作业3讲解

1　设控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{3K(s+2)}{s(s+3)(s^2+2s+2)}$$

试绘制系统的根轨迹

- 系统的开环极点：0，－3，$(-1+j)$和$(-1-j)$
- 共有四条根轨迹分支，有一条根轨迹分支终止在有限开环零点－2，其它三条根轨迹分支将趋向于无穷远处。
- 确定根轨迹的渐近线

$$\varphi_a=\frac{(2K+1)\pi}{n-m}=\frac{(2K+1)\times 180^\circ}{3-0}$$

取式中的K=0，1，2，得 $\phi_a=\pi/3$， π， $5\pi/3$，或 ±60° 及－180° 。

$$\sigma_a=\frac{1}{n-m}\left[\sum_{j=1}^{n}p_j-\sum_{i=1}^{m}z_i\right]=\frac{(0-3-1+j-1-j)-(-2)}{4-1}=-1$$

作业3讲解

1

- 实轴上的根轨迹位于原点与零点－2之间以及极点－3的左边
- 在实轴上无根轨迹的分离点
- 确定根轨迹与虚轴的交点

系统特征方程 $s(s+3)(s^2+2s+2)+3K(s+2)=0$

$$s^4+5s^3+8s^2+(6+3K)s+6K=0$$

劳斯判据

s^4	1	8	$6K$
s^3	5	$6+3K$	
s^2	$\dfrac{40-(6+3K)}{5}$	$6K$	
s^1	$6+3K-\dfrac{150K}{34-3K}$	0	
s^0	6		

作业3讲解

1 劳斯判据

s^4	1	8	$6K$
s^3	5	$6+3K$	
s^2	$\dfrac{40-(6+3K)}{5}$	$6K$	
s^1	$6+3K-\dfrac{150K}{34-3K}$	0	
s^0	6		

