

第四章 线性系统的根轨迹法

第一节 根轨迹的基本概念

第二节 根轨迹绘制的基本法则

第三节 广义根轨迹

第四节 系统性能分析

第五节 控制系统复域设计

4.2 根轨迹绘制的基本法则

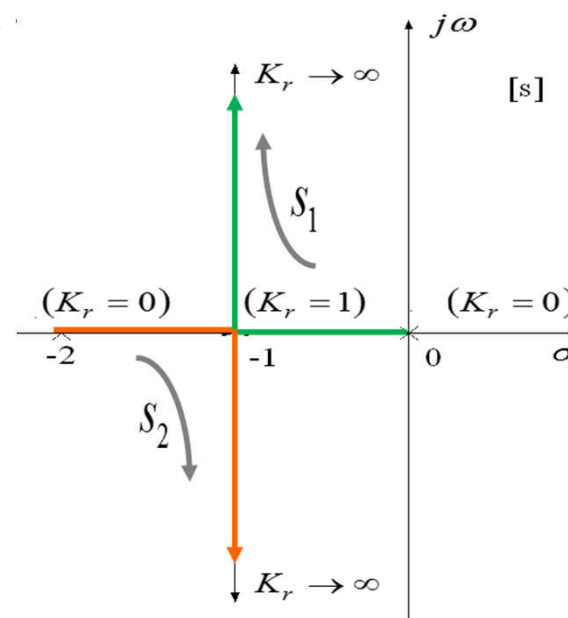
规则五 根轨迹的分离点与分离角

根轨迹的分离点：2条及以上根轨迹在s平面上相遇又立即分开的点。

系统根轨迹增益 K_r 由零到无穷大变化时，两条根轨迹先在实轴上相向运动 ($0 \leq K_r < 1$)，相遇在点 $(-1, j0)$ @ $K_r=1$ 。

当 $K_r > 1$ 后，根轨迹离开实轴进入s平面，且离开实轴时，根轨迹与实轴正交。

实际上， $(-1, j0)$ 点是该系统特征方程的等实根。



根轨迹的分离点：位于实轴上或以共轭形式 成对出现 在复平面中。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

1) 一般情况下，常见的根轨迹分离点是 **实轴上的两条根轨迹分支的分离点**。

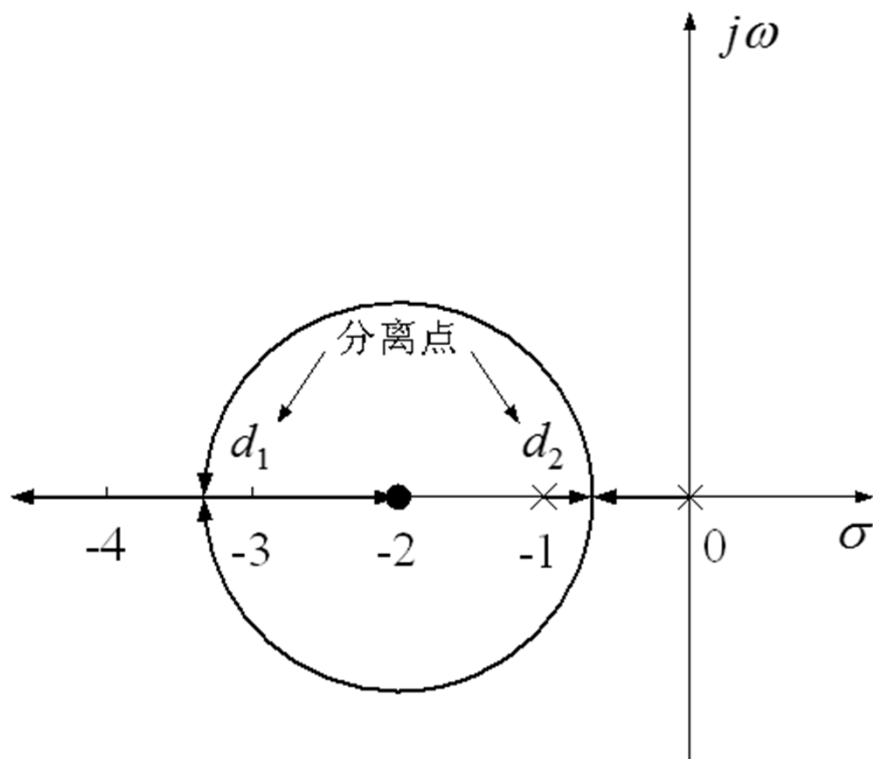
若根轨迹位于实轴上两个相邻的开环极点之间（其中一个可以是无限极点），则在这两个极点之间至少存在一个分离点；

