

UNIVERSITATEA “POLITEHNICA” din BUCUREŞTI
Facultatea de Electronică, Telecomunicații și Tehnologia Informației

Proiect
Semnale și Programare

Stănescu Vlad-Constantin
Grupa 422F

CUPRINS

1. Date și cerințe	2
2. Introducere	6
3. Noțiuni teoretice	8
4. Rezultate experimentale. Măsurători.....	23
a) Reprezentarea grafică a semnalului $x(t)$ pe $[0,1]$ și $[-2,2]$	24
b) Calculul și reprezentarea grafică a semnalelor $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$, $-x_i(t)$, $x_i(t)+y_i(t)$ pentru 5 perioade și 21 perioade.....	26
c) Reprezentarea grafică a semnalelor $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$ redresate monoalternanță și dublă alternanță pentru 4 perioade	56
d) Reprezentarea grafică a semnalelor $x_{\text{par}}(t)$, $x_{\text{impar}}(t)$, $x(4t)$, $x(4t-1)$, $x(4t-3)$, $x(t/4)$, $x(t/4-1)$, $x^2(2t)$, $x(t)+x(t/2)+x(2t)$ pe $[-10,10]$	74
e) Calculul analitic al componentelor continue ale semnalelor $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$	84
f) Reprezentarea grafică a semnalelor $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$ fără componentă continuă pe 7 perioade	85
g) Calculul componentei continue cu precizie de 10^{-4}	
h) Calculul puterii semnalelor $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$ cu o precizie de 10^{-3}	
i) Reprezentarea grafică a semnalelor $w_1(t)$, $w_2(t)$, $w_3(t)$	88
5. Concluzii și perspective	92
6. Bibliografie	94

1. DATE Şİ CERİNTE

Fie semnalul:

$$x(t) = a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

$$t \in [0,1]$$

$$a_2 = 17,865$$

$$a_1 = 0,4329$$

$$a_0 = 0,7307$$

$$\Rightarrow x(t) = 17,865 t^2 + 0,4329 t + 0,7307$$

$$x_i(t) = x(t) + \zeta_{T_i}(t) ; i = \overline{1,3}$$

$$T_1 = 0,5 ; T_2 = 1 ; T_3 = 3$$

$$y_i(t) = x(t) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \zeta(t - kT_i) ; i = \overline{1,3}$$

$$z_i(t) = x(t) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \zeta(t - 2kT_i) ; i = \overline{1,3}$$

Se cere:

- Să se reprezinte grafic în Matlab semnalul $x(t)$ pe intervalul $[0,1]$ și pe intervalul $[-2,2]$.
- Să se construiască și să se reprezinte grafic semnalele $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$, $-x_i(t)$, $x_i(t) + y_i(t)$ pentru 5 perioade și penultimii 21 perioade; $i = \overline{1,3}$.
- Să se construiască și să se reprezinte grafic semnalele redresoate monosalternoanță și dublă-alternanță pentru fiecare din semnalele $x_i(t)$, $y_i(t)$ și $z_i(t)$ penultimii 4 perioade.

- d) Să se construiască și să se reprezinte grafic semnalele $x_{par}(t)$, $x_{impar}(t)$, $x(4t)$, $x(4t-1)$, $x(4t-2)$, $x\left(\frac{t}{4}\right)$, $x\left(\frac{t}{4}-1\right)$, $x^2(2t)$, $x(t) + x\left(\frac{t}{2}\right) + x(2t)$ pe intervalul $[-10, 10]$.
- e) Să se calculeze analitic componenta continuă pentru $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$; $i = \overline{1,3}$.
- f) Să se reprezinte grafic $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$ fără componenta continuă pe 7 perioade.
- g) Să se scrie în Matlab un program care să calculeze componenta continuă cu precizie de 10^{-4} pentru $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$. În se vor folosi funcții existente în Matlab pentru calculul integrali.
- h) Să se scrie un program care să calculeze \bar{x}_i pentru fiecare din semnalele $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$ cu o precizie de 10^{-3} , apoi să se calculeze analitic; $i = \overline{1,3}$.
- i) Utilizând funcțiile heaviside, rectangularPulse, triangularPulse și fplot, să se reprezinte grafic semnalele:

$$W_1(t) = m u(t-m) - (m-17) u(t-m-1) + (2m+13) u(t-m-7) - (43+2m) u(t-m-9) \\ t \in [m-4, m+11]$$

$$W_2(t) = t u(t) + (m t - 10) u(t-3) - (m-5) u(t-4) - (m t - 5) u(t-5) \\ t \in [-1, 7]$$

$$W_3(t) = 5 u(t-m) - 7 \frac{t-4m}{m} (u(t-2m) - u(t-3m)) + 7 \left(-\frac{t-3m}{m} + 1\right) \cdot (u(t-3m) - u(t-4m)) - 5 u(t-5m) \\ t \in [-m, 6m]$$

2.INTRODUCERE

În telecomunicații, semnalele sunt mărimi fizice cu ajutorul cărora se transmit mesaje. Semnalul este o oscilație electrică, obținută fie de la un generator construit special pentru acest scop, fie dintr-o secțiune carecă a unui aparat sau sistem electronic.

Un aparat electronic este constituit dintr-un lanț de subansambluri successive la care se evidențiază bornele.

În telecomunicații, semnalele pot fi împărțite în semnale simple și modulate. Semnalele simple sunt oscilații periodice, sinusoidale sau impulsuri de diferite forme. Semnalele modulate sunt cele formate dintr-o oscilație purtătoare cu unul sau mai mulți parametri modificați de către un semnal modulator.

Orice semnal poate fi reprezentat prin două metode: reprezentarea în domeniul timp și reprezentarea în domeniul frecvență. Pentru semnalele periodice, reprezentările se obțin folosind serile Fourier. Pentru semnalele noperioedice, reprezentările se obțin atât cu ajutorul serilor Fourier, cât și al transformatai Laplace. Analiza spectrală a semnalului periodic constă în descompunerea acestuia în funcții elementare, obținute cu ajutorul serilor Fourier.

Pentru a reprezenta semnalele pe calculator, folosim programul Matlab, acesta fiind un software performant și cunosător, cu o interfață accesibilă ce include calcule numerice și vizualizări științifice.

Matlab dispune de elemente importante, colecții de funcții foarte cuprinzătoare, ce extind spectrul programului, prin rezolvarea clăilor particulare de probleme. Sunt utilizate în statistică și procesarea semnalelor, proiectarea sistemelor de reglare, simularea sistemelor dinamice, identificarea sistemelor neunomale, teoria reglării autonome etc.

3. NOȚIUNI TEORETICE

III. 1. ANALIZA FOURIER A SEMNALELOR PERIODICE

Notăm $x_p(t)$ un semnal periodic.

$$x_p(t) = x_p(t + kT_0) ; k \in \mathbb{Z}, (t) t \in \mathbb{R} \quad (3.1.1)$$

T_0 = perioada fundamentală [s]

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \text{frecvența fundamentală [Hz]}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \text{pulsatia fundamentală [rad/s]}$$

$\text{supp } \{x(t)\} = T_0 = \text{suporul unui semnal reprezentă lungimea intervalului pentru care semnalul este diferit de } \emptyset.$

III. 1.1. SERIA FOURIER EXPONENȚIALĂ

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{kc} \cdot e^{jk\omega_0 t} \quad (3.1.1.1)$$

$$a_{kc} = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (3.1.1.2)$$

$$a_{oc} = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt = \text{componenta continuă a semnalului.} \quad (3.1.1.3)$$

$$P_T = \frac{1}{T} \int_T x_p^2(t) dt = \sum_{k \in \mathbb{Z}} |a_{kc}|^2 = \text{relația lui Parseval} \quad (3.1.1.4)$$

III. 1.2. SERIA FOURIER ARMONICĂ

$$x_p(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k) \quad (3.1.2.1)$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt \quad (3.1.2.2)$$

III. 1.3. SERIA FOURIER TRIGONOMETRICĂ

$$x_p(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (C_k \cos(k\omega_0 t) + S_k \sin(k\omega_0 t)) \quad (3.1.3.1)$$

$$C_0 = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt \quad (3.1.3.2)$$

$$C_k = \frac{2}{T} \int_T x_p(t) \cos(k\omega_0 t) dt \quad (3.1.3.3)$$

$$S_k = \frac{2}{T} \int_T x_p(t) \sin(k\omega_0 t) dt \quad (3.1.3.4)$$

III. 1.4. RELAȚIA LUI PARSEVAL

$$P_T = \frac{1}{T} \int_T x_p^2(t) dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |a_{kc}|^2 = A_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^2}{2} = C_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k^2 + S_k^2}{2} \quad (3.1.4.1)$$

III. 1.5. RELAȚII DE LEGATURĂ ÎNTRE SFE, SFA și SFT

$$a_{oc} = A_0 = C_0 = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt = componenta continuă \quad (3.1.5.1)$$

$$|a_{kc}| = \sqrt{\frac{C_k^2 + S_k^2}{2}} = \frac{A_k}{2} \Rightarrow A_k^2 = C_k^2 + S_k^2 \quad (3.1.5.2)$$

$$\varphi_{kc} = \varphi_{-kc} = \varphi_k = -\arctg\left(\frac{S_k}{C_k}\right) \quad (3.1.5.3)$$

III. 1.6. PROPRIETĂȚILE SERIILOR FOURIER

- ① axintele de integrare se aleg convenabil pentru calculele efectuate pe o perioadă.
- ② Proprietatea conponenței continue: $a_{0c} = A_0 = C_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} x_p(t) dt = \frac{1}{T} \cdot \text{Aria (semnal algebraic)}$ (3.1.6.1)
- ③ Proprietatea de paritate a unui semnal periodic.
Un semnal este par dacă $x(t) = x(-t)$, $\forall t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ este simetric în funcție de Ox .

$$a_{kc} \in \mathbb{R}$$

$$C_k = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} x_p(t) \cos(k\omega_0 t) dt \quad (3.1.6.2)$$

$$S_k = 0 \quad (3.1.6.3)$$

$$a_{kc} = |a_{kc}| e^{j\varphi_k}, \text{ unde } \varphi_k = \begin{cases} 0, & a_{kc} > 0 \\ \pi, & a_{kc} < 0 \end{cases} \quad (3.1.6.4)$$

- ④ Proprietatea de simetrie a unui semnal periodic.
Un semnal este simetric dacă $x(t) = -x(-t)$, $\forall t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ este simetric în funcție de origine.

$$C_0 = 0 \quad (3.1.6.5)$$

$$a_{kc} = j \cdot \alpha, \alpha \in \mathbb{R}; a_{kc} = pur imagine \quad (3.1.6.6)$$

$$C_k = 0, k \in \mathbb{N}^* \quad (3.1.6.7)$$

$$S_k = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} x_p(t) \sin(k\omega_0 t) dt \quad (3.1.6.7)$$

⑤ Proprietatea simetriei de rotație.

$$x(t) = -x(t \pm T/2), \forall t \in \mathbb{R}. \quad (3.1.6.8)$$

Un semnal are simetrie de rotație dacă prin deplasare la stânga sau la dreapta cu $T/2$ și apoi rotirea lui în jurul axei Ox se obține semnalul de la care am plecat.

Un semnal care are simetrie de rotație are armonice pari mici.

$$\begin{cases} a_{2k} = 0 \\ C_{2k} = S_{2k} = 0 \end{cases} \quad (3.1.6.9)$$

Semnalele cu simetrie de rotație au componenta continuă nulă.

⑥ Proprietatea de simetrie ascunsă.

Fie $x(t)$ un semnal fără proprietatea de simetrie, paritate și fără simetrie de rotație.

Fie $x_1(t) = x(t) + c_0 \Rightarrow x_1(t)$ este $x(t)$ fără componentă continuă \Rightarrow se poate întâmpla ca $x_1(t)$ să aibă una sau mai multe proprietăți ascunse de componenta continuă \Rightarrow se spune că respectiva proprietate este ascunsă de componentă continuă.

⑦ Proprietatea de deplasare în timp

$$SFE: x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{kc} e^{jk\omega_0 t}$$

$$y(t) = x(t-t_0) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_{kc} e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{kc} e^{jk\omega_0(t-t_0)} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{kc} e^{-jk\omega_0 t_0} e^{jk\omega_0 t}$$

$$b_{kc} = a_{kc} \cdot e^{-jk\omega_0 t_0} \quad (3.1.6.10)$$

$$SFT: \quad x(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (C_k \cos(k\omega_0 t) + S_k \sin(k\omega_0 t))$$

$$y(t) = x(t-t_0) = C_0' + \sum_{k=1}^{\infty} (C_k' \cos(k\omega_0 t) + S_k' \sin(k\omega_0 t))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0' = C_0 \\ C_k' = C_k \cos(k\omega_0 t_0) - S_k \sin(k\omega_0 t_0) \\ S_k' = C_k \sin(k\omega_0 t_0) + S_k \cos(k\omega_0 t_0) \end{array} \right. \quad (3.1.6.11)$$

$$SFA: \quad x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$$

$$x(t-t_0) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k - k\omega_0 t_0)$$

$$y(t) = B_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = B_0 \\ A_k = B_k \\ \varphi_k' = \varphi_k - k\omega_0 t_0 \end{array} \right. \quad (3.1.6.12)$$

§ Proprietățea de derivare

$$SFE: \quad x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{kc} \cdot e^{j k \omega_0 t} + a_{oc}$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_{kc} \cdot e^{j k \omega_0 t} = \frac{dx(t)}{dt} \quad (3.1.6.13)$$

$$b_{kc} = j k \omega_0 \cdot a_{kc}, \quad (t) \quad k \in \mathbb{Z}^*$$

$$b_{oc} = 0$$

$$SFT : \quad x(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (C_k \cos(k\omega_0 t) + S_k \sin(k\omega_0 t))$$

$$(3.1.6.14) \quad \left\{ \begin{array}{l} y(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \sum_{k=1}^{\infty} (-k\omega_0 C_k \sin(k\omega_0 t) + k\omega_0 S_k \cos(k\omega_0 t)) \\ C_0' = 0 \end{array} \right.$$

$$SFA : \quad x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$$

$$(3.1.6.15) \quad \left\{ \begin{array}{l} y(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \sum_{k=1}^{\infty} (-k\omega_0 A_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k)) = \sum_{k=1}^{\infty} k\omega_0 A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k + \frac{\pi}{2}) \end{array} \right.$$

⑨ Proprietăți de integrare

$$(3.1.6.16) \quad \left\{ \begin{array}{l} x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{kc} e^{jk\omega_0 t} \quad \text{fără componentă continuă} \\ y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{a_{kc}}{jk\omega_0} e^{jk\omega_0 t} + C \end{array} \right.$$

III . 2 . ANALIZA FOURIER A SEMNALELOR NEPERIODICE

III . 2 . 1 . TRANSFORMATA FOURIER DIRECTĂ

$$X(w) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (3.2.1.1)$$

III . 2 . 2 . TRANSFORMATA FOURIER INDIRECTĂ

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(w) e^{j\omega t} dw \quad (3.2.2.1)$$

III . 2 . 3 TEOREMA RAYLEIGH A ENERGIEI

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(w)|^2 dw \quad (3.2.3.1)$$

III . 2 . 4 . PROPIETĂȚILE TRANSFORMAȚIEI FOURIER

① Proprietatea de liniaritate

$$x_1(t) \longleftrightarrow X_1(w)$$

$$x_2(t) \longleftrightarrow X_2(w)$$

$$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longleftrightarrow X(w) = \alpha_1 X_1(w) + \alpha_2 X_2(w)$$

$$\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R} ; x_1(t), x_2(t) \in \mathbb{R} \quad (3.2.4.1)$$

② Consecințe ale caracterului real al lui $x(t)$

$$\begin{cases} |X(w)| = |X(-w)| \\ \varphi(w) = -\varphi(-w) \end{cases} \quad (3.2.4.2)$$

$$\begin{cases} \operatorname{Re}\{X(w)\} = \operatorname{Re}\{X(-w)\} \\ \operatorname{Im}\{X(w)\} = -\operatorname{Im}\{X(-w)\} \end{cases} \quad (3.2.4.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{\text{par}}(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2} \\ x_{\text{impar}}(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2} \end{array} \right. \quad (3.2.4.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t) \iff X(w) \\ x_{\text{par}}(t) \iff \Re \{ X(w) \} \\ x_{\text{impar}}(t) \iff j \Im \{ X(w) \} \end{array} \right. \quad (3.2.4.5)$$

③ Proprietatea întărzierii în timp

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) \iff X(w) \\ x(t-t_0) \iff X(w) e^{-jw t_0} \end{array} \right. \quad (3.2.4.6)$$

④ Proprietatea de deplasare în frecvență

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) \iff X(w) \\ x(t) e^{jw t} \iff X(w-w_0) \end{array} \right. \quad (3.2.4.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) \cos(w_0 t) \iff \frac{1}{2} [X(w-w_0) + X(w+w_0)] \\ x(t) \sin(w_0 t) \iff \frac{1}{2j} [X(w-w_0) - X(w+w_0)] \end{array} \right. \quad (3.2.4.8)$$

⑤ Proprietatea de dualitate

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) \iff X(w) \\ X(t) \iff 2\pi x(-w) \end{array} \right. \quad (3.2.4.9)$$

⑥ Proprietatea de schimbare de scală

$$\begin{cases} x(t) \leftrightarrow X(w) \\ x(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{w}{a}\right) \end{cases} \quad (3.2.4, 10)$$

$a \in \mathbb{R}^*$

⑦ Proprietatea de derivare în timp

$$\begin{cases} x(t) \leftrightarrow X(w) \\ \frac{dx(t)}{dt} \leftrightarrow jw X(w) \end{cases} \quad (3.2.4, 11)$$

⑧ Proprietatea de integrare în timp

$$\begin{cases} x(t) \leftrightarrow X(w) \\ \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{X(w)}{jw} \end{cases} \quad (3.2.4, 12)$$

⑨ Proprietatea de derivare în frecvență

$$\begin{cases} x(t) \leftrightarrow X(w) \\ -jt x(t) \leftrightarrow \frac{d X(w)}{dw} \end{cases} \quad (3.2.4, 13)$$

⑩ Proprietatea de integrare în frecvență

$$\begin{cases} x(t) \leftrightarrow X(w) \\ \frac{x(t)}{-jt} \leftrightarrow \int_{-\infty}^w X(\lambda) d\lambda \end{cases} \quad (3.2.4, 14)$$

III. 3. CONVOLUȚIA SEMNALELOR

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(\tau) x_2(t-\tau) d\tau, \quad (\#) \quad t \in \mathbb{R} \quad (3.3.1)$$

Notatie : $x(t) = x_1(t) * x_2(t) = (x_1 * x_2)(t)$

III. 3.1. TEOREMA INTEGRALEI DE CONVOLUȚIE

$$\begin{aligned} x_1(t) &\leftrightarrow X_1(w) \\ x_2(t) &\leftrightarrow X_2(w) \\ \underline{x(t) = x_1(t) * x_2(t)} &\leftrightarrow X(w) = X_1(w) \cdot X_2(w) \end{aligned} \quad (3.3.1.1)$$

III. 3.2. CONSECUINȚE ALE TIC

① Produsul de convoluție este comutativ

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t) = x_2(t) * x_1(t) \quad (3.3.2.1)$$

② Asociativitate

$$x_1(t) * (x_2(t) * x_3(t)) = (x_1(t) * x_2(t)) * x_3(t) \quad (3.3.2.2)$$

③ Distributivitate

$$x_1(t) * (x_2(t) + x_3(t)) = x_1(t) * x_2(t) + x_1(t) * x_3(t) \quad (3.3.2.3)$$

④ Produsul de convoluție nu se schimbă la derivare / integrare numărătoare

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t) = x_1'(t) * \int_{-\infty}^t x_2(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t x_1(\tau) d\tau * x_2'(t)$$

⑤ Derivarea produsului de convoluție :

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = x_1(t) * x_2(t) \\ x'(t) = x_1'(t) * x_2(t) = x_1(t) * x_2'(t) \\ x''(t) = x_1'(t) * x_2'(t) = x_1''(t) * x_2(t) = x_1(t) * x_2''(t) \end{array} \right. \quad (3.3.2.4)$$

$$\textcircled{6} \quad \text{supp } \{x(t)\} = \{t \in \mathbb{R} \mid x(t) \neq 0\} \Rightarrow \text{supp } \{x(t)\} = t_2 - t_1$$

$$\text{daca } x(t) = x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow \text{supp } \{x(t)\} = \text{supp } \{x_1(t)\} + \text{supp } \{x_2(t)\} \quad (3.3.2.6)$$

$$\textcircled{7} \quad x(t) = x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow x_1(t-t_1) + x_2(t-t_2) = x(t-t_1-t_2) \quad (3.3.2.7)$$

III. 3.3. TEOREMA CONVOLUȚIEI ÎN FRECVENTĂ

$$X_1(\omega), X_2(\omega) \in L_1(\mathbb{C})$$

$$X(\omega) = \sum_{-\infty}^{+\infty} X_1(\lambda) X_2(\omega - \lambda) d\lambda = X_1(\omega) * X_2(\omega) \quad (3.3.3.1)$$

$$x_1(t) \longleftrightarrow X_1(\omega)$$

$$x_2(t) \longleftrightarrow X_2(\omega)$$

$$x(t) = \sqrt{x_1(t) \cdot x_2(t)} \longleftrightarrow X(\omega) = X_1(\omega) * X_2(\omega) \quad (3.3.3.2)$$

III. 3.4. CORELATIJA și AUTOCORELATIJA

$$x_1(t), x_2(t) \in L_1(\mathbb{R})$$

$$\begin{aligned} k_{12}(\tau) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} x_1(t) x_2(t+\tau) dt \\ k_{21}(\tau) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} x_2(t) x_1(t+\tau) dt \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{corelatie} \\ (3.3.4.1) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} k_{22}(\tau) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} x_2(t) x_2(t+\tau) dt \\ k_{11}(\tau) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} x_1(t) x_1(t+\tau) dt \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{autocorelatie} \\ (3.3.4.2) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{k_{12}(\tau)\} &= \overline{X_1(\omega)} \cdot X_2(\omega) \\ \mathcal{F}\{k_{21}(\tau)\} &= X_1(\omega) \cdot \overline{X_2(\omega)} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{corelatie} \\ (3.3.4.3) \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}\{k_{11}(\tau)\} &= \overline{X_1(w)} \cdot X_1(w) = |X_1(w)|^2 \\ \mathcal{F}\{k_{22}(\tau)\} &= X_2(w) \cdot \overline{X_2(w)} = |X_2(w)|^2 \end{aligned} \right\} \text{autocorelație } (3.3.4.4)$$

III. 4. DISTRIBUȚII

Distribuțiile sunt funcții generalizate.

Suportul unei semnale este lungimea intervalului pentru care semnalul este diferit de ϕ .

Dacă semnalul are suportul pe axa pozitivă se numește semnal causal.

Dacă semnalul are suportul pe axa negativă se numește semnal anticausal.

Dacă semnalul are suportul pe axa pozitivă și axa negativă se numește semnal noncausal.

III. 4.1 PROPIETĂȚILE DISTRIBUȚIILOR REGULATE

① Anularea unei distribuții

$$\varphi \in \mathcal{D}, \text{supp } \{\varphi\} = \mathbb{T}$$

Dacă $\langle f, \varphi \rangle = 0, (\forall) \varphi \in \mathcal{D} \Rightarrow f = 0, (\forall) t \in \mathbb{T}$

② Egalitatea a două distribuții

Dacă $\langle f_1, \varphi \rangle = \langle f_2, \varphi \rangle, (\forall) \varphi \in \mathcal{D} \Rightarrow f_1 = f_2$

③ Limita unui sir de distribuții, f_n

Dacă $\lim_{n \rightarrow \infty} \langle f_n, \varphi \rangle = \langle f, \varphi \rangle$, (\forall) $\varphi \in D \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} f_n = f$

④ Schimbarea de variabilă

$$\langle f(at+b), \varphi(t) \rangle = \frac{1}{|a|} \langle f(\tau), \varphi\left(\frac{\tau-b}{a}\right) \rangle, (\forall) a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}.$$

⑤ Înmulțirea unei distribuții cu o funcție $g(t) \in C^\infty(\mathbb{R})$

$$\langle gf, \varphi \rangle = \langle f, g \cdot \varphi \rangle$$

⑥ Derivarea unei distribuții

$$\langle f^{(n)}, \varphi \rangle = (-1)^n \langle f, \varphi^{(n)} \rangle, (\forall) \varphi \in D$$

⑦ Liniaritatea unei distribuții

$$\langle \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2, \varphi \rangle = \alpha_1 \langle f_1, \varphi \rangle + \alpha_2 \langle f_2, \varphi \rangle, (\forall) \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{C}, \\ (\forall) \varphi \in D.$$

III. 4.2. PROPRIETĂȚILE DISTRIBUȚIEI DIRAC

① Distribuție punctuală

$$f(t) = 0 ; t \neq 0.$$

$$\text{supp } \{ \varphi(t) \} = (-\infty, -\varepsilon) ; \varepsilon > 0 \Rightarrow \langle f, \varphi \rangle = \varphi(0) = 0$$

$$\text{supp } \{ \varphi(t) \} = (\varepsilon, \infty) ; \varepsilon > 0 \Rightarrow \langle f, \varphi \rangle = \varphi(0) = 0$$

② $f(at) = \frac{1}{|a|} f(t)$, $a \in \mathbb{R}^+$

$$a = -1 \Rightarrow f(-t) = f(t) \Rightarrow \text{distribuție paro}$$

$$\textcircled{3} \quad g \in C^1 \rightarrow g(t) \cdot f(t) = g(0) \cdot f(t)$$

$$\textcircled{4} \quad \langle f(t-t_0), \varphi(t) \rangle = \varphi(t_0)$$

$$\textcircled{5} \quad g(t) \cdot f'(t) = g(0) f'(t) - g'(0) f(t)$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{du(t)}{dt} = f(t), \quad u(t) = \text{distribuția Heaviside (treptă-unitate)}$$

\textcircled{7} Fie $f(t)$ o funcție discontinuă de probă spătă în t_0 , $f: (-\infty, t_0) \cup (t_0, \infty) \rightarrow \mathbb{C}$

f continuă

$$\Delta_{t_0} = f(t_0+) - f(t_0-) < \infty$$

Notă f_- o funcție continuă pe interval

$$\langle f'(t), \varphi(t) \rangle = \Delta_{t_0} \langle f(t-t_0), \varphi(t) \rangle + \langle f'_-(t), \varphi(t) \rangle,$$

\textcircled{8} $\varphi \in D$.

$$f'(t) = f'_-(t) + \Delta_{t_0} f(t-t_0)$$

Dacă are k puncte de discontinuitate de spătă și, atunci:

$$f'(t) = \sum_k \Delta_{t_k} \cdot f(t-t_k) + f'_-(t)$$

\textcircled{9} $g(t) \in C^\infty(\mathbb{R})$

$$f(g(t)) = \sum_k \frac{1}{|g'(t_k)|} f(t-t_k), \quad \text{unde } t_k \text{ sunt zerourile lui } g(t)$$

$g(t_k) = 0 =$ număr finit de zeroi.

