

第五章 线性系统的频域分析法

第一节 频率特性

第二节 典型环节与开环系统的频率特性

第三节 频率域稳定判据

第四节 稳定裕度

第五节 闭环系统的频域性能指标

第六节 控制系统频域设计

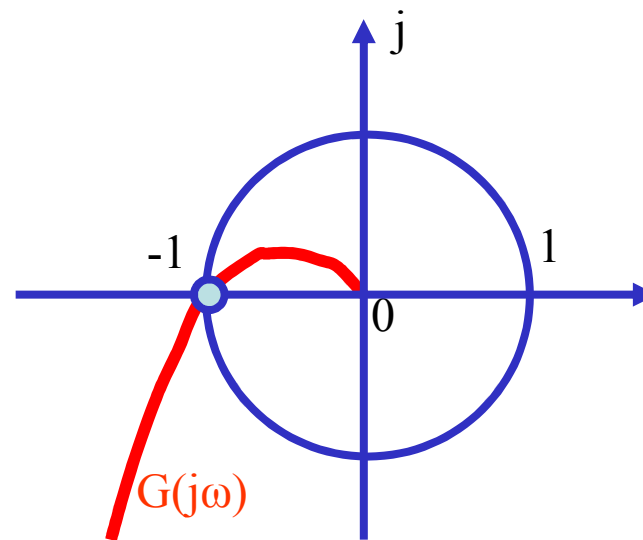
5.4 稳定裕度

开环系统的 Γ_{GH} 曲线通过 $(-1, j0)$ 点时，则闭环系统临界稳定。

特点：

$G(j\omega)H(j\omega)$ 曲线过 $(-1, j0)$ 点时，

$$\left. \begin{array}{l} |G(j\omega)H(j\omega)| = 1 \\ \angle G(j\omega)H(j\omega) = -180^\circ \end{array} \right\} \text{同时成立!}$$



希望曲线离 $(-1, j0)$ 点近点？远点？

5.4 稳定裕度

在闭环系统稳定的前提下：

- 开环系统的 Γ_{GH} 曲线离 $(-1, j0)$ 点越远，则闭环系统的稳定程度越高；
- 开环系统的 Γ_{GH} 曲线离 $(-1, j0)$ 点越近，则闭环系统的稳定程度越低；

通过 Γ_{GH} 曲线对点 $(-1, j0)$ 的靠近程度来度量稳定性能，其定量表示为相角裕度 γ 和幅值裕度 h 。

5.4 稳定裕度

一、相角裕度

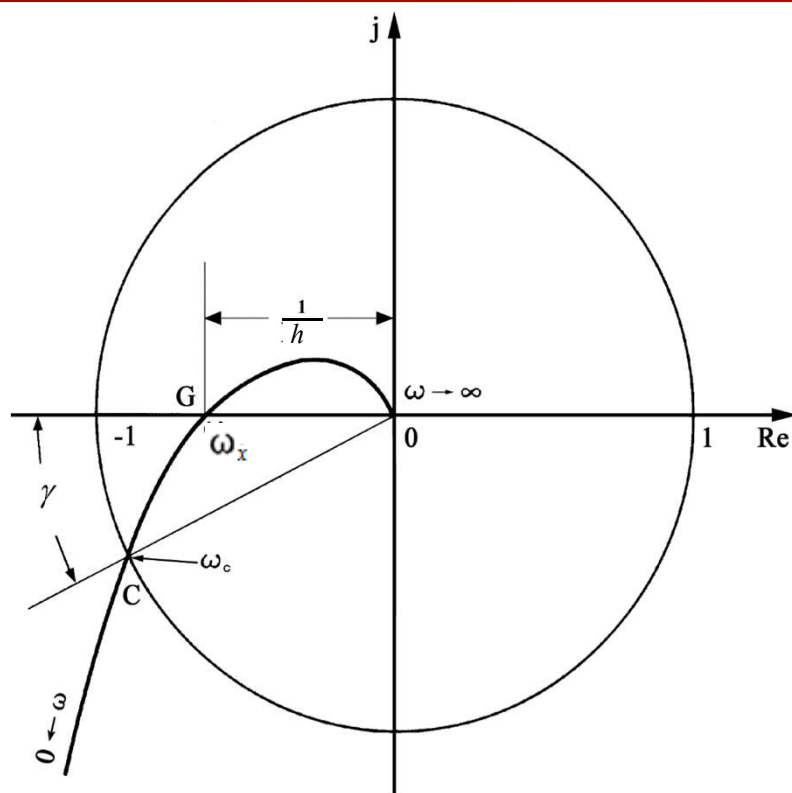
意义：为了表示系统相角变化对系统稳定性的影响，引入相角裕度的概念。

截止频率 ω_c ：当 $A(\omega_c)=|G(j\omega_c)H(j\omega_c)|=1$ 时， $G(j\omega)H(j\omega)$ 与单位圆相交于一点，该点处的频率为 ω_c ， ω_c 称截止频率。cut-off frequency

定义：相角裕度 γ $\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c)$ (Phase margin, PM)

含义：对于闭环稳定系统，如果系统开环相频特性再滞后 γ 度，则系统将处于临界稳定状态。

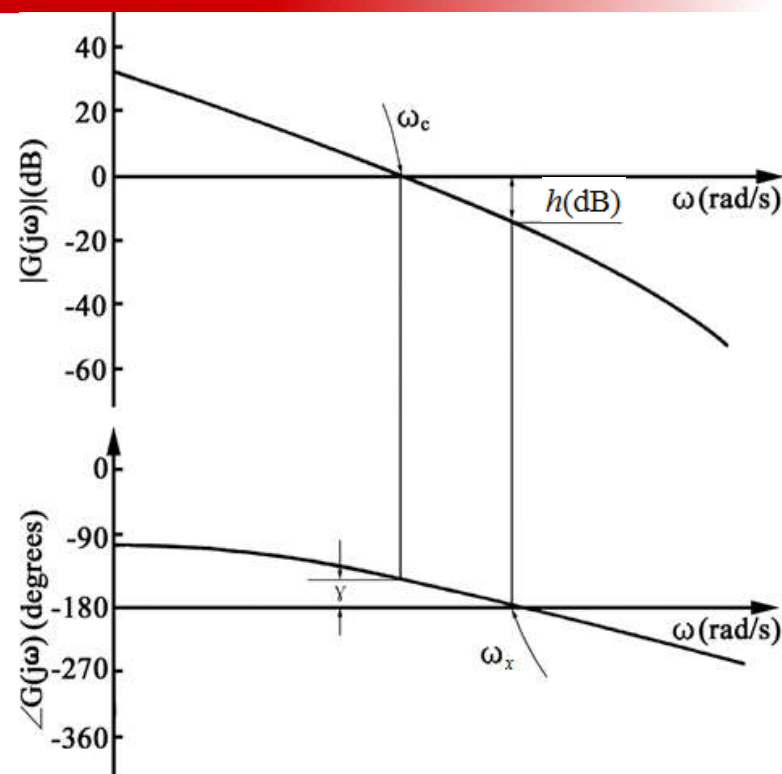
5.4 稳定裕度



(a) 幅相频率特性

相角裕度 γ 的正负:

- 极坐标图中, 从负实轴开始, 逆时针为“+”, 顺时针为“-”;
- Bode图中, 在 -180° 上方“+”, 下方“-”



