МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
(РУТ (МИИТ)
Институт управления и цифровых технологий
Кафедра «Цифровые технологии управления транспортными процессами»

Отчет по ознакомительной практике

Тема: “Знакомство с математическими моделями, возникающими на железной дороге”

Выполнил:
студент группы УПМ-211
Дьяченко С.С.

Руководитель от университета:
доц. Иванова А.П.

Москва 2023 г.

Рабочий график (план) прохождения практики

Фамилия, имя, отчество обучающегося: Дьяченко Станислав Сергеевич
Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Профиль: Математические модели в экономике и технике
Вид практики: Ознакомительная
Срок прохождения практики: 06.07.2023 – 19.07.2023
Место прохождения практики: кафедра ЦТУТП РУТ МИИТ
Объект практики: Математические модели задач, возникающих на железной дороге.

№	Вид рабочей деятельности обучающегося	Сроки	Освоение компетенций в соответствии с рабочей программой практики
1	Организационное собрание, инструктаж по общим вопросам	06.07. 2023	ПК-3 - Уметь разрабатывать методики выполнения аналитических работ; планировать, организовывать и контролировать аналитические работы в информационно-технологическом проекте
Изучение вопросов, предусмотренных программой производственной практики		07.07.2023-19.07.2023	
2	Изучение основной и дополнительной литературы	07.07. 2023-17.07. 2023	ПК-3 - Уметь разрабатывать методики выполнения аналитических работ; планировать, организовывать и контролировать аналитические работы в информационно-технологическом проекте
3	Решение задач, предусмотренных программой практики	08.07. 2023-17.07. 2023	ПК-4 - Уметь ставить цели создания системы, разрабатывать концепцию системы и требования к ней, выполнять декомпозицию требований к системе
4	Оформление отчета по практике, защита отчета по практике.	18.07. 2023-19.07. 2023	ПК-3, ПК-4

Руководитель практики
от университета

А.П. Иванова
доцент

ЗАДАНИЕ НА ОЗНАКОМИТЕЛЬНУЮ ПРАКТИКУ

Студенту группы УПМ-211 Дьяченко Станиславу Сергеевичу

(ФИО)

Тема работы: «Знакомство с математическими моделями, возникающими на железной дороге»

Задание:

1. Ознакомиться с задачей, возникающей у логистической компании, занимающейся перевозкой различных грузов по железной дороге.
2. Изучить задачи линейного программирования (ЗЛП) и методы их решения.
3. Применить модель ЗЛП к решению поставленной задачи.
4. Исследовать изменения в оптимальном решении в зависимости от изменения исходных данных задачи.
5. Сделать выводы.

План работы:

1. Самостоятельное изучение теоретических материалов, дополнительной и основной литературы.
2. Решение задач, предусмотренных программой практики.
3. Получение результатов, написание отчёта.
4. Защита отчёта.

Содержание отчёта:

1. Введение.
2. Основная часть.
3. Заключение.
4. Список литературы.

Студент __Дьяченко С.С.________________________ / ________

(Фамилия) (Подпись)

Руководитель от университета

доц. Иванова А.П.

Содержание

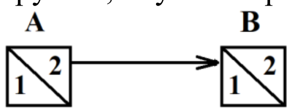
1. Введение

В данной задаче нам предстоит решить оптимизационную задачу перевозки грузов между двумя станциями с ограничениями на вместимость складов и пропускную способность дороги. Наша цель - максимизировать суммарную прибыль от перевозки грузов, учитывая заданные ограничения.

2. Основная часть

2.1 Постановка задачи 1

Пусть имеется две станции: А и В.
На станции А есть два груза: 1 и 2.
Грузы 1,2 нужно перевезти на станцию В.



На обеих станциях есть склады, где могут храниться все виды грузов 1,2.
Вместимости складов по каждому виду груза ограничены константами K_i^A и K_i^B, $i=1,2$, где i – номер груза, (вагоны).
Пусть q_i^A, q_i^B – стоимости погрузки единицы груза i на станции А и В, $i=1,2$, (руб.),
$\bar{q}_i^A$, $\bar{q}_i^B$ – стоимость разгрузки единицы груза i на станции А и В, $i=1,2$, (руб.),
<u>единица груза = 1 вагон, единица времени = 1 сутки.</u>
c_i – стоимость перевозки единицы груза i в единицу времени, $i=1,2$, руб.,
T_{AB} – время перевозки груза из А в В, (сутки).
<u>Начальные условия</u>: в начальный момент времени на станциях имеется X_i^A, X_i^B единиц груза i $i=1,2$, (вагоны).
Обозначим x_i – количество единиц груза i , перевозимое из А в В, $i=1,2$, (вагоны).
Тогда стоимость погрузки всех перевозимых грузов на станции А вычисляется по формуле:

$$S^A_{погрузки} = \sum_{i=1,2} q_i^A x_i \ , \quad \text{(руб.)},$$

стоимость разгрузки всех перевозимых грузов на станции В вычисляется по формуле:

$$S^B_{разгрузки} = \sum_{i=1,2} \bar{q}_i^B x_i \ , \quad \text{(руб.)},$$

стоимость перевозки грузов 1 и 2 со станции А на станцию В:

$$S^{A\to B} = T_{AB} \sum_{i=1,2} c_i \, x_i \ , \quad \text{(руб.)}.$$

Общая стоимость транспортировки (куда входит стоимость погрузки-разгрузки и стоимость перевозки) грузов:

$S = S^{A}_{погрузки} + S^{B}_{разгрузки} + S^{A \to B}$.

Ограничения, обусловленные вместимостями складов:

$x_i \le K_i^A, \quad x_i \le K_i^B, \quad i = 1,2$.

Ограничения, связанные с пропускной способностью дороги:

$$\sum_{i=1,2} x_i \le P_{AB},$$

здесь P_{AB} – суммарное количество единиц груза, которое можно перевезти из А в В за сутки.

Известен доход от перевозки грузов, за 1 вагон, (руб.):

d_i , $i = 1,2$.

Суммарный доход:

$$S_{доход} = \sum_{i=1,2} d_i\, x_i, \text{ (руб.).}$$

Тогда целевая функция – прибыль от перевозки грузов = разность между доходом от перевозки $S_{доход}$ и общей стоимостью перевозки *S*, имеет вид:

$S_{прибыль} = S_{доход} - S \to \max$.

