，记作1 (t)

出现在$t=t_0$时刻的阶跃函数，表示为 $r(t-t_0)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ A & t\geq t_0\end{cases}$

- **斜坡函数（等速度函数）**

数学表达式： $r(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ At & t\geq 0\end{cases}$

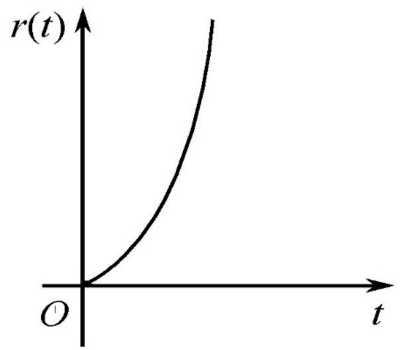


斜坡函数等于阶跃函数对时间的积分，

阶跃函数等于斜坡函数对时间的导数。

1.4 对自动控制系统的基本要求

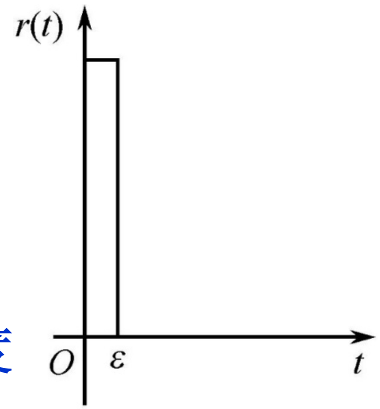
- **抛物线函数（等加速度函数）**



数学表达式: $r(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \dfrac{1}{2}At^2 & t\geq 0\end{cases}$

抛物线函数是斜坡函数对时间的积分

- **脉冲函数**



数学表达式: $r(t)=\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\dfrac{A}{\varepsilon}[1(t)-1(t-\varepsilon)]$

其面积为A, 即 $\int_{-\infty}^{\infty} r(t)dt=A$ 面积A表示脉冲函数的强度

A=1, $\varepsilon\to 0$的脉冲函数称为单位脉冲函数，记作$\delta(t)$，即

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \infty & t=0\end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$

1.4 对自动控制系统的基本要求

- **正弦函数**

数学表达式： $r(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ A\sin\omega t & t\geq 0\end{cases}$

式中A为振幅，ω为角频率，正弦函数为周期函数。

- 当正弦信号作用于线性系统时，系统的稳态分量是和输入信号同频率的正弦信号，仅仅是幅值和初相位不同。

- 根据系统对不同频率正弦输入信号的稳态响应，可以得到系统性能的全部信息。

1.5 自动控制系统的分析与设计工具

MATLAB软件

1）系统辨识工具箱

2）控制系统工具箱

3）鲁棒控制工具箱

4）模型预测控制工具箱

5）模糊逻辑工具箱

6）非线性控制设计模块

本章结束

1)能够利用自动控制系统的一般架构描述具体的物理过程，并画出自动控制想方框图。

2)了解典型的自动控制系统输入信号

3)了解对自动控制系统的基本要求

第二章 控制系统的数学模型

第一节 控制系统的时域数学模型

第二节 控制系统的复数域数学模型

第三节 控制系统的结构图与信号流图

第四节 控制系统建模实例

引言

一、数学模型

1. 定义:

控制系统的数学模型是描述系统内部物理量（或变量）之间关系的数学表达式。数学模型是分析和设计自动控制系统的基础。

2. 分类：

a）在静态条件下（**变量各阶导数为零**），描述变量之间关系的代数方程——静态数学模型。

b）描述变量**各阶导数之间关系**的微分方程——动态数学模型。

一、数学模型

3. 目的：

a）定性地了解系统的工作原理和大致的运动过程是不够的，希望能够从理论上对系统的性能进行定量的分析和计算。

b）表面上看来似乎毫无共同之处的控制系统，其内部规律可能完全一样，可以用相同的方程来表示，从而简化分析过程。

二、数学建模方法

1）分析计算法 ——适用于简单的系统。

根据系统的内在运动规律（物理、化学）以及系统的结构和参数，推导输入量和输出量之间的数学表达式，从而建立数学模型。

- **分析计算法的流程**

1）确定系统的输入、输出变量；

2）从输入端开始，按照信号的传递顺序，根据各变量所遵循的物理或化学定律写出各微分方程；

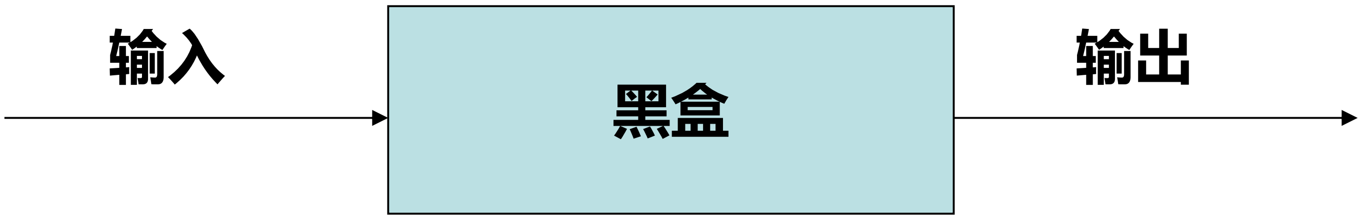
3）消去中间变量，写出输入、输出变量的微分方程；

4）变换成标准形式。

引言

2）工程实验法 ——对系统一无所知时采用。

利用系统的输入--输出信号来建立数学模型的方法，系统辨识。

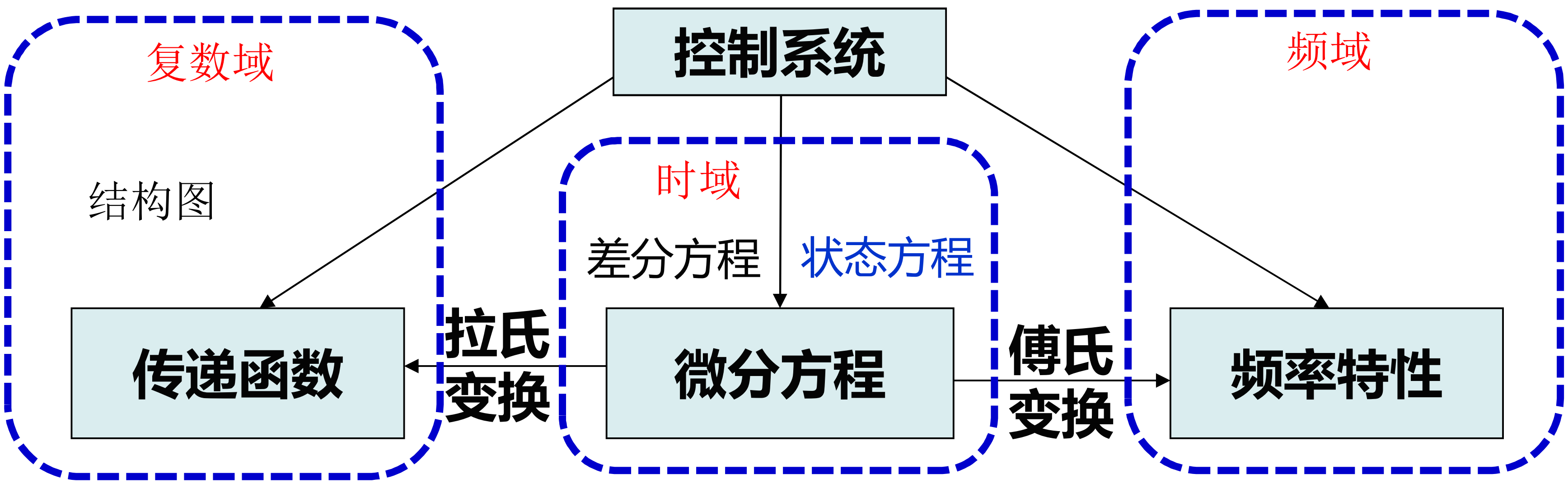