(b) 对数频率特性

对于最小相位系统 ($P=0$)

- ◆ 当 $\gamma > 0$ 时, 闭环系统稳定 (因为 $N=0$)
- ◆ 当 $\gamma < 0$ 时, 闭环系统不稳定 (因为 $N \neq 0$)

5.4 稳定裕度

二、幅值裕度

意义：幅值裕度表示 $G(j\omega)H(j\omega)$ 曲线在负实轴上相对于 $(-1, j0)$ 点的靠近程度。

穿越频率 ω_x ： $G(j\omega)H(j\omega)$ 曲线与负实轴交于一点时，该点的频率 ω_x 称为相位穿越频率，此时 ω_x 处的相角为 $(2k+1)\pi$ ，幅值为

$|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|$ 。

cross-over frequency

定义：幅值裕度 h
$$h = \frac{1}{|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|}$$
 (Gain margin, GM)

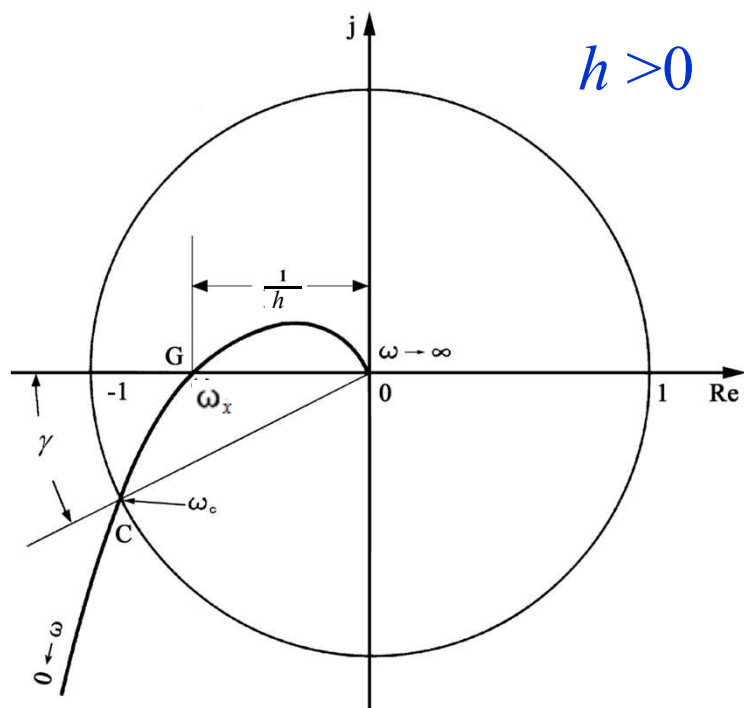
含义：如果系统开环幅频特性再变化 h 倍，则闭环系统将处于临界稳定状态。

5.4 稳定裕度

如何理解 “如果系统开环幅频特性再变化 h 倍，则闭环系统将处于临界稳定状态。

$$h = \frac{1}{|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|}$$

$h > 0$



幅相频率特性

$$|GH| \times ? = 1 \quad \Rightarrow \quad ? = \frac{1}{|GH|} = h$$

对于最小相位系统($P=0$):

➤ 当 $|GH| < 1$ ，则 $h > 1$ 。

开环幅频特性曲线若变化(增大) h 倍，从稳定变为临界稳定。

➤ 当 $|GH| > 1$ ，则 $0 < h < 1$ 。

开环幅频特性曲线若变化(减小) h 倍，从不稳定变为临界稳定。

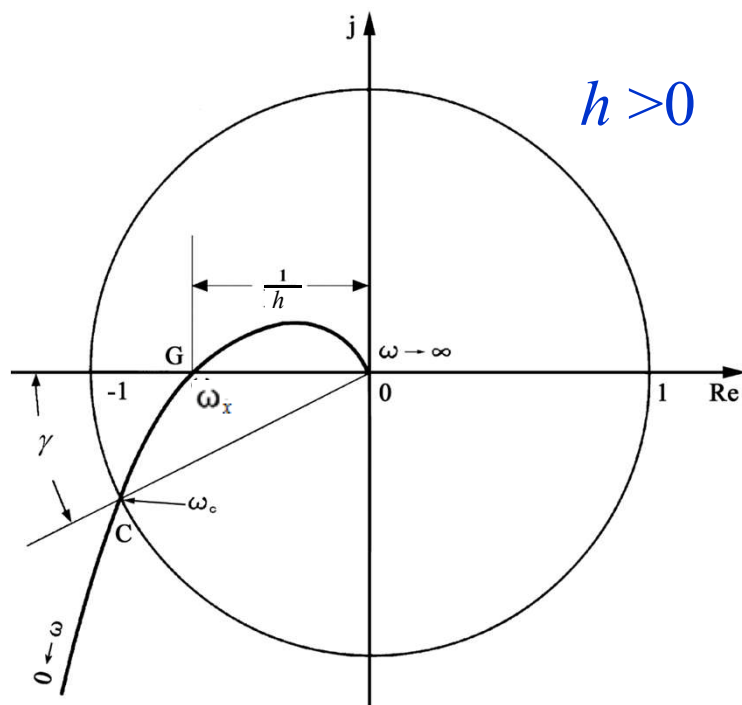
5.4 稳定裕度

$$h = \frac{1}{|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|}$$

在对数坐标下，幅值裕度用分贝数

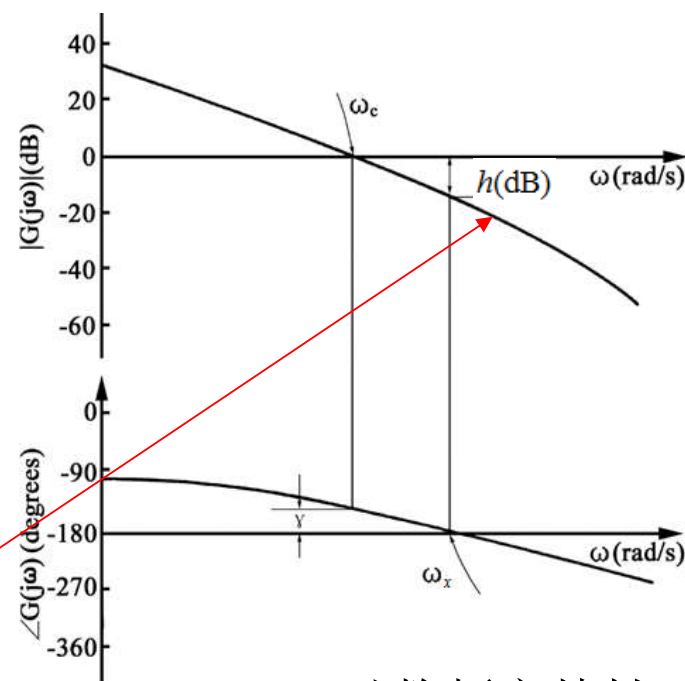
$h(\text{dB})$ 来表示:

$$h(\text{dB}) = 20\lg h = -20\lg |G(j\omega_x)H(j\omega_x)| \text{ dB}$$



(a) 幅相频率特性

幅值裕度 $h(\text{dB})$ 的正负: $h(\text{dB})$ 在 ω 轴下方“+”, ω 轴上方“-”