III . 5. TRANSFORMATA LAPLACE

III . 5.1. TRANSFORMATA LAPLACE BILATERALĂ

$$\mathcal{L}_B \{x(t)\} = X_B(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-st} dt; s \in \mathbb{C} \quad (3.5.1.1)$$

$s = \bar{\tau} + j\omega$ = frecvență complexă

$$\bar{\tau} = \operatorname{Re}\{s\}$$

$$(f) X_B(s) \text{ dacă } \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| e^{-\bar{\tau}t} dt < \infty$$

$\bar{\tau}$ = asigură convergență integrali = factor / rază de convergență

III . 5.2. TRANSFORMATA LAPLACE BILATERALĂ INVERSĂ

$$x(t) = \mathcal{L}_B^{-1} \{X_B(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\bar{\tau}-j\infty}^{\bar{\tau}+j\infty} X_B(s) e^{st} ds \quad (3.5.2.1)$$

$x(t)$ = funcție originală

$X_B(s)$ = funcție imagine a lui $x(t)$ în planul s .

III . 5.3. TRANSFORMATA LAPLACE UNILATERALĂ

$x(t)$ causal

$$\mathcal{L} \{x(t) \cdot u(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-st} dt \quad (3.5.3.1)$$

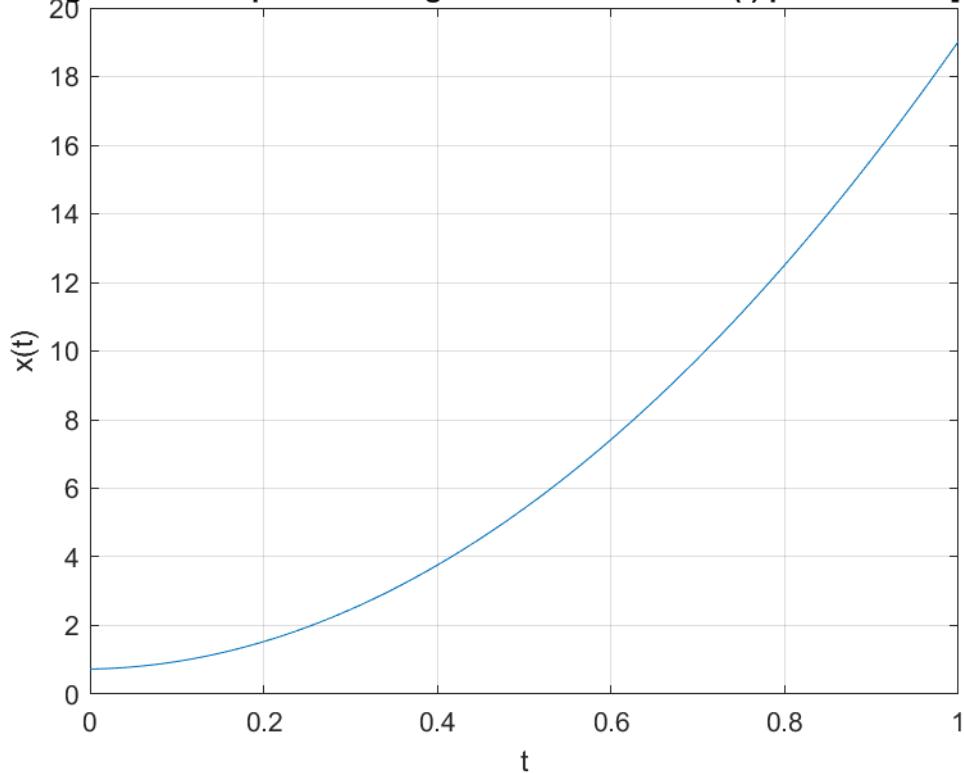
$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\bar{\tau}-j\infty}^{\bar{\tau}+j\infty} X(s) \cdot e^{st} dt \quad (3.5.3.2)$$

4.REZULTATE EXPERIMENTALE

$$x(t) = 17.865*t^2 + 0.4329*t + 0.7307, t \in [0,1]$$

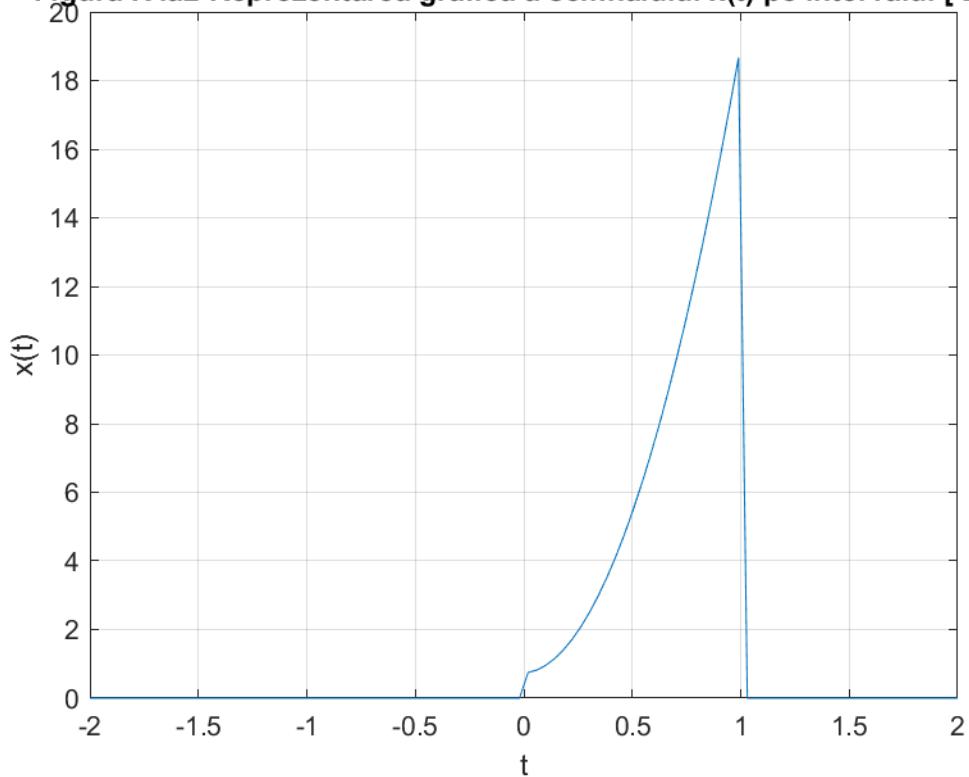
a) Sa se reprezinte grafic in Matlab semnalul $x(t)$ pe intervalul $[0,1]$ si pe intervalul $[-2,2]$.

Figura IV.a1-Reprezentarea grafica a semnalului $x(t)$ pe intervalul $[0,1]$



```
t=linspace(0,1);
x=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;
plot(t,x)
xlabel('t')
ylabel('x(t)')
grid
title('Figura IV.a1-Reprezentarea grafica a semnalului x(t) pe intervalul [0,1]')
```

Figura IV.a2-Reprezentarea grafica a semnalului $x(t)$ pe intervalul $[-2,2]$

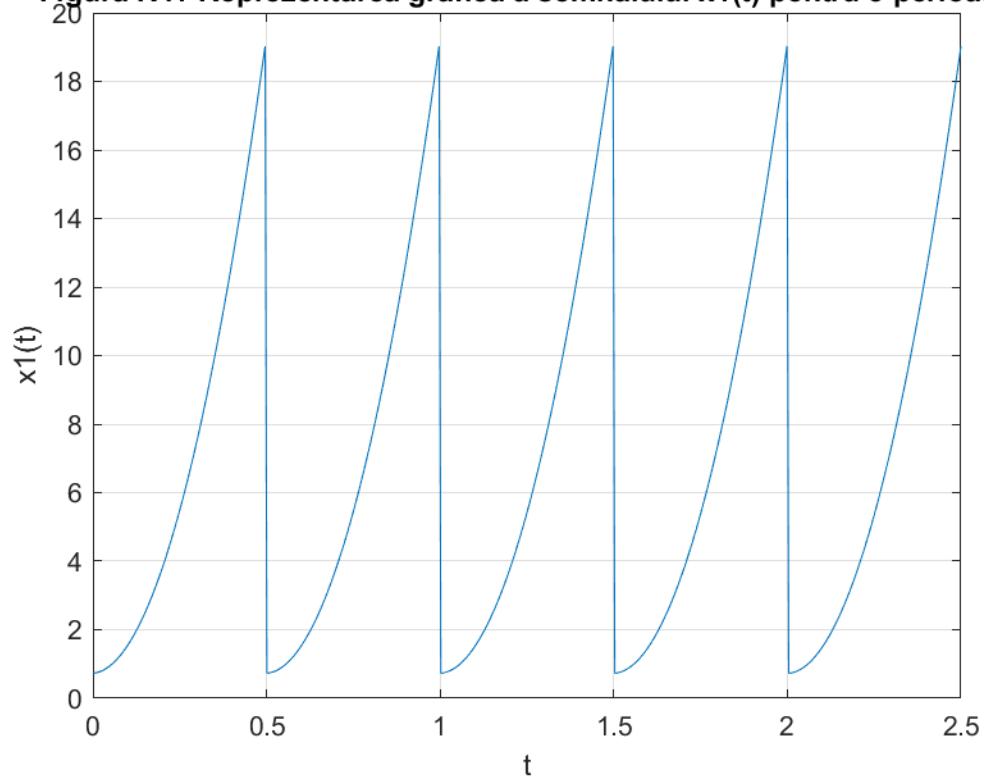


```
t=linspace(-2,2);
x=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;
a=x.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x(t)')
grid
title('Figura IV.a2-Reprezentarea grafica a semnalului x(t) pe intervalul [-2,2]')
```

b) Sa se construiasca si sa se reprezinte grafic semnalele $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$, $-x_i(t)$, $x_i(t)+y_i(t)$ pentru 5 perioade si pentru 21 de perioade;

$$x_1(t) = x(t) * \delta T_1(t); T_1 = 0.5$$

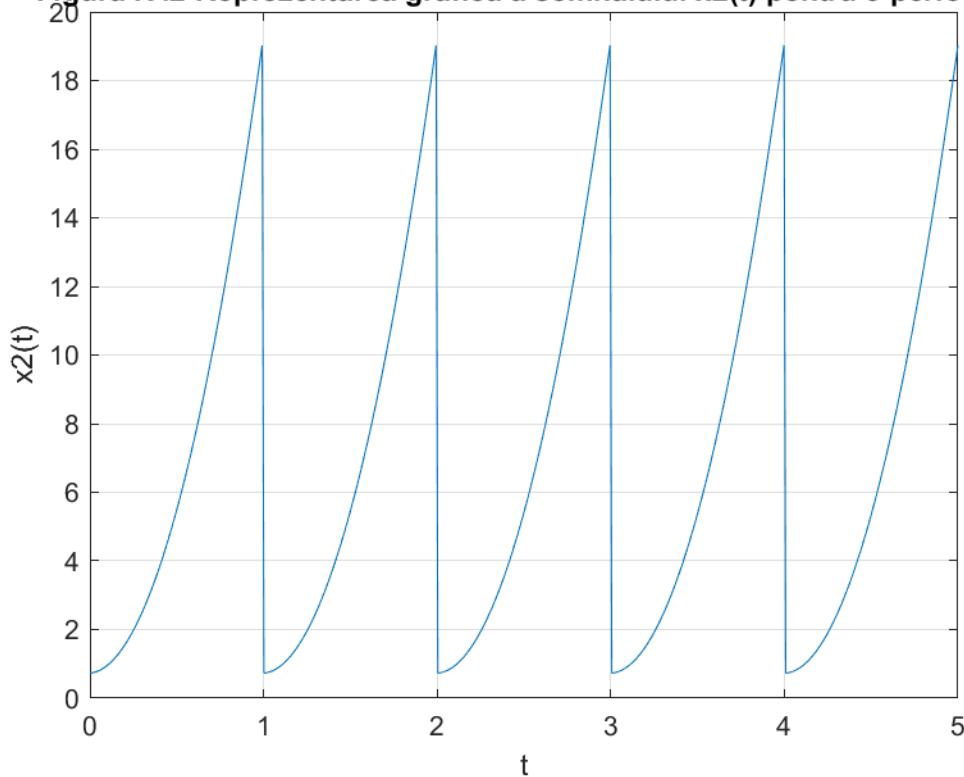
Figura IV.1-Reprezentarea grafica a semnalului $x_1(t)$ pentru 5 perioade



```
t1=linspace(0,2.5,500);
x1=x'*ones(1,5);
x1=x1(:);
plot(t1,x1);
xlabel('t')
ylabel('x1(t)')
grid
title('Figura IV.1-Reprezentarea grafica a semnalului x1(t) pentru 5 perioade')
```

$$x_2(t) = x(t) * \delta T_2(t); T_2 = 1$$

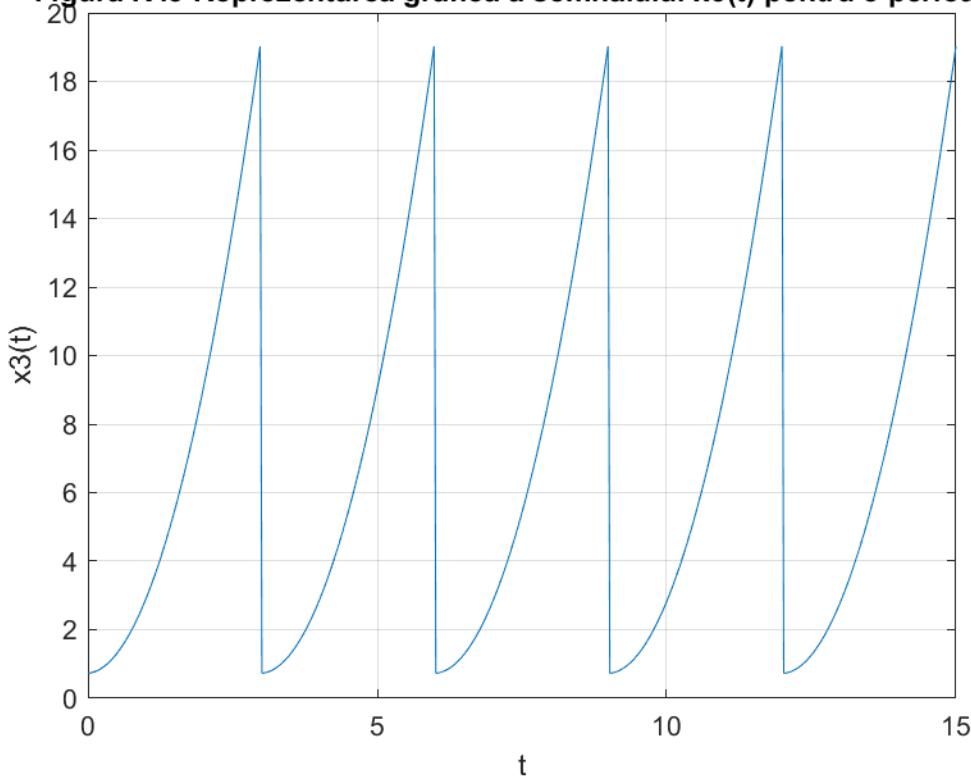
Figura IV.2-Reprezentarea grafica a semnalului $x_2(t)$ pentru 5 perioade



```
v=ones(1,5);
t2=linspace(0,5,500);
x2=x'*v;
x2=x2(:);
plot(t2,x2);
xlabel('t')
ylabel('x2(t)')
grid
title('Figura IV.2-Reprezentarea grafica a semnalului x2(t) pentru 5 perioade')
```

$$x_3(t) = x(t) * \delta T_3(t); T_3 = 3$$

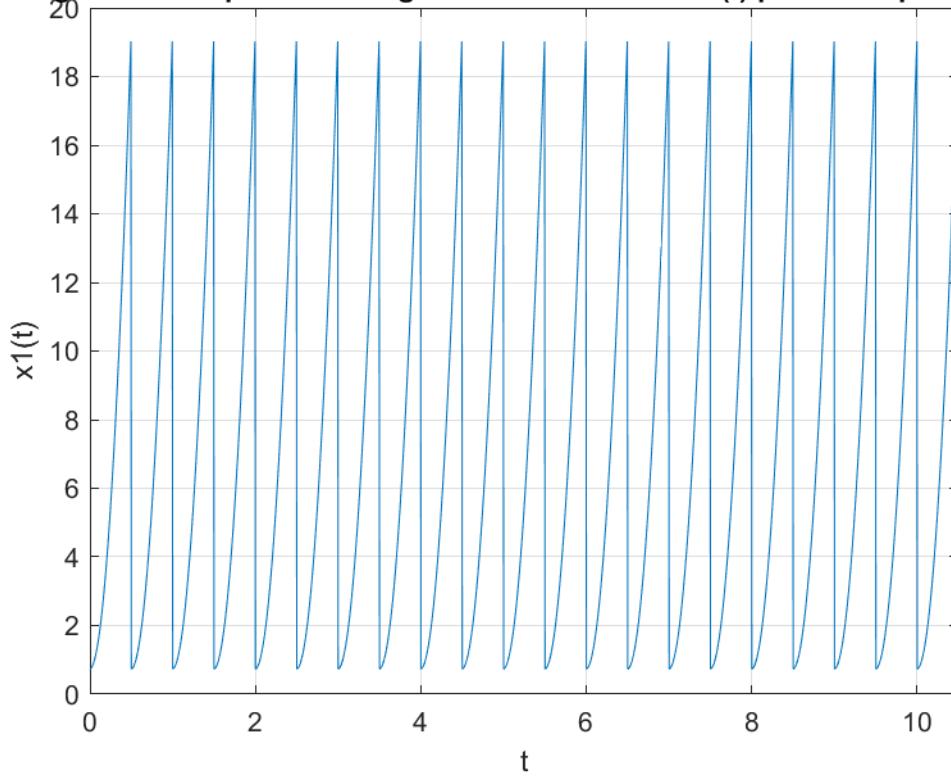
Figura IV.3-Reprezentarea grafica a semnalului $x_3(t)$ pentru 5 perioade



```
v=ones(1,5);
t3=linspace(0,15,500);
x3=x'*v;
x3=x3(:);
plot(t3,x3);
xlabel('t')
ylabel('x3(t)')
grid
title('Figura IV.3-Reprezentarea grafica a semnalului x3(t) pentru 5 perioade')
```

$$x_1(t) = x(t) * \delta T_1(t); T_1 = 0.5$$

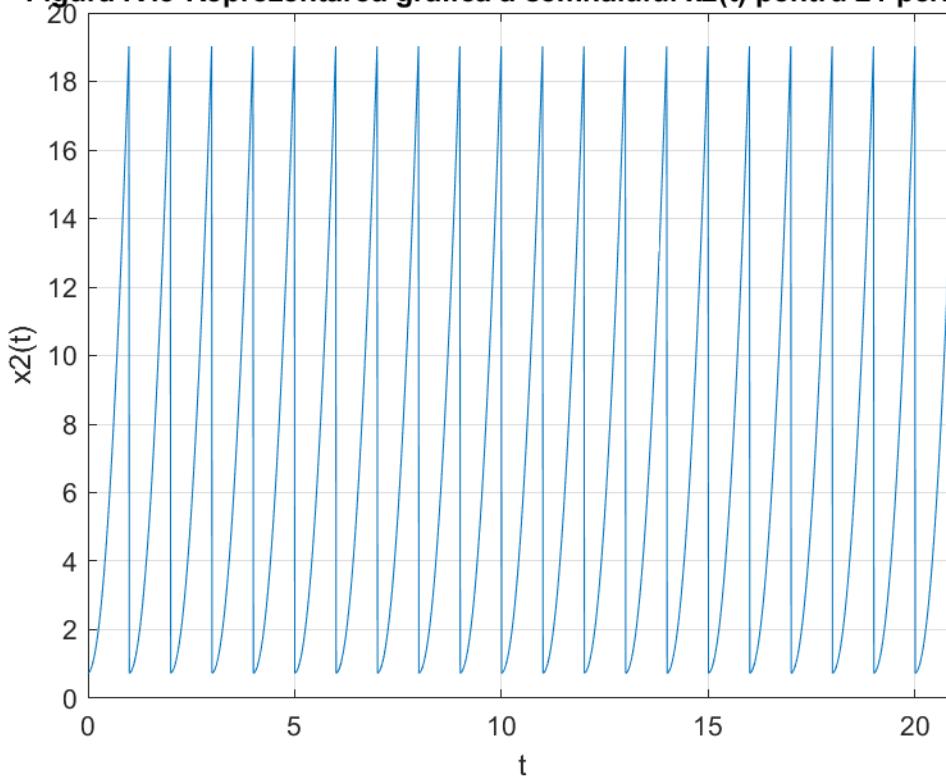
Figura IV.4-Reprezentarea grafica a semnalului $x_1(t)$ pentru 21 perioade



```
x11=x'*ones(1,21);
t11=linspace(0,10.5,2100);
x11=x11(:);
plot(t11,x11)
grid
axis([0 10.5 0 20])
xlabel('t')
ylabel('x1(t)')
title('Figura IV.4-Reprezentarea grafica a semnalului x1(t) pentru 21 perioade')
```

$$x_2(t) = x(t) * \delta T_2(t); T_2 = 1$$

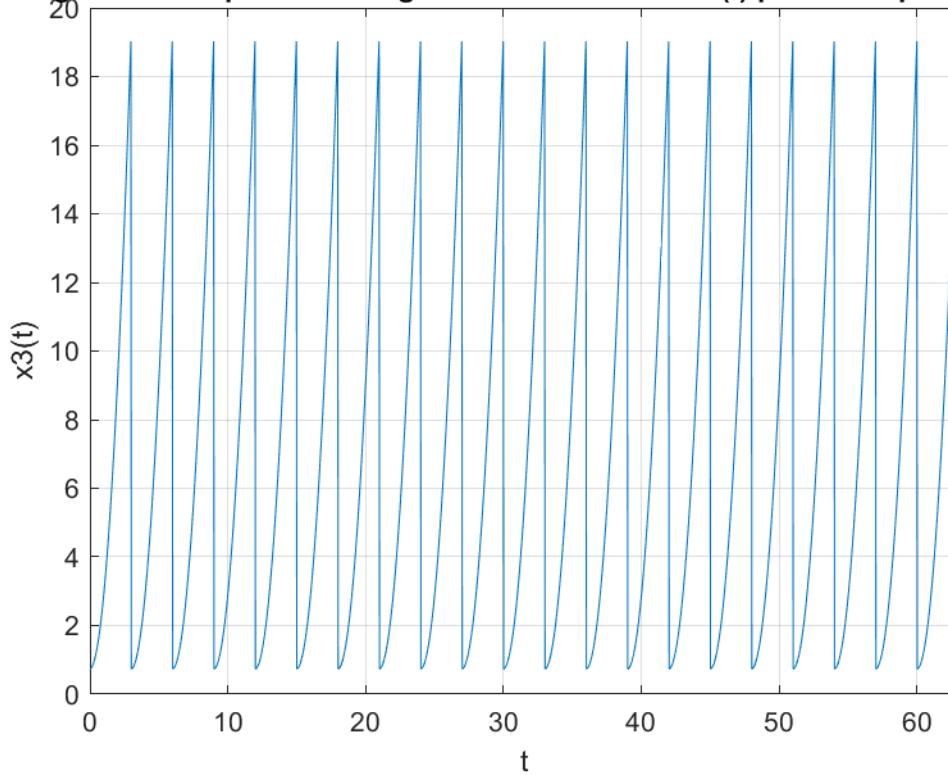
Figura IV.5-Reprezentarea grafica a semnalului $x_2(t)$ pentru 21 perioade



```
x22=x'*ones(1,21);
t22=linspace(0,21,2100);
x22=x22(:);
plot(t22,x22)
grid
axis([0 21 0 20])
xlabel('t')
ylabel('x2(t)')
title('Figura IV.5-Reprezentarea grafica a semnalului x2(t) pentru 21 perioade')
```

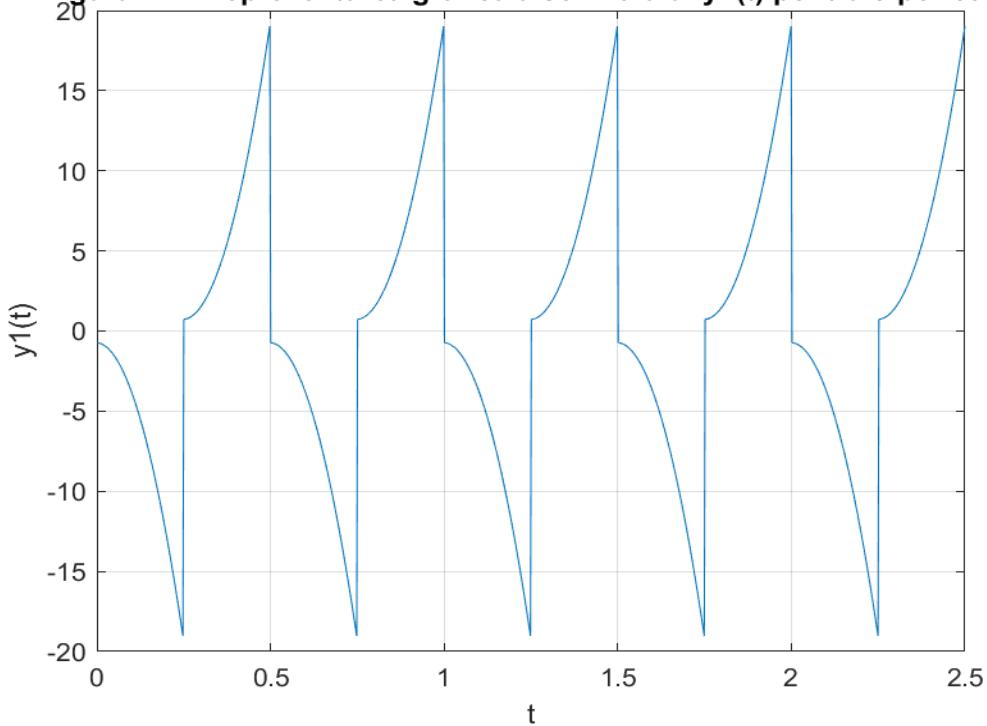
$$x_3(t) = x(t) * \delta T_3(t); T_3=3$$

