$f''(x) > 0$. *Точки перегиба суть те ее точки, при переходе через которые $f''(x)$ меняет знак.*

Из этой теоремы мы путем рассуждений, аналогичных приведенным раньше рассуждениям **[58]**, получаем правило нахождения точек перегиба кривой: *чтобы найти точки перегиба кривой, надо определить те значения x, при которых $f''(x)$ обращается в нуль или не существует, и исследовать изменение знака $f''(x)$ при переходе через эти значения x, пользуясь следующей таблицей:*

	точка перегиба		нет точки перегиба	
$f''(x)$	$+-$	$-+$	$--$	$++$
	вогн. вып.	вып. вогн.	выпукл.	вогн.

Наиболее естественное представление об искривлении кривой мы получим, если будем следить за ихменением угла α, составляемого касательной с осью OX при движении по кривой. Из двух дуг одинаковой длины Δs та дуга будет более искривлена, для которой касательная повернется на больший угол, т.е. для которой приращение $\Delta\alpha$ будет больше. Эти соображения приводят нас к понятию о средней кривизне Δs и о кривизне в данной точке: *средней кривизной дуги Δs называется абсолютная величина отношения угла $\Delta\alpha$ между касательными в концах этой дуги к длине Δs дуги. Предел этого отношения при стремлении Δs к нулю называется кривизной кривой в данной точке* (рис. 77).

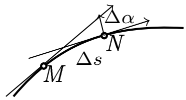

Рис. 77.

Таким образом, для кривизны C мы получаем выражение:

$$C = \left|\frac{d\alpha}{dS}\right|.$$

Но $\operatorname{tg}\alpha$ есть первая производная y', т.е.

$$\alpha = \operatorname{arctg} y',$$

откуда, дифференцируя по x сложную функцию $\operatorname{arctg} y'$:

$$d\alpha = \frac{y''}{1+y'^2}dx.$$

Как мы только что показали

$$ds = \pm\sqrt{1+y'^2}dx.$$

Деля $d\alpha$ на ds, получим окончательно выражение для кривизны

$$C = \pm\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}. \qquad (5)$$