若阵列中的s^1行等于零，即（6+3K）－150K/（34-3K）=0，系统临界稳定。解之可得K=2.34。相应于K=2.34的频率由辅助方程

$$\left[40-(6+3\times 2.34)\right]s^2+30\times 2.34=0$$

解之得根轨迹与虚轴的交点为$s=\pm j1.614$。根轨迹与虚轴交点处的频率为$\omega=1.614$。

作业3讲解

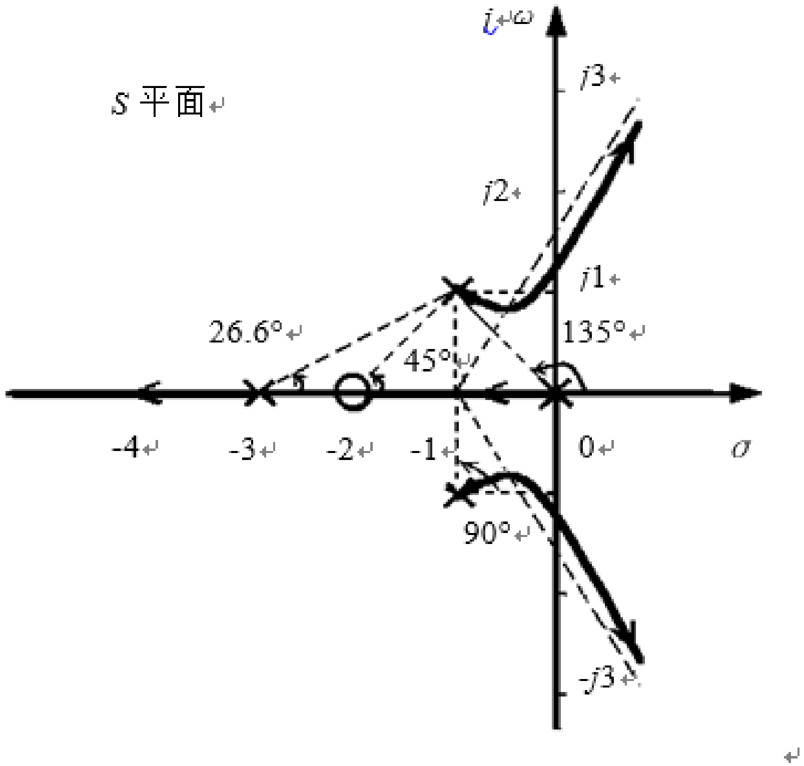
1

- 确定根轨迹的出射角

  根据绘制根轨迹的基本法则，自复数极点p_1=（−1+j）出发的根轨迹的出射角为

$$\theta = 180^{\circ}(2k+1) + \angle(p_1+2) - \angle p_1 - \angle(p_1+3) - \angle(p_1+1-j)$$

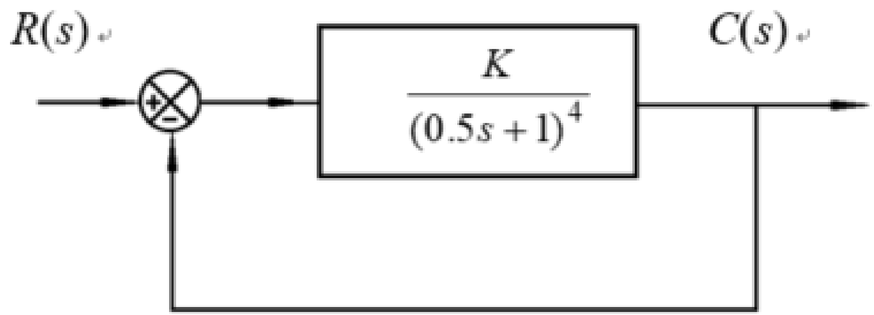
$$\theta = -26.6^{\circ}$$



2 已知控制系统如图所示

（1） 试根据系统的根轨迹分析系统的稳定性。

（2） 估算 $\sigma_p = 16.3\%$ 时的K值



$$G(s) = \frac{16K}{(s+2)^4} = \frac{K_g}{(s+2)^4}$$

四个开环重极点：$p_1=p_2=p_3=p_4=0$。

2

根轨迹有四条渐进线，与实轴的交点及夹角分别为

$$\sigma_a = \frac{-8}{4} = -2 \qquad \phi_a = \frac{(2K+1)\pi}{4} = \pm\frac{\pi}{4}, \pm\frac{3}{4}\pi$$

