

CPT302 W10 Social Choice

Making Group Decisions

之前我们研究了代理的策略行动，正常形式博弈随智能体的选择及时的出现结果。

通常存在一种推导群体决策的机制，Social Choice Theory 关注群体决策（基本上是对投票机制的分析）。

Basic setting:

- 代理对 outcome 有偏好
- 代理投票以带来他们最喜欢的 outcome

Preference Aggregation

我们如何结合一组可能不同的偏好顺序来推导出一个群体决策？

- Setting:
 - $Ag = \{1, \dots, n\}$ voters (finite, odd number)
 - $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ 可能的 outcomes 或 candidates
 - $\varpi_i \in \Pi(\Omega)$ ，代理 i 偏好的排序（例如 $\omega \succ_i \omega'$ ，代表 对于代理 i，它更偏向于 ω ）
- Voting Procedures
 - Social Welfare Function: $f : \Pi(\Omega) \times \dots \times \Pi(\Omega) \rightarrow \Pi(\Omega)$
 - Social Choice Function: $f : \Pi(\Omega) \times \dots \times \Pi(\Omega) \rightarrow \Omega$
 - 任务是要么推导出大家都可接受的偏好排序，要么确定最终的 outcome。

Voting Procedures

Plurality- Single-winner voting system

- 每票投给一个备选方案；得票最多的获胜

Example (9 voters):

3 voters	2 voters	4 voters
a	b	c
b	a	b
c	c	a

上面的例子中有三个方案，共有 9 个人进行了投票。其中 c 排第一的方案有 4 票，最多，因此 c 是 winner。

- 优点：实施简单，易于理解。
- 问题：战术投票（选民被迫投票）和平局投票

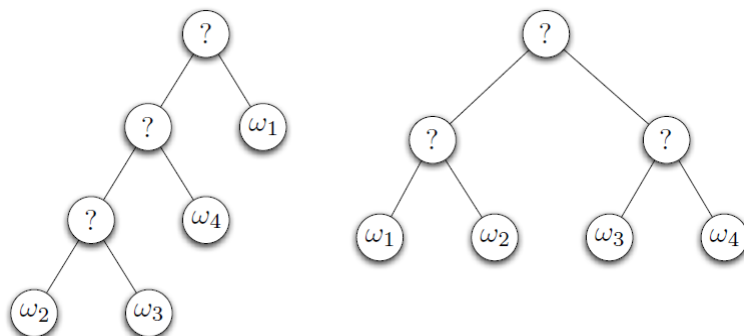
Condorcet's Paradox

在某些情况下，无论我们选择哪种结果，大多数选民都会对选择的结果不满意。

- Outcomes: $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$
- Voters: $Ag = 1, 2, 3$ with preference orders
 - $\omega_1 \succ_1 \omega_2 \succ_1 \omega_3$
 - $\omega_3 \succ_2 \omega_1 \succ_2 \omega_2$
 - $\omega_2 \succ_3 \omega_3 \succ_3 \omega_1$
- With plurality voting, we obtain a tie
- For every candidate, $\frac{2}{3}$ of the voters prefers another outcome

Sequential Majority Elections

- 投票可以分几个步骤完成，而不是一步就结束
- 候选方案在成对选举 (pairwise elections) 中彼此竞争，获胜者进入下一轮选举
- Election agenda (选举议程) 是这些选举的顺序，可以组织为二叉投票树 (binary voting tree)

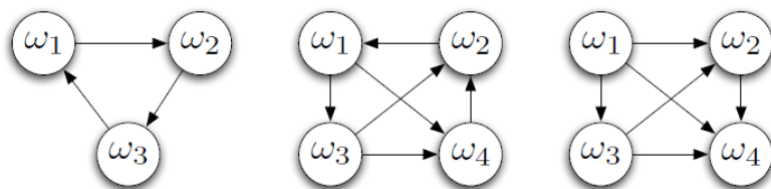


- 关键问题：最终结果取决于选举议程

Majority Graphs

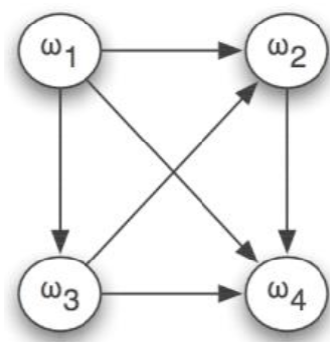
majority graph 是选民偏好的简洁表示，使用 majority graph 可以很容易地说明成对选举。

majority graph 中的节点对应一个 outcome (即方案)，如果方案 ω 比 ω' 的票数多，那么会有一条边由节点 ω 指向 ω' 。



Condorcet Winners

Condorcet winner 是在成对选举中击败所有其他候选的候选者。



上图中 ω_1 是 Condorcet winner，因为没有箭头指向它。

The Borda Count

每个选民提供对 m 个候选方案的偏好排序，然后根据排序对每个候选打分：最后一名 0 分；倒数第二 1 分，...，第一名 $m-1$ 分。最后把所有投票者对每个候选方案的分数中求和，并且总分数最高的候选方案是获胜者。

1 voter	1 voter	1 voter	
a	c	b	← 3 points
b	a	d	← 2 points
d	b	c	← 1 point
c	d	a	← 0 points

上图中，最后得分为：a-5，b-6，c-4，d-3。因此 b 是 Borda winner。

Desirable Properties

Pareto Condition:

- 如果每个选民都把 ω_i 排名高于 ω_j , 那么 $\omega_i \succ^* \omega_j$ (\succ^* 代表所有投票者)
- 满足 plurality 和 Borda, 但不满足 sequential majority

Condorcet winner condition:

- outcome 将在成对选举中击败其他所有 outcomes
- 仅满足 sequential majority elections

Independence of irrelevant alternatives (IIA):

- 两个 outcomes 的社会排名应该完全取决于它们在偏好顺序中的相关排序
- Plurality, Borda 和 sequential majority elections 不满足 IIA

Non-Dictatorship:

- 没有一个选民可以系统地将他的偏好强加给其他人

Arrow's Theorem

social choice theory 的总体愿景: 识别“好的”社会选择程序。不幸的是, 有一个基本的理论结果阻碍了它。

Arrow's Theorem: 对于有两个以上 outcome 的选举, 满足 Pareto condition 和 IIA 的唯一投票程序是独裁 (dictatorship)。

这令人失望, 基本上意味着我们永远无法在没有独裁的情况下实现良好属性的组合。