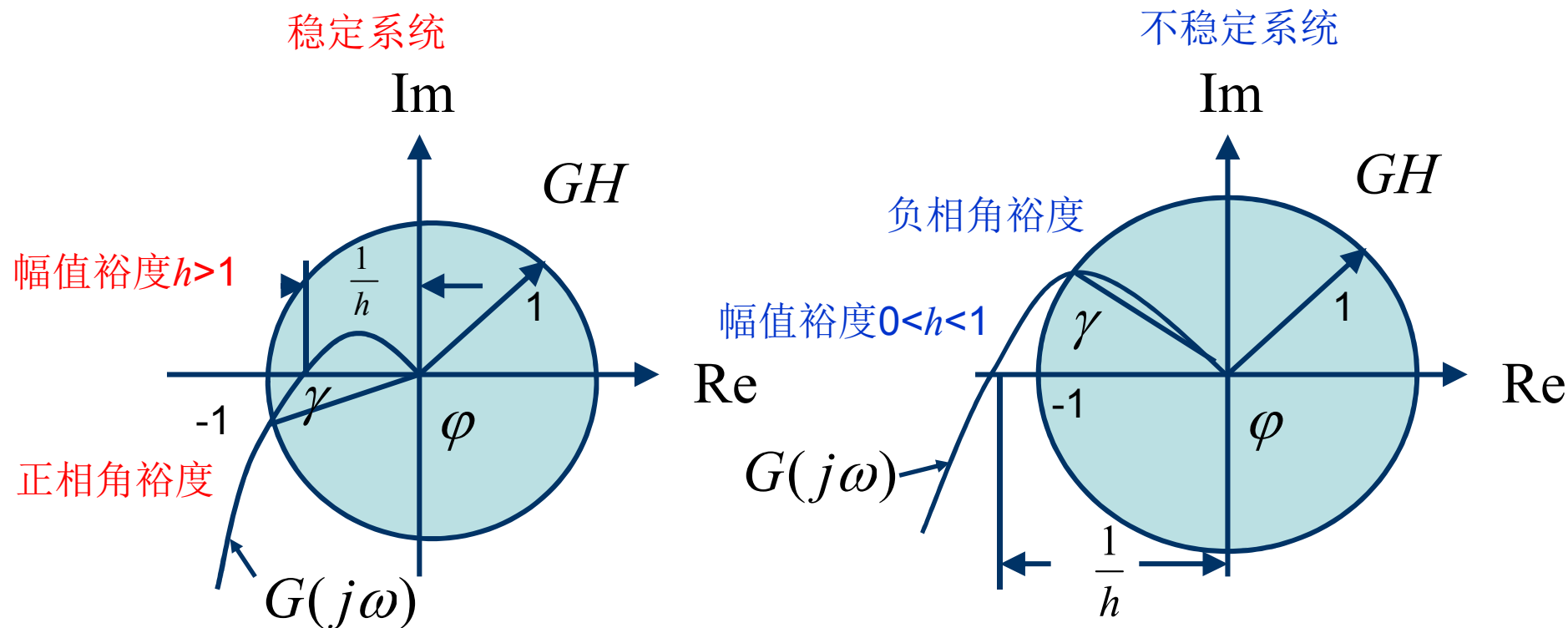


(b) 对数频率特性

5.4 稳定裕度

$$h = \frac{1}{|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|} \quad h(\text{dB}) = -20\lg|GH| \text{ dB}$$

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c)$$

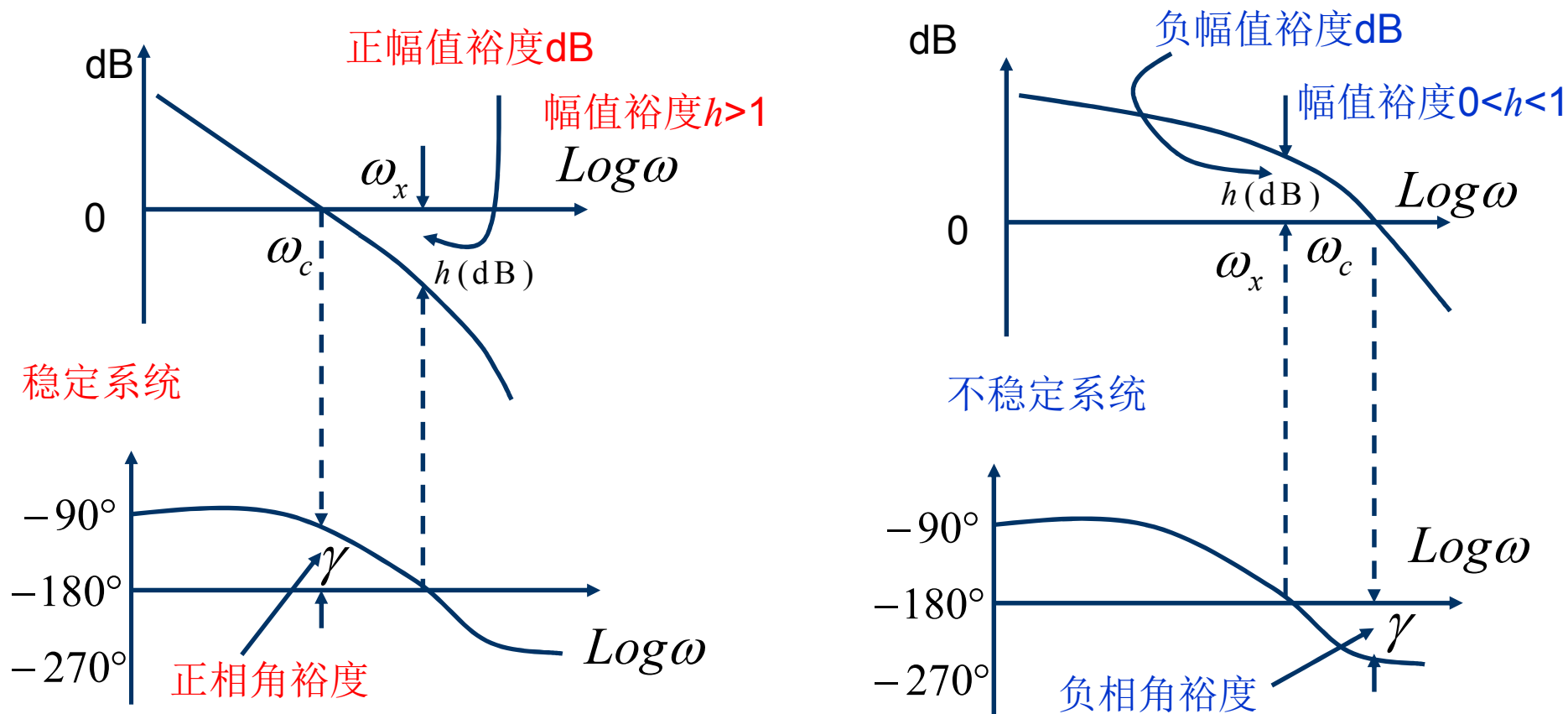


对于最小相位系统($P=0$), 在穿越频率处:

- ◆ 当 $|G(j\omega_x)H(j\omega_x)| < 1$, 闭环系统稳定
- ◆ 当 $|G(j\omega_x)H(j\omega_x)| > 1$, 闭环系统不稳定
- ◆ 当 $|G(j\omega_x)H(j\omega_x)| = 1$, 系统处于临界状态

稳定: 单位圆内部
(最小相位系统)