若根轨迹位于实轴上两个相邻的开环零点之间（其中一个可以是无限零点），则在这两个零点之间至少存在一个分离点。

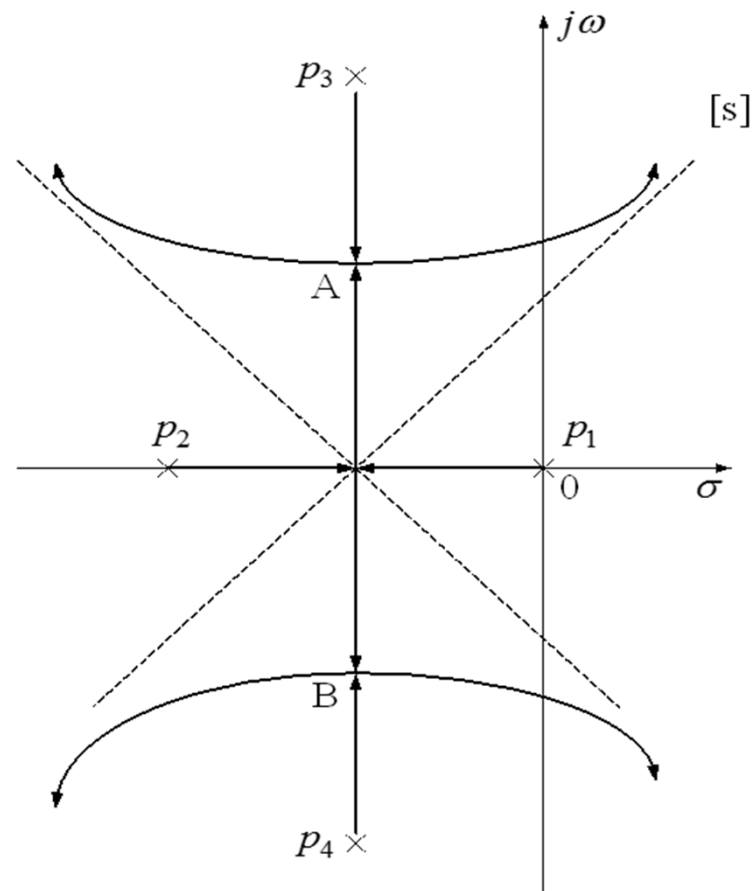
2) 分离点也可能以**共轭形式成对**出现在复平面上，如下图中的分离点A和B。复平面上的分离点表明系统特征方程的根中至少有**两对相等**的**共轭复根**存在。

只有当开环零极点分布非常对称时，才会出现复平面上的分离点。

4.2 根轨迹绘制的基本法则



实轴上根轨迹的分离点



复平面上的分离点

4.2 根轨迹绘制的基本法则

1. 分离点

法一：导数方程法

系统的特征方程：

$$K_r \frac{\prod_{j=1}^m (s - z_j)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} = -1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}{\prod_{j=1}^m (s - z_j)} = -K_r$$

对上式求导可得分离点方程

$$\frac{d}{ds} \left[\frac{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}{\prod_{j=1}^m (s - z_j)} \right] \bigg|_{s=d} = 0$$

对于一个 n 阶系统，解式上式可得到 $n-1$ 个根 $d_{n-1}(n=1,2,\cdots)$ 。

法二：直接公式法

$$\text{分离点方程：} \sum_{j=1}^m \frac{1}{d - z_j} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{d - p_i}$$

式中， z_j 为开环零点， p_i 为开环极点， d 为闭环特征方程的**重根**。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

当开环系统**无有限零点**时, $\sum_{j=1}^m \frac{1}{d - z_j} = 0$ 。此时, 分离点方程为

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{d - p_i} = 0 \quad \text{只有那些在根轨迹上的解才是根轨迹的分离点}$$

若这些根中有**共轭复根**, 如何判断**共轭复根**是否在根轨迹上, 是比较**复杂问题**。

2. 分离角

——不是与实轴的夹角

分离角: 根轨迹**进入**分离点的**切线**方向与**离开**分离点的**切线**方向之间的**夹角**。

$$\frac{(2k+1)\pi}{l} \quad \begin{array}{l} \text{与相角条件无关} \\ (k=0,1,\dots,l-1) \end{array}$$

式中, l 为根轨迹分支 **进入又离开**分离点的**条数**。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

系统开环传函 $G(s)H(s) = \frac{K_r}{s(s+2)}$ ，得分离点方程

$$\text{法一: } \frac{d}{ds}(s^2 + 2s) \Big|_{s=d} = 0 \quad \text{或 法二: } \frac{1}{d} + \frac{1}{d+2} = 0$$

$$\text{即} \quad 2d + 2 = 0 \quad 2d + 2 = 0$$

解得 $d = -1$ ， $d = -1$ 位于实轴根轨迹上（从0到-2的线段上），故它是实轴上的分离点。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

例 已知系统的开环传递函数为

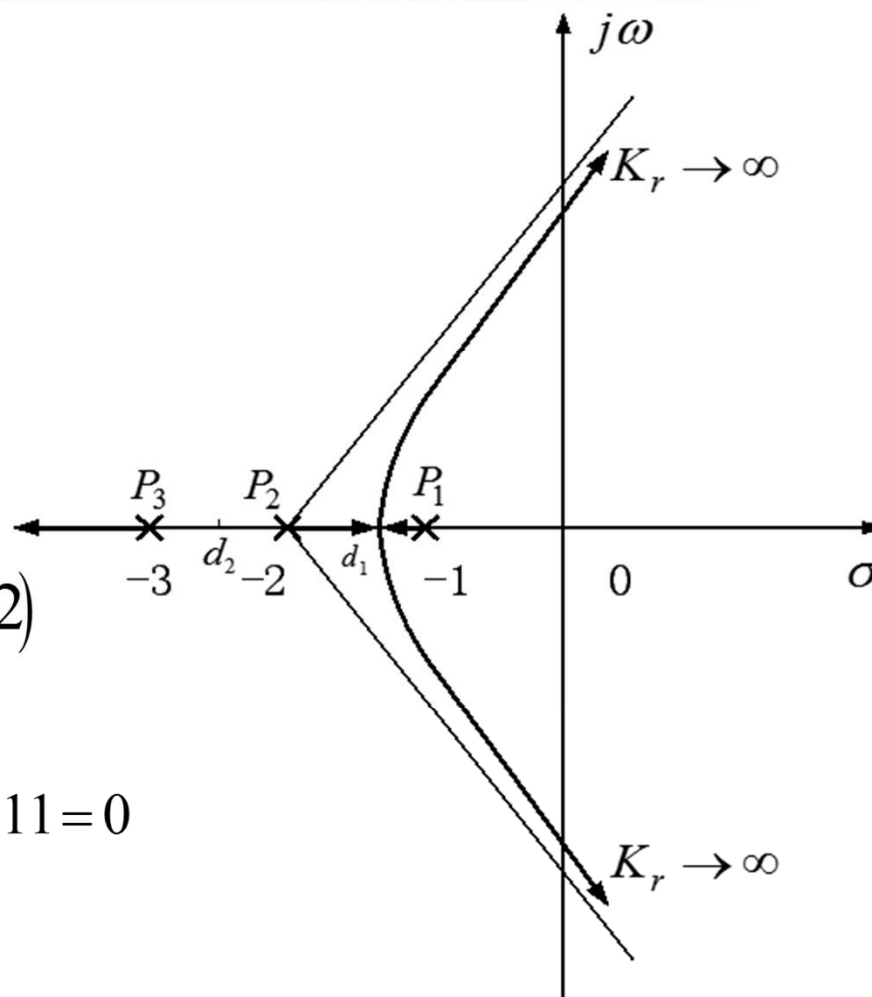
$$G(s)H(s) = \frac{K_r}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