了解一部分的系统可称为灰盒，可将分析计算法与工程实验法一起用，较准确而方便地建立系统的数学模型。

简化与准确性之间的平衡

三、数学模型种类

数学模型之间的关系



分析同一个系统，可以选用不同的数学模型。

研究时域响应时用微分方程，研究频域响应时用频率特性。

2.1 控制系统的时域数学模型

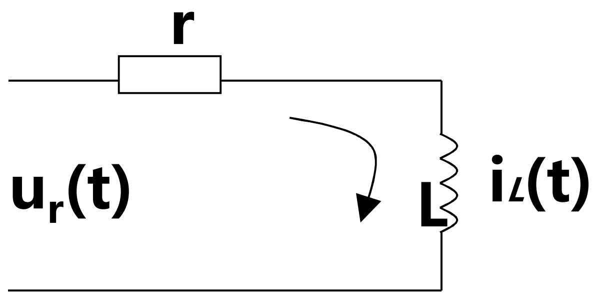
一、线性元件的微分方程

微分方程是控制系统最基本的数学模型，研究系统的运动，必须列写系统的微分方程。

一个控制系统由若干具有不同功能的元件组成，首先确定输入和输出，再根据各个元件的物理规律，列写各个元件的微分方程，得到一个微分方程组，然后消去中间变量，得到控制系统总的输入和输出的微分方程。

一 —— 多 —— 一

例1. RL电路：研究在输入电压$U_r(t)$作用下，流过电感的电流$i_L(t)$的变化。



首先：确定输入Ur(t)，输出iL(t)

电阻： $u_R(t) = ri(t)$

电感： $u_L(t) = L\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$

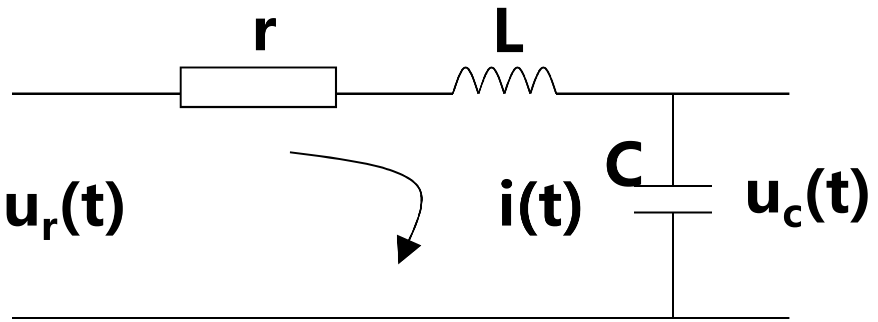
$$ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = u_r(t)$$

