

## Зміст

ВСТУП.....	3
1. Постановка задачі.....	4
2. Математична модель задачі.....	5
3. Алгоритм вирішення задачі.....	9
3.1 Алгоритм модифікованого симплекс-методу.....	10
3.2 Стратегія песиміста і оптиміста для задачі НПМ.....	12
4. Опис програми.....	25
4.1 Керівництво користувача.....	26
5. Аналіз отриманих результатів.....	27
Висновки.....	28
Список літератури.....	29
Лістинг програми.....	30

## ВСТУП

Задачі організаційного керування часто складаються з ситуацій, в яких вихідні умови задачі нечітко визначенні, що в свою чергу призводить до недостатньої інформованості особи яка приймає рішення(ОПР). Оскільки використовувана в таких задачах інформація може бути суб'єктивною та містить багато невизначеностей, опис цієї інформації засобами традиційної математики не давав можливості скласти точну математичну модель. Для застосування математичних методів аналізу та дослідження складних систем був створений новий математичний апарат, який дав змогу формально описувати нечіткі поняття. Одним з напрямків нової теорії є проблема прийняття рішень при нечітких умовах та критеріях, що привела до появи нового напрямку у математичному програмуванні — нечіткого математичного програмування(НМП).

Постановка проблеми. Провести ґрунтовне дослідження завдання вибору оптимального обсягу і напрямку імпорту та експорту певної країни, опрацювавши завдання максимізації експорту, досягнувши при цьому мінімізації витрат на виробництво. Створений на основі цієї роботи програмний продукт має дозволити вирішувати подібні завдання при різних вихідних даних. При вирішенні задачі враховувалися обмеження на можливості виробництва продуктів країною на підприємствах для імпорту, потреби кожного суб'єкта, а також виробничий план імпорту та експорту. У роботі розглянута задача, де метою була максимізація експорту за умови збереження торгового балансу.

Мета курсової роботи: Імплементувати знання, отримані при вивченні дисциплін “Теорія прийняття рішень” та “Дослідження операцій”, набувши при цьому навичок вирішення оптимальним шляхом практичних задач, що виникають при взаємодії економічних, фінансових та виробничих систем.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У задачі ставиться мета знайти оптимальний план розміщення експортних і імпорتنих поставок за критерієм деякої країни в заданих валютних зонах. Розміщення припадають з урахуванням лінійних обмежень, пов'язаних, з одного боку, з експортно - імпортними потребами, з іншого - до заданих умов обміну, які передбачають певні ціни на товари і певний баланс між розглянутої країною  $A$  і даними валютними зонами.

Припустимо, що три валютні зони  $B_1, B_2, B_3$  здійснюють торгівлю з країною  $A$ . Країна  $A$  пропонує два товари  $T_1$  і  $T_2$ , але їй потрібен товар  $T_3$ , пропонований кожної з трьох валютних зон.

Відомо, що країна  $A$  запланувала продати на зовнішньому ринку не більше 15 тис.т. товару  $T_1$  і не більше 20 тис.т. товару  $T_2$ . Потрібно визначити, при якому плані розміщення зовнішньої торгівлі країна  $A$  буде імпортувати найбільшу кількість товару  $T_3$  за умови торгового балансу. Крім того, потрібно визначити такий оптимальний план, при якому витрати на виробництво товарів, що експортуються країною  $A$  товарів мінімальні. Відомо, що витрати на виробництво однієї тонни  $T_1$  обчислюються величиною в три рази меншою, ніж витрати на виробництво однієї тонни товару  $T_2$ . Такий оптимальний план будемо називати шуканим [1].

Всі інші дані представлені в табл.1.

Таблиця 1.

Варіант	Країна	Верхні межі кількості товарів, імпортованих в країни тис.т і ціни, грн за одну тонну.				Верхні межі кількості товарів, що експортуються валютними зонами тис.т і ціни, грн. за одну тонну.	
		T1		T2		T3	
		кількіс ть	ціна	кількі сть	ціна	кількіс ть	ціна
1	B1	6000	50	8000	40	5000	20
	B2	9000	40	6000	30	4000	25
	B3	8000	38	7000	50	3000	30

Припустимо, що ціни товарів  $T_1, T_2, T_3$ , що імпортуються і експортуються в валютні зони  $B_1, B_2, B_3$ -  $c_{ij}$  є нечіткими числами з ФП

$$m_{ij}(c_{ij}) = \frac{1}{1 + 2 \left( \frac{c_{ij} - \bar{c}_{ij}}{\bar{c}_{ij}} \right)^2}, i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3},$$

де величини  $\bar{c}_{ij}$  наведені в таблиці 1.6

Знайти множину оптимізуючих альтернатив, недомініруємих зі ступенем  $\alpha=0.8$ . Скласти відповідну модель завдання НМП і знайти її рішення для ЛПР, що використовує стратегії песиміста і оптиміста.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ

Дане завдання є завданням вибору оптимальних недомінуючих альтернатив, із застосуванням стратегії оптиміста і песиміста.

Позначимо через  $x_{ij}$  обсяги імпортованих або експортованих товарів  $j$ -го виду, для  $i$ -ої валютної зони,  $c_{ij}$  — ціна в грн. за тону товару  $j$ -го виду, для  $i$ -ої валютної зони,  $a_{ij}$  — верхня межа обсягу товару  $j$ -го виду (імпорт або експорт), для  $i$ -ої валютної зони,  $d_j$  — верхня межа обсягу сумарного імпорту товару  $j$ -го виду ( $j = 1, 2$ ),  $\alpha$  ступінь невідомості.

Побудуємо формальну математичну модель для першої цільової функції

$$\max \left( \sum_{i=1}^3 x_{i3} \right) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 x_{ij} &\leq d_j, j = \overline{1,2} \\ \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^3 x_{ij} c_{ij} &= \sum_{i=1}^3 x_{i3} c_{i3} \quad (2) \\ \mu_{ij}(c_{ij}) &\geq \alpha, i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3} \\ x_{ij} &\leq a_{ij}, \\ x_{ij} &\geq 0, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3} \end{aligned}$$

Побудуємо формальну математичну модель для другої цільової функції

$$\min \left( \sum_{i=1}^3 x_{i1} + 3 \sum_{i=1}^3 x_{i2} \right) \quad (2) - (6)$$

Далі будуємо завдання песиміста і оптиміста для знаходження інтервалу оцінки цільової функції. Для цього треба знайти інтервали значень  $c_{ij}$

$$\mu_{ij}(c_{ij}) \geq \alpha,$$

$$\mu_{ij}(c_{ij}) = \frac{1}{1 + 2 \left( \frac{c_{ij} - \bar{c}_{ij}}{\bar{c}_{ij}} \right)^2} \geq \alpha,$$

$$\bar{c}_{ij} \left( 1 - \sqrt{\frac{1 - \alpha}{2\alpha}} \right) \leq c_{ij} \leq \bar{c}_{ij} \left( 1 + \sqrt{\frac{1 - \alpha}{2\alpha}} \right)$$

$$\bar{c}_{ij} * 0,65 \leq c_{ij} \leq \bar{c}_{ij} * 1,35$$

$$i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3}$$

Для першої цільової функції завдання песиміста - мінімальні ціни на експорт і максимальні на імпорт, завдання оптиміста - навпаки. Для другої цільової функції це не важливо, тому що там оптимальним завжди буде нульовий план.