Требуется перевезти грузы 1 и 2 на станцию В, при условии, что в начальный момент времени на станциях было X_i^A и X_i^B единиц груза *i*. При этом суммарная прибыль от перевозки $S_{прибыль}$ должна быть максимальна и нельзя превышать заданные вместимости складов K_i^A и K_i^B, а также пропускную способность дороги P_{AB}.

Примечания: 1) плату за хранение грузов на складах не учитываем,
2) стоимости погрузки и выгрузки совпадают.

2.2 Методы решения

Рассмотрим метод решения на примере. На некотором предприятии для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используется три вида сырья S_1, S_2, S_3.

Запишем исходные данные в виде табл. 1: запасы сырья; количество единиц сырья, необходимые для производства единицы продукции (удельные затраты); величины прибыли от реализации единицы продукции.

Таблица 1

Вид сырья	Запас сырья	Количество единиц сырья на единицу продукции P_1	Количество единиц сырья на единицу продукции P_2
S_1	18	2	1
S_2	30	2	3
S_3	11	1	1
Прибыль от реализации единицы продукции, руб.		30	20

Требуется составить такой план выпуска продукции, чтобы при её реализации была получена максимальная прибыль.

Введем переменные:

$x_1 \geq 0$ - количество единиц продукции P_1,

$x_2 \geq 0$ - количество единиц продукции P_2.

Тогда, учитывая заданные запасы сырья, получим:

$$2x_1 + x_2 \leq 18, \tag{1}$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 30, \tag{2}$$

$$x_1 + x_2 \leq 11, \tag{3}$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0. \tag{4}$$

Суммарную прибыль от реализации всей продукции можно записать в виде целевой функции

$$f(x_1, x_2) = 30x_1 + 20x_2 \to \max. \tag{5}$$

Для решения поставленной задачи необходимо найти максимум суммарной прибыли при заданных запасах сырья. Полученная задача является ***задачей линейного программирования***, так как в ней ограничения и максимизируемая целевая функция линейны по искомым переменным x_1 и x_2. Пары (x_1, x_2), удовлетворяющие ограничениям, называются ***допустимыми*** и образуют множество допустимых решений или ***планов***. Система линейных ограничений (1)-(3) и целевая функция (5) вместе с условиями (4) образуют ***математическую модель*** задачи.

Решим полученную задачу линейного программирования. Построим прямые

$$l_1:\ 2x_1 + x_2 = 18,$$

$$l_2:\ 2x_1 + 3x_2 = 30,$$

$$l_3:\ x_1 + x_2 = 11.$$

Множество допустимых решений - это все точки многоугольника $OABCD$ (см. рис. 1).

В силу ***основной теоремы линейного программирования***, экстремум целевой функции достигается в одной из вершин этого многоугольника[1]. Найдём координаты всех вершин и вычислим для каждой из них значение функции $f(x_1, x_2) = 30x_1 + 20x_2$.

$$O(0;0);\ f(0,0) = 0;$$

$$A(0;10);\ f(0,10) = 0 + 10 \cdot 20 = 200;$$

[1] **Теорема.** Линейная функция задачи линейного программирования достигает своего максимального (минимального) значения в угловой точке многогранника решений. Если линейная функция принимает максимальное значение более чем в одной угловой точке, то она достигает того же значения в любой точке, являющейся выпуклой линейной комбинацией этих точек [2].

$$D(9;0)\,;\ f(9,0)=9\cdot 30+0=270\,.$$

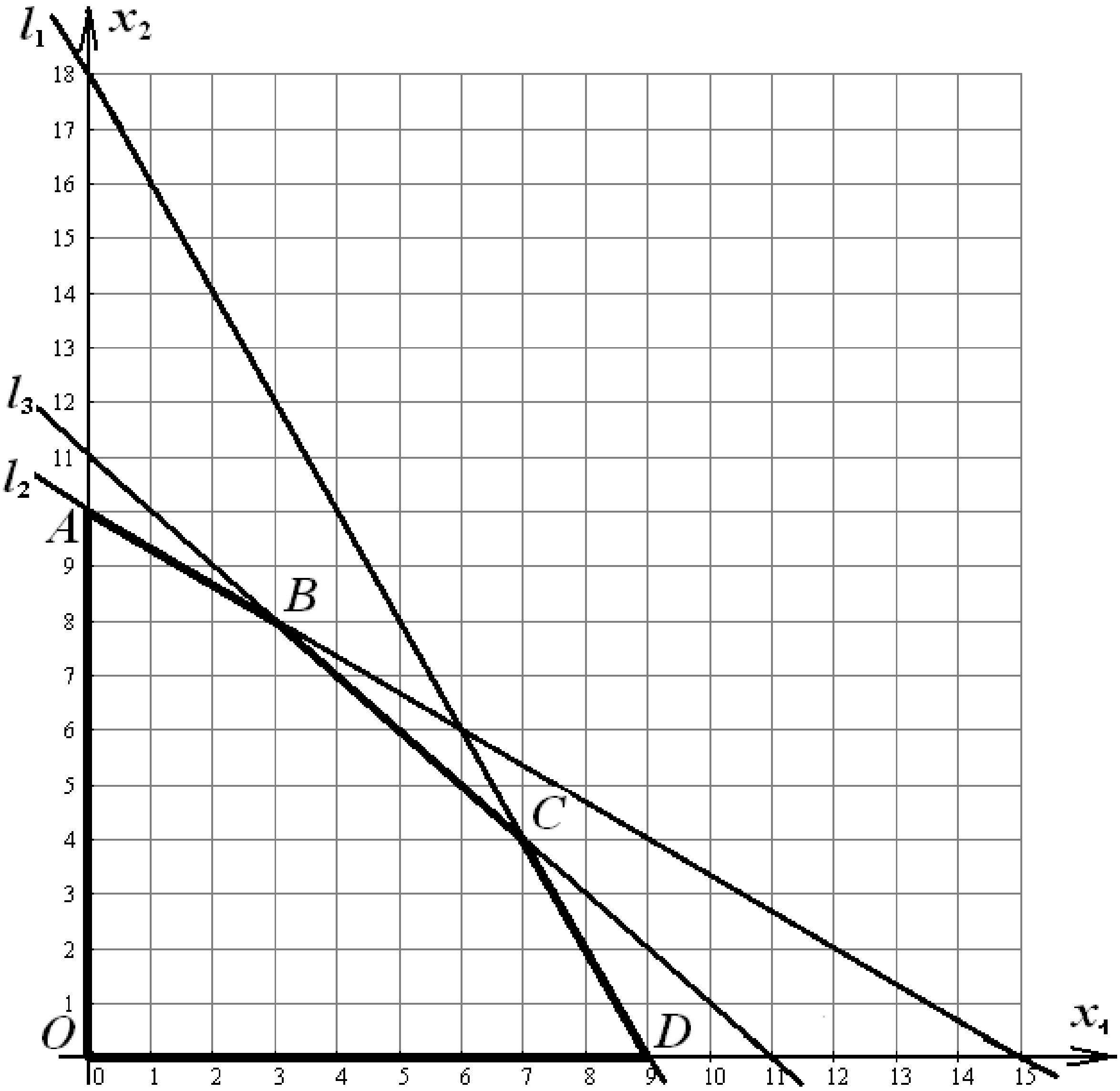


Рис.1

Для определения координат точки B найдём точку пересечения прямых l_2 и l_3:

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2=30 \\ x_1+x_2=11. \end{cases}$$

$$x_1=3,\ x_2=8\,.$$

$$B(3;8)\,;\ f(3,8)=3\cdot 30+8\cdot 20=90+160=250\,.$$

Для определения координат точки C найдём точку пересечения прямых l_1 и l_3:

$$\begin{cases} 2x_1+x_2=18 \\ x_1+x_2=11. \end{cases}$$

$$x_1 = 7,\ x_2 = 4.$$

$$C(7;4);\ f(7,4) = 7 \cdot 30 + 4 \cdot 20 = 210 + 80 = 290.$$

Решением задачи является точка $C(7;4)$, значение целевой функции равно 290.

Рассмотрим ***геометрический метод***[2] решения этой задачи. Построим прямую l_4: $30x_1 + 20x_2 = 0$. Вектор $\vec{N} = \{30;20\}$ (как и коллинеарный ему вектор $\vec{N} = \{3;2\}$) является нормальным к этой прямой и указывает направление наибольшего возрастания значений функции $f(x_1, x_2) = 30x_1 + 20x_2$ (см. рис. 2). Ясно, что $f(x_1, x_2) \geq 0$ для любых $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$. Рассмотрим линии уровня $30x_1 + 20x_2 = C_0 \geq 0$.

[2] Геометрический метод основан на геометрической интерпретации задачи линейного программирования и применяется в основном при решении задач двумерного пространства и только некоторых задач трехмерного пространства, так как довольно трудно построить многоугольник решений, который образуется в результате пересечения полупространств. Задачу пространства размерности больше трёх изобразить графически вообще невозможно.

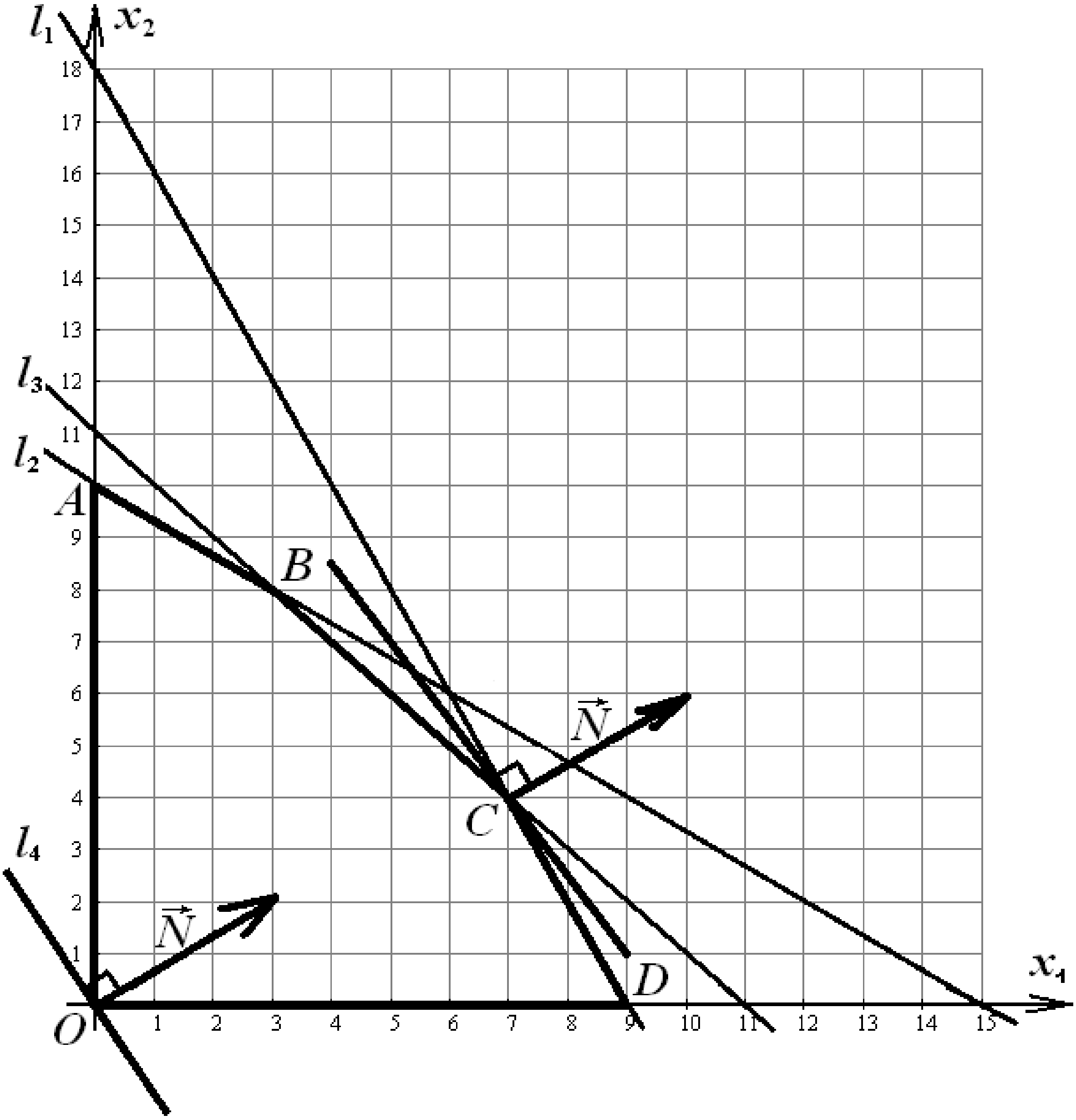


Рис. 2

Требуется найти максимальное значение C_0 для точек, принадлежащих многоугольнику $OABCD$. Двигаем прямую l_4 параллельно её первоначальному положению при $C_0 = 0$ в направлении $\vec{N} = \{3; 2\}$ до тех пор, пока хотя бы одна из её точек принадлежит многоугольнику. Предельное положение прямой соответствует её прохождению через точку $C(7;4)$, $C_0 = 290$. При аналогичном движении прямой l_4 в направлении $-\vec{N} = \{-3; -2\}$ получим минимальное нулевое значение $f(x_1, x_2)$ при $C_0 = 0$. Очевидно, что точка $O(0;0)$ является допустимой и минимальное значение целевой функции равно 0.