把输出写在方程的左边，输入写在方程右边，而且微分的次数由高到低排列。

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + ri(t) = u_r(t)$$

2.1 控制系统的时域数学模型

例2. RLC电路：研究在输入电压Ur(t)作用下，电容上电压Uc(t)的变化。



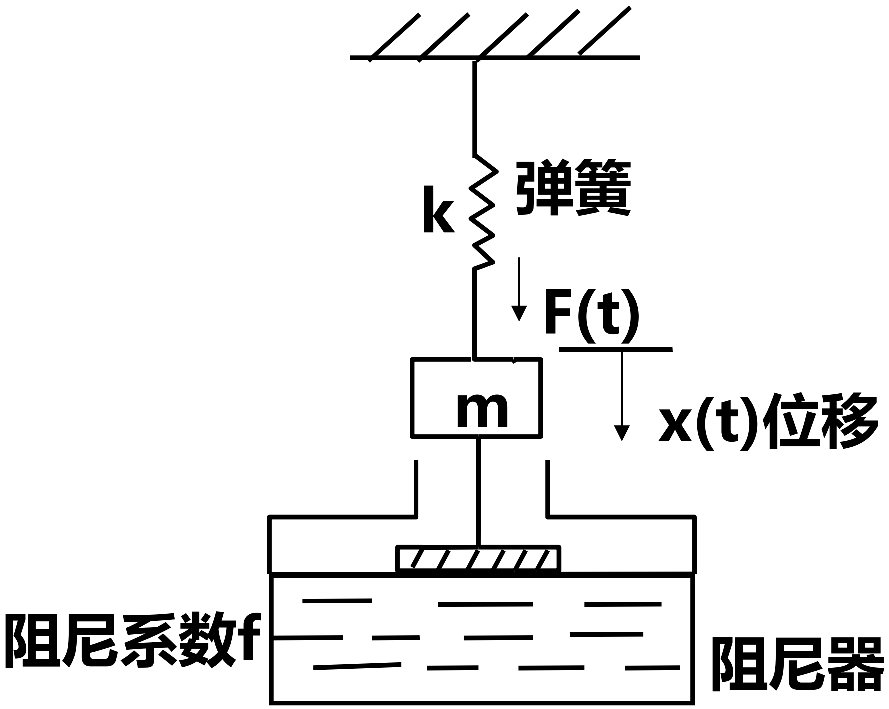
首先：确定输入Ur(t)，输出Uc (t)

$$LC\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+rC\frac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=u_r(t)$$

2.1 控制系统的时域数学模型

例3. 机械平移系统，求在外力F(t)作用下（不考虑重力的影响），物体的运动轨迹X(t)。

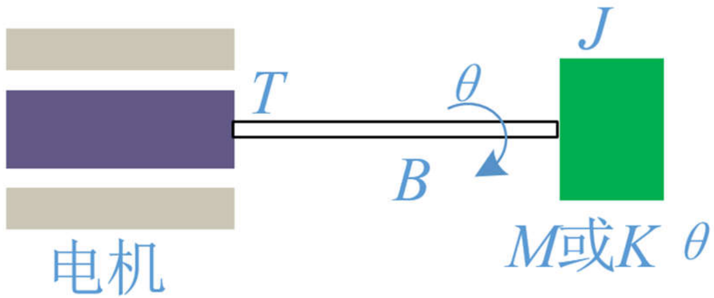
首先：确定输入F(t),输出x(t)