Задача песиміста

$$\max\left(\sum_{i=1}^3 x_{i3}\right)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 x_{ij} &\leq d_j, j=\overline{1,2} \\ \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^3 x_{ij} c_{ij} \left(1 - \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right) &= \sum_{i=1}^3 x_{i3} c_{i3} \left(1 + \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right) \\ \mu_{ij} \left(c_{ij} \left(1 - \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right)\right) &\geq \alpha, i=\overline{1,3}; j=\overline{1,3} \\ x_{ij} &\leq a_{ij}, \\ x_{ij} &\geq 0, i=\overline{1,3}, j=\overline{1,3} \end{aligned}$$

$$\min\left(\sum_{i=1}^3 x_{i1} + 3 \sum_{i=1}^3 x_{i2}\right)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 x_{ij} &\leq d_j, j=\overline{1,2} \\ \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^3 x_{ij} c_{ij} \left(1 - \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right) &= \sum_{i=1}^3 x_{i3} c_{i3} \left(1 + \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right) \\ \mu_{ij} \left(c_{ij} \left(1 + \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right)\right) &\geq \alpha, i=\overline{1,3}; j=\overline{1,3} \\ x_{ij} &\leq a_{ij}, \\ x_{ij} &\geq 0, i=\overline{1,3}, j=\overline{1,3} \end{aligned}$$

Задача оптиміста

$$\max\left(\sum_{i=1}^3 x_{i3}\right)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 x_{ij} &\leq d_j, j=\overline{1,2} \\ \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^3 x_{ij} c_{ij} \left(1 + \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right) &= \sum_{i=1}^3 x_{i3} c_{i3} \left(1 - \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right) \\ \mu_{ij} \left(c_{ij} \left(1 + \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right)\right) &\geq \alpha, i=\overline{1,3}; j=\overline{1,3} \\ x_{ij} &\leq a_{ij}, \\ x_{ij} &\geq 0, i=\overline{1,3}, j=\overline{1,3} \end{aligned}$$

$$\min\left(\sum_{i=1}^3 x_{i1} + 3 \sum_{i=1}^3 x_{i2}\right)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 x_{ij} &\leq d_j, j=\overline{1,2} \\ \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^3 x_{ij} c_{ij} \left(1 + \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right) &= \sum_{i=1}^3 x_{i3} c_{i3} \left(1 - \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right) \\ \mu_{ij} \left(c_{ij} \left(1 - \sqrt{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\right)\right) &\geq \alpha, i=\overline{1,3}; j=\overline{1,3} \\ x_{ij} &\leq a_{ij}, \\ x_{ij} &\geq 0, i=\overline{1,3}, j=\overline{1,3} \end{aligned}$$



## АЛГОРИТМ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Як і було сказано вище, для кожної цільової функції і відповідних обмежень вирішимо стандартну задачу лінійної оптимізації для крайніх значень інтервалів цін - отримаємо найгірші і найкращі значення для цільової функції і відповідні плани. Вирішувати завдання лінійної оптимізації будемо модифікованим симплекс-методом, його інша назва - метод оберненої матриці. Перевага методу оберненої матриці перед звичайним симплекс-методом в стислості обчислень і меншому використанні пам'яті.

Загальний алгоритм:

Приводимо задачу до канонічної форми:

1. Вводимо додаткові змінні для обмежень виду  $\leq$
2. Вводимо штучні змінні для обмежень виду  $=$  і їх же для цільової функції з великими штрафними коефіцієнтами.

Вирішуємо загальну задачу лінійного програмування в канонічній формі за допомогою модифікованого симплекс-методу.

## АЛГОРИТМ МОДИФІКОВАННОГО СИМПЛЕКС-МЕТОДУ

В модифікованному методі матриця не перераховується, зберігається і перераховується тільки матриця  $B^{-1}$ . В іншому алгоритм схожий на звичайний симплекс-метод.

$$\begin{bmatrix} 1 & c_B^T B^{-1} A - c^T & c_B^T B^{-1} \\ 0 & B^{-1} A & B^{-1} \end{bmatrix}$$

1. Обчислюємо двоїсті змінні  $d = c_B^T B^{-1}$

2. Перевірка оптимальності.  $c_B^T B^{-1} A - c^T$  перетвориться в  $d^T A - c^T$

Перевірка полягає в обчисленні  $d^T A_n - c_n$  для всіх стовпців  $n \in N$ . Стовпець із значенням  $< 0$  можна вводити в базис.

Часто вибирають мінімальне значення, але для цього потрібно перебрати всі стовпці

Найчастіше вибирають значення, менше деякого заданого значення  $-\epsilon$

Якщо такого стовпчика не виявиться, за  $-\epsilon$  приймається максимальне знайдене абсолютне значення і відповідний стовпець  $A_J$  вводиться в базис.

3. Визначення виведеного.

Нехай  $A_J$  - стовпець який вводиться, відповідний змінній  $x_J$  Базисний план - це рішення системи  $A_{BP} = b$  Збільшуємо  $A_{BP} + \vartheta A_J = b$

Помножимо зліва на  $B^{-1}$ ,  $B^{-1} A_{BP} + \vartheta B^{-1} A_J = B^{-1} b$

Тут  $B^{-1} b$ - базисний план,  $q = B^{-1} A_J$ - розкладання вводиться стовпчика по базису.

Знаходимо максимальне значення  $\vartheta$ , при якому всі значення не негативні. Якщо  $\vartheta$  може бути взято як завгодно велике, рішення не

обмежене. В іншому випадку один з елементів вийде на нульове значення. Виводимо відповідний стовпець з базису.

4. Перерахунок опорного (базисного) плану.

Обчислюємо новий опорний план по вже наведеною формулою

$$x = p + \vartheta B^{-1} A_J \text{ зі знайденим значенням } \vartheta.$$

5. Перераховуємо зворотню до базисної  $B^{-1}$

Нехай  $B^{-1} A_F$  це стовбець який виводиться

Матриця  $B$  подана в вигляді  $[B_G A_F]$

де  $B_G$  - базисна матриця без виведеного стовпчика.

Після заміни стовпця базисна матриця буде мати вигляд  $[B_G A_J]$

Нам потрібно знайти матрицю  $B_1$ , таку що

$$[B_G, A_J] B_1^{-1} = E \Rightarrow [B^{-1} B_G B_1^{-1}, B^{-1} A_J] = B^{-1} \Rightarrow$$

$$[B^{-1} B_G, q] B_1^{-1} = B^{-1} \Rightarrow \begin{bmatrix} E & q' \\ 0 & q_f \end{bmatrix} B_1^{-1} = B^{-1}$$

Звідки

$$B_1^{-1} = \begin{bmatrix} E & -q'/q_f \\ 0 & 1/q_f \end{bmatrix} B^{-1}$$

## СТРАТЕГІЯ ПЕСИМІСТА ТА ОПТИМІСТА ДЛЯ ЗАДАЧІ НМП

Формулювання завдання і її зведення до загальної задачі НМП.