Figura IV.6-Reprezentarea grafica a semnalului $x_3(t)$ pentru 21 perioade



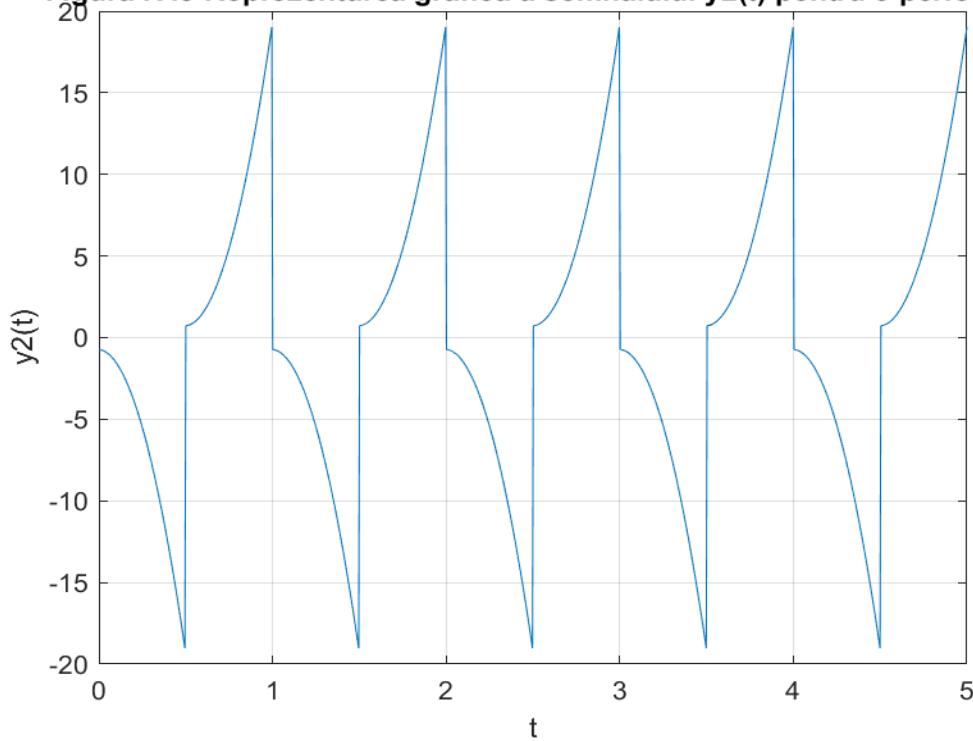
```
x33=x'*ones(1,21);
t33=linspace(0,63,2100);
x33=x33(:);
plot(t33,x33)
grid
axis([0 63 0 20])
xlabel('t')
ylabel('x3(t)')
title('Figura IV.6-Reprezentarea grafica a semnalului x3(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.7-Reprezentarea grafica a semnalului $y_1(t)$ pentru 5 perioade



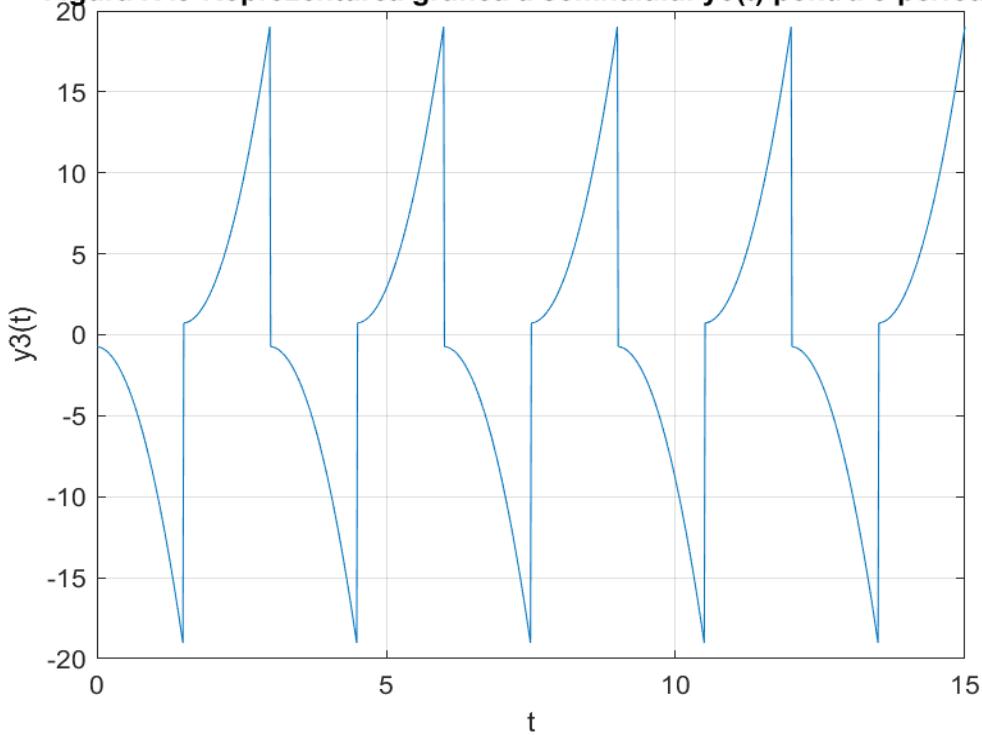
```
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
v(k)=-1;
else
v(k)=1;
end
end
y1=x'*v;
ty1=linspace(0,2.5,1000);
y1=y1(:);
plot(ty1,y1)
grid
xlabel('t')
ylabel('y1(t)')
title('Figura IV.7-Reprezentarea grafica a semnalului y1(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.8-Reprezentarea grafica a semnalului $y_2(t)$ pentru 5 perioade



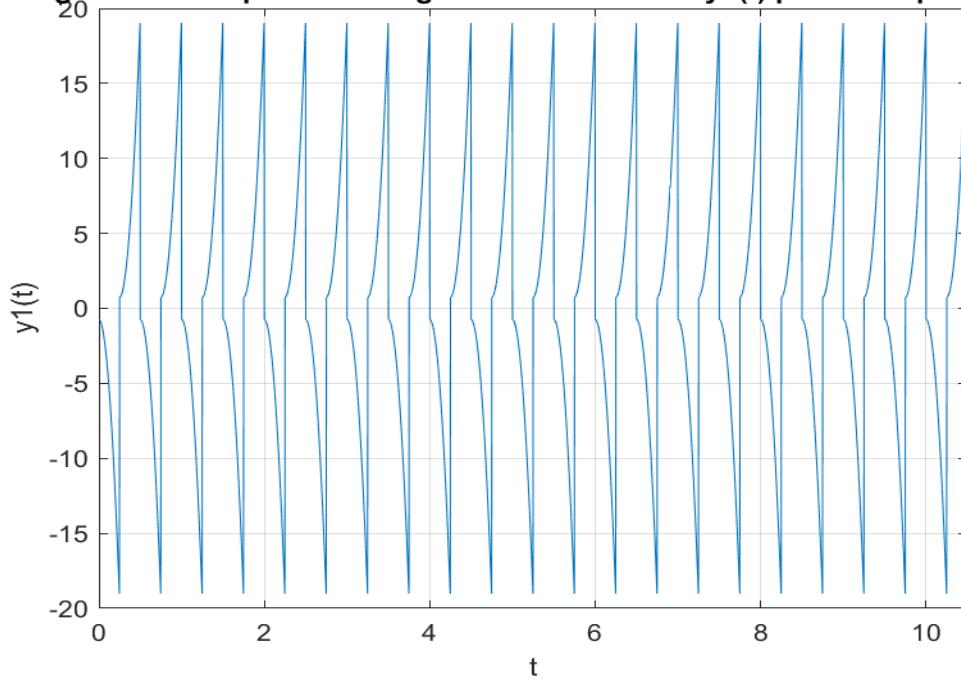
```
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
v(k)=-1;
else
v(k)=1;
end
end
y2=x'*v;
ty2=linspace(0,5,1000);
y2=y2(:);
plot(ty2,y2)
grid
xlabel('t')
ylabel('y2(t)')
title('Figura IV.8-Reprezentarea grafica a semnalului y2(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.9-Reprezentarea grafica a semnalului $y_3(t)$ pentru 5 perioade



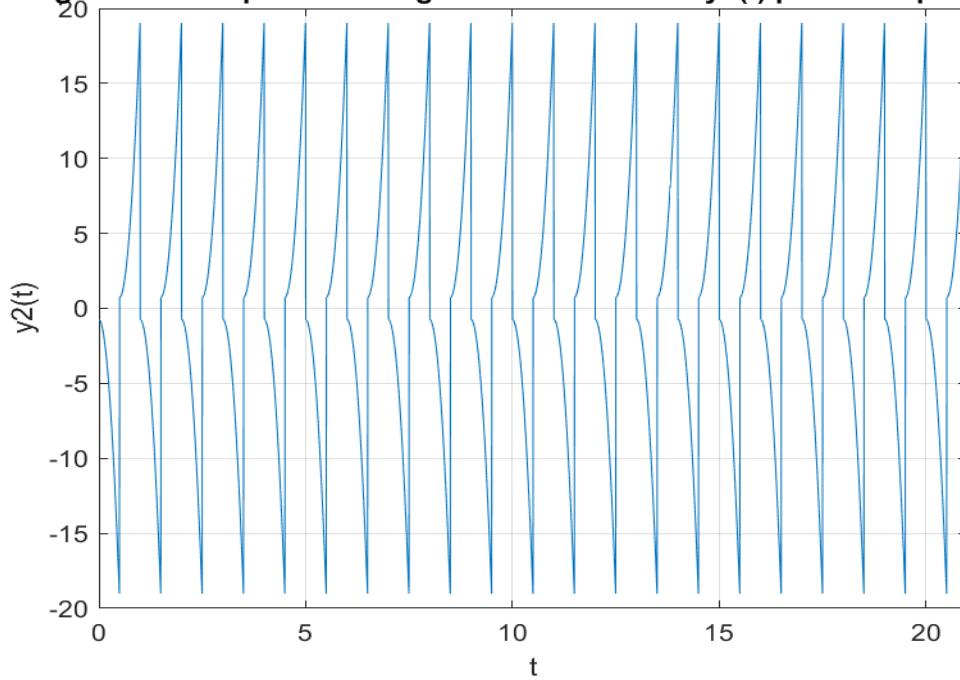
```
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
v(k)=-1;
else
v(k)=1;
end
end
y3=x'*v;
ty3=linspace(0,15,1000);
y3=y3(:);
plot(ty3,y3)
grid
xlabel('t')
ylabel('y3(t)')
title('Figura IV.9-Reprezentarea grafica a semnalului y3(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.10-Reprezentarea grafica a semnalului $y_1(t)$ pentru 21 perioade



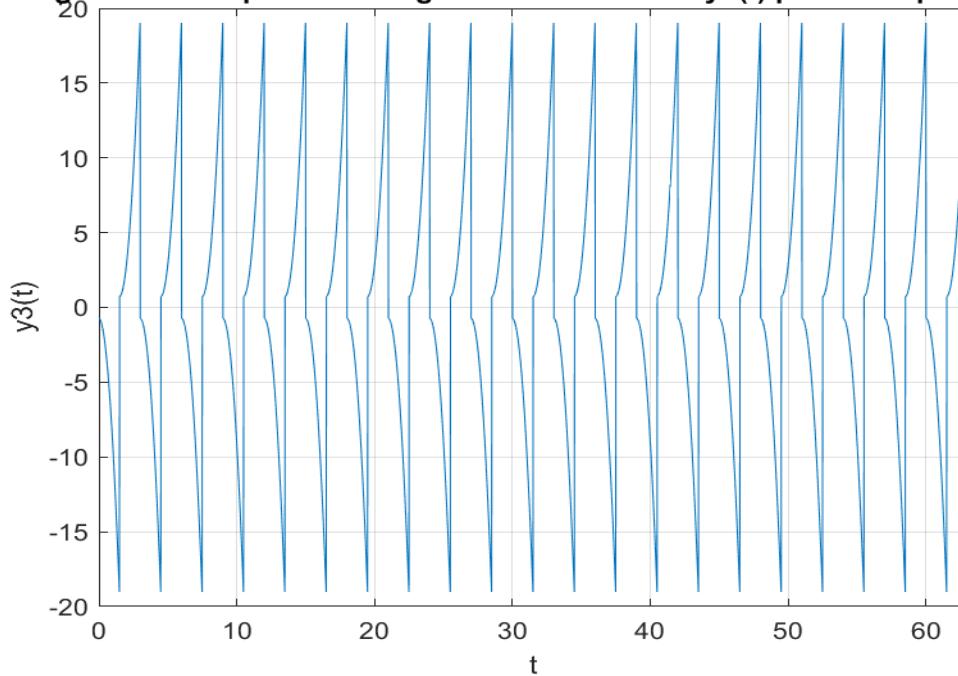
```
v=ones(1,42);  
for k=1:1:42  
if(mod(k,2)==1)  
v(k)=-1;  
else  
v(k)=1;  
end  
end  
y11=x'*v;  
ty11=linspace(0,10.5,4200);  
y11=y11(:);  
plot(ty11,y11)  
grid  
xlabel('t')  
ylabel('y1(t)')  
axis([0 10.5 -20 20])  
title('Figura IV.10-Reprezentarea grafica a semnalului y1(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.11-Reprezentarea grafica a semnalului $y_2(t)$ pentru 21 perioade



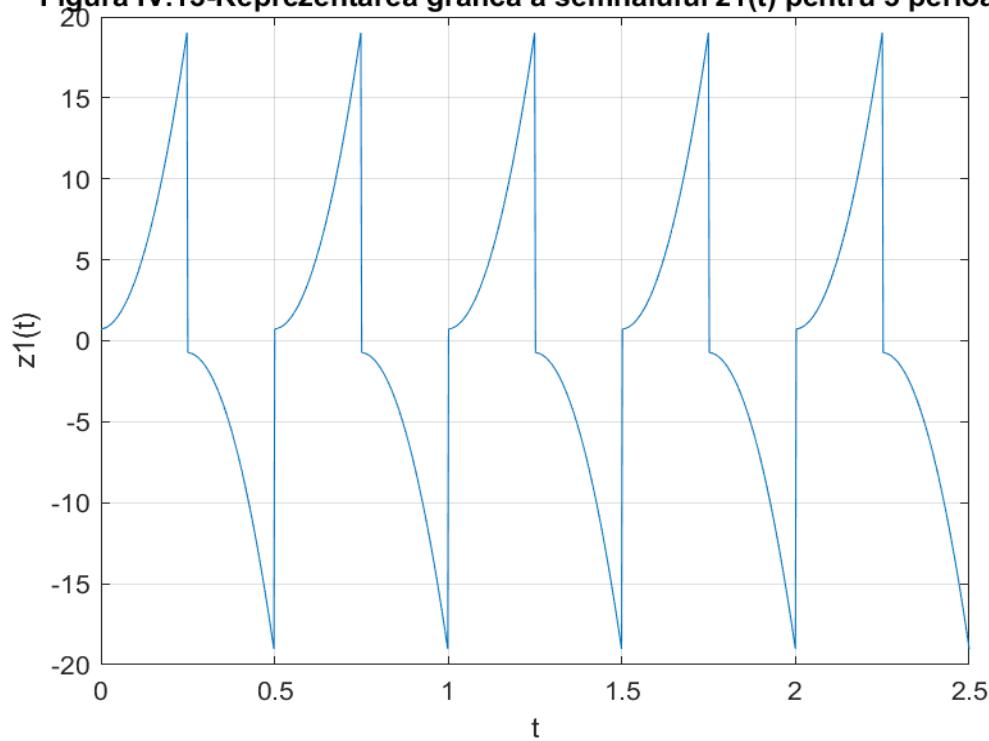
```
v=ones(1,42);  
for k=1:1:42  
if(mod(k,2)==1)  
v(k)=-1;  
else  
v(k)=1;  
end  
end  
y22=x'*v;  
ty22=linspace(0,21,4200);  
y22=y22(:);  
plot(ty22,y22)  
grid  
xlabel('t')  
ylabel('y2(t)')  
axis([0 21 -20 20])  
title('Figura IV.11-Reprezentarea grafica a semnalului y2(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.12-Reprezentarea grafica a semnalului $y_3(t)$ pentru 21 perioade



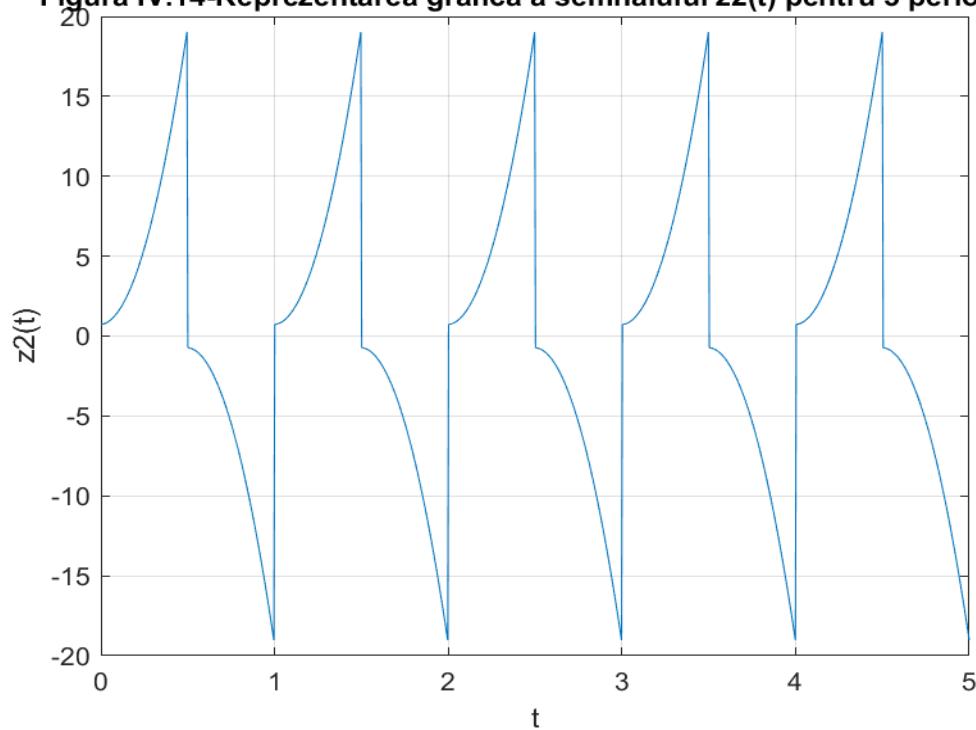
```
v=ones(1,42);  
for k=1:1:42  
if(mod(k,2)==1)  
v(k)=-1;  
else  
v(k)=1;  
end  
end  
y33=x'*v;  
ty33=linspace(0,63,4200);  
y33=y33(:);  
plot(ty33,y33)  
grid  
xlabel('t')  
ylabel('y3(t)')  
axis([0 63 -20 20])  
title('Figura IV.12-Reprezentarea grafica a semnalului y3(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.13-Reprezentarea grafica a semnalului $z_1(t)$ pentru 5 perioade



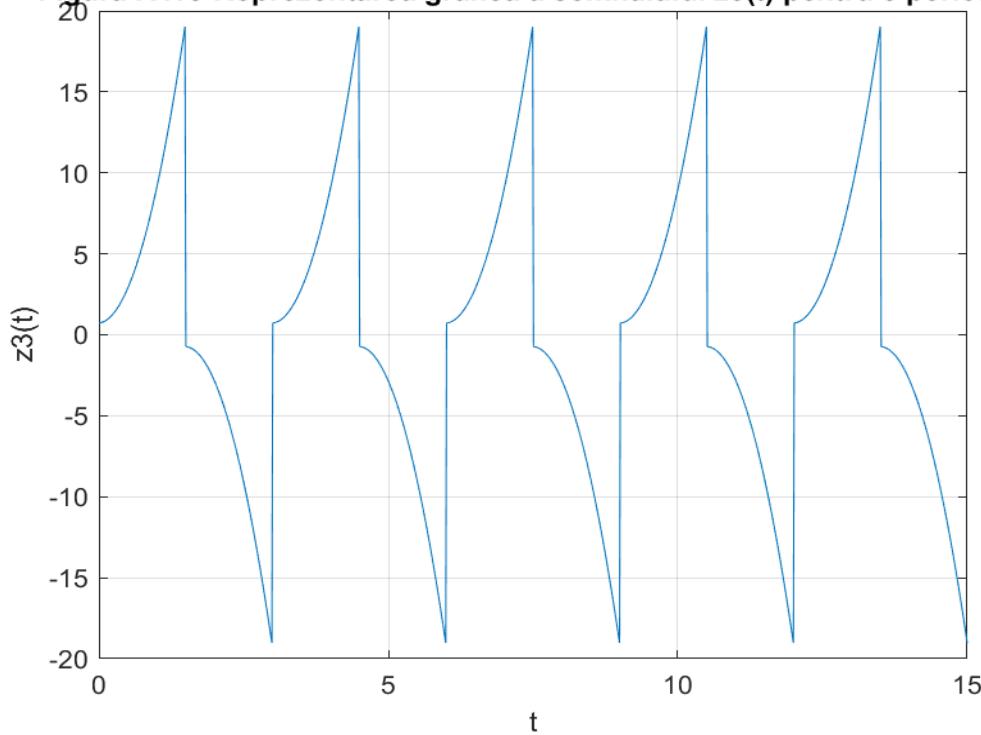
```
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=-1;
end
end
z1=x'*v;
tz1=linspace(0,2.5,1000);
z1=z1(:);
plot(tz1,z1)
grid
xlabel('t')
ylabel('z1(t)')
title('Figura IV.13-Reprezentarea grafica a semnalului z1(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.14-Reprezentarea grafica a semnalului $z_2(t)$ pentru 5 perioade



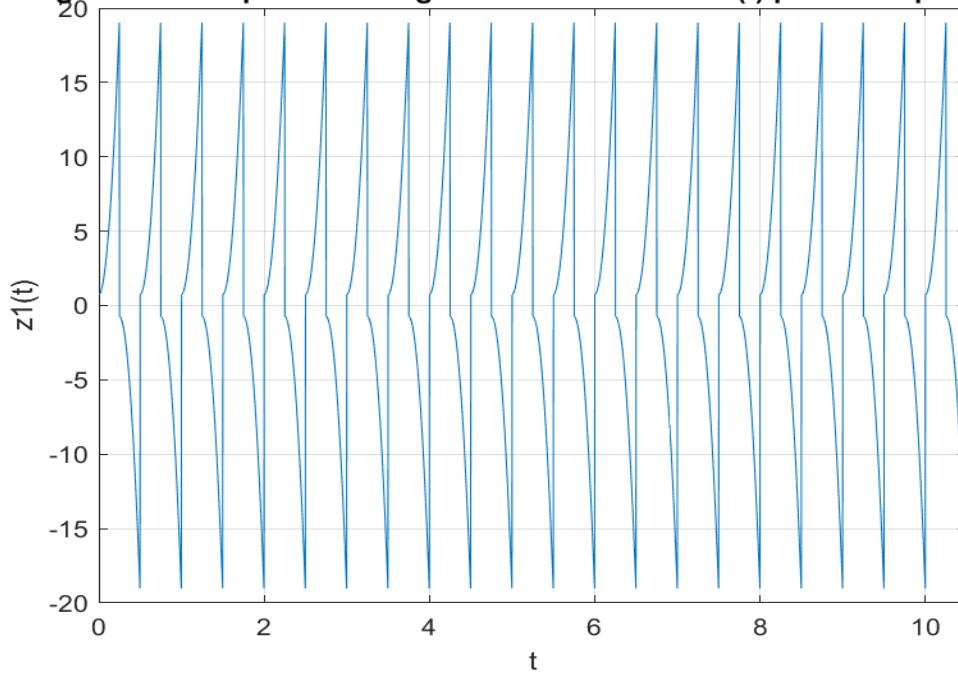
```
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=-1;
end
end
z2=x'*v;
tz2=linspace(0,5,1000);
z2=z2(:);
plot(tz2,z2)
grid
xlabel('t')
ylabel('z2(t)')
title('Figura IV.14-Reprezentarea grafica a semnalului z2(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.15-Reprezentarea grafica a semnalului $z_3(t)$ pentru 5 perioade



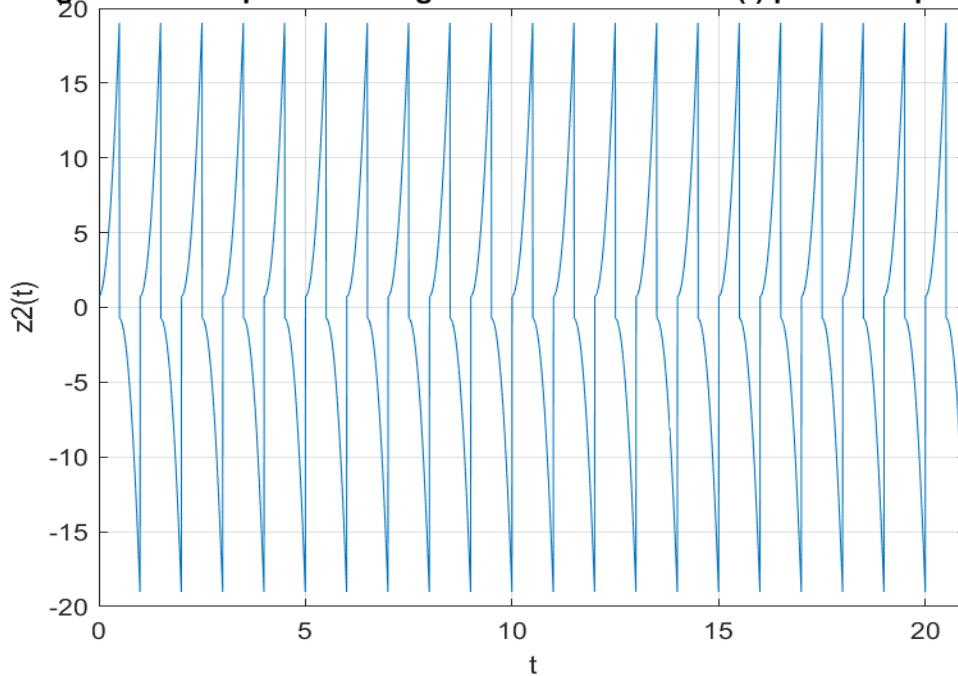
```
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=-1;
end
end
z3=x'*v;
tz3=linspace(0,15,1000);
z3=z3(:);
plot(tz3,z3)
grid
xlabel('t')
ylabel('z3(t)')
title('Figura IV.15-Reprezentarea grafica a semnalului z3(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.16-Reprezentarea grafica a semnalului $z_1(t)$ pentru 21 perioade