$$mx''(t)+fx'(t)+kx(t)=F(t)$$

2.1 控制系统的时域数学模型

对于旋转系统：



$$J\theta''(t)+B\theta'(t)+K\theta(t)=T(t)$$

$$mx''(t)+fx'(t)+kx(t)=F(t)$$

满足同样规律

多个不一样的系统满足同样规律有什么好处？

2.1 控制系统的时域数学模型

- **RLC电路系统的微分方程**

$$LCu_C''(t)+rCu_C'(t)+u_C(t)=u_r(t)$$

- **机械系统的微分方程**

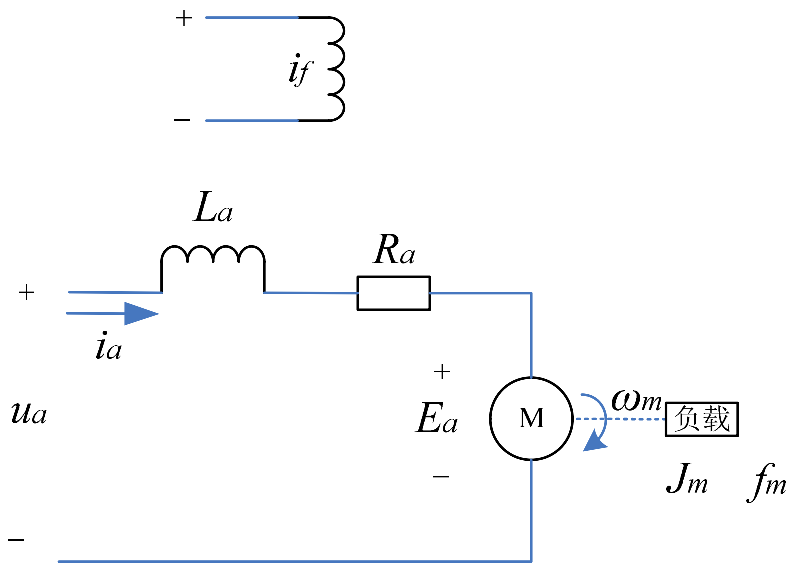
$$mx''(t)+fx'(t)+kx(t)=F(t)$$

看似完全不同的系统，具有相同的运动规律，可用相同的数学模型来描述。

“相似”——可用电子线路来模拟机械平移系统

2.1 控制系统的时域数学模型

例4. 写出他控直流电动机的微分方程，电枢电压u_a为输入，转速ω_m为输出。



$$u_a(t) = L_a \frac{d i_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + E_a(t)$$

$$E_a(t) = C_e \omega_m(t)$$

$$M_m(t) = C_m i_a(t)$$

$$M_m(t) = J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f_m \omega_m(t) + M_c(t)$$

$$L_a J_m \frac{d^2\omega_m(t)}{dt^2} + (L_a f_m + R_a J_m)\frac{d\omega_m(t)}{dt} + (R_a f_m + C_m C_e)\omega_m(t) = C_m u_a(t) - L_a \frac{dM_c(t)}{dt} - R_a M_c(t)$$

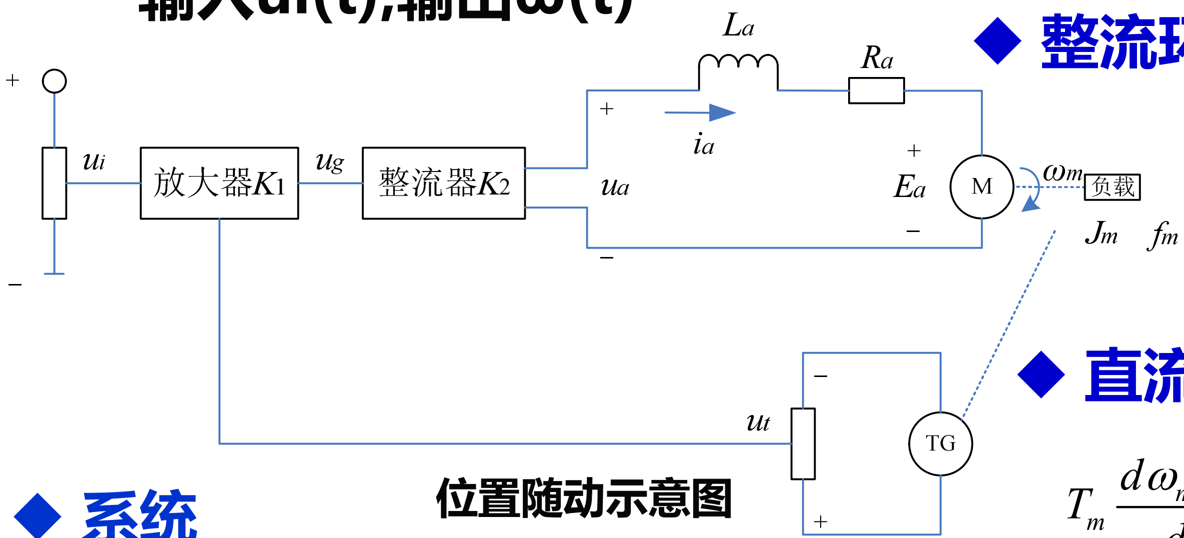
忽略L_a： $T_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m u_a(t) - K_c M_c(t)$ $\quad (T_m = \frac{R_a J_m}{R_a f_m + C_m C_e}, K_m = \frac{C_m}{R_a f_m + C_m C_e}, K_c = \frac{R_a}{R_a f_m + C_m C_e})$