Нехай  $X$  - універсальна множина альтернатив. Підмножина допустимих альтернатив описується нерівностями, що впливають з (3.2.4):

$$g_i(x, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) \leq 0, i = \overline{1, m} \quad (3.2.5)$$

де  $g_i$  - задані функції,  $X \times R^m \longrightarrow R^1$ ,  $a_{ij}$ ,  $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$ , - числові параметри, значення яких описані в формі нечітких множин числової осі.

Нехай  $\mu_j(a_{ij})$  - задані функції приналежності цих нечітких множин.

Вибори альтернатив оцінюються значеннями заданої функції

$f: X \times R^n \longrightarrow R^1$  виду  $f(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , в якій  $c_1, c_2, \dots, c_n$  - числові параметри, значення яких описані також у формі нечітких підмножин числової осі.

Нехай  $\mu_j(c_j)$  - задані функції приналежності цих нечітких множин. Для завершення формулювання завдання необхідно відшукати відношення переваги в універсальній множині оцінок альтернатив. В даному випадку ця універсальна множина являє собою числову вісь  $R^1$ . Будемо вважати, що вихідне відношення переваги являє нестрогий порядок  $\geq$  на  $R^1$ . Побудуємо математичну модель задачі у вигляді спільної задачі НМП.

Для цього розглянемо спочатку нечітке відношення (3.2.4) і побудуємо відповідне їм нечітке підмножина допустимих альтернатив, функцію приналежності якого будемо позначати  $\mu_C(x)$ .

Нехай  $\{a_{ij}\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$  - деякі конкретні числові значення відповідних параметрів в обмеженнях (3.2.4), ступеня їх приналежності заданим нечітким множинам рівні відповідно

$$v_{ij}(a_{ij}^0), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$$

Позначимо через  $\mu^0$  мінімальне з цих чисел, тобто  $\mu^0 = \min_i v_{ij}(a_{ij}^0)$ . Якщо деяка альтернатива  $\tilde{x} \in X$  задовольняє нерівностям  $g_i(\tilde{x}, a_{i1}^0, a_{i2}^0, \dots, a_{in}^0) \leq 0, i = \overline{1, m}$ , то природно вважати, що ця альтернатива належить множині допустимих альтернатив зі ступенем, не меншою,  $\mu^0$  тобто вважати, що  $\mu_C(\tilde{x}) \geq \mu^0$ . Ця нерівність задає безліч допустимих альтернатив. Для зручності запису її функції приналежності введемо такі позначення:

$$\begin{aligned} v(A) &= \min_{(i,j)} v_{ij}(a_{ij}), A = \|a_{ij}\|, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}, \\ P(x) &= \{A = \|a_{ij}\|_{j=\overline{1,n}}^{i=\overline{1,m}} : g_i(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}, x) \leq 0, i = \overline{1, m}\} \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

У цих позначеннях отримаємо

$$\mu_C(x) = \sup_{A \in P(x)} v(A)$$

Кожній альтернативі  $\tilde{x}$  функція  $\mu_C(\tilde{x})$  ставить у відповідність ступінь її допустимості з урахуванням нечіткої інформації.

Розглянемо нечітко задану функцію  $f(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$  і представимо її у вигляді нечіткої цільової функції аналогічно тому, як це було виконано для обмежень.

Нехай  $c_j^0, j = \overline{1, n}$  - деякі конкретні числові значення параметрів функції (3.2.3), ступеня їх приналежності заданим нечітким множинам рівні відповідно  $\chi_j(c_j), j = \overline{1, n}$ .

Нехай  $\varphi$  - мінімальне з них :  $\varphi = \min_j \chi_j(c_j^0)$ . Нехай, нарешті,  $\tilde{x} \in X$  - деяка альтернатива і число  $r_0 = f(\tilde{x}, c_1^0, c_2^0, \dots, c_n^0)$  являє собою відповідне альтернативі  $\tilde{x}$  і значенням параметрів  $\{c_j^0\}, j = \overline{1, n}$  значенням функції (3.2.3). Природно вважати, що це значення  $r_0$  належить нечіткої оцінки альтернативи  $\tilde{x}$  зі ступенем, не меншою  $\varphi$ . Звідси шукана нечітка цільова функція  $\varphi(x, r)$  має вид

$$\varphi(x, r) = \sup_{c \in Q(x, r)} \chi(c) \quad (3.2.8)$$

де

$$\chi(c) = \min_j \chi_j(c_j), c = [c_1, c_2, \dots, c_n]^T; Q(x, r) = \{c : c \in R^n, f(x, c) = r\}$$

Остаточно отримуємо, що вихідна задача з нечітко описаними параметрами формулюється у вигляді такої спільної справи НМП [20; 37] - максимізувати нечітко задану цільову функцію

$$\varphi(x, r) = \sup_{c \in Q(x, r)} \chi(c) \quad (3.2.9)$$

на нечіткій множині допустимих альтернатив

$$\mu_C(x) = \sup_{A \in P(x)} v(A) \quad (3.2.10)$$

де  $Q(x, r)$  та  $P(x)$  задаються відповідно (3.2.8) и (3.2.6).

Недомінуючі альтернативи в загальній задачі нечіткого математичного програмування.

1. Розглянемо спочатку більш просту задачу з нечіткою цільовою функцією (3.2.3) і звичайною (чіткою) множиною допустимих альтернатив, заданих нерівностями  $g_i(\mathbf{x}, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}) \leq 0, i = \overline{1, m}$  з точно відомими значеннями параметрів  $a_{ij}$ .

Функція  $\varphi(\mathbf{x}, r)$  і природний порядок  $(\geq)$  на числовій осі генерують на множині альтернатив  $X$  узагальнене н.о.п. виду  $\eta$

$$\begin{aligned} \eta(x_1, x_2) &= \sup_{\substack{z, y \in R \\ z \geq y}} \min\{\varphi(x_1, z), \varphi(x_2, y)\} = \\ &= \sup_{\substack{z, y \in R \\ z \geq y}} \min\left\{ \sup_{c \in Q(x_1, z)} \chi(c), \sup_{c \in Q(x_2, y)} \chi(c) \right\} \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

Нехай  $\eta^{\alpha d}(\mathbf{x})$  - відповідна множина недомініруємих альтернатив в множині  $X$  з н.о.п.  $\eta$ . Виберемо деякий число  $\alpha$  з інтервалу  $0 \leq \alpha \leq 1$  і розглянемо задачу знаходження альтернативи, ступінь недомінуємості якої не менше  $\alpha$ , тобто  $\eta^{\alpha d}(\mathbf{x}) \geq \alpha$ . Будемо припускати, що всі вихідні нечіткі множини  $\chi_j(c_j)$  такі, що

$\sup_j \chi_j(c_j) \geq \alpha, j = \overline{1, n}$  і покажемо, що при цьому функція  $\varphi(\mathbf{x}, r)$  має властивість:

$$\sup_{r \in R^1} \varphi(\mathbf{x}, r) \geq \alpha, \forall \mathbf{x} \in X \quad (3.2.12)$$

Припустимо: знайдеться такий  $\tilde{x} \in X$ , для якого  $\sup_r \varphi(\tilde{x}, r) = d < \alpha$

Це означає (див. (9.5.15)), що при будь-якому  $r \in R^1$  і будь-якому  $c \in Q(\tilde{x}, r)$  виконується нерівність  $\chi(c) \leq d < \alpha$  (3.2.14)

Виберемо довільне число  $\varepsilon$  з інтервалу  $0 \leq \varepsilon \leq \alpha - d$  і нехай  $\tilde{c}_j, j = \overline{1, n}$  такі, що  $\chi_j(c_j) > \alpha - \varepsilon$ .