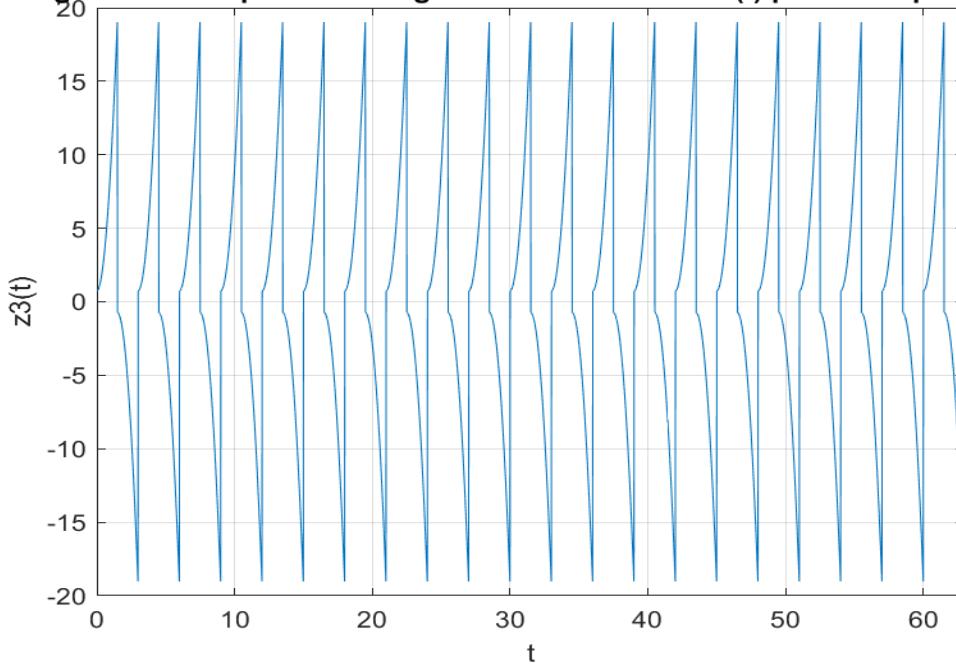
```
v=ones(1,42);
for k=1:1:42
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=-1;
end
end
z11=x'*v;
tz11=linspace(0,10.5,4200);
z11=z11(:);
plot(tz11,z11)
grid
xlabel('t')
ylabel('z1(t)')
axis([0 10.5 -20 20])
title('Figura IV.16-Reprezentarea grafica a semnalului z1(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.17-Reprezentarea grafica a semnalului $z_2(t)$ pentru 21 perioade



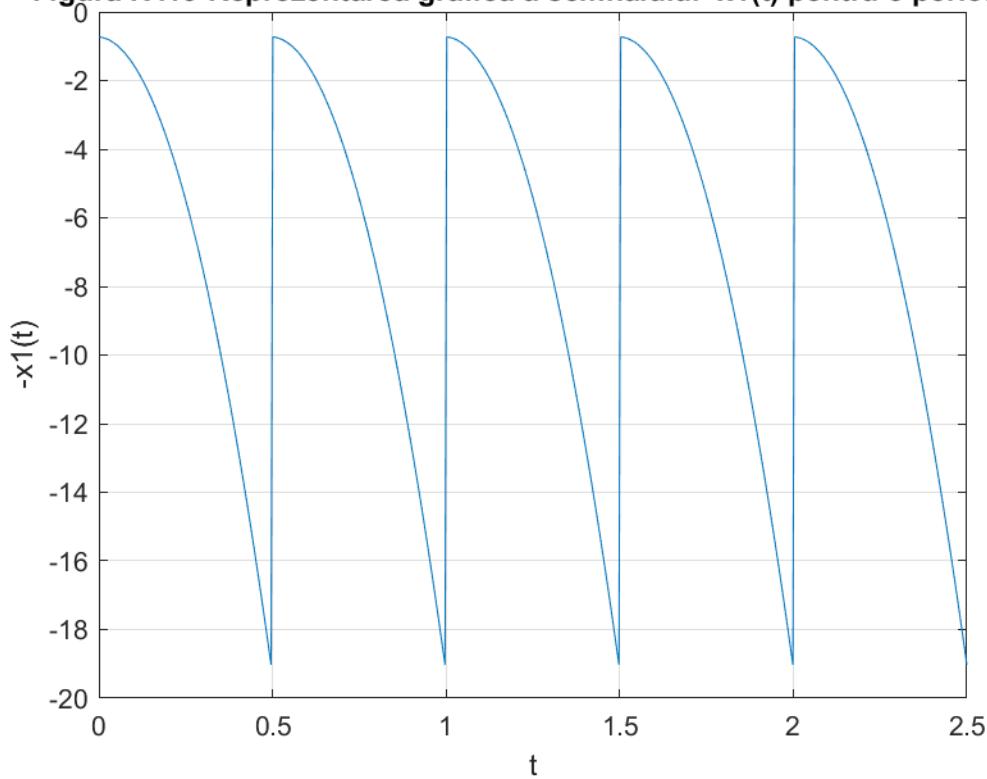
```
v=ones(1,42);
for k=1:1:42
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=-1;
end
end
z22=x'*v;
tz22=linspace(0,21,4200);
z22=z22(:);
plot(tz22,z22)
grid
xlabel('t')
ylabel('z2(t)')
axis([0 21 -20 20])
title('Figura IV.17-Reprezentarea grafica a semnalului z2(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.18-Reprezentarea grafica a semnalului $z_3(t)$ pentru 21 perioade



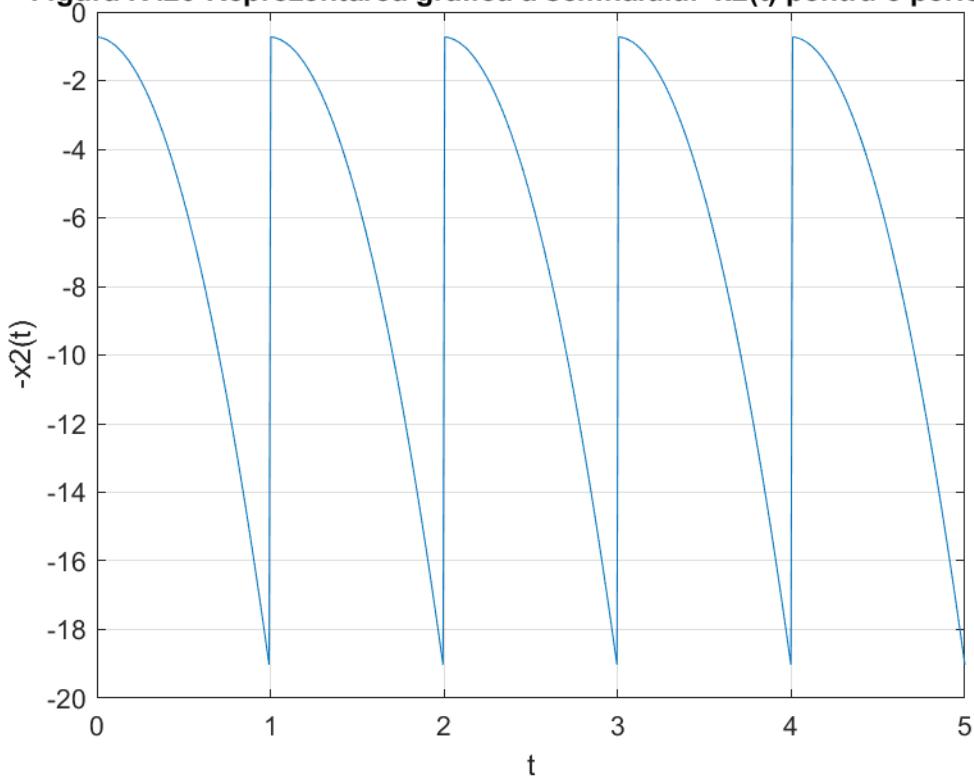
```
v=ones(1,42);
for k=1:1:42
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=-1;
end
end
z33=x'*v;
tz33=linspace(0,63,4200);
z33=z33(:);
plot(tz33,z33)
grid
xlabel('t')
ylabel('z3(t)')
axis([0 63 -20 20])
title('Figura IV.18-Reprezentarea grafica a semnalului z3(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.19-Reprezentarea grafica a semnalului $-x_1(t)$ pentru 5 perioade



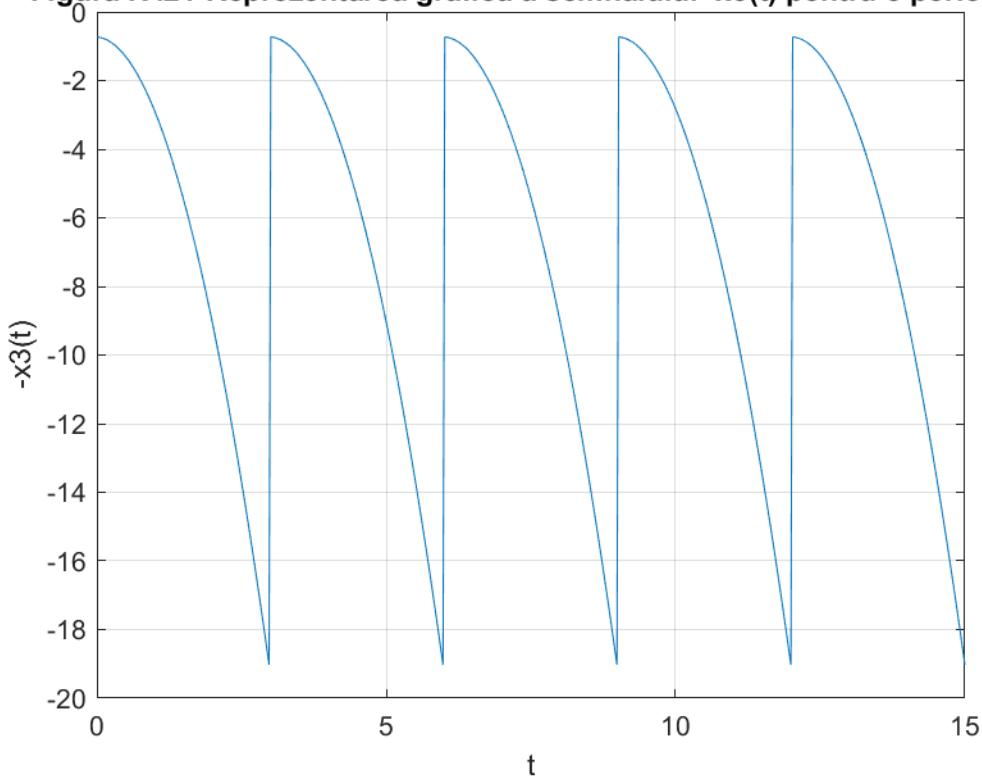
```
x1=-x'*ones(1,5);
t1=linspace(0,2.5,500);
x1=x1(:);
plot(t1,x1);
xlabel('t')
ylabel('-x1(t)')
grid
title('Figura IV.19-Reprezentarea grafica a semnalului -x1(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.20-Reprezentarea grafica a semnalului $-x_2(t)$ pentru 5 perioade



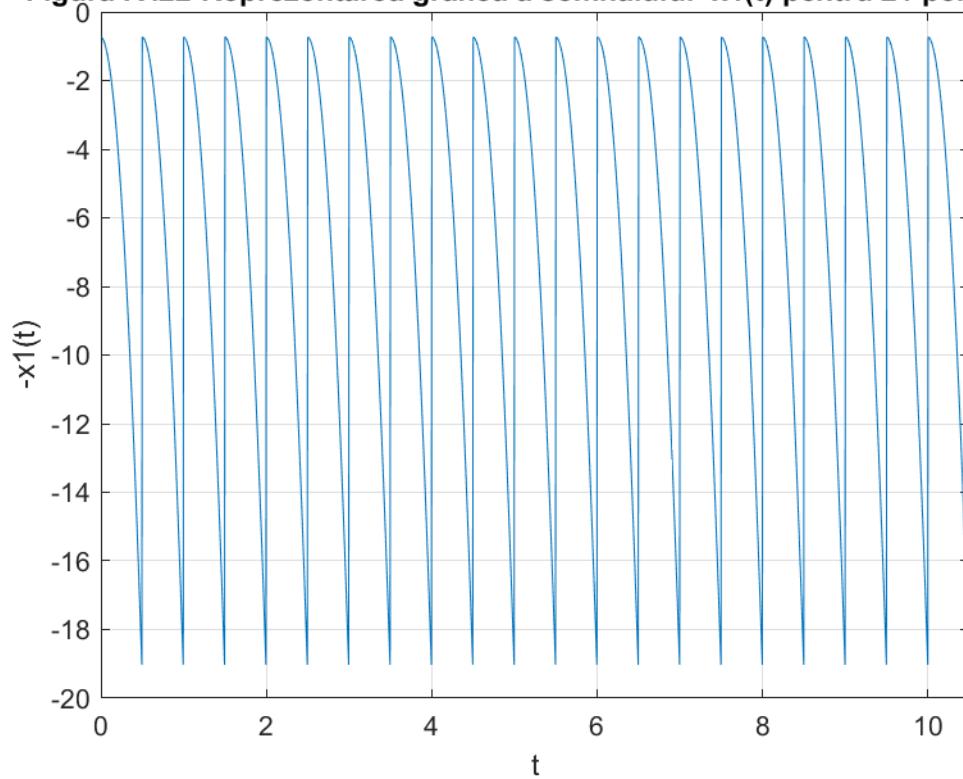
```
x2=-x'*ones(1,5);
t2=linspace(0,5,500);
x2=x2(:);
plot(t2,x2);
xlabel('t')
ylabel('-x2(t)')
grid
title('Figura IV.20-Reprezentarea grafica a semnalului -x2(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.21-Reprezentarea grafica a semnalului $-x_3(t)$ pentru 5 perioade



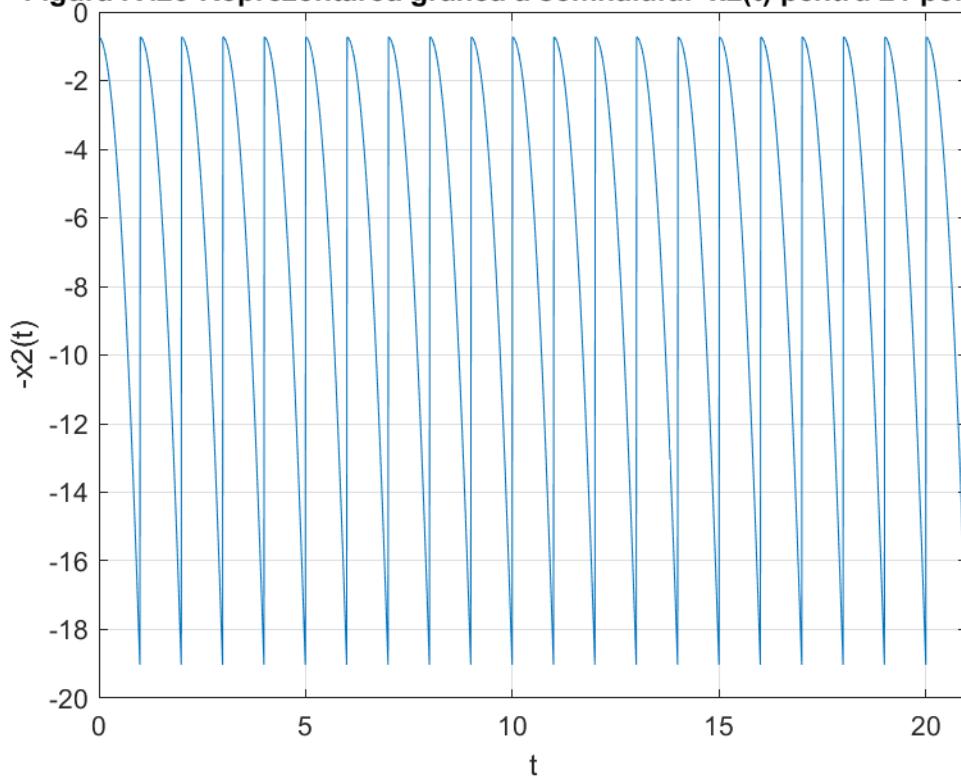
```
x3=-x'*ones(1,5);
t3=linspace(0,15,500);
x3=x3(:);
plot(t3,x3);
xlabel('t')
ylabel('-x3(t)')
grid
title('Figura IV.21-Reprezentarea grafica a semnalului -x3(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.22-Reprezentarea grafica a semnalului $-x_1(t)$ pentru 21 perioade



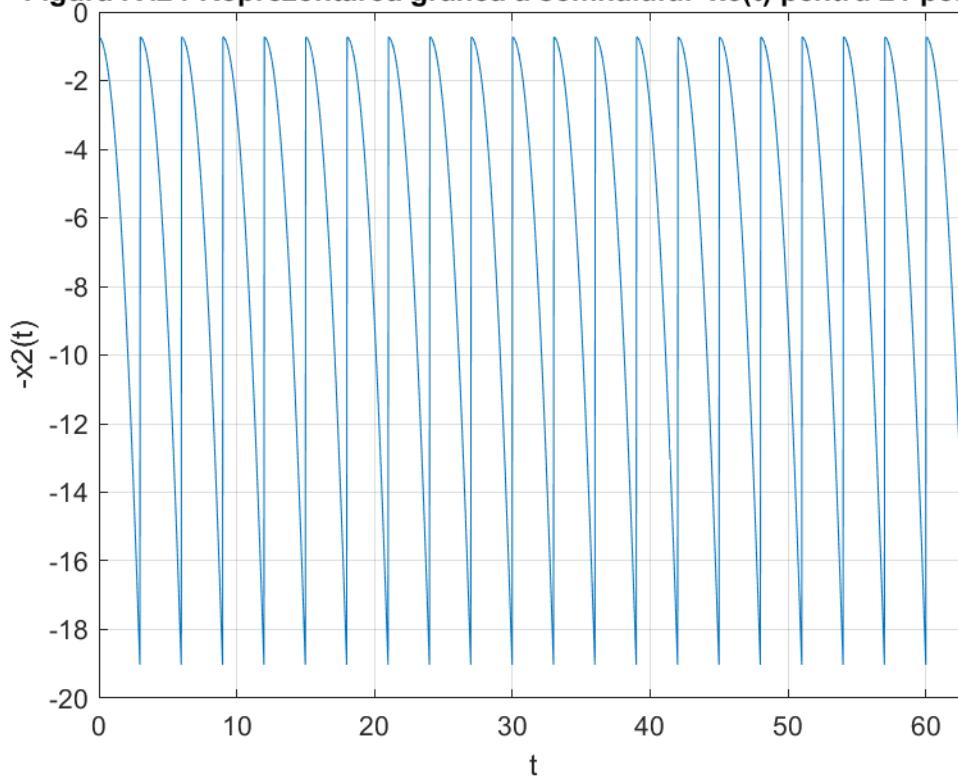
```
x11=-x'*ones(1,21);
t11=linspace(0,10.5,2100);
x11=x11(:);
plot(t11,x11)
grid
xlabel('t')
ylabel('-x1(t)')
axis([0 10.5 -20 0])
title('Figura IV.22-Reprezentarea grafica a semnalului -x1(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.23-Reprezentarea grafica a semnalului $-x_2(t)$ pentru 21 perioade



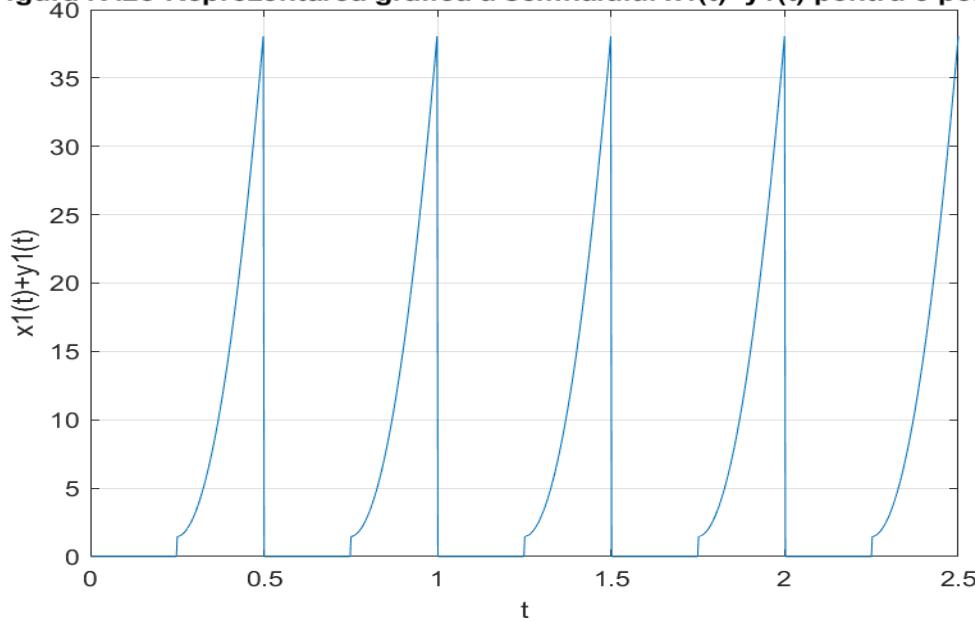
```
x22=-x'*ones(1,21);
t22=linspace(0,21,2100);
x22=x22(:);
plot(t22,x22)
grid
xlabel('t')
ylabel('-x2(t)')
axis([0 21 -20 0])
title('Figura IV.23-Reprezentarea grafica a semnalului -x2(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.24-Reprezentarea grafica a semnalului $-x_3(t)$ pentru 21 perioade



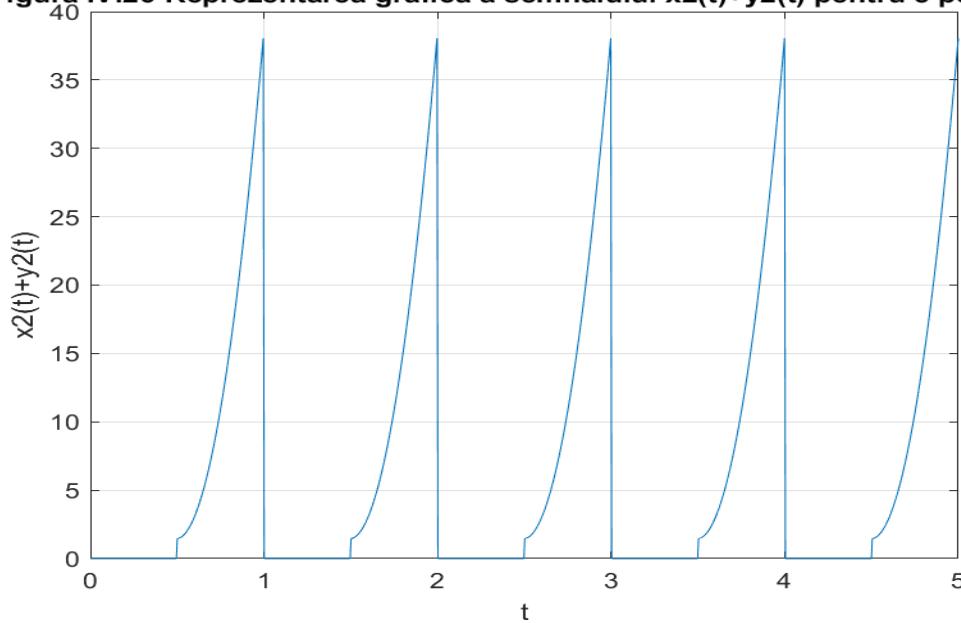
```
x33=-x'*ones(1,21);
t33=linspace(0,63,2100);
x33=x33(:);
plot(t33,x33)
grid
xlabel('t')
ylabel('-x2(t)')
axis([0 63 -20 0])
title('Figura IV.24-Reprezentarea grafica a semnalului -x3(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.25-Reprezentarea grafica a semnalului $x_1(t)+y_1(t)$ pentru 5 perioade



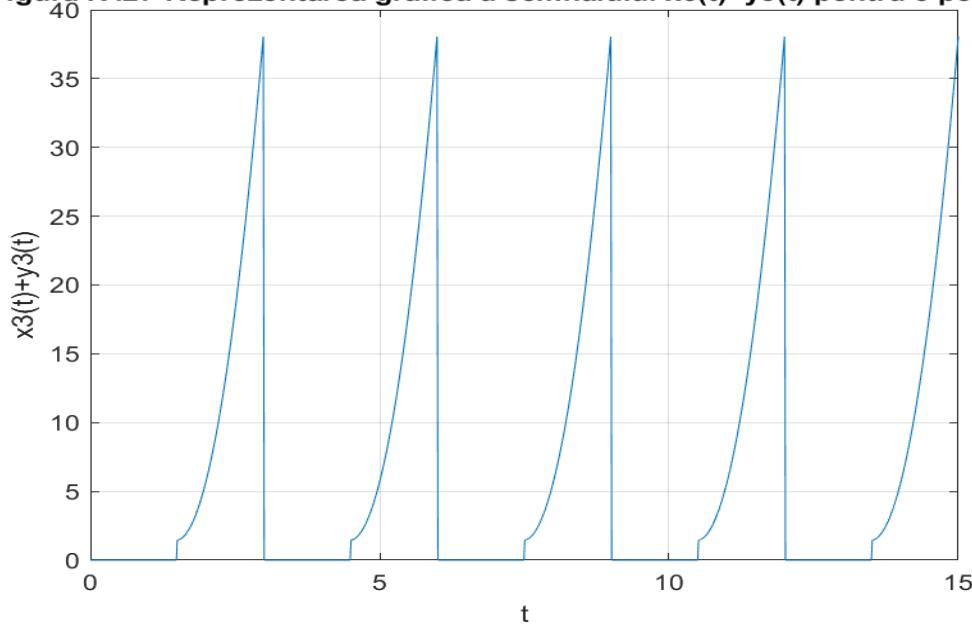
```
x1=x'*ones(1,10);
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
v(k)=-1;
else
v(k)=1;
end
end
y1=x'*v;
r1=x1+y1;
tr1=linspace(0,2.5,1000);
r1=r1(:);
plot(tr1,r1)
grid
xlabel('t')
ylabel('x1(t)+y1(t)')
title('Figura IV.25-Reprezentarea grafica a semnalului x1(t)+y1(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.26-Reprezentarea grafica a semnalului $x_2(t)+y_2(t)$ pentru 5 perioade