试绘制系统根轨迹

$$\sigma_a = \frac{-1-2-3}{3} = -2 \quad \varphi_a = \frac{2k+1}{3}\pi \quad (k=0,1,2)$$

$$\left. \frac{d}{ds} (s+1)(s+2)(s+3) \right|_{s=d} = 0 \quad 3s^2 + 12s + 11 = 0$$

$$s_1 = -2 + \frac{\sqrt{3}}{3} \quad s_2 = -2 - \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (\text{舍去})$$



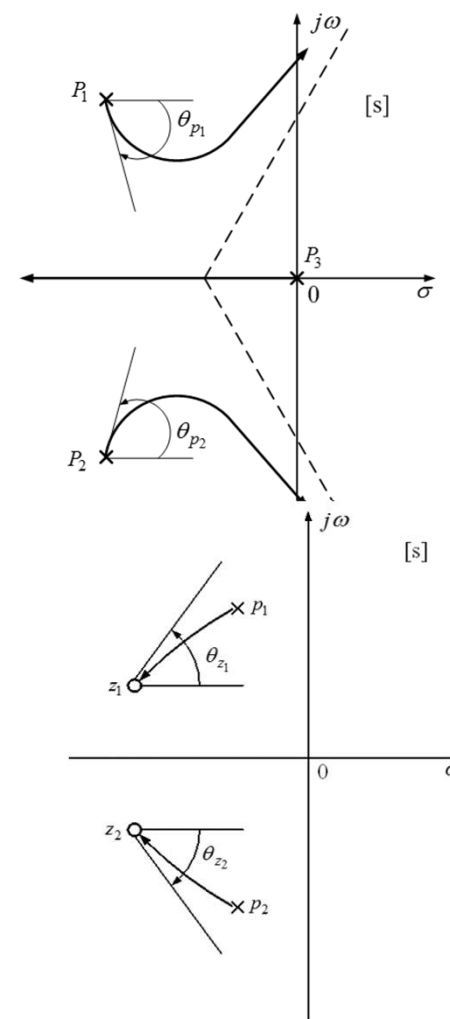
4.2 根轨迹绘制的基本法则

规则六 根轨迹的起始角与终止角

当开环传递函数中有复数极点或复数零点时，根轨迹是沿着什么方向离开开环复数极点或进入开环复数零点？

(1)起始角 θ_{p1} ：根轨迹离开开环复数极点处的切线方向与实轴正方向的夹角。

(2)终止角 θ_{z1} ：根轨迹进入开环复数零点处的切线方向与实轴正方向的夹角。



根轨迹的起始角和终止角

4.2 根轨迹绘制的基本法则

例 已知系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{K_r(s-z_1)}{s(s-p_1)(s-p_2)}$$

p_1 和 p_2 为一对共轭复数极点， p_3 和 z_1 分别为实极点和实零点。

试依据相角条件求出根轨迹离开开环复数极点 p_1 和 p_2 的起始角 θ_{p_1} 和 θ_{p_2} 。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

对于根轨迹上无限靠近 p_1 的**点A**，由相角条件可得

$$\angle(A-z_1) - \angle(A-p_1) - \angle(A-p_2) - \angle(A-p_3) = \pm 180^\circ$$

➤ 由于A点无限靠近 p_1 点，用 p_1 代替A点。

$$\text{且: } \angle(A-p_1) = \theta_{p_1}$$

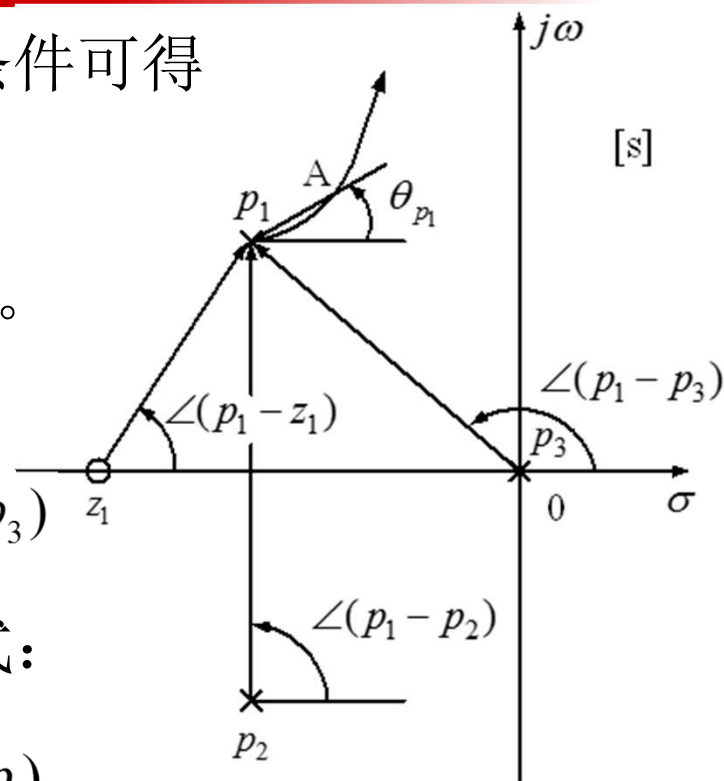
$$\theta_{p_1} = \mp 180^\circ + \angle(p_1 - z_1) - \angle(p_1 - p_2) - \angle(p_1 - p_3)$$