Отримаємо

$$\chi(\tilde{\mathbf{c}}) = \min \chi_j(\tilde{c}_j) > \alpha - \varepsilon$$

Разом з тим для  $\tilde{r} = f(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \dots, \tilde{c}_n)$  виконується умова  $\tilde{r} \in Q(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{r})$ . Однак в силу вибору  $\varepsilon$  нерівність (3.2.14) не виконується для  $\tilde{r} \in R^1$  і, отже, не виконується нерівність (3.2.13).

Таким чином, якщо всі задані нечіткі множини  $c_j$  такі, що мають  $\sup_{c_j} \chi_j(c_j) \geq \alpha$ , то виконуються всі умови теореми 9.4. і тому для знаходження альтернатив, ступінь невідоміруємих яких не менше  $\alpha$ , досить вирішити наступне завдання:

максимізувати  $r$  (3.2.15)

за виконання наступних умов:

$$\begin{aligned} \varphi(\tilde{\mathbf{x}}, r) &\geq \alpha \\ g_i(\tilde{\mathbf{x}}, a_{i1}, \dots, a_{in}) &\leq 0, i = \overline{1, m}, r \in R^1 \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

Припустимо, що множина  $X$  компактна, безперервна на  $R^1$ , функція  $f(\mathbf{x}, c_1, c_2, \dots, c_n)$  також неперервна на творі  $X \times R^n$ . Неважко показати, що при цих умовах завдання (3.2.15), (3.2.16) еквівалентна наступній завданню [20]:

максимізувати  $f(\mathbf{x}, c_1, c_2, \dots, c_n)$  (3.2.17)

при обмеженнях

$$\begin{aligned} \chi_j(c_j) &\geq \alpha; \\ g_i(\mathbf{x}, a_{i1}, \dots, a_{in}) &\leq 0, i = \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (3.2.18)$$



Дійсно, нехай пара  $(\mathbf{x}^0, r^0)$  - рішення задачі (3.2.15), (3.2.16). У прийнятих вище припущеннях функція  $\lambda(\mathbf{c})$  неперервна на  $R^n$ , а множину  $Q(\mathbf{x}, r)$  замкнуто в  $R^1$ . Нехай вектор  $\mathbf{c}^0 \in Q(\mathbf{x}, r)$  такий, що  $\lambda(\mathbf{c}^0) \geq \alpha$ . Тоді за визначенням множини  $Q(\mathbf{x}, r)$  отримуємо, що  $f(\mathbf{x}^0, c_1^0, c_2^0, \dots, c_n^0) = r^0$ . Припустимо, що  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{c}^0)$  не є вирішенням завдання (3.2.17), тобто знайдуться  $(\mathbf{x}', \mathbf{c}')$ , що задовольняють (3.2.18), такі, що  $f(\mathbf{x}', c_1', c_2', \dots, c_n') = r' > r^0$ . Це означає, що  $\mathbf{c}' \in Q(\mathbf{x}', r')$  і  $\varphi(\mathbf{x}', r') \geq \alpha$ , тобто пара  $(\mathbf{x}', r')$  задовольняє обмеженням (3.2.16). Але тоді не може бути  $r' > r^0$ , так як  $(\mathbf{x}^0, r^0)$  - рішення задачі (3.2.15).

Аналогічно можна показати, що будь-яке рішення задачі (3.2.17), (3.2.18) є також рішенням завдання (3.2.15).

2. Розглянемо загальну задачу НМП, в якій нечітко задані параметри  $c_j$  функції і параметри  $a_{ij}$  обмежень (3.2.5). Як показано вище, це завдання можна записати у вигляді (3.2.15), (3.2.16).

Насамперед зазначимо, що в даній задачі вибір альтернатив може здійснюватися з урахуванням двох відносин: нечіткого, індукованого функцією  $\varphi(\mathbf{x}, r)$  (3.2.8), і чіткого, індукованого функцією  $\mu_C(\mathbf{x})$  і природним порядком на  $R^1$ .

Як було показано в розд. 9.5, функція  $\varphi(\mathbf{x}, r)$  і природний порядок  $(\geq)$  на  $R^1$  індукують на  $X$  нечітке відношення переваги виду

$$\eta_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \sup_{\substack{(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \in R^1 \\ \mathbf{y} \geq \mathbf{z}}} \min\{\varphi(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}), \varphi(\mathbf{x}_2, \mathbf{z})\} \quad (3.2.19)$$

Друге відношення на  $X$  визначається тим, що кращими є альтернативи, які мають велику ступінь допустимості, тобто ті, яким відповідають великі значення функції.

Таким чином,

$$\eta_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \begin{cases} 1, \text{при } \mu_C(\mathbf{x}_1) \geq \mu_C(\mathbf{x}_2); \\ 0, \text{при } \mu_C(\mathbf{x}_1) < \mu_C(\mathbf{x}_2). \end{cases}$$

Завдання такого типу розглядалися в розд. 9.4, де запропонована процедура побудови підмножини невідоміюемих альтернатив при наявності декількох критеріїв (відносин переваги). Відповідно до неї потрібно побудувати дві згортки вихідних н.о.п.  $\eta_1$  і  $\eta_2$  - їх перетин і зважену суму.

Пересічення відношень  $\eta_1, \eta_2$  має вигляд

$$\varrho_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \min\{\eta_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \eta_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\} \quad (3.2.20)$$

Зважена сума критеріїв за умови рівності вагових коефіцієнтів відносин  $\eta_1, \eta_2$

$$\varrho_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{2}[\eta_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \eta_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)] \quad (3.2.21)$$

Нехай  $\varrho_1^{nd}(\mathbf{x})$ ,  $\varrho_2^{nd}(\mathbf{x})$  - нечіткі підмножини невідоміюемих альтернатив множин  $(\mathbf{x}, \varrho_1)$ ,  $(\mathbf{x}, \varrho_2)$  відповідно. Тоді результуюча підмножина невідоміюемих альтернатив має вигляд

$$\varrho^{nd}(\mathbf{x}) = \min\{\varrho_1^{nd}(\mathbf{x}), \varrho_2^{nd}(\mathbf{x})\} \quad (3.2.22)$$

Функція приналежності  $\varrho^{nd}(\mathbf{x})$  служить основою для вибору конкретних альтернатив в загальній задачі НМП.