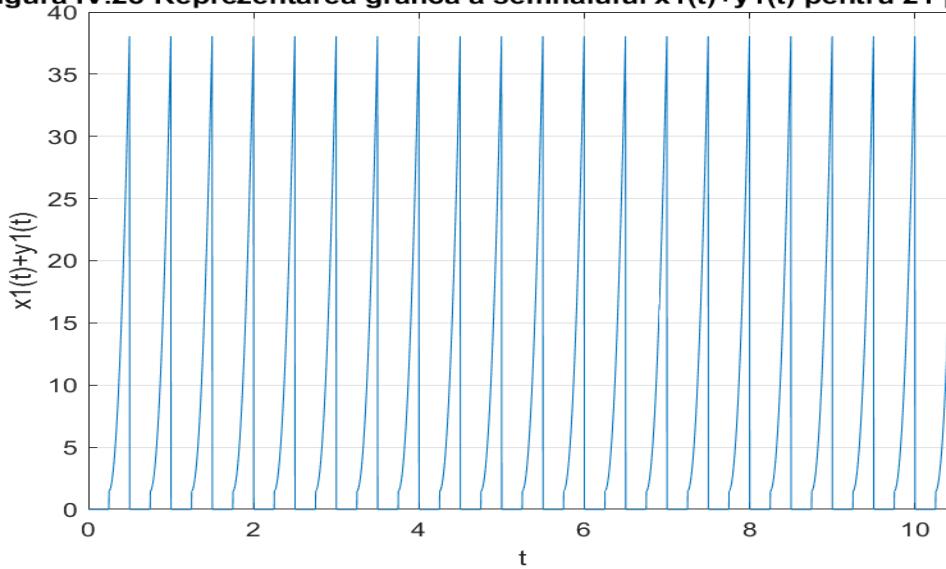
```
x2=x'*ones(1,10);
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
v(k)=-1;
else
v(k)=1;
end
end
y2=x'*v;
r2=x2+y2;
tr2=linspace(0,5,1000);
r2=r2(:);
plot(tr2,r2)
grid
xlabel('t')
ylabel('x2(t)+y2(t)')
title('Figura IV.26-Reprezentarea grafica a semnalului x2(t)+y2(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.27-Reprezentarea grafica a semnalului $x_3(t)+y_3(t)$ pentru 5 perioade



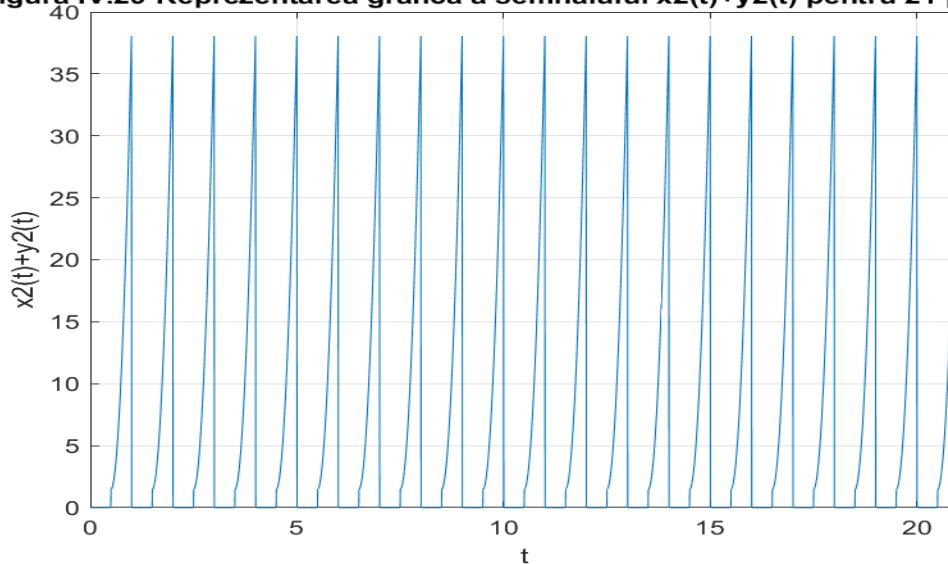
```
x3=x'*ones(1,10);
v=ones(1,10);
for k=1:1:10
if(mod(k,2)==1)
    v(k)=-1;
else
    v(k)=1;
end
end
y3=x'*v;
r3=x3+y3;
tr3=linspace(0,15,1000);
r3=r3(:);
plot(tr3,r3)
grid
xlabel('t')
ylabel('x3(t)+y3(t)')
title('Figura IV.27-Reprezentarea grafica a semnalului x3(t)+y3(t) pentru 5 perioade')
```

Figura IV.28-Reprezentarea grafica a semnalului $x_1(t)+y_1(t)$ pentru 21 perioade



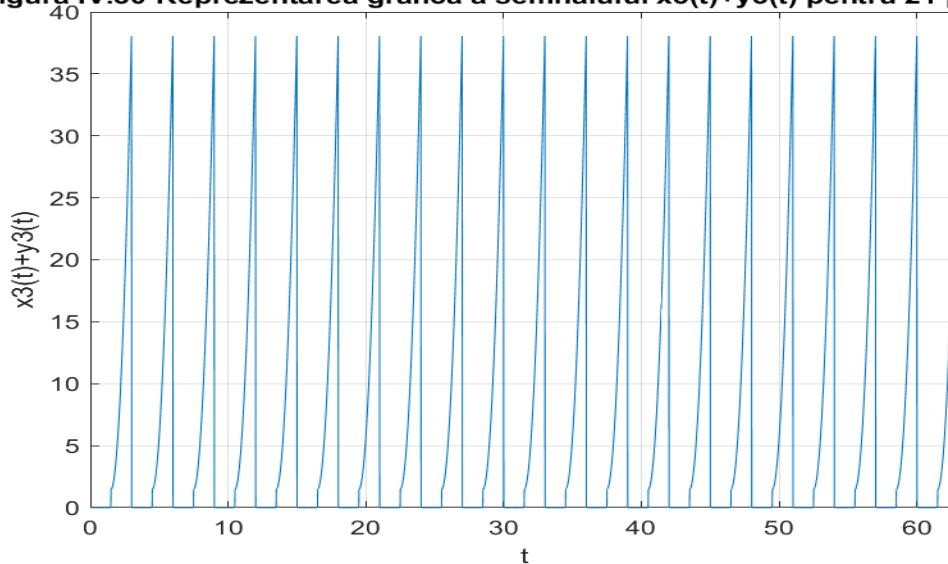
```
x11=x'*ones(1,42);
v=ones(1,42);
for k=1:1:42
if(mod(k,2)==1)
v(k)=-1;
else
v(k)=1;
end
end
y11=x'*v;
r11=x11+y11;
tr11=linspace(0,10.5,4200);
r11=r11(:);
plot(tr11,r11)
grid
xlabel('t')
ylabel('x1(t)+y1(t)')
axis([0 10.5 0 40])
title('Figura IV.28-Reprezentarea grafica a semnalului x1(t)+y1(t) pentru 21 perioade')
```

Figura IV.29-Reprezentarea grafica a semnalului $x_2(t)+y_2(t)$ pentru 21 perioade



```
x22=x'*ones(1,42);
v=ones(1,42);
for k=1:1:42
if(mod(k,2)==1)
v(k)=-1;
else
v(k)=1;
end
end
y22=x'*v;
r22=x22+y22;
tr22=linspace(0,21,4200);
r22=r22(:);
plot(tr22,r22)
grid
xlabel('t')
ylabel('x2(t)+y2(t)')
axis([0 21 0 40])
title('Figura IV.29-Reprezentarea grafica a semnalului x2(t)+y2(t) pentru 21 perioade')
```

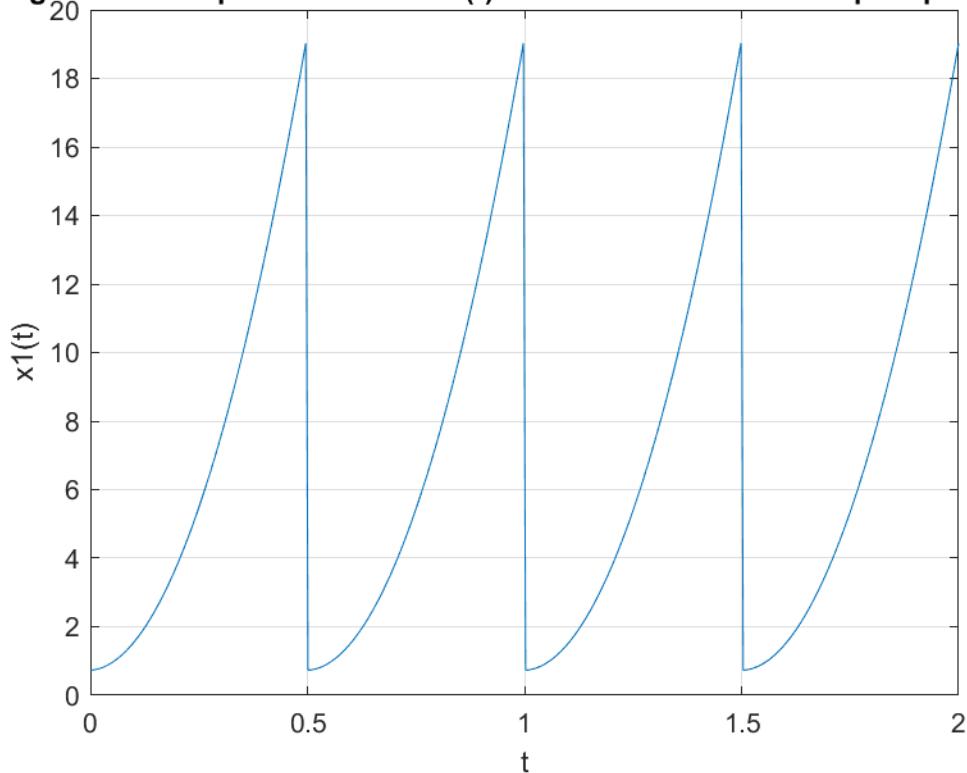
Figura IV.30-Reprezentarea grafica a semnalului $x_3(t)+y_3(t)$ pentru 21 perioade



```
x33=x'*ones(1,42);
v=ones(1,42);
for k=1:1:42
if(mod(k,2)==1)
v(k)=-1;
else
v(k)=1;
end
end
y33=x'*v;
r33=x33+y33;
tr33=linspace(0,63,4200);
r33=r33(:);
plot(tr33,r33)
grid
xlabel('t')
ylabel('x3(t)+y3(t)')
axis([0 63 0 40])
title('Figura IV.30-Reprezentarea grafica a semnalului x3(t)+y3(t) pentru 21 perioade')
```

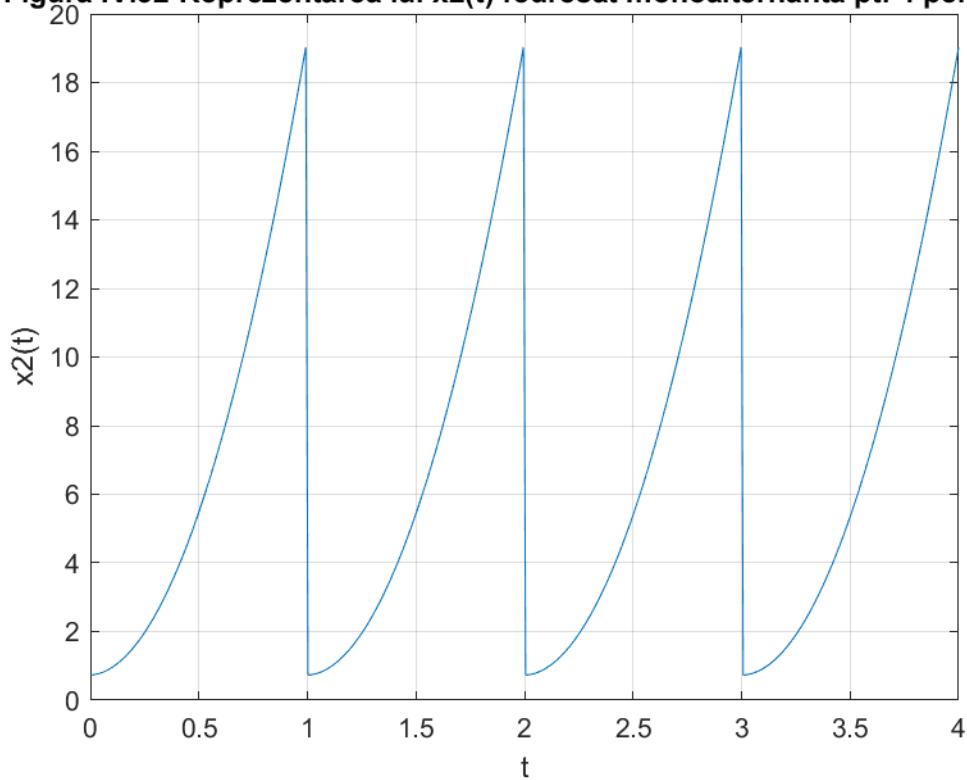
c) Sa se construiasca si sa se reprezinte grafic semnalele redresate monoalternanta si dubla-alternanta pentru fiecare din semnalele $x_i(t)$, $y_i(t)$ si $z_i(t)$ pentru 4 perioade.

Figura IV.31-Reprezentarea lui $x_1(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



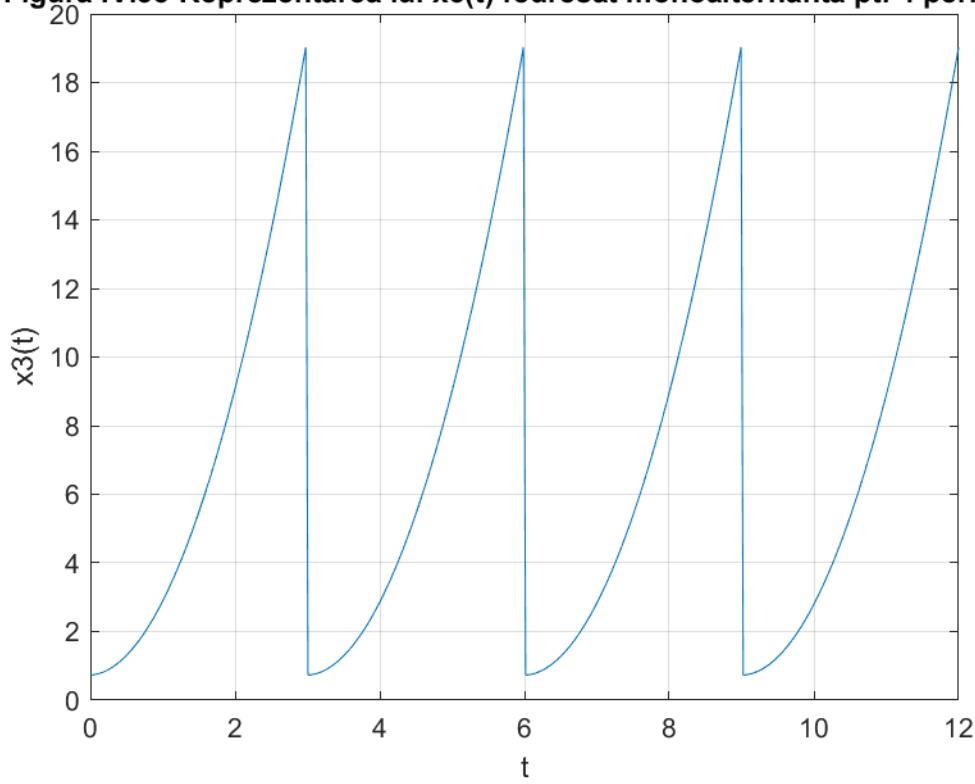
```
x1=x'*ones(1,4);
for i=1:1:400
if(x1(i)<0)
x1(i)=0
end
end
t1=linspace(0,2,400);
x1=x1(:);
plot(t1,x1);
xlabel('t')
ylabel('x1(t)')
grid
title('Figura IV.31-Reprezentarea lui x1(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.32-Reprezentarea lui $x_2(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



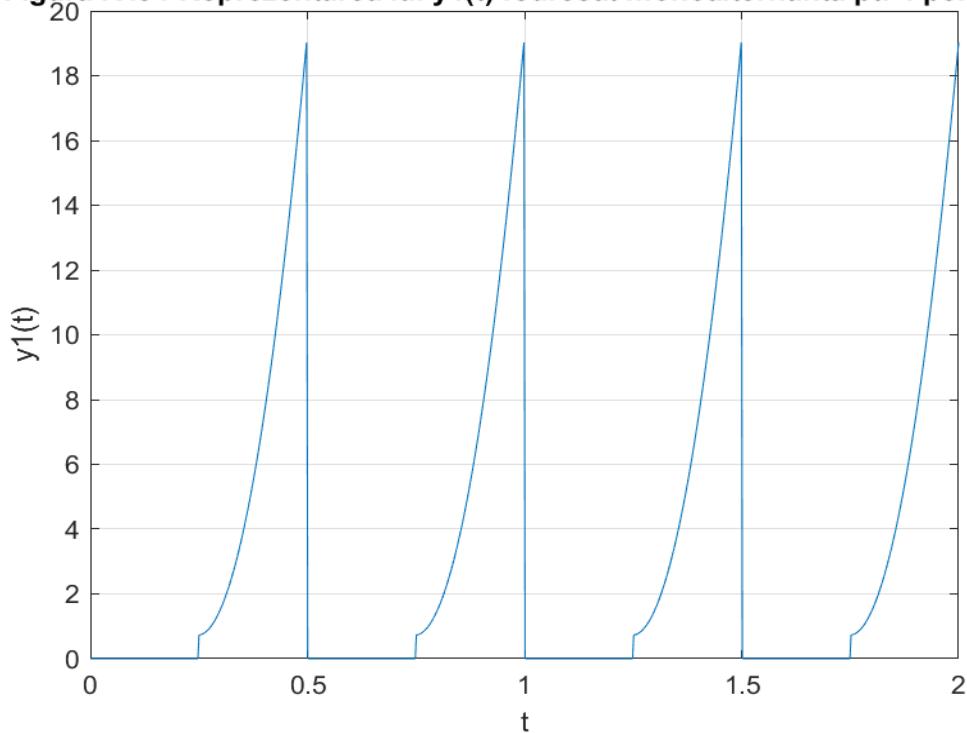
```
x2=x'*ones(1,4);
for i=1:1:400
if(x2(i)<0)
x2(i)=0
end
end
t2=linspace(0,4,400);
x2=x2(:);
plot(t2,x2);
xlabel('t')
ylabel('x2(t)')
grid
title('Figura IV.32-Reprezentarea lui x2(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.33-Reprezentarea lui $x_3(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



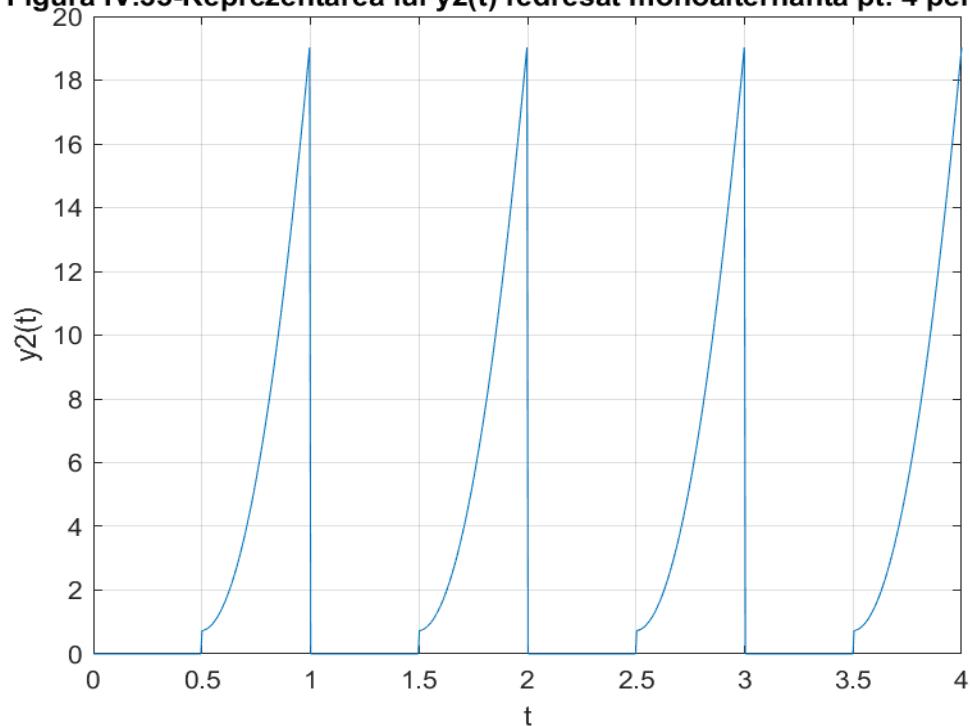
```
x3=x'*ones(1,4);
for i=1:1:400
if(x3(i)<0)
x3(i)=0
end
end
t3=linspace(0,12,400);
x3=x3(:);
plot(t3,x3);
xlabel('t')
ylabel('x3(t)')
grid
title('Figura IV.33-Reprezentarea lui x3(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.34-Reprezentarea lui $y_1(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



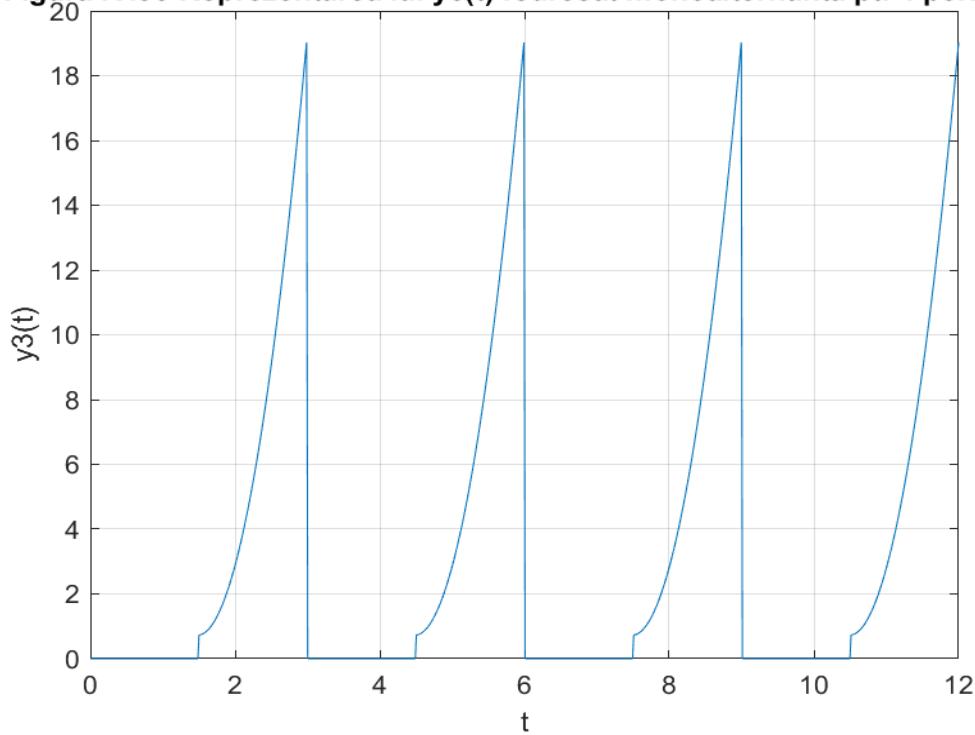
```
v=ones(1,8);
for k=1:1:8
if(mod(k,2)==1)
v(k)=0;
else
v(k)=1;
end
end
y1=x'*v;
ty1=linspace(0,2,800);
y1=y1(:);
plot(ty1,y1)
grid
xlabel('t')
ylabel('y1(t)')
title('Figura IV.34-Reprezentarea lui y1(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.35-Reprezentarea lui $y_2(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



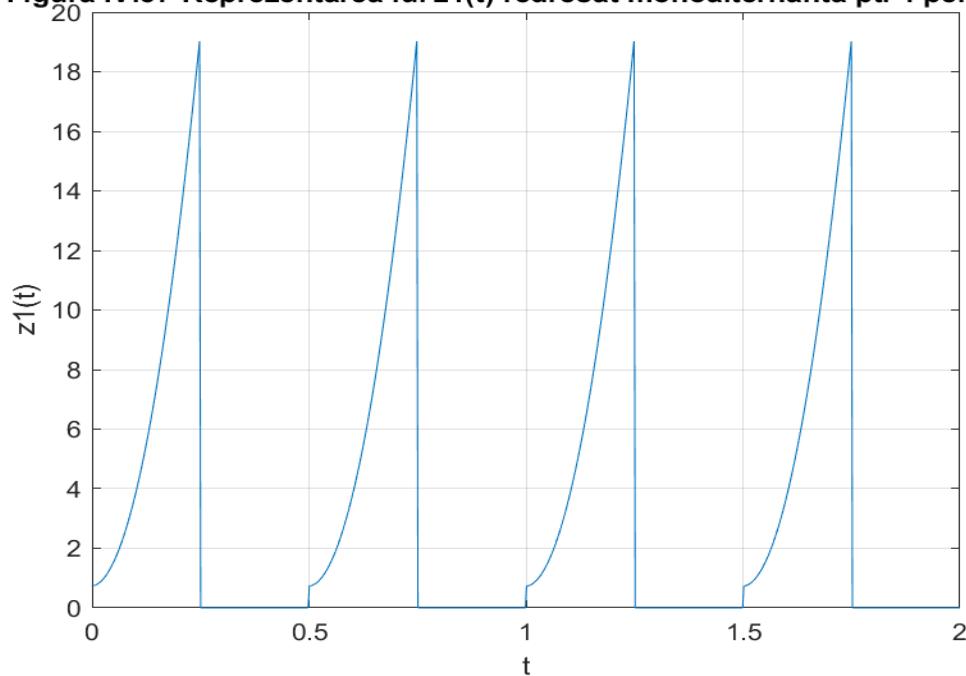
```
v=ones(1,8);
for k=1:1:8
if(mod(k,2)==1)
v(k)=0;
else
v(k)=1;
end
end
y2=x'*v;
ty2=linspace(0,4,800);
y2=y2(:);
plot(ty2,y2)
grid
xlabel('t')
ylabel('y2(t)')
title('Figura IV.35-Reprezentarea lui y2(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.36-Reprezentarea lui $y_3(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



