INFO-F-302 Informatique Fondamentale
Rapport du projet 2016-2017

Nathan Liccardo, Stanislas Gueniffey

20 mai 2017

1 Introduction

La projet détaillé dans ce document avait deux objectifs : la modélisation de problèmes sous formes CSP et l'implémentation de ceux-ci en Java. Les réponses fournies seront formalisées selon le modèle CSP à savoir : variables, domaines et contraintes.

2 Problèmes d'échecs

Nous supposons ici que le lecteur est familier avec le jeu d'échecs. Les problèmes posés par la suite consistent à reproduire des scénarios plausibles dans le cadre d'une partie de ce jeu, dont certains paramètres ont été modifiés et respectant des contraintes supplémentaires (qui elles ne sont pas inhérentes au jeu).

2.1 Formalismes

Afin de pouvoir obtenir le problème sous la forme d'un CSP, nous avons posé certaines variables inhérentes au problème :

n	La taille du tableau d'échecs
k_1	Le nombre de tours
k_2	Le nombre de fous
k_3	Le nombre de cavaliers

Par facilité de notation, nous avons également définit les ensembles suivants qui sont directement liés aux places et pièces du jeu :

$$N = \{1, \ldots, n\}$$
$$K_1 = \{1, \ldots, k_1\}$$
$$K_2 = \{1, \ldots, k_2\}$$
$$K_3 = \{1, \ldots, k_3\}$$
$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3$$
$$K_4 = \{1, \ldots, (n * n) - (k_1 + k_2 + k_3)\}$$

2.2 Problème d'indépendance

Le problème d'indépendance consiste à déterminer s'il est possible d'assigner à chacune des pièce une position distincte sur l'échiquier de sorte qu'aucune pièce ne menace une autre pièce.

Exprimer une instance quelconque du problème d'indépendance par un CSP équivalent, en exposant de manière claire les variables, leurs domaines respectifs et les contraintes à respecter.

2.2.1 Variables

Nous avons défini dans un premier temps les variables représentant respectivement les tours, les fous et les cavaliers :

$$X = \{x_t |\ t \in K1\} \cup \{x_f |\ f \in K2\} \cup \{x_c |\ c \in K3\}$$

2.2.2 Domaines

Les pièces seront représentées sous la forme de coordonnées X et Y. Ce sont ces deux valeurs qui formeront le domaine pour les trois types de pièces :

$$\begin{aligned} D_t &= \{(i,j) | 1 \leq i \leq n \wedge 1 \leq j \leq n\} \\ D_f &= \{(i,j) | 1 \leq i \leq n \wedge 1 \leq j \leq n\} \\ D_c &= \{(i,j) | 1 \leq i \leq n \wedge 1 \leq j \leq n\} \end{aligned}$$

2.2.3 Contraintes

Les contraintes s'appliquants sur les variables de ce problème doivent prendre en compte les deux demandes suivantes :

Une case est occupée par maximum une pièce.

Aucune pièce ne peut en menacer une autre.

Notre ensemble de contraintes final sera l'union entre les contraintes de positions et les contraintes de domination :

$$C = C_p \cup C_d$$

Définissons dans un premier temps l'ensemble correspondant aux contraintes de positions. Ce dernier reprendra alors l'ensemble des contraintes liants les différentes pièces entre-elles :

$$C_p = \{C_{p_1 p_2} \mid p_1 \in K, p_2 \in K \backslash \{p_1\}\}$$

Voici le détail de la contrainte :

$$C_{p_1 p_2} = ((x_{p_1}, x_{p_2}), \{(i_{p_1}, j_{p_1}, i_{p_2}, j_{p_2}) \in N^4 \mid \neg((i_{p_1} = i_{p_2}) \wedge (j_{p_1} = j_{p_2}))\})$$

Nous allons à présent définir l'ensemble correspondant aux contraintes de dominations. Ce dernier permettra de s'assurer qu'aucune pièce n'en menace une autre :

$$\begin{aligned} C_d = &\{C_{t_1 p_1} |\ t_1 \in K_1, p_1 \in K \backslash \{t_1\}\} \cup \\ &\{C_{f_1 p_1} |\ f_1 \in K_2, p_1 \in K \backslash \{f_1\}\} \cup \\ &\{C_{c_1 p_2} |\ c_1 \in K_3, p_1 \in K \backslash \{c_1\}\} \end{aligned}$$

Voici à présent le détail des diverses contraintes :

$$\begin{aligned} C_{t_1 p_1} = ((x_{t_1}, x_{p_1}), \{(i_{t_1}, i_{p_1}, j_{t_1}, j_{p_1}) \in N^4 | \neg([(i_{t_1} = i_{p_1}) \vee (j_{t_1} = j_{p_1})] \wedge \\ [\nexists\ x_p, \{p \in K \backslash \{t_1, p_1\} | i_p \in \{i_{t_1}, ..., i_{p_1}\} \vee j_p \in \{j_{t_1}, ..., j_{p_1}\}\}\})])\}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{f_1 p_1} = ((x_{f_1}, x_{p_1}), \{(i_{f_1}, i_{p_1}, j_{f_1}, j_{p_1}) \in N^4 | \neg([abs(i_{f_1} - i_{p_1}) = (abs(j_{f_1} - j_{p_1}))] \wedge \\ [\nexists\ x_p, \{p \in K \backslash \{t_1, p_1\} | i_p \in \{i_{t_1}, ..., i_{p_1}\} \vee j_p \in \{j_{t_1}, ..., j_{p_1}\}\}\})])\}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{c_1 p_1} = ((x_{c_1}, x_{p_1}), \{(i_{c_1}, i_{p_1}, j_{c_1}, j_{p_1}) \in N^4 | (abs(i_{c_1} - i_{p_1}) \neq 2 \wedge abs(i_{c_1} - i_{p_1}) \neq 1) \\ (abs(i_{c_1} - i_{p_1}) \neq 1 \wedge abs(i_{c_1} - i_{p_1}) \neq 2)\}\}) \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant affirmer que le respect de ces contraintes sur les variables fournies nous permettra d'obtenir le résultat du problème d'indépendance.