У цьому завданні, як і раніше, становить практичний інтерес питання про знаходження альтернатив  $\mathbf{x} \in X$ , для яких  $\varrho^{nd}(\mathbf{x}) \geq \alpha$ , де  $\alpha \in [0, 1]$ . Однак для спрощення спочатку розглянемо задачу знаходження ч.нд. альтернатив (тобто таких, що  $\varrho^{nd}(\mathbf{x}) = 1$   $\alpha = 1$ ).

Отже, розглянемо задачу визначення ч.нд. альтернативи, для якої  $Q^{nd}(\mathbf{x}) = 1$

З (3.2.22) отримуємо, що для цього необхідно і достатньо виконання умов

$$Q_1^{nd}(\mathbf{x}) = 1, \quad Q_2^{nd}(\mathbf{x}) = 1.$$

З'ясуємо спочатку умови, при яких  $\mathbf{x} \in$  ч.нд. альтернатива в множині  $(\mathbf{x}, Q_1)$ , тобто коли  $Q_1^{nd}(\mathbf{x}) = 1$ .

Якщо вихідні нечіткі множини  $X_j(c_j), j = \overline{1, n}$  нормальні, тобто коли  $\sup_{c_j} X_j(c_j) = 1$ , то, як показано вище, при  $\alpha = 1$  функція  $\varphi(\mathbf{x}, r)$  в (3.2.8) має властивість

$$\sup_{r \in R^1} \varphi(\mathbf{x}, r) = 1 \quad \text{при будь-якому } \mathbf{x} \in X.$$

Звідси з теореми 9.2 випливає, що н.о.п.  $\eta_1$ -сильно лінійне відношення.

Неважко бачити, що  $\eta_2$  - також сильно лінійне відношення. Однак їх перетин  $Q_1$  цієї властивості в загальному випадку не має.

Нехай  $X_2^{nd}$  - підмножини всіх ч.нд. альтернатив множини  $(\mathbf{x}, \eta_2)$ , тобто множина всіх  $\mathbf{x}^0 \in X$ , для яких рівність  $\eta_2(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}) = 1$  виконується при будь-якому  $\mathbf{x} \in X$ . Можна показати, що ч.нд. альтернативи множини  $(\mathbf{x}, Q_1)$  досить шукати серед альтернатив множини  $X_2^{nd}$ . Нехай  $Q_1$ -нечеткое відношення строгої переваги, відповідне н.о.п.  $Q_1$  і  $\mathbf{x}_0 \in X_2^{nd}$ . Покажемо, що  $Q_1(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = 0$  при будь-якому  $\mathbf{x}_0 \in X_2^{nd}$ . Припустимо, що знайдеться така альтернатива  $\mathbf{x}_1 \notin X_2^{nd}$ , для якої  $Q_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0) > 0$  тобто  $\min\{\eta_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0), \eta_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0)\} - \min\{\eta_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1), \eta_2(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1)\} > 0$  (3.2.23)

Але, оскільки  $\mathbf{x}_1 \notin X_2^{nd}$ , а  $\mathbf{x}_0 \in X_2^{nd}$  то  $\eta_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0) = 0$  і нерівність (3.2.23) неможлива, тобто виконується  $Q_1^S(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = 0$ .

Таким чином, жодна альтернатива  $\mathbf{x} \notin X_2^{nd}$  не домінує зі строго позитивним ступенем альтернативи з множини  $X_2^{nd}$ .

Покажемо тепер, що если  $\mathbf{x}_0$  - ч.нд. альтернатива в множині (тобто на множині  $X_2^{\text{чнд}}$  по відношенню  $\eta_1$ ), то вона є такою и в множині  $(\mathbf{x}, Q_1)$ .

Дійсно, як показано вище, при цьому  $Q_1^S(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = 0$  для будь-якого  $\mathbf{x} \in X_2^{\text{чнд}} \subseteq X$ .

Нехай  $\mathbf{x} \in X_2^{\text{чнд}}$ , тоді з того, що  $\mathbf{x}_1$  - ч.нд. альтернатива в множині  $(X_2^{\text{чнд}}, \eta_1)$ ;  $\eta_1$  - сильно лінійне н.о.п., отримуємо відповідно до теореми 9.3, що  $\eta_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}) = 1$ .

Крім того,  $\eta_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}) = 1$ , оскільки  $\mathbf{x}_1 \in X_2^{\text{чнд}}$ . Звідси, робимо висновок, що нерівність  $Q_1^S(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1) = \min\{\eta_1(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1), \eta_2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1)\} - \min\{\eta_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}), \eta_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x})\} > 0$  неможлива.

Отже, якщо  $\mathbf{x}_1$  вибрано описаним вище способом, то рівність  $Q_1^S(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1) = 0$  виконується при будь-якому  $\mathbf{x} \in X$ , значить - ч.нд. альтернатива в множині  $(X, Q_1)$ .

Таким чином, для знаходження ч.нд. альтернативи в множині  $X$  з н.о.п.  $Q_1$  досить знайти ч.нд. альтернативу в множині  $X_2^{\text{чнд}}$  з н.о.п.  $\eta_1$

Нехай вихідні нечіткі множини  $v_{ij}(a_{ij}), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$  такі, що існують  $\{a_{ij}^0\}$ , для яких  $v_{ij}(a_{ij}^0) = 1$ . При цьому множина складає альтернативи, які задовольняють умовам

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{x}, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) &\leq 0, i = \overline{1, m}, \\ v_{ij}(a_{ij}) &= 1, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (3.2.24)$$

Завдання знаходження ч.нд. альтернативи аналогічне завданню, розглянутої в п.1. даного розділу.

Якщо виконуються введені в ній припущення (компактність множини  $X$ , неперервність функції  $f$ ), то приходимо до наступної задачі для знаходження ч.нд. альтернативи в безлічі [20; 37]

$$\text{максимізувати } f(\mathbf{x}, c_1, c_2, \dots, c_n) \quad (3.2.25)$$

при обмеженнях

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{x}, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) &\leq 0, a_{ij} \in R^1, \\ \chi_j(c_j) &= 1, j = \overline{1, n}, \\ v_{ij}(a_{ij}) &= 1, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (3.2.26)$$

Будь-яке рішення  $\mathbf{x}^0 \in X$  задачі (3.2.25), (3.2.26) є ч.нд. альтернатива в множині  $(X, \varrho_1)$ , і в той же час ч.нд. альтернатива в множинах  $(X, \eta_1)$  і  $(X, \eta_2)$ . Покажемо, що будь-яке рішення цього завдання є ч.нд. альтернатива і в множині  $(X, \varrho_2)$ .

