

# Esercizi rappresentazione binaria, ottale, esadecimale

## Architettura degli elaboratori

*Laurea in Informatica*

*Docente: Federico Corò*

# Rappresentazione binaria

- $(124)_{10} = \sum_{\{k=n, \dots, 0\}} d_k * 10^k = 1 * 10^2 + 2 * 10^1 + 4 * 10^0$

Stessa regola, ma con basi diverse:

- Ci permette di convertire da qualunque base alla base 10
- $(124)_8 = \sum_{\{k=n, \dots, 0\}} d_k * 8^k = 1 * 8^2 + 2 * 8^1 + 4 * 8^0$
- $(1010)_2 = \sum_{\{k=n, \dots, 0\}} d_k * 2^k = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0$

Attenzione: la base definisce anche quali simboli si possono utilizzare!

- Base 10: 0...9
- Base 8: 0...7
- Base 16: 0...9,A..F
- Base 2: 0,1

# Da base 10 a base diversa

- Come passare da base 10 a una base diversa?

Si consideri un numero  $n$  espresso in base 10 e da convertire in base  $b$

- Idea: individuare la potenza di  $b$  più grande  $\leq n$ , chiamiamola  $i$ .
  - E.g.  $(84)_{10} \geq 8^2$  ma  $(84)_8 < 8^3$ , quindi  $i = 2$
- $n$  in base  $b$  avrà la cifra di indice  $i$  (partendo da 0) sicuramente  $> 0$ 
  - In particolare, avrà valore  $\frac{n}{b^i}$
  - Nel nostro esempio, la cifra di indice 2 sarà  $84/64=1$
- Ripeto il punto 1 con  $n = n \bmod b^i$ 
  - $n=84 \bmod 64=20$

$$\text{Risultato: } (84)_{10} = (124)_8$$

# Da base 10 a base diversa

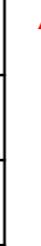
- Come passare da base 10 a una base diversa?

Algoritmo che segue la medesima idea:

Si consideri un numero  $n$  espresso in base 10 e da convertire in base  $b$

- Si divide  $n$  per  $b$  con quoziente  $q$  e resto  $r$ 
  - $r$  è la cifra più a destra della rappresentazione in base  $b$  di  $n$
- Si ripete il procedimento con  $n = q$  finchè il risultato della divisione è 0

Operazione	Quoziente	Resto
84/8	10	4
10/8	1	2
1/8	0	1



Risultato:  $(84)_{10} = (124)_8$

# Esercizi

Trasformare i seguenti numeri da base indicata a base 10:

- $(111)_2 = (?)_{10}$
- $(1000)_2 = (?)_{10}$
- $(0111)_2 = (?)_{10}$
- $(1A)_{16} = (?)_{10}$

Trasformare i seguenti numeri da base 10 a base indicata:

- $(10)_{10} = (?)_2$     $(10)_{10} = (?)_8$     $(10)_{10} = (?)_{16}$
- $(142)_{10} = (?)_8$     $(142)_{10} = (?)_{16}$

Trasformare i seguenti numeri nella base indicata:

- $(101)_2 = (?)_8$
- $(1001)_2 = (?)_{16}$
- $(101011)_2 = (?)_8$
- $(10010101)_2 = (?)_{16}$                $(?)_8$

- $(111)_2 = (1 * 2^2) + (1 * 2^1) + (1 * 2^0) = 4 + 2 + 1 = 7$
- $(1000)_2 = (1 * 2^3) + (0 * 2^2) + (0 * 2^1) + (0 * 2^0) = 8 + 0 + 0 + 0 = 8$
- $(0111)_2 = (0 * 2^3) + (1 * 2^2) + (1 * 2^1) + (1 * 2^0) = 0 + 4 + 2 + 1 = 7$
- $(1A)_{16} = (1 * 16^1) + (10 * 16^0) = 16 + 10 = 26$

- $(10)_{10} \rightarrow 2^3 \leq 10 < 2^4 \rightarrow i=3$

$$c_3 = 10/(2^3) = 1 \text{ resto } 2$$

$$c_2 = 2/(2^2) = 0 \text{ resto } 2$$

$$c_1 = 2/2 = 1 \text{ resto } 0$$

$$c_0 = 0/1 = 0 \text{ resto } 0$$

$\rightarrow (1010)_2$

- $(101)_2 = (1 * 2^2) + (0 * 2^1) + (1 * 2^0) = 4 + 1 = 5$

$$(5)_{10} \rightarrow 8^0 \leq 5 < 8 \rightarrow i=0$$

$$c_0 = 5/1 = 5 \text{ resto } 0$$

$\rightarrow (5)_8$

# Esercizi - soluzioni

Trasformare i seguenti numeri da base indicata a base 10:

- $(111)_2 = (7)_{10}$
- $(1000)_2 = (8)_{10}$
- $(0111)_2 = (7)_{10}$
- $(1A)_{16} = (26)_{10}$

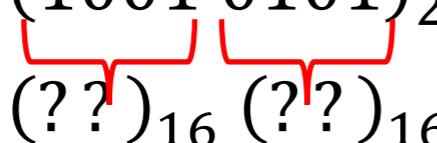
Trasformare i seguenti numeri da base 10 a base indicata:

- $(10)_{10} = (1010)_2 \quad (10)_{10} = (12)_8 \quad (10)_{10} = (A)_{16}$
- $(142)_{10} = (216)_8 \quad (142)_{10} = (8E)_{16}$

Trasformare i seguenti numeri nella base indicata:

- $(101)_2 = (5)_8$
- $(1001)_2 = (9)_{16}$
- $(101011)_2 = (53)_8$
- $(10010101)_2 = (95)_{16} \quad (225)_8$

# Conversione a blocchi

- Se un gruppo di  $m$  cifre della base di partenza presenta le stesse configurazioni di un gruppo di  $m'$  cifre della base di destinazione
  - Si può effettuare la conversione di base in modo molto più semplice per blocchi
- Quante possibili configurazioni per:
  - 1 bit (banale)?      2 bit ?      3 bit?      4 bit?
  - 1 cifra in base 8 ?
  - 1 cifra in base 16?
- Esempio:  $(1001\ 0101)_2 = (? ?)_{16} \ (95)_{16}$   


# Esercizi Conversione a blocchi

Trasformare i seguenti numeri da base 2 alla base indicata utilizzando la tecnica della divisione per blocchi

- $(101011)_2 = (??)_8$  (stesso esempio visto prima)
- $(10010101)_2 = (??)_{16}$  (stesso esempio visto prima)
- $(101101010)_2 = (??)_8$

Come definiamo i blocchi nei seguenti casi?

- $(11000)_2 = (??)_8$
- $(10101)_2 = (??)_{16}$
- $(101101010)_2 = (??)_{16}$

# Esercizi Conversione a blocchi - soluzioni

Trasformare i seguenti numeri da base 2 alla base indicata utilizzando la tecnica della divisione per blocchi

- $(101\ 011)_2 = (53)_8$  (stesso esempio visto prima)
- $(1001\ 0101)_2 = (95)_{16}$  (stesso esempio visto prima)
- $(101\ 101\ 010)_2 = (552)_8$

Come definiamo i blocchi nei seguenti casi?

- $(11\ 000)_2 = (30)_8$  - blocchi di 3 bit, padding (aggiungo uno 0 a sinistra)
- $(1\ 0101)_2 = (15)_{16}$
- $(1\ 0110\ 1010)_2 = (16A)_{16}$  - blocchi di 4 bit, aggiungo 3 bit a 0 a sinistra

# Algebra di Boole

- Una variabile logica A può prendere valore Vero o Falso
  - Mapping con bit: 0=Falso, 1= Vero (per convenzione)
- Operazioni logiche: operazioni di base definite su una o più variabili logiche
- Ogni operazione è definita **univocamente** dalla sua **tabella di verità**
- Operazioni logiche di base: AND, OR, NOT

A	B	A AND B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	B	A OR B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	NOT A
1	0
0	1

- Possono essere combinate per creare formule più complesse

# Algebra di Boole

- Esempio di operazione più complessa: eXclusive OR, XOR
  - Definita dalla formula  $(A \text{ OR } B) \text{ AND NOT}(A \text{ AND } B)$
- Come possiamo calcolare la tabella di verità?
  - Scomponiamo la formula in componenti più semplici e poi li combiniamo (divide et impera)

A	B	A OR B	A AND B	NOT(A AND B)	(A OR B) AND NOT(A AND B)
1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0

- Quante possibili funzioni esistono su 2 variabili booleane?
- E quante formule?

# Postulati e proprietà algebra Booleana

- Come possiamo dimostrare che due formule logiche sono equivalenti?
  - Confrontando le tabelle di verità
  - Se agli stessi input corrispondono gli stessi output, allora sono equivalenti

Provate a dimostrare:

- $A \text{ AND } (B \text{ OR } C) = (A \text{ AND } B) \text{ OR } (A \text{ AND } C)$
- $\text{NOT } (A \text{ AND } B) = (\text{NOT } A) \text{ OR } (\text{NOT } B)$
- $\text{NOT } (A \text{ OR } B) = (\text{NOT } A) \text{ AND } (\text{NOT } B)$

# Postulati e proprietà algebra Booleana

- Esempio dimostrazione prima equazione

$$A \text{ AND } (B \text{ OR } C) = (A \text{ AND } B) \text{ OR } (A \text{ AND } C)$$

- Considero entrambi i termini e ne calcolo la tabella di verità

A	B	C	B OR C	A AND (B OR C)
1	1	1	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	0
0	0	1	1	0
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	0	1	0
0	0	0	0	0

A	B	C	A AND B	A AND C	(A AND B) OR (A AND C)
1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

- Confronto le tabelle riga per riga (stessi input -> stessi output)
- Se sono identiche, allora l'equazione è verificata