➤ 推广为一般情况可得求**起始角**的关系式：

$$\theta_{p_l} = \mp 180^\circ + \sum_{j=1}^m \angle(p_l - z_j) - \sum_{i=1}^{l-1} \angle(p_l - p_i) - \sum_{i=l+1}^n \angle(p_l - p_i)$$

➤ 同理，可得到求**终止角**的关系式：

$$\theta_{z_l} = \pm 180^\circ + \sum_{i=1}^n \angle(z_l - p_i) - \sum_{j=1}^{l-1} \angle(z_l - z_j) - \sum_{j=l+1}^m \angle(z_l - z_j)$$



起始角 θ_{p_1} 的求取

4.2 根轨迹绘制的基本法则

规则七 根轨迹与虚轴的交点

根轨迹与虚轴的交点就是闭环系统特征方程的纯虚根（实部为零）。

法一：用 $s=j\omega$ 代入特征方程可得 $1+G(j\omega)H(j\omega)=0$

$$\text{即} \quad R_e[1+G(j\omega)H(j\omega)] + I_m[1+G(j\omega)H(j\omega)] = 0$$

$$\text{虚部方程和实部方程为} \quad I_m[1+G(j\omega)H(j\omega)] = 0$$

$$R_e[1+G(j\omega)H(j\omega)] = 0$$

1) 解虚部方程可得角频率 ω_c ，即根轨迹与虚轴的交点的坐标值；

2) 用 ω_c 代入实部方程，可求出系统开环根轨迹增益的临界值 K_{rc} 。

K_{rc} 的物理含义是使系统由稳定（或不稳定）变为不稳定（或稳定）的系统根轨迹增益的临界值。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

例 开环传递函数如下，确定根轨迹与虚轴的交点 ω_c 及相应的开环根轨迹增益的临界值 K_{rc} 。

$$G(s)H(s) = \frac{K_r}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

解：特征方程 $s^3 + 6s^2 + 11s + K_r + 6 = 0$

令 $s = j\omega$ 并代入特征方程得 $-j\omega^3 - 6\omega^2 + 11j\omega + K_r + 6 = 0$

$$\text{虚部和实部方程} \quad \begin{cases} 11\omega - \omega^3 = 0 \\ K_r + 6 - 6\omega^2 = 0 \end{cases}$$

1) 解虚部方程得 $\omega_1 = 0$ $\omega_{2,3} = \pm\sqrt{11}$ $\omega_1=0$ 不是根轨迹上的点，舍去。

故 $\omega_{2,3} = \pm\sqrt{11} \approx \pm 3.3$ ，根轨迹与虚轴的两个交点： $\pm j3.3$

2) 求出系统开环根轨迹增益的临界值 $K_{rc} = 60$

4.2 根轨迹绘制的基本法则

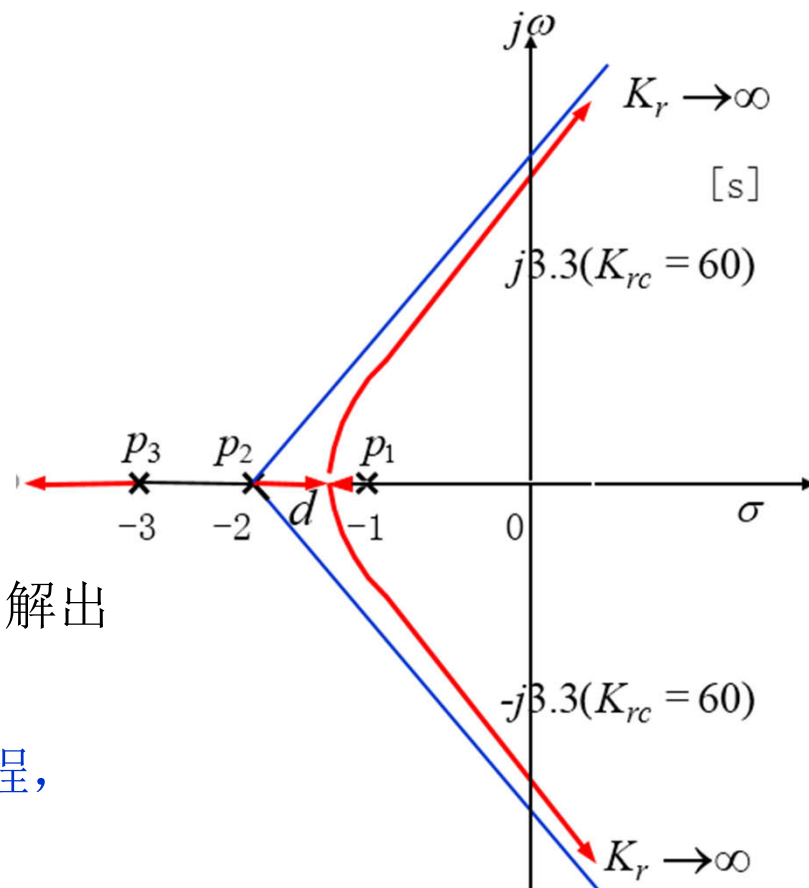
法二：

当系统的阶次较高时，解特征方程将会遇到困难，此时可用劳斯判据求出系统开环根轨迹增益的临界值 K_{rc} 和根轨迹与虚轴的交点 ω_c 。

$$s^3 + 6s^2 + 11s + K_r + 6 = 0$$

劳斯判据：

- 1) 劳斯表中第一列中包含 K_r 的项为零，解出临界 K_{rc} 。
- 2) 利用 s 偶次方的行的系数构成辅助方程，解出纯虚根。
- 3) 与正或负虚轴有1个以上交点，解算 s 的幂次大于2且为偶数的行的系数构成的辅助方程。