Дійсно, нечітке підмножина недомінуємих альтернатив множини  $X$  з н.о.п.  $\varrho_2$  має вигляд

$$\varrho_2^{nd}(\mathbf{x}) = 1 - \frac{1}{2} \sup_{\mathbf{y}} [\eta_1(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - \eta_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})] + [\eta_2(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - \eta_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})] \quad (3.2.27)$$

Нехай  $\mathbf{x}^0$  рішення задачі (3.2.25), (3.2.26). Тоді, оскільки  $\mathbf{x}^0$  - ч.нд.

альтернатива в  $(X, \varrho_1)$ , то при будь-якому  $\mathbf{y} \in X$  виконується умова  $\eta_1^S(\mathbf{y}, \mathbf{x}^0) = 0$ ,

або  $\eta_1(\mathbf{y}, \mathbf{x}^0) - \eta_1(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}) \leq 0$ . Крім того  $\mathbf{x}^0$  - ч.нд. альтернатива в множині  $(X, \eta_2)$ , і,

отже, при будь-якому  $\mathbf{y} \in X$  виконується умова  $\eta_2^S(\mathbf{y}, \mathbf{x}^0) = 0$  або  $\eta_2(\mathbf{y}, \mathbf{x}^0) - \eta_2(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}) \leq 0$

З двох останніх варіантів виходить, що в (3.2.27)

$$\sup [\eta_1(\mathbf{y}, \mathbf{x}^0) - \eta_1(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}) + \eta_2(\mathbf{y}, \mathbf{x}^0) - \eta_2(\mathbf{x}^0, \mathbf{y})] = 0 \quad (3.2.28)$$

Отже,  $\varrho_2^{nd}(\mathbf{x}^0) = 1$

Таким чином, будь-яке рішення задачі (3.2.25), (3.2.26) відповідає умовам,

$\varrho_1^{nd}(\mathbf{x}^0) = 1$ ,  $\varrho_2^{nd}(\mathbf{x}^0) = 1$  тобто  $\mathbf{x}^0$  - ч.нд. альтернатива для вихідної загальної задачі

НМП.

Наявність в отриманій задачі НМП (3.2.25), (3.2.26) обмежень виду

$\chi_j(c_j) = 1, v_{ij}(a_{ij}) = 1$  свідчить про те, що для знаходження ч.нд. альтернатив у вихідній задачі досить враховувати лише ті значення параметрів, які завідомо, тобто зі ступенем 1, належать відповідним нечітким множинам. Тобто, якщо шукати лише ч.нд. альтернативи, то при формулюванні початкової задачі можна не вимагати повного опису нечітких множин значень параметрів, а обмежитися лише вказівкою інтервалів їх значень зі ступенем 1, що належать цим множинам.

Аналогічними міркуваннями можна прийти до висновку про те, що для знаходження альтернативи, має ступінь недомінуєності не меншу ніж  $\alpha$  (тобто  $\eta^{nd}(\mathbf{x}^0) \geq \alpha$ ) досить вирішити наступне завдання математичного програмування [20]:

максимізувати  $f(\mathbf{x}, c_1, c_2, \dots, c_n)$  (3.2.29)

при обмеженнях (3.2.30)

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{x}, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) &\leq 0, a_{ij} \in R^1; \\ \chi_j(c_j) &\geq \alpha, j = \overline{1, n}; \\ v_{ij}(a_{ij}) &\geq \alpha, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (3.2.31)$$

Рішення завдання типу (3.2.29) - (3.2.31) дозволяє визначити лише деякі з недомінуємих альтернатив з відповідним ступенем  $\alpha$  для вихідної загальної задачі НМП.

Можна показати, що ще один спосіб знаходження недомінуємих альтернатив зі ступенем  $\alpha$  полягає у вирішенні наступного завдання:

знайти  $\max_{\mathbf{x}} \min_{c_1, \dots, c_n} f(\mathbf{x}, c_1, \dots, c_n)$  (3.2.32)

при обмеженнях (3.2.30), (3.2.31) Отримані в цьому завданні значення функції  $f(\mathbf{x}, c)$  є найбільш обережною оцінкою альтернатив, що не

домінованих зі ступенем, не меншим, ніж  $\alpha$ , а відповідне значення в задачі (3.2. 29) - (3.2.31) - найменш обережну оцінку. Інтервал між цими оцінками дозволяє судити про можливі значення функції  $f(\mathbf{x})$  при виборі альтернатив, не домінуємих зі ступенем  $\alpha$ .

## ОПИС ПРОГРАМИ

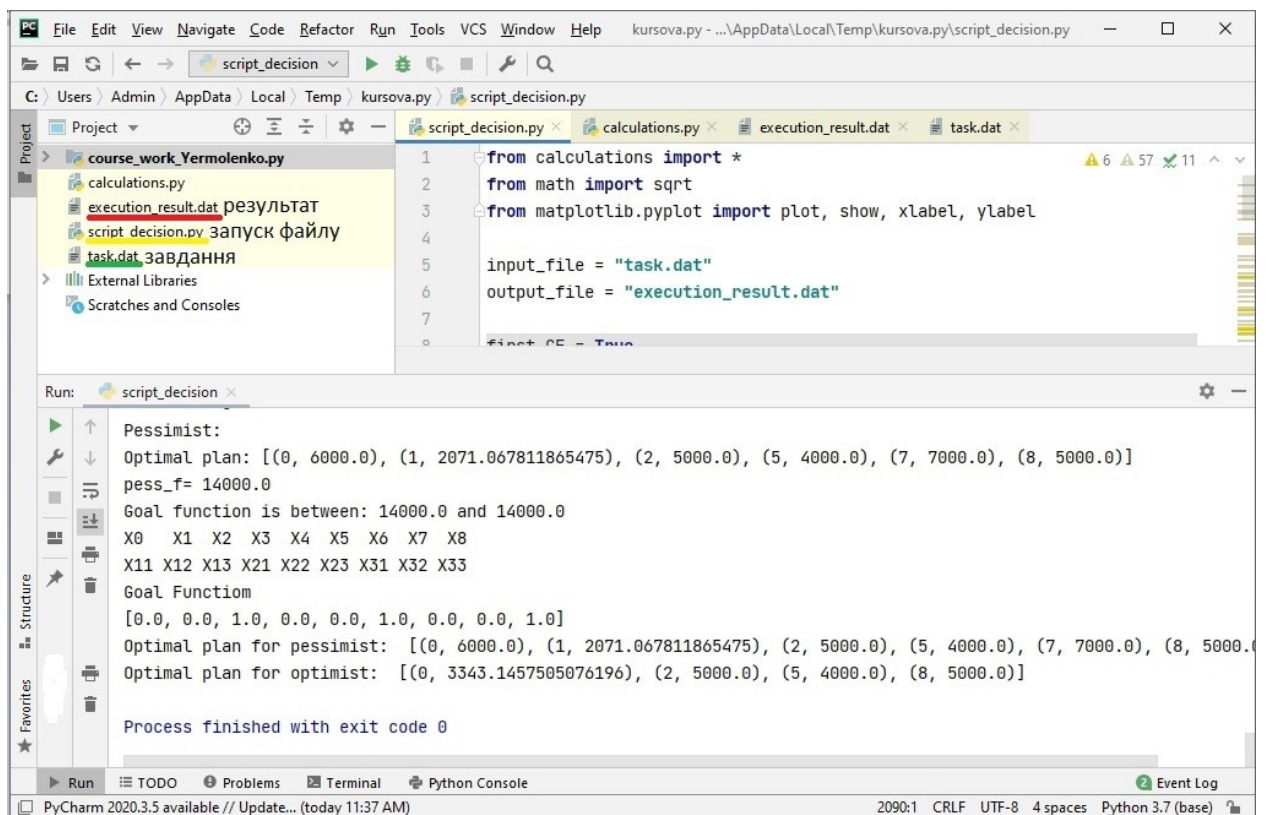
Програма була розроблена на мові програмування Python версії 3.7 в середовищі PyCharm. Програма складається з файлу `script_decision.py`, додаткового файлу `calculations.py` та двох файлів: `task.dat` містить умову задачі, `execution_result.dat` виводить результат роботи програми в окремий файл. Повний лістинг програми наведений окремо в додатку 1.