Полученное решение означает, что объём производства продукции P_1 составляет 7 единиц ($x_1 = 7$), а продукции P_2 - 4 единицы ($x_2 = 4$). Максимальная прибыль от реализации произведённой продукции составляет 290 рублей.

2.3 Вычислительный эксперимент

1. Вводные данные

У меня 2 вариант и в этом случае происходит транспортировка грузов 3,4 из В в А.
Таким образом у нас станция отправления – это В, а станция прибытия – А.
Станция А - Базаиха (Красноярская ж.д.);
Станция В - Новокунецк-Северный (Западно-Сибирской ж.д.);
1 вагон груза 3 вида со станции В на станцию А - Прокат черных металлов;
1 вагон груза 4 вида со станции В на станцию А - Аммония сульфат;
Стоимость погрузки груза 3 (за 1 вагон) руб. - 17 000,00 ₽;
Стоимость погрузки груза 4 (за 1 вагон) руб. - 14 000,00 ₽;
Стоимость выгрузки груза 3 (за 1 вагон) руб. - 17 000,00 ₽;
Стоимость выгрузки груза 4 (за 1 вагон) руб. - 14 000,00 ₽;
Стоимость перевозки груза 3 (аренда вагонов + палата РЖД) - 140 600,00 ₽;
Стоимость перевозки груза 4 (аренда вагонов + палата РЖД) - 89 019,00 ₽;
Время перевозки со станции В на А (сутки) – 6;
Расстояние перевозки со станции В на А (км) – 943;
Вместимость склада груза 3 на станции А (в вагонах) – 353;
Вместимость склада груза 4 на станции А (в вагонах) – 361;
Вместимость склада груза 3 на станции В (в вагонах) – 115;
Вместимость склада груза 4 на станции В (в вагонах) – 159;
Доход от перевозки груза 3 (руб. за 1 вагон) - 314 000,00 ₽;
Доход от перевозки груза 4 (руб. за 1 вагон) - 173 000,00 ₽;
Пропускная способность ж.д. пути со станции В на А (ваг. в сутки) – 600.

2. Решение

Для геометрического решения мы написали программу на питоне, используя библиотеки для визуализации и работы с данными (numpy, matplotlib). Программа по формулам, приведённым ранее, рассчитывает ограничения и коэффициенты в функции прибыли. Анимируя движение прямой, на графике программа показывает, какой точки прямая прибыли касается последней. Примем условно, что станция отправитель – это А, а станция получатель – это В. Обозначим грузы 3 и 4 как грузы 1 и 2.

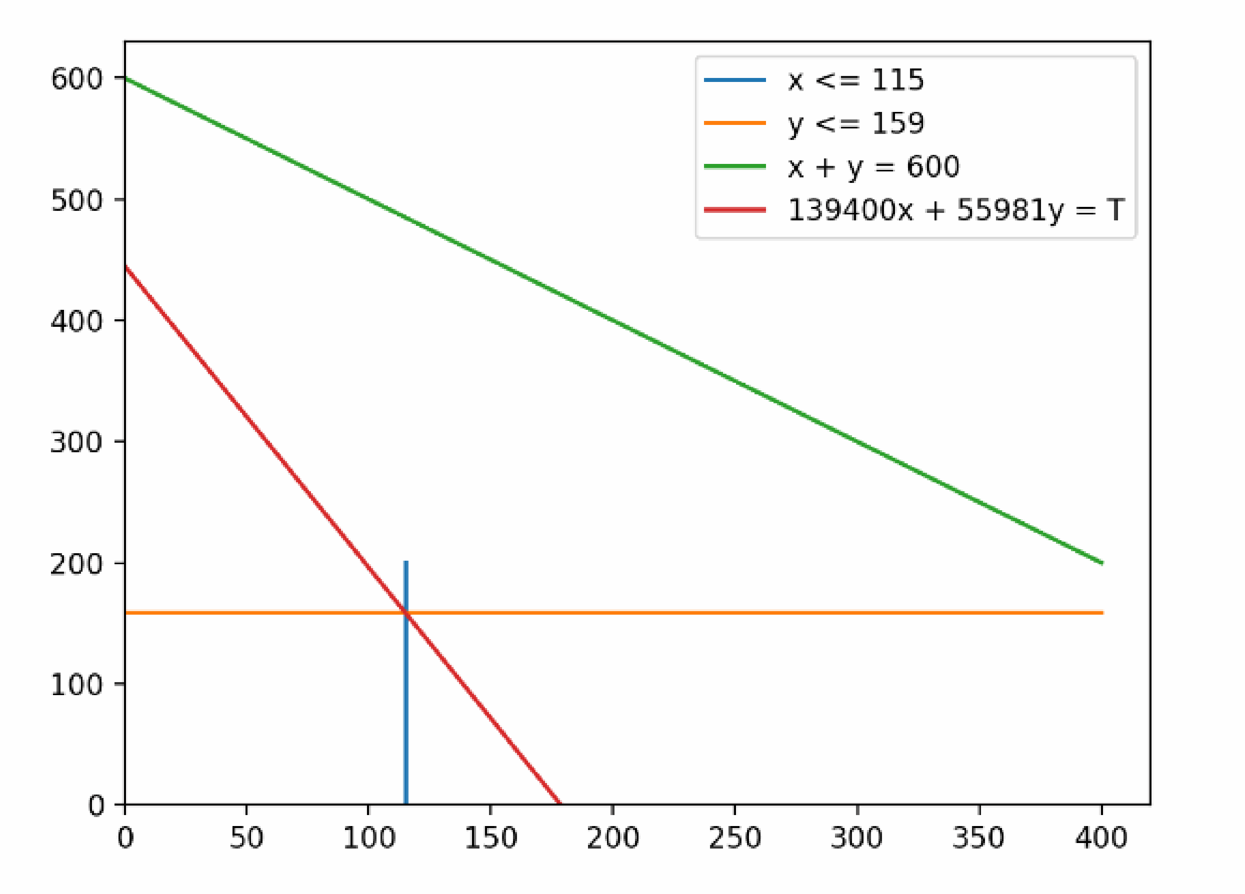
```
# Импортируем библиотеки
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.animation as animation
from matplotlib.animation import PillowWriter
# Вводим начальные данные
params = {
    "qA1": 17000, # Стоимость погрузки на станции А 1го груза
    "qA2": 14000, # Стоимость погрузки на станции А 2го груза
    "qB1": 17000, # Стоимость выгрузки на станции В 1го груза
    "qB2": 14000, # Стоимость выгрузки на станции В 2го груза
    "c1": 140600, # Стоимость перевозки 1го груза
    "c2": 89019, # Стоимость перевозки 2го груза
    "T_AB": 6, # Длительность перевозки
```

```
    "kA1": 115, # Вместимость станции A для 1го груза
    "kA2": 159, # Вместимость станции A для 2го груза
    "kB1": 353, # Вместимость станции B для 1го груза
    "kB2": 361, # Вместимость станции B для 2го груза
    "d1": 314000, # Прибыль от перевозки 1го груза
    "d2": 173000, # Прибыль от перевозки 2го груза
    "P_AB": 600 # Ограничения пропускной способности дороги
}
# Задаём начальное количество для каждого груза
X_A1 = params["kA1"]
X_A2 = params["kA2"]
# Вычисляем границы
X_gran = min(X_A1, params["kB1"])
Y_gran = min(X_A2, params["kB2"])
X_max = max(X_A1, params["kB1"])
Y_max = max(X_A2, params["kB2"])
P_gran = params["P_AB"]
# Вычисляем коэффициенты у функции прибыли
S1 = params["d1"] - params["c1"] - params["qB1"] - params["qA1"]
S2 = params["d2"] - params["c2"] - params["qB2"] - params["qA2"]
# Создаём полотно
fig, ax = plt.subplots()
# Задаём числовые прямые
x = np.arange(0, X_max + 50, 10)
y = np.arange(0, Y_gran + 50, 10)
# Задаём и рисуем ограничения
lineX, = ax.plot(X_gran + 0 * y, y, label = f'x <= {X_gran}')
lineY, = ax.plot(x, Y_gran + 0 * x, label = f'y <= {Y_gran}')
lineP, = ax.plot(x, P_gran - x, label = f'x + y = {P_gran}')
# Задаём и рисуем функцию прибыли
lineS, = ax.plot(x,  (S1/S2) * x - (S1/S2) * x, label=f'{S1}x + {S2}y = T')
# Создаём функцию движения прямой прибыли
def animate(i):
    lineS.set_ydata(1 - (S1/S2) * x + i)
    print(i)
    if (i > 450):
        ani.event_source.stop()
    return lineS,
# Создаём объект анимации
ani = animation.FuncAnimation(fig, animate, interval=1, blit=True, save_count=500)
# Указываем, что на числовой прямой должны быть только положительные числа
ax.set_ylim(bottom=0.)
# Показываем график и легенду графика
plt.legend()
plt.show()
```