再忽略R_a和J_m： $C_e \omega_m(t) = u_a(t)$

二、控制系统的微分方程

例5. 位置随动系统的数学模型

输入ui(t),输出ω(t)



位置随动示意图

◆ **比较环节** $u_c(t)=u_i(t)-u_t(t)$

◆ **放大环节** $u_g(t)=K_1u_c(t)$

◆ **整流环节** $u_a(t)=K_2u_g(t)$

◆ **测速发电机**

$$u_t(t)=k_t\omega_m(t)$$

◆ **直流电机**

$$T_m\frac{d\omega_m(t)}{dt}+\omega_m(t)=K_mu_a(t)-K_cM_c(t)$$

◆ **系统**

$$T_m\frac{d\omega_m(t)}{dt}+\omega_m(t)=K_mK_2K_1(u_i(t)-K_t\omega_m(t))-K_cM_c(t)$$

$$T_m\frac{d\omega_m(t)}{dt}+(1+K_mK_2K_1K_t\omega_m(t))\omega_m(t)+K_cM_c(t)=K_mK_2K_1u_i(t)$$

思考：以位置θ为输出，方程阶数？

2.1 控制系统的时域数学模型

三、线性系统的基本特性

定义：如果系统或元件的数学模型是**线性微分方程**，这样的系统或元件就是**线性系统或线性元件。**

重要特点：对线性系统可以应用**叠加性**和**齐次性**，对研究带来了极大的方便。

叠加性

求系统在**几个输入信号**和**干扰信号**同时作用下的**总响应**，只要对这几个外作用**单独求响应**，然后**加起来**就是总响应。

齐次性

当外作用的数值**增大若干倍**时，其**响应的数值也增加若干倍**。可以采用**单位典型外作用**（单位阶跃、单位脉冲、单位斜坡等）对系统进行分析——简化了问题。

2.1 控制系统的时域数学模型

四、线性定常系统微分方程的求解

输入、初始条件 —— 微分方程可解

经典方法

拉普拉斯变换法

确定初始条件

将微分方程转换为变量s的代数方程

求出输出量的拉氏变换函数表达式

对输出量的拉氏变换函数求反变换得到时域表达式

微分方程解的特性：　　　《信号与线性系统分析》46-50

1）方程解中包含两部分：特解+通解；

2）一部分是由输入量产生的输出分量，与初始条件无关，称为零初始条件响应——特解。

——非齐次方程

3）一部分是由初始条件产生的输出分量，与输入量无关，称为零输入响应——通解。

——齐次方程

2.1 控制系统的时域数学模型

五、运动模态

输入作用　　齐次方程

由微分方程的特征根决定

微分方程解= 特解 + 通解

代表自由运动

1）特征根是**实根**，且**无重根**： $\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_n$

微分方程所描述的运动模态（振型）： $e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}, \cdots e^{\lambda_n t}$

齐次微分方程的**通解**： $y(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} + \cdots + c_n e^{\lambda_n t}$

系数由初始条件决定

齐次微分方程的通解是模态的线性组合

输入作用　　　齐次方程

由微分方程的特征根决定

微分方程解= 特解 + 通解

代表自由运动

2）特征根中存在多重实根： λ

微分方程所描述的运动模态（振型）： $te^{\lambda t}, t^2 e^{\lambda t}, \cdots$

3）特征根中存在共轭复根： $\lambda = \sigma \pm j\omega$

微分方程所描述的运动模态（振型）：

$$e^{(\sigma + j\omega)t} = e^{\sigma t} \sin \omega t$$

$$e^{(\sigma - j\omega)t} = e^{\sigma t} \cos \omega t$$

六、非线性微分方程的线性化

本次课结束

1)理解数学模型的基本概念 ☆

2)掌握建立系统时域数学模型的方法 ☆☆☆

3)掌握时域数学模型解的特性和模态 ☆☆