## КЕРІВНИЦТВО КОРИСТУВАЧА

Для запуску програми на комп'ютері має бути встановлений Python версії 3.7, рекомендується встановити IDE PyCharm Community Edition. Запуск програми здійснюється за допомогою запуску файлу `script_decision.py`, вихідні дані знаходяться у файлі `task.dat`, інтерфейс представлено на рисунку 1, варіант завдання на рисунку 2.

Рисунок 1



task.dat × script\_decision.py

```
2 A
3 6000 8000 5000
4 9000 6000 4000
5 8000 7000 5000
6 C
7 50 40 20
8 40 30 25
9 38 50 30
10 T1
11 15000
12 T2
13 20000
14 alpha
15 0.8
```

Рисунок 2

## АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Результати для першої цільової функції

$F_{\text{pes}} = 14000$ ;  $X_0 = 6000$ ;  $X_1 = 2071$ ;  $X_2 = 5000$ ;  $X_5 = 4000$ ;  $X_7 = 7000$ ;  $X_8 = 5000$

$F_{\text{opt}} = 14000$ ;  $X_0 = 3343$ ;  $X_2 = 5000$ ;  $X_5 = 4000$ ;  $X_8 = 5000$

Значення цільової функції співпадають, але по оптимістичному сценарію потрібно продавати менше товару згідно номінацій, що пояснюється самою постановкою задачі, оскільки по оптимістичному сценарію ми беремо максимальні ціни для експорту та мінімальні для імпорту, а за песимістичним сценарієм в нас мінімальні ціни для експорту і максимальні для імпорту.

## ВИСНОВКИ

В процесі виконання курсової роботи був детально опрацьований матеріал з нечіткого математичного програмування та вирішена задача, яка може мати практичне значення в контексті дій особи приймаючою рішення(ОПР) щодо оптимального варіанту в рамках вибору економічної стратегії.

Також в курсовій роботі було проведено дослідження задач про вибір торгового плану для міжнародної торгівлі між певною країною і валютними зонами, кожен суб'єкт має попит або пропозицію набору товарів, обсяги обмежені а ціни є нечіткими, для них задані функції приналежності. Отримані результати свідчать що недомінуючі альтернативи в більшій мірі залежать від обмежень і цільової функції ніж від степені альфа та показують що модель не чуттєва до функцій приналежності. В процесі програмної реалізації були також удосконалені навички програмування на Python.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ю.П.Зайченко. Дослідження операцій. Підручник. Сьоме видання, перероблене та доповнене. = К.: Видавничий Дім «Слово», 2006. – 584с.
2. О.Ю.Зайченко. Дослідження операцій. Збірник задач. /О.Ю.Зайченко, Ю.П.Зайченко. – К.: Видавничий Дім «Слово», 2006. – 472с.
3. Ю.П.Зайченко. Теорія прийняття рішень: підручник. / Ю. П. Зайченко. - К.:НТУУ “КПІ”, 2014. – 412 с. – Бібліогр.: с. 537
4. Nelder J. A simplex method for function minimization / J. Nelder, R. Mead // The Computer Journal – 1965 – №7 с. 308 — 313
5. Кононюк А.Е. Основы теории оптимизации. Безусловная оптимизация К.2.ч.1. Киев: "Освіта України", 2011. - 544 с.
6. М. Ю. Черняк, М. С. Эльберг Методы оптимизации в технике. Практикум. Красноярск, 2017.
7. Фадеев М.А., Марков К.А. Численные методы (учебное пособие) ННГУ, 2010. 158с.

## ДОДАТОК 1

### Лістинг програми

script\_decision.py

```
from calculations import *
from math import sqrt
from matplotlib.pyplot import plot, show, xlabel, ylabel

input_file = "task.dat"
output_file = "execution_result.dat"

first_GF = True

ifile = open(input_file, 'r')

s = ifile.readline()
if (s[:3]=="max"):
    f_max = True
else:
    f_max = False

A = []
ifile.readline()
s = ifile.readline()
while s.find("C") == -1:
    try:
        A.append([float(x) for x in s.split()])
        s = ifile.readline()
    except ValueError:
        print ("A is unacceptable value")
        exit()

C = []
s = ifile.readline()
while s.find("T") == -1:
    try:
        C.append([float(x) for x in s.split()])
        s = ifile.readline()
```

```
except ValueError:
    print ("C is unacceptable value")
    exit()
```

```
T = []
s = ifile.readline()
while s.find("alpha") == -1:
    try:
        t = s.split()
        T.append(float(t[0]))
        s = ifile.readline()
        if s.find("alpha") != -1: break
        s = ifile.readline()
    except ValueError:
        print ("T is unacceptable value")
        exit()
```

```
try:
    s = ifile.readline()
    t = s.split()
    alpha = float(t[0])
except ValueError:
    print ("Alpha is unacceptable value")
    exit()
```

```
ifile.close()
```

```
N = len(A)
M = len(A[0])
G = len(T) + 1 + N * M
```

```
_I = get_matrix(G, 1)
for i in range(len(T)):
    _I[i] = "<="
```

```
_I[len(T)] = "="
for i in range(N*M):
    _I[len(T)+1+i] = "<="
```

```

_B = get_matrix(G,1)
for i in range(len(T)):
    _B[i] = T[i]
_B[len(T)] = 0.0
for i in range(N*M):
    _B[len(T)+1+i] = A[i//M][i%M]

```

```

_Z = get_matrix(N*M,1)
if(first_GF):

```

```

    for i in range(N*M):
        if(i%M==M-1):
            _Z[i] = 1.0
        else:
            _Z[i] = 0.0
else:

```

```

    for i in range(N):
        _Z[i] = 1.0
        _Z[i+N] = 3.0
        _Z[i+2*N] = 0.0

```

```

is_optimist = True

```

```

def zero_func(x):
    if x<0:
        return 0.0
    else:
        return x

```

```

def _C(C_copy,index,alph,optimist,_first_GF):
    _M = len(C_copy[0])
    if _first_GF:

        if optimist:
            sign_ = 1.0
        else:

```

```

    sign_ = -1.0
    c = C[index//_M][index%M]
    if(index%M==_M-1):
        return zero_func(c*(1 - sign_ * sqrt((1-alpha)/(2*alpha))))
    else:
        return zero_func(c*(1 + sign_ * sqrt((1-alpha)/(2*alpha))))
else:

    pass

```

```

_A = get_matrix(G, N*M)
for j in range(len(T)):
    for i in range(N):
        _A[j][i+N*j] = 1.0
for i in range(N*M):
    sign = 1.0
    if(i%M==M-1):
        sign = -1.0
    _A[len(T)+1+i][i] = 1.0

```

```

step = 0.01
ar_alpha = []
opt_f_alpha = []
for k in range(1,100):
    alpha = step*k
    ar_alpha.append(alpha)

```

```

print("Optimist:")
for i in range(N*M):
    sign = 1.0
    if(i%M==M-1):
        sign = -1.0
    _A[len(T)][i] = sign * _C(C,i,0.8,is_optimist,first_GF)
x = multy_simplex(_A, _I, _B, _Z, look_max=f_max)
if x is None:
    opt_f_alpha.append(0)
else:
    x = sorted(x.items())

```



```

print("Optimal plan:",x)
optim_plan = x

opt_f = 0.0
for i in x:
    opt_f+=_Z[i[0]]*i[1]
print("opt_f=",opt_f)
opt_f_alph.append(opt_f)

step = 0.01
ar_alpha = []
pess_f_alph = []
for k in range(1,100):
    alpha = step*k
    ar_alpha.append(alpha)

print("Pessimist: ", i)
is_optimist = False
for i in range(N*M):
    sign = 1.0
    if (i%M==M-1):
        sign = -1.0
    _A[len(T)][i] = sign * _C(C,i,0.8,is_optimist,first_GF)
x = multy_simplex(_A, _I, _B, _Z, look_max=f_max)
print("Pessimist:")
if x is None:
    pess_f_alph.append(0)
else:
    x = sorted(x.items())
    print("Optimal plan:",x)
    pess_plan = x

pess_f = 0.0
for i in x:
    pess_f+=_Z[i[0]]*i[1]
print("pess_f=",pess_f)
pess_f_alph.append(pess_f)

print("Goal function is between: "+str(pess_f)+" and "+str(opt_f))

```

```

print("X0 X1 X2 X3 X4 X5 X6 X7 X8 ")
print("X11 X12 X13 X21 X22 X23 X31 X32 X33")
print("Goal Function")
print(_Z)
print("Optimal plan for pessimist: ",pess_plan)
print("Optimal plan for optimist: ",optim_plan)

ofile = open(output_file, 'w')
ofile.write("Goal function is between: "+str(pess_f)+" and "+str(opt_f)+'\n')
ofile.write("Optimal plan for pessimist: "+str(pess_plan)+'\n')
ofile.write("Optimal plan for optimist: "+str(optim_plan)+'\n')

```

calculations.py

```

MAX_ITER = 100
INF = -1E+15
EPS = 1E-5

def multy_simplex(A, I, B, Z, look_max=True):
    n = len(A[0])
    m = len(I)

    if (not look_max):
        Z = [-x for x in Z]

    if m < n:
        return 'not realized yet'

    dx = m
    dy = 0
    for i in range(m):
        if (I[i] == ">="):
            dy += 1

    M = []
    for i in range(m):
        temp = [0.0 for i in range(n + dx + dy)]

```

```

M.append(temp)
i = j = 0
for i in range(m):
    for j in range(n):
        M[i][j] = A[i][j]

for i in range(m):
    M[i][i + n] = 1.0

Z = Z + [0.0] * (dx + dy)

```

```

temp = i = 0
for i in range(m):
    if (I[i] == ">="):
        M[i][n + dx + temp] = -1.0
        temp += 1
        Z[i + n] = INF
    if (I[i] == "="):
        Z[i + n] = INF

print("Z", Z)

```

```

dopM = []
for i in range(m):
    temp = [0.0 for i in range(1 + dx)]
    dopM.append(temp)
for i in range(m):
    dopM[i][0] = B[i]
for i in range(m):
    dopM[i][i + 1] = 1.0

```

```

Bx = []
for i in range(m):
    Bx.append(n + i)

```

```

numb_iter = 0
x = dict()
while 1:

```

```
print("=====", numb_iter)
```

```
L = []
```

```
for i in range(m):  
    sum = 0  
    for j in range(m):  
        sum += dopM[j][i + 1] * Z[Bx[j]]  
    L.append(sum)
```

```
D = []
```

```
for i in range(n + dx + dy):  
    sum = 0  
    for j in range(m):  
        sum += M[j][i] * L[j]  
    D.append(sum - Z[i])
```

```
if (min(D) >= -EPS):
```

```
    for i in range(n):  
        for j in range(m):  
            if (Bx[j] == i):  
                x[i] = dopM[j][0]  
    return x  
else:  
    mind = min(D)  
    for i in range(n + dx + dy):  
        if abs(D[i] - mind) < 1e-5:  
            in_i = i  
            break
```

```
Ak = []
```

```
for i in range(m):  
    Ak.append(M[i][in_i])
```

```
Ak_t = []
```

```
for i in range(m):
```

```

sum = 0
for j in range(m):
    sum += dopM[i][j + 1] * Ak[j]
Ak_t.append(sum)
Ak = Ak_t

```

```

mind = 0
out_i = 'nosolve'
first = True
for i in range(m):
    if (Ak[i] > 0):
        if (first):
            mind = dopM[i][0] / Ak[i]
            out_i = i
            first = False
        if (mind > dopM[i][0] / Ak[i]):
            mind = dopM[i][0] / Ak[i]
            out_i = i

```

```

if (out_i == 'nosolve'):
    return None

```

```

Bx[out_i] = in_i
znam = Ak[out_i]
for i in range(m):
    if Ak[i] != 0.0 and i != out_i:
        for j in range(m + 1):
            dopM[i][j] -= dopM[out_i][j] * Ak[i] * 1.0 / znam
for i in range(m + 1):
    dopM[out_i][i] /= znam
numb_iter += 1
if (MAX_ITER < numb_iter):
    return None

```

```

def get_matrix(n, m):
    res = []
    for i in range(n):
        temp = []
        for j in range(m):

```

```
        temp.append(0.0)
    res.append(temp)
    return res
```

```
def printm(label, A):
    print(label + ":")
    for i in A:
        print(i)
```

task.dat

A

6000 8000 5000

9000 6000 4000

8000 7000 5000

C

50 40 20

40 30 25

38 50 30

T1

15000

T2

20000

alpha

0.8

execution\_result.dat

Goal function is between: 14000.0 and 14000.0

Optimal plan for pessimist: [(0, 6000.0), (1, 2071.067811865475), (2, 5000.0), (5, 4000.0), (7, 7000.0), (8, 5000.0)]

Optimal plan for optimist: [(0, 3343.1457505076196), (2, 5000.0), (5, 4000.0), (8, 5000.0)]