Рассмотрим для нашей задачи:

```
    "kA1": 115, # Вместимость станции A для 1го груза
    "kA2": 159, # Вместимость станции A для 2го груза
    "kB1": 353, # Вместимость станции B для 1го груза
    "kB2": 361, # Вместимость станции B для 2го груза
```

"P_AB": 600 # Ограничения пропускной способности дороги
Можно заметить, что пропускная способность дороги велика относительно количества вагонов грузов 3 и 4. Также, на станции отравители намного меньше грузов, чем может вместить станция получатель (115 < 353, 159 < 361), следовательно всё можно перевезти за один раз.

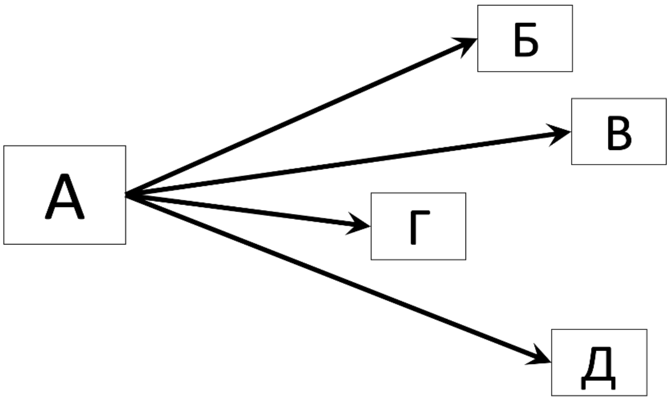


Наглядно это показано в файле animation.gif, который приложен к отчету.

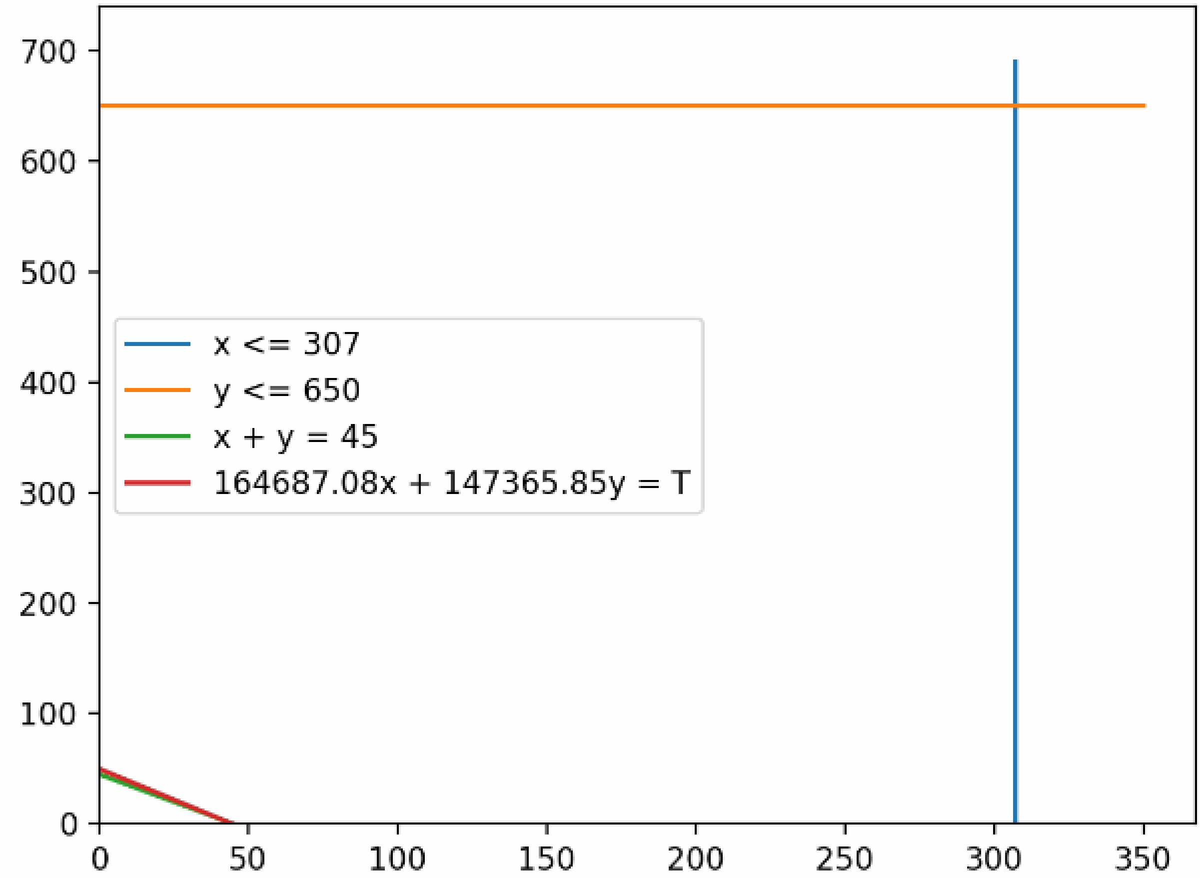
Так как прямая прибыли натыкается только на пересечение ограничений количества грузов в точке (115, 159), то максимум прибыли T = 115 * 139400 + 159 * 55981 = 24931979
Ответ: **24931979** рублей