4.2 根轨迹绘制的基本法则

规则八 根轨迹与虚轴的交点

当 $n > m$ 时，系统的闭环特征方程

$$\begin{aligned} 0 &= \prod_{i=1}^n (s - p_i) + K_r \prod_{j=1}^m (s - z_j) = s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_0 = \prod_{i=1}^n (s - s_i) \\ &\quad \text{开环极点} \quad \text{开环零点} \end{aligned}$$

闭环极点

$$= s^n + \left(-\sum_{i=1}^n s_i\right) s^{n-1} + \cdots + \prod_{i=1}^n (-s_i)$$

当 $n-m \geq 2$ 时，特征方程第二项系数与 K_r 无关。

当 K_r 变化时，始终满足 $K_r=0$ 的情况，即： $\sum_{i=1}^n s_i = \sum_{i=1}^n p_i$ $K_r=0$

当开环极点确定的情况下，上述求和项不变。

因此，当 K_r 变化，导致一个闭环极点增大（在 s 平面上向左边移动），必有其它的闭环极点减小（在 s 平面上向右移动），维持求和项不变。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

以上八条规则是绘制根轨迹图所必须遵循的基本规则。此外，注意以下几点规范画法。

- (1)根轨迹的起点（开环极点 p_i ）用符号“ \times ”标示；根轨迹的终点（开环零点 z_i ）用符号“ o ”标示。
- (2)根轨迹由起点到终点随系统开环根轨迹增益 K_r 值的增加而运动，用箭头标示根轨迹运动的方向。
- (3)标出一些特殊点的 K_r 值，如起点 ($K_r=0$)，终点 ($K_r \rightarrow \infty$)；根轨迹在实轴上的分离点 d ($K_r=K_{rd}$)；与虚轴的交点 ω_c ($K_r=K_{rc}$)。
- (4) 其它要求标出的闭环极点 s_1 及其对应的开环根轨迹增益 K_{r1} ，也应在根轨迹图上标出，以便进行系统的分析与综合。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

二、绘制根轨迹图示例

例 已知系统的开环传递函数为 $G(s)H(s) = \frac{K_r}{s(s+1)(s+2)}$

试绘制该系统完整的根轨迹图。

解 (1) 该系统的特征方程为 $s^3 + 3s^2 + 2s + K_r = 0$

由规则一知, $n=3, m=0$, 该系统有3条根轨迹在 s 平面上。

(2) 由规则一知, 根轨迹的起点是该系统的3个开环极点, 即 $p_1=0$ $p_2=-1$ $p_3=-2$ 。由于没有开环零点 ($m=0$), 3条根轨迹的终点均在无穷远处。

(3) 由规则二知, 3条根轨迹连续且对称于实轴。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

(4)由规则三知，可求出根轨迹3条渐近线的交点位置和它们与实轴正方向的交角。

$$\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_j}{n - m} = \frac{-1 - 2}{3 - 0} = -1$$

$$\phi_a = \frac{2k + 1}{n - m} \pi$$

$$\text{当 } k=0 \text{ 时 } \quad \phi_a = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$\text{当 } k=1 \text{ 时 } \quad \phi_a = \pi = 180^\circ$$

$$\text{当 } k=2 \text{ 时 } \quad \phi_a = \frac{5\pi}{3} = -60^\circ$$

4.2 根轨迹绘制的基本法则

(5)由规则四知，实轴上的根轨迹为实轴上 p_1 到 p_2 的线段和由 p_3 至实轴上负无穷远线段。

(6)由规则五知，根轨迹在实轴上的分离点与分离角由方程决定

$$\frac{d}{ds}[s(s+1)(s+2)]\Big|_{s=d}=0$$

$$3d^2 + 6d + 2 = 0$$

解得 $d_1 = -0.42$ $d_2 = -1.58$ 不在实轴的根轨迹上，舍去。

实际的分离点应为 $d_1 = -0.42$

分离角： $(2k+1)\pi / 2 = \pi / 2$

(7)由规则六知，没有复数开环极点和零点，无起始角和终止角。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

