Contents

1 Wykład 2 - 2018.10.11

- numerical relativity
- VIRGO/LIGO

  Klaster PirxGW w Zielonej Górze

Czynniki decydujące o ewolucji gwiazdowej:

- czas
- masa
- metaliczność

Większość gwiazd kończy jako białe karły. Wnętrze zapada się do białego karła, zewnętrze - wyrzucane jako śliczna mgławica planetarna.

Wystarczająco "sztywne" równanie stanu mogłoby potencjalnie zatrzymać kolaps do czarnej dziury (powyżej 3 MS)... Ale nie znamy takich.

1.1 Parametr zwartości

Mówi o tym, jak bardzo relatywistyczny jest obiekt.

$$CP = GM/Rc^2$$

- 1 dla czarnych dziur
- 10¯1 gwiazdy neutronowe
- 10¯4 białe karły - tu już pewne oszacowania możemy robić newtonowsko, ale poprawki relatywistyczne są dość istotne.
- 10¯6 Słońce - Newton starczy.
- 10¯10 Ziemia
- 10¯38 jądro atomu - chociaż gęstość jest podobna do gwiazd neutronowych!

Masa Chandrasekhara 1.4 MS

1.2 Równanie ciągłości

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

Z warunkiem brzegowym $M_r(r = 0) = 0$.

1.3 Równowaga hydrostatyczna

$$F_g = -\frac{dp}{dr}$$

1.4 Równanie stanu

Informuje, jakie są zależności między różnymi parametrami mikroskopowymi (ρ, T, p, stan materii x_i)...

Najprostszy przypadek $p = p(\rho)$ - poprawne w kilku istotnych przypadkach

Warunki brzegowe $m(r = 0) = 0$, $p(r = 0) = p_c$ (ciśnienie centralne), $P(r = R) = 0$.

Wiele osób traktuje ciśnienie jako parametr niezależny i całkuje go od środka (p_c) do zewnątrz.
Całkując numerycznie:

$$m_{n+1} = m_n + \frac{dm}{dp}$$

$$r_{n+1} = r_n + \frac{dr}{dp}$$

I to w sumie załatwi warunek brzegowy na p! Ładnie!

W przypadku gwiazd neutronowych i materii zdegenerowanej $E_{term} << E_{Fermi}$ (zakaz Pauliego i zasada Heisenberga) daje nam doskonałą zależność $P = P(\rho)$ - neutrony są tak gęsto upakowane, że ruchy termiczne są pomijalne względem Heisenberga. Musimy tylko mieć

$$\frac{dp}{d\rho} > 0$$

przez stabilność mikroskopową (inaczej: ściskamy, ciśnienie się zmniejsza, niestabilność i kolaps), oraz

$$\frac{dp}{d\rho} < c^2$$

przez zasadę przyczynowości (kwadrat prędkości fali akustycznej!)

wyjaśnienie lepsze niż we Wrocławiu

1.5 Politropowe równanie stanu

$$p = K\rho^{\Gamma} = K\rho^{1+1/n}$$

n - indeks politropy, Γ - wykładnik tejże. K zależy od składu chemicznego.

Γ mówi o sztywności danego obiektu (duże gamma - sztywne). Małe zmiany gęstości przy dużej gammie dają ogromne różnice ciśnień. Sztywne równania stanu pozwalają na większe rozmiary i masy (zapobiegają kolapsowi).

Z równaniami struktury

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{Gmp}{r^2}$$

1.5.1 Równania TOV

Równania Tolmana-Oppenheimera-Volkoffa modelują statyczne gwiazdy neutronowe. Tak naprawdę powyższe, z poprawkami relatywistycznymi w mianowniku. W slajdach, do przećwiczenia.

Chandrasekhar tłukący białe karły płynąc

1.5.2 Równanie LE

Wychodząc z gazu doskonałego

$$P = \frac{k}{\mu m_H} \rho T$$

i wstawiając równanie politropy, dostajemy temperaturę w funkcji gęstości.

Równanie Lane-Emdena różniczkowe drugiego rzędu - w slajdach, do przećwiczenia.

Analityczne rozwiązanie wychodzi dobrze dla indeksów politropy n:

- 0 - wykładnik dąży do nieskończoności, nieściśliwe równanie stanu, stała gęstość
- 1 - wykładnik dąży do 2, niezłe przybliżenie gwiazd neutronowych poza skorupą
- 5 - wykładnik 6/5 - dość miękkie, raczej niestabilne, promień gwiazdy się rozbiega... Rozwiązanie raczej niefizyczne.

Na diagramie HR zaznaczamy temperaturę i jasność przez względy obserwacyjne, nie jakieś fundamentalne. Masę ciężej tam złapać.

Ciśnienie centralne $P_c \sim GM^2/R^4$.

1.6 Energia wiązania grawitacyjnego kuli politropowej