5.4 稳定裕度



对于最小相位系统($P=0$), 在穿越频率处:

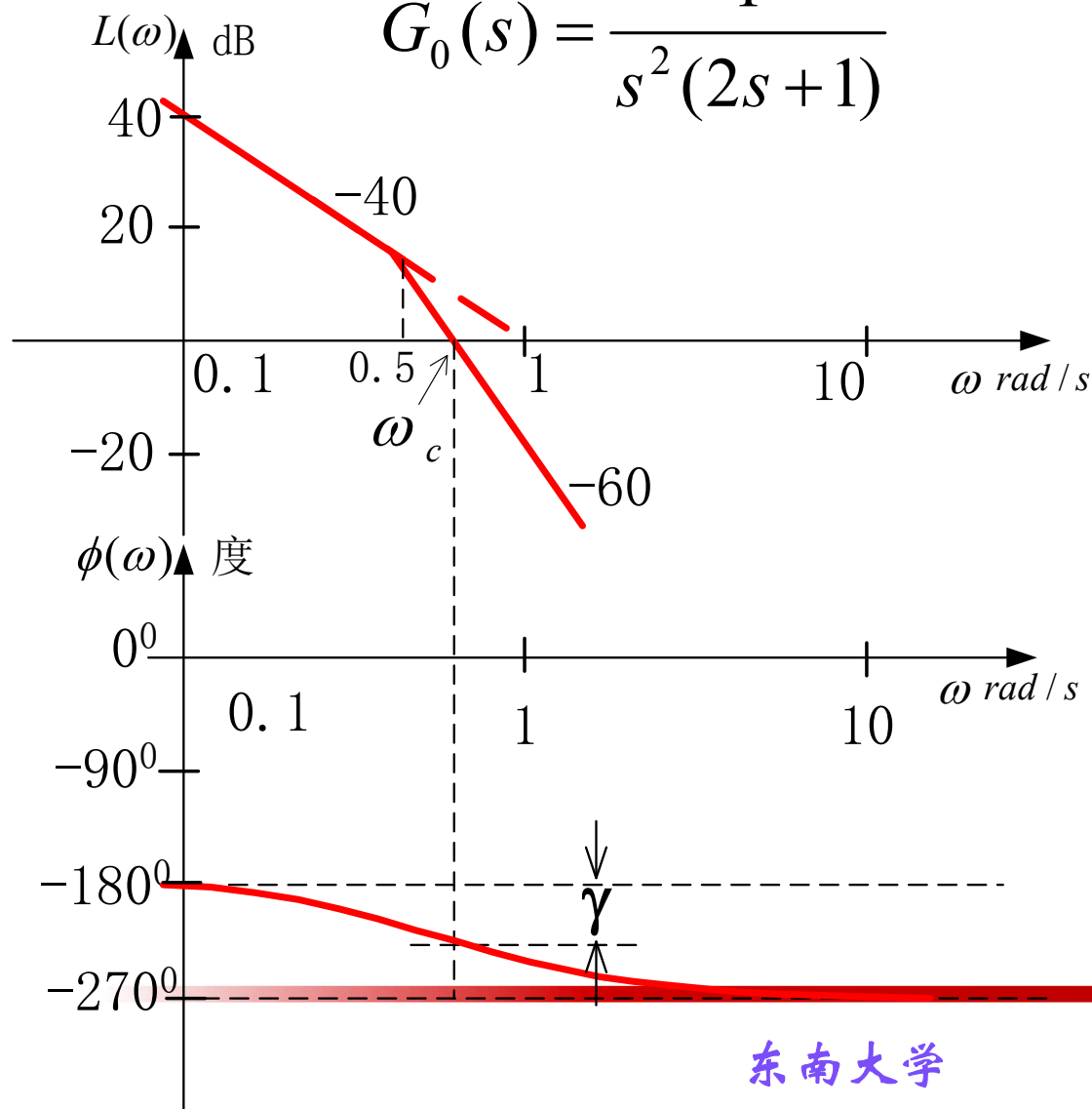
- ◆ 当 $20\lg |G(j\omega_x)H(j\omega_x)| < 0$ 时, 闭环系统稳定
- ◆ 当 $20\lg |G(j\omega_x)H(j\omega_x)| > 0$ 时, 闭环系统不稳定
- ◆ 当 $20\lg |G(j\omega_x)H(j\omega_x)| = 0$ 时, 系统处于临界状态

稳定: 中间区域
(最小相位系统)

5.4 稳定裕度

例 计算相角裕度

$$G_0(s) = \frac{1}{s^2(2s+1)}$$



①低频段 -40dB/dec

②转折段 -60dB/dec

交接频率

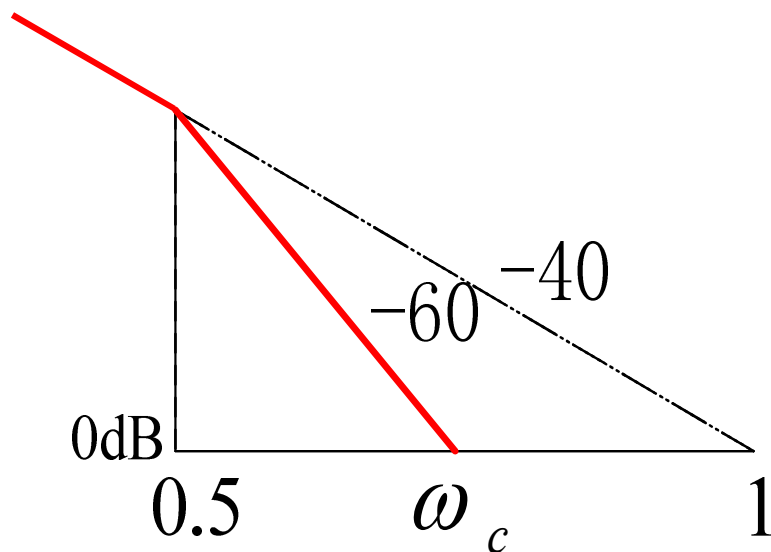
$$\omega = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5$$

相频特性低频段为 -180° ，
高频段为 -270° 。

5.4 稳定裕度

$$k = \frac{L_a(\omega_2) - L_a(\omega_1)}{\lg \omega_2 - \lg \omega_1}$$

计算相角裕度 $\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c)$



$$-40 = \frac{0 - L_a(0.5)}{\lg 1 - \lg 0.5} \quad \Rightarrow \quad L_a(0.5)$$

$$-60 = \frac{0 - L_a(0.5)}{\lg \omega_c - \lg 0.5}$$

$$\lg \omega_c = -0.1 \quad \omega_c = 0.79$$

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 180^\circ - \arctan(2\omega_c) = -\arctan(2\omega_c) = -57.7^\circ$$

系统不稳定

5.4 稳定裕度

例 单位负反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(1+0.2s)(1+0.05s)}$

① $K=1$ 时系统的相角裕度和幅值裕度。② 要求通过调整增益 K ，使系统的幅值裕度 $h(\text{dB})=20\text{dB}$ ，相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 。

解： ① 幅值裕度 \rightarrow 根据相位求穿越频率 ω_x

$$\varphi(\omega_x) = \angle G(j\omega_x)H(j\omega_x) = -180^\circ$$

$$\varphi(\omega_x) = -90^\circ - \arctan 0.2\omega_x - \arctan 0.05\omega_x = -180^\circ$$