(8)由规则七，可求出根轨迹与虚轴的交点 ω_c 及对应的开环根轨迹增益的临界值 K_{rc} 。用 $s=j\omega$ 代入特征方程得

$$-j\omega^3 - 3\omega^2 + j2\omega + K_r = 0$$

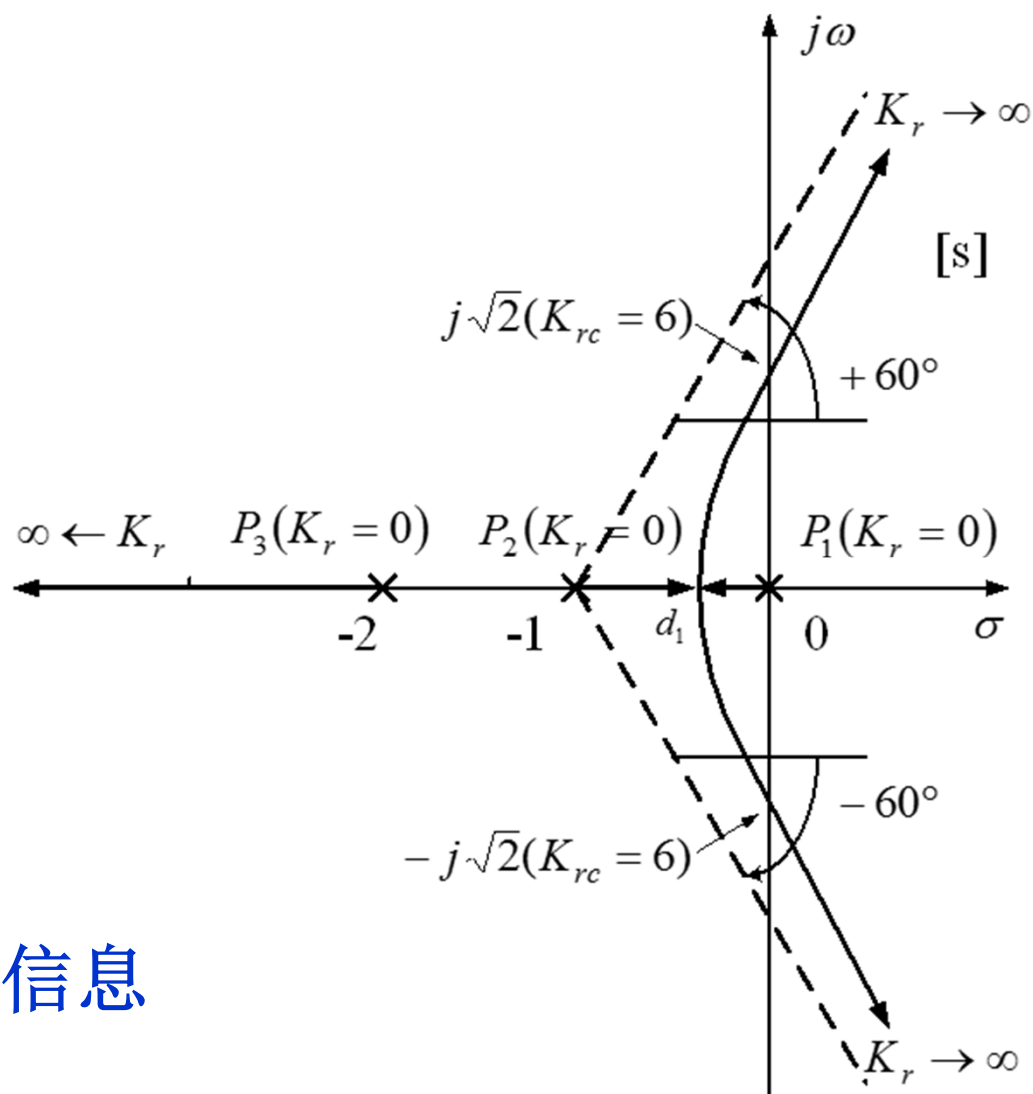
$$K_r - 3\omega^2 + j(2\omega - \omega^3) = 0$$

解虚部方程得 $\omega_1 = 0$ $\omega_{2,3} = \pm\sqrt{2}$

其中 $\omega_1=0$ 是开环极点 p_1 对应的坐标值，它是根轨迹的起点之一。
合理的交点应为 $\omega_c = \omega_{2,3} = \pm\sqrt{2}$

将 $\omega_c = \pm\sqrt{2}$ 代入实部方程，得到开环根轨迹增益的临界值 $K_{rc}=6$ 。

4.2 根轨迹绘制的基本法则



注意标注重要信息

4.2 根轨迹绘制的基本法则

例 已知系统的开环传递函数为 $G(s)H(s) = \frac{K_r(s+2)}{s^2 + 2s + 2}$

试绘制该系统的根轨迹图。

解

(1) $n=2, m=1$ ，在 s 平面上有2条连续且对称于实轴的根轨迹。

(2) 系统有1个开环实零点 $z_1 = -2$ 和1对开环共轭复数极点 $p_{1,2} = -1 \pm j1$ 。

根轨迹的起点为 $p_1(K_r = 0)$ 和 $p_2(K_r = 0)$ ，其终点为 $z_1(K_r = \infty)$ 和无穷远点($K_r \rightarrow \infty$)。

(3) 由规则四，实轴上由 -2 至 $-\infty$ 的线段为实轴上的根轨迹。

(4) 由规则五，求出根轨迹与实轴的分离点与分离角。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

分离点方程是
$$\frac{d}{ds} \left[\frac{s^2 + 2s + 2}{s + 2} \right] \bigg|_{s=d} = 0$$

即
$$d^2 + 4d + 2 = 0$$

解方程可得 $d_1 = -3.414$ $d_2 = -0.586$ 舍去

分离角: $(2k+1)\pi / 2 = \pi / 2$

(5)由规则六，求出开环复数极点（根轨迹的起点）的起始角。

$$\begin{aligned}\theta_{p_1} &= \mp 180^\circ + \angle(p_1 - z_1) - \angle(p_1 - p_2) \\ &= \mp 180^\circ + 45^\circ - 90^\circ \\ &= 135^\circ\end{aligned}$$

$$\theta_{p_2} = -\theta_{p_1} = -135^\circ$$

4.2 根轨迹绘制的基本法则

(6)为准确地画出 s 平面上根轨迹的图形，运用相角条件可证明本系统在 s 平面上的根轨迹是一个半径为 $\sqrt{2}$ ，圆心位于点 $(-2, j0)$ 的圆弧。

证明 已知系统的开环零点和极点分别为

$$z_1 = -2 \quad p_1 = -1 + j1 \quad p_2 = -1 - j1$$


令 $s = u + jv$ 为根轨迹的任一点，由相角条件可得

$$\angle(s - z_1) - \angle(s - p_1) - \angle(s - p_2) = \pm 180^\circ$$

将 s 、 z_1 、 p_1 和 p_2 代入得

$$\angle(u + 2 + jv) - [\angle(u + 1 + j(v - 1)) + \angle(u + 1 + j(v + 1))] = \pm 180^\circ$$

$$\text{即 } \operatorname{tg}^{-1} \frac{v}{u + 2} - \left[\operatorname{tg}^{-1} \frac{v - 1}{u + 1} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{v + 1}{u + 1} \right] = \pm 180^\circ$$

