Контрольная работа №1 (Дедлайн 20.03.2021 23:59:59)

Условия для успешной сдачи

1. **Дедлайн 20.03.2021 23:59:59**. После дедлайна сдавать можно со штрафом. Штраф равен 6% от количества баллов, которые вы могли бы получить в предыдущий день за свою работу.
2. Выполненная работа должна быть отправлена на почту **ina.rudovich@gmail.com** в **pdf**-формате.
3. **Тема в письме "КР1 {фамилия} {имя} {отчество} {группа}**". Например, "КР1 Иванов Иван Иванович 953501". В ином формате работа может оказаться утерянной.
4. До дедлайна можно отправлять работу несколько раз. Однако при этом проверяться будет только последний вариант.
5. После дедлайна сдать работу можно только 1 раз.
6. Файл с вашей работой должен быть отправлен в pdf формате. В крайнем случае pdf-файл может содержать фотографии рукописно оформленной работы. При этом то, что написано, должно быть хорошо читаемо. В ином случае задание засчитываться не будет.
7. **При оформлении работы не забывайте указывать полное условие задачи**, а уже после - решение (не обязательно набирать, можно и скрин вставить ☺). В ином случае - штраф 50%.
8. Задачи могут быть оформлены не по порядку (только при выполнении предыдущего пункта)

1 Задача [4 балла]

Установлено, что в некоторой местности июне в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из 10-ти случайно взятых в этом месяце дне будет:

a) ровно 3 дождливых дня

b) ни одного дождливого дня

c) не более 5-ти дождливых дней

d) наивероятнейшее число дождливых дней

2 Задача [3 баллов]

В корзине находится n шаров. Каждый из них равновероятно может оказаться либо белым, либо красным. Из урны вынимается m раз по одному шару, причем вынутый шар каждый раз возвращается обратно, и шары перемешиваются. Среди вынутых m шаров k оказались белыми. Определить вероятность того, что среди n шаров урны ровно l белых.

3 Задача [3 балла]

Доказать, что $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - P(\bar{A}_1 \mid \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3)P(\bar{A}_2 \mid \bar{A}_3)P(\bar{A}_3)$

4 Задача [4 балла]

Из полной колоды карт (52 карты) вынимается одна карта. Рассматриваются следующие события:

- A - появление туза
- B - появление карты черной масти
- C - появление пикового туза
- D - появление короля

Зависимы или независимы следующие пары событий:

1. A и B
2. A и C
3. B и C
4. B и D
5. C и D

5 Задача [2 балла]

Завод произвел партию в 10000 стеклянных ваз и тщательно упаковал. Вероятность того, что ваза разобьется при транспортировке, равна p. Найти вероятность того, что из 10000 ваз при транспортировке разобьётся ровно 5.

a) по формуле Пуассона. $p = 0.0005$.

b) по локальной теореме. Муавра-Лапласа. $p = 0.009$.

6 Задача [2 балла]

Охотник стреляет $2N$ раз ($N \to \infty$). Попадание в цель и промах равновероятны. Найти вероятность того, что число попаданий будет заключено между числами $N - \sqrt{2N}/2$ и $N + \sqrt{2N}/2$.

7 Задача [4 балла]

В урне находится n шаров, 4 из которых бракованные. Достаются k шаров, при этом за 1 раз равновозможно вытащить любой из оставшихся шаров.

a) Найти вероятность того, что будет вытащен хотя бы один бракованный мяч.

b) Найти вероятность того, что будет вытащено ровно 2 бракованных мяча.

8 Задача [3 балла]

На определенном этапе расследования инспектор убежден на 70% в виновности подозреваемого. Предположим, что новая улика показывает, что преступник левша. 20% населения левши. На сколько инспектор будет уверен в том, что подозреваемый виновен, если он левша.