2.3 Problème de domination

Le problème de domination consiste à déterminer s'il est possible d'assigner à chacune des pièce une position distincte sur l'échiquier de sorte que chaque case soit occupée ou menacée par au moins une pièce.

Exprimer une instance quelconque du problème de domination par un CSP équivalent, en exposant de manière claire les variables, leurs domaines respectifs, et les contraintes à respecter.

2.3.1 Variables

Les variables seront définies de la même manière que pour l'exercice précédent. Nous créons cependant une nouvelle variable représentant les cases vides :

$$X = \{x_t |\ t \in K1\} \cup \{x_f |\ f \in K2\} \cup \{x_c |\ c \in K3\} \cup \{x_v |\ v \in K4\}$$

2.3.2 Domaines

Les domaines sont définis de façon identique au problème précédent pour l'ensemble des pièces mises à disposition :

$$D_t = \{(i, j) \mid 1 \leq i \leq n \wedge 1 \leq j \leq n\}$$
$$D_f = \{(i, j) \mid 1 \leq i \leq n \wedge 1 \leq j \leq n\}$$
$$D_c = \{(i, j) \mid 1 \leq i \leq n \wedge 1 \leq j \leq n\}$$

Etant donné la présence de nouvelles variables, il faut également ajouté le domaine s'y appliquant à savoir :

$$D_v = \{(i, j) \mid 1 \leq i \leq (n * n) - (k1 + k2 + k3) \wedge 1 \leq j \leq (n * n) - (k1 + k2 + k3)\}$$

2.3.3 Contraintes

Les contraintes appliquées dans le cas du problème de domination seront quant à elles légèrement différentes. Dans ce nouveau problème, nous avons l'affirmation suivante qui doit être respectée :

L'ensemble des cases libres doivent être menacées.

Une case est occupée par maximum une pièce.

Commençons par indiquer que pour toute case libre du plateau, il existe au moins une pièce qui la menace :

$$C_1 = \{(x_v, x_t), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 |\ i_1 = i_2 \vee j_1 = j_2\}\}$$
$$\vee$$
$$C_2 = \{(x_v, x_f), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 | abs(i_1 - i_2) = abs(j_1 - j_2)\}\}$$
$$\vee$$
$$C_3 = \{(x_v, x_c), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 | (abs(i_1 - i_2) = 2 \wedge abs(j_1 - j_2) = 1) \vee (abs(i_1 - i_2) = 1 \wedge abs(j_1 - j_2)) = 2\}\}$$
$$\vee$$
$$C_4 = \{(x_v, x_c), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 |\ i_1 = i_2 \vee j_1 = j_2\}\}$$

Il ne reste plus qu'à empêcher deux pièces distinctes de se retrouver sur la même case du plateau. Pour ce faire, on reprend l'idée utilisée dans l'exercice précédent :

$$C_4 = \{(x_t, x_t), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 | \neg((i_1 = i_2) \wedge (j_1 = j_2))\}\}$$
$$C_5 = \{(x_t, x_f), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 | \neg((i_1 = i_2) \wedge (j_1 = j_2)\}\}$$
$$C_6 = \{(x_t, x_c), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 | \neg((i_1 = i_2) \wedge (j_1 = j_2)\}\}$$
$$C_7 = \{(x_f, x_f), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 | \neg((i_1 = i_2) \wedge (j_1 = j_2)\}\}$$
$$C_8 = \{(x_f, x_c), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 | \neg((i_1 = i_2) \wedge (j_1 = j_2)\}\}$$
$$C_9 = \{(x_c, x_c), \{(i_1, j_1, i_2, j_2) \in N^4 | \neg((i_1 = i_2) \wedge (j_1 = j_2)\}\}$$

2.4 Implémentation

Notre implémentation des problèmes ci-dessus nous a permis de répondre aux questions 2.3, Bonus et 2.4 de l'énoncé. Le code qui en résulte est fournis en annexe de ce document. Il a été implémenté comme demandé à l'aide de l'outil ChocoSolver.

3 Surveillance de musée

La résolution du problème de musée a été réalisée en dérivant les résultats obtenus lors des exercices précédents. On s'est donc directement inspirés du problème de domination afin trouver une réponse adéquate. Avant de commencer le détail du problème sous la forme CSP, détaillons les données fournies avec le problème :

$$O = (i_1, j_1), \ldots, (i_o, j_o) \tag{1}$$

$$V = (i_1, j_1), \ldots, (i_v, j_v) \tag{2}$$

Où l'ensemble O représente les positions des cases occupées et l'ensemble V des cases vides.

3.1 Variables

Les variables qui seront utilisées pour la suite de l'exercice seront définies ici. On retrouvera les caméras est, ouest, nord et sud mais également les cases vides et occupées. Voici les variables utilisées :

$$X = \{x_v \in V\} \cup \{x_e\} \cup \{x_w\} \cup \{x_n\} \cup \{x_s\} \cup \{x_o \in O\}$$

3.2 Domaine