2.4 Анализ чувствительности решения

Постановка задачи (вариант перемещения груза на разные станции)
Пусть имеется станция отправления А и станции назначения Б, В, Г, Д
На станции А есть два груза 1 и 2 вида
Нужно найти максимально доходную перевозку груза для логистической компании



1 случай: Найдём прибыли при перевозке из А в Б
"kA1": 1408, # Вместимость станции А для 1го груза
"kA2": 1874, # Вместимость станции А для 2го груза
"kB1": 307, # Вместимость станции Б для 1го груза
"kB2": 650, # Вместимость станции Б для 2го груза
"P_AB": 45 # Ограничения пропускной способности дороги
Можно заметить, что ограничения пропускной способности дороги намного серьёзнее чем остальные – именно они задают область.
На анимации в файле animationAtoB.gif, который приложен к отчету, видно, что выгоднее сначала перевезти полностью 1 груз, а на остаток 2 груз.



Выглядит это следующим образом:

Сутки	X	Y	Выражение	Итог
1, 2, 3, 4, 5, 6	45	0	164687.08 * 45 + 147365.85 * 0 = 7410918.6	44465511.6
7	37	9	164687.08 * 37 + 147365.85 * 8 = 7272348.76	7272348.76
8 - 21	0	45	164687.08 * 0 + 147365.85 * 45 = 6631463.25	92840485.5
22	0	20	164687.08 * 0 + 147365.85 * 20 = 2947317	2947317
			Всего:	147525662.86

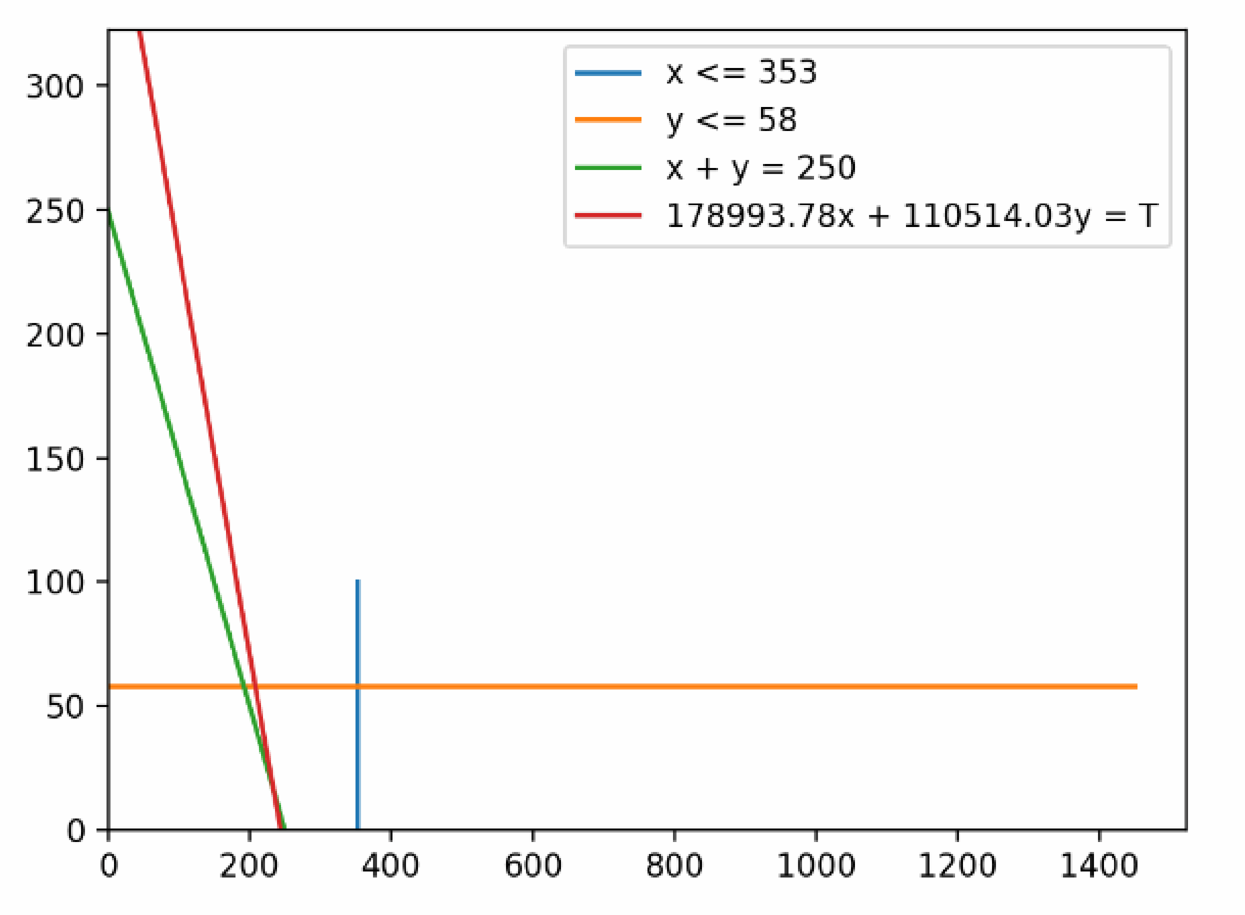
Значит прибыль в первые сутки составит **7410918.6** рублей, а всего **147525662.86** рублей.

