БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Вычисление условной энтропиии случайных

Подготовил:
Беркович Станислав
3 курс 9 группа
Преподаватель :
Вечерко Е.В.

Минск – 2014

1 Постановка задачи

Даны случайные величины ξ_1, ξ_2 . Они распределены по закону Бернулли, причем следующим образом: вероятность успеха первой случайной величины - π_1 , а также дано распределение вероятности $P(\xi_2|\xi_1)=\begin{pmatrix} \alpha & 1-\alpha \\ 1-\beta & \beta \end{pmatrix}$.

Требуется:

- сгенерировать последовательность случайных величин
- вычислить $H(\xi_1|\xi_2), H(\xi_2|\xi_1), \hat{H}(\xi_2|\xi_1), \hat{H}(\xi_1|\xi_2), H(\xi_2|\xi_1+\xi_2), \hat{H}(\xi_2|\xi_1+\xi_2)$
- построить графики зависимостейя $V(\hat{H}(\xi_2|\xi_1)), V(\hat{H}(\xi_1|\xi_2))$ от длины T последовательности случайных величин
- построить семейство графиков зависимостей $H(\xi_2|\xi_1), \hat{H}(\xi_2|\xi_1)$ от $|1-\alpha-\beta|\in[0;1]$, $T\in\{10^3;10^5\}, \pi_1=0{,}5$
- привести 4-5 примеров
- сделать выводы.

2 Алгоритм решения

- **Построение последовательности пар случайных величин:**
  1. Генерируем случайное число от 0 до 1.
  2. Успехом считаем, если оно меньше π_1 (пусть $\xi_1 = j$)
  3. Затем снова генерируем случайное число от 0 до 1.
  4. Успехом считаем, если величина превышает первый элемент j-ой строки.
- **Вычислениие энтропии:**

При помощи данной формулы вычисляем все необходимые энтропии:

$$H(x|y)=H(x,y)-H(y)$$

Считаем безвероятностную энтропию по определению. Все вероятности считаем по свойствам вероятности и свойствам условной вероятности.

Вычисление вариационных рядов осуществляем как и в лабораторной работе №1.

Семейства графиков $H(\xi_2|\xi_1), \hat{H}(\xi_2|\xi_1)$ от $|1-\alpha-\beta|\in[0;1]$ строим так:

- фиксируем значение α и перебираем все β .

3 Примеры

○ Пример 1

Alpha = 0.8, Beta = 0.5, Pi1 = 0.3

Sequence:

{1, 0}, {1, 1}, {0, 0}, {0, 0}, {1, 1}, {1, 0}, {0, 0}, {0, 0}, {0, 1}, {0, 0}, {0, 1}, {0, 0}, {0, 0}, {1, 0}, {0, 0}, {0, 0}, {0, 1}, {0, 0}, {1, 1}, {1, 1},

Entropy X | Y :

1.7344977477786505

Entropy Y | X :

1.7219280948873623

Empiric Entropy X | Y :

0.8514072418518431

Empiric Entropy Y | X :

0.8514072418518431

Entropy Y | X+Y :