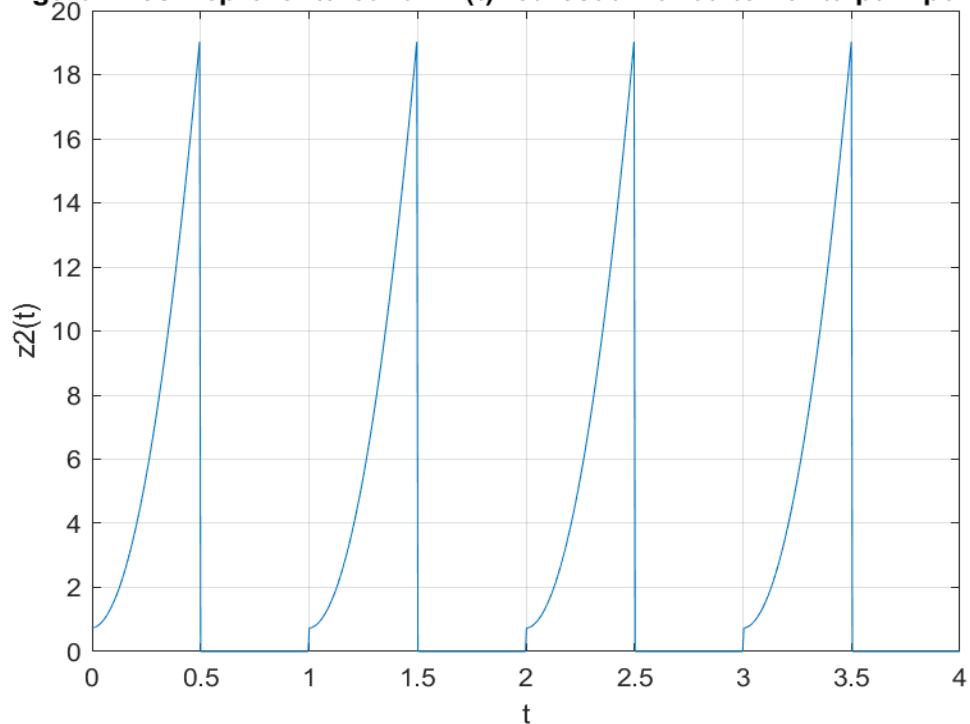
```
v=ones(1,8);
for k=1:1:8
if(mod(k,2)==1)
v(k)=0;
else
v(k)=1;
end
end
y3=x'*v;
ty3=linspace(0,12,800);
y3=y3(:);
plot(ty3,y3)
grid
xlabel('t')
ylabel('y3(t)')
title('Figura IV.36-Reprezentarea lui y3(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.37-Reprezentarea lui $z_1(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



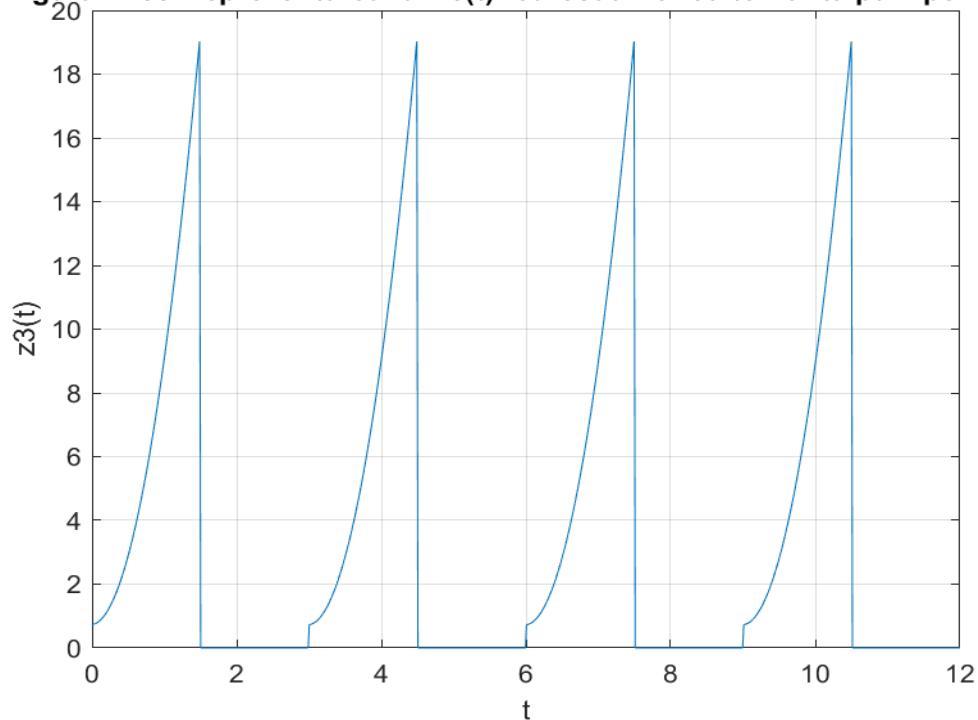
```
v=ones(1,8);
for k=1:1:8
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=0;
end
end
z1=x'*v;
tz1=linspace(0,2,800);
z1=z1(:);
plot(tz1,z1)
grid
xlabel('t')
ylabel('z1(t)')
title('Figura IV.37-Reprezentarea lui z1(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.38-Reprezentarea lui $z_2(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



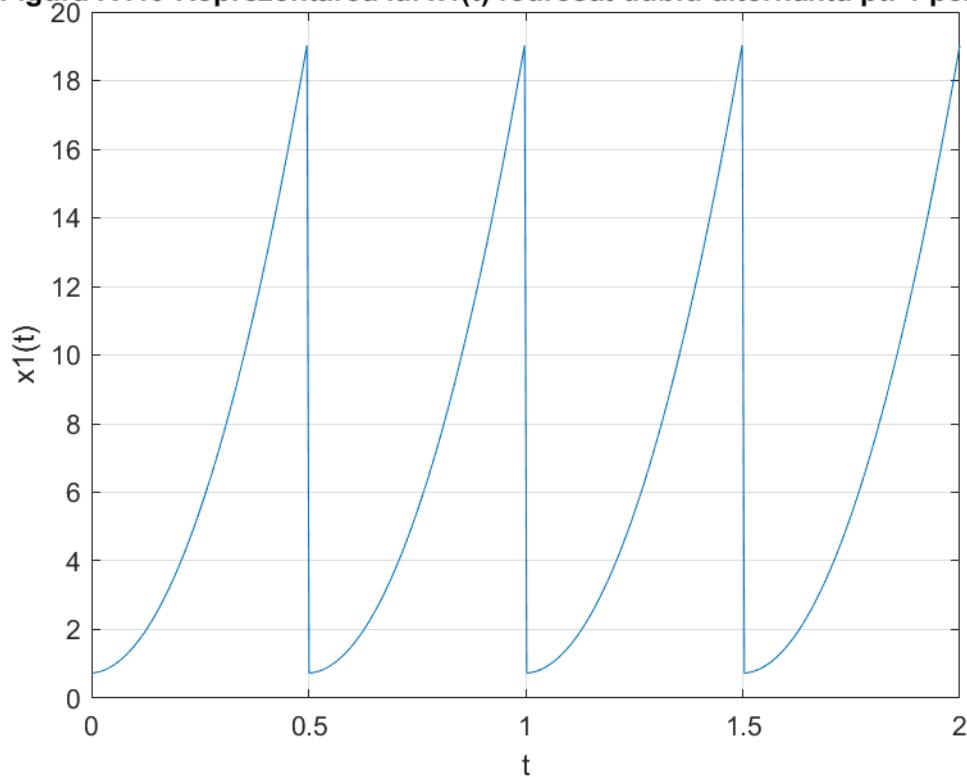
```
v=ones(1,8);
for k=1:1:8
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=0;
end
end
z2=x'*v;
tz2=linspace(0,4,800);
z2=z2(:);
plot(tz2,z2)
grid
xlabel('t')
ylabel('z2(t)')
title('Figura IV.38-Reprezentarea lui z2(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.39-Reprezentarea lui $z_3(t)$ redresat monoalternanta pt. 4 perioade



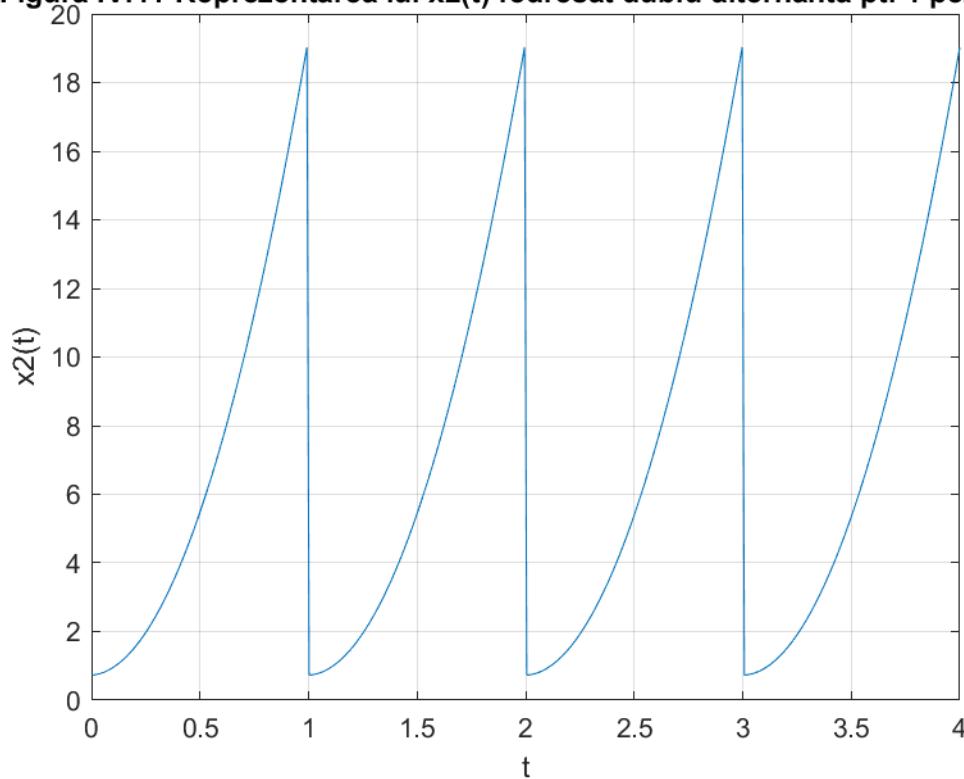
```
v=ones(1,8);
for k=1:1:8
if(mod(k,2)==1)
v(k)=1;
else
v(k)=0;
end
end
z3=x'*v;
tz3=linspace(0,12,800);
z3=z3(:);
plot(tz3,z3)
grid
xlabel('t')
ylabel('z3(t)')
title('Figura IV.39-Reprezentarea lui z3(t) redresat monoalternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.40-Reprezentarea lui $x_1(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



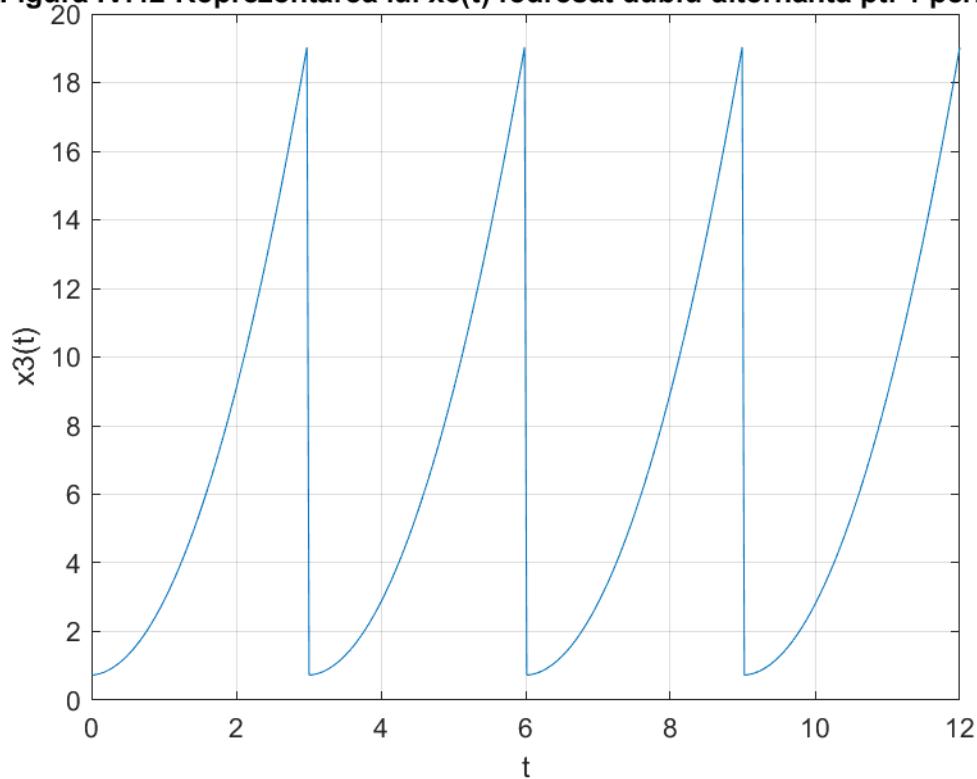
```
x1=x'*ones(1,4);
for i=1:1:400
if(x1(i)<0)
x1(i)=-x1(i);
end
end
t1=linspace(0,2,400);
x1=x1(:);
plot(t1,x1);
xlabel('t')
ylabel('x1(t)')
grid
title('Figura IV.40-Reprezentarea lui x1(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.41-Reprezentarea lui $x_2(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



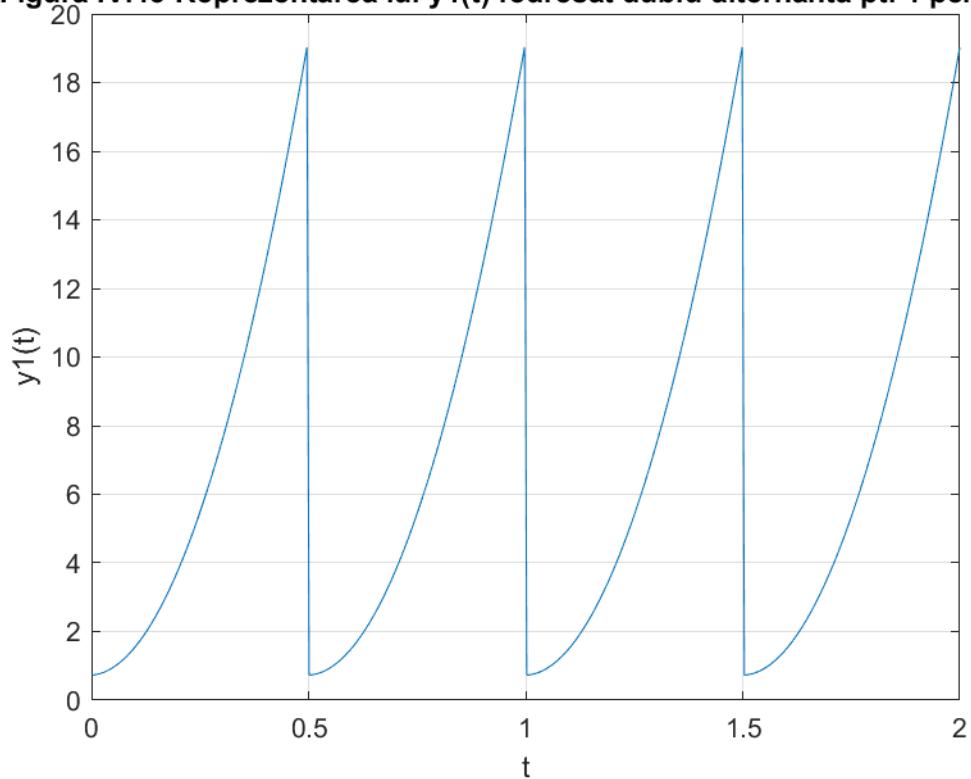
```
x2=x'*ones(1,4);
for i=1:1:400
if(x2(i)<0)
x2(i)=-x2(i);
end
end
t2=linspace(0,4,400);
x2=x2(:);
plot(t2,x2);
xlabel('t')
ylabel('x2(t)')
grid
title('Figura IV.41-Reprezentarea lui x2(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.42-Reprezentarea lui $x_3(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



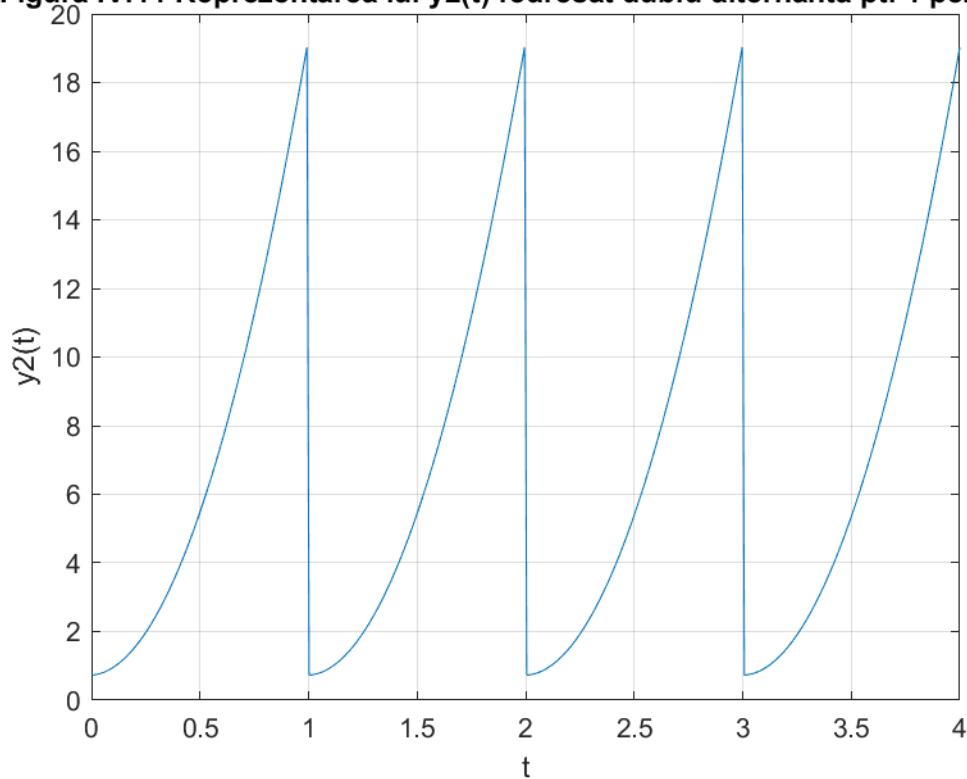
```
x3=x'*ones(1,4);
for i=1:1:400
if(x3(i)<0)
x3(i)=-x3(i);
end
end
t3=linspace(0,12,400);
x3=x3(:);
plot(t3,x3);
xlabel('t')
ylabel('x3(t)')
grid
title('Figura IV.42-Reprezentarea lui x3(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.43-Reprezentarea lui $y_1(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



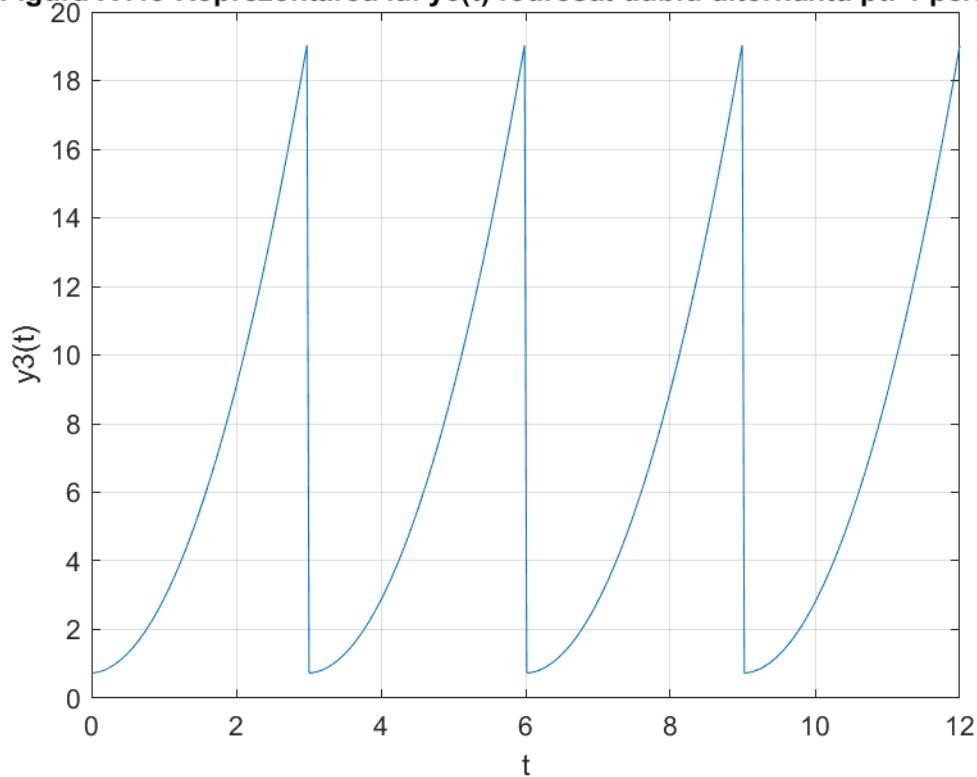
```
v=ones(1,4)
y1=x'*v;
for i=1:1:400
if(y1(i)<0)
y1(i)=-y1(i);
end
end
ty1=linspace(0,2,400);
y1=y1(:);
plot(ty1,y1)
grid
xlabel('t')
ylabel('y1(t)')
title('Figura IV.43-Reprezentarea lui y1(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.44-Reprezentarea lui $y_2(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



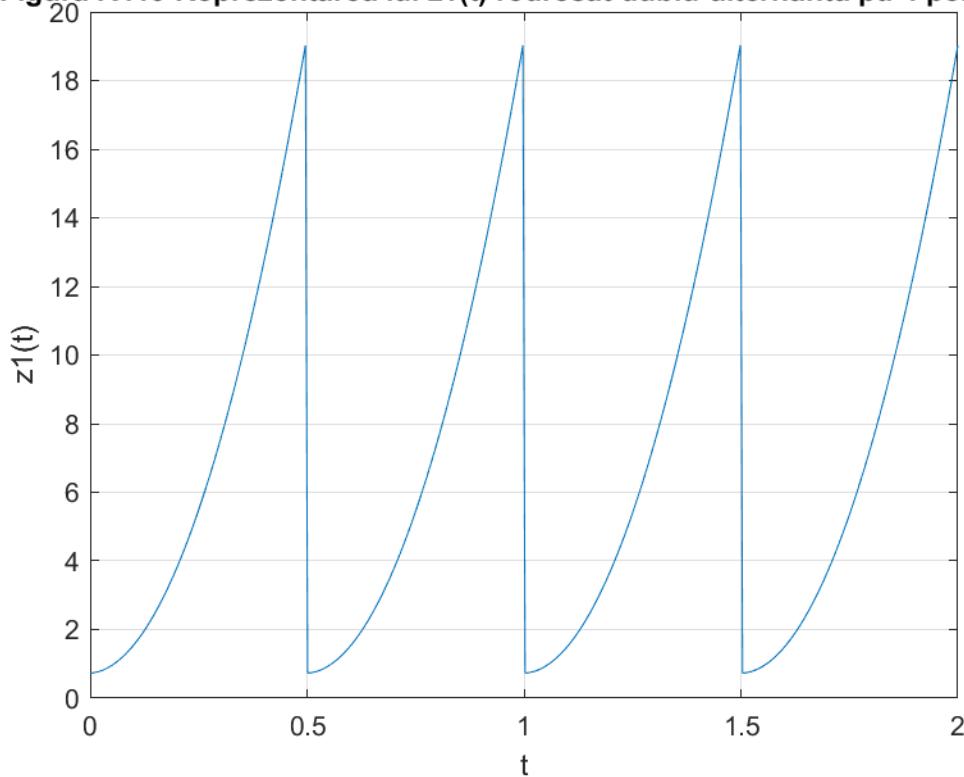
```
v=ones(1,4)
y2=x'*v;
for i=1:1:400
if(y2(i)<0)
y2(i)=-y2(i);
end
end
ty2=linspace(0,4,400);
y2=y2(:);
plot(ty2,y2)
grid
xlabel('t')
ylabel('y2(t)')
title('Figura IV.44-Reprezentarea lui y2(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.45-Reprezentarea lui $y_3(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



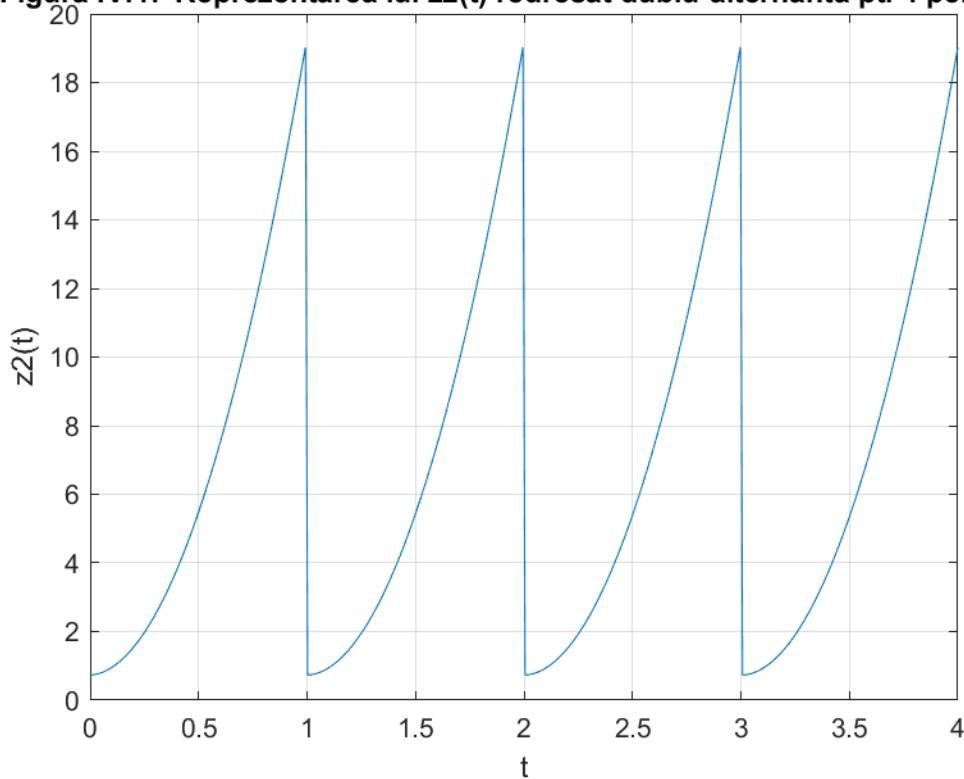
```
v=ones(1,4)
y3=x'*v;
for i=1:1:400
if(y3(i)<0)
y3(i)=-y3(i);
end
end
ty3=linspace(0,12,400);
y3=y3(:);
plot(ty3,y3)
grid
xlabel('t')
ylabel('y3(t)')
title('Figura IV.45-Reprezentarea lui y3(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.46-Reprezentarea lui $z_1(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