2 случай: Найдём прибыли при перевозке из A в B

"kA1": 1408, # Вместимость станции A для 1го груза
"kA2": 1874, # Вместимость станции A для 2го груза
"kB1": 353, # Вместимость станции B для 1го груза
"kB2": 58, # Вместимость станции B для 2го груза
"P_AB": 250 # Ограничения пропускной способности дороги

Можно заметить, что, как и в предыдущем условии ограничения пропускной способности дороги серьёзнее чем остальные, но ненамного – не только они задают область.

На анимации видно в файле animationAtoC.gif, который приложен к отчету, видно, что выгоднее сначала перевезти полностью 1 груз, а на остаток 2 груз.



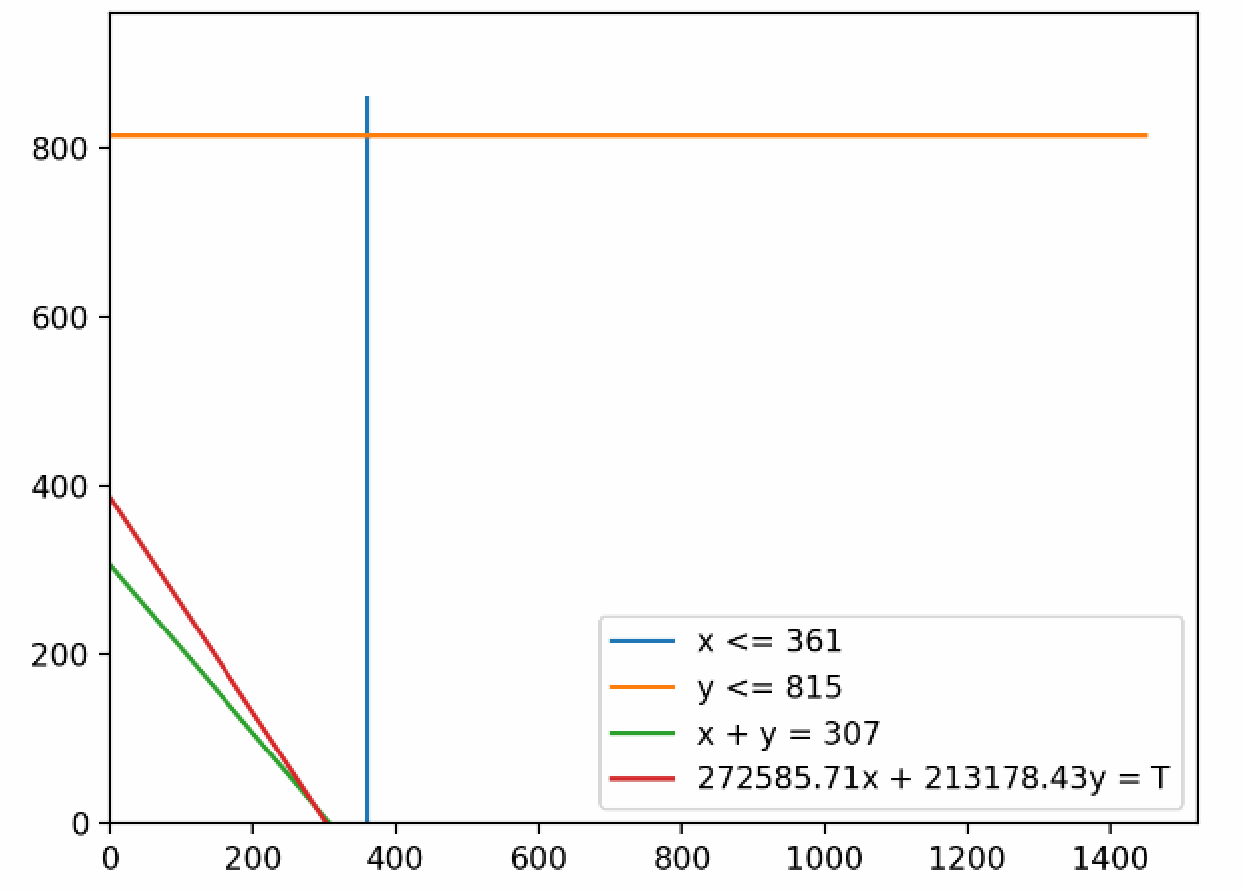
Выглядит это следующим образом:

Сутки	X	Y	Выражение	Итог
1	250	0	178993.78 * 250 + 110514.03 * 0 = 44748445	44748445
2	103	58	178993.78 * 103 + 110514.03 * 58 = 24846173.08	24846173.08
			Всего:	69594618.08

Значит прибыль в первые сутки составит **44748445** рублей, а всего **69594618.08**

3 случай: Найдём прибыли при перевозке из А в Г
"kA1": 1408, # Вместимость станции А для 1го груза
"kA2": 1874, # Вместимость станции А для 2го груза
"kB1": 361, # Вместимость станции Г для 1го груза
"kB2": 815, # Вместимость станции Г для 2го груза
"P_AB": 307 # Ограничения пропускной способности дороги
Можно заметить, что, как и в предыдущем условии ограничения пропускной способности дороги серьёзнее чем остальные – именно они задают область.

На анимации в файле animationAtoD.gif, который приложен к отчету, видно, что выгоднее сначала перевезти полностью 1 груз, а на остаток 2 груз.