0.3274290146246355

Empiric Entropy Y | X+Y

0.2427376486136672

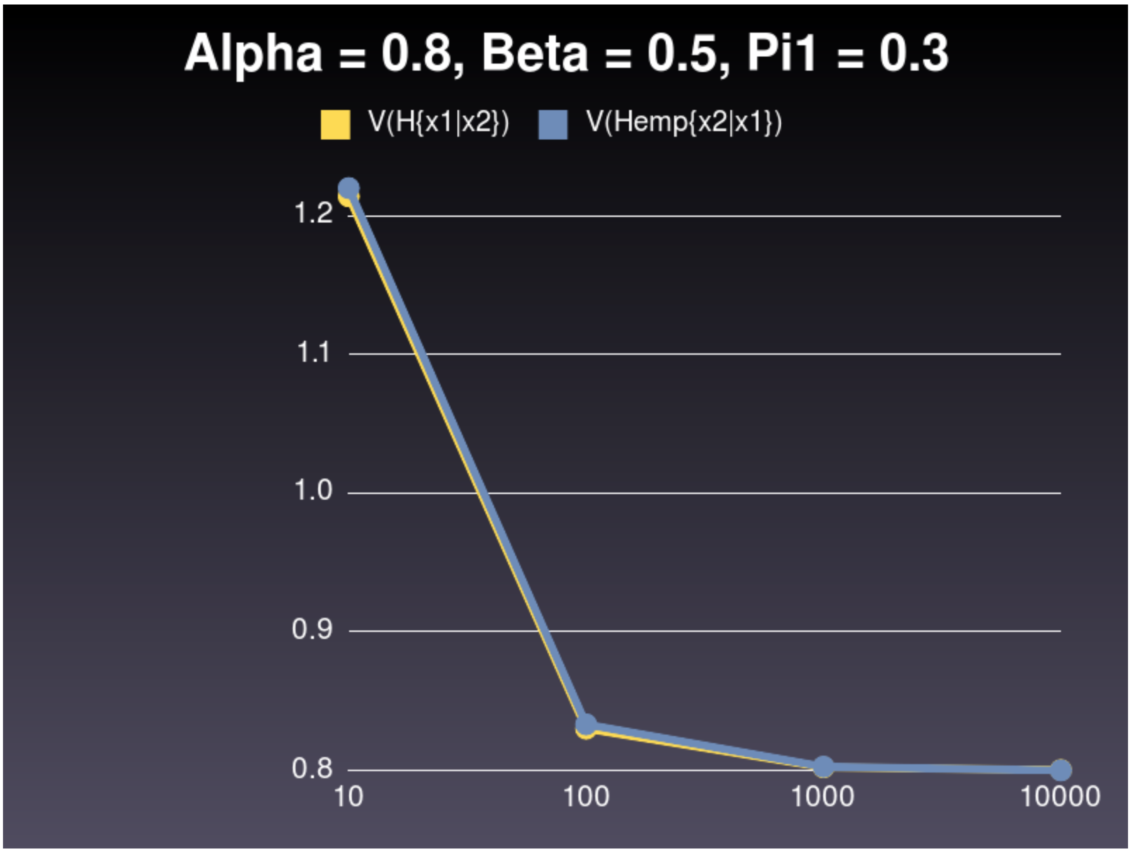
Variational series:

Size: 10, var_X_Y: 1.2546272472272195, var_Y_X: 1.2606166927899578

Size: 100, var_X_Y: 0.8705022325760571, var_Y_X: 0.8735891559297455

Size: 1000, var_X_Y: 0.8425957021920584, var_Y_X: 0.8430302861884132

Size: 10000, var_X_Y: 0.8406148239662794, var_Y_X: 0.8403370545469195



- ### Пример 2

Alpha = 0.2, Beta = 0.6, Pi1 = 0.7

Sequence:

{1, 1}, {1, 0}, {1, 1}, {0, 1}, {1, 0}, {1, 0}, {1, 1}, {1, 1}, {1, 1}, {1, 1}, {1, 1}, {1, 1}, {1, 1}, {1, 1}, {1, 1}, {1, 0}, {1, 1}, {1, 0}, {0, 0}, {0, 1},

Entropy X | Y :

1.6493508835996935

Entropy Y | X :

1.692878689342031

Empiric Entropy X | Y :

0.6091776715021353

Empiric Entropy Y | X :

0.8806282660164276

Entropy Y | X+Y :