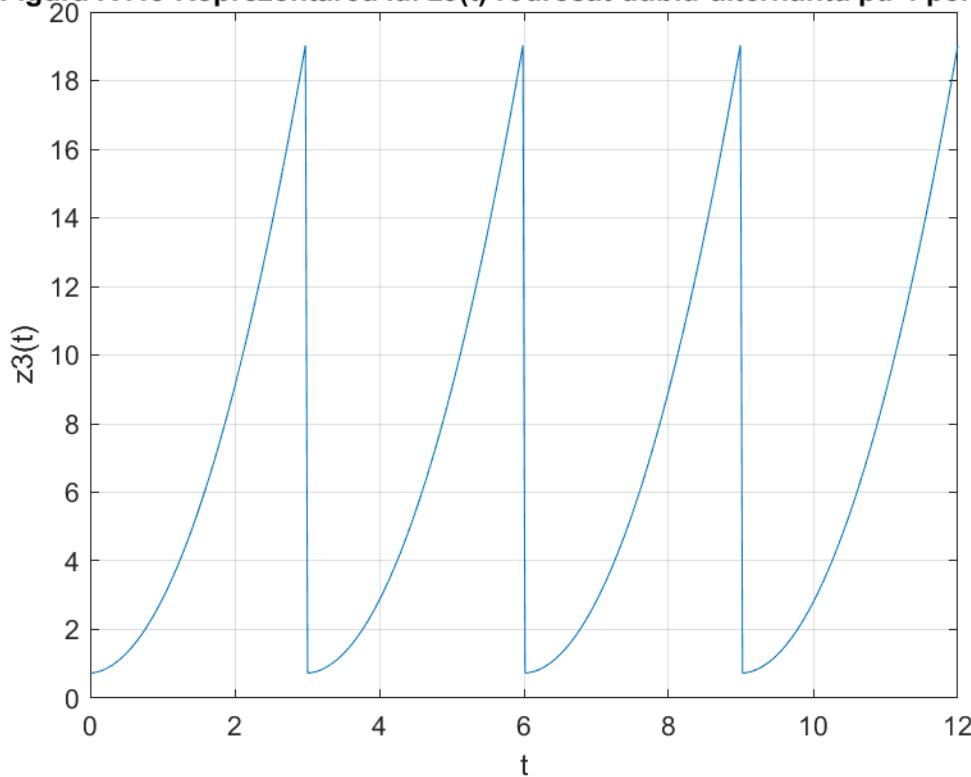
```
v=ones(1,4)
z1= x'*v;
for i=1:1:400
if(z1(i)<0)
z1(i)=-z1(i);
end
end
tz1=linspace(0,2,400);
z1=z1(:);
plot(tz1,z1)
grid
xlabel('t')
ylabel('z1(t)')
title('Figura IV.46-Reprezentarea lui z1(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

Figura IV.47-Reprezentarea lui $z_2(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



```
v=ones(1,4)
z2= x'*v;
for i=1:1:400
if(z2(i)<0)
z2(i)=-z2(i);
end
end
tz2=linspace(0,4,400);
z2=z2(:);
plot(tz2,z2)
grid
xlabel('t')
ylabel('z2(t)')
title('Figura IV.47-Reprezentarea lui z2(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

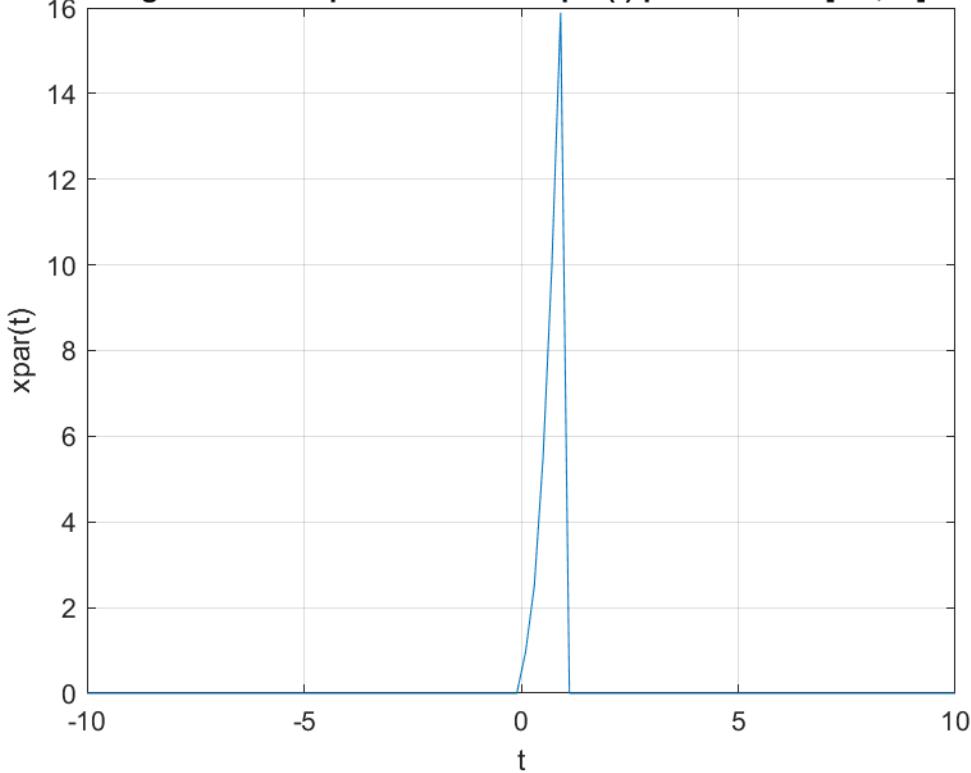
Figura IV.48-Reprezentarea lui $z_3(t)$ redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade



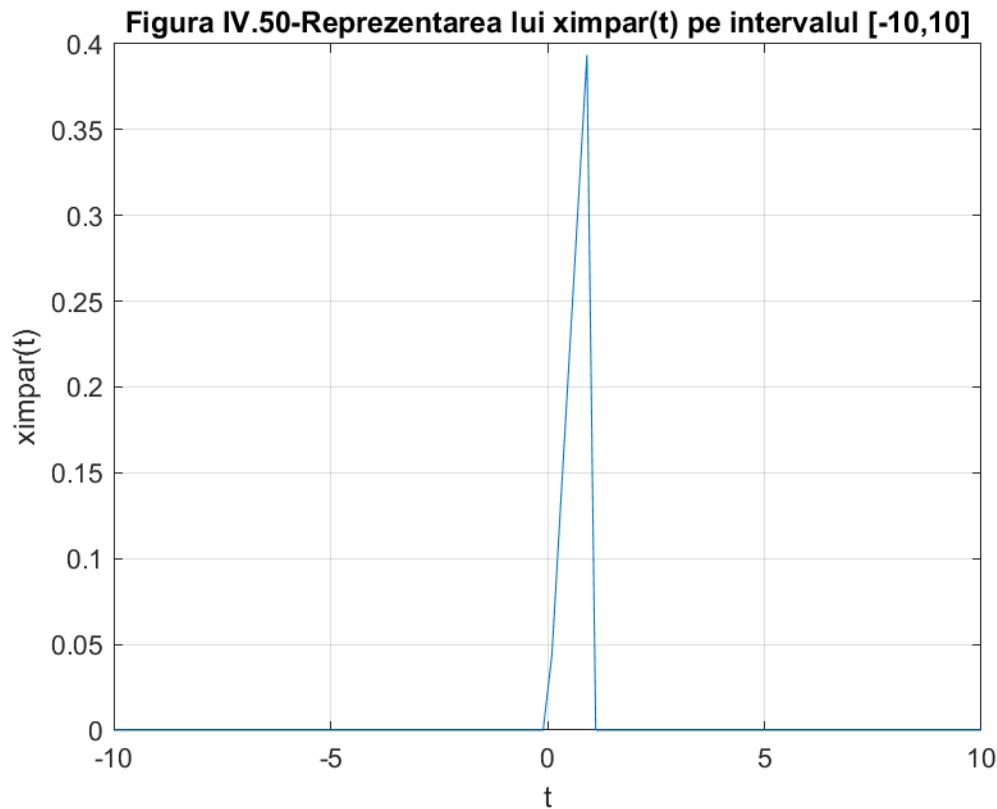
```
v=ones(1,4)
z3= x'*v;
for i=1:1:400
if(z3(i)<0)
z3(i)=-z3(i);
end
end
tz3=linspace(0,12,400);
z3=z3(:);
plot(tz3,z3)
grid
xlabel('t')
ylabel('z3(t)')
title('Figura IV.48-Reprezentarea lui z3(t) redresat dublu-alternanta pt. 4 perioade')
```

d) Sa se construiasca si sa se reprezinte grafic semnalele $x_{par}(t)$, $x_{impar}(t)$, $x(4t)$, $x(4t-1)$, $x(4t-3)$, $x(t/4)$, $x(t/4-1)$, $x^2(2t)$, $x(t)+x(t/2)+x(2t)$ pe intervalul $[-10,10]$.

Figura IV.49-Reprezentarea lui $x_{par}(t)$ pe intervalul $[-10,10]$

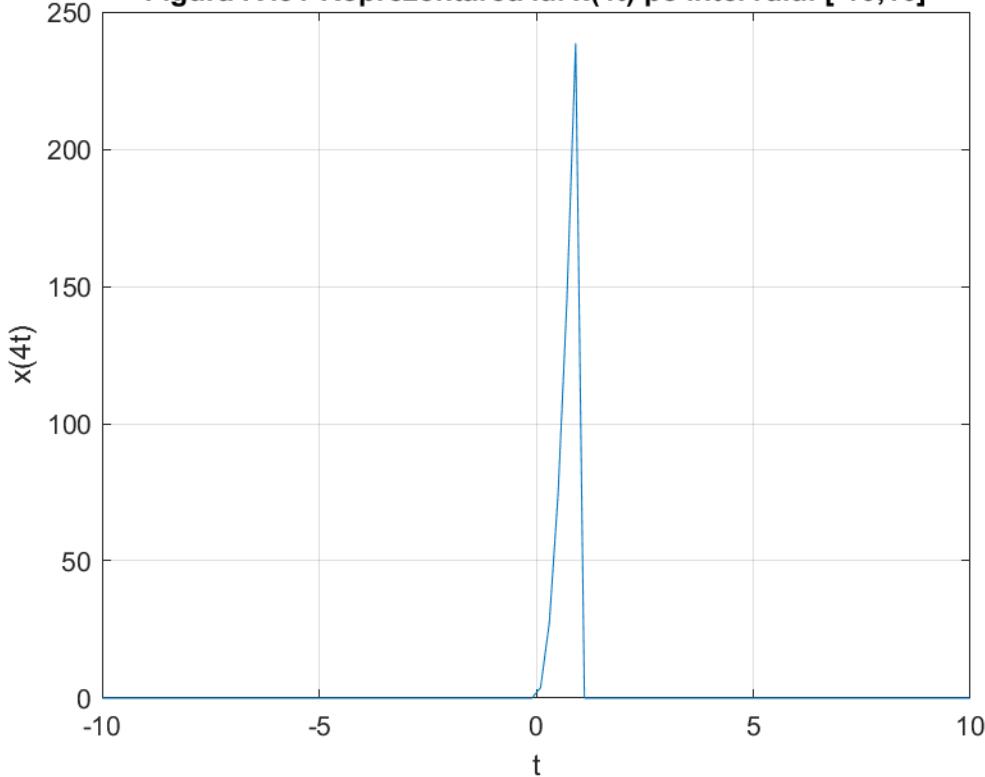


```
t=linspace(-10,10);
x=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;
x_minus=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;
xpar=(x+x_minus)/2;
a=xpar.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x_{par}(t)')
grid
title('Figura IV.49-Reprezentarea lui x_{par}(t) pe intervalul [-10,10]')
```



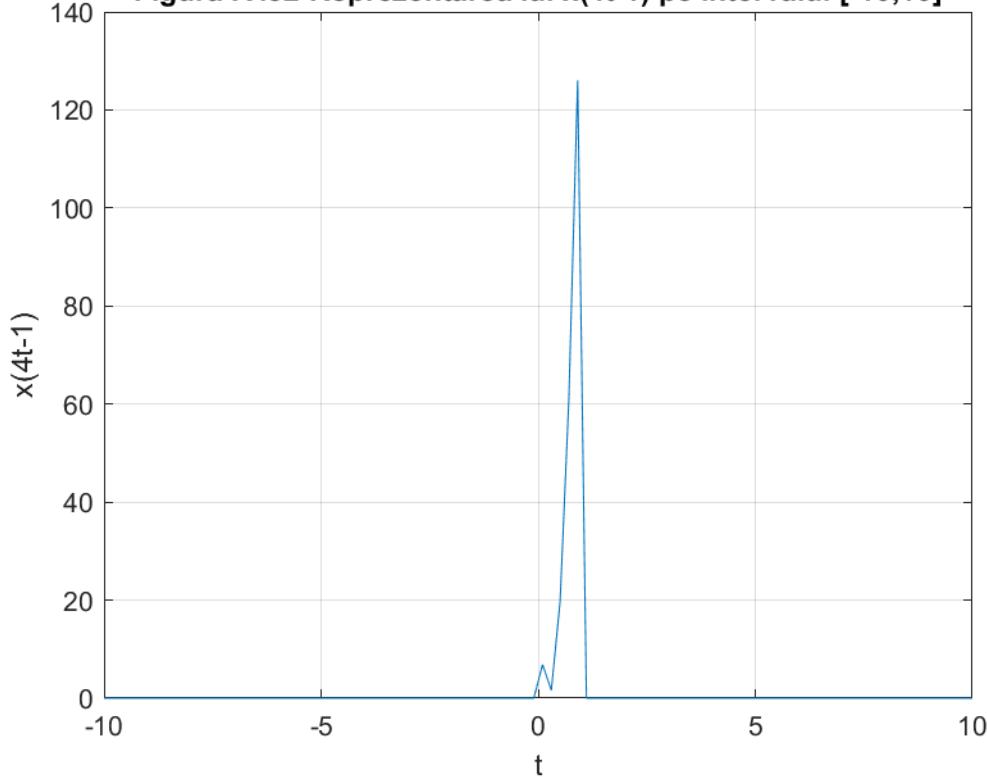
```
t=linspace(-10,10);
x=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;
x_minus=17.865*t.^2-0.4329*t+0.7307;
ximpar=(x-x_minus)/2;
a=ximpar.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('ximpar(t)')
grid
title('Figura IV.50-Reprezentarea lui ximpar(t) pe intervalul [-10,10]')
```

Figura IV.51-Reprezentarea lui $x(4t)$ pe intervalul $[-10,10]$



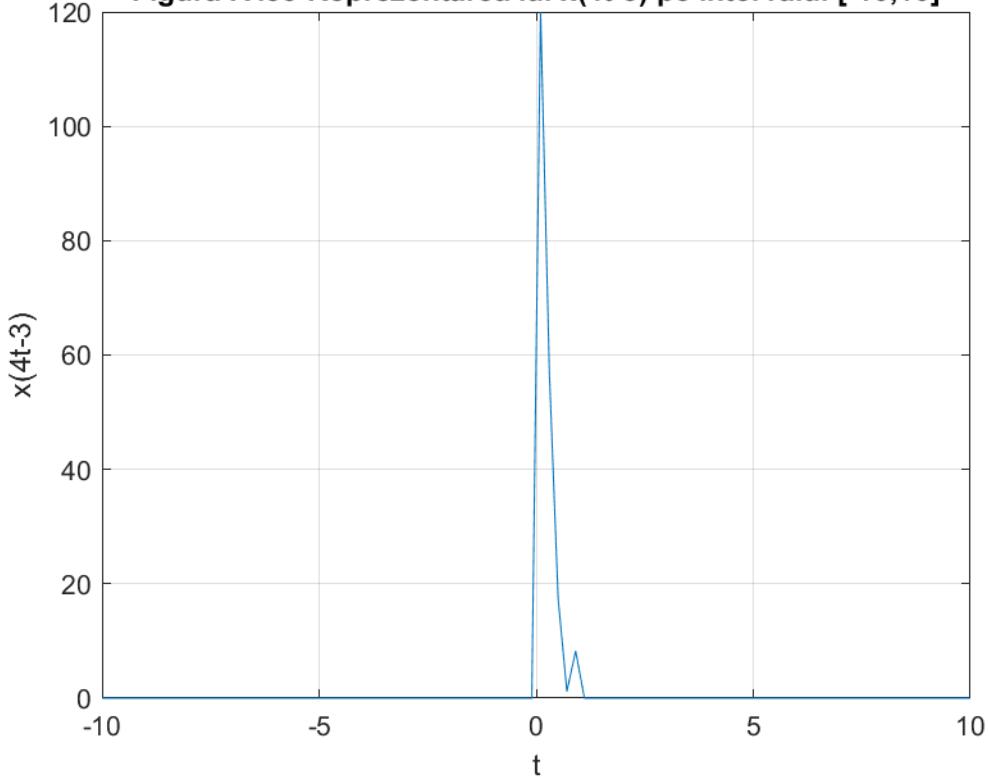
```
t=linspace(-10,10);
x=17.865*(4*t).^2+0.4329*4*t+0.7307;
a=x.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x(4t)')
grid
title('Figura IV.51-Reprezentarea lui x(4t) pe intervalul [-10,10]')
```

Figura IV.52-Reprezentarea lui $x(4t-1)$ pe intervalul $[-10,10]$



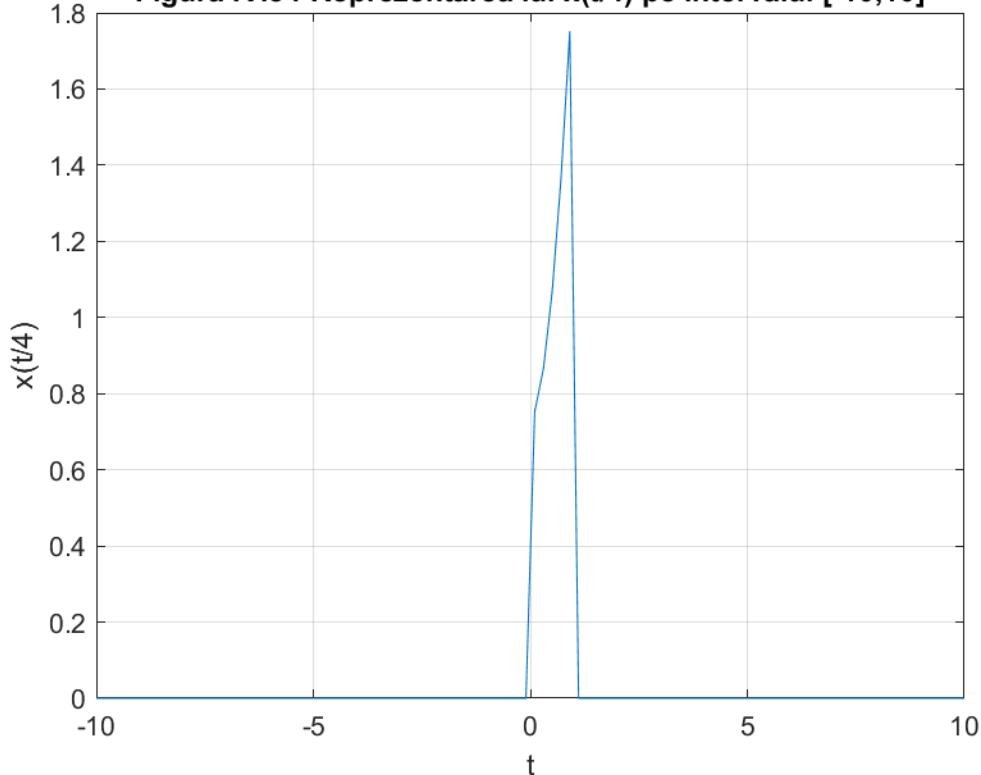
```
t=linspace(-10,10);
x=17.865*(4*t-1).^2+0.4329*(4*t-1)+0.7307;
a=x.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x(4t-1)')
grid
title('Figura IV.52-Reprezentarea lui x(4t-1) pe intervalul [-10,10]')
```

Figura IV.53-Reprezentarea lui $x(4t-3)$ pe intervalul $[-10,10]$



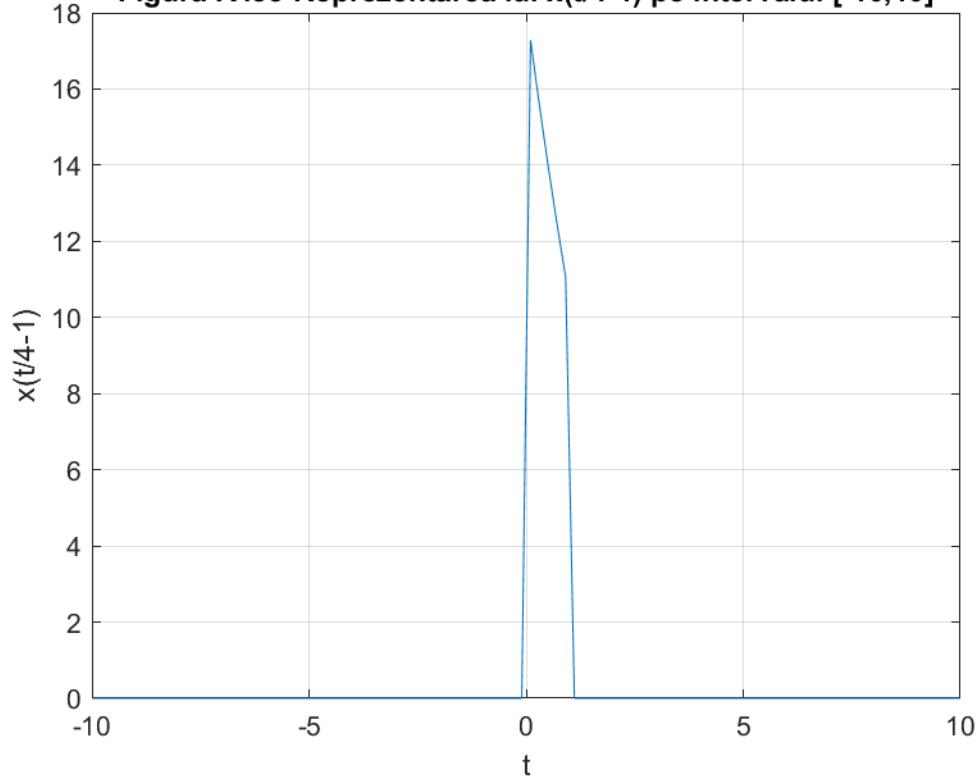
```
t=linspace(-10,10);
x=17.865*(4*t-3).^2+0.4329*(4*t-3)+0.7307;
a=x.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x(4t-3)')
grid
title('Figura IV.53-Reprezentarea lui x(4t-3) pe intervalul [-10,10]')
```

Figura IV.54-Reprezentarea lui $x(t/4)$ pe intervalul [-10,10]