即 $\arctan 0.2\omega_x + \arctan 0.05\omega_x = 90^\circ \leftarrow \tan(\theta_1 \pm \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 \pm \tan \theta_2}{1 \mp \tan \theta_1 \tan \theta_2}$

$$\frac{0.2\omega_x + 0.05\omega_x}{1 - 0.2\omega_x \times 0.05\omega_x} = \infty \rightarrow 1 - 0.2\omega_x \times 0.05\omega_x = 0 \rightarrow \omega_x = 10$$

5.4 稳定裕度

在 $\omega_x = 10$ 处的开环对数频率特性的幅值裕度为

$$\begin{aligned} h(\text{dB}) &= -20\lg |G(j\omega_x)H(j\omega_x)| \\ &= -20\lg \left| \frac{1}{j\omega_x(1+j0.2\omega_x)(1+j0.05\omega_x)} \right| \\ &= 20\lg 10 + 20\lg \sqrt{1+(0.2\times 10)^2} + 20\lg \sqrt{1+(0.05\times 10)^2} \\ &= 20 + 7 + 1 = 28 \text{ dB} \end{aligned}$$

5.4 稳定裕度

$$G(s) = \frac{K}{s(1 + 0.2s)(1 + 0.05s)}$$

①相角裕度  根据幅值求截止频率 ω_c

开环传递函数 ($K=1$) 的幅频特性的模等于1, 对应截止频率。

$$\begin{aligned} |G(j\omega_c)| &= \left| \frac{1}{j\omega_c(1 + j0.2\omega_c)(1 + j0.05\omega_c)} \right| \\ &= \frac{1}{\omega_c \sqrt{(1 + 0.04\omega_c^2)(1 + 0.0025\omega_c^2)}} = 1 \quad \rightarrow \quad \omega_c = 1 \end{aligned}$$

相角裕度

$$\varphi(\omega_c) = -90^\circ - \arctan 0.2\omega_c - \arctan 0.05\omega_c = -104^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$$

5.4 稳定裕度

要求通过调整增益 K ，使系统的幅值裕度 $h(\text{dB})=20\text{dB}$ ，相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 。

$$G(s) = \frac{K}{s(1 + 0.2s)(1 + 0.05s)}$$

➤ 调整增益 K ，对数幅频特性有什么变化？截止频率如何变化？

- 1) 增益 K 参与对数幅频特性的计算，对数幅频特性形状不变，上下移动。
- 2) 增益 K 参与对数幅频特性的计算，截止频率左右移动。

➤ 调整增益 K ，对数相频特性有什么变化？穿越频率如何变化？

- 1) 增益 K 不参与对数相频特性的计算，对数相频特性不变。
- 2) 增益 K 不参与对数相频特性的计算，穿越频率不变。

5.4 稳定裕度

要求通过调整增益 K ，使系统的幅值裕度 $h(\text{dB})=20\text{dB}$ ，相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 。

$$G(s) = \frac{K}{s(1+0.2s)(1+0.05s)}$$

改变 K 值，截止频率改变，穿越频率不变，因此： $\omega_x = 10$

② 根据 $\omega_x = 10$ ，要求 $h(\text{dB}) = 20\text{dB}$

$$20(\text{dB}) = h(\text{dB}) = -20\lg \underbrace{|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|}_{= -1}$$

$$|G(j\omega_x)H(j\omega_x)| = 0.1 \quad \frac{K}{\omega_x \sqrt{(1+0.04\omega_x^2)}\sqrt{(1+0.0025\omega_x^2)}} = 0.1$$

$$K = 0.1 \times 10 \sqrt{1+4} \sqrt{1+0.25} = 2.5 \quad \text{当 } K=2.5 \text{ 时，相角裕度是否满足要求？}$$

5.4 稳定裕度

当 $K=2.5$ 时，验证是否满足相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 的要求

当 $K=2.5$ 时，计算新的截止频率 ω_c 。 $G(s) = \frac{2.5}{s(1+0.2s)(1+0.05s)}$

在新的截止频率处，有：
$$\frac{2.5}{\omega_c \sqrt{(1+0.04\omega_c^2)(1+0.0025\omega_c^2)}} = 1$$

计算(可以简略计算，忽略 $(1+0.05s)$ 环节，得： $\omega_c = \sqrt{5.17} \approx 2.27$

在新的截止频率处的相角为：

$$\varphi(\omega_c) = -90^\circ - \arctan 0.2\omega_c - \arctan 0.05\omega_c$$

$$= -90^\circ - 24.4^\circ - 6.47^\circ \approx -121^\circ \quad \text{相角裕度满足要求}$$

当 $K=2.5$ 时，新的截止频率处的相角裕度： $\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 59^\circ$

5.4 稳定裕度

若相角裕度 $\gamma = 40^\circ$, K 为何值?

根据 $\gamma = 40^\circ$ 的要求, 计算新的截止频率 ω_c 。 $\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c)$

$$\varphi(\omega_c) = 40^\circ - 180^\circ = -140^\circ$$

$$\varphi(\omega_c) = -90^\circ - \arctan 0.2\omega_c - \arctan 0.05\omega_c = -140^\circ$$

$$\arctan 0.2\omega_c + \arctan 0.05\omega_c = 50^\circ \quad \rightarrow \quad \frac{0.2\omega_c + 0.05\omega_c}{1 - 0.2\omega_c \times 0.05\omega_c} = 1.2$$

$$\rightarrow \quad \omega_c = 4$$

在新的截止频率处要求 $A(\omega)=1$, 则

$$\frac{K}{\omega_c \sqrt{(1 + 0.04\omega_c^2)(1 + 0.0025\omega_c^2)}} = 1 \quad \rightarrow \quad K = 4 \times 1.28 \times 1.02 = 5.2$$

5.4 稳定裕度

要求通过调整增益 K ，使系统的幅值裕度 $h(\text{dB})=20\text{dB}$ ，相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 。

当 $K=5.2$ 时，幅值裕度是多少？满足要求？

$$G(s) = \frac{5.2}{s(1+0.2s)(1+0.05s)}$$

穿越频率保持不变， $\omega_x = 10$ ，则：

$$\begin{aligned} h(\text{dB}) &= -20\lg|G(j\omega_x)H(j\omega_x)| \\ &= -20\lg\left|\frac{5.2}{j\omega_x(1+j0.2\omega_x)(1+j0.05\omega_x)}\right| \\ &= 20\lg\frac{10}{5.2} + 20\lg\sqrt{1+(0.2\times 10)^2} + 20\lg\sqrt{1+(0.05\times 10)^2} \\ &= 5.68 + 7 + 1 = 13.68 \text{ dB} < 20 \text{ dB} \quad \text{不满足要求} \end{aligned}$$