应用三角公式 $\operatorname{tg}^{-1} x \pm \operatorname{tg}^{-1} y = \operatorname{tg}^{-1} \frac{x \pm y}{1 \mp x \cdot y}$ 

$$\operatorname{tg}^{-1} \frac{2v(u + 1)}{(u + 1)^2 - (v^2 - 1)}$$

4.2 根轨迹绘制的基本法则

将上式等号左边合并可得到

$$\operatorname{tg}^{-1} \frac{\frac{v}{u+2} - \frac{2v(u+1)}{(u+1)^2 - (v^2 - 1)}}{1 + \frac{v}{u+2} \cdot \frac{2v(u+1)}{(u+1)^2 - (v^2 - 1)}} = \pm 180^\circ$$

将上式等号两边取正切，则有

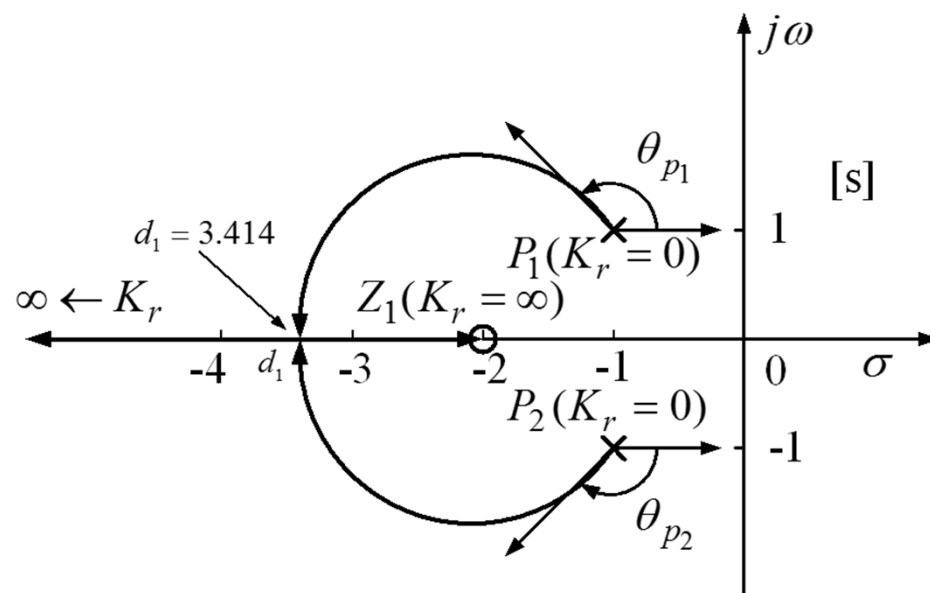
$$\frac{v}{u+2} - \frac{2v(u+1)}{(u+1)^2 - (v^2 - 1)} = 0$$

$$u^2 + 4u + 2 + v^2 = 0$$

$$(u+2)^2 + v^2 = (\sqrt{2})^2$$

方程表示在 s 平面上的根轨迹是一个圆心位于点 $(-2, j0)$ 、半径为 $\sqrt{2}$ 的圆弧。

4.2 根轨迹绘制的基本法则



由两个开环极点（实极点或复数极点）和一个开环实零点组成的2阶系统，只要实零点没有位于两个实极点之间，当开环根轨迹增益 K_r 由零变到无穷大时，复平面上的闭环根轨迹，是以实零点为圆心，以实零点到分离点的距离为半径的一个圆（当开环极点为两个实极点时）或圆的一部分（当开环极点为一对共轭复数极点时）。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

例 已知系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{K_r}{s(s+2)(s^2+2s+2)}$$

解 试绘制该系统的根轨迹图。

(1) 特征方程 $s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + K_r = 0$

由规则一和规则二知，该系统的根轨迹共有4条分支（ $n=4$ ），4条根轨迹连续且对称于实轴。

(2)由规则三知，4条根轨迹的起点分别是系统的4个开环极点，即 $p_1 = 0$ $p_2 = -2$ ， $p_{3,4} = -1 \pm j1$ 。

由于系统无有限开环零点（ $m=0$ ），4条根轨迹的终点均在 s 平面的无穷远处（无穷零点）。

4.2 根轨迹绘制的基本法则

(3)由规则三可求出4条根轨迹渐近线与实轴的交点为

$$\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_j}{n - m} = \frac{-2 - 1 + j - 1 - j}{4 - 0} = -1$$

渐近线与实轴正方向的交角为 $\varphi_a = \frac{2k+1}{n-m}\pi$

当 $k = 0$ 时, $\varphi_a = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$

当 $k = 1$ 时, $\varphi_a = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$

当 $k = 2$ 时, $\varphi_a = \frac{5\pi}{4} = -135^\circ$

当 $k = 3$ 时, $\varphi_a = \frac{7\pi}{4} = -45^\circ$

4.2 根轨迹绘制的基本法则

(4)由规则四，**实轴**上的根轨迹是实轴上由0到-2的**线段**。

(5)由规则五，求出根轨迹与实轴的分离点与分离角。分离点方程是

$$\frac{d}{ds}[(s(s+2)(s^2+2s+2))]|_{s=d}=0$$

即

$$d^3 + 3d^2 + 3d + 1 = 0$$

解方程得到 $d_{1,2,3} = -1$ 三个点重合

分离角： $(2k+1)\pi / 4 = \pi / 4$

(6)由规则六 可求出复数极点 p_3 和 p_4 的起始角

$$\begin{aligned}\theta_{p_3} &= \mp 180^\circ - \angle(p_3 - p_1) - \angle(p_3 - p_2) - \angle(p_3 - p_4) \\ &= \mp 180^\circ - 135^\circ - 45^\circ - 90^\circ \\ &= -90^\circ \\ \theta_{p_4} &= -\theta_{p_3} = 90^\circ\end{aligned}$$

4.2 根轨迹绘制的基本法则

(7) 该系统为4阶系统，用解析法求根轨迹与虚轴的交点 ω_c 和对应的开环根轨迹增益的临界值 K_{rc} 比较困难。采用劳斯判据求出 ω_c 和 K_{rc} 的值。