9 Задача [4 балла]

Футбольная команда состоит из 20 нападающих и 20 защитников. Игроки должны быть расселены случайным образом в комнаты по 2 человека.

a) Какая вероятность того, что нет комнаты, в которой живет нападающий и защитник?

b) Какая вероятность того, что есть $2i$ комнат, в которых проживают пары нападающий-защитник?

10 Задача [4 балла]

Боб случайным образом выбирает букву из слова RESERVE и затем случайным образом из слова VERTICAL. Найти вероятность того, что он выберет одинаковые буквы.

11 Задача [5 баллов]

Алиса стреляет по мишени. Вероятность попадания в цель p. Какова вероятность того, что Алиса попадет n раз раньше, чем m раз промажет?

12 Задача [6 баллов]

Из колоды в 52 карты вытягиваются 5 карт.

a) Комбинация из 5 последовательных по рангу карт разной масти называется "стрит". Например, 5♠, 6♢, 7 ♣, 8♠, 9 ♣ - стрит. Какая вероятность того, что выпадет стрит.

b) Комбинация 5 карт, состоящая из 2-ух карт одного ранга и 3-ех карт другого ранга, называется фулл хаус. Например, 5♠, 5♣, Д♠, Д♢, Д♡. Какая вероятность того, что выпал фулл хаус.

13 Задача [5 баллов]

Имеется группа в составе N стрелков. При одном выстреле в мишень i-ый стрелок попадает с вероятностью p_i. Вызывается наугад один из стрелков. Произведя один выстрел по мишени, он попал в нее. Найти вероятность того, что при следующих четырех выстрелах того же самого стрелка будет 2 попадания и 2 промаха.

14 Задача [6 баллов]

На отрезке MN длины 1 случайно выбирают две точки O и P , которые разбивают этот отрезок на три части: MO , OP и PN . Какова вероятность того, что отрезок OP будет большей стороной тупоугольного треугольника?

15 Задача [6 баллов]

В прямоугольном треугольнике ABC , в котором $\angle A = \alpha$, случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к вершине A , чем к вершинам B и C ?

16 Задача [7 баллов]

Дана клетчатая плоскость $n \times n$.

a) Сколько на этой плоскости можно нарисовать различных букв Ц?

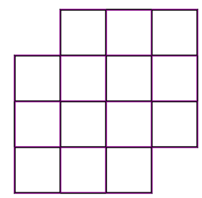
b) На плоскость бросается буква Ц случайного размера (1 из всевозможных, которые могут быть размещены на этой плоскости). Найти вероятность того, что в букве ц задействовано 10 клеток.

17 Задача [7 баллов]

Три птицы садятся на ветку, длинна которой равна L. Найдите вероятность того, что они сядут в том порядке, в котором прилетели.

18 Задача [7 баллов]

Имеется клетчатая доска размером $n \times n$ в которой вырезаны 2 клетки в двух противоположных углах. Катя старается замостить эту доску костями домино. Каждая доминошка может покрыть ровно 2 клетки. Наслаивать их друг на друга нельзя. Найдите вероятность того, что Кате удастся это сделать.



19 Задача [8 баллов]

Каждый из N детей бросил игрушку в центр комнаты. Игрушки перемешивают, после чего каждый ребенок случайным образом выбирает игрушку.

a) Найдите вероятность того, что каждый ребенок выберет чужую игрушку.

b) Найдите вероятность того, что ровно k детей выберут свою игрушку.

20 Задача [10 баллов]

Имеются 2 корзины с шарами. В первой корзине находится n красных шаров, во второй корзине n белых шаров. Шары извлекают из корзин следующим образом. Извлекается один шар из 1-ой корзины и удаляется, затем извлекается шар из 2-ой корзины и помещается в 1-ую козину. Процесс продолжается до тех пор, пока не будут удалены все шары из первой корзины.

a) Найдите вероятность того, что последний извлеченный шар окажется красным.

b) Предположим, что изначально в 1-ой корзине было a_1 красных и b_1 белых шаров, во 2-ой - a_2 красных и b_2 белых шаров. Найдите вероятность того, что последний извлеченный шар окажется красным.