

02. Sistemi di Numerazione e Algebra di Boole

Sistemi di Numerazione Posizionali

Base 10 (Decimale)

- Sequenza $d_k d_{k-1} \dots d_1 d_0$ rappresenta: $d_k \times 10^k + d_{k-1} \times 10^{k-1} + \dots + d_1 \times 10 + d_0$, quindi $\sum_{i=0}^k d_i \times 10^i$

Base 2 (Binaria)

- Sequenza $d_k d_{k-1} \dots d_1 d_0$ rappresenta: $\sum_{i=0}^k d_i \times 2^i$
- **Range con n bit:**

- Minimo: $000\dots0 = 0_{10}$
- Massimo: $111\dots1 = 2^n - 1$

Multipli Binari

- **Byte** = 8 bit
- **Kilo (K)** = $2^{10} = 1024 \approx 10^3$
- **Mega (M)** = $2^{20} = 1.048.576 \approx 10^6$
- **Giga (G)** = $2^{30} \approx 10^9$
- **Tera (T)** = $2^{40} \approx 10^{12}$
- **Peta (P)** = $2^{50} \approx 10^{15}$

Notazione Ottale (Base 8)

- Otto simboli: 0-7
- Ogni simbolo rappresenta 3 bit

Notazione Esadecimale (Base 16)

- Sedici simboli: 0-9, A-F ($A=10$, $B=11$, $C=12$, $D=13$, $E=14$, $F=15$)
- Ogni simbolo rappresenta 4 bit

Algebra di Boole

Variabili e Operazioni Base

- Variabili binarie: 0 (FALSO) o 1 (VERO)

Operazioni fondamentali:

- **AND** ($A \cdot B$): output 1 solo se entrambi gli operandi sono 1
- **OR** ($A + B$): output 1 se almeno un operando è 1
- **NOT** (\bar{A}): inverte il valore dell'operando

Operatori Derivati

- **NAND** ($\overline{A \cdot B}$): output 0 solo se entrambi gli operandi sono 1
- **NOR** ($\overline{A + B}$): output 1 solo se entrambi gli operandi sono 0
- **XOR** ($A \oplus B$): output 1 se gli operandi sono diversi

Postulati Fondamentali

Leggi commutative:

$$A \cdot B = B \cdot A$$

$$A + B = B + A$$

Leggi distributive:

$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

Elementi identità:

$$1 \cdot A = A$$

$$0 + A = A$$

Elementi inversi:

$$A \cdot \overline{A} = 0$$

$$A + \overline{A} = 1$$

Identità Derivate

Leggi associative:

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

Idempotenza:

$$A \cdot A = A$$

$$A + A = A$$

Assorbimento:

$$0 \cdot A = 0$$

$$1 + A = 1$$

Teoremi di De Morgan:

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Precedenza degli Operatori

In assenza di parentesi, AND ha precedenza su OR.

$$D = A + (\overline{B} \cdot C)$$

$D = 1$ se $A = 1$ oppure se $B = 0$ e $C = 1$. Altrimenti $D = 0$.