下面证明根轨迹和渐近线是完全重合的。

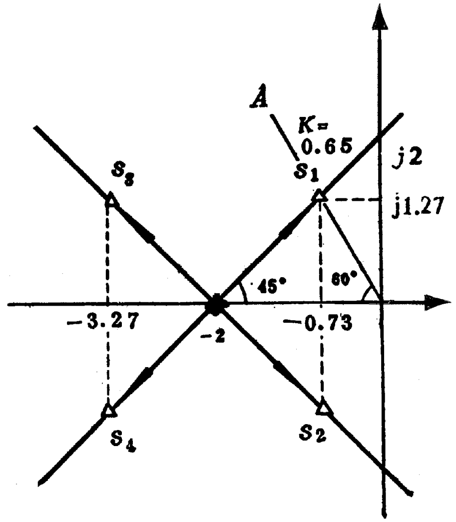
将根轨迹上任一点s=s_1代入幅角方程，有

$$4\angle(s_1+2) = (2K+1)\pi$$

$$\angle(s_1+2) = \frac{1}{4}(2K+1)\pi$$

和渐近线方位角 φ_a

$$\angle(s_1+2) = \varphi_a$$



根轨迹将与虚轴分别交于$j2$和$-j2$处。

$$\frac{K_g}{|(s+2)^4|} = 1 \qquad K_g = 64$$

由于s_1的任意性，因此根轨迹和渐近线全重合。

作业3讲解

2

$$\sigma_p\% = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 16.3\%$$

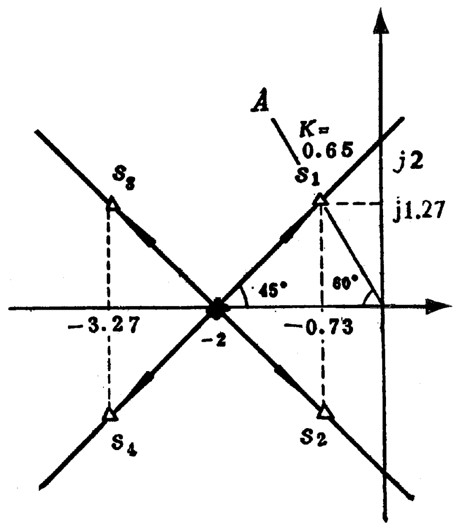
$$\xi = 0.5$$

$$\beta = \cos^{-1}\xi = \cos^{-1}0.5 = 60°$$

在s平面上做等阻尼线OA，使之与负实轴夹角为$\beta=\pm60°$。OA与根轨迹相交于s_1点，容易求得，$s_1=-0.73+j1.27$，代入幅值方程，有

$$K_g = |(-0.73+j1.27+2)^4| = 10.41$$

$$K = 10.41/16 = 0.65$$

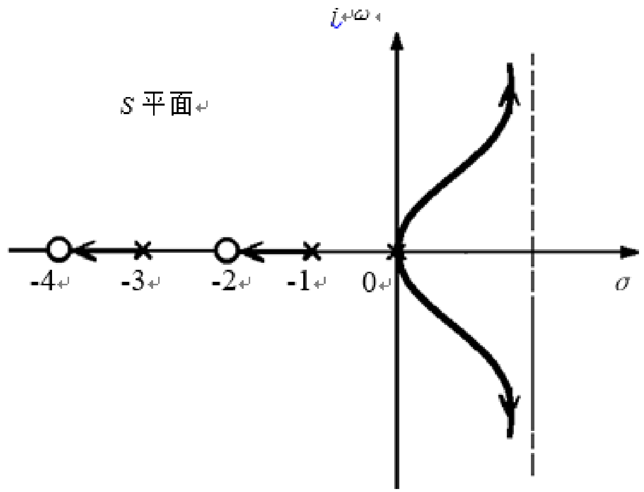


作业3讲解

3 试用根轨迹法确定下列代数方程的根

$$D(s)=s^4+4s^3+4s^2+6s+8=0$$

$$1+\frac{K_g(s^2+6s+8)}{s^4+4s^3+3s^2}=0$$



$$G(s)H(s)=\frac{K_g(s+2)(s+4)}{s^2(s+3)(s+1)}$$

系统开环有限零点z_1=－2，z_2=－4；开环有限极点为 p_1=p_2=0，p_3=－1，p_3=－3。

实轴上的根轨迹区间为[-4，-3]，[-2，-1]。根轨迹有两条渐近线，且σ_a=1，φ_a=±90°。

3 图知，待求代数方程根的初始试探点可在实轴区间[－4，－3]和[－2，－1]内选择。确定了实根以后，运用长除法可确定其余根。

初选s_1=－1.45，检查模值

$$K_g=\frac{|s_1^{\ 2}(s_1+3)(s_1+1)|}{|(s_1+2)(s_1+4)|}=1.046$$

由于K_g>1故应增大s_1，选s_1=－1.442，得K_g=1.003。初选s_2=－3.08，检查模值得K_g=1.589，由于K_g>1，故应增大s_2，选s_2=－3.06，得K_g=1.162。经几次试探后，得K_g=0.991时s_2=－3.052。

$$D(s)=(s+1.442)(s+3.052)\times B(s)=0$$

运用多项式的长除法得 $B(s)=s^2-0.494+1.819$

$$s_{3,4}=0.257\pm j1.326$$