5.4 稳定裕度

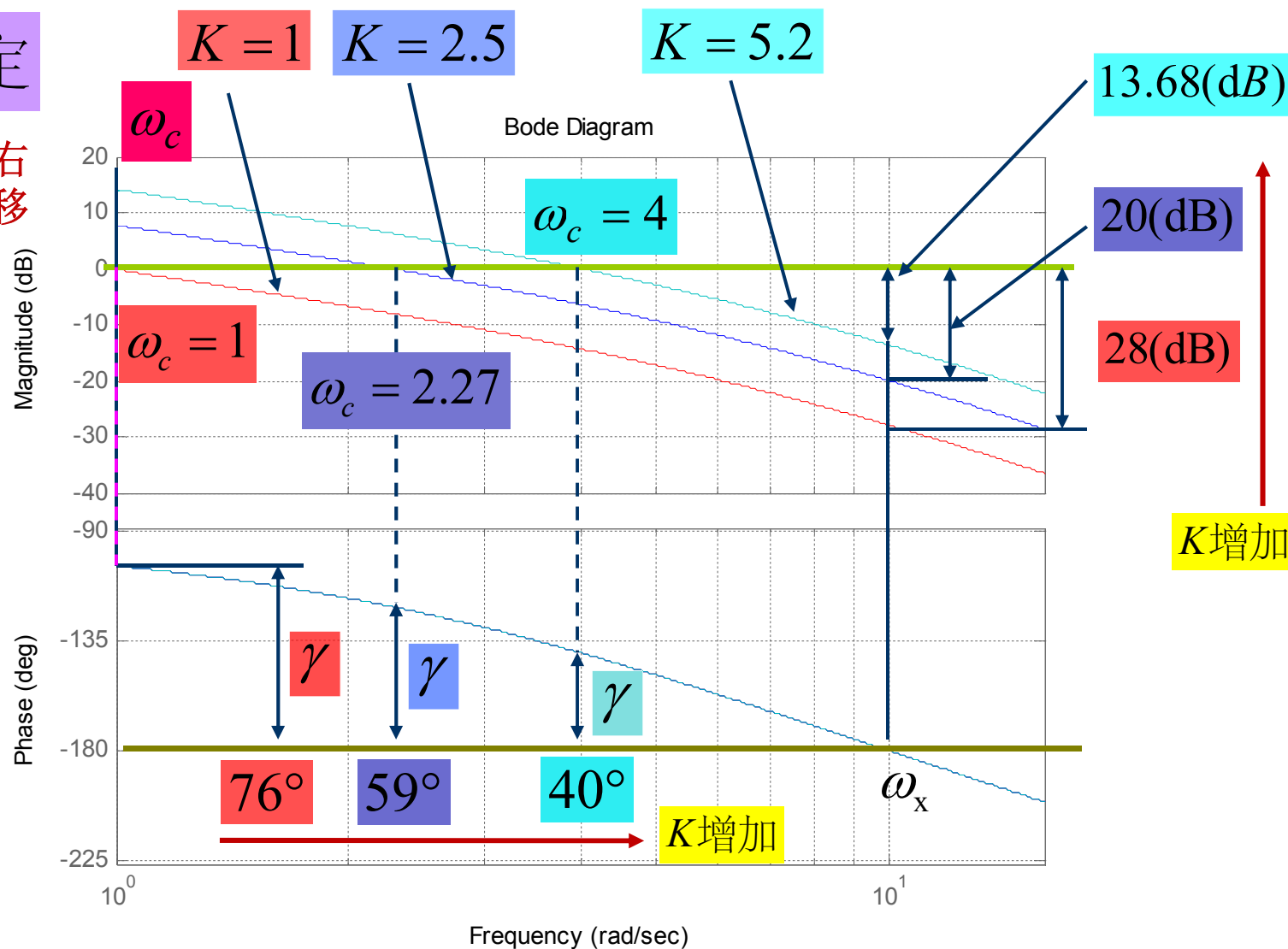
$K \uparrow \Rightarrow \omega_x$ 恒定

$K \uparrow \Rightarrow \omega_c \uparrow$ 右移

K 增加, 两个裕度都变小

K 取(2.5和5.2)中小的, 2.5, 同时满足相角裕度和幅值裕度的要求。

K 变化与根轨迹变化联想分析。



5.4 稳定裕度

特殊说明:

- 1) 最小相位系统, 幅值裕度和相角裕度为正, 闭环系统稳定。☆☆
- 2) 非最小相位系统($P \neq 0$), GH 曲线应包围 $(-1, j0)$ 点, 幅值裕度和相角裕度为负, 闭环系统稳定。且最好采用极坐标图, 而不是伯德图。☆☆
- 3) 只用幅值裕度或只用相角裕度都不足以说明系统的相对稳定性。为确定系统稳定, 必须同时给出两个量。☆☆
- 4) 条件稳定系统将具有多个穿越频率, 并且某些高阶系统可能具有多个截止频率。具有多个截止频率的稳定系统, 相角裕度计算应选择最高的截止频率。☆
- 5) 为得到满意性能, 相角裕度一般选为 $30 \sim 60^\circ$ 、幅值裕度一般大于 6dB 。☆
- 6) 为实现上述相角裕度, 在截止频率处, 伯德图曲线的斜率一般为 -20dB/dec 。☆☆

5.5 闭环系统的频域性能指标

时域指标：超调量、调节时间、上升时间等描述系统输出响应。

频域指标：相角裕度、幅值裕度用来描述闭环系统稳定程度。

另外，还有谐振峰值、谐振频率、带宽频率等描述系统性能。

关系？

例如：系统阻尼大，调节时间长，稳定裕度大还是小？

频域指标

时域指标

谐振峰值 M_r \uparrow 超调量 $\sigma\%$ \uparrow

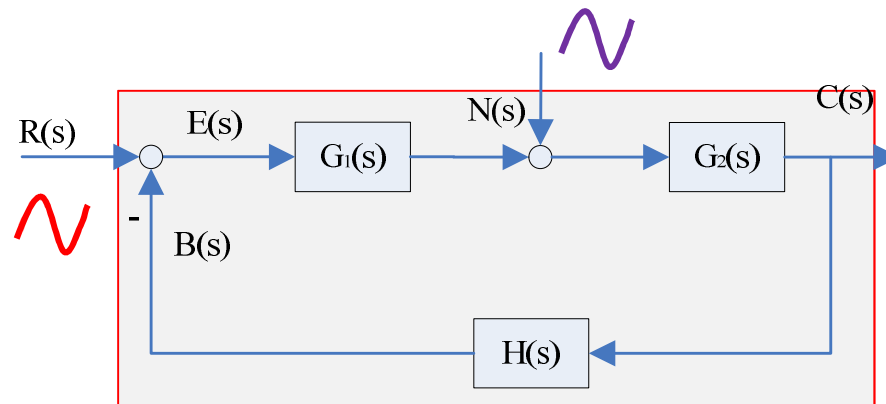
频带宽度 ω_b \uparrow 上升时间 t_r \downarrow

截止频率
(高频衰减快慢) 调节时间 t_s

高频衰减速度 \uparrow 矛盾 $\rightarrow M_r \uparrow$

超调量 $\sigma\%$ \downarrow 矛盾 $\rightarrow t_r \uparrow$

闭环系统特性，关注 $R(s)$ 和 $C(s)$ 的相互关系！



$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

5.5 闭环系统的频域性能指标

一、控制系统的频带宽度

- 设 $\Phi(j\omega)$ 为闭环系统频率特性，当闭环系统的对数幅频特性下降到频率为零时的分贝(dB)值以下 3dB 时，对应的频率称为闭环系统的带宽频率，记为 ω_b 。