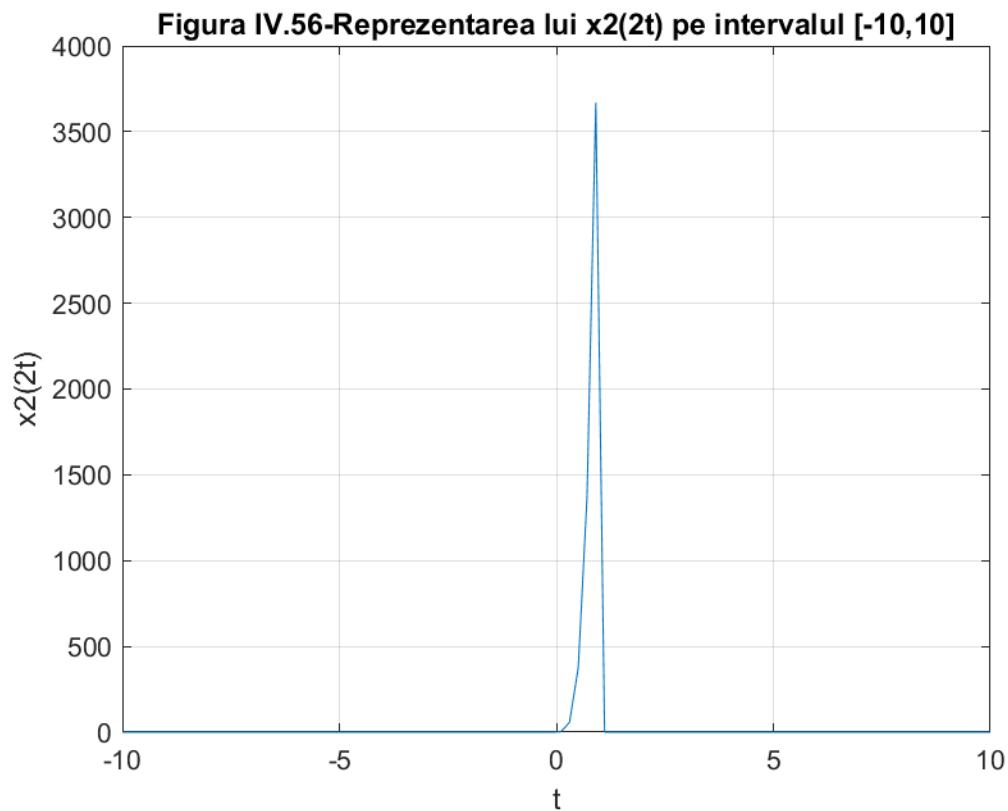


```
t=linspace(-10,10);
x=17.865*(t/4).^2+0.4329*(t/4)+0.7307;
a=x.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x(t/4)')
grid
title('Figura IV.54-Reprezentarea lui x(t/4) pe intervalul [-10,10]')
```

Figura IV.55-Reprezentarea lui $x(t/4-1)$ pe intervalul [-10,10]

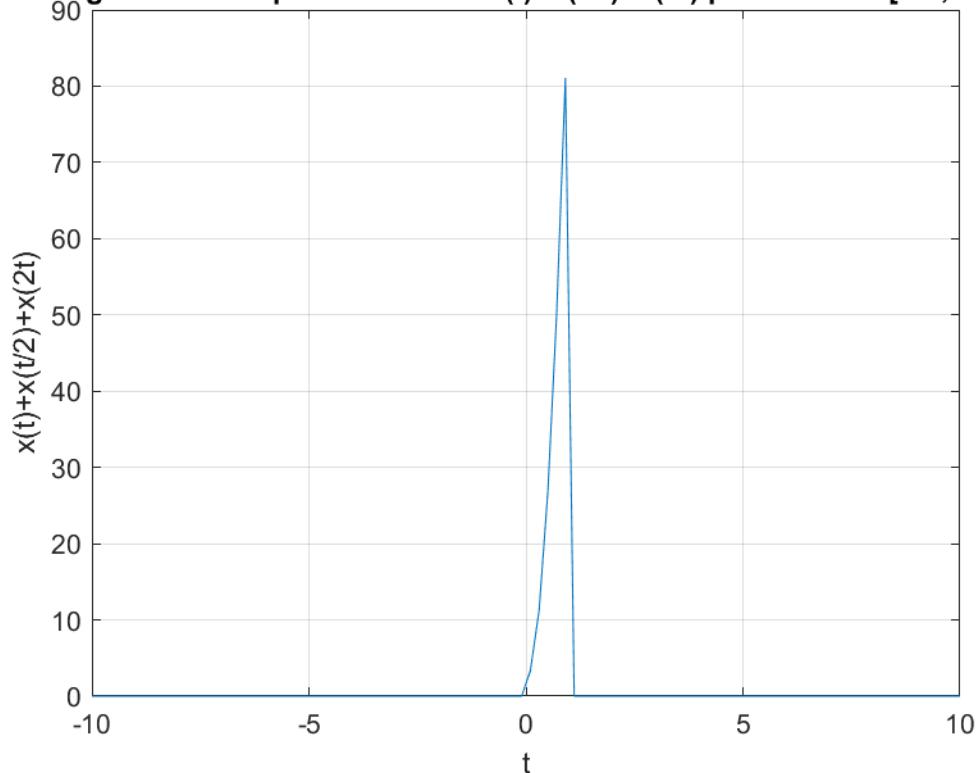


```
t=linspace(-10,10);
x=17.865*(t/4-1).^2+0.4329*(t/4-1)+0.7307;
a=x.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x(t/4-1)')
grid
title('Figura IV.55-Reprezentarea lui x(t/4-1) pe intervalul [-10,10]')
```



```
t=linspace(-10,10);
x=17.865*(2*t).^2+0.4329*2*t+0.7307;
patratul_lui_x=x.*x;
a=patratul_lui_x.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x^2(2t)')
grid
title('Figura IV.56-Reprezentarea lui x^2(2t) pe intervalul [-10,10]')
```

Figura IV.57-Reprezentarea lui $x(t)+x(t/2)+x(2t)$ pe intervalul $[-10,10]$



```
t=linspace(-10,10);
x1=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;
x2=17.865*(t/2).^2+0.4329*(t/2)+0.7307;
x3=17.865*(2*t).^2+0.4329*2*t+0.7307;
xtotal=x1+x2+x3;
a=xtotal.*rectangularPulse(0,1,t);
plot(t,a)
xlabel('t')
ylabel('x(t)+x(t/2)+x(2t)')
grid
title('Figura IV.57-Reprezentarea lui x(t)+x(t/2)+x(2t) pe intervalul [-10,10]')
```

e) Sa se calculeze analitic componenta continua pentru $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$.

$$x(t) = 17,865t^2 + 0,4329t + 0,7307, \quad t \in [0,1].$$

$$x_1(t) = x(t) + \int_{T_1} (t), \quad T_1 = 0,5$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{0,5} \int_0^{0,5} (17,865t^2 + 0,4329t + 0,7307) dt \\ &= \frac{1}{0,5} \left(17,865 \frac{t^3}{3} + 0,4329 \frac{t^2}{2} + 0,7307t \right) \Big|_0^{0,5} \\ &= \frac{1}{0,5} (0,744 + 0,054 + 0,365) = \frac{1,163}{0,5} = 2,326 \end{aligned}$$

$$x_2(t) = x(t) + \int_{T_2} (t), \quad T_2 = 1$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{1}{1} \int_0^1 (17,865t^2 + 0,4329t + 0,7307) dt \\ &= \left(17,865 \frac{t^3}{3} + 0,4329 \frac{t^2}{2} + 0,7307t \right) \Big|_0^1 \\ &= 5,895 + 0,216 + 0,7307 = 6,8417 \end{aligned}$$

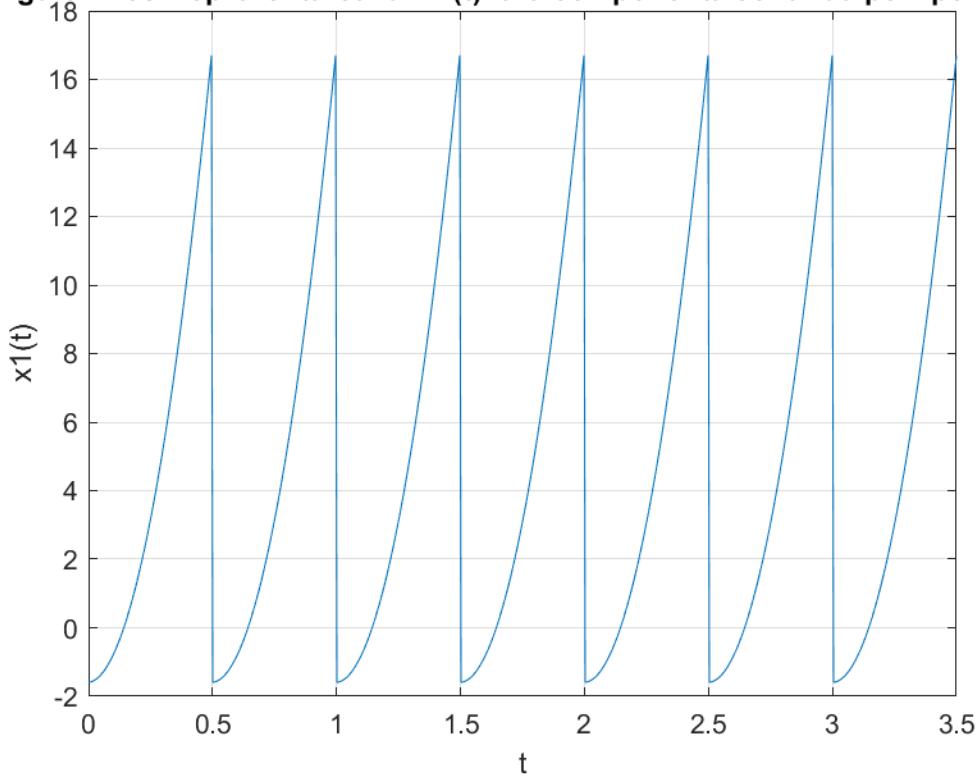
$$x_3(t) = x(t) + \int_{T_3} (t), \quad T_3 = 3$$

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{1}{3} \int_0^3 (17,865t^2 + 0,4329t + 0,7307) dt = \frac{1}{3} \left[\int_0^1 x(t) dt + \right. \\ &\quad \left. \int_1^2 x(t) dt + \int_2^3 x(t) dt \right] = \frac{1}{3} C_2 = 2,28056 \end{aligned}$$

Pentru $y_i(t)$ și $z_i(t)$, componenta continuă este nula.

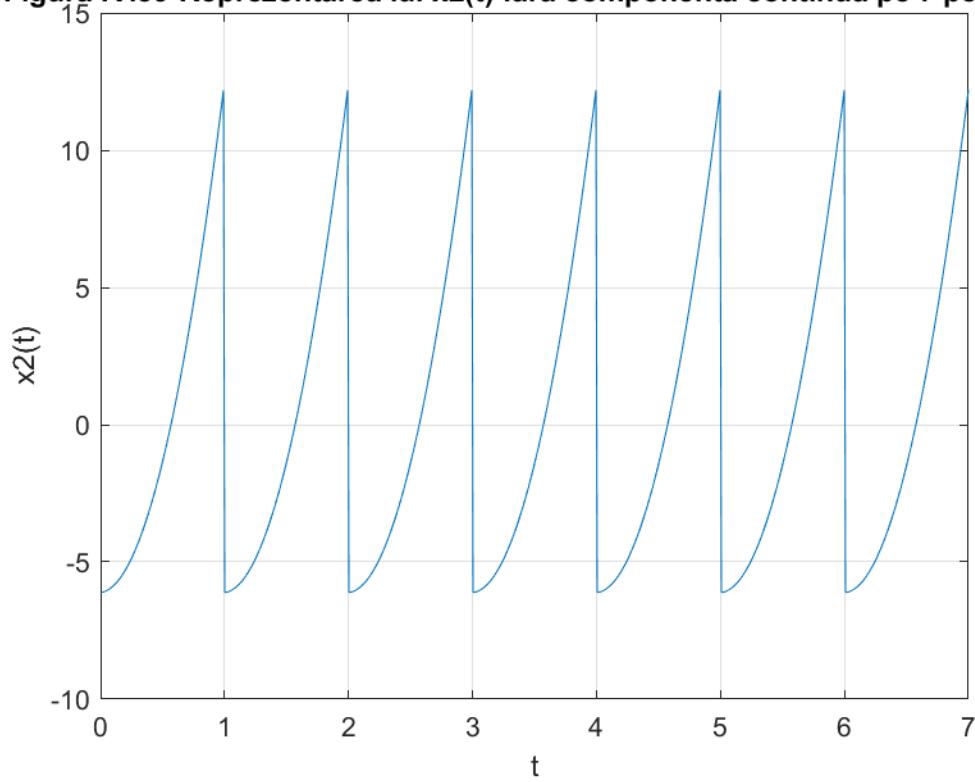
f) Sa se reprezinte grafic $x_i(t)$, $y_i(t)$, $z_i(t)$ fara componenta continua pe 7 perioade.

Figura IV.58-Reprezentarea lui $x_1(t)$ fara componenta continua pe 7 perioade



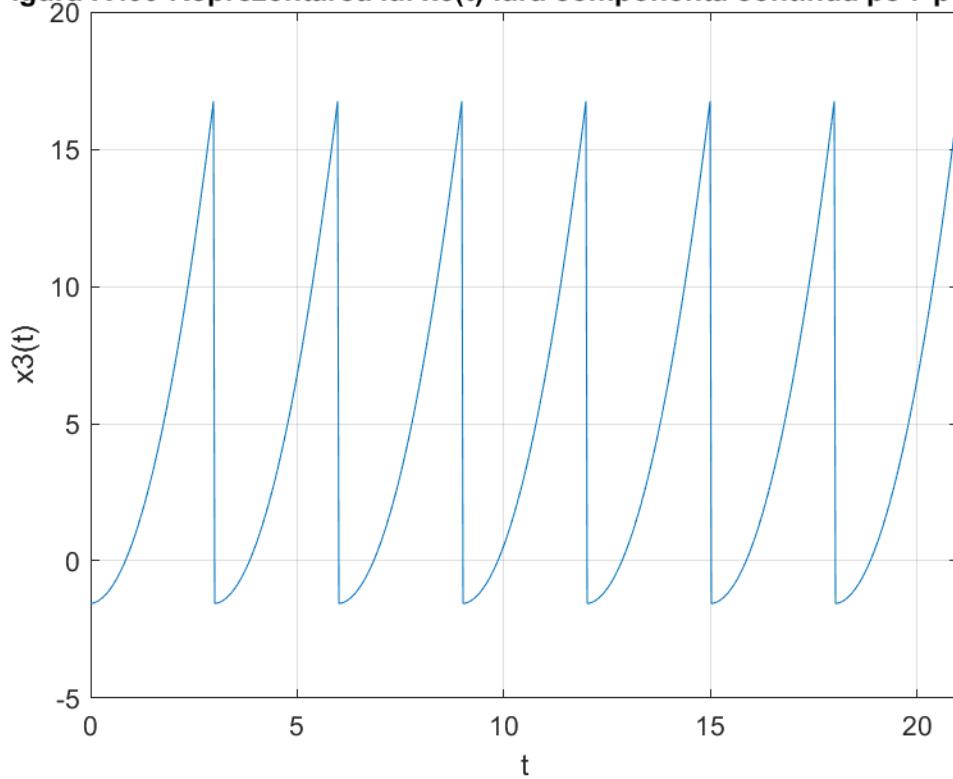
```
t=linspace(0,1);  
x=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;  
x1=x'*ones(1,7);  
t1=linspace(0,3.5,700);  
x1=x1(:);  
plot(t1,x1-2.326);  
xlabel('t')  
ylabel('x1(t)')  
grid  
title('Figura IV.58-Reprezentarea lui x1(t) fara componenta continua pe 7 perioade')
```

Figura IV.59-Reprezentarea lui $x_2(t)$ fara componenta continua pe 7 perioade



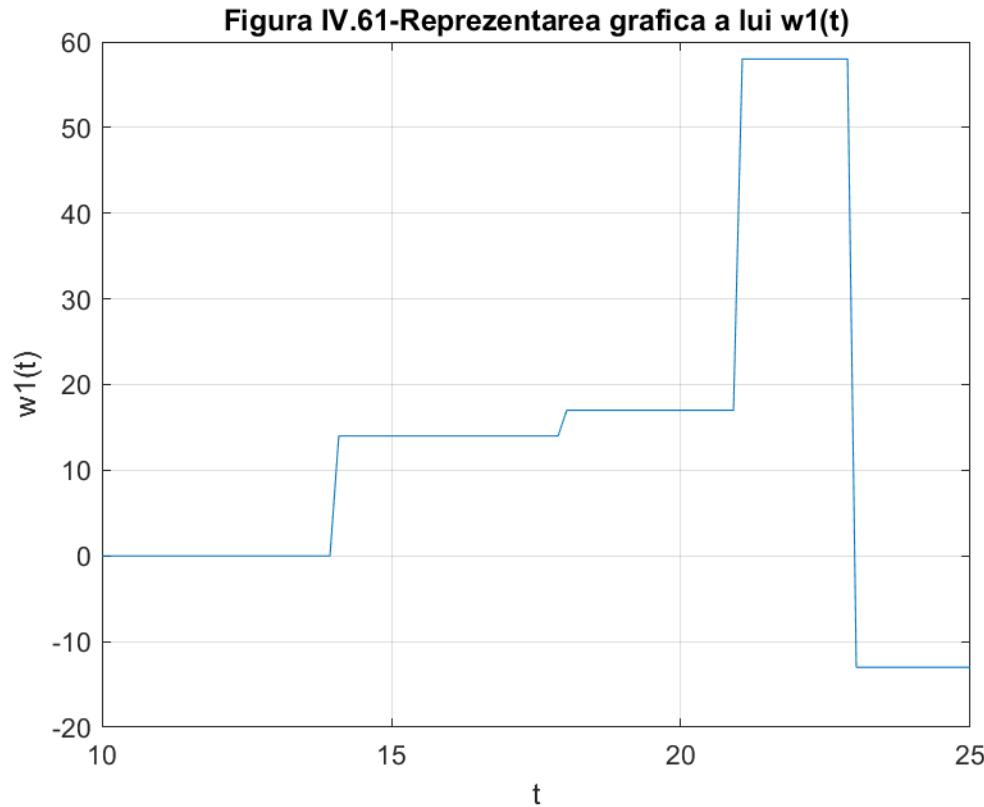
```
t=linspace(0,1);
x=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;
x2=x'*ones(1,7);
t2=linspace(0,7,700);
x2=x2(:);
plot(t2,x2-6.8417);
xlabel('t')
ylabel('x2(t)')
grid
title('Figura IV.59-Reprezentarea lui x2(t) fara componenta continua pe 7 perioade')
```

Figura IV.60-Reprezentarea lui $x_3(t)$ fara componenta continua pe 7 perioade



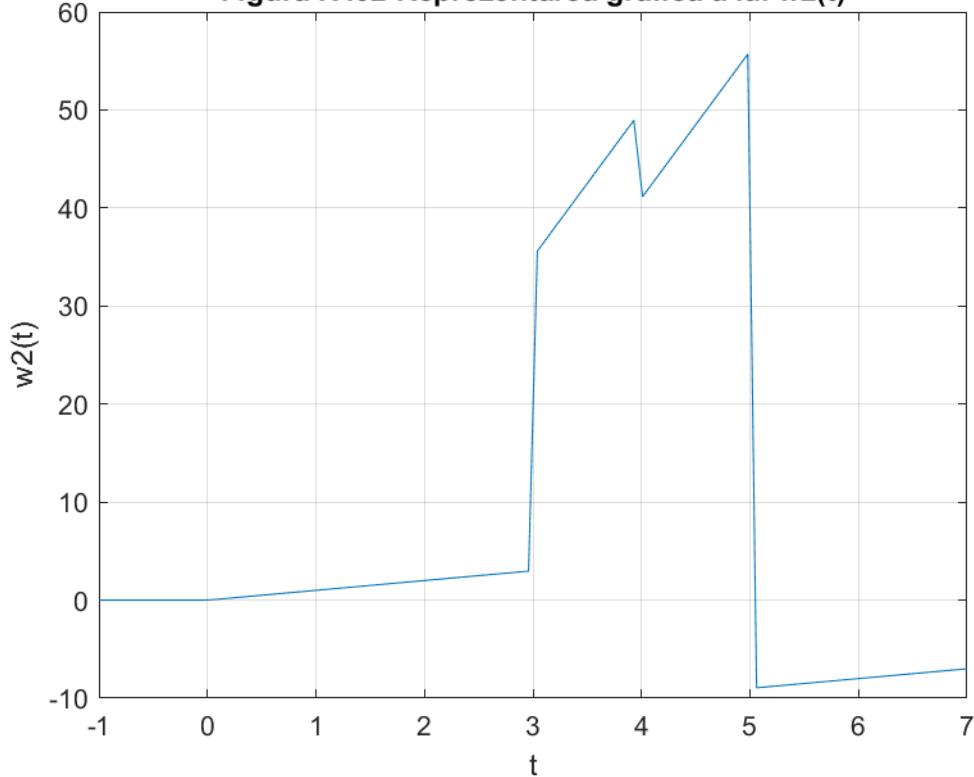
```
t=linspace(0,1);  
x=17.865*t.^2+0.4329*t+0.7307;  
x3=x'*ones(1,7);  
t3=linspace(0,21,700);  
x3=x3(:);  
plot(t3,x3-2.28056);  
xlabel('t')  
ylabel('x3(t)')  
grid  
axis ([0 21 -5 20])  
title('Figura IV.60-Reprezentarea lui x3(t) fara componenta continua pe 7 perioade')
```

i) Utilizand functiile heaviside, rectangularPulse, triunghiularPulse si fplot, sa se reprezinte grafic semnalele:



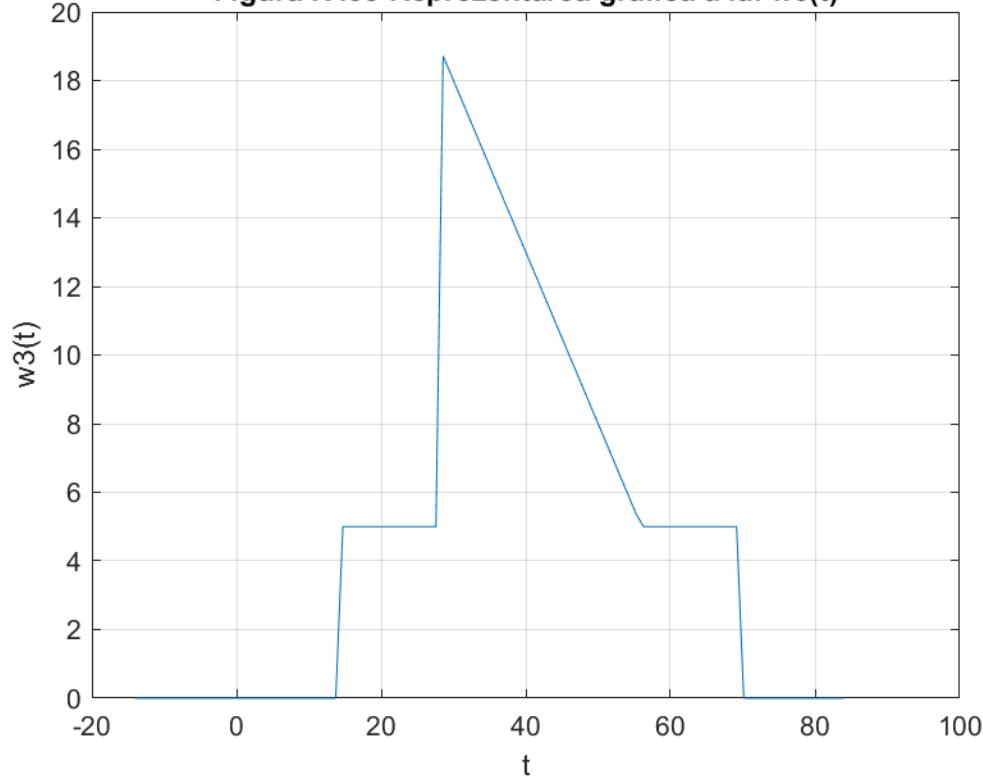
```
t=linspace(10,25);  
w1=14*heaviside(t-14)+3*heaviside(t-18)+41*heaviside(t-21)-71*heaviside(t-23);  
plot(t,w1)  
xlabel('t')  
ylabel('w1(t)')  
grid  
title('Figura IV.61-Reprezentarea grafica a lui w1(t)')
```

Figura IV.62-Reprezentarea grafica a lui w2(t)



```
t=linspace(-1,7);  
w2=t.*heaviside(t)+(14*t-10).*heaviside(t-3)-9*heaviside(t-4)-(14*t-5).*heaviside(t-5);  
plot(t,w2)  
xlabel('t')  
ylabel('w2(t)')  
grid  
title('Figura IV.62-Reprezentarea grafica a lui w2(t)')
```

Figura IV.63-Reprezentarea grafica a lui w3(t)



```
t=linspace(-14,84);  
w3=5*heaviside(t-14)-(7/14)*(t-56).*[heaviside(t-28)-heaviside(t-42)]+7*[(-t)/14+4].*[heaviside(t-42)-heaviside(t-56)]-5*heaviside(t-70);  
plot(t,w3)  
xlabel('t')  
ylabel('w3(t)')  
grid  
title('Figura IV.63-Reprezentarea grafica a lui w3(t)')
```

5. CONCLUZII ȘI PERSPECTIVE

Matlab se bazează pe utilizarea matricelor. Matricele pot fi alcătuite din numere reale sau complexe ce se folosesc pentru a reprezenta diferite informații precum semnale, imagini, polinoame, date statistice, sisteme liniare etc.

În Matlab nu există o sintaxă complicată de consemnat, de aceea favorizează concentrarea directă în rezolvarea problemelor, ci nu pe aspecte tehnice privind programarea. În cuprinsul bibliotecă matematică sunt incluse peste 500 de funcții matematice, statistică, fizică și tehnica.

Un semnal este o măsură fizică care există și evoluază în timp. Acesta poate fi determinist sau aleatoriu, din punct de vedere al caracteristicilor săi funcție de timp. Un semnal este considerat a fi determinist dacă evoluția sa în timp poate fi descrisă în orice moment, în timp ce un semnal aleatoriu nu poate fi caracterizat prin evoluția sa în timp.

Perioodicitatea, simetria și continuitatea sunt proprietăți ale funcțiilor de timp ce ajută la analiza semnalelor.

Matlab a evoluat de-a lungul timpului datorită răspicării mai multor utilizatori.

În opinia mea, proiectul a avut rolul de a ne ajuta să apăfurem noțiunile de bază ale analizei semnalelor, dar mai ales de a evidenția importanța procedurilor de procesare digitală a semnalelor datorită Matlab-ului, un program venit în ajutorul inginerilor prin eficiența sa.

6.

BIBLIOGRAFIE

- Noțiile de curs “*Semnale și Sisteme*” - prof. Mircea Răducanu
- Platforme de laborator “*Semnale și Programare*” - prof. Mircea Răducanu
- Mathworks.com