0.392776579335532

Empiric Entropy Y | X+Y

0.534764392173436

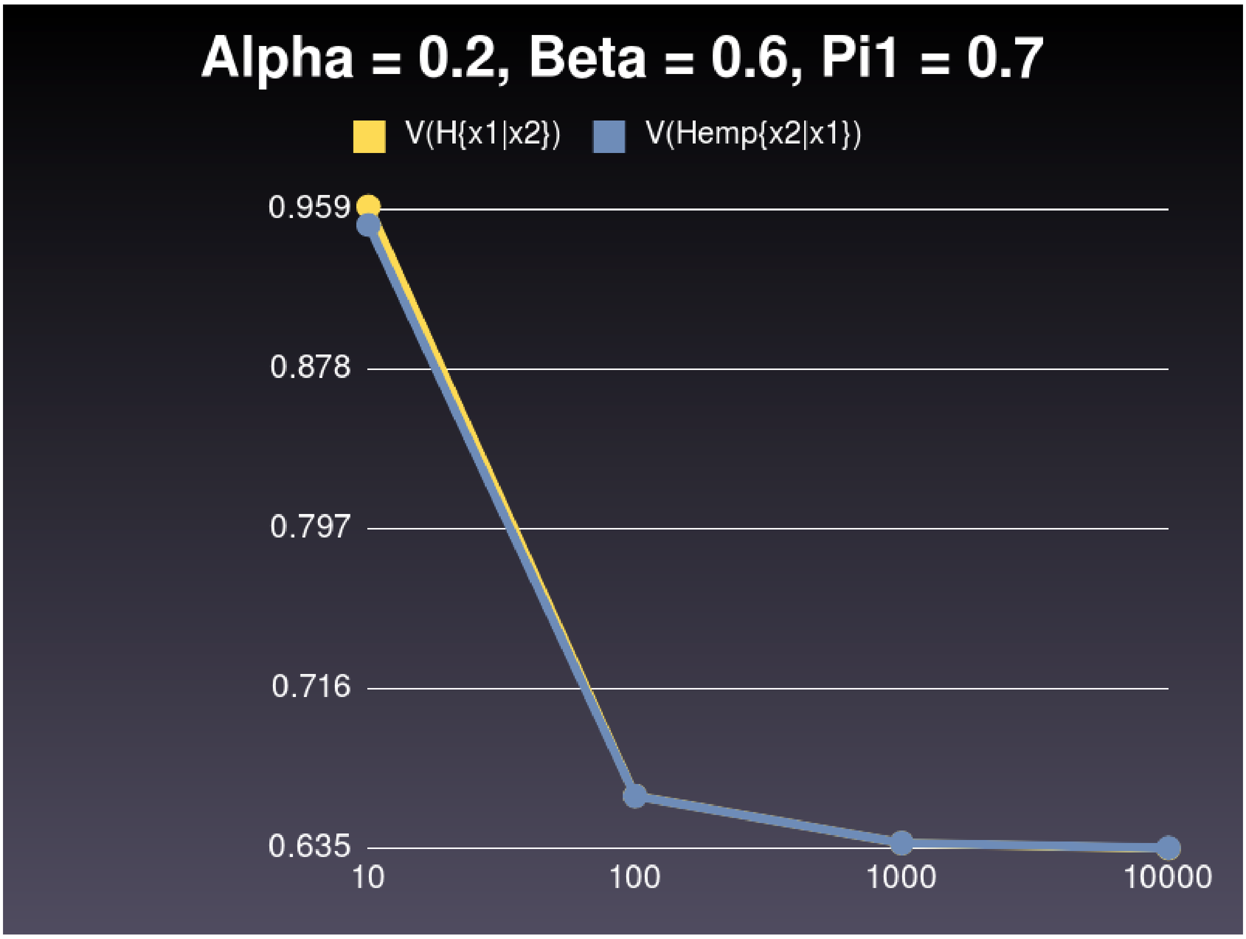
Variational series:

Size: 10, var_X_Y: 0.960225795599067, var_Y_X: 0.9508220725261135

Size: 100, var_X_Y: 0.6612877457067888, var_Y_X: 0.6611895879657875

Size: 1000, var_X_Y: 0.6373255770552579, var_Y_X: 0.6373523418169937

Size: 10000, var_X_Y: 0.6346265701552829, var_Y_X: 0.6349152827156174



- ## Пример 3

Alpha = 0.5, Beta = 0.4, Pi1 = 0.3

Sequence:

{0, 0}, {1, 0}, {0, 0}, {0, 1}, {0, 0}, {0, 1}, {0, 0}, {0, 1}, {0, 0}, {0, 0}, {1, 1}, {1, 0}, {0, 1}, {0, 0}, {0, 1}, {0, 1}, {0, 1}, {0, 1}, {1, 0}, {0, 1},

Entropy X | Y :

1.8548399051176216

Entropy Y | X :

1.9709505944546688

Empiric Entropy X | Y :

0.6751432464099871

Empiric Entropy Y | X :

0.9532151515226248

Entropy Y | X+Y :

0.6156344663249644

Empiric Entropy Y | X+Y

0.3438920279288791

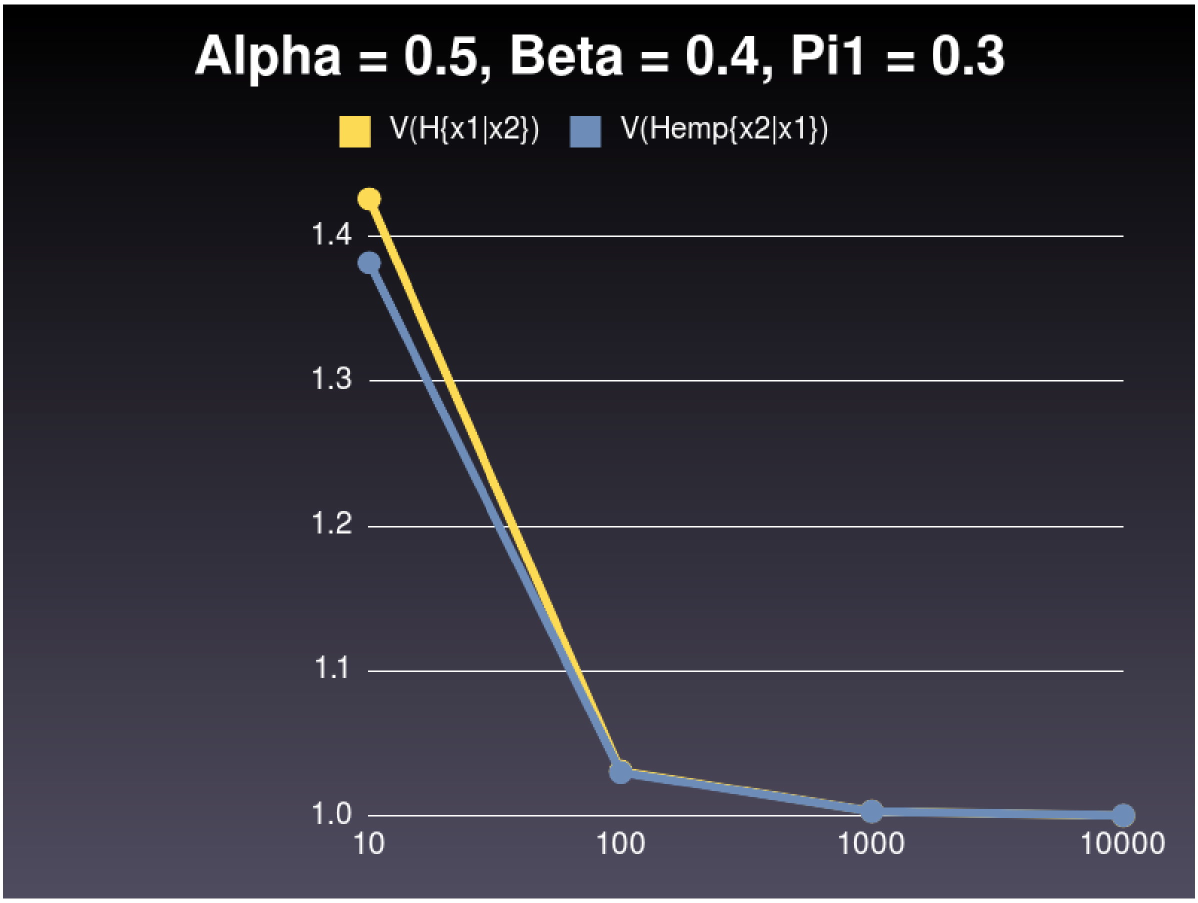
Variational series:

Size: 10, var_X_Y: 1.3859006573280157, var_Y_X: 1.3418197731941268

Size: 100, var_X_Y: 0.9908200710555085, var_Y_X: 0.9899158622736138

Size: 1000, var_X_Y: 0.9629226711566563, var_Y_X: 0.9628090998881067

Size: 10000, var_X_Y: 0.9598719367879383, var_Y_X: 0.9600638759534339



- ### Пример 4

Alpha = 0.5, Beta = 0, Pi1 = 0.4

Sequence:

{1, 0}, {0, 0}, {0, 0}, {1, 0}, {0, 1}, {0, 1}, {0, 1}, {0, 1}, {1, 0}, {0, 0}, {1, 0}, {1, 0}, {0, 0}, {1, 0}, {1, 0}, {0, 0}, {1, 0}, {0, 0}, {0, 0}, {0, 0},

Entropy X | Y :

1.0896596952239759

Entropy Y | X :

1.0

Empiric Entropy X | Y :

0.7999999999999998

Empiric Entropy Y | X :

0.5509775004326936

Entropy Y | X+Y :

1.027654653727058

Empiric Entropy Y | X+Y

0.6041843979966417

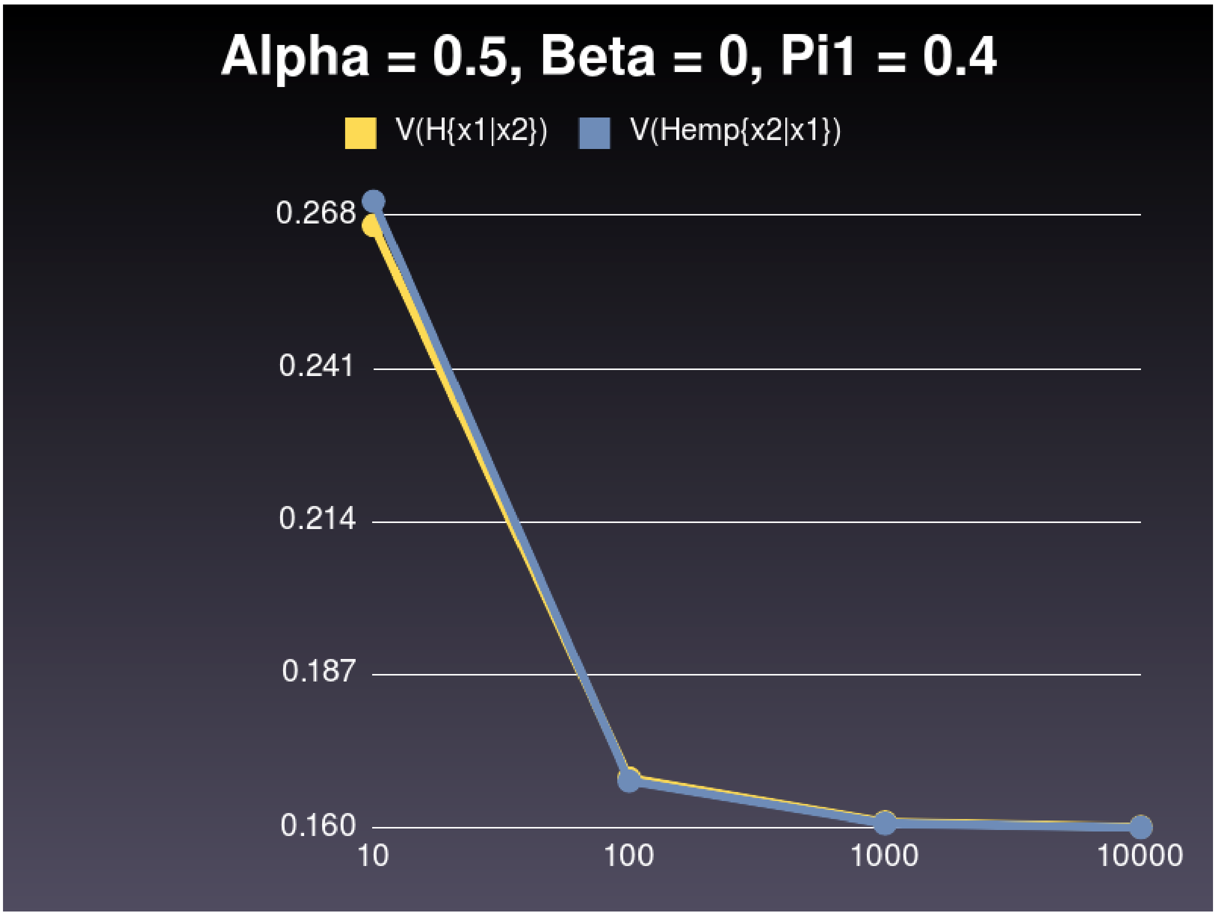
Variational series:

Size: 10, var_X_Y: 0.26633518131206985, var_Y_X: 0.2705746106329986

Size: 100, var_X_Y: 0.16883026011817848, var_Y_X: 0.16826590034861644

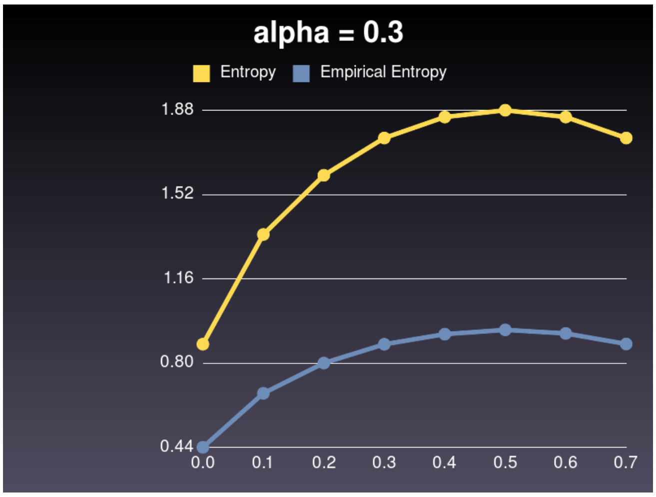
Size: 1000, var_X_Y: 0.16099337175315917, var_Y_X: 0.16077352164412984

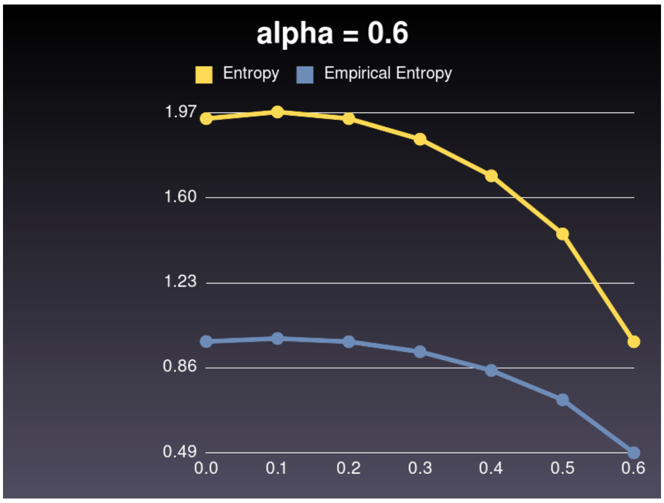
Size: 10000, var_X_Y: 0.16014786936189743, var_Y_X: 0.16005714491778766



- **Семейство графиков** $H(\xi_2|\xi_1), \hat{H}(\xi_2|\xi_1)$ **от** $|1-\alpha-\beta| \in [0;1]$

(остальные примеры см. в архиве)





4 Выводы

- Исходя из примеров программа работает верно.