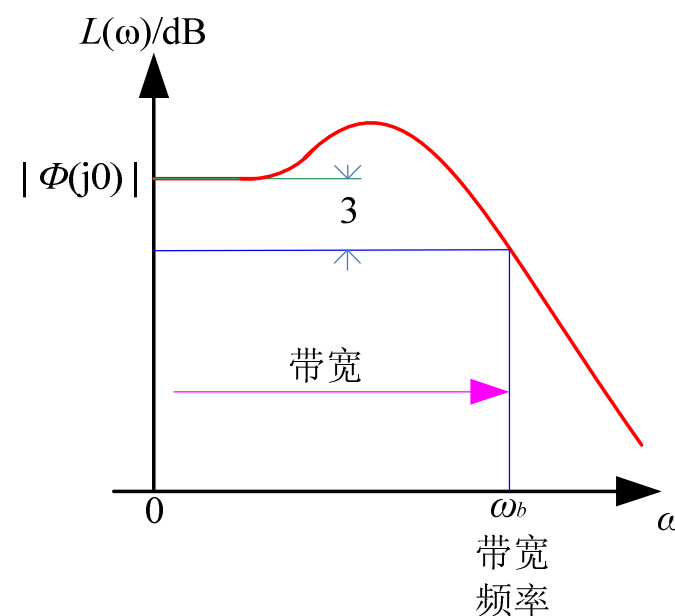
$$\text{即: } 20\lg |\Phi(j\omega_b)| = 20\lg |\Phi(j0)| - 3 \text{ dB}$$

$$\text{而: } -3\text{dB} = 20\lg 0.707 = 20\lg \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} 20\lg |\Phi(j\omega_b)| &= 20\lg |\Phi(j0)| - 3\text{dB} \\ &= 20\lg |\Phi(j0)| + 20\lg 0.707 \\ &= 20\lg 0.707 |\Phi(j0)| \end{aligned}$$

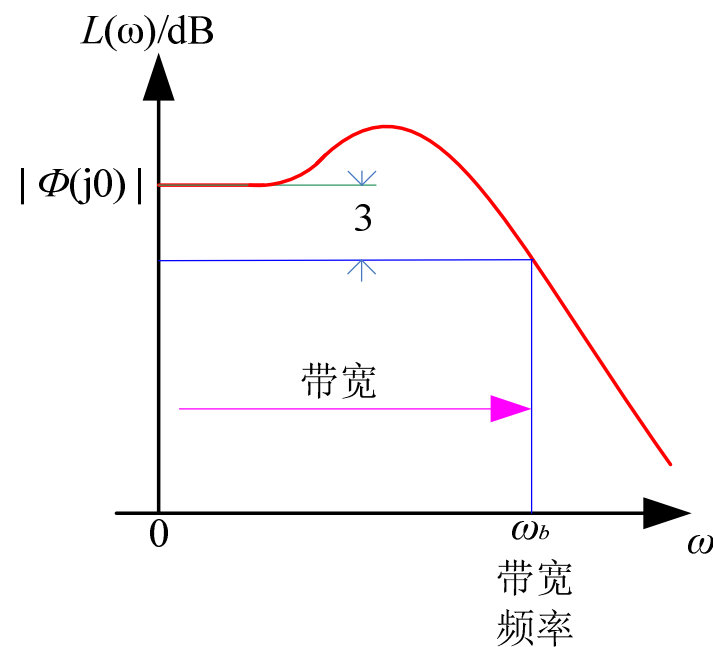
$$|\Phi(j\omega_b)| = 0.707 |\Phi(j0)|$$

即：闭环系统对数幅频特性下降至 $0.707 |\Phi(j0)|$ (dB) 时，对应的频率称为带宽频率。



5.5 闭环系统的频域性能指标

- 当 $\omega > \omega_b$ 时，有： $20\lg |\Phi(j\omega)| < 20\lg |\Phi(j0)| - 3 \text{ dB}$
- 频率范围 $(0, \omega_b)$ 称为系统带宽。
- 高于带宽频率的正弦输入信号，系统输出将呈现较大的衰减。
- 可以将带宽频率视为信号分辨能力的表征：带宽频率越高，分辨能力越强。



上述定义对所有系统都成立，带宽的普遍定义。

5.5 闭环系统的频域性能指标

I型和II型闭环系统的带宽频率可进一步具体化（计算）

标准的I型和II型闭环系统：
$$\frac{1}{Ts+1} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}$$

对于标准的I型和II型闭环系统，有：

$$\left\{ \begin{array}{l} |\Phi(j0)| = 1 \\ 20\lg |\Phi(j0)| = 0(\text{dB}) \end{array} \right. \quad \text{为什么强调标准型? } \frac{30}{Ts+1}$$

因此，当 $\omega > \omega_b$ 时，有： $20\lg |\Phi(j\omega)| < 20\lg |\Phi(j0)| - 3(\text{dB})$

$$20\lg |\Phi(j\omega)| < 0 - 3(\text{dB}) \quad \text{或: } 20\lg |\Phi(j\omega)| < -3(\text{dB})$$

带宽频率：闭环系统对数幅频特性等于-3dB对应的频率。

5.5 闭环系统的频域性能指标

1) 一阶系统的闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{1}{Ts+1}$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\Phi(j0)| = 1, \\ 20\lg |\Phi(j0)| = 0(\text{dB}) \end{array} \right.$$

$$20\lg |\Phi(j\omega_b)| = 20\lg \left| \frac{1}{\sqrt{1+T^2\omega_b^2}} \right| \stackrel{-3\text{dB}}{=} 20\lg \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow T^2\omega_b^2 = 1 \Rightarrow \omega_b = \frac{1}{T}$$

一阶系统的带宽频率和时间常数 T 成反比

问: 某一阶系统的闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{3}{Ts+3}$, 求其带宽频率。

$$\Phi(s) = \frac{3}{Ts+3} = \frac{1}{\frac{T}{3}s+1} \Rightarrow \omega_b = \frac{3}{T}$$

思考: $\Phi(s) = \frac{6}{Ts+3}$

5.5 闭环系统的频域性能指标

2) 无零点的二阶系统的闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

$$\Phi(s) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + 1}$$

幅频特性: $\Phi(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2 + \frac{4\zeta^2\omega^2}{\omega_n^2}}}$

$$\begin{cases} |\Phi(j0)| = 1, \\ 20\lg |\Phi(j0)| = 0(\text{dB}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2 + \frac{4\zeta^2\omega^2}{\omega_n^2}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \omega_b = \omega_n \sqrt{(1 - 2\zeta^2) + \sqrt{(1 - 2\zeta^2)^2 + 1}}$$

二阶系统的带宽频率和自然振荡频率 ω_n 成正比

对比记忆

$$\begin{aligned} \omega_d &= \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \\ \omega_r &= \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \\ A_r &= \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} \end{aligned}$$

二阶系统的带宽频率和阻尼比 ζ 成反比

略, 见教材P233。

5.5 闭环系统的频域性能指标

时域指标

上升时间 t_r $t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d} = \frac{\pi - \theta}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$