Выглядит это следующим образом:

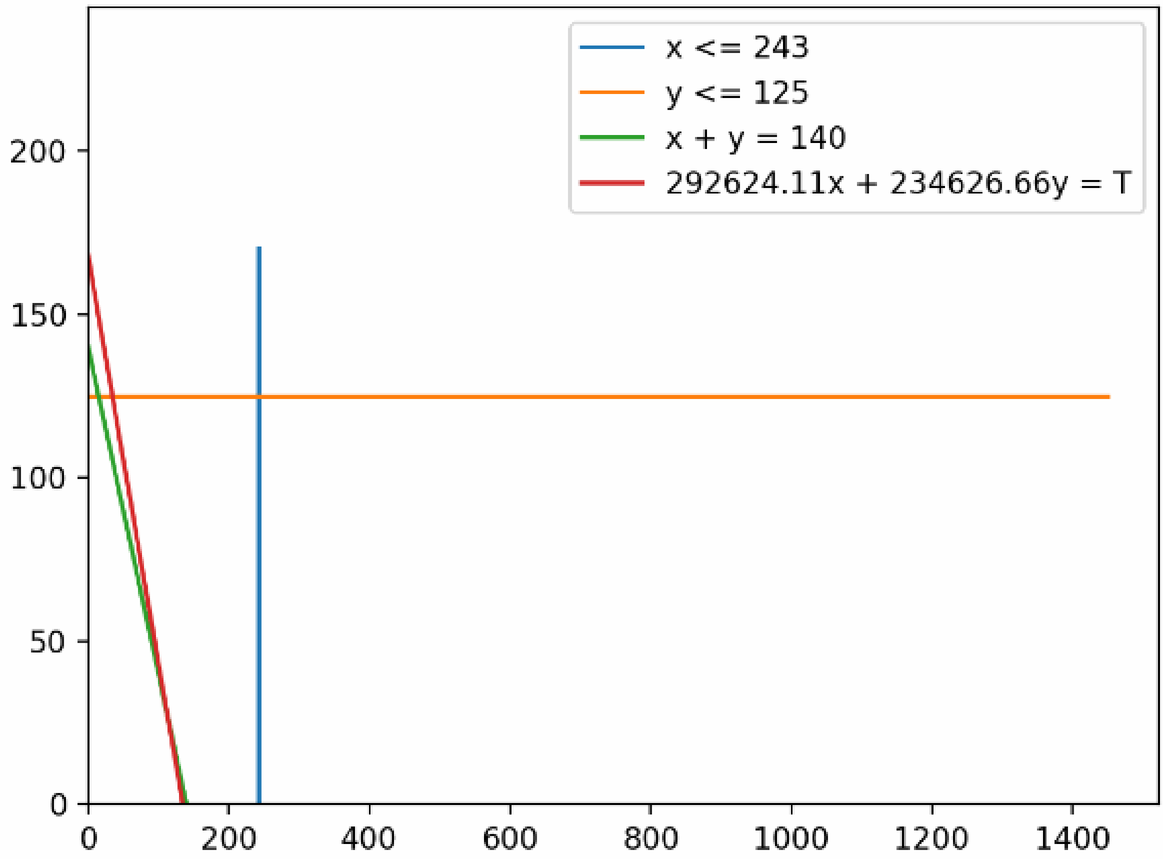
Сутки	X	Y	Выражение	Итог
1	307	0	272585.71 * 307 + 213178.43 * 0 = 83683812.97	83683812.97
2	54	253	272585.71 * 54 + 213178.43 * 253 = 68653771.13	68653771.13
3	0	307	272585.71 * 0 + 213178.43 * 307 = 65445778.01	65445778.01
4	0	255	272585.71 * 0 + 213178.43 * 255 = 54360499.65	54360499.65
			Всего:	272143861.76

Значит для прибыль в первые сутки составит **83683812.97** рублей, а всего **272143861.76**

4 случай: Найдём прибыли при перевозке из А в Д
"kA1": 1408, # Вместимость станции А для 1го груза
"kA2": 1874, # Вместимость станции А для 2го груза
"kB1": 243, # Вместимость станции Д для 1го груза
"kB2": 125, # Вместимость станции Д для 2го груза
"P_AB": 140 # Ограничения пропускной способности дороги

Можно заметить, что, как и в предыдущем условии ограничения пропускной способности дороги серьёзнее чем остальные, но ненамного – не только они задают область.

На анимации в файле animationAtoE.gif, который приложен к отчету, видно, что выгоднее сначала перевести полностью 1 груз, а на остаток 2 груз.



Выглядит это следующим образом:

Сутки	X	Y	Выражение	Итог
1	140	0	292624.11 * 140 + 234626.66 * 0 = 40967375.4	40967375.4
2	103	37	292624.11 * 103 + 234626.66 * 37 = 38821469.75	38821469.75
3	0	88	292624.11 * 0 + 234626.66 * 88 = 20647146.08	20647146.08
			Всего:	100435991.23

Значит прибыль в первые сутки составит **40967375.4** рублей, а всего **100435991.23**

Подведём итоги:

	А => Б	А => В	А => Г	А => Д
Первые сутки	**7410918.6**	**44748445**	**83683812.97**	**40967375.4**
Всего	**147525662.86**	**69594618.08**	**272143861.76**	**100435991.23**

max(7410918.6, 44748445, 83683812.97, 40967375.4) = **83683812.97**
max(147525662.86, 69594618.08, 272143861.76, 100435991.23) = **272143861.76**
Выгодно из А в Г.

3. Заключение

Нами было найдено решение поставленной задачи при помощи написания программы на языке Python. Решение оптимизационной задачи перевозки грузов между двумя станциями с ограничениями на вместимость складов и пропускную способность дороги имеет огромный потенциал для увеличения суммарной прибыли от перевозок. Правильное распределение грузов и оптимизация маршрутов позволит достичь максимальной эффективности и выгодности. Это может привести к улучшению производительности и конкурентоспособности компании, а также повышению удовлетворенности клиентов. Однако, необходимо тщательно учитывать все заданные ограничения, чтобы избежать проблем с пропускной способностью складов или дороги. Анализ и оптимизация процесса перевозок является ключевым элементом успешного развития логистической системы и может принести значительные экономические выгоды.

4. Список литературы

1. Сигал И.Х., Иванова А.П. Задача о планировании выпуска продукции: Методические указания к лабораторным и практическим занятиям по дисциплине «Методы оптимизации». – М.: МИИТ, 2014. – 40 с.
2. Сигал И.Х., Иванова А.П. Методы оптимизации. Начальный курс. Часть 1. Основные определения и понятия, постановки задач и примеры. Курс лекций по дисциплине «Методы оптимизации». – М.: МИИТ, 2005. – 96 с.
3. Сигал И.Х., Иванова А.П. Методы оптимизации. Начальный курс. Часть 2. Симплекс-метод и смежные вопросы, элементы теории двойственности, многокритериальная оптимизация. Курс лекций по дисциплине «Методы оптимизации». – М.: МИИТ, 2006. – 104 с.
4. Исследование операций в экономике: Учеб. Пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. – М.: ЮНИТИ, 2008.