根据系统的特征方程列出劳斯表如下：

s^4	1	6	K_r	令劳斯表中 s^1 行的首项系数为零，求得
s^3	4	4	0	$K_{rc} = 5$
s^2	5	K_r	0	由 s^2 行系数写出辅助方程： $5s^2 + K_r = 0$
s^1	$\frac{20 - 4K_r}{5}$	0		令 $s = j\omega$ ，并将 $K_r = K_{rc} = 5$
s^0	K_r			代入辅助方程可求出 $\omega_c = \pm 1$ 。

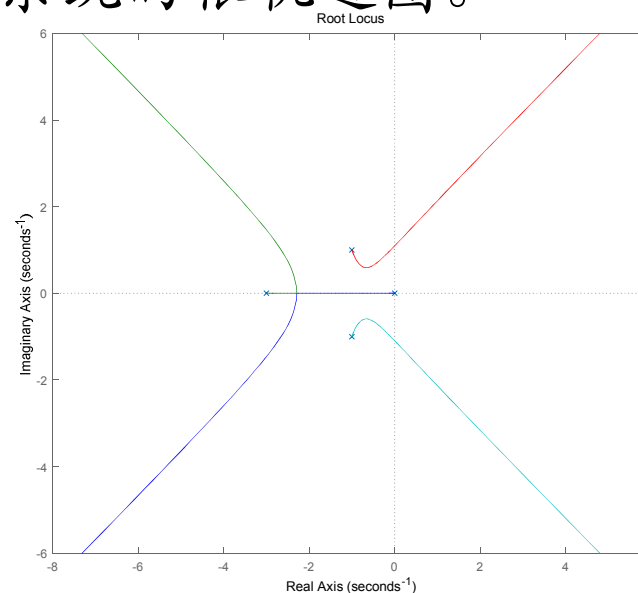
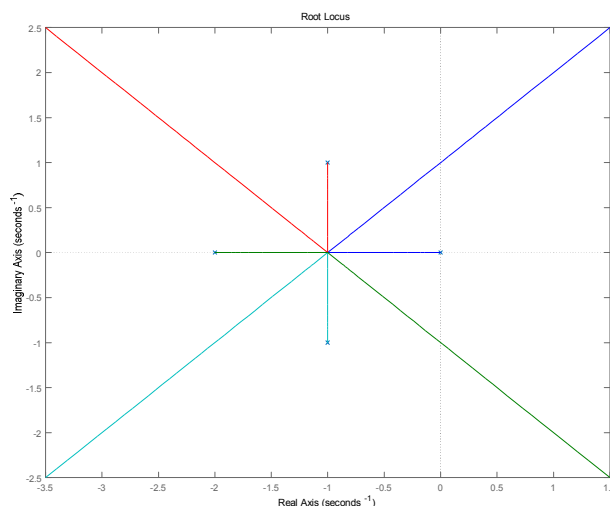
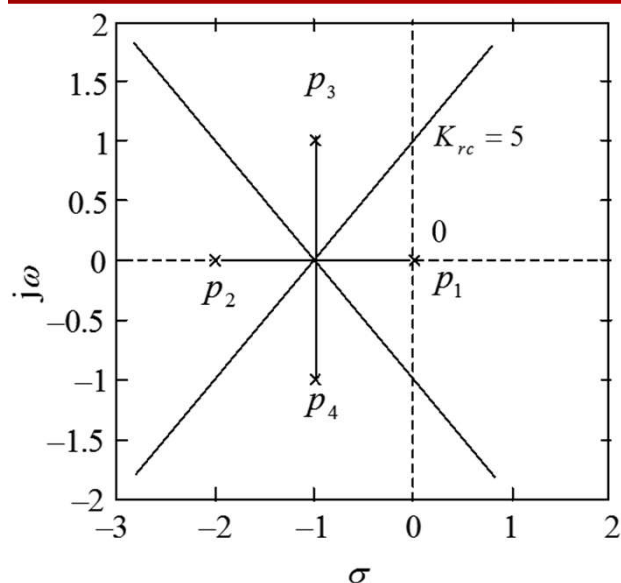
代入特征方程也可以，高阶！

4.2 根轨迹绘制的基本法则

教材P163 例 已知系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{K_r}{s(s+3)(s^2+2s+2)}$$

试绘制该系统的根轨迹图。



一个开环极点由-2变为-3，但根轨迹变化很大。

利用相角条件

1) 根轨迹的起点与终点;

2) 根轨迹的分支数、对称性和连续性;

3) 根轨迹的渐近线; @n-m条

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_a &= \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{j=1}^m z_j}{n-m} \\ \phi_a &= \frac{2k+1}{n-m} \pi \end{aligned} \right.$$

4) 根轨迹在实轴上的分布;

5) 根轨迹的分离点与分离角;

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{ds} \left[\frac{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}{\prod_{j=1}^m (s - z_j)} \right] \bigg|_{s=d} &= 0 \quad \sum_{j=1}^m \frac{1}{d - z_j} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{d - p_i} \\ (2k+1)\pi/l \quad (k=0,1,l-1) \end{aligned} \right.$$

6) 根轨迹的起始角和终止角; @复数零极点

$$\theta_{pl} = \mp 180^\circ + \sum_{j=1}^m \angle(p_l - z_j) - \sum_{i=1}^{l-1} \angle(p_l - p_i) - \sum_{i=l+1}^n \angle(p_l - p_i) \quad \theta_{zl} = \mp 180^\circ + \sum_{i=1}^n \angle(z_l - p_i) - \sum_{j=1}^{l-1} \angle(z_l - z_j) - \sum_{j=l+1}^m \angle(z_l - z_j)$$


7) 根轨迹与虚轴的交点。 $s=j\omega$ 、劳斯判据

8) 根之和

$$\sum_{i=1}^n s_i = -\sum_{i=1}^n p_i$$

本次课结束

重要知识点

- 1) 绘制常规根轨迹的八条原则 
- 2) 由根轨迹走向，判断系统性能。 