峰值时间 t_p $t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$

调节时间 t_s $t_s \approx \frac{3.5}{\zeta \omega_n}$

频域指标

带宽频率 ω_b 和 自然振荡频率 ω_n 成正比

或：速度与 ω_b 成正比

与 ω_n 成反比 \Rightarrow 时间与 ω_b 成反比

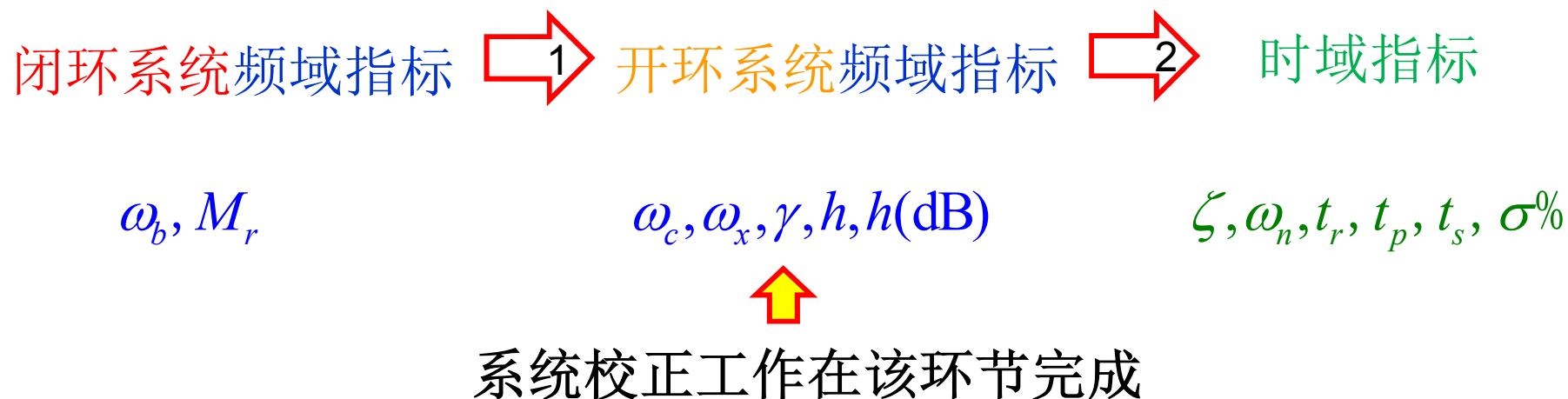
- 为了加快响应，需要提高带宽频率 ω_b 。
- 为了跟踪（或复现）输入信号，需要提高带宽频率 ω_b 。
- 但是，增大带宽频率 ω_b 的同时，抑制输入端高频干扰的能力变弱。

5.5 闭环系统的频域性能指标

二、系统带宽与信号频谱的关系

若系统的控制输入为阶跃输入（矩形波）时，系统的跟踪能力取决于带宽频率 ω_b 覆盖矩形波频谱的范围，带宽大则处于较高频率范围的谱线衰减减小，失真小。

三、闭环系统频域指标和时域指标的转换



5.5 闭环系统的频域性能指标

1. 系统闭环和开环频域指标的关系

1) 若闭环系统和开环系统的稳定程度相似，则系统闭环带宽频率 ω_b 和系统开环截止频率 ω_c 关系密切。

- 对于 ω_b 大的系统， ω_c 也大；对于 ω_b 小的系统， ω_c 也小，两者成正相关。
- 因为带宽频率 ω_b 大系统响应速度快，所以截止频率 ω_c 大系统响应速度也快。因此，可以用 ω_c 衡量系统的响应速度。

2) 闭环系统振荡性能指标谐振峰值 M_r 和开环系统相角裕度 γ 都表征系统的稳定程度，建立两者的关系。

M_r 也表征了相对稳定性

如果 $1.0 < M_r < 1.4$

$0\text{dB} < M_r(\text{dB}) < 3\text{dB}$

相当于 $0.4 < \zeta < 0.7$

$$M_r \approx \frac{1}{|\sin \gamma|} \quad \text{尤其在小}\gamma$$

证明过程：略

闭环 \rightarrow 开环

$$\omega_b \rightarrow \omega_c$$

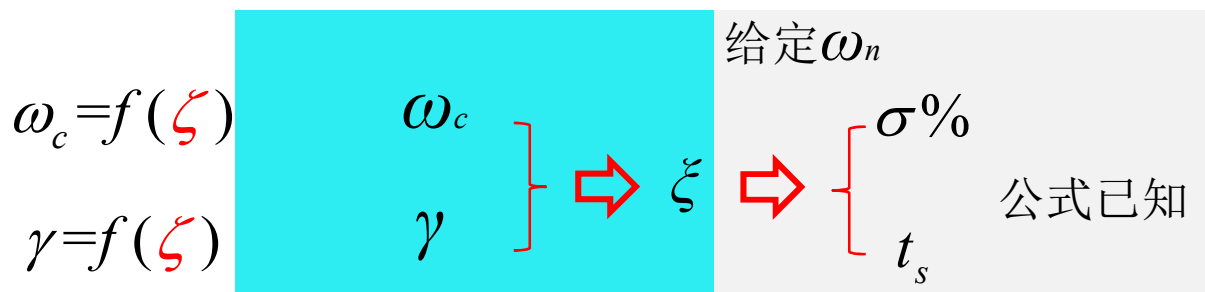
$$M_r \rightarrow \gamma$$

步骤1：由闭环频域指标确定开环频率指标。

步骤2：再选择校正网络的结构并确定参数。

5.5 闭环系统的频域性能指标

2. 开环频域指标和时域指标的关系 对于标准的二阶开环系统:



$$\omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2}$$

$$\gamma = \arctan \frac{2\zeta\omega_n}{\omega_c} = \arctan \left[2\zeta (\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

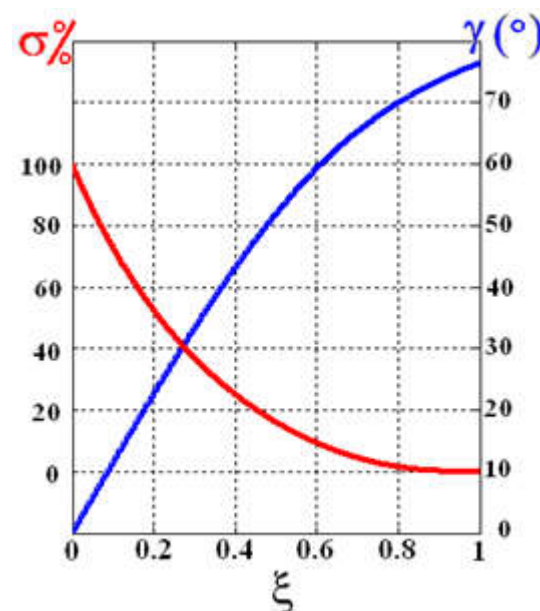
闭环 \rightarrow 开环 \rightarrow 时域

$$\omega_b \rightarrow \omega_c \quad \omega_n$$

$$M_r \rightarrow \gamma \rightarrow \zeta$$

根据选定的相角裕度 γ ，
查表确定阻尼比 ζ ，再计
算时域指标。

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



典型标准二阶系统的 γ - ζ - $\sigma\%$ 曲线

本章结束

总结

1. 三种频率特性曲线——数学模型 ★★
2. 各环节的频率特性 ★★ ★
3. 系统开环频率特性 ★★ ★
4. 奈奎斯特判据（基于幅相曲线） ★★ ★★
5. 对数频率稳定判据基于对数频率曲线） ★★ ★★ ★
6. 稳定裕度（幅值裕度和相角裕度） ★★ ★
7. 掌握闭环系统带宽频率，理解指标折算 ★★

作业： 5-9 5-11 (1) (3)

5-12 5-14 (7)、(8)、(9)、(10)

5-15 5-16